

КОЛЛЕКТИВНОЕ УСКОРЕНИЕ ИОНОВ

И. Н. Иванов, А. Б. Кузнецов, Э. А. Перельштейн,
В. А. Прейзендорф, К. А. Решетников, Н. Б. Рубин,
С. Б. Рубин, В. П. Саранцев

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

А Н Н О Т А Ц И Я

Описывается коллективный метод ускорения ионов. Рассматриваются вопросы образования электронного кольцевого сгустка, нагруженного ионами, его устойчивость и фокусировка и различные вопросы, связанные с его ускорением.

A B S T R A C T

The collective method acceleration of ions is described. The problem of electron ring creation with ions, stability, focussing and some questions of acceleration are discussed.

I. ВВЕДЕНИЕ

Быстрое развитие физики высоких энергий привело к ряду открытий принципиального значения. Однако наиболее фундаментальные закономерности мира элементарных частиц и строения материи могут быть, по-видимому, установлены только тогда, когда будут созданы ускорители, дающие частицы с энергией в сотни и тысячи миллиардов электронвольт.

Работы по созданию ускорителей на сотни миллиардов электронвольт, которые в стадии проектов ведутся сейчас в разных странах мира, показывают, что ускорители, рассчитанные на такие энергии, должны представлять собой гигантские сооружения. Вес электромагнитов, размеры, а отсюда и стоимость сооружения этих установок уже превышают разумные размеры и делаются сравнимыми с ресурсами целых государств. Причины, по которым возрастание энергии частиц приводит к столь быстрому увеличению габаритов и стоимости ускорителей, сводятся в основном к следующему.

В линейных ускорителях эффективная напряженность поля, действующего на частицы, сравнительно невелика, что при создании машины на энергии порядка десятков гигаэлектронвольт и выше приводит к колоссальной длине. В циклических ускорителях, дающих в настоящее время наибольшие энергии (синхрофазотроны с жесткой фокусировкой), достижение все больших и больших энергий возможно только путем увеличения радиуса траектории частиц, поскольку максимальная напряженность магнитного поля, используемая для удержания частиц на орбите, не превосходит в настоящее время 12—15 тыс. э. Соответственно возрастают габариты электромагнита, его вес, мощность питания и стоимость всей установки.

Поэтому очевидно, что создание ускорителей на сверхвысокие энергии (порядка 1000 Гэв) требует разработки принципиально новых методов ускорения, для того чтобы действующие на частицы (ускоряющие или удерживающие) эффективные поля были бы намного больше эффективных полей, используемых в современных автофазизирующих ускорителях.

В 1956 г. В. И. Векслер [1] указал на возможность осуществления новых механизмов ускорения, использующих коллективные взаимодействия. Основная идея этих методов состоит в том, что поле, ускоряющее частицу, создается не только внешними источниками, а возникает как результат взаимодействия группы ускоряемых частиц с другой группой зарядов, струей электронов, потоком плазмы или электромагнитной радиации.

Собственно когерентные методы ускорения (первоначально под этим названием объединялись все новые идеи В. И. Векслера) характеризуются тем, что при некоторых условиях напряженность поля, действующего на отдельную частицу, пропорциональна числу самих ускоряемых частиц.

В коллективных методах [2] ускоряющее поле создается другой группой (сгустком) зарядов. Напряженность поля пропорциональна числу зарядов в сгустке, при этом количество ускоряемых частиц может быть произвольным. Нетрудно показать, что значительный выигрыш в величине ускоряющего поля по сравнению с обычным линейным ускорителем возможен только при большом числе частиц (порядка $10^{13} - 10^{14}$) в ускоряемом сгустке.

В настоящее время технически возможно получить электронные сгустки с числом частиц 10^{14} . Такие сгустки могут быть применены для ускорения ионов с помощью коллективного метода. Суть метода состоит в том, что небольшое число ионов, захваченных электронным сгустком, ускоряется при некоторых условиях его собственным полем; в свою очередь, сам электронный сгусток может быть ускорен внешними полями умеренной напряженности:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_K * \frac{m_{\perp}}{M},$$

где m_{\perp} — эффективная масса электрона*; M — масса иона; \mathcal{E}_K — напряженность поля, действующего на ион со стороны электронов. В силу большого различия масс ионов и электронов конечная энергия ионов значительно (в M/m_{\perp} раз) превосходит энергию электронов. Физическим основам коллективного метода ускорения и посвящается настоящий обзор.

II. ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ИОННОГО СГУСТКА

1. Основные требования, предъявляемые к сгустку, и способ его создания. Одна из основных задач, возникающих при создании коллективного ускорителя, — это получение заряженного электронно-ионного сгустка. В этом сгустке число электронов должно существенно преобладать над числом ионов и плотность электронов должна быть максимально высокой. Во всяком случае необходимо, чтобы напряженности электрических полей, действующих на ионы, в этом сгустке были бы порядка $10^6 - 10^7$ в/см.

Тогда коллективный метод может оказаться весьма перспективным для получения частиц сверхвысоких энергий (сотни, тысячи гигаэлектронвольт), а также для создания компактных ускорителей многозарядных ионов с достаточными плотностями частиц и относительно высокими энергиями.

* Электрон может совершать поперечное финитное движение, тогда $m_{\perp} = \gamma v_{\perp} m_e$ — масса электрона с учетом этого движения.

Простейший анализ показывает, что для этих целей больше всего подходит кольцевой сгусток с вращающимися электронами. В таком сгустке силы кулоновского расталкивания между электронами ослаблены в γ_{\perp}^2 раз магнитным стягиванием (γ_{\perp} — отнесенная к mc^2 энергия поперечного движения электронов), что позволяет получать достаточно компактные сгустки с большим числом электронов. А чем компактнее электронный сгусток, тем больше напряженность кулоновского поля в нем и тем, следовательно, больше силы, действующие на ионы. Когда речь идет о формировании покоящегося сгустка, то эти силы удерживают ионы в сгустке. Если же сформированное кольцо движется поступательно в процессе ускорения (см. раздел III), то кулоновские силы определяют ускорения ионов. Сгусток в этом случае поляризуется: центр ионного образования находится несколько позади центра электронного сгустка и средняя ускоряющая ионы сила совпадает с кулоновской силой, действующей на «центральный» ион со стороны электронного сгустка.

В настоящее время кольцевой сгусток с требуемыми параметрами создается в растущем во времени магнитном поле [3]. Электроны инжектируются за один или несколько оборотов из высокоточного линейного индукционного ускорителя на орбиту большого радиуса в установку, названную «адгезатор». В этой установке создано мягкофокусирующее бочкообразное магнитное поле с помощью безжелезных катушек. В районе радиуса инжекции $n = -\frac{\partial B_z}{\partial r} \cdot \frac{r}{B_z} \approx 0,5$, в центре $n_z = 0$ (B_z — z -компонента магнитного поля).

Образовавшееся электронное кольцо сжимается в адиабатически растущем азимутально однородном магнитном поле. Это сжатие сопровождается азимутальным ускорением электронов и адиабатическим уменьшением сечения кольца. Вследствие этого напряженность собственного электрического поля повышается до требуемого значения. На завершающем этапе сжатия в кольцо инжектируются ионы. Конфигурация катушек, создающих поле, позволяет выводить кольцо по оси.

2. Уравнения движения частиц и адиабатическое изменение параметров пучка. Адгезатор представляет собой бетатрон, в котором условие постоянства радиуса равновесной орбиты (условие 2 : 1) не выполняется, и поэтому траектория электронов в процессе ускорения имеет вид сворачивающейся спирали. В отличие от обычного бетатрона, где ускоряемые токи невелики и собственными полями пучка можно пренебречь, в адгезаторе собственные поля электронного кольца сравнимы с внешними полями.

Рассмотрение движения частиц следует проводить в приближении самосогласованного поля. В работах [4, 5] изучались квазистационарные адиабатические модели пучка, отвечающие линейным собственным полям. Были подобраны модели, отвечающие двум возможным случаям:

а) пучок без энергетического разброса в линейном приближении, но с радиальными и аксиальными колебаниями («симметричный пучок»);

б) пучок с энергетическим разбросом, аксиальными колебаниями, но без радиальных бетатронных колебаний. Обе эти модели соответствуют пучку тороидального вида с резкой границей. Форма поперечного сечения пучка — эллипс.

На равновесный электрон, движущийся по оси кольца, кроме внешних сил действует постоянная сила, обусловленная взаимным влиянием собственных полей разных участков кольца (электростатическое расталкивание кольца по большому радиусу). Эта сила дает поправку к формуле, связывающей энергию равновесной частицы и магнитное поле B_s на ее орбите радиуса R :

$$B_s = - \frac{mc^2 \beta_\theta \gamma_\perp}{eR} (1 + \mu P). \quad (\text{II.1})$$

Здесь e — заряд электрона; β_θ — поперечная скорость электронов, отнесенная к скорости света c ; $\gamma_\perp = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_\theta^2}}$; $\mu = \frac{v}{\gamma_\perp}$, где $v =$

$= r^* \frac{N_e}{2\pi R} = \frac{r^*}{\beta_\theta c} \cdot \frac{I}{e}$; N_e — число электронов в кольце; $r^* = 2,8 \times 10^{-13}$ см — классический радиус электрона; I — ток пучка; $P = 2 \ln \left(\frac{16}{b+g} \right)$; b и g — полуоси эллиптического сечения тора, отнесенные к радиусу орбиты R (b — по оси z , g — по оси r).

При малых токах пучка ($\mu P \ll 1$) формула (II.1) переходит в обычную формулу для равновесной величины поля в бетатроне.

Интеграл момента дает следующую связь $B_s(R, t)$ и $R(t)$:

$$B_s(R, t) R^2 [1 - \delta(R)] = \text{const}, \quad (\text{II.2})$$

где $\delta(R) = \frac{1}{B_s R^2} \int_0^R n(\xi) B_z(\xi) d\xi$ — характеризует неоднородность магнитного поля в адгезаторе. В случае однородного поля $\delta(R) \equiv 0$.

Изменение энергии равновесного релятивистского электрона определяется формулой

$$\gamma_\perp R = \frac{\text{const}}{[1 - \delta(R)] (1 + \mu P)} \approx \gamma_{\perp 0} R_0 \frac{[1 - \delta(R_0)]}{[1 - \delta(R)]} \approx \text{const}. \quad (\text{II.3})$$

Здесь $\mu \approx \mu_0 \frac{[1 - \delta(R)]}{[1 - \delta(R_0)]} \approx \text{const}$; нулевой индекс относится к начальным значениям величин.

Как видно из формулы (II.3), уменьшение радиуса кольца сопровождается увеличением энергии электронов благодаря ускоряющему действию вихревого электрического поля.

Поведение неравновесных частиц описывается уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{\rho}) + \gamma_{\perp} \omega_s^2 v_r^2 \rho &= \frac{\omega_s \Delta \tilde{M}}{Rm}; \\ \frac{d}{dt} (\gamma_{\perp} \dot{z}) + \gamma_{\perp} \omega_s^2 v_z^2 z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.4})$$

Здесь $\omega_s = \frac{c\beta_{\theta}}{R}$; $\rho = r - R$; $\Delta \tilde{M} = \tilde{M} - \tilde{M}_s$; \tilde{M} — обобщенный момент. Индекс s относится к равновесной частице. Из уравнений (II.4) следует, что неравновесные частицы совершают бетатронные колебания вокруг положения равновесия с безразмерными частотами:

$$\left. \begin{aligned} v_r^2 &= (1 - n)(1 + \mu P) - \left[\frac{4\mu}{g(g+b)} \gamma_{\perp}^2 \beta_{\theta}^2 + \frac{\mu P}{2} \right]; \\ v_z^2 &= n(1 + \mu P) - \left[\frac{4\mu}{b(g+b)} \gamma_{\perp}^2 \beta_{\theta}^2 + \frac{\mu P}{2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5})$$

Первые члены выражений (II.5) — это обычные частоты бетатронных колебаний в слабифокусирующем магнитном поле, но с поправкой, вызванной расталкиванием кольца по большому радиусу. Члены в квадратных скобках характеризуют сдвиг частот вследствие собственного поля кольца.

При медленном изменении магнитного поля адиабатическими инвариантами уравнений (II.4) в случае «симметричного» пучка являются величины

$$J_{r,z} = \gamma_{\perp} R \beta_{\theta} \frac{a_{r,z}^2}{R^2} v_{r,z}. \quad (\text{II.6a})$$

В случае пучка с энергетическим разбросом вместо инварианта J_r имеем

$$\gamma_{\perp} R \beta_{\theta} \frac{a_r}{R} v_r^2 = \frac{\Delta \tilde{M}}{mc} = \text{const}, \quad (\text{II.6б})$$

где $a_{r,z}$ — амплитуда бетатронных колебаний.

Анализ адиабатических инвариантов позволяет найти сечение сгустка в конечном состоянии через его начальные параметры:

$$b/b_0 = \psi_b; \quad g/g_0 = \psi_g. \quad (\text{II.7})$$

Функции ψ_b и ψ_g , характеризующие изменение поперечного сечения кольца, близки к единице. Следует помнить, что b и g — величины относительные и, следовательно, малые размеры кольца изменяются приблизительно как R .

Реальный пучок сложнее, чем рассмотренные две «крайние» модели, и будет промежуточным между этими моделями. При одно-

оборотной инжекции начальное состояние больше соответствует модели «симметричного» пучка. При несколькооборотной инжекции полезно менять энергию инжекции от оборота к обороту, так как радиальные бетатронные колебания будут малыми, а радиальный размер, связанный с энергетическим разбросом, затухает сильнее. В этом случае пучок будет ближе ко второй модели.

3. Собственное поле электронного кольца. Сформированное электронное кольцо в дальнейшем ускоряется внешними полями в ускоряющей системе, а находящиеся внутри него ионы ускоряются собственным кулоновским полем кольца. Чем больше собственное поле кольца, тем выше эффективность ускорения ионов в коллективном ускорителе.

Если ион расположен на краю потенциальной ямы, то действующее на него ускоряющее поле

$$\mathcal{E}_k = \frac{2|e|N_e}{\pi R^2(b+g)}. \quad (\text{II.8})$$

Из формулы (II.8) видно, что чем больше ток кольца и чем больше степень его сжатия, тем больше поле, ускоряющее ионы. Если выразить все параметры кольца через начальные, задаваемые при инжекции, то получим [3]

$$\mathcal{E}_k \approx \sqrt{N_e} \approx \sqrt{I_0}. \quad (\text{II.9})$$

Зависимость \mathcal{E}_k от тока в степени 1/2 связана с тем, что хотя, согласно формуле (II.8), $\mathcal{E}_k \approx N_e$, но величины b_0 и g_0 , определяющие $b = b_0\psi_b$ и $g = g_0\psi_g$ в знаменателе этой формулы, пропорциональны $\sqrt{N_e}$. Расчеты, проведенные в работе [3], показывают, что при радиусе кольца $R = 5$ см и внешнем магнитном поле $B_s = 2 \cdot 10^4$ гс.

$$\mathcal{E}_k \approx 2,4 \sqrt{\frac{N_e}{10^{13}}} [Mв/см], \quad (\text{II.10})$$

что при $N_e = 10^{13}$ дает $\mathcal{E}_k = 2,4$ Мв/см, а при $N_e = 10^{14}$ $\mathcal{E}_k = 7,6$ Мв/см.

4. Влияние экранов. При рассмотрении движения электронов в кольце не учитывалось влияние изображения пучка в стенках камеры. Это влияние существенно в том случае, когда кольцо находится достаточно близко к стенке. Поэтому наибольшее действие оказывает стенка, ограничивающая пучок по радиусу. Влияние изображения пучка в этой стенке заметно на начальном этапе сворачивания. В дальнейшем кольцо удаляется от стенки, и действием сил изображения можно пренебречь.

Учет сил изображения несколько сдвигает начальные частоты бетатронных колебаний и влияет на адиабатическое изменение параметров кольца. Рассмотрение показывает, что стенка фокусирует кольцо в z -направлении (увеличивает частоту z -колебаний) и дефокусирует в r -направлении (уменьшает частоту r -колебаний). В адгезаторе эти изменения не существенны. Однако в ускоряющей

системе силы изображения используются для поддержания z -размера кольца (см. раздел IV). При этом некоторая дефокусировка по r не опасна, так как r -размер хорошо поддерживается внешним магнитным полем.

Действие изображения может также привести к неустойчивости кольца по большому радиусу, когда кольцо, случайно отклонившись от оси адгезатора, притянется к стенке. Чтобы этого не произошло, должно выполняться следующее соотношение:

$$n < 1 - \frac{\xi(1+\xi)}{2} \cdot \frac{1}{(1-\xi)^2} \mu, \quad (\text{II.11})$$

где $\xi = R/R_0$; R_0 — радиус стенки. При $\xi = 0,6 \div 0,8$; $n = 0,5$; $R = 40$ см и $\gamma_{\perp} = 7$ неравенство (II.11) выполняется, если $N_e < < 2 \cdot 10^{14}$.

5. Роль резонансов при сжатии кольца. В процессе сжатия кольца частоты бетатронных колебаний ν_r и ν_z изменяются и могут проходить через ряд резонансных значений.

Прохождение резонансов в сторону увеличения частоты не опасно. Увеличение поперечного сечения пучка под действием резонанса ослабляет пространственный заряд и, следовательно, частота увеличивается, что ускоряет прохождение резонанса. Расчеты показывают, что допуски на магнитное поле, требуемые для прохождения радиальных и смешанных резонансов, можно выдержать.

Возможно прохождение z -резонансов в сторону уменьшения частоты. Это удлиняет резонансное взаимодействие и может привести к затягиванию пучка в резонанс. Для избежания опасных прохождений резонансов нужно выбрать такой закон изменения $n(r)$, чтобы

$$0,1 \leq \nu_z < 0,25. \quad (\text{II.12})$$

Тогда мы минуем резонансы $\nu_z = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$.

6. Напуск ионов. В конце процесса сжатия начинает работать источник водорода. При столкновениях релятивистских электронов с молекулами водорода образуются в основном молекулярные ионы (это наиболее вероятный процесс, сечение ионизации $\sigma = 10^{-19}$ см²), которые при последующих столкновениях с электронами диссоциируют на атом водорода и протон. Столкновениями между ионами, приводящими к процессам ионизации и перезарядки, мы пренебрегаем. Как показывают оценки, это справедливо при $(N_i/N_e) \ll \ll 10^{-1}$ [6].

Напуск водорода в адгезатор производят вдоль оси z , чтобы обеспечить равномерное заполнение кольца нейтральными молекулами. При такой схеме напуска время заполнения объема кольца молекулами водорода определяется размером малого сечения кольца и составляет $t_v \approx 1 \div 0,1$ мксек. Это время много меньше $t_g \approx t_u$ — характерных времен диссоциации и ионизации. Для $N_e = 10^{13} - 10^{14}$ $t_u \approx (50 \div 5)$ мксек, поэтому временем заполнения кольца можно пренебречь и считать, что кольцо заполняется водородом мгновенно.

При временах, больших t_u , накопление протонов в кольце происходит по линейному закону. Если $N_i = 10^{-2} N_e$, то при давлении водорода $p = 10^{-6}$ мм рт. ст. время инжекции ионов $t = 50$ мксек. В случае большего давления водорода этот процесс можно ускорить.

Отметим одно обстоятельство. При наличии ионов частоты бетатронных колебаний будут несколько выше. Может оказаться, что соответствующий сдвиг радиальной частоты при инжекции ионов приведет к прохождению через резонанс $\nu_r = 1$. При этом, однако, надо учесть роль выводной металлической трубы (см. раздел IV), дающей дефокусирующий по радиусу эффект. Труба может не позволить частоте перейти через $\nu_r = 1$.

7. Другие возможные способы создания электронного кольца. Рассмотренный способ создания сгустков в нарастающем во времени магнитном поле не является единственным. Кажется заманчивым использовать для создания электронных колец адгезатор со статическим магнитным полем. Создать статическое магнитное поле проще и дешевле, чем переменное. Кроме того, в этом случае можно увеличить число ускоряющих циклов в единицу времени, которое будет определяться только возможностями инжектора.

Предложено несколько способов создания колец в статическом магнитном поле [7—9]. Простейший из них [7] заключается в следующем: электронный пучок инжектируется под определенным углом в слабое краевое поле соленоида. В нарастающем по оси соленоида магнитном поле начальный продольный импульс электронов P_z переходит в поперечный импульс P_θ , и в результате формируется сжатое электронное кольцо в области сильного поля в центре соленоида.

Однако при этом способе конечные поперечные размеры кольца очень сильно зависят от углового и энергетического разбросов инжектируемого пучка. Поэтому получить кольцо требуемых параметров таким способом невозможно, и дальше его обсуждать не будем.

Существует два других способа, с помощью которых (хотя бы в принципе) можно получить электронное кольцо требуемых параметров.

Первый способ [8] состоит в том, что электронное кольцо, образовавшееся после инжекции перпендикулярно оси магнитного поля, вначале ускоряется в спадающем по z магнитном поле. При этом создается такая конфигурация поля, что выполняется условие 2 : 1:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z}, \quad (\text{II.13})$$

где $\bar{B}_z = \frac{2}{r^2} \int_0^r \xi B_z d\xi$ — среднее поле в круге радиусом r . При выполнении условия (II.13) радиус кольца остается постоянным. Затем ускоренное кольцо замедляется до полной остановки в адиа-

батически растущем по z магнитном поле. Если при каждом z магнитное поле близко к однородному по радиусу, то $R \sim 1/B_z^{-1/2}$. В результате несимметричности этого процесса кольцо оказывается в более сильном магнитном поле и с меньшими, чем при инжекции, размерами.

Ввиду аксиальной симметрии системы должна сохраняться азимутальная компонента обобщенного момента, которую можно записать так:

$$\tilde{M} = -R^2 \left(B_z - \frac{\bar{B}_z}{2} \right). \quad (\text{II.14})$$

Для создания требуемого \bar{B}_z на участке ускорения с постоянным радиусом необходимы внутренние катушки. Чтобы не нарушать целостности кольца, \bar{B}_z должно меняться адиабатически, поэтому внутренние катушки нельзя резко обрывать. В конце адгезатора должно выполняться равенство $\bar{B}_z = B_z$, чтобы кольцо можно было вывести в ускоряющую секцию. (Выполнение условия $\bar{B}_z = B_z$ не обязательно, если в дальнейшем кольцо ускоряется в спадающем магнитном поле.) Тогда из формулы (II.14) и закона сохранения импульса имеем:

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_{z_0} &= 2B_{z_0} - B_{z_k} \frac{1}{s^2}; \\ \bar{B}_{z_k} &= s \cdot B_{z_0}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.15})$$

где $s = R_0/R_k$ — коэффициент компрессии адгезатора (индексы относятся к началу и концу адгезатора).

Поддержание малого r -размера кольца обеспечивается внешним магнитным полем. В z -направлении фокусировка внешним полем отсутствует, так как в спадающем поле нет выделенной частицы, вокруг которой совершаются бетатронные колебания. (В работе [8] ошибочно полагается, что и z -размер можно поддерживать внешним полем.) Поэтому z -размер нужно поддерживать другими способами. В принципе можно применить фокусировку с помощью металлической трубы (см. раздел IV), используя то обстоятельство, что силы изображения являются фокусирующими в z -направлении. Профиль трубы при этом должен повторять изменение радиуса кольца. Вопрос о фокусировке в этом случае требует специального рассмотрения. Инжекция ионов в таком адгезаторе происходит на конечном этапе сжатия, когда продольная скорость кольца мала.

Для вывода кольца достаточно сделать поле в конце адгезатора чуть меньшим предельного значения B_{z_k} , чтобы кольцо сохранило небольшую скорость в осевом направлении.

Второй способ [9] состоит в том, что с помощью внутреннего и внешнего соленоидов специальной формы создается такая конфигурация магнитного поля, что на некоторой кривой $r = r(z)$ $B_r \equiv 0$

[$r(z)$ монотонно убывает]. Тогда равновесные электроны, инжектированные в нарастающее по z поле на кривую $r(z)$, не будут испытывать ни ускорения, ни замедления.

Неравновесные электроны будут совершать колебания возле кривой $r(z)$, причем их частоты $\nu_{1,2}^2 = 1$ и 0 . Поскольку одна из частот равна нулю, кольцо будет расплываться. Чтобы избежать этого, на статическое магнитное поле накладывается бегущая по z магнитная яма, которая обеспечивает фокусировку кольца и его движение в область сильного поля. Эта бегущая магнитная яма создается с помощью спиральной замедляющей системы, в которую подается импульс тока. Поскольку частота $\nu^2 = 0$ соответствует положению нейтрального равновесия, для обеспечения фокусировки требуется небольшая величина бегущего поля.

Рассмотренные способы создания электронных колец в статическом магнитном поле имеют общий недостаток. Энергия электронов в статическом поле постоянна, а поскольку для компенсации кулоновского расталкивания в конечном состоянии нужна довольно значительная величина $\gamma_{\perp k}$, то необходимо инжектировать электроны с энергией $\gamma_{\perp k}$, что значительно усложняет и удорожает инжектор. Кроме того, здесь возникают значительные трудности, связанные с поддержанием малого z -размера кольца. Да и создание сложных конфигураций полей с помощью внутренних катушек и соленоидов является непростой задачей.

8. Вывод кольца из адгезатора. После завершения формирования электронно-ионного кольца его следует вывести по оси адгезатора для дальнейшего ускорения. Вывод кольца из адгезаторов, рассмотренных в п. 7, не представляет трудности, так как там при переходе в ускоряющую систему нет барьера магнитного поля. Поэтому наиболее интересно рассмотреть вывод кольца из адгезатора с нарастающим во времени магнитным полем.

Процесс сжатия электронного кольца происходит в потенциальной яме, образованной витками или катушками с током, симметрично расположенными относительно плоскости, в которой находится электронное кольцо. Токи в каждой паре витков одинаковы. Результирующее магнитное поле нарастает в обе стороны от оси симметрии системы.

Таким образом, чтобы вывести кольцо из адгезатора, необходимо преодолеть барьер, созданный нарастающим магнитным полем. При этом требуется сохранить размеры кольца, полученные в результате сжатия, и удерживать ионы.

Предложено несколько способов вывода кольца из компрессионной камеры [2, 10—12]. Их можно разделить на две группы. К первой группе можно отнести способы вывода смещением потенциальной ямы вместе с кольцом за пределы камеры [10]. Ко второй группе относятся способы вывода посредством снятия магнитного барьера внутри камеры и создания уменьшающегося вдоль оси магнитного поля [2, 11, 12]. В работе [10] смещение потенциальной ямы дости-

гается применением дополнительных катушек, которые включаются после завершения процесса сжатия. Магнитное поле этих катушек меняет первоначальное распределение поля в камере так, что минимум B_z поля, где находится кольцо, медленно смещается в продольном направлении в нужную сторону. Этот способ удобен тем, что не нарушает условий фокусировки кольца ($n \approx \text{const}$) и обеспечивает нужные градиенты поля для удержания ионов. Однако магнитный барьер при этом не снимается, а лишь отодвигается за пределы камеры. Кроме того, продольная скорость электронно-ионного кольца здесь равна скорости движения потенциальной ямы и получается очень маленькой ($\beta_z \approx 10^{-5} - 10^{-4}$. Здесь β_z — отнесенная к c продольная скорость кольца). Поэтому более приемлемыми оказываются способы второй группы, где предполагается нарушить симметрию распределения магнитного поля в камере так, чтобы на кольцо действовала выталкивающая сила в нужном направлении.

Рассмотрим общие требования, которым должна удовлетворять любая система вывода, деформирующая магнитный барьер.

Уравнение движения по оси z для постоянного неоднородного поля будет*:

$$\frac{d}{dt} m \gamma \dot{z}_s = -\mu \frac{dB_z}{dz}. \quad (\text{II.16})$$

Индекс s означает центральную (равновесную) частицу сгустка, на которую не действуют кулоновские силы. Величина μ — магнитный момент частиц, являющийся адиабатическим инвариантом:

$$\mu = \frac{m \gamma \beta_{\theta_0}^2 c^2}{2B_{z_0}} = \text{inv.}$$

Так как $\gamma = \text{const}$, то формулу (II.16) запишем

$$\ddot{z}_s = - \frac{\beta_{\theta_0}^2 c^2}{2B_{z_0}} \cdot \frac{dB_z}{dz}. \quad (\text{II.17})$$

При начальных условиях $t=0$; $z=0$; $\dot{z}=0$; $B_z=B_{z_0}$ первый интеграл уравнения (II.17) будет

$$\beta_z = \beta_{\theta_0} \sqrt{1 - \frac{B_z}{B_{z_0}}}. \quad (\text{II.18})$$

Отсюда видно, что для вывода кольца из адгезатора надо создать уменьшающееся по z магнитное поле.

Оценим допустимые градиенты поля. Для предотвращения отрыва ионов от электронного кольца необходимо добиться, чтобы ускорения электронов не превышали ускорений, испытываемых

* Подробнее см. раздел III, п. 2

ионами. Для иона, расположенного на краю электронного кольца, согласно (II.8) можно написать следующее уравнение движения:

$$\ddot{z}_i = \frac{2e^2 N_e}{\pi R^2 (b + g) M \gamma_z^3}, \quad (\text{II.19})$$

где $\gamma_z^2 = \frac{1}{1 - \beta_z^2}$. Приравнивая левые части соотношений (II.17) и (II.19), получаем величину предельного градиента магнитного поля:

$$\left| \frac{dB_z}{dz} \right|_{\text{пр}} = \frac{4e^2 N_e B_{z0}}{\pi R^2 (g + |b|) M \gamma_z^3 \beta_{\theta_0}^2 c^2}. \quad (\text{II.20})$$

Градиент уменьшающегося по z магнитного поля, созданного для вывода кольца, не должен превышать предельно допустимую величину (II.20).

Фокусировка электронного кольца при сжатии осуществляется мягко фокусирующим бочкообразным магнитным полем с определенной величиной n . Для отклонения частицы от равновесной имеем линеаризованные уравнения колебаний (II.4). Условия фокусировки: $\nu_r^2, \nu_z^2 > 0$.

Когда начинает нарушаться симметрия распределения поля в адгезаторе и адиабатически создаваться спадающее по z поле, величина n уменьшается и может перейти через нуль. Поэтому с некоторого момента времени условия фокусировки не будут выполняться и фокусировка теперь должна быть осуществлена внешними средствами (например, силами изображения в металлической трубе).

Все способы вывода кольца созданием спадающего магнитного поля объединяются указанными общими требованиями на величину градиентов поля и условия фокусировки.

В работах [2, 11] для снятия магнитного барьера и вывода кольца из адгезатора предлагается поставить вблизи максимума основного поля два разомкнутых витка, которые могут быть накоротко замкнуты в определенный момент времени. Этот момент выбирается еще в период роста поля в основных витках. Индукционное поле, направленное против поля основных витков, снимает часть магнитного барьера, а так как ток в основных витках продолжает нарастать, то в определенный момент времени создается необходимое для вывода кольца распределение магнитного поля (спадающее вдоль оси z). Этот момент времени должен быть моментом окончания роста тока в основных витках.

Для выравнивания распределения поля на пути движения кольца должны быть поставлены дополнительные катушки, число которых и токи в них определяются допустимыми градиентами поля.

Изменение распределения магнитного поля в адгезаторе сводится к постепенному уменьшению глубины потенциальной ямы с ее одновременным сдвигом, а в дальнейшем — к созданию спадающего

магнитного поля. Пока глубина потенциальной ямы сохраняется достаточно большой, она осуществляет фокусировку кольца, а с ее уменьшением надо использовать другие средства фокусировки или рассчитывать на самофокусирующееся кольцо.

В работе [12] для устранения магнитного барьера предлагается после окончания процесса сжатия уменьшать ток в одной из основных катушек. В то же время в симметричной ей катушке он остается постоянным или может быть увеличен. Симметрия распределения поля нарушается, поле деформируется и в конце концов создается спадающее в направлении вывода кольца магнитное поле. Этот способ предполагает возможность получения импульсных токов, больших, чем требуется для компрессии при заданных конечных размерах кольца.

Требования на величину градиентов выдерживаются с помощью соленоида. Проблема фокусировки остается той же самой, что и в предыдущем способе.

Таким образом, в результате того или иного способа деформации формы магнитного поля электронно-ионное кольцо попадает в область спадающего магнитного поля, где азимутальная скорость электронов переходит в продольную и ионы в кольце ускоряются. Значение продольной скорости на выходе из адгезатора может быть $\beta_z \approx (0,1-0,2)$.

III. УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ИОННОГО СГУСТКА

1. **Предварительные замечания.** Задача ускорения электронного кольца, нагруженного ионами, имеет ряд особенностей. Кольцо является компактным образованием с большим зарядом, и собственный ток, создаваемый этим зарядом (порядка десятков килоампер), сильно нагружает ускоряющую систему.

Существование вращательного движения электронов приводит к значительному эффективному «утяжелению» кольца. Поэтому его ускорение до релятивистских скоростей происходит значительно медленнее, чем ускорение простого сгустка электронов с таким же зарядом. При ускорении кольцо поляризуется, и ионы ускоряются собственными кулоновскими силами. Эти силы определяются параметрами кольца и ограничены. Следовательно, должны быть ограничены и силы, ускоряющие кольцо.

Эти соображения, а также технические возможности и требования к экономичности ускорителя определяют выбор структуры ускоряющей системы.

Принцип построения этой структуры, очевидно, может быть таким же, как и для обычного линейного ускорения заряженных частиц, но, кроме того, специфика задачи — ускорение сгустка в виде кольца электронов — допускает и другое решение, например использование спадающего магнитного поля и комбинация такого поля с системой резонаторов.

Рассмотрим далее последовательно соображения относительно определения допустимых ускоряющих полей, использования для ускорения спадающего магнитного поля в комбинации с системой резонаторов, которая, как будет показано, дает большие преимущества перед обычным способом ускорения, и, наконец, обсудим важный вопрос энергообеспечения системы.

2. Силы взаимодействия между электронной и ионной компонентами кольца и допустимые ускоряющие поля. Силы, действующие на ионы со стороны ускоряемого электронного кольца, определяются из следующих соображений. Если продольные размеры электронно-ионного кольца под действием каких-то внешних сил сохраняются постоянными в сопутствующей системе координат, то при ускорении кольца в постоянном продольном электрическом поле \mathcal{E} возможно устойчивое ускорение ионов постоянной силой [2]. При этом законы продольного движения центрального электрона и центрального иона имеют следующий вид:

$$m_{\perp} \gamma_{\parallel}^3 \ddot{z} = e \left(\mathcal{E} - \frac{N_i}{N_e} \mathcal{E}_{\kappa} \right); \quad (III.1)$$

$$M \gamma_{\parallel}^3 \ddot{z} = e (\mathcal{E}_{\kappa} - \mathcal{E}), \quad (III.2)$$

где

$$\mathcal{E}_{\kappa} = \frac{2eN_e}{\pi r_0^2 (b_c + g)} \Delta; \quad (III.3)$$

$m_{\perp} = m\gamma_{\perp}$ — «утяжеленная» масса электрона; $\gamma_{\parallel} = (1 - \beta_z^2)^{-1/2}$; $\gamma_{\perp} = (1 - \gamma_{\parallel}^2 \beta_z^2)^{-1/2}$; β_z — продольная скорость электрона (вдоль оси z), отнесенная к скорости света; r_0 — радиус кольца; b_c — продольный полуразмер сечения кольца в сопутствующей системе координат, отнесенный к r_0 ; Δ — расстояние между центральными частицами, отнесенное к b_c ($\Delta \ll 1$), характеризующее степень поляризации.

Из уравнений (III.1) и (III.2) видно, что в этом случае ускорение кольца в сопутствующей системе постоянно.

Из условия совпадения законов движения центральных электрона и иона определяется допустимое ускоряющее электрическое поле

$$\mathcal{E}_g = \mathcal{E}_{\kappa} \frac{m_{\perp}}{M} \cdot \frac{1 + \frac{M}{m_{\perp}} \cdot \frac{N_i}{N_e}}{1 + \frac{m_{\perp}}{M}}, \quad (III.4)$$

При этом сила, ускоряющая центральный электрон, равна

$$e \mathcal{E}_{\kappa} \frac{m_{\perp}}{M} \cdot \frac{1 - \frac{N_i}{N_e}}{1 + \frac{m_{\perp}}{M}},$$

а сила, ускоряющая центральный ион, в M/m_{\perp} раз больше. Отсюда видно, что заметная нагрузка электронного кольца ионами (но все же при $N_i/N_e \ll 1$) несущественно влияет на эффективность такого метода ускорения.

При параметрах, указанных в п. 3 раздела II, \mathcal{E}_g , если $\Delta = 0,5$, изменяется в пределах от 25 кВ/см ($N_e = 10^{13}$) до 80 кВ/см ($N_e = 10^{14}$).

3. Ускорение кольца в спадающем магнитном поле. Рассмотрим теперь ускорение кольца в спадающем продольном аксиально симметричном магнитном поле [2]. В этом случае энергия, накопленная во вращательном движении кольца, переходит в поступательное движение. Уравнения движения электрона в таком поле имеют вид:

$$\ddot{r} = r\dot{\theta} \left(\dot{\theta} + \frac{eB_z}{m\gamma c} \right); \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{d}{dt} \left(m\gamma r^2 \dot{\theta} + \frac{e}{c} \int_0^r B_z \xi d\xi \right) = 0; \quad (\text{III.6})$$

$$\ddot{z} = - \frac{eB_z}{m\gamma c} r \dot{\theta} \frac{B_r}{B_z}. \quad (\text{III.7})$$

При выполнении следующих условий:

$$\left| \gamma_{\parallel} \frac{r}{B_z} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \right| = \varepsilon \ll 1; \quad \left| \gamma_{\parallel}^2 \frac{r^2}{B_z} \cdot \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} \right| \ll \varepsilon^2, \quad (\text{III.8})$$

что соответствует дрейфовому приближению, уравнения движения допускают в линейном приближении по ε решения вида:

$$\dot{\theta} = - \frac{eB_z}{m\gamma c}; \quad (\text{III.9})$$

$$r = r_0 \sqrt{\frac{B_{z_0} - \bar{B}_{z_0}/2}{B_z - \bar{B}_z/2}}; \quad (\text{III.10})$$

$$\ddot{z} = r^2 \dot{\theta}^2 \frac{1}{2B_z} \cdot \frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z}. \quad (\text{III.11})$$

В случае поля, близкого к однородному, имеем

$$r = r_0 \sqrt{\frac{\bar{B}_{z_0}}{B_z}}; \quad P_{\theta} = P_{\theta_0} \sqrt{\frac{B_z}{B_{z_0}}} \quad (P_{\theta} = m\gamma r \dot{\theta}). \quad (\text{III.12})$$

При выполнении бетатронного условия

$$B_z = \frac{\bar{B}_z}{2} + \text{const}; \quad (\text{III.13})$$

$$r = r_0; \quad P_{\theta} = P_{\theta_0} \frac{B_z}{B_{z_0}}. \quad (\text{III.14})$$

Если теперь учесть, что продольное движение кольца должно удовлетворять условию постоянства ускорения в сопутствующей системе координат, то нетрудно получить следующие выражения для закона изменения продольного магнитного поля, справедливые при

$$\frac{N_i}{N_e} \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{N_i \beta_{\theta_i}}{N_e \beta_{\theta_e}} \ll 1.$$

В случае почти однородного поля

$$\begin{aligned} B_z &= B_{z_0} \frac{1}{\gamma^2 \beta_{\theta_0}^2} \left\{ \frac{\gamma_{\perp 0}^2}{\left[1 + \frac{e\mathcal{E}_0(z-z_0)}{mc^2\gamma} \right]^2} - 1 \right\} \approx \\ &\approx B_{z_0} \left[1 - \frac{2}{\gamma_{\parallel 0}^2 \beta_{\theta_0}^2} \cdot \frac{e\mathcal{E}_0(z-z_0)}{mc^2\gamma} \right], \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

последнее при $\frac{e\mathcal{E}_0(z-z_0)}{mc^2\gamma} \ll 1$.

При условии 2:1 имеем

$$\begin{aligned} B_z &= B_{z_0} \sqrt{\frac{1}{\gamma^2 \beta_{\theta_0}^2} \left\{ \frac{\gamma_{\perp 0}^2}{\left[1 + \frac{e\mathcal{E}_0(z-z_0)}{mc^2\gamma} \right]^2} - 1 \right\}} \approx \\ &\approx B_{z_0} \left[1 - \frac{1}{\gamma_{\parallel 0}^2 \beta_{\theta_0}^2} \cdot \frac{e\mathcal{E}_0(z-z_0)}{mc^2\gamma} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Здесь параметр \mathcal{E}_0 выбирается из условия удержания ионов и равен \mathcal{E}_g , определяемому из соотношения (III.4) при $\gamma_{\perp} = \gamma_{\perp 0}$, т. е. начальному значению. Формулы (III.15) и (III.16) применимы лишь в области, где поле меняется не очень сильно (не более чем в 2—3 раза). Движение равновесных частиц в таких полях идет по спирали. Угол спирали

$$\alpha = \arctg \frac{\beta_{\theta}}{\beta_z} \approx \frac{1}{\gamma_{\parallel}} \quad \text{при} \quad 1 \ll \gamma_{\parallel} \ll \gamma. \quad (\text{III.17})$$

То, что при достаточно больших γ_{\parallel} угол спирали мал, по-видимому, можно использовать для крепления центрального соленоида, обеспечивающего выполнение условия 2:1.

Движение отклоненных частиц относительно равновесной орбиты приближенно описывается обычным уравнением

$$\ddot{\rho} + \dot{\theta}^2 \rho = 0, \quad (\text{III.18})$$

откуда видно, что амплитуда свободных радиальных колебаний изменяется по закону

$$a_r = a_{r_0} \sqrt{\frac{B_{z_0}}{B_z}}. \quad (\text{III.19})$$

Очевидно, если предварительно ускоренное кольцо попадает в нарастающее магнитное поле, то оно начнет тормозиться, а энергия из поступательного движения будет переходить во вращательное.

4. Комбинированная ускоряющая система. Рассмотрим теперь систему, использующую описанные выше свойства спадающего и нарастающего продольного магнитного поля, в сочетании с системой ускоряющих соответствующим образом сфазированных резонаторов [2, 13]. Эта система имеет следующую структуру. В области между резонаторами продольное поле спадает по линейному закону и кольцо в нем ускоряется за счет энергии вращательного движения. Внутри резонатора создается нарастающее продольное магнитное поле такой конфигурации, что энергия, сообщаемая кольцу в резонаторе, в основном переводится во вращательное движение, и только часть ее, соответствующая допустимому ускорению, идет в поступательное движение. Причем продольное магнитное поле на выходе резонаторов одинаково и, следовательно, одинаков азимутальный импульс. В резонаторах параметр адиабатичности

$$\varepsilon_p = \left| \gamma_{\parallel} \frac{r}{B_z} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} \right| \approx \left| \frac{\mathcal{E}_A}{B_z} \right| \ll 1, \quad (\text{III.20})$$

где \mathcal{E}_A — амплитуда поля в резонаторе.

В этой системе продольное магнитное поле должно удовлетворять условию

$$\mathcal{E}_g = -\frac{1}{2} r_0 \beta_{0z} \gamma_{\parallel} \frac{\partial B_z}{\partial z} + \mathcal{E}_A f \cos \Omega_r t, \quad (\text{III.21})$$

где f — функция, отображающая конфигурацию z -й компоненты электрического поля в резонаторе; Ω_r — частота поля в резонаторе. Отсюда следует, что

$$r_0 [B_z(z) - B_z(z_0)] = \frac{2}{\gamma_{\parallel}} \left[-\mathcal{E}_g z - \mathcal{E}_A \int_{z_0}^z f \cos \Omega_r t d\xi \right] \quad (\text{III.22})$$

при

$$B_z(z_2) = B_z(z_0). \quad (\text{III.23})$$

Здесь z_0 соответствует началу промежутка, а z_2 — началу следующего промежутка, т. е. выходу из резонатора.

В линейном приближении продольное движение в такой системе будет описываться уравнением (III.1) с $\mathcal{E} = \mathcal{E}_g$, определяемым из уравнения (III.21), а радиальное движение — уравнением

$$\rho'' + \frac{1}{\gamma_{\parallel}^2 \beta_z^2} \rho = \frac{1}{\gamma_{\parallel}^2 \beta_z^2} \left[\frac{1}{\gamma_{\parallel}} \left(\varepsilon_0 z - \varepsilon_p \int_{z_0}^z f \cos \Omega_r t d\xi \right) + \right. \\ \left. + \frac{\gamma_{\parallel} r_0}{2} \varepsilon_p \left(\beta_z \kappa \bar{f} \sin \Omega_r t - r_0 \frac{\partial \bar{f}}{\partial t} \cos \Omega_r t \right) \right], \quad (\text{III.24})$$

где $\kappa = \frac{2\pi r_0}{\lambda}$; λ — длина волны ускоряющего поля; $\bar{f} = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} f r dr$;

$\varepsilon_0 = \frac{\mathcal{E}_g}{B_{z_0}}$; $\varepsilon_p = \frac{\mathcal{E}_A}{B_{z_0}}$; штрих означает дифференцирование по θ .

Решение этого уравнения можно представить в виде суммы частного решения уравнения с правой частью, удовлетворяющей условию

$$[\rho(z_0) = \rho(z_2) \text{ и } \rho'(z_0) = \rho'(z_2)], \quad (\text{III.25})$$

которое описывает орбиту, и общего решения однородного уравнения, описывающего свободные колебания около этой орбиты.

Условия адиабатичности движения не выполняются только в области входа и выхода резонатора.

Представим f в следующем виде: $f = \sigma(z - z_1) + \sigma(z_2 - z) - 1$, и, следовательно, $\frac{\partial f}{\partial z} = \delta(z - z_1) - \delta(z - z_2)$, где z_1 соответствует входу в резонатор. Тогда нетрудно получить решение, описывающее орбиту. Оно имеет довольно громоздкий вид, но основные его зависимости можно записать в виде

$$\rho_1 = \frac{r_0}{\gamma_{\parallel}} \varepsilon_p \frac{\frac{z_n}{2r_0 \gamma_{\parallel} \beta_z}}{\sin \frac{z_n}{2r_0 \gamma_{\parallel} \beta_z}} F, \quad (\text{III.26})$$

где $F \sim 1$ — функция, зависящая от z и параметров ускоряющей системы; $z_n = z_2 - z_0$ — величина периода системы. Из этого решения видно, что ускоряющая структура должна удовлетворять требованию $\sin \frac{z_n}{2r_0 \gamma_{\parallel} \beta_z} \neq 0$, т. е. чтобы на периоде структуры укладывалось не целое число свободных колебаний. При

$$\frac{z_n}{2r_0 \gamma_{\parallel} \beta_z} \ll 1; \quad \kappa \frac{z_n}{z_p} \operatorname{tg} \varphi \ll 1; \quad \kappa^2 \frac{z_n}{z_p} \ll 1, \quad (\text{III.27})$$

где $z_p = z_2 - z_1$ — величина зазора в резонаторе; φ — фаза поля в резонаторе в момент пролета его центра кольцом, орбита оказывается пропорциональной квадратной скобке в правой части выражения (III.24) с коэффициентом 0,5. Амплитуда колебаний орбиты затухает как $1/\gamma_{\parallel}$, а амплитуда свободных колебаний около этой орбиты будет расти как $\sqrt{\gamma_{\parallel}}$.

Период колебания ионов в собственной системе, определяемый параметрами кольца, $T_c = 6 \cdot 10^{-10}$ сек при $N_e = 10^{14}$. В лабораторной системе $T = T_c \gamma_{\parallel}$. В начальной части ускоряющей системы T порядка времени пролета кольцом резонатора, и, следовательно, здесь условие (III.21) нужно выдерживать с хорошей точностью.

При $\gamma_{\parallel} \sim 5-10$ T имеет порядок времени пролета периода системы, и здесь требования уже нужно предъявлять только к интегральному условию (III.22) — (III.23). При $\gamma_{\parallel} \geq 50-100$ T много больше времени пролета периода системы. В этом случае, очевидно, не требуется модуляция ведущего поля, а дискретное ускорение полем \mathcal{E}_A эквивалентно непрерывному ускорению средним полем \mathcal{E}_d . Шумовая раскачка колебаний за счет дискретности, по-видимому, мала.

Система с модулированным полем позволяет существенно сократить начальную часть ускорителя (при $\gamma_{\parallel} \leq 100$), причем возможность в этом случае создавать в резонаторах большее поле улучшает энергообеспечение пучка и облегчает настройку.

На конечном участке ускорителя можно использовать ускорение в спадающем магнитном поле с постоянным или растущим r_0 (см. п. 2 данного раздела).

5. Вопросы энергообеспечения при ускорении сгустка и излучение в ускоряющей структуре. Сделаем несколько замечаний об общем вопросе набора энергии релятивистским сгустком с большим зарядом. То, что собственный ток сильно нагружает ускоряющую систему, на электродинамическом языке означает, что энергия, которую необходимо сообщить кольцу на единице пути, составляет заметную долю энергии стороннего поля, запасенной в области, откуда она может быть получена кольцом. Кроме того, энергия, излучаемая кольцом при прохождении ускоряющей структуры, может оказаться сравнимой с энергией, приобретаемой кольцом.

Приведем сначала оценку мощности потерь J за счет собственного излучения электронного сгустка при ускорении по отношению к приобретенной в единицу времени энергии dE/dt . Это отношение [14] пропорционально квадрату отношения заряда к массе и пропорционально изменению энергии на единице пути (здесь сгусток рассматривается как единый заряд с общей массой):

$$\frac{J}{dE/dt} = \frac{2}{3} \left(\frac{e}{m\gamma_{\perp}} \right)^2 \frac{eN_e \mathcal{E}_g}{c^4}. \quad \text{[(III.28)]}$$

Даже при $N_e = 10^{14}$, $\mathcal{E}_d = 100$ кВ/см и $\gamma_{\perp} = 50$ величина (III.28) оказывается порядка 10^{-3} , т. е. собственное излучение при ускорении не является определяющим для рассматриваемой проблемы.

Для получения полей, способных ускорять сгусток до ультрарелятивистских скоростей, принципиально необходимо ввести в ускорительный тракт пространственные неоднородности*. Следовательно, набирая энергию в ускорительном тракте, релятивистский сгусток с большим зарядом часть своей энергии теряет на когерентное излучение сторонних зарядов, возбуждаемое его электрическим

* В частности, волновод с диэлектрическим внутренним покрытием, используемый для замедления ускоряющей волны, также является пространственно-неоднородной системой.

полем при пролете мимо этих пространственных неоднородностей т. е. на переходное и черенковское излучения.

Интенсивность этого излучения при технически допустимых полях и числе частиц в сгустке может значительно превосходить величины потерь, определяемые соотношением (III.28) [13].

В работе [13] было высказано предположение, что величина этого излучения составляет значительную часть нагрузки ускоряющей системы и определяет возможность отбора энергии ускоряемым сгустком из внешнего ускоряющего поля. Так, например, в случае ускорения в периодической структуре существенное взаимодействие с ускоряющей волной возможно только в том случае, если фазовая скорость волны совпадает со скоростью сгустка. Но это означает, что одновременно выполнено условие для возникновения черенковского излучения на этой частоте, возбуждаемого зарядом движущегося сгустка.

В работе [15] показано, что при влете сгустка в цилиндрический резонатор, в котором возбуждено стороннее (ускоряющее) поле, «область распространения» полей, возбужденных сгустком к моменту вылета его из резонатора, определяется следующими неравенствами*:

$$0 \leq r \leq r_0 + \frac{h}{\beta_z}; \quad 0 \leq z \leq h, \quad (\text{III.29})$$

где h —продольный размер резонатора; r_0 —радиус сгустка, в остальной части объема остается невозмущенное стороннее поле. Таким образом, в процессе ускорения существенное значение приобретает лишь запас энергии стороннего поля, имеющийся в этой «области взаимодействия», а не общий запас в полном объеме резонатора.

Проследить взаимодействие сгустка с ускоряющим полем удобно на следующем примере [15, 16]. На определенном отрезке времени рассматривается замкнутая физическая система, состоящая из возбужденного в замкнутом объеме цилиндрического резонатора поперечного электромагнитного поля, пролетающего через резонатор сгустка электронов, и поля, возбужденного его зарядом, как в результате ускорения, так и вследствие пространственной неоднородности системы. Для описания этой системы используется гамильтоновский метод [17] и учитываются начальные условия для осцилляторов поля и движения заряда.

Из условий сохранения полного гамильтониана системы (при использовании кулоновской калибровки для потенциалов)

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_3 = \text{const}, \quad (\text{III.30})$$

где

$$\mathcal{H}_1 = \sqrt{M_0^2 c^4 + c^2 \left\{ \mathbf{P} - \frac{1}{c} \int_V \rho [\mathbf{r} - \mathbf{Q}(t)] \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) dV \right\}^2} \quad (\text{III.31})$$

* Предполагается, что β_z мало меняется за время пролета сгустком зазора резонатора. Это условие естественно выполняется, если $\beta_z \approx 1$.

часть гамильтониана, соответствующая заряду, представляемому как целое [18];

$$\mathcal{H}_2 = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (p_{\lambda}^2 + \omega_{\lambda}^2 q_{\lambda}^2) \quad (\text{III.32})$$

гамильтониан поперечного поля (λ — полный набор индексов, определяющих собственные функции резонатора $A_{\lambda}(\mathbf{r}, t)$); \mathcal{H}_3 соответствует статическому кулоновскому взаимодействию; $M_0 = m N$ — суммарная масса покоя; \mathbf{Q} — радиус-вектор центра тяжести; \mathbf{P} — канонический импульс; $\rho [\mathbf{r} - \mathbf{Q}(t)]$ — плотность заряда в сгустке. Величины q_{λ} и \mathbf{Q} определяются из уравнений движения

$$\ddot{q}_{\lambda} + \omega_{\lambda}^2 q_{\lambda} = \frac{1}{c} \int_V \rho \dot{\mathbf{Q}} A_{\lambda} dV; \quad (\text{III.33})$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{Q}}; \quad \frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{P}}. \quad (\text{III.34})$$

Из уравнения (III.33) видно, что движение заряда возмущает все осцилляторы резонатора, т. е. отбор энергии зарядом из поперечного поля резонатора, согласно формулам (III.30) — (III.34), может происходить только при наличии излучения и через излучение. По мере движения сгустка происходит перераспределение энергии между всеми частями \mathcal{H} . При этом, согласно (III.33), изменяется амплитуда колебаний и, следовательно, энергия ранее возбужденного гармонического осциллятора и, кроме того, возбуждаются остальные осцилляторы. Статическое поле зарядов, наведенное на внутренних стенках резонатора и входящее в \mathcal{H}_3 , создает, согласно (III.34), дополнительную неравномерность движения сгустка, хотя само в конечном счете, в силу своей потенциальности не вносит вклада в перераспределение энергии.

Изменение энергии сгустка за время пролета, согласно (III.30), равно

$$\Delta \mathcal{H}_1 = -\Delta \mathcal{H}_2, \quad (\text{III.35})$$

где $\Delta \mathcal{H}_2$, учитывая сказанное выше, можно записать в виде

$$\Delta \mathcal{H}_2 = 2(A_{1_0} \delta A_1) + \delta A_1^2 + \sum_{\lambda \neq 1} \delta A_{\lambda}^2. \quad (\text{III.36})$$

Здесь использовано обозначение $A_{\lambda} = i P_{\lambda}^{\rightarrow} + j \omega_{\lambda} q_{\lambda}^{\rightarrow}$ (i и j — единичные векторы); A_{1_0} — первоначальное возбуждение осциллятора первой гармоники; δA_{λ} — возмущения, определяемые согласно уравнениям движения (III.33) и (III.34). Третий член справа в формуле (III.36) определяет излучение на всех гармониках, исключая первую. Второй член определяет излучение на первой гармонике, а первый член определяет отбор энергии зарядом из первоначально возбужденного осциллятора.

Первый член в соотношении (III.36) удобно записать в виде

$$2 (A_{1_0} \delta A_1) = 2 \sqrt{A_{1_0}^2 \delta A_1^2} \cos \varphi, \quad (\text{III.37})$$

где q — сдвиг фазы между первоначальным и излученным полями, т. е. он пропорционален корню из произведения энергии первоначального возбуждения и энергии излучения на той же гармонике.

Соотношение (III.36) можно представить в виде

$$\Delta \mathcal{H}_2 = Aq + Bq^2, \quad (\text{III.38})$$

где g — полный заряд сгустка; A и B — коэффициенты, которые при определенной идеализации, принятой при выделении системы как замкнутой, оказываются зависящими: A — от начального стороннего поля и геометрии, B — только от геометрии системы.

Состояние замкнутости системы при таком подходе можно грубо оценить, если, например, сравнить возникающий за счет стороннего поля на стенке резонатора заряд с величиной заряда, наводимого на ней сгустком. В случае малости времени пролета сгустка по сравнению с периодом внешнего поля [считаем, что радиус резонатора $R \gg r_0 + \frac{h}{\beta}$, см. формулу (3.29)] плотность стороннего заряда на торцевой стенке резонатора выразится через амплитуду стороннего поля по формуле $\sigma = \mathcal{E}_A / 4\pi$. Откуда сторонний заряд, сосредоточенный в области взаимодействия, равен

$$|q_c| \approx \left(r_0 + \frac{h}{\beta} \right)^2 \frac{\mathcal{E}_A}{2}.$$

Естественно, что необходимым условием замкнутости системы является выполнение неравенства $q_c \geq q$. Это эквивалентно также тому, что энергия стороннего поля, запасенная в области взаимодействия, больше, чем $qh\mathcal{E}_A$.

Выражение (III.38) показывает, что мы имеем дело с теорией возмущений, и если заряд сгустка очень велик, то с наиболее трудным аспектом теории возмущений, когда энергия возмущения сравнима с начальной энергией системы.

Таким образом, при подходе к задаче прежде всего необходимо оценить эту энергию возмущения, а именно член $Bq^2 = W_b$. Обычно эту оценку выполняют, подсчитывая энергию индуцируемого сгустком излучения при заданном законе движения сгустка. Так как поперечные компоненты электростатического поля сгустка в лабораторной системе при $v \rightarrow c$ возрастают, то второй важной характеристикой, определяющей энергию W_b , является релятивистский фактор γ . Получение зависимости $W_b = W_b(\gamma)$ и составляет главную и наиболее трудную задачу. Трудность решения ее заключается в необходимости учета большого частотного диапазона, в котором возбуждается излучение. При этом с увеличением γ необходимо учитывать все более высокие частоты. Это можно видеть, например,

если воспользоваться фурье-разложением компонент поля движущегося сгустка (для простоты будем считать, что $v = v_0 = \text{const}$), т. е. поля, действие которого возбуждает излучение. Фурье-компоненты оказываются пропорциональными величине

$$\left(\frac{\sin \frac{l\omega}{c\beta}}{\frac{l\omega}{c\beta}} \right)^2 \exp \left[-\frac{\omega}{c\beta\gamma} (r-r_0) \right], \quad (\text{III.39})$$

где l и r_0 — соответственно продольный и поперечный характерные размеры сгустка; $(r-r_0)$ — прицельный параметр (расстояние от траектории до препятствия). Величина (III.39) является «обрезающим фактором» по частоте, и ее действие уменьшается при увеличении γ . Можно сказать, что вклад в W_b внесут все частоты до $\omega_{\text{макс}} \approx c\gamma (r-r_0)$.

Входящий в выражение (III.39) множитель $\left(\sin \frac{\omega l}{c\beta} / \frac{\omega l}{c\beta} \right)^2$ учитывает некогерентность возбуждающего действия поля сгустка для длин волн, меньших его продольного размера l . Однако следует отметить, что с увеличением γ величина l уменьшается: $l = l_c/\gamma$, где l_c — продольный размер сгустка в собственной системе.

Имеется большое количество работ (перечень их можно найти в обзорах [19, 20]), в которых подсчитывается индуцируемое сгустком излучение для различных случаев пространственных неоднородностей*. Решенные задачи не дают пока четкой картины зависимости возбуждаемого излучения от γ , так как во многих случаях это верхние асимптотические оценки или численные расчеты частных случаев.

По-видимому, в настоящее время, по крайней мере в случае движения сгустка по закону $v = v_0 = \text{const}$, можно разделить всю проблему на две части: пролет сгустка мимо «единичного препятствия» и движение его в периодической структуре.

Для первой части проблемы характерны в какой-то мере две задачи: пролет сгустка через отверстие в идеально проводящем экране [21] и пролет через единичный резонатор [15, 16, 20, 22—29].

В задаче о пролете заряда q с постоянной скоростью v_0 через круглое отверстие радиусом a в бесконечном идеально проводящем экране имеется четыре параметра: q , a , v_0 и скорость света c . Из этих величин можно составить только одну комбинацию, имеющую размерность энергии q^2/a . Следовательно, полные потери энергии можно записать в виде

$$\Delta W = \frac{q^2}{a} f \left(\frac{v_0}{c} \right). \quad (\text{III.40})$$

* Ниже не рассматривается излучение, возбуждаемое азимутальным током, имеющимся в кольце, так как принципиально тормозящее действие этого излучения существенно не отличается от тормозящего действия излучения, индуцированного зарядом. Возбуждаются только другие моды.

В работе [21] показано, что f растет пропорционально γ . Аналогичные результаты получаются в задаче об излучении заряда при пролете мимо идеально проводящего клина [30] и в задаче вылета (а также влета) заряда из полубесконечной идеально проводящей трубы [31]. Результаты расчета для случая пролета бесконечной нити мимо идеально проводящего цилиндра [32] показывают, что линейный рост ΔW с γ не является следствием существования острой кромки препятствий. По-видимому, зависимость потерь энергии при пролете заряда мимо любого одиночного препятствия имеет вид (III.40) с линейной зависимостью f от γ , причем роль a играет некоторый характерный размер (прицельный параметр). Различие только в числовых коэффициентах.

Начиная с работы Котова и Колпакова [22] вопросу излучения заряда, проходящего через одиночный цилиндрический резонатор, посвящено много работ [15, 16, 20, 22—29]. Это естественно, так как резонатор является важным элементом ускоряющих установок. Вследствие сложности учета реальных условий, когда в резонаторе имеются входное и выходное отверстия или подводные волноводы, в некоторых работах вместо резонатора рассматривался замкнутый цилиндрический объем, в который заряд (или сгусток зарядов, или заряженное кольцо с током) проникал сквозь стенку. Методом разложения полей по собственным функциям резонатора при учете нулевых начальных значений для осцилляторов поля в работе [22] были получены выражения для энергии излучения, оставленной сгустком в резонаторе после вылета через вторую стенку. Для тонкого заряженного кольца это выражение имеет вид

$$\Delta W = \frac{8\pi^2 q^2}{R_r} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2}{1 + \delta_{m0}} \right) \left[\frac{\sin \left(\frac{\pi l}{\beta h} \sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2} \right)}{\frac{\pi l}{\beta h} \sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2}} \right]^2 \times$$

$$\times \left[\frac{r_2 J_1 \left(v_n \frac{r_2}{R_r} \right) - r_1 J_1 \left(v_n \frac{r_1}{R_r} \right)}{\frac{v_n}{R_r} (r_2^2 - r_1^2)} \right]^2 \frac{1}{\frac{\pi v_n}{2} J_1^2 (v_n)} \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^3}{\left[\sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2} + \beta m \right]^2} \cdot \frac{\sin^2 \left[\frac{\pi}{2\beta} \left(\sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2} - \beta m \right) \right]}{\left[\frac{\pi}{2\beta} \left(\sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2} - \beta m \right) \right]^2},$$

(III.41)

где R_r — радиус резонатора; h — его длина; r_2 и r_1 — внешний и внутренний радиусы кольцевого сгустка; l — его толщина по оси

z ; v_n — корни уравнения $J_0(\xi) = 0$; δ_{mk} — символ Кронекера; $\beta = v/c$, где v — скорость сгустка по оси z .

Для предельных случаев бесконечно тонкого кольца и точечного заряда выражение для ΔW является логарифмически расходящимся. Для других случаев, например бесконечно тонкого диска или любого другого двух- или трехмерного распределения разряда, двойная сумма сходится, правда, вычисление ее довольно затруднительно. Однако полное ее вычисление и не нужно, так как в реальном случае, когда имеются отверстия в резонаторе, очень высокие частоты, согласно формуле (III.39), дадут малый вклад. В работе [22] было предложено феноменологически учесть входное и выходное отверстия путем обрезания спектра излученных волн, предполагая, что для оценок можно ограничиться членами, которые соответствуют волнам с пространственной неоднородностью полей порядка диаметра отверстий. В результате для ΔW была получена формула (для точечного заряда)

$$\Delta W = \frac{q^2 h}{2a^2}, \quad (\text{III.42})$$

где a — радиус отверстия.

В ультрарелятивистском случае эта формула нуждается в уточнении, так как вклад высоких гармоник в выражение (III.41) при больших γ увеличивается.

В работе [26] полный спектр в (III.41) обрезался по радиальным гармоникам, дающим неоднородность поля в радиальном направлении на расстояниях, меньших диаметра предполагаемых отверстий, и учитывались все продольные гармоники. Однако, согласно (III.39), при таком обрезании не учитывается ряд волн, которые в действительности возбуждаются, но не остаются внутри резонатора, а уходят через внешние отверстия и, таким образом, при больших γ результат оказывается неполным.

Чтобы выявить максимально возможную при таком подходе величину ΔW при очень большом γ , были сделаны асимптотические оценки полной суммы (III.41) [27]. Полученная верхняя оценка для сгустка в виде бесконечно тонкого диска радиуса r_0 имеет вид

$$\Delta W < \frac{8q^2 h}{r_0^2} \quad (\text{III.43})$$

и, оказывается, не зависит от величины γ . Для получения асимптотического поведения ΔW очень существен правильный учет в формуле (III.41) множителя

$$\sin^2 \left[\frac{\pi}{2\beta} \left(\sqrt{\left(\frac{v_n h}{\pi R_r} \right)^2 + m^2} - \beta m \right) \right],$$

который в значительной области значений n и m , расширяющейся вместе с увеличением γ , много меньше единицы. Если это обстоятельство не учесть и принять, что часто делают, этот множитель приблизительно равным единице, то ΔW оказывается пропорцио-

нальной γ и получается чрезвычайно сильно завышенная оценка. В работе [28] были проведены численные просчеты суммы (III.41). При этом, чтобы учесть действие фактора когерентности в формуле (III.39), рассматривались кольца различных продольных размеров. Так же была рассмотрена зависимость суммы (III.41) от γ с учетом лоренцева сокращения продольного размера кольца и был обнаружен в некотором диапазоне величины γ ($\gamma < 200$) рост ΔW приблизительно как $\gamma^{1/2}$. Необходимо, однако, отметить, что рассчитанные значения ΔW , соответствующие $\gamma = 200$, оказываются существенно ниже верхней оценки (III.43). Поэтому с дальнейшим увеличением γ зависимость ΔW от γ должна исчезнуть.

Изложенный выше подход с феноменологическим учетом отверстий или без него довольно далек от реального, так как в этом случае учитывается только излучение, возбужденное за время пролета и оставленное в резонаторе. В действительности некоторая часть энергии теряется ступком в процессе влета и вылета. Поэтому в некоторых работах рассматривалась другая модель. В работах [24, 25] потери оценивались как количество энергии дифрагированного внутрь полости резонатора излучения при влете в него ступка через подводящий волновод. Полученная формула, которая для бесконечно тонкого кольца радиусом r_0 имеет вид

$$\Delta W \approx \frac{0,44q^2 h^{1/2}}{a(a-r_0)^{1/2}} \gamma^{1/2}, \quad (\text{III.44})$$

а для точечного заряда

$$\Delta W \approx 0,6 \frac{q^2 h^{1/2}}{a^{3/2}} \gamma^{1/2}, \quad (\text{III.45})$$

показывает рост энергии как $\gamma^{1/2}$.

Аналогичная зависимость с примерно в два раза большим числовым коэффициентом получилась также у Куранта [20], где расчет той же модели проводился путем частичного согласования полей резонаторной полости и полей в волноводе.

Численные расчеты потерь энергии точечным зарядом в резонаторе с полубесконечными входными и выходными волноводами для $\gamma \leq 30$ были выполнены в работе [29]. Найдена зависимость, которую при $\gamma > 10$ и $h/R_r = 1$ можно представить в виде

$$[\Delta W \approx \frac{4q^2}{\pi a} (0,5 + 0,09\gamma)]. \quad (\text{III.46})$$

При $10 < \gamma < 30$ существенных количественных расхождений между формулами (III.45) и (III.46) нет.

Из изложенного выше не ясно, можно ли сделать вывод о вполне определенном законе роста потерь с увеличением γ .

В связи с подходом к задачам о потерях энергии сгустком на излучение в случае замкнутого и открытого резонаторов возникает вопрос о том, как распределяются потери энергии вдоль пути сгустка. Потери энергии зарядом при пролете через какую-либо структуру можно выразить в виде работы тормозящей силы излучения на некотором пути. При пролете зарядом отдельного резонатора с отверстиями или с подводящими волноводами полная потеря энергии запишется в виде

$$W = q \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_T dz. \quad (\text{III.47})$$

Предполагая, что \mathcal{E}_T имеет лишь один основной максимум, это выражение можно записать в виде

$$W = q \mathcal{E}_{T \text{ макс}} L, \quad (\text{III.48})$$

где $\mathcal{E}_{T \text{ макс}}$ — максимальное значение \mathcal{E}_T . Так как с точки зрения ускорения заряда в некоторой ускоряющей системе представляет интерес величина тормозящей силы, усредненной по отрезку пути, сравнимому с периодом системы (или с зазором резонатора), то очень важно знать, чем определяется рост потерь с ростом γ : ростом ли $\mathcal{E}_{T \text{ макс}}$ или ростом L , или и тем и другим, но тогда в какой пропорции? Очевидно, что если рост с γ определяется ростом пути L , на котором имеется даже заметная тормозящая сила, то такая зависимость не является принципиальным препятствием для создания ускоряющей системы.

Можно еще отметить, что вследствие релятивистского сплющивания в направлении движения в лабораторной системе координат собственного поля сгустка возникновение максимального возмущения сторонних зарядов соответствует моменту пролета сгустка около неоднородности, и, таким образом, работа тормозящей силы зависит главным образом от того, насколько долго сгусток движется в фазе с этой возбужденной тормозящей волной.

Хорошим примером (допускающим к тому же точное решение); на котором можно проследить зависимость силы торможения от положения сгустка в процессе движения, является задача о возбуждении идеально проводящей полуплоскости, заряженной нитью с линейной плотностью заряда κ , пролетающей мимо нее на расстоянии a [19]. Траекторию нити для простоты удобно взять перпендикулярно полуплоскости. С помощью полученных в работе [19] выражений для полей после интегрирования по всему спектру

частот получается следующая точная формула для тормозящей силы в зависимости от положения нити [33]:

$$\begin{aligned}
 F_T = & -\frac{\kappa^2}{2\gamma a \left[1 + \left(\frac{y}{\gamma a} \right)^2 \right]^2} \left\{ \frac{1 - \beta \frac{y}{a}}{\frac{y}{a}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{a} \right)^2}} - 1 \right) + \right. \\
 & + \frac{(2 - \beta^2) \frac{y}{a}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{a} \right)^2}} - \frac{y}{a} \left(\frac{(2 + \beta^2) \beta \frac{y}{a}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{a} \right)^2}} + 3 \right) + \left(\frac{y}{\gamma a} \right)^2 \times \\
 & \left. \times \left(\frac{\frac{y}{a}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{a} \right)^2}} + \beta \right) - \left(\frac{y}{\gamma a} \right)^2 \left(\frac{y}{a} \right) \left[\frac{\beta \frac{y}{a}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{a} \right)^2}} + (2 - \beta^2) \right] \right\}.
 \end{aligned}
 \tag{III.49}$$

В формуле (III.49) предполагается, что нить движется со скоростью $v = \text{const}$ от $y = -\infty$ в сторону $y = +\infty$. Из приведенной формулы легко установить, что в ультрарелятивистском случае тормозящая сила, начиная с точки $y \approx 0$ ($y=0$ —координата полуплоскости) растет приблизительно линейно, достигает максимума, не зависящего от величины γ , примерно при $y = 0,7 a \gamma$, а затем спадает по гиперболическому закону. Таким образом, возникшее в момент пролета около полуплоскости тормозящее поле, которое имеет вид импульса длительностью порядка $a/\gamma c$, вначале распространяется, догоняя источник возбуждения, затем из-за малой разности скоростей постепенно происходит расфазировка: поле обгоняет нить. На этот процесс торможения уходит время $t \approx a\gamma/c$. Можно ожидать, что качественно эта картина сохранится и в любом другом случае, если произойдет возбуждение единичного препятствия, например для резонатора с подводящими волноводами и т. п.

Если на некотором расстоянии L_1 после первого препятствия находится второе, то при выполнении неравенства $L_1 \ll 0,7 a \gamma$ с достаточным основанием можно считать оба препятствия как единое, и в практическом отношении описанная картина торможения изменится мало. Однако в расчетном отношении вопрос о возбуждении сложной системы является трудным из-за необходимости учитывать экранировку одних элементов другими. При $L_1 \gg 0,7 a \gamma$ второе препятствие практически будет оказывать тормозящее воздействие независимо от первого.

Как уже было сказано выше, для нашей цели — ускорения кольца до ультрарелятивистских скоростей — ускоряющая систе-

ма должна состоять из ряда ускоряющих элементов, т. е. иметь периодическую или квазипериодическую структуру. Поэтому исключительно важная задача — определить потери на излучение в таких структурах.

Уже давно было выяснено [34], что потери энергии в этом случае носят резонансный характер. Однако в дальнейших работах до сих пор не удалось с достаточной полнотой выяснить асимптотическую зависимость потерь от γ .

Насколько нам известно, единственное точное решение получено только для возбуждения «заряженной нитью» бесконечной «гребенки» из полуплоскостей [35]. Однако даже в этом случае исследование решения представляет значительные трудности. Асимптотическая формула для потерь, приходящихся на период структуры, которая приведена в этой работе, имеет вид ($\gamma \gg 1$)

$$W = \frac{2\kappa^2 D}{a} \cdot \frac{\beta}{\gamma}, \quad (\text{III.50})$$

где D — период структуры; a — прицельный параметр; κ — заряд на единицу длины нити. Однако в этой формуле учтен только вклад высоких частот $ka \gg \gamma$. В работах [35] и [20] проводились численные расчеты для такой структуры. Расчеты показывают уменьшение потерь с ростом γ .

Расчеты по точным формулам в нерелятивистском и слабо релятивистском случаях [35] хорошо совпадают с результатами, полученными по формуле (III.50). В работе [29] получен для релятивистского случая ($5 \leq \gamma \leq 200$) спад потерь по закону $\gamma^{-1/2}$.

Расчет, проведенный в работе [20], показывает также близкое совпадение полных потерь на периоде структуры, вычисленных путем интегрирования силы торможения, создаваемой возбужденным вторичным полем, и оценкой количества излученной энергии этого поля, ушедшей в промежуток между соответствующими двумя плоскостями структуры.

Необходимо отметить, что гребенка является открытой структурой, и, таким образом, часть возбужденных волн уходит из структуры в пространство, а в силу, тормозящую сгусток, основной вклад дают замедленные поверхностные волны, распространяющиеся с фазовой скоростью, равной скорости движения сгустка.

Аналогичная картина замедления сгустка поверхностной волной получается и для других открытых структур. Так, в работе [36] приближенным решением интегральных уравнений, определяющих токи, текущие на элементах структуры, были получены асимптотические оценки потерь для достаточно больших γ для системы, состоящей из бесконечного числа плоских экранов с отверстиями радиусом a в центре и для системы из бесконечного ряда трубок дрейфа. Для первой структуры полная потеря энергии сгустком на час-

тоте ω при пролете расстояния, равного одному периоду D , выражается формулой

$$W_{\omega}^I = \frac{2qk}{c\beta\gamma} \operatorname{Re} \left\{ \int_a^{\infty} j_{r\omega}^0(r) K_1\left(\frac{kr}{\beta\gamma}\right) r dr \right\}, \quad (\text{III.51})$$

для второй структуры

$$W_{\omega}^{II} = -\frac{2qa k}{c\beta^2 \gamma^2} K_0\left(\frac{ka}{\beta\gamma}\right) \operatorname{Im} \left\{ \int_0^d j_{z\omega}^0(\xi) e^{-i\frac{\omega}{c\beta}\xi} d\xi \right\}, \quad (\text{III.52})$$

где d — длина трубки дрейфа; a — ее радиус.

Формулы (III.51) и (III.52) являются точными, и соответствующие числовые значения W_{ω}^I и W_{ω}^{II} получаются с их помощью, если известны значения для фурье-компонент токов $j_{r\omega}^0(r)$ и $j_{z\omega}^0(\xi)$, текущих на каком-либо произвольно выделенном элементе структуры. При $\gamma \gg 1$ оценки токов можно получить методом стационарной фазы, и соответствующие формулы для потерь, проинтегрированные по частотному диапазону в пределах $ka \gg 1$, оказываются следующими:

$$W^I = \frac{5}{24\pi} \cdot \frac{q^2 D}{a^2}; \quad (\text{III.53})$$

$$W^{II} \approx A \frac{q^2 d}{a^2 \gamma}, \quad (\text{III.54})$$

где A — некоторый числовой коэффициент (в работе [36] он не получен).

Если источником возбуждения является бесконечно тонкое кольцо радиусом r_0 , то вместо (III.53) имеем

$$W^I \approx 10^{-2} \frac{q^2 D}{a(a-r_0)}. \quad (\text{III.55})$$

Такая же методика расчета для потерь энергии заряженной нитью на гребенке дает выражение

$$W = \frac{\kappa^2 D}{16a}. \quad (\text{III.56})$$

Последняя формула при $(a/D) < 1$ не находится в противоречии с отмеченными ранее численными результатами работ [35, 20], так как количественные оценки по формуле (III.56) лежат ниже указанных результатов*. По-видимому, формула (III.56) соответст-

* Отметим, однако, что из результатов работы [20] следует приблизительно квадратичная зависимость от отношения a/D (при $0,5 < \frac{a}{D} < 2$).

вует более сильному релятивизму, а ее отличие от соотношения (III.50) объясняется тем, что в ней учтен также диапазон $\gamma \geq ka \geq 1$, который не учитывается в формуле (III.50).

Основываясь на изложенных выше соображениях о процессе торможения заряда на единичном препятствии, можно, по крайней мере для открытых структур, качественно представить картину торможения заряда в структуре следующим образом. Если период структуры $D \gg \gamma a$ [здесь a — прицельный параметр, в случае кольца это $(a - r_0)$], то тормозящее действие каждого элемента структуры проявляется независимо, и потери на период структуры пропорциональны γ . Когда в процессе увеличения γ достигается обратное неравенство ($\gamma a \gg D$), взаимодействие элементов структуры при излучении становится существенным и зависимость потерь от γ выходит на плато. Реальная ускоряющая система, естественно, является замкнутой.

По-видимому, качественная картина потерь (характер зависимости потерь от γ и то, что торможение заряда осуществляется сопровождающей волной) в закрытых структурах сохранится той же, что и в рассмотренных выше открытых структурах. Можно ожидать только количественных изменений, которые важны при проектировании конкретной ускоряющей системы.

Однако расчет потерь энергии при движении заряда в замкнутых системах (типа волновода с диафрагмами или системы резонаторов, связанных трубками дрейфа) представляет большие трудности и, очевидно, может быть проведен только численно на ЭВМ с большой затратой машинного времени.

Все же для структуры, состоящей из узких резонаторов, связанных трубками, в работе [37] была получена аналитическая формула, учитывающая низкочастотную часть потерь точечного заряда ($ka \leq 1$, a — радиус отверстий):

$$W = \frac{q^2}{2a} \left(\frac{d}{a} \right) \left(\frac{d}{D} \right), \quad (\text{III.57})$$

где d — длина резонатора; D — период структуры ($\frac{d}{a} < 1$), которую можно считать некоторым приближением для слаборелятивистского случая.

Численным расчетом на ЭВМ [38] был исследован более общий случай системы связанных резонаторов, возбуждаемых кольцевым сгустком. При этом учитывался более широкий волновой диапазон, чем в работе [37], ($ka \leq 30$), и результаты распространены в область $\gamma \leq 50$. Полученные численные значения потерь практически не зависят от величины γ . Следует, однако, отметить, что в расчете все же не учтена некоторая область высоких частот, которая могла бы дать конечный вклад, так как, согласно (III.39), обрезающий параметр $\frac{k(a - r_0)}{\gamma}$ (r_0 — радиус кольца) в данном случае оказывается $\ll 1$ и его действие не проявляется. Этим, в частности, можно

объяснить то, что результат работы [38] слабо зависит от расстояния кольца до стенок волновода.

Сравнение результатов для замкнутой системы с обсуждавшимися ранее результатами для открытой системы типа гребенки [20] показывает увеличение потерь в замкнутой системе в несколько раз. Так, например, отношение энергии, теряемой единицей длины кольца на периоде структуры в сильно диафрагмированном волноводе, к квадрату линейной плотности заряда кольца в работе [38] равно двум, а та же величина для гребенки, согласно работе [20], равна 0,5. В обоих случаях отношение прицельного параметра (для кольца это $a - r_0$) к периоду структуры равно 0,5.

Из всего сказанного выше можно сделать следующие выводы. Во-первых, потери энергии сгустком на излучение на периоде структуры по крайней мере не растут с ростом релятивистского фактора γ . Во-вторых, в настоящее время кроме такого качественного вывода не представляется возможным дать какой-то закон для определения величины этих потерь, и поэтому в каждом конкретном случае необходим тщательный расчет потерь на ЭВМ, требующий большой затраты машинного времени.

IV. ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОННОГО КОЛЬЦА

1. **Общие замечания.** В коллективном ускорителе ионы захватываются и удерживаются потенциальной ямой электронного сгустка, который ускоряется внешними полями. Отсюда ясно, насколько важно сохранить плотность электронов в сгустке достаточно высокой, чтобы обеспечить нужную глубину потенциальной ямы. От успешного решения этого вопроса во многом зависит эффективность коллективного метода ускорения.

В настоящий момент наиболее перспективным считается использование в качестве сгустка кольца тороидальной формы, образованного релятивистски вращающимися электронами. Расталкивание электронов в таком кольце, связанное с его кулоновским зарядом, значительно ослаблено магнитным стягиванием. В принципе внешняя фокусировка не нужна, если выполнено условие самофокусировки: $N_i = N_e/\gamma_{\perp}^2$ [2], однако фокусировка существенно необходима не только до установления режима самофокусировки, но даже и при выполнении указанного равенства она крайне желательна, поскольку кольцо в потенциальной яме устойчиво по отношению ко многим типам возмущения. Как показывают расчеты (см. раздел V), потенциальная яма в некоторых случаях ликвидирует гидродинамические неустойчивости. В дальнейшем мы будем рассматривать фокусировку только внешними полями и полями изображения.

Для кольца тороидальной формы требования сохранения плотности адекватны необходимости поддерживать малыми размеры поперечного сечения. Большой радиус кольца и радиальный размер

сечения можно достаточно эффективно поддерживать постоянным магнитным полем. Поэтому основное внимание будем уделять фокусировке в аксиальном направлении. Сделаем краткий анализ возможных методов фокусировки. Наиболее простым способом фокусировки кажется использование эффекта автофазировки на бегущей волне. Однако для ускорения колец этот способ оказался малоэффективным, так как он требует использования мощных генераторов, создания системы замедления, а также изменения скорости волны в процессе ускорения. Кроме того, так как градиенты фокусирующего поля в собственной системе координат убывают как $1/\gamma_{\parallel}^2$, то при амплитуде фокусирующего поля $\mathcal{E}_0 \approx 100$ кВ/см и $\lambda \leq 10$ см фокусировка возможна только до $\gamma_{\parallel} = 4$.

В различных модификациях коллективного метода ускорения: при ускорении тяжелых ионов или при ускорении протонов до сверхвысоких энергий — могут найти практическое использование различные методы фокусировки. Будут рассмотрены фокусировка при помощи азимутальной компоненты магнитного поля (H_{φ} -фокусировка), фокусировка с использованием миллеровской высокочастотной потенциальной ямы на встречных волнах или с использованием сил изображения [39].

2. H_{φ} -фокусировка. Механизм H_{φ} -фокусировки легко понять на примере прямого шнура в продольном магнитном поле. Под действием собственных расталкивающих сил частицы шнура приобретают скорости, перпендикулярные направлению магнитного поля, которое заворачивает частицы, не позволяя им уходить от шнура. Для кольца роль такого продольного поля может играть азимутальная компонента (H_{φ}) магнитного поля, созданного, например, проводом с током, идущим вдоль оси z .

Условия фокусировки для движущегося вдоль оси кольца выражаются двумя неравенствами:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{H_{\varphi}}^2 &> \Omega_{\Lambda}^2 / \gamma_{\perp}^2 \gamma_{\parallel}^2, \\ \Omega_{\Lambda}^2 / \gamma_{\parallel}^2 &> \omega_{H_z}^2 - 2\omega_{H_z} \omega_{H_{\varphi}} \gamma_{\parallel}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.1})$$

где Ω_{Λ} — ленгмюровская частота кольца; $\omega_{H_{\varphi}} = \frac{eH_{\varphi}}{m\gamma_{\perp}c}$; $\omega_{H_z} = \frac{eH_z}{m\gamma_{\perp}c}$, $\Omega_{\Lambda}, \gamma_{\perp}$ взяты в собственной системе координат кольца.

Анализ выражения (IV.1) показывает, что при увеличении релятивистского фактора γ_{\parallel} при неизменных полях H_z и H_{φ} большой радиус кольца увеличивается. Это ограничивает длину пути ускорения кольца при данной фокусировке.

Ограничение может быть снято, если по мере роста γ_{\parallel} в той же степени уменьшать величину H_{φ} поля (в лабораторной системе координат).

3. Фокусировка на встречных волнах. Известен так называемый миллеровский механизм фокусировки, которая может осуществляться в системе двух встречных волн. Легко показать, что в этом случае имеется выделенное значение скорости, т. е. можно найти равновесную частицу, около которой остальные частицы совершают устойчивые колебания. Такая система обладает рядом достоинств. Пусть в лабораторной системе имеется внешнее «гофрированное» магнитное поле с фазой $\psi_0 = k'_0 z'$, а навстречу кольцу бежит волна с фазой $\psi = k' z' - \omega' t'$. Перейдем в систему, где частоты этих волн совпадают, тогда

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \gamma_{\parallel} (\omega' - v k'); & k &= \gamma_{\parallel} (k' - v \omega); \\ \omega_0 &= \gamma_{\parallel} v k'_0; & k_0 &= \gamma_{\parallel} k'_0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.2})$$

и $\omega = \omega_0$, поэтому

$$c\beta_z = \frac{\omega'}{k' + k'_0} < 1. \quad (\text{IV.3})$$

Отсюда видно, что такая система не требует замедления, и изменение $\frac{\omega'}{k' + k'_0}$ с ускорением можно осуществлять при помощи k'_0 , что очень удобно. Если принять $k' \gg k'_0$, $\omega' \approx k' c$, то легко найти $\gamma_{\parallel} \approx \sqrt{\frac{k'}{2k'_0}}$, поэтому ошибка в k'_0 сказывается на γ_{\parallel} , а ошибка в скорости (или условие точности синхронизма ямы и частицы) есть $\delta\beta_z \approx \frac{1}{\gamma_{\parallel}^2} \cdot \frac{\delta\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\parallel}}$, т. е. убывает с ростом γ_{\parallel} . Отсюда перспективность этого метода фокусировки при ультрарелятивистских энергиях.

Запишем уравнение z -колебаний в собственной системе (для примера рассматривается волна типа H_{01}):

$$\ddot{z} + \frac{e\beta_0}{m\gamma_{\perp}} \left(\frac{k}{k'} h_1 \cos \psi - \gamma_{\parallel} h_0 \cos \psi_0 \right) = 0, \quad (\text{IV.4})$$

где $h_1 = H_1 J_1(kr_0)$ — амплитуда бегущей волны; $h_0 = H_0 I_0(kr_0)$ — амплитуда гофрированного поля.

Предполагается, что время изменений внешних параметров велико по сравнению с периодом усредненных колебаний. Это уравнение решается методом Боголюбова. Находится яма со следующей характеристикой:

$$\omega^2 \gg \frac{e^2 h_1 h_0}{m^2 c^2 \gamma_{\perp}^2} > \frac{2}{\gamma_{\perp}^3} \cdot \frac{c}{a_0^2} \cdot \frac{e^2 N_e}{mc^2 2\pi r_0}; \quad \omega' \approx k', \quad k' \gg k'_0. \quad (\text{IV.5})$$

Здесь a_0 — малый размер кольца (радиус поперечного сечения). Левое неравенство — условие применимости метода, правое пред-

ставляет собой условие компенсации сил кулоновского расталкивания электронов.

Применение этого метода будет возможно при получении мощных источников излучения в коротковолновой области (для того чтобы удержать кольцо с $N_e = 10^{13}$, требуется амплитуда бегущей волны, примерно равная 10^3 э).

4. Фокусировка силами изображений. Остановимся на этом способе фокусировки более подробно, так как во всех известных установках предполагается практическое использование именно этого метода фокусировки.

Движение электронного кольца при ускорении происходит в условиях близкого экранирования: во всех практически используемых системах кольцо окружено металлической трубой или экраном более сложной конфигурации.

Взаимодействие заряженного сгустка с экраном носит «когерентный» характер, т. е. сила, действующая на каждую частицу, пропорциональна числу частиц в нем. Это подчеркивает необходимость учета экранирования при рассмотрении движения частиц в кольце и поведения кольца как целого образования. Очень интересным является то обстоятельство, что экранировку можно использовать для фокусировки кольца. Рассмотрим прямой заряженный шнур, образованный потоком электронов и экранированный металлической проводящей плоскостью. Если расстояние от центра шнура до плоскости значительно больше его малого размера, то поле изображения можно заменить полем бесконечно тонкого шнура, образованного заряженными частицами другого знака.

Элементарное построение сил взаимодействия «изображенного» шнура с крайними частицами реального дает фокусирующую силу. Величина этой силы была бы значительно меньше сил кулоновского расталкивания частиц в пучке, если бы не было продольного движения частиц. В результате этого движения собственные расталкивающие силы в пучке ослаблены в γ_{\perp}^2 раз и имеется возможность скомпенсировать силы кулоновского расталкивания силами изображения. Однако моделью кольца, летящего в экранирующей трубе, может являться шнур, движущийся как целое в направлении, перпендикулярном направлению движения частиц внутри шнура. Но в этом случае электрическое поле шнура становится зависящим от времени, что влечет за собой появление экранированного магнитного поля, которое ослабляет фокусирующие силы изображения в γ_{\perp}^2 раз и делает их меньше собственных дефокусирующих. Использование сил изображения для фокусировки представляется привлекательным, поскольку фокусировка таким способом не требует ввода дополнительных мощностей и не зависит от скорости кольца до достаточно больших γ_{\parallel} . Поэтому были предприняты попытки найти системы, которые сохраняли бы фокусирующее действие электрической экранировки и уменьшали бы дефокусирующее действие магнитной.

Оказывается, если рассмотреть кольцо, экранированное цилиндром, то кривизна приводит к желаемому результату. При этом пренебрегать кривизной в собственных полях можно лишь при выполнении неравенств $1/\gamma_0^2 \gg \frac{a_0^2}{r_0^2} \ln \frac{8r_0}{a_0}$, а в наведенных полях $1/\gamma_\perp^2 \gg \frac{a-r_0}{r_0} \ln \frac{r_0}{a-r_0}$, т. е. можно создать условия, при которых собственное поле можно считать «прямым» (ослабленным в γ_\perp^2 раз), а наведенное — «кривым» (не ослабленным). Здесь a — радиус экранирующей трубы. Интересующий нас градиент силы имеет в этом случае вид

$$\frac{1}{\omega_0^2 m \gamma_\perp} \cdot \frac{\partial F_z}{\partial z} = -\frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N_e}{2\pi r_0} \int_0^\infty dt \cdot t^2 \left[I_0^2(t\xi) \frac{K_0(t)}{I_0(t)} - \beta^2 I_1^2(t\xi) \frac{K_1(t)}{I_1(t)} \right] = -\frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N_e}{2\pi r_0} T_z, \quad (\text{IV.6})$$

где I_n , K_n — модифицированные функции Бесселя. В области $0,8 < \xi = \frac{r_0}{a} < 0,95$; $0,4 < T_z < 0,8$. Градиент силы кулоновского расталкивания $\approx \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp} \cdot \frac{N_e}{2\pi r_0} \cdot \frac{1}{b_c(g+b_c)} \cdot \frac{1}{\gamma_\perp^2}$. При $N_e = 10^{13}$; $\gamma_\perp = 30$; $g = 0,02$; $r_0 = 5$ см и $\xi = 0,8$ можно получить с помощью фокусировки $b_c \approx 0,2$, а отношение квадрата частоты бетатронных колебаний в z -направлении к квадрату частоты обращения частицы в кольце при этом будет порядка $3 \cdot 10^{-3}$. Отсюда следует, что для практического применения этой фокусировки следует повысить ее эффективность.

Ясно, что эффективность фокусировки возрастает с уменьшением дефокусирующего влияния экранированного магнитного поля. Из возможных способов уменьшения магнитного экранирования можно выбрать следующий [40].

Предполагается, что если металлическую трубу покрыть изнутри тонким слоем диэлектрика с достаточно большой диэлектрической постоянной, то отражение электрического поля будет происходить на радиусе диэлектрика, а отражение магнитного поля — на радиусе металла. Так как слой диэлектрика расположен ближе к кольцу, чем металл, то вклад электрического поля в силу, действующую на частицу в кольце, будет больше, чем вклад магнитного поля.

Это предположение является очень интересным, но система с диэлектриком может привести к большим потерям на черенковское излучение, что является ее недостатком.

В работе [41] предложена система, эффективно уменьшающая действие экранированного магнитного поля. Эта система предполагает использование металлического цилиндра, разрезанного на ленты вдоль образующих («беличье колесо»). Кольцо как целое дви-

жется коаксиально с цилиндром, поэтому такая система не является замедляющей и не приводит к черенковскому излучению.

Экран типа «беличье колесо» дает следующее выражение для градиента аксиальной компоненты силы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\omega_0^2 m \gamma_{\perp}} \cdot \frac{\partial F_z}{\partial z} &= - \frac{4e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}} \cdot \frac{N_e}{2\pi r_0} \left[\tilde{T}_0^z + \sum_{n \neq 0}^{\infty} \tilde{T}_n^z e^{i kn\varphi} \right]; \\ \tilde{T}_0^z &= \xi^3 \int_0^{\infty} dt \cdot t^2 \left[I_0^2(t\xi) \frac{K_0(t)}{I_0(t)} (x_0^3 - 1) \right] - \\ &- \beta^2 \xi^3 \int_0^{\infty} dt \cdot t^2 I_1^2(t\xi) \cdot \frac{K_1(t)}{I_1(t)} x_0^M \equiv T_{0. \varphi}^z + T_{0. m}^z. \end{aligned} \right\} \quad (IV.7)$$

Здесь k — число разрезов на экране.

Коэффициенты T_n^z определяются соответствующими интегралами от $x_n^{\varphi, M}$. Аналогичные выражения получаются для градиента силы в радиальном направлении. Определение $x_n^{\varphi, M}$ связано с постановкой граничных условий на экране. Эти условия приводят к следующим функциональным уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \sum_n e^{i nk\varphi} x_n^{\varphi, M} &= 0 \quad \text{при} \quad \frac{\pi q^{\varphi, M}}{l} < |\varphi| < \pi; \\ \sum_{n \neq 0} e^{i nk\varphi} |n| (1 - \varepsilon_n^{\varphi, M}) x_n^{\varphi, M} &= \\ &= -\kappa^{\varphi, M} (1 - x_0^{\varphi, M}) \quad \text{при} \quad |\varphi| < \frac{\pi q^{\varphi, M}}{l}; \\ \varepsilon_n^{\varphi} &= 1 - \frac{1}{2|n|kI_s(t)K_s(t)}; \quad \varepsilon_n^M = 1 + \frac{2tI'_s(t)K'_s(t)}{|n|k}; \\ \kappa^{\varphi} &= \frac{l}{4\pi a K_0(t)I_0(t)}; \quad \kappa^M = -2t^2 I_1(t)K_1(t), \end{aligned} \right\} \quad (IV.8)$$

где q^{φ} — ширина ленты; q^M — ширина щели; $l = q^{\varphi} + q^M$; $s = nk$. Эта система решается на ЭВМ.

Возможность нахождения решения с большой точностью дает малый параметр $\varepsilon_n^{\varphi, M}$, который обладает следующим свойством: $\varepsilon_n^{\varphi, M} \rightarrow 0$ при $|n| \rightarrow \infty$.

Для экспериментального осуществления этого метода фокусировки нужно выбрать наиболее оптимальное значение для ξ , k и $\zeta = \frac{\pi q^{\varphi}}{l}$. Возьмем $\xi = 0,8$. Ясно, что с увеличением расстояния между стенкой и кольцом фокусирующая сила падает.

В табл. 1 показано, как меняются величины $T_{о.э}^z$, $T_{о.м}^z$ и T_0^z в зависимости от ξ при $k=30$ и $\zeta=\pi/2$.

Таблица 1

ξ	$T_{о.э}^z$	$T_{о.м}^z$	\tilde{T}_0^z
0,8	1,84	-0,16	1,68
0,6	0,28	-0,009	0,27

При приближении к экрану может возникнуть неустойчивость кольца как целого, поэтому повышаются требования к точности проводки его по оси трубы. Если кольцо отклонилось от оси, то при выполнении неравенства

$$\frac{8e^2}{mc^2} \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp}} \cdot \frac{N_e}{2\pi r_0} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \xi^2 \Phi(\xi) \leq 1$$

оно не притянется к стенке, а будет совершать круговой дрейф — около оси трубы. Функция $\Phi(\xi)$ нелинейна. При $\xi = 0,5 \Phi(\xi) \approx 1$, при $\xi = 0,8 \Phi(\xi) = 4,5$, а при $\xi = 0,95 \Phi(\xi) \approx 140$. Однако даже при выполнении указанного неравенства отклонение центра кольца от оси трубы не должно превышать расстояний порядка малого радиуса, чтобы последний не «разбух» в результате дрейфа кольца.

Удобно сделать равными длину щелей и лент ($\zeta = \pi/2$). При $\zeta = 0$ «беличье колесо» переходит в сплошной цилиндр и фокусирующая сила определяется только разницей между электрической и магнитными силами, связанной с кривизной системы. Значение $\zeta = \pi$ соответствует кольцу в свободном пространстве. Расчеты показывают, что фокусирующая сила мало зависит от ζ , когда ζ близко к $\pi/2$. Число разрезов определяется зависимостью от него амплитуд гармоник фокусирующей силы. Из оценок следует, что

$$T_{(n+1)э}^z / T_{nэ}^z \sim (\xi)^k.$$

Численные расчеты подтверждают эту оценку (см. табл. 2, в которой приведены значения величин $T_{nэ}^z$ и $T_{nм}^z$ для разных n при $k=30$, $\xi=0,8$ и $\zeta=\pi/2$).

Таблица 2

n	$T_{nэ}^z$	$T_{nм}^z$	n	$T_{nэ}^z$	$T_{nм}^z$
0	1,844	-0,1657	2	$0,36 \cdot 10^{-6}$	$-0,39 \cdot 10^{-5}$
1	$0,53 \cdot 10^{-3}$	$-0,30 \cdot 10^{-2}$	3	$0,49 \cdot 10^{-9}$	$-0,76 \cdot 10^{-8}$

С увеличением числа разрезов растет фокусирующая сила и уменьшается дефокусирующая. В табл. 3 приведены значения $T_{о.э}^z$, $T_{о.м}^z$ и T_0^z при различных k и $\xi=0,8$; $\zeta=\pi/2$.

Таблица 3

k	$T_{о.э}^z$	$T_{о.м}^z$	\tilde{T}_0^z
5	1,25	-0,38	0,87
10	1,61	-0,36	1,25
30	1,84	-0,16	1,68

Таким образом, «беличье колесо» является анизотропным экраном, который задерживает аксиальное электрическое поле и пропускает нормальное магнитное. Улучшение анизотропности с увеличением числа разрезов можно понять следующим образом. При $\zeta = \pi/2$ и малом числе разрезов расстояние между полосами довольно большое, и часть аксиального электрического поля проходит между ними наружу. При увеличении k растет число силовых линий электрического поля, которое заканчивается на зарядах лент (заряды на ребрах), а это значит, что растет поле внутри системы.

Дефокусирующая магнитная сила в F_z связана с компонентой H_r , для которой на металлической полосе должно выполняться условие $H_r = 0$. Это значит, что H_r -компонента магнитного поля свободно проходит в щели между лентами, значительно искривляя линии около середины ленты, в основном остается внутри системы (если $k = 0$, то все магнитное поле отражено). При увеличении k и сохранении ζ все более увеличиваются роль ребер лент и связанное с ними провисание магнитного поля наружу.

Итак, в ОИЯИ в модели коллективного линейного ускорителя ионов параметры фокусирующей системы выбраны следующими: $\xi = 0,8$; $\zeta = \pi/2$; $k = 30$. Это дает значение $T_0^z = 1,68$ и $T_0^r = 1,33$ и обеспечивает те же размеры кольца при ускорении, что и в адгезаторе в конце сжатия.

Применение метода фокусировки силами изображения, по-видимому, ограничено при больших $\gamma_{||}$, когда становится заметным влияние реальной проводимости стенок камеры на движение кольца. Оценка дает для максимального $\gamma_{||} \sim 40$.

Разработанные методы фокусировки не исчерпывают, конечно, всех возможностей. Сейчас во многих лабораториях ведутся поиски различных методов. Среди них большое место занимает сложная и самостоятельная проблема получения стабилизированного кольца Будкера.

V. Устойчивость электронно-ионного кольца

Для осуществления коллективного метода ускорения необходимо выдерживать параметры электронно-ионного кольца в определенной области значений. Характерное время изменения параметров из-за влияния различных возмущений должно быть много

больше времени ускорения. Определить это характерное время практически невозможно, поэтому при анализе устойчивости используются различные модельные представления и исследуются случаи, которые считаются наиболее опасными.

Учитывая способ образования электронного кольца и его ускорения, изложенный выше, естественно разделить задачу об устойчивости на две. Первая — это проблема устойчивости электронного кольца без ионов в магнитном поле со слабой фокусировкой, вторая — исследование устойчивости электронно-ионного кольца (заряженная плазма).

В данном разделе излагаются (далеко не полно) результаты анализа этих проблем, согласно обзорным работам [42, 43].

Рассматривая неустойчивости в однокомпонентной системе — электронном кольце, разделим, в свою очередь, возникающие неустойчивости на одночастичные и когерентные. Под одночастичными будем понимать неустойчивости, связанные с движением отдельной частицы во внешнем поле и поле всех остальных частиц, которое считается заданным. Одночастичные неустойчивости связаны со сдвигом частот бетатронных колебаний из-за пространственного заряда и резонансными возмущениями внешнего поля. Описания этих неустойчивостей приводились выше. Мы остановимся здесь на известных когерентных неустойчивостях. Эти неустойчивости характеризуются изменением как движения частиц, так и собственных полей в процессе развития неустойчивости. Метод теоретического изучения таких неустойчивостей состоит в решении самосогласованной системы уравнений Власова.

Когерентные неустойчивости электронного кольца делятся на продольные (связанные с азимутальным движением частиц) и поперечные. Различают три типа продольных неустойчивостей:

- 1) неустойчивость типа отрицательной массы (НОМ) [44, 45];
- 2) радиационная неустойчивость РН (индуцированное циклотронное излучение) [46, 47];
- 3) резистивная продольная неустойчивость [48].

Основная физическая особенность первой из названных неустойчивостей связана с определенной зависимостью частоты обращения частицы в магнитном поле от энергии. Если с увеличением энергии частицы частота ее обращения уменьшается, как это имеет место, например, в магнитном слабофокусирующем поле, то частица движется под действием азимутальных сил в направлении против силы так, как будто масса ее отрицательна. При этом возможны самогруппировка частиц и рост флуктуации плотности. Средняя скорость пучка при этом не меняется и неустойчивость не сопровождается излучением распространяющихся электромагнитных волн.

Анализ неустойчивости типа НОМ в коллективном линейном методе ускорения оказывается особенно важным на начальной стадии образования кольца, когда оно находится вблизи цилиндрической стенки камеры. Такая геометрия сильно отличается от традиционно

используемой в обычных ускорителях, а так как инкремент НОМ зависит от геометрического фактора, то требуются специальные расчеты, учитывающие влияние конкретной экранировки. Вычисления инкрементов проводились для моноэнергетического бесконечно тонкого цилиндрического пучка электронов (E -слой), вращающихся с релятивистской скоростью в постоянном магнитном поле. Пучок окружен бесконечно проводящим цилиндрическим экраном, расположенным коаксиально с пучком [49, 50]. В работе [49] для инкремента НОМ получено выражение

$$\text{Im } \omega = \Omega \frac{n}{\gamma_{\perp}} \sqrt{\frac{2(a-r_0)}{r_0}}. \quad (\text{V.1})$$

Здесь

$$\Omega = \sqrt{\frac{2\pi r^* \sigma_0 r_0 \omega_0^2}{\gamma_{\perp} e}};$$

σ_0 — поверхностная плотность электронов; a — радиус цилиндрического экрана; n — номер гармоники азимутального возмущения электронного пучка; ω_0 — частота обращения электронов. При вычислении инкремента НОМ предполагалось, что справедливо следующее неравенство:

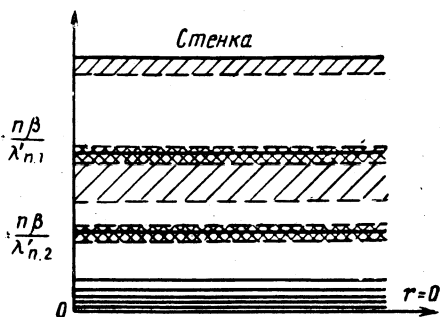
$$\frac{a-r_0}{r_0} \ll \frac{1}{\gamma_{\perp}^2}, \quad (\text{V.2})$$

имеющее место при непосредственной близости пучка к экрану и не очень больших γ_{\perp} . Как видно из формулы (V.1), геометрический фактор $\Lambda = \sqrt{\frac{2(a-r_0)}{r_0}}$ может быть существенно малым из-за влияния экрана. В работе [50] показано, что при выполнении условия обратного (V.2), неустойчивости НОМ вообще не возникает. Для пучков с энергетическим разбросом в случае выполнения (V.2) инкремент НОМ уменьшается по сравнению с (V.1) и существует порог неустойчивости [51]. Пороговый разброс можно найти, используя полученные результаты из работ [44, 45] и геометрический фактор, определенный выше.

В работе [51] вычисляется также инкремент НОМ для очень тонкого кольца (размер кольца l вдоль образующей цилиндрического экрана много меньше расстояния от кольца до экрана). В отличие от E -слоя для такого кольца без учета энергетического разброса срыва неустойчивости в релятивистском пучке не происходит. Если принять равными величины $2\pi r_0 \sigma_0$ и N/l , то инкремент, вычисленный для кольца, оказывается меньшим (V.1) в $\sqrt{\frac{l}{a-r_0}}$ раз. Таким образом, требуется совсем небольшой энергетический разброс для подавления НОМ в кольце, находящемся вблизи от стенки. Этот вывод качественно подтверждается экспериментом [52]. Экспери-

мент с пучком вблизи от экрана показывает, что начальные азимутальные флюктуации плотности сглаживаются в течение нескольких оборотов частиц.

Дальнейшее рассмотрение НОМ при удалении кольца от экрана связано с вычислительными трудностями. Области, где проявляется эта неустойчивость, находятся при таких расстояниях кольца от экрана, когда гармоника средней частоты обращения частиц, примерно совпадающая с частотой волны возмущения, достаточно сильно отличается от произвольной собственной частоты камеры, соответствующей этой гармонике. В этом случае условие излучения поперечных волн не выполняется и можно говорить о неустойчивости типа НОМ в чистом виде [51]. В терминах импеданса пучка и



Область устойчивости НОМ и РН.
По оси ординат отложены значения r/b .

Именно на увеличении индуктивной части импеданса с помощью индуктивных экранов строится один из способов стабилизации НОМ [50]. Отметим также возможность стабилизации НОМ на нелинейной стадии развития. Если инкремент НОМ мал по сравнению с энергетическим разбросом в пучке и нелинейным взаимодействием гармоник электромагнитного поля возмущения можно пренебречь, то для анализа развития НОМ можно использовать квазилинейную теорию [54]. Оказывается, что энергетический разброс в этом случае растет со временем и достигает порогового значения, при котором происходит срыв неустойчивости.

Дважды заштрихованные области (см. рисунок) — это области радиационной неустойчивости (активный импеданс). Здесь наблюдаются резонанс колебаний в пучке с собственными модами камеры и электромагнитное излучение. Радиационная неустойчивость в коллективном линейном методе ускорения рассматривалась в работах [55—60]. Рассмотрим два случая:

1. Излучение происходит практически на одной моде колебаний камеры, когда пучок достаточно близок к стенке и время развития неустойчивости много больше времени прохождения сигнала от кольца до стенки.

камеры, введение которого оказывается очень удобным для идентификации продольных неустойчивостей [50, 51, 53], области, где проявляется НОМ, соответствуют емкостному импедансу.

На рисунке для гармоники с номером n эти области заштрихованы. Незаштрихованные полосы соответствуют областям продольной устойчивости кольца (индуктивный импеданс).

2. Условие, обратное первому, резонансы сливаются в непрерывную полосу и излучение происходит, как в свободном пространстве.

В первом случае для моноэнергетического пучка имеем инкремент [58]

$$\text{Im } \omega = \left(\frac{cr^* N \omega_0 \sqrt{n \omega_0}}{\gamma_{\perp} a^2} f(n) \right)^{2/5} \quad (\text{V.3})$$

и вещественную часть частоты

$$\text{Re } \omega = n \omega_0 + \text{Im } \omega, \quad (\text{V.4})$$

где $f(n)$ — функция, растущая как $n^{4/3}$ до $n \sim \gamma_{\perp}^3$ и затем экспоненциально спадающая. Заметим, что для реальных пучков конечной толщины изложенные здесь результаты справедливы лишь для первых гармоник, поскольку считается, что длина волны возмущения много больше толщины пучка. При большем разбросе инкременты существенно уменьшаются, однако неустойчивость не имеет порога.

Во втором случае инкремент РН для моноэнергетического пучка меньше (V.3), кроме того, имеется порог [60]. Пороговое число частиц при этом определяется из следующего неравенства:

$$\frac{r^* N}{2\pi r_0 \gamma_{\perp}} < n^{2/3} \left(\frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \right)^2. \quad (\text{V.5})$$

Здесь $\Delta \omega_0$ — разброс частот обращения частиц. Учет нелинейного взаимодействия гармоник при развитии РН в моноэнергетическом пучке вдали от экрана показывает, что неустойчивость очень быстро переходит на нелинейную стадию с увеличением энергетического разброса [60].

Все результаты, о которых говорилось выше, получены в предположении бесконечной проводимости стенок камеры. Влияние конечной добротности камеры с той же геометрией на продольную устойчивость обсуждается в работе [59]. Вопрос о поперечной устойчивости электронного кольца рассматривался в работах [43, 61, 62].

В работе [61] показано, что наличие бесконечно проводящего цилиндрического экрана ликвидирует поперечные неустойчивости E -слоя. Условие на $\Delta v_{r,z}$ -разброс бетатронных частот, приводящий к подавлению резистивной поперечной неустойчивости [63] в случае, когда существенно влияние боковых стенок камеры, имеет вид

$$\Delta v_{r,z} > \frac{r^* r_0 N}{2\pi v_{r,z} a_0^2 \gamma_{\perp}^3} + \frac{r^* r_0 N}{\pi v_{r,z} \gamma_{\perp} (\Delta h)^2} \left[\frac{r_0 c}{8\pi \sigma (n - \Delta v)_{r,z} (\Delta h)^2} \right]^{1/2}, \quad (\text{V.6})$$

где a_0 — малый размер кольца; Δh — расстояние от стенки до средней плоскости кольца; σ — проводимость стенки.

Случай, когда электронное кольцо расположено близко к цилиндрической поверхности камеры, рассмотрен в работе [62]. Максимальный инкремент резистивной поперечной неустойчивости для моноэнергетического пучка оказывается равным

$$\text{Im } \omega = \frac{r^* N}{2\pi r_0 \gamma_{\perp}} \left(\frac{r_0}{2a} \right)^2 \frac{c}{a} \left[\frac{\omega_0}{2\pi\sigma (1 - v_{r,z})} \right]^{1/2}. \quad (\text{V.7})$$

Для пучков с энергетическим разбросом существует порог неустойчивости, связанный с затуханием Ландау. Разброс по продольной энергии ω , необходимый для подавления неустойчивости, должен удовлетворять следующему неравенству:

$$\Delta\omega > \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{\gamma_{\perp}} \left(\frac{c}{a} \right)^2 \frac{1}{\frac{d}{d\omega} [\omega_0^2(\omega) (1 - v_{r,z}(\omega))] |_{\omega = \omega(\omega_0)}}. \quad (\text{V.8})$$

Далее перейдем к неустойчивостям в электронно-ионном кольце. Ограничимся здесь рассмотрением пучковой неустойчивости [64], устойчивости кольца по отношению к поперечным изгибаниям [65] и устойчивости слабонеоднородного цилиндрического слоя [66].

Анализ пучковой неустойчивости проводился на модели цилиндрического квазинейтрального плазменного шнура, через который движется скомпенсированный пучок заряженных частиц. В данной модели не учитываются собственные поля кольца в стационарном состоянии и его кривизна. Плотность пучка считается много меньшей плотности плазмы, что соответствует для кольца рассмотрению неустойчивости в системе координат, связанной с электронами.

Имеются два механизма возбуждения волн пучком, проходящим через плазму: эффект Вавилова — Черенкова и возбуждение волн, обусловленное анизотропией функции распределения частиц по скоростям. Для объемных волн, длина волны которых много меньше радиуса шнура, инкременты пучковой неустойчивости такие же, как и для безграничной среды. В интересующем нас случае релятивистского моноэнергетического пучка малой плотности инкремент неустойчивости, связанной с черенковским излучением, приведен в работе [67]. Следует заметить, что в кольце эта неустойчивость может вообще не возникать, если выполняется условие $\frac{\omega_0 \gamma_{\perp}}{\Omega_e} < 1$, где Ω_e — ленгмюровская частота электронов. Возбуждение поверхностной аксиально симметричной волны такого же типа в цилиндрическом пучке сильно затруднено, соответствующие инкременты экспоненциально малы [68]. Аперiodическая неустойчивость

пучка изучалась в работах [68—70]. В гидродинамическом приближении для объемных волн в линейной теории инкремент неустойчивости в лабораторной системе координат равен

$$\text{Im } \omega = \Omega_i \gamma_{\perp}, \quad (\text{V.9})$$

где Ω_i — ленгмюровская частота ионов.

Инкремент поверхностных волн в два раза меньше (V.9). Квазилинейная теория апериодической неустойчивости показывает, что на нелинейной стадии неустойчивость срывается, относительные потери энергии пучка при этом порядка $\frac{mn_i}{Mn_e} \ll 1$.

Устойчивость электронно-ионного кольца с частично компенсированным зарядом и внешней фокусировкой по отношению к поперечным изгибаниям исследовалась в работах [71, 72]. В этих работах принята модель двух заряженных цилиндрических шнуров с постоянной плотностью по сечению и исследуется устойчивость движения центров масс шнуров при образовании «змеек».

В интересующем нас случае, когда число ионов невелико и выполняется условие $\eta = \frac{m\gamma}{M} \cdot \frac{n_0}{n_i} \gg 1$ [71], для непрерывного спектра волновых векторов k имеется область неустойчивости

$$kR = \sqrt{n_{\text{эфф}}} + \frac{\omega_i}{\omega_0} + s \sqrt{\frac{\omega_i^3}{\sqrt{n_{\text{эфф}}} \omega_0^3 \eta}}, \quad (\text{V.10})$$

где $\omega_i = \frac{c}{a_0} \sqrt{\frac{2m}{M}} v_e$; $n_{\text{эфф}}$ — эффективный показатель спада магнитного поля (с учетом собственного поля кольца); а s изменяется в интервале $-1 \leq s \leq 1$. Инкремент неустойчивости

$$\text{Im } \omega = \frac{\omega_i}{2} \sqrt{\frac{1-s^2}{\sqrt{n_{\text{эфф}}}}}. \quad (\text{V.11})$$

В кольце спектр волновых векторов дискретный ($k = l/r_0$). Здесь l — произвольное целое число, поэтому неустойчивости не будет, если ни один волновой вектор не попадает в область (V.10). Условия устойчивости кольца имеют вид

$$2 \sqrt{\frac{\omega_i^3}{\omega_0^3}} < 1 - \left\{ \sqrt{n_{\text{эфф}}} + \frac{\omega_i}{\omega_0} - \sqrt{\frac{\omega_i^3}{\sqrt{n_{\text{эфф}}} \omega_0^3 \eta}} \right\} \quad (\text{V.12})$$

или

$$1 > \sqrt{n_{\text{эфф}}} + \frac{\omega_i}{\omega_0} + \sqrt{\frac{\omega_i^3}{\sqrt{n_{\text{эфф}}} \omega_0^3 \eta}}, \quad (\text{V.13})$$

где символ $\{A\}$ означает дробную часть числа A . Учет затухания Ландау и радиационного трения, проведенный также в работе [71], показал, что эти эффекты не приводят к стабилизации неустойчивости.

Низкочастотные потенциальные колебания в электронно-ионном кольце рассматривались на примере цилиндрического слоя релятивистских частиц, вращающихся в однородном магнитном поле [66]. В работе принимаются упрощающие предположения: частота колебаний много меньше циклотронной частоты частиц, фазовая скорость волн много меньше скорости света, распределение частиц по импульсам вдоль магнитного поля нерелятивистское, продольная длина волны много меньше радиуса слоя. В этом случае методом геометрической оптики находится спектр колебаний слоя, а с помощью теории возмущений — величина инкремента. Колебания моды с $|n| = 1$, соответствующие ионному звуку в однородной плазме, оказываются неустойчивыми, инкремент нарастания колебаний равен

$$\text{Im } \omega = \sqrt{\pi} \cdot \frac{n_e}{n_i} \frac{(\text{Re } \omega)^2}{c |k_z| u_e} \cdot \frac{\int_0^\infty ds f \sqrt{1 + u_{pe}^2} s \left| \frac{d\Phi}{ds} \right|^2}{\int_0^\infty ds f s \left| \frac{d\Phi}{ds} \right|^2}, \quad (\text{V.14})$$

где k_z — волновое число в направлении вдоль магнитного поля; функция f описывает распределение частиц поперек магнитного поля; u_{pe}^2 и u_e^2 выражаются соответственно через средние значения квадратов поперечного и продольного импульсов электрона; Φ — величина потенциала в нулевом приближении по малому параметру: отношению инкремента к частоте колебаний ω . Подобная кинетическая неустойчивость соответствует дрейфовой неустойчивости в слабонеоднородной нерелятивистской плазме. Далее в работе [66] показано, что для ограниченного вдоль магнитного поля сгустка, длина которого много меньше отношения тепловой скорости частиц к частоте волны, эта неустойчивость не успевает развиться. Анализ неустойчивостей, проведенный для конкретных размеров кольцевых сгустков, используемых в экспериментах по коллективному методу ускорения, показывает, что существенного изменения параметров кольца за время ускорения не происходит.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показана возможность использования коллективного метода для создания ускорителей заряженных частиц. Рассмотрение приводилось только для одной конкретной системы ускорения и только под углом зрения создания ускорителя на сверхвысокие энергии. Это не означает, однако, что на этом исчерпываются воз-

возможности коллективного метода ускорения. По-видимому, на таком принципе возможно создание ускорителей самых различных типов, начиная от ускорителей самых тяжелых ионов и кончая ускорителями на сверхвысокие энергии. Оценки показывают, что на основе коллективного принципа можно создать и ускорители со встречными пучками.

Для иллюстрации возможных перспектив рассматриваемого метода ускорения приведем некоторые оценки использования релятивистски стабилизированного пучка в коллективном ускорителе. Для интенсивного пучка электронов, скомпенсированного ионами так, что $N_i = \frac{N_e}{\gamma_{\perp}^2}$, из-за магнитного сжатия наступает уменьшение сечения пучка, вызванное потерями энергии поперечного движения частиц на излучение. Это уменьшение сечения продолжается до тех пор, пока начинает играть роль рассеяние электронов на ионах. Наступает стационарное состояние. При этом размеры сечения кольца составляют $10^{-3} - 10^{-4}$ см. В таком кольце максимальная напряженность поля, действующая на ион, может достигать 10^9 в.см $^{-1}$. Это означает, что если использовать все возможности кольцевого сгустка, то можно создать ускорители с размерами всего в один метр на каждые 100 Гэв.

ЛИТЕРАТУРА

1. V e k s l e r V. I. Coherent Principle of Acceleration of Charged Particles. Symposium, CERN, 1, 80 (1956); В е к с л е р В. И. «Атомная энергия», 5, 427 (1957).
2. В е к с л е р В. И. и др. Препринт ОИЯИ Р9-3440-2, Дубна, 1968; V e k s l e r V. I. et al. Collective Linear Acceleration of Ions. Proc. of Sixth Internat. Conf. on High Energy Accelerators, Cambridge, 1967, p. 289.
3. И в а н о в И. Н. и др. Препринт ОИЯИ Р9-4132, Дубна, 1968.
4. Я р к о в о й О. И. Препринт ОИЯИ 2183, Дубна, 1965.
5. Р у б и н Н. Б. Препринт ОИЯИ 2882-2, Дубна, 1966.
6. И о в н о в и ч М. Л., Ф и к с М. М. Препринт ОИЯИ Р9-4849, Дубна, 1969.
7. B e r g R. E. et al. Phys. Rev. Lett., 22, 9, 419 (1969).
8. C h r i s t o f i l o s N. C. Preprint UCRL-71414, Lawrence Radiation Laboratory, Livermore, 1969; Static Compression of Relativistic Electron Rings. Phys. Rev. Lett., 22, 16, 830 (1969).
9. L a s l e t t L. J., S e s s l e r A. M. Preprint UCRL-1858, Lawrence Radiation Laboratory, Berkeley, 1969.
10. K e i l E. Extraction of Electron Rings by a Segue of axially shifted coil pairs. Symposium on Electron Accelerators, U.S.A., Berkeley, 1968.
11. Р е ш е т н и к о в а К. А., С а р а н ц е в В. П. Препринт ОИЯИ Р9-4678, Дубна, 1969.
12. K e e f e D. ERA development at Berkeley. Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).

31. Бонч-Осмоловский А. Г. и др. Препринт ОИЯИ Р-9-4171, Дубна, 1968.
14. Джексон Д. Классическая электродинамика. М., «Мир», 1965.
15. Рубин С. Б., Мамонов В. Н. Препринт ОИЯИ 9-3346-2, Дубна, 1967.
16. Morton P. L., Neil V. K. The interaction of a Ring of Charge passing through a Cylindrical of cavity. Symposium on Electron Ring Accelerators, USA, Berkeley, 1968.
17. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. Перев. с англ., М., Изд-во иностр. лит., 1956.
18. Гинзбург В. Л., Эйрман В. Я. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **36**, 1823 (1959).
19. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. «Успехи физ. наук», **88**, 209 (1966).
20. Sessler A. M. Preprint LRL, Berkeley, 1968.
21. Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. «Докл. АН СССР», **124**, 1026 (1959).
22. Колпаков О. А., Котов В. И. «Ж. техн. физ.», **34**, 1387 (1964).
23. Falten A. Radiation by a relativistic Particle passing through a cavity. Symposium on Electron Ring Accelerators, USA, Berkeley, 1968.
24. Lawson T. D. Preprint RHEL/M144 (1968).
25. Lawson T. D. How can we calculate the Radiation Loss in the Electron ring Accelerator? Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).
26. Орлов Л. К., Рябцов А. В. В сб. «Электрофизическая аппаратура». Вып. 6. М., Атомиздат, 1967.
27. Кузнецов А. Б., Рубин С. Б. Препринт ОИЯИ Р9-4909, Дубна, 1970.
28. Levin B. S., Sessler A. M. Preprint UCRL-18595 (1969).
29. Воскресенский Г. В., Курдюмов В. Н. О потерях энергии электронных колец при пролете одного резонатора. Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).
30. Гилинский И. А. Докл. «АН СССР». **150**, 767 (1963).
31. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. «Ж. техн. физ.», **34**, 704 (1964).
32. Кузнецов А. Б., Рубин С. Б. Препринт ОИЯИ Р9-5087, Дубна, 1970.
33. Кузнецов А. Б., Рубин С. Б. Препринт ОИЯИ Р9-5247, Дубна, 1970.
34. Ахизер А. И. и др. «Ж. техн. физ.», **25**, 2526 (1955).
35. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. «Успехи физ. наук», **94**, 377 (1968).
36. Кузнецов А. Б., Рубин С. Б. Препринт ОИЯИ Р-9-4728, Дубна, 1969.
37. Колпаков О. А. и др. «Ж. техн. физ.», **34**, 26 (1965).
38. Keil E. On the Energy loss of a charged ring passing a corrugated cylindrical waveguide. CERN-IST-TH/69-49.

39. Бонч-Осмоловский А. Г. и др. Препринт ОИЯИ Р9-4135, Дубна, 1968.
40. Laslett L. I. Image Focussing through use of dielectric. Symposium on electron ring accelerators. Berkeley, Preprint UCRL-18103, 1968.
41. Долбиллов Г. В. Препринт ОИЯИ Р9-4737, Дубна, 1969.
42. Бонч-Осмоловский А. Г. и др. Препринт ОИЯИ Р9-4138, Дубна, 1968.
43. Sessler A. M. The electron ring accelerator: general concepts and present state of theoretical understanding. Symposium on ERA, Lawrence Radiation Laboratory, 1968, p. 11.
44. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. «Атомная энергия», 7, 6 549 (1959).
45. Nielsen C. et al. CERN Symposium, 1959, p. 115. В сб. «Накопление релятивистских частиц». М., Госатомиздат, 1963, стр. 133.
46. Гапонов А. В. «Изв. вузов СССР. Серия радиофиз.», II, 5, 836 (1959).
47. Schneider J. Phys. Rev. Lett., 2, 504 (1959).
48. Neil V. K., Sessler A. M. Rev. Scient. Instrum., 36, 429 (1965).
49. Иванов И. Н. Препринт ОИЯИ Р9-3476-2, Дубна, 1967.
50. Briggs R., Neil V. Plasma Physics, 9, 209 (1967).
51. Бонч-Осмоловский А. Г., Перельштейн Э. А. Препринт ОИЯИ Р9-4424, Дубна, 1969.
52. Рыльцев П. И. и др. Препринт ОИЯИ Р9-4620. Дубна, 1969.
53. Лебедев А. Н. Диссертация, ФИАН, 1968.
54. Перельштейн Э. А., «Ж. техн. физ.», 37, 1177 (1967).
55. Иванов И. Н. Препринт, ОИЯИ Р9-3474-2, Дубна, 1967.
56. Briggs R. Coherent «radiative» instabilities of the compressed electron ring. Symposium on ERA, Lawrence Radiation Laboratory, 1968, p. 434.
57. Pellegrini C., Sessler A. M. Effect of coherent radiation during ring compression. Symposium on ERA, Lawrence Radiation Laboratory, 1968, p. 442.
58. Бонч-Осмоловский А. Г., Перельштейн Э. А. Препринт ОИЯИ Р9-4425, Дубна, 1969.
59. Григорьев В. П., Диденко А. Н. Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).
60. Бонч-Осмоловский А. Г. и др. Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).
61. Иванов И. Н., Маханьков В. Г. Препринт ОИЯИ Р9-3475-2, Дубна, 1967.
62. Корнеев И. Л., Юдин Л. А. Об устойчивости электронного кольцевого пучка в бесконечной цилиндрической трубе с проводящими стенками. Доклад на 7-й Международной конференции по ускорителям. Ереван, 1969 (в печати).
63. Laslett L. J. et al. Rev. Scient. Instrum., 36, 436 (1965).
64. Ахизер А. И., Файнберг Я. Б. «Докл. АН СССР», 69, 555 (1949).
65. Будкер Г. И. «Атомная энергия», 5, 9 (1956).
66. Иовнович М. Л. Препринт ОИЯИ 9-3395-2, Дубна, 1967.

67. С и л и н В. П., Р у х а д з е А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М., Госатомиздат, 1961.
68. М а х а н ь к о в В. Г. «Ж. техн. физ.», 36, 1752 (1966).
69. М а х а н ь к о в В. Г., Р у х а д з е А. А. Препринт ОИЯИ 1005, Дубна, 1962; «Ядерный синтез», 2, 177 (1962).
70. Я р к о в о й О. И. Препринт ОИЯИ 1053, Дубна, 1962.
71. Ч и р и к о в Б. В. Препринт ИЯФ СОАН СССР, Новосибирск, 1964.
72. M i l l s E. E. Mutual oscillations of ions and electrons in the ERA. Symposium on ERA. Lawrence Radiation Laboratory, Berkeley, 1968, p. 448.