ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ И ГЛАДКИЙ КВАЗИПОТЕНЦИАЛ

А. А. Логунов, О. А. Хрусталев

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ, СЕРПУХОВ

АННОТАЦИЯ

В работе изучается связь между вероятностным и квазипотенциальным описаниями рассеяния при высоких энергиях. Показано, что вероятностное описание рассеяния можно рассматривать как обоснование необходимости введения в квантовую теорию поля гладких квазипотенциалов.

ABSTRACT

The connection between the probability and quasipotential descriptions of scattering at high energies is studied. It is shown that the probability description of scattering may be considered as some grounds for the necessary introduction of smooth quasipotentials to quantum field theory.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших экспериментальных фактов физики сильных взаимодействий является обнаруженное в последнее время далеко идущее сходство упругих и обменных двухчастичных процессов при высоких энергиях. Обменные процессы обладают резко выраженным дифракционным пиком при малых передачах импульса ($-t \lesssim \lesssim 0{,}5$ *Гэв*^{2}), ширина и относительная высота которого близки к соответствующим величинам для упругого рассеяния и слабо зависят от энергии и квантовых чисел рассеивающихся частиц.

Существование острого пика в сечении упругих процессов вблизи нулевой передачи импульса можно объяснить, предположив, что при высоких энергиях парциальные волны амплитуды рассеяния насыщаются, насколько это совместимо с аналитичностью в большом эллипсе Лемана, почти до унитарного предела, и амплитуда рассеяния в этом случае близка к выражению

$$f(s,\ t) = \mathrm{i} \sum_{l=0}^{\tilde{l}} (2l+1)\, P_l(\cos\theta), \tag{1.1}$$

в котором граничный орбитальный момент определяется соотношением

$$\tilde{l} = q\varphi(q), \tag{1.2}$$

где q — импульс в системе центра инерции, а $\varphi(q)$ — медленно меняющаяся функция энергии*.

То обстоятельство, что амплитуды обменных двухчастичных процессов отличаются в первом приближении от амплитуды (1.1) лишь множителем, зависящим от энергии, позволяет предполагать, что при высоких энергиях кванты обмена, переносящие ненулевые квантовые числа, растворяются в общей массе квантов с внутренними квантовыми числами вакуума, переносящих лишь импульс. Такая картина обменных двухчастичных процессов вполне согласуется с интуитивными представлениями о том, что все процессы при высоких энергиях существенно многочастичны. В пределах феноменологического потенциального описания двухчастичных процессов это указывает на неадекватность потенциалов Юкавы физическим процессам, протекающим при высоких энергиях.

В работе [2] отмечалась перспективность описания рассеяния при высоких энергиях при помощи квазипотенциального уравне-

---

* Анализ совместимости модели черного шарика с аналитическими свойствами амплитуды рассеяния проведен в работе [1].

ния [3] с гладкими потенциалами типа гауссовских. Позднее в работах [4] в рамках уравнения Шредингера было показано, что такие потенциалы можно истолковать как потенциалы с переменным радиусом взаимодействия, для которых характерно наличие постоянной размерности квадрата длины, благодаря чему форма кривой дифференциального сечения определяется передачей импульса самой по себе, поэтому очертания дифракционного пика становятся универсальной функцией всех двухчастичных процессов. Таким образом, есть основания полагать, что гладкие потенциалы естественно появляются при таком описании рассеяния, когда явно учитывается (хотя бы в самом грубом приближении) вклад многочастичных промежуточных состояний. Настоящая работа посвящена обоснованию этого предположения.

2. РАССЕЯНИЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ КАК КОГЕРЕНТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ

Исходным пунктом развиваемого ниже формализма служит соотношение унитарности для амплитуды рассеяния, которое можно записать в виде

$$\operatorname{Im} f(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_n \int d\mathbf{q}_1 \ldots d\mathbf{q}_n f_n^* (\mathbf{q};\ \boldsymbol{\omega}) f_n (\mathbf{q};\ \boldsymbol{\alpha})\, \delta \left(\sum_{l=1}^{n} q_l - p_\alpha \right). \quad (2.1)$$

Здесь $f(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\alpha})$ — амплитуда рассеяния в системе центра инерции:

$$f(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\alpha}) = \delta(p' - p) \langle \omega \mid t \mid \alpha \rangle, \quad (2.2)$$

матрица T определяется соотношением

$$S = 1 + iT, \quad (2.3)$$

векторы $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\omega}$ — единичные векторы вдоль $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}'$, а

$$f_n(\mathbf{q};\ \boldsymbol{\rho}) = \langle \mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_n \mid t \mid \boldsymbol{\rho} \rangle, \quad (2.4)$$

где $| \mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_n \rangle$ — собственный n-частичный вектор оператора полного импульса. Функцию $f_n(\mathbf{q};\ \rho)$ можно толковать как волновую функцию в импульсном представлении системы n-частиц, родившихся при двухчастичном столкновении, а каждый из интегралов ряда (2.1), если отвлечься от δ-функции, — как интеграл перекрытия волновых функций, содержащий в качестве параметров два единичных вектора $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\omega}$, которые определяют некоторую двумерную структуру.

Если предположить, что амплитуда рассеяния чисто мнима (а такое предположение вполне оправдывается экспериментом при высоких энергиях), то соотношение (2.1) определит амплитуду рассеяния как сумму интегралов перекрытия n-частичных волновых функций. Это представление амплитуды позволяет рассматривать рассеяние при высоких энергиях как прохождение частицы сквозь поглощающую среду с возможным когерентным возбуждением этой среды*. Более того, понятие когерентного возбуждения можно перенести и на процесс передачи импульса. Действительно, рассмотрим простейший интеграл перекрытия двух одночастичных волновых функций, описывающих достаточно точно локализованные частицы. В этом случае в качестве волновой функции можно взять гауссовский пакет в $\mathbf{x}$-пространстве

$$\psi(\mathbf{x},\ \mathbf{p}) = (\pi\delta)^{-3/4} \exp\left[-\frac{\mathbf{x}^2}{2\delta} + i\mathbf{x}\mathbf{p}\right]. \tag{2.5}$$

Тогда

$$\int d\mathbf{x}\psi^*(\mathbf{x},\ \mathbf{p}_2)\,\psi(\mathbf{x},\ \mathbf{p}_1) = \exp\left[-\frac{\delta}{4}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)^2\right]. \tag{2.6}$$

Интеграл (2.6) показывает, какая доля состояния (2.5) со средним импульсом $\mathbf{p}_2$ содержится в состоянии со средним импульсом $\mathbf{p}_1$. Естественно, что он экспоненциально убывает по мере отличия вектора $\mathbf{p}_2$ от $\mathbf{p}_1$. Волновые функции типа (2.5) вполне естественно появляются в интегралах (2.1), поскольку сильные взаимодействия обладают резко выраженным радиусом взаимодействия. В силу этого обстоятельства аналогия передачи импульса с когерентным возбуждением становится более очевидной. Можно считать, что все взаимодействие, т. е. формирование пакетов в интеграле (2.1), происходит внутри сферы конечного радиуса R. Тогда импульс становится дискретной величиной, подобно всем остальным характеристикам участвующих в реакции частиц. И упругое и обменное рассеяния теперь характеризуются когерентным обменом конечным числом квантовых чисел, и выделенная роль передачи импульса определяется только большим разделением начального и конечного квантовых уровней.

Выясним теперь роль δ-функции в интеграле (2.1). Запишем соответствующий n-кратный интеграл в виде

$$\frac{1}{2\pi}\int dv e^{-ivp_0}\int d\mathbf{q}_1 \ldots$$

$$\ldots d\mathbf{q}_n\, f_n^*(\mathbf{q};\ \omega)\, f_n(\mathbf{q};\ \alpha)\, e^{-iv\sum\limits_{l=1}^{n}\sqrt{\mathbf{q}_l^2+m^2}}\,\delta\left(\sum_{l=1}^{n} q_l\right). \tag{2.7}$$

Поскольку волновые функции $f_n(\mathbf{q}_1 \ldots \mathbf{q}_n;\ \rho)$ быстро затухают при отклонении $\mathbf{q}_l$ от соответствующего среднего значения**, множитель $\exp\left[iv\sqrt{\mathbf{q}_l^2+m^2}\right]$ в интеграле (2.7) можно считать слабо меняющейся функцией и, заменив $\mathbf{q}_l^2$ его средним значением $\langle\mathbf{q}_l^2\rangle$,

* В работе [5] этот результат взят в качестве исходного предположения.
** Фурье-образ волновой функции (2.5) равен

$$\left(\frac{\pi}{\delta}\right)^{3/4}\exp\left[-\frac{\delta}{2}(\mathbf{q}-\mathbf{p})^2\right].$$

снять интегрирование по v, поставив условием

$$\sum_{l=1}^{n} \sqrt{\langle \mathbf{q}_l^2 \rangle + m^2} = p_0. \tag{2.8}$$

Таким образом, учет сохранения энергии не исказил представления о рассеянии как о прохождении частицы через двумерную структуру. Соотношение (2.8) лишь дополняет такую картину соображением, что степень неоднородности этой структуры определяется совместно начальной энергией и числом частиц в промежуточном состоянии.

Следует отметить, что при статистической независимости отдельных частиц в интеграле (2.1) гауссовские волновые пакеты (2.5) в $\mathbf{x}$-пространстве при учете сохранения импульса приводят к изотропному рассеянию в системе центра инерции. Если считать, что $f_n(\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_n;\ \mathbf{\rho})$ описывает одинаково распределенные частицы со средним импульсом $\mathbf{p}$, то после перехода от δ-функции к интегралу Фурье внутренний интеграл (2.7) запишется как

$$(2\pi)^{-3} \int d\mathbf{u} \int d\mathbf{q}_1 \dots d\mathbf{q}_n \left(\frac{\delta}{\pi}\right)^{3n/2} \exp\left[-\frac{\delta}{2}\sum_l (\mathbf{q}_l - \mathbf{p}')^2 - \right.$$

$$\left. -\frac{\delta}{2}\sum_l (\mathbf{q}_l - \mathbf{p})^2 + i\mathbf{u}\sum \mathbf{q}_l\right]. \tag{2.9}$$

Показатель экспоненты в этом интеграле можно записать в виде

$$-\delta \sum_{l=1}^{n} \left\{\left(\mathbf{q}_l - \frac{\mathbf{p}'-\mathbf{p}}{2} - i\,\frac{\mathbf{u}}{2\delta}\right)^2 - \left(\frac{\mathbf{p}'+\mathbf{p}}{2} - i\,\frac{\mathbf{u}}{2\delta}\right)^2 + \frac{\mathbf{p}^2+\mathbf{p}'^2}{2}\right\}. \tag{2.10}$$

После соответствующих трансляций интеграл (2.9) приводится к выражению, не содержащему скалярного произведения $\mathbf{p}\mathbf{p}'$. Легко понять смысл этого результата. Дисперсия радиус-вектора частицы, распределенной по закону (2.5), пропорциональна единичному тензору $\delta_{\alpha\beta}$. Естественно, что изотропное распределение рассеивателя не приводит к анизотропии в рассеянии. Поэтому рассеяние может стать анизотропным из-за корреляций между отдельными частицами в промежуточном состоянии или из-за анизотропии распределений индивидуальных частиц (даже статистически независимых) в промежуточном состоянии.

Таким образом, законы сохранения энергии и импульса следующим образом уточняют картину рассеяния как прохождения частицы через двумерную структуру: структура должна быть в достаточной степени анизотропной, а степень ее неоднородности меняется с энергией и с числом частиц в промежуточном состоянии, определяющем каждую парциальную структуру в соотношении (2.1). Соотношение (2.8) показывает, что если вновь перейти к плоским волнам в сфере радиусом R, то в случае статистически независимых частиц с ростом n при заданной передаче импульса будет убывать расстояние между уровнями, которые система занимает до и после рассеяния. Это означает, что при заданной передаче импульса относительный вес высших промежуточных состояний в соотношении (2.1) возрастает с увеличением n, что приводит к выполаживанию дифференциального сечения с ростом передачи импульса.

В работах [6, 7] найдена явная зависимость интеграла перекрытия от n в случае больших n при условии, что отдельные частицы в n-частичном состоянии или вообще статистически независимы, или коррелируют достаточно слабо. Оказалось, что в этом случае удобно применить центральную предельную теорему теории вероятностей и описать угловую зависимость дифференциального сечения некоторой квадратичной формой $\varphi(s, \theta) = \varphi(p_l, p_t)$ из составляющих импульса вдоль взаимно перпендикулярных направлений

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\alpha + \omega}{2\cos\theta/2}, \quad \boldsymbol{\pi} = \frac{\alpha - \omega}{2\sin\theta/2} \tag{2.11}$$

(при малых углах рассеяния эта квадратичная форма пропорциональна передаче импульса или, что то же самое, квадрату поперечного импульса). Если считать, что каждая из статистически независимых частиц переносит вполне определенную долю поперечного импульса, то n-частичный интеграл перекрытия пропорционален

$$\exp\left(-\frac{\varphi(p_l, p_t)}{2n}\right). \tag{2.12}$$

Отождествляя $\sqrt{\varphi(p_l, p_t)}$ с поперечным импульсом (законность такого отождествления обсуждалась в работе [7]), выражение (2.12) можно отождествить с вероятностью того, что n независимых частиц, каждая из которых переносит вполне определенный поперечный импульс $\langle p_t \rangle$, перенесут вместе поперечный импульс $\sqrt{\varphi(p_l, p_t)}$.

3. ЗАВИСИМОСТЬ $\varphi(s, \theta)$ ОТ УГЛА РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим подробнее зависимость $\varphi(s, \theta)$ от угла рассеяния. В случае статистически независимых частиц $\varphi(s, \theta)$ определяется как [7]

$$\varphi(s, \theta) = A_{\alpha\beta}^{-1} \langle p_\alpha \rangle \langle p_\beta \rangle, \tag{3.1}$$

где $\langle \mathbf{p} \rangle$ — средний импульс промежуточного состояния; $A_{\alpha\beta}$ — дисперсия импульса отдельной частицы. Поскольку в нашем распоряжении имеется лишь два независимых вектора $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\pi}$, средние $\langle \mathbf{p} \rangle$ и $\langle p_s p_t \rangle$ должны разлагаться по составляющим векторов $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\pi}$ следующим образом:

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \langle \mathbf{p}\boldsymbol{\sigma} \rangle \boldsymbol{\sigma} + \langle \mathbf{p}\boldsymbol{\pi} \rangle \boldsymbol{\pi}; \tag{3.2}$$

$$\langle p_l p_t \rangle = \gamma_1 \delta_{lt} + \gamma_2 \sigma_l \sigma_t + \gamma_3 \pi_l \pi_t + \gamma_4 (\sigma_l \pi_t + \pi_l \sigma_t). \tag{3.3}$$

Нетрудно показать, что

$$\gamma_1=\langle \mathbf{p}^2\rangle-\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})^2\rangle-\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})^2\rangle; \qquad (3.4)$$

$$\gamma_2=2\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})^2\rangle+\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})^2\rangle-\langle \mathbf{p}^2\rangle; \qquad (3.5)$$

$$\gamma_3=2\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})^2\rangle+\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})^2\rangle-\langle \mathbf{p}^2\rangle; \qquad (3.6)$$

$$\gamma_4=\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})\rangle. \qquad (3.7)$$

В случае изотропного распределения, когда $\langle \mathbf{p}\rangle=0$, $\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})\times\times(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})\rangle=0$, $\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})^2\rangle=\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})^2\rangle=\frac{1}{3}\langle \mathbf{p}^2\rangle$, все коэффициенты в разложении (3.3), кроме γ_1, равны нулю, а $\gamma_1=\frac{1}{3}\langle \mathbf{p}^2\rangle$. Дисперсия импульса A_{lt} и обратная матрица A_{lt}^{-1} имеют вид, аналогичный (3.3):

$$A_{lt}=a_1\delta_{lt}+a_2\sigma_l\sigma_t+a_3\pi_l\pi_t+a_4(\sigma_l\pi_t+\pi_l\sigma_t); \qquad (3.8)$$

$$A_{lt}^{-1}=b_1\delta_{lt}+b_2\sigma_l\sigma_t+b_3\pi_l\pi_t+b_4(\sigma_l\pi_t+\pi_l\sigma_t), \qquad (3.9)$$

а квадратичная форма $\varphi(s,\theta)$ в этих обозначениях равна

$$\varphi(s,\theta)=(b_1+b_2)\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})^2\rangle+(b_1+b_3)\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})^2\rangle+2b_4\langle(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi})\rangle. \qquad (3.10)$$

Прямой подсчет показывает, что $\varphi(s,\theta)$ можно выразить как функцию двух случайных величин

$$\xi_1=(\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma}),\quad \xi_2=(\mathbf{p}\boldsymbol{\pi}) \qquad (3.11)$$

проекций импульса на взаимно ортогональные векторы $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\pi}$, а именно:

$$\varphi(s,\theta)=\Delta_{\lambda\varkappa}^{-1}\xi_\lambda\xi_\varkappa, \qquad (3.12)$$

где

$$(\Delta_{\lambda\varkappa})=(\langle\xi_\lambda\xi_\varkappa\rangle-\langle\xi_\lambda\rangle\langle\xi_\varkappa\rangle). \qquad (3.13)$$

Заметим, что средние составляющих $\mathbf{p}$ (а также и ξ_λ) вычисляются с помощью плотности вероятности весьма специфического вида. Ее зависимость от угла рассеяния определяется выражением*

$$f(\boldsymbol{\omega}\mathbf{n})\,f(\mathbf{n}\boldsymbol{\alpha}), \qquad (3.14)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор с составляющими

$$\mathbf{n}=\left(\sin\tilde\theta\cos\tilde\varphi,\ \sin\tilde\theta\sin\tilde\varphi,\ \cos\tilde\theta\right). \qquad (3.15)$$

Если ввести систему координат, в которой векторы $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\omega}$ имеют составляющие

$$\boldsymbol{\alpha}=(0,0,1),\quad \boldsymbol{\omega}=(\sin\theta,0,\cos\theta), \qquad (3.16)$$

то векторы $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{\pi}$ в этой системе координат запишутся в виде

$$\boldsymbol{\sigma}=(z_1,0,z_2),\quad \boldsymbol{\pi}=(-z_2,0,z_1), \qquad (3.17)$$

где

$$z_1=\sin\theta/2,\quad z_2=\cos\theta/2, \qquad (3.18)$$

---

* Для простоты будем рассматривать случай действительной функции $f(\mathbf{n}\,\boldsymbol{\alpha})$.

а плотность углового распределения (3.14) равна

$$f\left(2z_1 z_2 \sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi}+\left(z_2^2-z_1^2\right)\cos\tilde{\theta}\right)f(\cos\tilde{\theta}). \qquad (3.19)$$

Плотности распределений отдельных импульсов (3.14) должны быть подобраны так, чтобы полный импульс промежуточного состояния был равен нулю. Однако рассуждения не потеряют общности, если мы, отказавшись от этого условия, будем рассматривать вместо средних $\langle\xi\rangle_\theta$, вычисленных с помощью плотности (3.14), средние $\langle\xi\rangle_\theta - \langle\xi\rangle_0$. Это позволит и далее рассматривать лишь отдельные частицы, а не всю совокупность частиц в n-частичном промежуточном состоянии.

Поскольку в системе координат (3.16)

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} = z_1 \sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} + z_2\cos\tilde{\theta}; \qquad (3.20)$$

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\pi} = -z_2 \sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} + z_1\cos\tilde{\theta}, \qquad (3.21)$$

а приведенная плотность углового распределения при малых углах рассеяния, когда $z_1 \ll 1$, а $z_2 \sim 1$, равна приблизительно

$$2f'(\cos\tilde{\theta})f(\cos\tilde{\theta})\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi}z_1, \qquad (3.22)$$

то в этом случае с точностью до первого порядка по z_1

$$\langle\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}\rangle = 0; \qquad (3.23)$$

$$\langle\mathbf{n}\boldsymbol{\pi}\rangle = Az_1, \qquad (3.24)$$

где

$$A = 2\int d\mathbf{n}\left(\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi}\right)^2 f'(\cos\tilde{\theta})f(\cos\tilde{\theta}). \qquad (3.25)$$

Как отмечалось в работе [6], дисперсии распределений импульсов промежуточных частиц слабо зависят от энергии и угла рассеяния, а средний импульс по модулю пропорционален $\sqrt{s}$, поэтому при малых углах рассеяния

$$\varphi(s, \theta) = -c(s)t, \qquad (3.26)$$

где t — передача импульса, а $c(s)$ — слабо меняющаяся функция энергии.

Однако такая зависимость $\varphi(s, \theta)$ от угла рассеяния скорее всего справедлива лишь для небольших углов рассеяния, поскольку значение величины $\langle\mathbf{n}\,\boldsymbol{\sigma}\rangle$ с ростом угла увеличивается. В этом легко убедиться, рассмотрев другой крайний случай — рассеяние на угол 90°, когда $z_1 = z_2 = 1/\sqrt{2}$. В этом случае плотность углового распределения (3.16) равна

$$f(\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi})f(\cos\tilde{\theta}), \qquad (3.27)$$

а

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma} = \sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} + \cos\tilde{\theta}; \qquad (3.28)$$

$$\mathbf{n}\boldsymbol{\pi} = -\sin\tilde{\theta}\cos\tilde{\varphi} + \cos\tilde{\theta}. \qquad (3.29)$$

Переходя при усреднении к декартовым координатам, находим, что

$$\langle \mathbf{n}\sigma \rangle \approx \int \frac{dx\,dy\,dz}{r}\,\delta(r^2-1)(x+z)\,f\left(\frac{x}{r}\right)f\left(\frac{z}{r}\right), \qquad (3.30)$$

а

$$\langle \mathbf{n}\pi \rangle \approx \int \frac{dx\,dy\,dz}{r}\,\delta(r^2-1)(x-z)\,f\left(\frac{x}{r}\right)f\left(\frac{z}{r}\right). \qquad (3.31)$$

Таким образом, при рассеянии на 90° основное значение имеет, по-видимому, величина продольной составляющей импульса.

О свойствах $\varphi(s,\ \theta)$ как функции угла рассеяния можно, следовательно, сказать следующее: при малых углах рассеяния $\varphi(s,\ \theta)$ можно отождествить с передачей импульса, $\varphi(s,\ \theta)$ в этой области мала, но быстро растет; при больших углах рассеяния $\varphi(s,\ \theta)$ велика, но почти наверное не сводится к функции только $\sin\theta/2$; поскольку в этом случае возрастает роль продольной составляющей импульса. Следует отметить следующее: переменная $z_2=\cos\theta/2$, которую мы связываем с продольной составляющей импульса, изменяется при $\theta<\pi/2$ медленнее переменной $z_1=\sin\theta/2$, связанной с передачей импульса t. Скорость их изменения сравнивается лишь при $\theta\simeq\frac{\pi}{2}$. Поэтому возможна такая область углов, где $\varphi(s,\ \theta)$ достаточно велика, но ее все же можно считать функцией только z_1. В области же больших углов скорость изменения $\varphi(s,\ \theta)$ может быть гораздо меньше, чем скорость изменения t. В то же время $\varphi(s,\ \theta)$ в этом случае будет увеличиваться с ростом энергии s и при фиксированном t.

Эти соображения о зависимости $\varphi(s,\ \theta)$ от энергии и угла рассеяния качественно подтверждаются экспериментальными данными по дифференциальным сечениям упругого рассеяния [8]. При небольших углах рассеяния ($-t\lesssim 0{,}5$ *Гэв*^{2}) сечение рассеяния ведет себя примерно как $\exp(at)$, причем a слабо зависит от энергии рассеяния s. Этой области можно сопоставить $\varphi(s,\ \theta)$ вида (3.26), причем $\varphi(s,\ \theta)$ еще столь мала, что перевальная точка подынтегрального выражения интеграла, аппроксимирующего ряд (2.1), уходит с контура интегрирования*. В области, примыкающей к дифракционному конусу, сечение расссеяния ведет себя как $\exp(-b\sqrt{-t})$, причем b имеет тенденцию возрастать с энергией. Так должно вести себя сечение, если $\varphi(s,\ \theta)$, хотя оно и велико, можно считать функцией только z_1, а зависимость $\varphi(s,\ \theta)$ от z_2 сказывается только в том, что $\varphi(s,\ \theta)$ начинает быстрее расти с энергией. Наконец, при больших углах рассеяния сечение сравнительно слабо зависит от угла рассеяния, зато происходит быстрое убывание сечения как функции s при фиксированной передаче импульса. Эта зависимость, по-видимому, близка к $\exp(-c\sqrt{s})$. Свойство сечения также вполне согласуется с предположением о том, что при больших углах рассеяния роль переменной z_2, по крайней мере, столь же велика, как роль z_1.

* Подробное обсуждение оценки ряда (2.1) см. в работе [6].

4. ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МНИМОЙ ЧАСТИ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ

Исходя из представления мнимой части амплитуды рассеяния в виде ряда (2.1) можно получить хорошо известное эйкональное представление. Для этого воспользуемся равенством

$$\frac{1}{n}\exp\left[-\frac{\varphi(s,\theta)}{2n}\right]=\int_0^\infty \xi\,d\xi J_0\left(\xi\sqrt{\varphi(s,\theta)}\right)\exp\left[-n\frac{\xi^2}{2}\right]. \quad (4.1)$$

Подставив это выражение в ряд (2.1) и сменив порядок суммирования и интегрирования, найдем, что

$$\operatorname{Im} T(s,\theta)=\int_0^\infty \xi\,d\xi J_0\left(\xi\sqrt{\varphi(s,\theta)}\right)\rho(\xi), \quad (4.2)$$

где

$$\rho(\xi)=\sum\frac{c(n)}{n}\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\exp\left[-n\frac{\xi^2}{2}\right]. \quad (4.3)$$

При малых углах рассеяния $\varphi(s,\theta)=-at$, поэтому (4.2) переходит в этом случае в обычное эйкональное представление амплитуды рассеяния

$$\operatorname{Im} T(s,t)=\int_0^\infty b\,dbJ_0\left(b\sqrt{-t}\right)\rho(b), \quad (4.4)$$

причем ξ в интеграле (4.2) отличается от обычного прицельного параметра b лишь на множитель, который может слабо зависеть от энергии. Назовем ξ прицельным параметром, хотя при больших углах рассеяния выражение (4.2) может значительно отличаться от интеграла (4.4).

Величина $\rho(\xi)$ имеет простой вероятностный смысл. Заметим, что интегрирование в (4.2) можно распространить от $-\infty$ до ∞ и рассматривать и отрицательные значения ξ. Предположим, что каждая из частиц в n-м промежуточном состоянии имеет некоторое распределение по прицельному параметру со средним значением ξ, и это распределение таково, что для суммы прицельных параметров справедлива центральная предельная теорема. Тогда

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\exp\left[-n\frac{\xi^2}{2}\right] \quad (4.5)$$

будет плотностью вероятности того, что полный прицельный параметр в n-частичном промежуточном состоянии равен нулю. Относительный же вес каждого n-частичного состояния определяется распределением $C(n)/n$.

Следуя работе [8], перейдем от представления (4.2) к двумерному представлению Фурье, заменив функцию Бесселя интегралом*

$$J_0\left(\xi\sqrt{\varphi(s,\theta)}\right)=\int_0^{2\pi} dv e^{i\xi\sqrt{\varphi(s,\theta)}\cos v} \tag{4.6}$$

и перейдя в интеграле (3.2) от полярных координат к декартовым. Тогда

$$\operatorname{Im} T(s,\theta)=\int d\xi e^{i\xi\varkappa(s,\theta)}\rho(\xi), \tag{4.7}$$

где

$$\xi=(\xi_x,\xi_y); \tag{4.8}$$

$$\varkappa(s,\theta)=\left(\varkappa_x(s,\theta),\quad \varkappa_y(s,\theta)\right),\quad \varkappa^2=\varphi(s,\theta). \tag{4.9}$$

Чтобы придать аналогичному соотношению, полученному из (4.4), наглядный физический смысл, авторы работы [8] предположили рассматривать рассеяние сильновзаимодействующих частиц как прохождение друг через друга двух шариков, каждый из которых при этом представляется другому диском. Поэтому амплитуда рассеяния записывается в виде фурье-образа некоторой двумерной структуры.

Легко видеть, что выражению (4.7) можно придать точно такой же смысл. При этом удается уточнить, что следует понимать под внутренней структурой сталкивающихся частиц. Для этого вспомним, что слагаемые ряда (2.1) получились в результате асимптотической оценки интеграла [6]

$$w_n(\omega,\alpha)=\frac{1}{2\pi}\int dv e^{-ivp_\alpha^0}\rho_n(\mathbf{p}_\alpha, v), \tag{4.10}$$

где

$$\rho_n(\mathbf{p}_\alpha, v)=\int d\mathbf{q} f_n^*(\mathbf{q},\omega) f_n(\mathbf{q},\alpha) e^{iv\sum_{l=1}^{n}\sqrt{\mathbf{q}_l^2+m^2}}\,\delta\left(\sum \mathbf{q}_l-\mathbf{p}_\alpha\right). \tag{4.11}$$

Множитель $\exp\left[iv\sum_{l=1}^{n}\sqrt{\mathbf{q}_l^2+m^2}\right]$ обеспечивает сохранение энергии и для дальнейшего не важен. Если угол рассеяния $\theta=0$, то под интегралом стоит квадрат модуля волновой функции системы n-частиц и $w_n(\omega,\alpha)$ можно толковать как вклад n-частичного состояния в мезонную шубу сталкивающихся частиц. Если угол рассеяния не равен нулю, то интеграл (4.11) следует скорее отождествлять с интегралом перекрытия волновых функций.

Векторы направлений начальных и конечных импульсов $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\omega}$ определяют двумерную структуру интеграла перекрытия. Вероятность перехода при этом, как и должно быть по квантовой механике, пропорциональна квадрату модуля интеграла перекрытия. Поэтому

* В работе [8] авторы написали представление (3.7) для амплитуды рассеяния, хотя потом предположили, что она чисто мнима.

если искать для выражения (4.7) более близкие, чем физика высоких энергий, аналогии, то скорее всего приходит σ- и π-связи квантовой химии. Наша σ-связь определяется величиной проекции $\xi_1 = (\mathbf{p}\boldsymbol{\sigma})$ [см. равенство (3.13)] и вызывает основной эффект — рассеяние вперед. Малая по сравнению с ней π-связь вызывает небольшой, но быстро растущий эффект — отклонение частицы от прямого пути. В этом случае амплитуда рассеяния хорошо описывается эйкональным представлением (3.4). Однако по мере роста влияния π-связи старый базис из $\boldsymbol{\sigma}$- и $\boldsymbol{\pi}$-векторов оказывается неподходящим для описания взаимодействия и квадратичная форма $\varphi(s, \theta)$ [см. выражение (3.14)] все более отходит от диагонального вида. Этот эффект, в частности, может привести к описанному выше выполаживанию дифференциального сечения при больших углах рассеяния.

Интеграл (4.7), вычисленный при $\varkappa = 0$, имеет смысл площади нашей двумерной структуры, а по оптической теореме этот же интеграл пропорционален полному сечению рассеяния. Таким образом, мы приходим к хорошо известной из полуклассических соображений формуле $\sigma_{tot} \sim r^2$, где r — характерный радиус мезонной шубы, или характерный радиус взаимодействия. В работе [8] интеграл (4.4) отождествлялся при малых t со сверткой двух формфакторов рассеивающихся частиц, после чего авторы [8] пришли к заключению, что при малых передачах импульса дифференциальное сечение рассеяния протонов на протонах

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim [F(\mathbf{q})]^4, \tag{4.12}$$

где $F(\mathbf{q})$ — форм-фактор протона. Этот вывод справедлив и в нашем случае, однако при больших передачах импульса соотношение (4.12), по-видимому, должно нарушаться, поскольку $\varkappa^2(s, \theta)$ из интеграла (4.7) может значительно отличаться от $-t$, и, измеряя дифференциальное сечение рассеяния протонов на протонах, мы получаем сведения от интеграла перекрытия, который при больших углах рассеяния может значительно отличаться от фурье-образа плотности распределения мезонной шубы.

Следует отметить разницу в толковании величины $\rho(\xi)$ в нашей работе и $\rho(b)$ в работе [8]. В работе [8] предполагалось, что

$$\rho(b) = 1 - s(b), \tag{4.13}$$

причем с форм-фактором протона связывали величину

$$-\ln s(b) = \int d\mathbf{b}' D_A(\mathbf{b} - \mathbf{b}') D_B(\mathbf{b}'), \tag{4.14}$$

где интеграл (4.14) — свертка двумерных фурье-образов плотности дисков, соответствующих частицам A и B. Это отождествление было сделано на основе оптической аналогии, поскольку известно, что поглощение света, проходящего через не полностью прозрачное тело, пропорционально $\exp(-g)$, где g — непрозрачность вещества.

В этом случае формула (4.4) приводит к разложению амплитуды рассеяния в знакопеременный ряд, причем удельный вес высших членов разложения увеличивается с ростом передачи импульса. Это приводит к обращению дифференциального сечения в нуль при некоторых достаточно больших передачах импульса. Правда, это верно только при асимптотически больших энергиях. В работе [9] было показано, что поправки, учитывающие конечность энергии рассеяния, частично заполняют провалы в дифференциальном сечении. Тем не менее наличие провала в дифференциальном сечении при достаточно больших передачах импульса является существенным свойством развиваемой в работе [8] теории. Явление провала, обусловленное интерференцией между одинарным и двойным рассеянием, хорошо известно в теории рассеяния быстрых частиц на ядрах [10], а разложение амплитуды рассеяния, данное в работе [8], делает рассеяние частиц высоких энергий похожим на рассеяние частиц на ядре.

Разложение амплитуды (4.7) не требует асимптотически больших энергий рассеяния. Кроме того, внутренняя структура рассеивающихся частиц, описываемая рядом (3.3), более сложна, чем простое многократное воспроизведение одной структуры, использованное в работе [8]. Поэтому фазовые соотношения между слагаемыми ряда (4.3) требуют специального изучения.

5. ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЙ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯНИЯ

Для изучения деталей хода дифференциального сечения в области, непосредственно примыкающей к дифракционному конусу, удобно перейти к квазипотенциальному уравнению для амплитуды рассеяния [3]. В работе [11] изучалось рассеяние релятивистских частиц на комплексном гауссовском квазипотенциале. В частности, было показано, что при умеренных передачах импульса амплитуды рассеяния имеют эйкональную структуру. В этом разделе мы получим этот результат иным способом, что позволит в случае чисто мнимой амплитуды рассеяния восстановить квазипотенциал по представлению для амплитуды рассеяния (4.2), полученному из других соображений.

В работе [12] показано, что квазипотенциальное уравнение для волновой функции, записанное в **x**-пространстве, имеет вид нелокального уравнения Шредингера

$$(\nabla^2 + k^2)\, u(\mathbf{x}) = \int F(\mathbf{x}, \mathbf{y})\, V(\mathbf{y}, k^2)\, u(\mathbf{y})\, d\mathbf{y}, \tag{5.1}$$

где

$$F(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{2m^2}{(2\pi)^2} \cdot \frac{K_1(m\,|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}{m\,|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}. \tag{5.2}$$

Уравнение для радиальных волновых функций, определяемых соотношением

$$u(\mathbf{x}) = \frac{1}{x} \sum_{l,m} c(l, m)\, u_l(x)\, Y_{lm}(\hat{x}), \tag{5.3}$$

можно записать в виде

$$u_l''(x) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{x^2}\right] u_l(x) = \int V_l(x, y)\, u_l(y)\, dy, \tag{5.4}$$

где

$$V_l(x, y) = \int_0^\infty d\xi\, \varphi(l, \xi)\, K_{i\xi}(mx)\, K_{i\xi}(my)\, V(y), \tag{5.5}$$

а функции $\varphi(l, \xi)$ определяются как коэффициенты разложения функции Гегенбауэра по сферическим гармоникам

$$\frac{2}{(2\pi)^2}\, \xi C^1_{-1+i\xi}\left(-\hat{x}\,\hat{y}\right) = \sum_{l,\, m} \varphi(l, \xi)\, Y_{lm}(\hat{x})\, Y^*_{lm}(\hat{y}). \tag{5.6}$$

Чтобы найти фазы рассеяния, воспользуемся методом фазовых функций, развитым в работе [13]. Определим функции

$$S_\lambda(x) = \left(\frac{\pi k x}{2}\right)^{1/2} J_{l+1/2}(kx), \quad C_\lambda(x) = -\left(\frac{\pi k x}{2}\right)^{1/2} Y_{l+1/2}(kx), \tag{5.7}$$

которые удовлетворяют уравнению

$$J'' + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{x^2}\right] y = 0, \tag{5.8}$$

а при асимптотически больших kx переходят в

$$S_\lambda \sim \sin\left(kx - \frac{\pi l}{2}\right), \quad C_\lambda \sim \cos\left(kx - \frac{\pi l}{2}\right). \tag{5.9}$$

Ввиду аналогии S_λ, C_λ с синусом и косинусом будем употреблять и такую запись [13]:

$$S_\lambda(x) = \hat{D}_\lambda(x) \sin \hat{\delta}_\lambda(x), \quad C_\lambda(x) = \hat{D}_\lambda(x) \cos \hat{\delta}_\lambda(x). \tag{5.10}$$

Решение уравнения (5.4) будем искать в виде

$$u_l(x) = \alpha_\lambda(x) \left[S_\lambda(x) \cos \delta_\lambda(x) + C_\lambda(x) \sin \delta_\lambda(x)\right], \tag{5.11}$$

при условии, что функции $\alpha_\lambda(x)$ и $\delta_\lambda(x)$ связаны соотношением

$$\alpha_\lambda(x) = \alpha_\lambda \exp\left[\int_0^\infty dy\, \delta_\lambda'(y) \operatorname{ctg}\left(\delta_\lambda(y) + \hat{\delta}_\lambda(y)\right)\right]. \tag{5.12}$$

Тогда уравнение (5.4) сводится к нелинейному интегро-дифференциальному уравнению для функции $\delta_\lambda(x)$:

$$\delta'_\lambda(x) = -\frac{1}{k}\hat{D}_\lambda(x)\sin\left(\hat{\delta}_\lambda(x)+\delta_\lambda(x)\right)\int\limits_0^\infty V_l(x, y)\times$$
$$\times\frac{\alpha_\lambda(y)}{\alpha_\lambda(x)}\hat{D}_\lambda(y)\sin\left(\hat{\delta}_\lambda(y)+\delta_\lambda(y)\right). \qquad (5.13)$$

Физический смысл функции $\delta_\lambda(x)$ ясен из записи волновой функции $u_l(x)$ в виде (5.11): предел $\delta_\lambda(x)$ при $x\to\infty$ равен фазе рассеяния. Пусть потенциал $V(\mathbf{x}, k^2)$ задается выражением

$$V(\mathbf{x}, k^2) = g(\mathbf{x}^2)\exp\left(-\varphi(\mathbf{x}^2)\right), \qquad (5.14)$$

где функции g и φ зависят от $\mathbf{x}^2$ (и, может быть, содержат как параметр энергию) и не имеют особенностей на луче $0\leqslant x<\infty$. Возьмем в качестве первого приближения функций $\alpha_\lambda(x)$ и $\delta_\lambda(x)$ следующие функции: $\alpha_\lambda(x) = \mathrm{const}$, а $\delta_\lambda(x)$ — решение уравнения

$$\delta'_\lambda(x) = -\frac{1}{k}S_\lambda(x)\int\limits_0^\infty V_l(x, y)\,S_\lambda(y)\,dy \qquad (5.15)$$

с начальным условием $\delta_\lambda(0) = 0$. Легко показать, что фаза в этом приближении будет величиной порядка $V(0)/p^2$, которую при условии невозрастания полного сечения рассеяния при достаточно больших энергиях можно считать малой величиной. Уравнение (5.13) теперь превращается в конструкцию, определяющую итерационную процедуру построения фазы рассеяния. Во втором приближении она будет содержать функцию

$$\alpha_\lambda(x) = \alpha_\lambda\exp\left\{-\frac{1}{k}\int\limits_x^\infty C_\lambda(y)\int\limits_0^\infty V_l(y, z)\,S_\lambda(t)\,dy\,dz\right\}. \qquad (5.16)$$

Пока значение x не слишком мало, экспонента (5.16) из-за осцилляционного характера функций S_λ и C_λ пропорциональна V/k^2 и отношение $\alpha_\lambda(x)/\alpha_\lambda(g)$ в интеграле при немалых x и y в уравнении (5.13) можно приравнять единице. Однако в интеграл (5.13) входят и значения $\alpha_\lambda(y)$ при малых y, а в этом случае сингулярность функции $C_\lambda(x)$ в нуле ставит под сомнение предыдущую оценку $\alpha_\lambda(x)$. Здесь следует учесть специфику потенциалов (5.14). Учет четности $\varphi(x)$ превращает (5.16) в перевальный интеграл, в котором главное значение имеет не близкие к нулю x, а некоторая область комплексных x, достаточно удаленных от нуля. Поэтому в случае гладких в смысле (5.14) потенциалов в качестве хорошего приближения при высоких энергиях можно взять выражение

$$\delta_\lambda = \frac{1}{k}\int_0^\infty S_\lambda(x)\, V_l(x, y)\, S_\lambda(y)\, dx\, dy. \tag{5.17}$$

Подставив в (5.17) выражение для потенциала $V_l(x, y)$ из (5.5) и использовав формулы для произведения K-функций [14], можно придать выражению (5.17) вид

$$\delta_\lambda = -\frac{1}{k}\int_0^\infty dx\, dy\, S_\lambda(x)\, S_\lambda(y)\, V(y)\int_0^\infty \frac{dt}{t}\times$$
$$\times \exp\left[-\frac{t}{2} - m^2\frac{(x-y)^2}{2t}\right]\int_C d\xi\, \widetilde{v}_l\left(\xi, \frac{xy}{t}\right), \tag{5.18}$$

где C — контур в плоскости ξ, параллельной мнимой оси, а $v_l\left(\xi, \frac{xy}{t}\right)$ — медленно меняющаяся функция переменных l и xy/t. Функции Бесселя в интеграле (5.18) определяют область характерных x и $y \sim \frac{1}{k}$, поэтому показатель экспоненты в интеграле по t фактически пропорционален $\frac{m^2}{k^2}(x-y)^2$. В нерелятивистском случае, когда $m^2/k^2 \gg 1$, интеграл (5.18) переходит в интеграл, определяющий фазу рассеяния на локальном потенциале. В этом случае осцилляции бесселевых функций не столь существенны и определяющим фактором в оценке интеграла становится гауссовская экспонента, вырождающаяся в δ-функции. Эти рассуждения показывают, что в случае рассеяния на потенциалах вида (5.14) интеграл для фазы рассеяния также упрощается. В этом случае потенциал $V(y)$ локализует существенные значения y в некоторой части комплексной плоскости, не приближающейся к нулю даже при больших энергиях. Гауссовская экспонента может быть относительно большой только в том случае, если и x попадают в ту же область, а это приводит к редукции интеграла (5.18) к одномерному интегралу, совпадающему с выражением для нерелятивистской фазы рассеяния.

Структуру амплитуды рассеяния с фазой, задаваемой выражением

$$\delta_\lambda = -\frac{1}{k}\int_0^\infty V(x)\, S_\lambda^2(x), \tag{5.19}$$

подробно изучали в работах [4]. Было показано, что при малых передачах импульса амплитуде рассеяния можно придать вид

$$f(k, \theta) = -ik\int_0^\infty b\, db J_0\left(b\sqrt{-t}\right)\left(e^{i\chi(b)} - 1\right), \tag{5.20}$$

где

$$i\chi(b) = -\frac{i}{\pi k} V\left(\sqrt{b^2+z^2}\right)dz. \qquad (5.21)$$

Сопоставление формул (5.20) и (5.21) с представлением амплитуды рассеяния (4.4), полученным в предыдущем разделе, позволяет найти эффективный квазипотенциал, исходя из выражения для мнимой части амплитуды рассеяния.

6. СООТНОШЕНИЕ УНИТАРНОСТИ И ЭФФЕКТИВНЫЙ КВАЗИПОТЕНЦИАЛ

Ограничимся лишь малыми по сравнению с энергией передачами импульса. В этом случае соотношение унитарности для амплитуды упругого рассеяния удобно записать в представлении прицельного параметра

$$\operatorname{Im} f(b) = \frac{1}{2}\,|f(b)|^2 + \rho(b), \qquad (6.1)$$

где $f(b)$ — спектральная плотность прицельного параметра, т. е.

$$F(s, t) = \int 2q^2 b\, db J_0\left(b\sqrt{-t}\right) f(b), \qquad (6.2)$$

q — импульс в системе центра инерции, $\rho(b)$ — спектральная плотность прицельного параметра вклада неупругих каналов во мнимую часть амплитуды рассеяния*.

Если считать амплитуду рассеяния чисто мнимой, то соотношение (6.1) можно рассматривать как уравнение, определяющее спектральную плотность прицельного параметра по заданному вкладу неупругих каналов [15]:

$$f(b) = i\left(1-\sqrt{1-2\rho(b)}\right). \qquad (6.3)$$

Теперь воспользуемся полученным в предыдущем разделе эйкональным представлением квазипотенциальной амплитуды рассеяния и эйкональным представлением вклада неупругих каналов из разд. 4 в рамках принятых нами гипотез о корреляции частиц в высших промежуточных соотношениях и относительных вероятностях рождения n-частиц в двухчастичных столкновениях.

Комбинируя соотношения (5.21) и (6.3), получаем интегральное уравнение для квазипотенциала

$$-i\ln\sqrt{1-2\rho(b)} = -\frac{2}{\pi q}\int_b^\infty \frac{V(r)\, r\, dr}{\sqrt{r^2-b^2}}, \qquad (6.4)$$

---

* При такой нормировке $\sigma_{\text{полн}} = \frac{2\pi}{q^2} \operatorname{Im} F(s,0)$.

в котором функция $\rho(b)$ после соответствующей нормировки задается выражением (4.3), из которого следует, что $\rho(b)$ — функция b^2. Уравнение (6.4) — хорошо известное уравнение Абеля, решение которого можно записать в виде*

$$V(r) = \mathrm{i}q \int_r^\infty \frac{\rho'(b)}{1-2\rho(b)} \cdot \frac{db}{\sqrt{b^2-r^2}} \cdot \qquad (6.5)$$

Задавая функцию $\rho(b)$ в виде

$$\rho(b) = \psi(b) \exp\left(-\varphi(b)\right), \qquad (6.6)$$

где $\varphi(b)$ и $\varphi(b)$ зависят от b^2, легко оценить зависимость квазипотенциала от переменной r. В частности, удобно разложить интеграл (6.5) в асимптотический ряд. Первый член разложения (6.5) дает

$$V(r) = \mathrm{i}g(r) \exp\left(-\varphi(r)\right), \qquad (6.7)$$

где

$$g(r) = q\sqrt{\frac{\pi}{2r\varphi'(r)}} \cdot \frac{\psi'(r)-\varphi'(r)\psi(r)^{**}}{1-2\rho(r)} \cdot \qquad (6.8)$$

Таким образом, предположение об эйкональной природе квазипотенциальной амплитуды рассеяния при малых передачах импульса вместе с гипотезой о статистическом характере амплитуды рассеяния приводит к выводу о возможности описания рассеяния при высоких энергиях и малых по сравнению с энергией передачах импульса с помощью гладкого квазипотенциала вида (5.14).

Этот результат имеет простой физический смысл. Уже отмечалось, что потенциалы вида (5.14), будучи потенциалами с непостоянным радиусом взаимодействия, характеризуются совсем другими величинами, чем масса кванта обмена, привычная по потенциалу Юкавы. Описывая рассеяние в терминах многочастичных промежуточных состояний, мы взяли в качестве первого приближения пучки некоррелирующих частиц. При таком приближении легко найти глобальную размерную характеристику каждого n-частичного состояния, не зависящую от числа частиц. Это — слабо зависящая от энергии дисперсия полного импульса промежуточного состояния. Имея размерность передачи импульса, эта величина естественно приводит к потенциалу, зависящему от квадрата расстояния. Таким образом, квазипотенциальный и вероятностный методы описания рассеяния естественно дополняют друг друга. Потенциальное описание рассеяния с заданным квазипотенциалом позволяет описать фазовые сдвиги отдельных итераций, существенные при переходе из дифракционной области передач импульса в орировскую. Вероятностное же описание можно рассматривать как обоснование введения гладких квазипотенциалов в теорию поля, а кроме того, оно, по-видимому, более перспективно при описании рассеяния с передачами импульса, сравнимыми с энергией.

* Более общие потенциалы рассматривали в работе [16].

** Легко убедиться, что $V(r)$ зависит от r^2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Логунов А. А., Нгуен Ван Хьеу, Хрусталев О. А. Проблемы теоретической физики. М., «Наука», 1969.
2. Alliluev S. P., Gerstein S. S., Logunov A. A. Phys. Lett., **18**, 195 (1965).
3. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. Nuovo cimento, **29**, 380 (1963).
4. Саврин В. И., Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 68-19-К, Серпухов, 1968. Khrustalev O. A., Savrin V. I., Tyurin N. E. Communications JINR E2-4479 (1969).
5. Byers N., Yang C. N. Phys. Rev., **142**, 976 (1966).
6. Логунов А. А., Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 69-20, Серпухов, 1969.
7. Логунов А. А., Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 69-21, Серпухов, 1969.
8. Chou T. T., Yang C. N. Phys. Rev., **170**, 1591 (1968).
9. Durand L., Lipes R. Phys. Rev. Lett., **20B**, 637 (1968).
10. Glauber R. Lectures in Theor. Phys., v. 1, New Vork, 1959.
11. Garsevanishvili V. R. et al. Phys. Lett., **29B** (1969).
12. Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 69-24, Серпухов, 1969.
13. Calogero F. Nuovo cimento, **28**, 66 (1963).
14. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. М., Изд-во иностр. лит., 1949.
15. Саврин В. И., Тюрин Н. Е., Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 69-23, Серпухов, 1969. «Ядерная физика» (в печати).
16. Саврин В. И., Тюрин Н. Е., Хрусталев О. А. Препринт ИФВЭ 69-65, Серпухов, 1969.