

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ
И ФОРМ-ФАКТОРЫ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

П. С. Исаев

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

А Н Н О Т А Ц И Я

Обзор посвящается современному состоянию вопроса о форм-факторах π -мезонов, K -мезонов и нуклонов. Дано понятие форм-факторов элементарных частиц, описание форм-факторов с помощью дисперсионных соотношений, дана интерпретация экспериментальных данных по рассеянию электронов на пионах и нуклонах с помощью введения форм-факторных функций, рассмотрены теоретические аспекты связи разности масс заряженных и нейтральных K -мезонов с форм-факторами K -мезонов, рассмотрены различные представления форм-факторных функций.

А B S T R A C T

The review is devoted to the present-day state of the problem of the π -meson, K -meson and nucleon form factors. The notion of elementary particle form factors, the description of the form factors by means of dispersion relations and the interpretation of the experimental data on the scattering of electrons on pions and nucleons by introducing the form factor functions are given. Theoretical aspects of the connection of the mass difference of charged and neutral K -mesons with K -meson form factors as well as various forms of the form factor functions are considered.

ВВЕДЕНИЕ *

Предмет данного обзора связан с одним из фундаментальных вопросов физики элементарных частиц, который активно исследуется в настоящее время,— с вопросом структуры элементарных частиц. Идея о том, что исследуемые объекты — элементарные частицы — должны иметь определенное строение, не нова. Об этом говорилось с момента открытия электрона. Однако в настоящее время понятие «структура элементарных частиц» наполнено более глубоким содержанием, чем первые представления о структуре электрона, обсуждавшейся в начале XX столетия в работах Абрагама, Лоренца, Пуанкаре и др.

В обзоре в доступной форме излагается понятие о форм-факторах элементарных частиц, связь форм-факторов со структурой частиц, описание форм-факторов с помощью дисперсионных соотношений и интерпретация экспериментальных данных по рассеянию электронов на пионах и нуклонах с помощью введения форм-факторов пионов и нуклонов. Имеется огромное число работ, посвященных всем этим вопросам. Я упомяну здесь лишь ряд обзоров [1—4], к которым читателю следует обратиться для более глубокого ознакомления с историей предмета.

Прежде чем перейти к самому обзору, сделаем несколько замечаний о методе дисперсионных соотношений. В настоящее время метод дисперсионных соотношений является одним из надежных методов теории поля и с успехом применяется для объяснения экспериментальных данных. Сейчас нет ни одного случая противоречия дисперсионных соотношений с экспериментальными данными.

К сожалению, нет и строгих экспериментальных доказательств справедливости метода. Впервые существование дисперсионных соотношений было доказано теоретически Н. Н. Боголюбовым для рассеяния π -мезонов на нуклонах в 1956 г. в его докладе на Международном съезде физиков-теоретиков в Сиэттле (см. также работу [5]). Позднее существование дисперсионных соотношений было

* В основу данного обзора положены лекции, прочитанные автором в Международной школе по физике элементарных частиц в Герцег-Нови (Югославия) в 1966 г. и изданные в книге «Methods in subnuclear Physics». V. II, Gordon and Breach, N.Y., London, Paris, 1968. Лекции изданы только на английском языке. Текст лекций был заново пересмотрен для данного обзора и значительно дополнен новыми материалами по исследованию электромагнитных форм-факторов π - и K -мезонов и нуклонов (опубликованными за период с 1966 по 1970 г.).

доказано и для некоторых других процессов взаимодействия элементарных частиц. Получение таких доказательств (теоретически) является очень трудным делом. В настоящее время предполагается, что дисперсионные соотношения справедливы для любого процесса. В данном обзоре также всюду предполагается справедливость использования дисперсионных соотношений для описания форм-факторов элементарных частиц.

§ 1. ФОРМ-ФАКТОРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Единого определения понятия форм-фактора не существует; в большинстве случаев оно отождествляется с понятием вершинной функции.

При взаимодействии электромагнитного поля с нуклонами (или π -мезонами) возникает вершина (рис. 1, а). Слабые взаимодействия

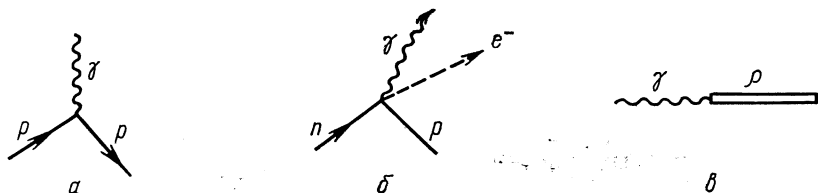


Рис. 1. Фейнмановские диаграммы простейших вершинных функций.

имеют вершину типа изображенной на рис. 1, б. Взаимодействие электромагнитного поля с ρ -мезоном описывается вершиной, представленной на рис. 1, в. Силу взаимодействия характеризуют кон-

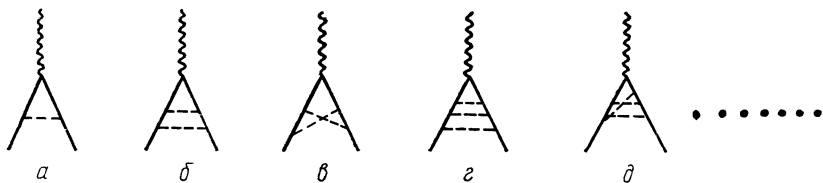


Рис. 2. Различные фейнмановские диаграммы, дающие вклад в обобщенную вершинную функцию, изображенную на рис. 3.

станты связи. Рассмотрим трехчастичную форму взаимодействия (рис. 1, а). Включим в рассмотрение лишь фотоны, π -мезоны и нуклоны. Экспериментальные данные указывают на то, что константа связи π -мезонного поля с нуклонным $G^2/4\pi \approx 15$, а константа связи электромагнитного поля с нуклонами $e^2/\hbar c = 1/137$. Поэтому при описании взаимодействия электромагнитного поля с нуклонным (π -мезонным) необходимо помнить о сильной связи нуклонов (π -мезонов) с π -мезонным полем (нуклонным полем). Отсюда вершина, изображенная на рис. 1, а, должна быть дополнена бесконечным набором диаграмм, представленных на рис. 2, на которых π -мезоны

изображены пунктирными линиями. Символически этот набор диаграмм вместе с диаграммой, представленной на рис. 1, *a*, может быть изображен одной диаграммой (рис. 3), в которой заштрихованный круг означает вклад всех возможных диаграмм, допускаемых соответствующим лагранжианом взаимодействия. Если один из концов диаграммы (см. рис. 3) является виртуальным γ -квантом ($q^2 \neq 0$), а два других конца — описывают свободный нуклон, то вершинная функция F , изображенная на рис. 3, будет зависеть от одной переменной q^2 , именно $F = F(p^2 = M^2, p'^2 = M^2, q^2 \neq 0)$. Такая функция $F(M^2, M^2, q^2)$ называется электромагнитным форм-фактором нуклона. В действительности взаимодействие протона или нейтрона с фотоном описывается с помощью двух форм-факторных функций, а не одной, как это представлено здесь для наглядности. Более подробно это будет рассмотрено несколько ниже.

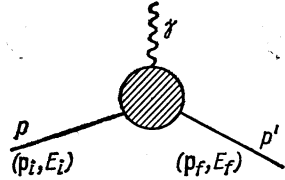


Рис. 3. Обобщенная вершинная функция.

Методов суммирования бесконечного числа диаграмм, представленных на рис. 3, не существует, и форм-факторы рассчитываются лишь приближенно.

Форм-факторы вводят и в случае вершин, описывающих слабые взаимодействия (см. рис. 1, *b*). Например, в распаде $n \rightarrow p + e + \nu$ (рис. 4) заштрихованный круг означает учет всех поправок, происходящих от сильных взаимодействий нейтрона и протона, и функции $F(M_n^2, M_p^2, q^2)$, описывающие эти взаимодействия, где переменная величина q^2 — есть разность четырехмерных импульсов протона и нейтрона, также называют форм-факторами, хотя в данном случае все четыре частицы (n, p, e, ν) лежат на массовой поверхности. Название форм-фактора (электромагнитный форм-фактор π -мезона или π -мезонный форм-фактор бозонов и т. д.) связывается с виртуальной частицей, по 4-импульсу которой исследуется зависимость форм-фактора, и теми реальными частицами, с которыми данная виртуальная образует вершину.

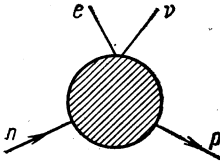


Рис. 4. Обобщенная вершинная функция, соответствующая распаду $n \rightarrow p + e + \nu$.

В случае взаимодействия одного виртуального фотона с нуклоном электрический заряд можно включить в форм-факторную функцию так, что «новый заряд» e' будет связан с обычным зарядом e формулой:

$$e'(q^2) = F(q^2); \quad e'(0) = F(0) = e, \quad (1)$$

т. е. как бы получается теория с константой взаимодействия, зависящей от передачи 4-импульса $q^2 = (p' - p)^2$. Однако не всегда можно представлять форм-факторную функцию как переменный заряд. Это легко увидеть, если перейти к более сложным диаграммам.

Рассматривая, например, диаграмму с двумя виртуальными концами (рис. 5), можно увидеть, что она описывается набором функций $F_i(q_1^2, q_2^2)$, которые сложным образом будут зависеть от двух переменных $q_1^2 \neq 0$ и $q_2^2 \neq 0$, в связи с чем ни одну из них нельзя интерпретировать в духе соотношения (1). В рассматриваемом примере набор функций $F_i(q_1^2, q_2^2)$ описывает амплитуду виртуального комптон-эффекта. Форм-факторную функцию нельзя интерпретировать как реальное пространственное распределение электрического заряда нуклона (или самого вещества нуклона). Это следует из того, что $F(x)$ — четырехмерный фурье-образ функции $F(q^2)$:

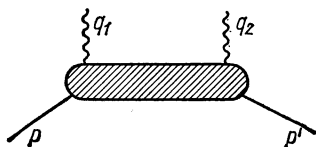


Рис. 5. Изображение обобщенной фейнмановской диаграммы, соответствующей виртуальному комптон-эффекту.

$$F(x) \sim \int d^4q e^{iqx} F(q^2)$$

не имеет связи с размерами нуклона. И только при специальном выборе системы координат, при малых передачах q^2 , при предположении, что $F(q^2)$ является плавно меняющейся функцией и при соответствующем определении плотности распределения электрического заряда можно указать связь форм-факторной функции $F(q^2)$ со среднеквадратичным радиусом нуклона $\langle r \rangle^2$ (см., например, работу [2]):

$$F(q^2) = F(0) \left[1 + \frac{1}{6} \mathbf{q}^2 \langle r \rangle^2 + \dots \right], \quad (2)$$

где \mathbf{q}^2 — трехмерная передача $(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2$, а $F(0) = e$.

Наиболее точно форм-факторы могут быть интерпретированы как влияние виртуального облака частиц на интересующую нас амплитуду процесса (или на интересующий нас матричный элемент). Так, форм-фактор, изображенный на рис. 3, интерпретируется как влияние π -мезонного виртуального облака нуклона на электромагнитное взаимодействие нуклона.

Практическая надобность в привлечении форм-факторов для объяснения экспериментальных данных возникает довольно часто. Они вводятся и для объяснения электромагнитного взаимодействия частиц с нуклонами и при описании слабых взаимодействий с учетом электромагнитных и сильных взаимодействий.

В данном обзоре понятие «форм-факторная функция» будет употребляться только для электромагнитных вершин (см. рис. 1, а), когда один конец вершины является виртуальным γ -квантом, а два других конца обязательно лежат на массовой поверхности, т. е. понятие форм-фактора будет употребляться только для электромагнитных взаимодействий элементарных частиц.

Функции $F_i(q_1^2, q_2^2)$, характеризующие амплитуду виртуального комптон-эффекта (см. рис. 5) или функции $F_i(M_n^2, M_p^2, q^2)$, описывающие процесс распада нейтрона $n \rightarrow p + e + \nu$ (см. рис. 4), будут называться релятивистскими структурными коэффициентами.

В теории поля форм-факторные функции появляются при рассмотрении инвариантных свойств вершинных функций. Так, электромагнитный форм-фактор π -мезона появляется при рассмотрении π -мезонной вершины (рис. 6). Можно показать, что единственный вектор, отличный от нуля, имеет форму

$$\langle \pi_2 | j_\lambda | \pi_1 \rangle = \frac{(\pi_1 + \pi_2)_\lambda}{\sqrt{4\omega_1\omega_2}} F_\pi(t) T_3,$$

где $t = (\pi_2 - \pi_1)^2$; $\omega^2 = \nu + m_\pi^2$; m_π — масса π -мезона; ν — квадрат трехмерного импульса π -мезона; $\nu_i = \mathbf{q}_i^2$, $\omega_{1,2}$ — энергия π -мезона в начальном и конечном состояниях соответственно, T_3 — третья компонента изотопического спина π -мезона, а $F_\pi(t)$ — скалярная функция инвариантной переменной t . В точке $t = 0$ функция $F_\pi(t)$ нормируется на электрический заряд $F_\pi(0) = e$. Выражение справа в приведенной выше формуле является наиболее общим, удовлетворяющим требованиям релятивистской инвариантности.

Более сложную форму имеет нуклонная вершина (см. рис. 3), что связано с наличием спина и изотопического спина у нуклонов. Принимая во внимание инвариантность относительно преобразований Лоренца, градиентную инвариантность и требование, чтобы свободные нуклоны удовлетворяли уравнению Дирака, и учитывая одновременно изотопическую структуру, получаем, что наиболее общее выражение для матричного элемента нуклонного тока j_λ^N имеет вид

$$\begin{aligned} \langle p' | j_\lambda^N | p \rangle = & \frac{1}{\sqrt{4E_f E_i}} \langle \bar{w}(p') | (F_1^s(t) + F_1^v(t) \tau_3) \gamma_\lambda + \\ & + i(F_2^s(t) + F_2^v(t) \tau_3) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | w(p) \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{w}(p')$ и $w(p)$ — спиноры нуклона в конечном и начальном состояниях; E_f , E_i — энергия нуклона в конечном и начальном состояниях, символы s и v означают изотопически скалярную часть и изотопически векторную часть форм-факторных функций нуклона; $\sigma_{\lambda\nu} = \gamma_\lambda \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\lambda$; $k_\nu = (p' - p)_\nu$; $t = k_\nu^2$ и, наконец, $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Первый член в выражении (3)

$$\langle \bar{w}(p') | (F_1^s(t) + F_1^v(t) \tau_3) \gamma_\lambda | w(p) \rangle = \langle \bar{w}(p') | F_1(t) \gamma_\lambda | w(p) \rangle$$

при отсутствии мезонного облака описывает электромагнитное взаимодействие нуклона с зарядом e и магнитным моментом, равным магнетону Бора. При $t \rightarrow 0$ этот член описывает движение свобод-

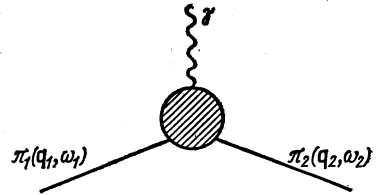


Рис. 6. Обобщенная π -мезонная вершинная функция.

ного, невзаимодействующего протона и потому предполагается равным $e \langle \bar{w}(p') | \gamma_\lambda w(p) \rangle$, откуда следует, что для протона

$$F_{1p}(0) = F_1^s(0) + F_1^v(0) = e,$$

а для нейтрона

$$F_{1n}(0) = F_1^s(0) - F_1^v(0) = 0$$

или

$$F_1^s(0) = F_1^v(0) = \frac{e}{2}.$$

Второй член в выражении (3)

$$i \langle \bar{w}(p') | (F_2^s(t) + F_2^v(t) \tau_3) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | w(p) \rangle = i \langle \bar{w}(p') | F_2(t) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | w(p) \rangle$$

связан с аномальным магнитным моментом нуклона. Иногда второй член называется паулиевским, так как Паули [6] показал, что при описании частиц со спином $1/2$ к обычному уравнению Дирака

$$\left(\gamma_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} + M - ie\gamma_\lambda A_\lambda \right) \Psi = 0 \quad (\hbar = c = 1),$$

учитывающему взаимодействие с электромагнитным полем (член $-ie\gamma_\lambda A_\lambda$), можно добавить член $-\frac{ie\kappa}{2M} \gamma_\lambda \gamma_\nu F_{\lambda\nu}$, где $F_{\lambda\nu}$ — тензор электромагнитного поля, а κ — некоторая произвольная константа, которая может быть интерпретирована как дополнительный магнитный момент нуклона. При передаче $t \rightarrow 0$ второй член нормируется следующим образом:

$$\begin{aligned} i \langle \bar{w}(p') | (F_2^s(0) + F_2^v(0) \tau_3) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | w(p) \rangle = \\ = i \frac{e}{2M} \langle \bar{w}(p') | (\kappa_s + \kappa_v \tau_3) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | w(p) \rangle, \end{aligned}$$

откуда следует, что для протона

$$F_{2p}(0) = F_2^s(0) + F_2^v(0) = \frac{e}{2M} (\kappa_s + \kappa_v) = \frac{e}{2M} \kappa_p,$$

а для нейтрона

$$F_{2n}(0) = F_2^s(0) - F_2^v(0) = \frac{e}{2M} (\kappa_s - \kappa_v) = \frac{e}{2M} \mu_n.$$

Так как аномальный магнитный момент протона $\kappa_p = 1,79$, а аномальный магнитный момент нейтрона κ_n (он же — полный магнитный момент нейтрона μ_n) $\kappa_n = \mu_n = -1,91$, то

$$F_2^s = \frac{e}{2M} \cdot \frac{\kappa_p + \kappa_n}{2} = -0,06 \frac{e}{2M};$$

$$F_2^v = \frac{e}{2M} \cdot \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2} = 1,85 \frac{e}{2M}.$$

Отсюда видно, что основной вклад в протонные и нейтронные форм-факторы $F_2(q^2)$ вносит изотопическая векторная часть.

Представленные выше две вершины π -мезонная и нуклонная могут рассматриваться как части фейнмановских графиков, описывающих процессы рассеяния:

$$e + \pi \rightarrow e + \pi; \quad (4a)$$

$$e + N \rightarrow e + N. \quad (4б)$$

В общем случае полный набор релятивистских структурных коэффициентов для амплитуд рассеяния (4) оказывается больше рассмотренного выше числа форм-факторов. Это связано с тем, что в полную амплитуду процессов рассеяния (4) кроме диаграмм, представленных на рис. 3 и 6, войдет бесконечно большой набор диаграмм, включающий, например, обмен двумя, тремя и т. д. фотонами, что приводит, вообще говоря, к увеличению числа инвариантных функций или, иначе, релятивистских структурных коэффициентов. Полное число релятивистских структурных коэффициентов определяется количеством свободных концов на диаграмме Фейнмана и наличием спинов и изотопических спинов у частиц, описываемых свободными концами. В случае конечного числа свободных концов на диаграмме Фейнмана число структурных коэффициентов будет конечным. Для амплитуд типа

$$a + b \rightarrow c + d$$

число релятивистских структурных коэффициентов M (изотопическая структура амплитуд здесь не учитывается) определяется формулами [7].

1. Если спины всех частиц, участвующих в реакции, целые, то

$$M = \frac{1}{2} [(2i_a + 1)(2i_b + 1)(2i_c + 1)(2i_d + 1) + \beta (-1)^{i_a + i_b + i_c + i_d}],$$

где i_a — спин частицы a ; $\beta = \frac{\chi_a \chi_b}{\chi_c \chi_d}$, χ_a — внутренняя четность частицы a .

2. Во всех остальных случаях

$$M = \frac{1}{2} (2i_a + 1)(2i_b + 1)(2i_c + 1)(2i_d + 1).$$

Изотопическая структура рассматриваемых процессов легко ищется с помощью правила сложения изотопических спинов частиц и законов сохранения изотопического спина. Для процессов упругого рассеяния $a + b \rightarrow a + b$ инвариантность относительно обращения времени уменьшает число структур. В частности, для процесса $e + N \rightarrow e + N$ число релятивистских структурных коэффициентов уменьшается с восьми до шести. С учетом изотопической инвариантности число структурных коэффициентов в этих реакциях увеличивается до 12.

Вершинные части, изображенные на рис. 3 и 6, можно рассматривать и как части графиков Фейнмана, описывающих аннигиляционные процессы:

$$e^- + e^+ \rightarrow \pi^- + \pi^+; \quad (5a)$$

$$e^- + e^+ \rightarrow N + \bar{N}. \quad (5б)$$

В этом случае выражения для вершинных частей будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \langle 0 | j_\lambda | \pi\pi \rangle &= \frac{(\pi^+ - \pi^-)_\lambda}{\sqrt{4\omega_+ \omega_-}} F_\pi(t), \\ t &= (\pi^+ + \pi^-)^2 \geq 4m_\pi^2, \\ \langle 0 | j_\lambda^N | N\bar{N} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{4E_N E_{\bar{N}}}} \langle \bar{\omega}_{\bar{N}}(\rho_{\bar{N}}) | (F_1^s(t) + F_1^v(t) \tau_3) \gamma_\lambda + \\ &\quad + i(F_2^s(t) + F_2^v(t) \tau_3) \sigma_{\lambda\nu} k_\nu | \omega_N(\rho_N) \rangle, \\ t &= (\rho_{\bar{N}} + \rho_N)^2 \geq 4M^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь форм-факторные функции π -мезонов и нуклонов отличаются от ранее выписанных в (3) областью изменения переменной t .

В теории поля утверждается, что форм-факторная функция $F_\pi(t)$ должна быть одной и той же функцией как для процесса рассеяния (4а), так и для процесса аннигиляции (5а). Аналогичное утверждается и в отношении форм-факторных функций нуклонов. Дисперсионные соотношения обеспечивают необходимую связь форм-факторных функций, заданных в различных областях t .

§ 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМ-ФАКТОР π -МЕЗОНА

Исследование аналитических свойств вершинной функции π -мезона [8, 2] приводит к утверждению, что $F_\pi(t)$ является аналитической функцией в плоскости t с разрезом $4m_\pi^2 \leq t \leq \infty$, т. е. для процесса аннигиляции $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ форм-фактор π -мезона является комплексной величиной, в то время как в области $t < 0$ (т. е. для процесса рассеяния $e + \pi \rightarrow e + \pi$) $\text{Im } F_\pi(t) = 0$ и форм-фактор является действительной величиной. Таким образом, дисперсионное соотношение имеет вид

$$F_\pi(t) = \frac{1}{\pi} \int_C \frac{\text{Im } F_\pi(t') dt'}{t' - (t + i\epsilon)}. \quad (7)$$

Контур интегрирования изображен на рис. 7. Мнимая добавка $i\epsilon$ к величине t обозначает, что форм-фактор $F_\pi(t)$ принимает наблюдаемые значения при приближении сверху к реальной оси. В последующем изложении мнимая добавка $i\epsilon$ всюду будет опускаться. Осуществляя предельный переход в знаменателе подынтегрального выражения (7), получаем*

$$\text{Re } F_\pi(t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_C \frac{\text{Im } F_\pi(t') dt'}{t' - t}. \quad (7a)$$

Поведение $\text{Im } F_\pi(t)$ при $t \rightarrow \infty$ неизвестно. Но если предположить, что $\lim_{t \rightarrow \infty} \text{Im } F_\pi(t) = \text{const}$, то для сходимости интеграла (7) необходимо провести одно вычитание. Вычитание проведем в точке

* Используется символическое равенство

$$\frac{1}{t' - (t \pm i\epsilon)} = \frac{\mathcal{P}}{t' - t} \pm i\pi\delta(t' - t).$$

$t = 0$, где $F_{\pi}(0) = e$. Тогда дисперсионное соотношение примет форму:

$$F_{\pi}(t) - F_{\pi}(0) = \frac{t}{\pi} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{\text{Im} F_{\pi}(t') dt'}{t'(t'-t)}. \quad (8)$$

Соотношение (8) пока еще тождество и не может быть использовано для приложений. Чтобы превратить его в уравнение, необходимо воспользоваться дополнительной информацией. Дальнейшая работа по вычислению функции $F_{\pi}(t)$ зависит от предположений о поведении $\text{Im} F_{\pi}(t)$ в области $t \geq 4m_{\pi}^2$. Для этого используем условие унитарности

$$\begin{aligned} & \text{Im} \langle 0 | j_{\nu} | \pi^+ \pi^- \rangle = \\ & = \sum_{\alpha} \langle 0 | j_{\nu} | \alpha \rangle \langle \alpha | T^+ | \pi^+ \pi^- \rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

где T^+ означает эрмитово сопряженную амплитуду, а α пробегает все допустимые законами сохранения состояния (в частности, состояния с полным моментом количества движения $J = 1$, так как фотон имеет спин, равный 1). Наинизшим состоянием является состояние с двумя π -мезонами; 3π -состояние запрещено, так как $\langle \alpha | T^+ | \pi^+ \pi^- \rangle = 0$ по теореме, аналогичной теореме Фарри в электродинамике. Следующее разрешенное состояние — α -состояние

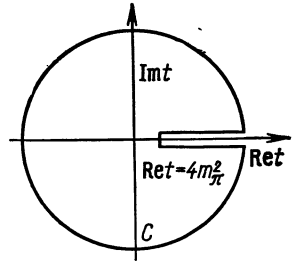


Рис. 7. Контур интегрирования в комплексной плоскости переменной t .

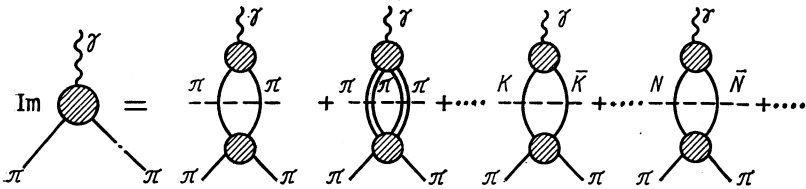


Рис. 8. Графическое представление условия унитарности.

с четырьмя π -мезонами и т. д. Среди состояний α возможны пары $K\bar{K}$, $N\bar{N}$, $N\bar{N}$ $\pi\pi$ и др. Их порог рождения по t лежит далеко от начала разреза, что часто используется в конкретных расчетах.

Графически соотношение (9) представлено на рис. 8. Здесь уместно напомнить, что дисперсионные соотношения (7) или (8) совместно с условием унитарности (9) в принципе дают возможность провести суммирование бесконечно большого числа диаграмм, изображенных на рис. 3 или 6. Для этого следует выписать дисперсионные соотношения для всех амплитуд, входящих в условие унитарности (9), и решить бесконечную систему нелинейных сингулярных интегральных уравнений. Ясно, что эта задача невыполнима и в практических расчетах ограничиваются наиболее простыми случаями.

Допустим, нас интересует область небольших значений t . Если теперь в условии унитарности при $t' > t$ нет состояний, дающих аномально большие вклады, то область высоких энергий даст небольшой вклад, который мало отличается от постоянной величины, так как знаменатель подынтегрального выражения (8) можно записать в виде

$$t'(t' - t) = t'^2 \left(1 - \frac{t}{t'}\right) \approx t'^2.$$

Таким образом, при рассматриваемых предположениях можно ограничиться низшими состояниями из α . Ограничимся в данном рассмотрении одним состоянием из α — 2π -мезонным. Тогда условие (9) примет вид

$$\text{Im} \langle 0 | j_\lambda | \pi\pi \rangle \approx \langle 0 | j_\lambda | \pi\pi \rangle \langle \pi\pi | T^+ | \pi\pi \rangle.$$

Вершина $\langle 0 | j_\lambda | \pi\pi \rangle$ описывается одной p -волной. Поэтому амплитуда $\langle \pi\pi | T^+ | \pi\pi \rangle$ должна описываться одной p -волной также. Исходя из условия унитарности для матрицы S , получаем для мнимой части форм-фактора следующее выражение:

$$\text{Im} F_\pi(t) = F_\pi(t) e^{-i\delta_1(t)} \sin \delta_1(t) \quad (10)$$

или

$$\text{Im} F_\pi(t) = \text{Re} F_\pi(t) \text{tg} \delta_1(t), \quad (11)$$

где $\delta_1(t)$ — фаза $\pi\pi$ -взаимодействия, соответствующая квантовым числам $I = 1, J = 1$. Подставив (11) в соотношение (8), получим

$$\text{Re} F_\pi(t) = e + \frac{t}{\pi} \mathcal{P} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\text{Re} F_\pi(t') \text{tg} \delta_1(t')}{t'(t'-t)} dt'. \quad (12)$$

Таким образом, форм-факторная функция удовлетворяет линейному сингулярному интегральному уравнению, которое может быть решено методом Мусхелишвили — Омнеса [9]. Общее решение уравнения (12) имеет несколько громоздкий вид. Поэтому для простоты выпишем решение интегрального уравнения без вычитания:

$$F_\pi(t) = e \exp \left\{ \frac{t}{\pi} \mathcal{P} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\delta_1(t') dt'}{t'(t'-t)} \right\}. \quad (13)$$

Делая различные предположения о характере поведения δ_1 -фазы $\pi\pi$ -рассеяния, можно получить различные выражения для $F_\pi(t)$. Интегрирование в (13) можно провести до конца, с помощью теории вычетов, если поведение фазы δ_1 выбрать в виде отношения полиномов $P(k)$ и $Q(k)$ [10]:

$$k^3 \text{ctg} \delta_1(t) = \frac{P(k)}{Q(k)},$$

где k — трехмерный импульс π -мезона в системе координат, в которой рождается пара π -мезонов. Инвариантная переменная в этой

системе координат равна квадрату полной энергии двух π -мезонов: $t = 4(k^2 + 1)$; $m_\pi = 1$.

Для рассеяния электрона на π -мезоне в системе центра масс в случае рассеяния назад инвариантная переменная t имеет вид

$$t = -2v(1 - \cos 180^\circ) = -4v = -4(\omega^2 - 1), \quad \omega = ik.$$

После интегрирования соотношения (13) получим

$$F_\pi(v) = e \prod \frac{i\omega - k_j}{i\omega + k_i} \cdot \frac{i + k_i}{i - k_j}, \quad \text{Im } k_i > 0, \quad \text{Im } k_j < 0,$$

где $k_{i,j}$ — корни уравнения $1 + i \text{tg } \delta_1 = 0$, $v = \omega^2 - 1$. При $v = 0$ энергия $\omega = 1$ и $F_\pi(0) = e$. В частности, выбирая поведение фазы δ_1 в виде $ak^3 \text{ctg } \delta_1(k) = k_r^2 - k^2$, что соответствует выбору резонансной формулы Брейта — Вигнера

$$e^{i\delta_1} \sin \delta_1 = \frac{ak^3}{k_r^2 - k^2 - iak^3} \quad (14)$$

и полагая $\varepsilon = ak_r < 1$, получаем

$$F_\pi(v) = e \frac{k_r + \frac{1}{\varepsilon + k_r}}{k_r + \frac{\omega^2}{\varepsilon\omega + k_r}}. \quad (15)$$

Если в формуле (15) провести разложение выражения $1/(\varepsilon\omega + k_r)$ при условии $\varepsilon\omega/k_r < 1$, то форм-фактор (15) перейдет в выражение

$$F_\pi(t) = e \frac{t_r - 4a}{t_r - t - 4iak^3} \quad (16)$$

и совпадет с форм-фактором для π -мезона, полученным в работе [11]. В точке $t = 0$ величина $k = i$ и $F(0) = e^*$.

Форм-фактор (15) входит в дисперсионные соотношения для рассеяния π -мезонов на нуклонах. Резонансное взаимодействие π -мезонов, взятое в виде (14), объясняется как обмен ρ -мезоном ($\pi + \pi \rightarrow \rho \rightarrow \pi + \pi$), масса которого равна $m_\rho = 750 \text{ Мэв}$. При значении параметра $\varepsilon = 0,2$ можно хорошо объяснить экспериментальные данные по рассеянию π -мезонов на нуклонах [10], что оправдывает приближения, использованные при выводе формулы (15).

Оригинальный подход к описанию электромагнитного форм-фактора π -мезона предложен в работах [12, 13]. Суть его состоит в том, что в дисперсионные соотношения для форм-факторной функции входят интегралы в конечных пределах по той области передач импульсов, по которой имеются экспериментальные данные.

* Положив в формуле (16) величину a равной нулю и $e = 1$, получим обычное выражение для форм-фактора π -мезона в полюсном приближении (ρ -полюс):

$$F_\pi(t) = \frac{1}{1 - \frac{t}{t_\rho}} \quad [\text{см. формулу (17a)}].$$

Задача состоит в нахождении форм-факторной функции π -мезона и определении границы изменения электромагнитного радиуса π -мезона r_π . В частности, в работе [13] автору удается получить согласование экспериментальных данных и аналитических свойств форм-фактора π -мезона и оценить верхнюю границу значения $r_\pi < 0,8$ ферми.

Примером недисперсионного подхода к описанию форм-фактора π -мезона может служить работа [14]. Автор использует гипотезу минимальности электромагнитного взаимодействия

$$i\partial_\mu J_\mu^Q(x) = QeA_\mu(x)J_\mu^Q(x),$$

где $Q = +, -, 0$; J_μ^Q — ток, учитывающий сильные и электромагнитные взаимодействия; A_μ — электромагнитный потенциал. В отсутствие электромагнитного взаимодействия теория сильных взаимодействий изотопически инвариантна и тогда правая часть равенства равна нулю. Взаимодействие, стоящее в правой стороне выражения, ведет к электромагнитному расщеплению масс изотопического мультиплета (в данном случае π -мезонного триплета). Если от этого взаимодействия взять матричный элемент между однопионными состояниями, то можно увидеть, что в e^2 -приближении он оказывается связанным с электромагнитным форм-фактором π -мезона:

$$\langle \pi_2 s' | J_\mu^Q | \pi_1 s \rangle = \frac{(\pi_1 + \pi_2)_\mu}{\sqrt{4\omega_1\omega_2}} F_\pi(\pi_2\pi_1) T_{ss'}^Q + i\alpha |Q| T_{ss'}^Q (\pi_1 - \pi_2)_\mu G(\pi_2\pi_1),$$

где $T_{ss'}^Q$ — изотопические матрицы триплета; α — постоянная тонкой структуры; $F_\pi(\pi_2\pi_1)$ — форм-факторная функция π -мезона; $G(\pi_2\pi_1)$ — функция, связанная с радиационной поправкой к β -распаду π -мезона; s — изотопический индекс π -мезона. Форм-факторная функция $F_\pi(\pi_2\pi_1)$ удовлетворяет уравнению:

$$F_\pi(\pi_2\pi_1) = \frac{\alpha}{32\pi^2 m_\pi \Delta m_\pi} \int \frac{d^3q}{\omega} \cdot \frac{(\pi_1 + q)_\mu (\pi_2 + q)_\mu}{\pi_2 q - m_\pi^2} F(\pi_2 q) F(q\pi_1)$$

с дополнительным условием $F_\pi(m_\pi^2) = 1$.

При выводе этого уравнения было использовано одночастичное приближение в разложении произведения токов по полному набору функций. Это привело к тому, что оно содержит только один интегральный член и представляет собой нелинейное интегральное уравнение. Учет других состояний привел бы к добавлению в правую часть рассматриваемого уравнения других интегральных членов типа

$$\int \frac{\prod_n d^3q_n}{\omega_n} \dots \Phi(\pi_2 q_1 \dots q_n) \Phi(q_1 \dots q_n \pi_1),$$

которые вместо произведения форм-факторных функций $F(\pi_2 q) F(q\pi_1)$ содержат произведения более сложных вершинных функций, зависящих от многих переменных. Оценить поправку использованного автором приближения весьма трудно. Для рассматриваемого уравнения приближенное аналитическое решение ищется разложе-

нием в ряд по собственным функциям группы движения в пространстве Лобачевского в области малых передач импульсов. В этом случае решение просто связывается со среднеквадратичным электромагнитным радиусом [см. формулу (2)]. Найденное таким образом приближенное решение имеет вид

$$F(q^2) = \left[1 - \frac{q^2}{6} \left(\frac{\varepsilon}{1-2\varepsilon} + 16\varepsilon^2 \right) + \dots \right] e,$$

где $\varepsilon = \alpha m_\pi / 8\Delta m_\pi$; $\alpha = 1/137$; $m_\pi = 135 \text{ Мэв}$; $\Delta m = 4,6 \text{ Мэв}$. Подстановка численных значений приводит к величине $\langle r \rangle = 0,23 m_\pi^{-1} \approx \approx 0,3 \text{ ферми}$.

Форм-фактор π -мезона экспериментально измеряется во всех реакциях, которые содержат вершину $\gamma \rightarrow 2\pi$. Однако получение

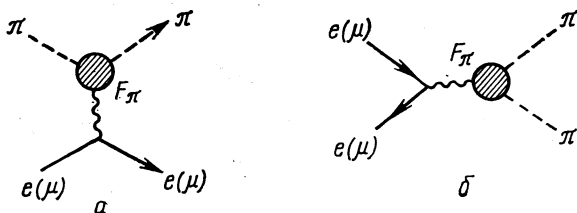


Рис. 9. Процессы рассеяния электронов (μ -мезонов) на π -мезонах (а) и аннигиляции электронов и позитронов (μ^\pm -мезонов) в пару π -мезонов, в которых измеряется электромагнитный форм-фактор π -мезона (б).

экспериментальных данных о форм-факторе π -мезона является исключительно трудным делом. Обычно в исследуемых процессах, кроме форм-фактора π -мезона, включается ряд других величин, определяемых из того же эксперимента. Это затрудняет однозначное выделение форм-факторной функции. Только в рассеянии электронов или μ -мезонов на π -мезонах (рис. 9, а) или в аннигиляционных процессах $e + e \rightarrow \pi + \pi$, $\mu + \mu \rightarrow \pi + \pi$ (рис. 9, б) можно наиболее эффективным образом измерить форм-фактор π -мезона.

Процесс $\pi + e \rightarrow \pi + e$ изучался при рассеянии π -мезонов на электронах различных ядер (см., например, работу [15]). Однако при небольших энергиях π -мезонов отдача электрона мала, в связи с чем возникают высокие требования к точности эксперимента, с одной стороны, а с другой — форм-факторная функция $F_\pi(t)$ определяется в малой области пространственноподобных передач импульса, в которой $F_\pi(t)$ мало отличается от единицы.

В работе [16] форм-фактор π -мезона в области пространственноподобных передач был измерен в процессе электророждения π -мезона (рис. 10):

$$e + p \rightarrow e + N + \pi.$$

Экспериментальные точки имеют довольно большие погрешности, которые порождаются не только погрешностями эксперимента, но

и оценками реальности теоретического описания. На рис. 11 дано сравнение экспериментальных данных (точки) с двумя теоретическими кривыми

$$F_{\pi}(t) = \frac{1}{1 - \frac{t}{m_{\rho}^2}} \quad (17a)$$

(ρ — доминантная модель, см. рис. 12);

$$F_{\pi}(t) \equiv G_E^v, \quad (17b)$$

где G_E^v — изотопическая векторная часть электрического нуклонного форм-фактора (см. § 6 данного обзора).

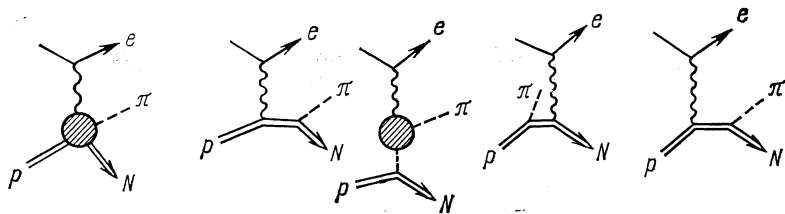


Рис. 10. Различные вклады в амплитуду электророждения π -мезона.

Выражение (17a) тривиально получается из формулы (17), если вместо мнимой части $\text{Im } F_{\pi}(t)$ подставить выражение $\pi g_{\rho\gamma} g_{\pi\rho} \delta(t - m_{\rho}^2)$, т. е. выбрать $\text{Im } F_{\pi}(t)$ в полюсном прибли-

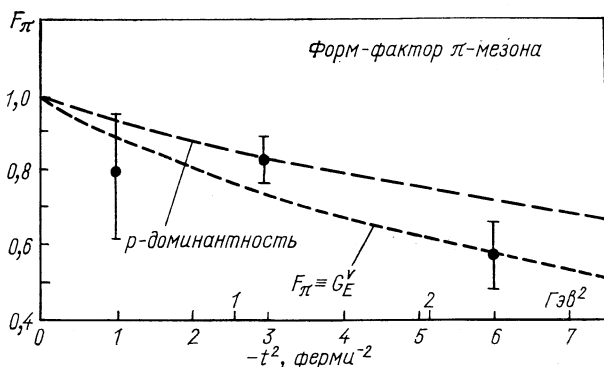


Рис. 11. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими кривыми.

жении с нулевой шириной распада*. Величины $g_{\rho\gamma}$ и $g_{\pi\rho}$ —

* В области $t < 0$ имеем $F_{\pi}(t) = \text{Re } F_{\pi}(t)$. В формуле (7a) для $t < 0$ знаменатель $t' - t \neq 0$, и поэтому символ \mathcal{P} можно опустить:

$$\text{Re } F_{\pi}(t) = F_{\pi}(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\pi g_{\rho\gamma} g_{\pi\rho} \delta(t' - m_{\rho}^2) dt'}{t' - t} = \frac{g_{\rho\gamma} g_{\pi\rho}}{t_{\rho} - t}; \quad t_{\rho} = m_{\rho}^2.$$

Величина $\frac{g_{\rho\gamma} g_{\pi\rho}}{m_{\rho}^2} \approx 1$. Отсюда получаем выражение (17a) для форм-фактора π -мезона, ортонормированного не на заряд e , а на единицу $F(0) = 1$.

константы связи ρ -мезона с γ -квантом (см. рис. 1, в) и ρ -мезона с π -мезонами соответственно. Если в ρ -доминантном приближении значение m_ρ выбрать равным $(600 \pm 80) \text{ Мэв}$, то среднее значение электромагнитного радиуса π -мезона r_π [определение r_π дано в формуле (2)] оказывается равным $(0,80 \pm 0,10) \text{ ферми}$.

С введением в строй серпуховского ускорителя (ИФВЭ) можно получать пучки π -мезонов с импульсом $\geq 50 \text{ Мэв/с}$, что обеспечивает исследование форм-фактора π -мезона до передач $q = \sqrt{-t} \geq 200 \text{ Мэв/с}$. При этом среднеквадратичный радиус $\sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx 0,7 \text{ ферми}$ может быть измерен с погрешностью до $0,1 \text{ ферми}$ [17]. Важное значение имеет правильная оценка радиационных поправок.

В работах [18] рассчитаны радиационные поправки к процессу упругого $\pi - e$ -рассеяния в кинематике, максимально приближенной к кинематике планируемого [17] Объединенным институтом ядерных исследований эксперимента, который будет проведен в Серпухове (ИФВЭ). До работ [18] радиационные поправки к рассеянию вычислялись в работе Кахана [19] для случая, когда измеряются энергии рассеянных частиц. Однако для отделения фоновых процессов в планируемом эксперименте будут измеряться энергии и углы вылета конечных частиц, а также проверяться компланарность импульсов. Очевидно, что измерение дополнительных параметров скажется на величине радиационных поправок. В работах [18] радиационные поправки рассчитаны для случая измерения трех параметров (энергии конечных частиц и угол вылета рассеянного π -мезона) из пяти перечисленных выше. Указаны условия и интервалы изменения измеряемых параметров, в которых дополнительное измерение двух оставшихся параметров не меняет величины радиационных поправок. Проведен анализ вклада ρ -мезона в диаграммы двухфотонного обмена.

Недавно в ряде работ [20—23] форм-фактор π -мезона исследовался в области времениподобных передач $t > 0$, т. е. в процессе $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Легко видеть (см. рис. 9, б), что сечение процесса будет пропорционально квадрату модуля форм-фактора F_π . В работе [23] были получены значения $|F_\pi|^2$ в интервале энергий E :

$$300 \leq E \leq 500 \text{ Мэв},$$

где E — энергия электрона (или позитрона в системе центра масс реакции $e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$).

Предполагается, что основной вклад в F_π дает ρ -обменная диаграмма (см. рис. 13, а) с учетом ширины распада ρ -мезона Γ_ρ . Чтобы учесть возможный вклад интерференционного $\rho - \omega$ -члена, к диаграмме, изображенной на рис. 13, а, добавляют диаграмму,

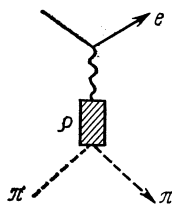


Рис. 12. Диаграмма Фейнмана, описывающая рассеяние $e + \pi \rightarrow e + \pi$ в ρ -доминантном приближении.

(рис. 13, б) с множителем $\xi e^{i\alpha}$. Полное выражение для форм-фактора F_π записывается в виде

$$F_\pi(s) = \frac{m_\rho^2 \left(1 + \frac{\Gamma_\rho}{m_\rho} d\right)}{m_\rho^2 - 4E^2 + im_\rho \Gamma_\rho \left(\frac{p}{p_0}\right)^3 \frac{m_\rho}{2E}} + \xi e^{i\alpha} \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 - 4E^2 + im_\omega \Gamma_\omega}, \quad (18)$$

где ξ и α — свободные параметры, описывающие $\rho - \omega$ -интерференцию, d выбирается таким образом, чтобы ρ -резонансная часть форм-

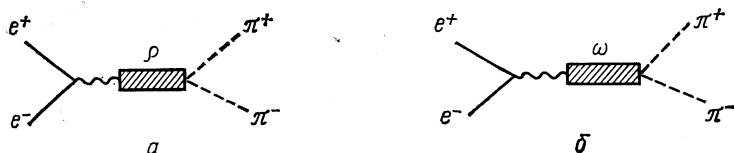


Рис. 13. Сумма вкладов в форм-фактор F_π :
а — ρ -обменная диаграмма с учетом Γ_ρ ; б — диаграмма, учитывающая вклад интерференционной $\rho - \omega$ -члена.

фактора нормировалась на единицу при нулевой передаче импульса ($d = 0,48$); $p = \sqrt{E^2 - m_\pi^2}$; $p_0 = \sqrt{\frac{m_\rho^2}{4} - m_\pi^2}$, $s = 4E^2$. Результаты

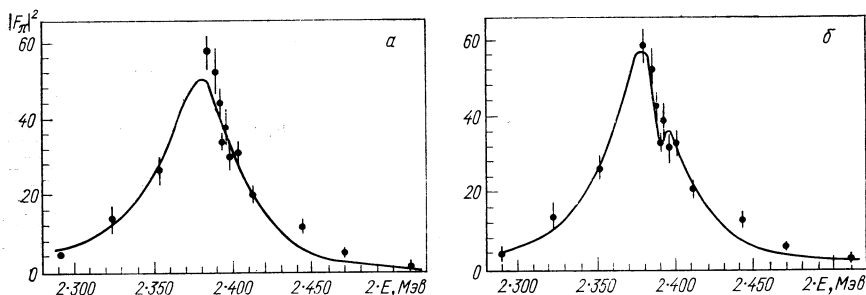


Рис. 14. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными для $\xi = 0$ (а) и $\xi = \xi(E, \alpha) \neq 0$ (б) [23].

сравнения теоретических расчетов с экспериментальными данными приведены на рис. 14. Из этого сравнения видно, что более предпочтительным является случай $\xi \neq 0$, хотя нельзя полностью исключить случай $\xi = 0$.

§ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ РАЗНОСТЬ МАСС И ФОРМ-ФАКТОРЫ K -МЕЗОНОВ [24]

Задачи теоретического объяснения наблюдаемой разности масс и вычисления форм-факторов K -мезонов взаимосвязаны. Эта связь зависит от допущений, сделанных относительно сильных взаимодействий K -мезонов с другими частицами.

Независимо от этих допущений справедлива общая формула, связывающая электромагнитную поправку к массе частицы с амплитудой виртуального комптон-эффекта $T_{\mu\nu}$ (см. рис. 5):

$$\Delta m = \frac{1}{8\pi^2} \int \frac{T_{\mu\nu}(q^2, \nu) g^{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon} d^4q, \quad (19)$$

где $\nu = pq/m$; q — импульс фотона; p — импульс частицы.

Риазудин [25], ограничившись одномезонным вкладом в мнимую часть амплитуды рассеяния фотонов на мезонах, получил приближенную формулу для поправки к массе, соответствующую диаграмме, изображенной на рис. 15:

$$\Delta m^2 = \frac{i\alpha}{4\pi^3} \int \frac{d^4q}{q^2 + i\epsilon} F_\pi^2(q^2) \left[2 + \frac{q^2 - 4m^2}{q^2 - 2pq} \right]. \quad (20)$$

Если использовать для форм-фактора π -мезона полюсное приближение типа формулы (17а), то с помощью формулы (20) получается правильная разность масс для π -мезонов, но полюсное приближение для форм-факторов K -мезонов и формула (20) дают неправильный знак разности масс для K -мезонов (вместо $\delta m_K = m_{K^+} - m_{K^0} = -4 Mэв$ теория дает положительное значение δm_K).

Есть два пути усовершенствования расчетов:

- 1) отказаться от формулы (20) и перейти к формуле (19) с более точной аппроксимацией амплитуды $T_{\mu\nu}$ и
- 2) видоизменить форм-фактор $F(q^2)$, считая формулу (20) достаточно точной.

Танака [26], выбрав первый путь, учел в амплитуде виртуального комптон-эффекта на K -мезонах вклады от K^* - и K_A -резонансных состояний. Возникающие при этом члены в выражении для разности масс содержат расходящиеся интегралы. Константы обрезания приходится выбирать довольно далеко, однако удается получить нужную разность масс. Неудачный выбор константы обрезания связан, по-видимому, с тем, что для амплитуды не было найдено хорошего асимптотического поведения.

Г. Зиновьев и Б. Струминский [27] получили правильную разность масс K -мезонов, улучшив учет асимптотического поведения амплитуды виртуального комптон-эффекта $T_{\mu\nu}$ в формуле (19). Они предположили, что амплитуда $T_{\mu\nu}$ имеет реджевскую асимптотику $\sim \nu^{\alpha(0)}$, которая определяется A_2 -мезоном. Реджевский вычет $\beta(q^2)$, связанный с A_2 -мезоном, авторы нашли с помощью правил сумм для конечной энергии. Значение реджевского вычета зависит от значения константы связи $g_{K^*K\gamma}$ распада $K^* \rightarrow K\gamma$. Эта константа была определена из распада $\omega \rightarrow \pi\gamma$ с помощью $SU(3)$ -симметрии.

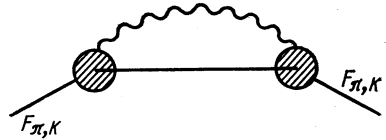


Рис. 15. Электромагнитная поправка к массе мезона в нижнем порядке теории возмущений.

Итак, первый путь — отказ от формулы (20) и уточнение вида $T_{\mu\nu}(q^2, \nu)$ — приводит к правильному значению разности δm_K .

Второй путь — видоизменение форм-фактора $F_K(q^2)$ — также может привести к положительному результату.

Огиевецкий и Чжоу Гуан-чжао [28] получили правильное выражение для разности масс с помощью формулы (20) и форм-факторов K -мезона вида:

$$\left. \begin{aligned} F_K^v &= \frac{(4m_K^2)^2}{(4m_K^2 - q^2)^2} (1 - \lambda) + \lambda \frac{4m_K^2}{4m_K^2 - q^2}; \\ F_K^s &= \frac{(4m_K^2)^2}{(4m_K^2 - q^2)^2} (1 + \lambda) - \lambda \frac{4m_K^2}{4m_K^2 - q^2}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где λ — параметр; $\lambda = 2$. Форм-факторы (21) имеют правильную нормировку, но присутствие двойных полюсов, положение полюсов и вычеты в них, к сожалению, не имеют физического обоснования.

Можно попытаться найти форм-факторы $F_K^{v,s}$ с более естественным поведением при низких энергиях:

а) форм-фактор F_K^v должен иметь полюс, соответствующий ρ -мезону;

б) форм-фактор F_K^s должен иметь полюса, соответствующие ω - и φ -мезонам;

в) F_K^v должен быть связан с помощью условия двучастичной унитарности с амплитудой $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ процесса. В качестве амплитуды $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ выбирается амплитуда, рассчитанная по модели Венециано;

г) форм-факторы должны иметь правильную нормировку;

д) для описания интегрального вклада области высоких энергий можно использовать параметризацию aS^{-b} , напоминающую поведение реджевских амплитуд. Основной вывод, который получается в предположениях а — д, таков: разность $\delta m = m_{K^+} - m_{K^0} = -4 M_{\text{Эв}}$ можно получить с помощью видоизмененного форм-фактора F_K^v :

$$F_K^v = \frac{1}{1 - \frac{t}{m_\rho^2}} - C \int_{s_0}^{\infty} \frac{ds'}{s' - s} \left(\frac{s'}{m_\rho^2} \right)^{-b}, \quad (22)$$

где C , b и s_0 — произвольные параметры.

Форм-фактор F_K^v при низких энергиях хорошо описывается полюсным приближением, а при высоких — имеет медленно спадающий «хвост». Величина b должна быть малой ($10^{-3} \lesssim b \lesssim 10^{-2}$); $10^{-5} \lesssim C \lesssim 10^{-2}$, s_0 — произвольный параметр, начиная с которого учитывается вклад области высоких энергий; зависимость от выбора s_0 слабая.

§ 4. ОПИСАНИЕ ФОРМ-ФАКТОРОВ НУКЛОНОВ С ПОМОЩЬЮ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Дисперсионные соотношения для нуклонных форм-факторов записываются в полной аналогии с дисперсионным соотношением для π -мезонного форм-фактора. Условимся сначала записывать дисперсионные соотношения для изотопических форм-факторов (скалярного F^s и векторного F^v) с одним вычитанием:

$$F_{1,2}^v(t) = F_{1,2}^v(0) + \frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\text{Im} F_{1,2}^v(t') dt'}{t'(t'-t)}; \quad (23a)$$

$$F_{1,2}^s(t) = F_{1,2}^s(0) + \frac{t}{\pi} \int_{9m_\pi^2}^{\infty} \frac{\text{Im} F_{1,2}^s(t') dt'}{t'(t'-t)}. \quad (23б)$$

В последнем разделе обзора рассмотрены дисперсионные соотношения без вычитаний.

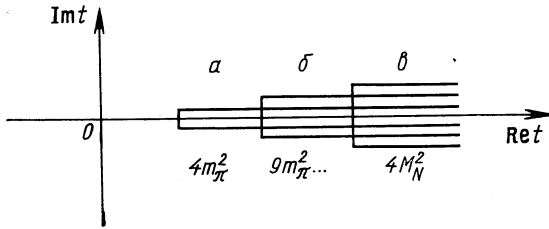


Рис. 16. Начало разрезов в условии унитарности (24) для состояний α , содержащих два π -мезона (a), три π -мезона (b) и нуклон-анти-нуклонную пару (δ).

Мнимые части $\text{Im} F_{1,2}^{v,s}$ для нуклонного тока (6) находятся из условия унитарности для S -матрицы ($S = 1 + iT$):

$$\text{Im} \langle 0 | j_\lambda^{s,v} | N\bar{N} \rangle = \sum_{\alpha} \langle 0 | j_\lambda^{s,v} | \alpha \rangle \langle \alpha | T^+ | N\bar{N} \rangle. \quad (24)$$

Физический порог рассматриваемого процесса начинается с энергии $t \geq 4M^2$. Однако промежуточные состояния α могут содержать 2 π -мезона, 3 π -мезона и бесконечное множество других состояний (рис. 16). Для ряда низких промежуточных состояний величины $\text{Im} F_{1,2}^{s,v}$ оказываются отличными от нуля в нефизической области $t \leq 4M^2$. Из анализа выражения (24) следует (см., например, работу [2]), что изовекторные функции $\text{Im} F_{1,2}^v$ отличны от нуля в области $t \geq 4m_\pi^2$ и вклад в них дают только четные по числу π -мезонов состояния α , а изоскалярные функции $\text{Im} F_{1,2}^s$ отличны от нуля в области $t \geq 9m_\pi^2$ и вклад в них дают только нечетные по числу π -мезонов состояния α . Этим объясняются разные нижние пределы в соотношениях (23a) и (23б). Использование двойных

мандельштамовских дисперсионных представлений позволяет получить аналитическое продолжение условия унитарности из физической области $t \gg 4 M^2$ в область нефизических значений $4m_\pi^2 \leq t \leq 4 M^2$. Поэтому нет принципиальных затруднений при выполнении теоретических расчетов. Поступим далее аналогично тому, как это делалось при описании форм-фактора π -мезона. При небольших значениях t в условии унитарности (24) оставим лишь по одному

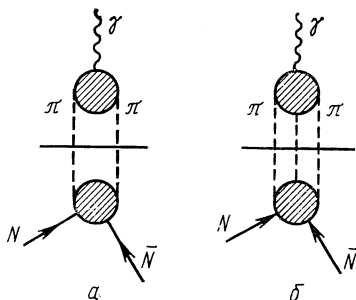


Рис. 17. Графическое представление условия унитарности.

наинищшему промежуточному состоянию, полагая, что все остальные высшие промежуточные состояния дадут пренебрежимо малый вклад. Это означает, что для изовекторных форм-факторов оставляется только 2π -мезонное промежуточное состояние и выражения для функций $\text{Im } F_{1,2}^v$ получают вид

$$\text{Im } F_{1,2}^v = F_\pi(t) \langle \pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle, \quad (25)$$

где $F_\pi(t)$ — форм-фактор π -мезона, а $\langle \pi\pi | T^+ | N\bar{N} \rangle$ — части

амплитуды процесса аннигиляции $\pi\pi \rightarrow N\bar{N}$, дающие вклады в дираковский, или паулевский, форм-факторы соответственно. А для мнимых частей изоскалярных форм-факторов оставляется только трехмезонное промежуточное состояние, и выражение для них представляется в виде произведения двух амплитуд:

$$\text{Im } F_{1,2}^s(t) = \langle \gamma | T | \pi\pi\pi \rangle \langle \pi\pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle, \quad (26)$$

где $\langle \gamma | T | \pi\pi\pi \rangle$ — вершина $\gamma \rightarrow 3\pi$, а $\langle \pi\pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle$ — части амплитуды процесса аннигиляции $3\pi \rightarrow N\bar{N}$, дающие, аналогично (25), вклады в дираковский, или паулиевский, форм-факторы соответственно. Условия (25) и (26) графически представлены на рис. 17, а — б. Рассмотрим случай изовекторного форм-фактора. Предположим, что амплитуды $\langle \pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle$ хорошо описываются одной резонансной волной типа формулы (14). В пределе очень узкого резонанса, учитывая, что $\text{Re} \langle \pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle = 0$ в резонансной точке, получаем вблизи резонанса:

$$\begin{aligned} \langle \pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle &\approx \text{Im} \langle \pi\pi | T_{1,2}^\dagger | N\bar{N} \rangle \approx \\ &\approx \frac{A_i (ak^3)^2}{(t_v - t)^2 + (ak^3)^2} \approx \pi A_i (ak^3) \delta(t_v - t)^*, \end{aligned} \quad (27)$$

* При выводе (27) использовалось соотношение

$$\delta(x - x_0) = \frac{1}{\pi} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha}{(x - x_0)^2 + \alpha^2}.$$

где A_i — некоторая нормировочная константа; t_v — положение резонанса; a — ширина резонанса. Интегрирование в (23а) проводится теперь элементарно и приводит к результату:

$$F_{1,2}^v(t) = F_{1,2}^v(0) + \frac{t \text{const}_{1,2}}{t_v - t}. \quad (28)$$

Выражение (28) можно переписать в виде хорошо известной формы Клементаля—Вилли [29, 30]:

$$F_{1,2}^v(t) = F_{1,2}^v(0) \left[1 - a_{1,2}^v + \frac{t_v}{t_v - t} a_{1,2}^v \right]. \quad (29)$$

Если допустить наличие сильного взаимодействия в 3π -мезонном промежуточном состоянии, то в полной аналогии с выводом соотношения (29) можно получить форму Клементаля—Вилли и для изоскалярных форм-факторов:

$$F_{1,2}^s(t) = F_{1,2}^s(0) + \frac{t \text{const}_{1,2}}{t_s - t} \quad (30)$$

или

$$F_{1,2}^s(t) = F_{1,2}^s(0) \left[1 - b_{1,2}^s + \frac{t_s}{t_s - t} b_{1,2}^s \right]. \quad (31)$$

С помощью соотношений (28) и (30) легко получить выражение для зарядового форм-фактора нейтрона:

$$F_{1n}(t) = F_1^s(t) - F_1^v(t) = \frac{e}{2} t \left(\frac{b_1^s}{t_s - t} - \frac{a_1^v}{t_v - t} \right).$$

Экспериментальные данные указывают на то, что для всех значений t функция $F_{1n}(t) \approx 0$ или

$$\frac{b_1^s}{t_s - t} - \frac{a_1^v}{t_v - t} \approx 0.$$

Так как это соотношение выполняется всюду, то оно должно быть верно и вблизи $t=0$, откуда получаем

$$\frac{b_1^s}{t_s} \approx \frac{a_1^v}{t_v} = A.$$

Таким образом, для описания форм-факторов нуклонов требуется не шесть параметров ($a_1^v, a_2^v, t_v, b_1^s, b_2^s, t_s$), как это видно из формул (29), (31), а лишь пять: $A, a_2^v, t_v, b_2^s, t_s$. Кроме того, положение резонансов t_v и t_s можно взять из экспериментальных данных, что уменьшает число независимых параметров в модели Клементаля—Вилли до трех.

Главная особенность рассматриваемых форм-факторов (29) и (31) состоит в том, что с ростом передачи t все они стремятся к постоянным пределам. Это можно интерпретировать как наличие кора у нуклонов. Именно такое понимание вопроса существовало до 1962 г., когда экспериментальные данные по рассеянию электронов на протонах и нейтронах были известны для передач $q^2 = -t \leq 25^{-2}$ ферми и интерпретировались с помощью одного векторного ρ -мезона

и одного скалярного мезона (см., например, работу [31]). Однако с ростом энергии падающих электронов и увеличением передачи $q^2 = -t$ выяснилось, что форм-факторные функции продолжают убывать $\sim 1/q^2$ [32] так, что новые данные не могут быть согласованы с существованием кора у нуклонов. Поэтому пришлось заново пересмотреть теоретическую интерпретацию полученных результатов.

§ 5. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО НУКЛОННЫМ ФОРМ-ФАКТОРАМ И ИХ ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Вопросы экспериментального нахождения форм-факторов, вывод формулы Розенблюса и законность ее использования для анализа экспериментальных данных по рассеянию электронов на нуклонах подробно обсуждались ранее [33]. В этом параграфе будут перечислены лишь основные экспериментальные результаты и их трактовка с современной точки зрения [34—37].

Все выводы о поведении форм-факторов как функций от передачи t основаны на формуле Розенблюса [38] для дифференциального сечения рассеяния электронов на протонах ($q^2 = -t$):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\text{Мотт}} \left\{ F_{1p}^2(q^2) + q^2 F_{2p}^2(q^2) + \right. \\ \left. + 2 \frac{q^2}{4M^2} [F_{1p}(q^2) + 2MF_2(q^2)]^2 \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right\}, \quad (32)$$

где $\sigma_{\text{Мотт}}$ — дифференциальное сечение рассеяния электронов кулоновским полем, а θ — угол рассеяния электрона в лабораторной системе координат.

Данные о форм-факторах нейтрона получают из экспериментов по упругому и неупругому рассеянию электронов на дейтронах с последующим вычитанием эффекта упругого рассеяния электронов на протонах. Описание этой процедуры вычитания можно найти, например, в работах [2, 33].

В настоящее время, как правило, анализ экспериментальных данных проводится не с помощью форм-факторов $F_1^{s,v}$ и $F_2^{s,v}$, а с помощью некоторых их комбинаций:

$$G_E = F_1 - \frac{q^2}{4M^2} (F_2 2M); \quad G_M = F_1 + 2MF_2. \quad (33)$$

Легко убедиться, что формула (32) с помощью (33) записывается в особенно простом виде:

$$y = a + bx, \quad (34)$$

где

$$y = \frac{d\sigma}{d\Omega} : \sigma_{\text{Мотт}}, \quad x = \text{tg}^2 \frac{\theta}{2}; \\ a = \frac{G_E^2 + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2}{1 + \frac{q^2}{4M^2}}; \quad b = \frac{q^2}{2M^2} G_M^2,$$

т. е. в плоскости x, y формула Розенблюса (34) при $q^2 = \text{const}$ представляется прямой линией.

Существует еще одна часто используемая запись формулы Розенблюса:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A(\theta, t) G_E^2 + B(\theta, t) G_M^2, \quad (35)$$

$$\text{где } A(\theta, t) = \frac{\sigma_{\text{Мотт}}}{1 - \frac{t}{4M^2}}; \quad B(\theta, t) = \sigma_{\text{Мотт}} \left(\frac{t}{t - 4M^2} - \frac{t}{2M^2} \text{tg} \frac{\theta}{2} \right),$$

в которой наглядно подчеркивается отсутствие «интерференционного члена», содержащего вновь определенные величины G_E и G_M [в отличие от члена $[F_1(q^2) + 2MF_2(q^2)]^2$ в формуле (32)], что приводит к уменьшению корреляционных ошибок при выделении форм-факторов из экспериментальных данных. В последующем изложении будут использоваться только новые форм-факторные функции $G_{E_p}^{s,v}$ и $G_{M_p}^{s,v}$ (или $G_{E_{p,n}}$ и $G_{M_{p,n}}$).

Из соотношений (33) следует:

$$\begin{aligned} G_{E_p}(0) &= F_{1p}(0) = e; & G_{E_n}(0) &= F_{1n}(0) = 0; \\ G_{M_p}(0) &= F_{1p}(0) + 2MF_{2p}(0) = e(1 + \kappa_p) = e\mu_p, & \mu_p &= 2,79; \\ G_{M_n}(0) &= F_{1n}(0) + 2MF_{2n}(0) = e\mu_n. \end{aligned}$$

Форм-фактор G_E нормируется на заряд и поэтому называется зарядовым форм-фактором, а G_M нормируется на полный магнитный момент нуклонов и называется магнитным форм-фактором.

В работе [34] экспериментальные сведения о функциях $G_{E_{p,n}}(q^2)$, $G_{M_{p,n}}(q^2)$ были получены до значений $q^2 \approx 3$ ($\text{Гэв}/c$)². Кроме того, для форм-факторных функций G_{E_p} и G_{M_p} при $q^2 = 4,84$ ($\text{Гэв}/c$)² и $6,81$ ($\text{Гэв}/c$)² были получены верхние границы, которые одновременно могли служить оценкой верхней границы кода. Из-за малости дифференциального сечения рассеяния $e + p \rightarrow e + p$ для указанных выше двух значений не представлялось возможным одновременно определить из уравнения (35) значения G_{E_p} и G_{M_p} . Поэтому анализ делался в предположениях:

а) если $G_{E_p} = 0$, то $\frac{d\sigma}{d\Omega} = B(\theta, q^2) G_{M_p}^2$;

б) если $G_{M_p} = 0$, то $\frac{d\sigma}{d\Omega} = A(\theta, q^2) G_{E_p}^2$;

в) если $G_{E_p} = \frac{G_{M_p}}{\mu_p} = \frac{G_{M_p}}{1 + \kappa_p}$, то $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[\frac{A(\theta, q^2)}{(1 + \kappa_p)^2} + B(\theta, q^2) \right] G_{M_p}^2$.

Результаты анализа [34] сведены в табл. 1.

Для форм-факторных функций G_{E_n} и G_{M_n} верхняя граница была получена в предположениях пп. а — б. Для $q^2 = 6,81$ ($\text{Гэв}/c$)² верхняя граница $G_{M_n} = 0,024 \pm 0,012$. Для G_{E_n} верхняя граница была получена лишь при $q^2 = 3,89$ ($\text{Гэв}/c$)² и равна $0,081 \pm 0,009$.

Экспериментальные сведения о функциях G_{E_p} и G_{M_p} , полученные в различных предположениях относительно поведения G_{E_p} и G_{M_p} при больших передачах импульса q^2

$q^2,$ $(\text{Гэв}/c)^2$	Предположение	$\frac{G_{E_p}}{e}$	$\frac{G_{M_p}}{e}$	Верхняя граница, в пределах двух стандартных ошибок	
				$\frac{G_{E_p}}{e}$	$\frac{G_{M_p}}{e}$
4,87	$G_{E_p} = 0$	0	0,056	0	0,076
	$G_{M_p} = 0$	0,079	0	0,10	0
	$G_{M_p} = (1 + \kappa_p) G_{E_p}$	0,019	0,054	0,025	0,070
6,81	$G_{E_p} = 0$	0	0,038	0	0,052
	$G_{M_p} = 0$	0,070	0	0,097	0
	$G_{M_p} = (1 + \kappa_p) G_{E_p}$	0,013	0,037	0,018	0,051

Экспериментальные данные указывают на то, что форм-фактор нейтрона G_{M_n} имеет поведение, подобное поведению форм-факторов G_{E_p} и G_{M_p} . Проверка соотношений

$$G_{E_p} = \frac{G_{M_p}}{\mu_p} = \frac{G_{M_n}}{\mu_n} = \frac{1}{(1 + \frac{q^2}{0,71})^2} = G_D, \quad (36)$$

где q^2 измеряется в $(\text{Гэв}/c)^2$, подтверждает это (рис. 18, взятый из работы [34]).

Линейная связь форм-факторов G_{E_p} , G_{M_p}/μ_p и G_{M_n}/μ_n , выраженная формулой (36), называется *scaling law*, т. е. линейным законом, а зависимость этих форм-факторов от q^2 называется *dipole fit*, т. е. дипольной моделью, и в данном обзоре будет обозначаться символом G_D . Соотношение (36) указывает на возможность описания форм-факторов с помощью однопараметрической модели.

В последнее время [37] получены новые данные по форм-факторам протона G_{E_p} и G_{M_p} до значений $q^2 \leq 25 (\text{Гэв}/c)^2$. В области передач $1 (\text{Гэв}/c)^2 \leq q^2 \leq 2 (\text{Гэв}/c)^2$ наблюдается небольшое систематическое отклонение от линейного закона $G_{E_p} = G_{M_p}/\mu_p$. На рис. 19 дано сравнение экспериментальных данных с отношением $\mu_p G_{E_p}/G_{M_p} = 1$, из которого видно, что отклонение составляет примерно 10%. На рис. 20 дано сравнение магнитного форм-фактора протона с дипольной моделью. Отклонение отношения $G_{M_p}/\mu_p G_D$ от единицы до сих пор не имеет удовлетворительного теоретического объяснения. Несколько ниже будет обсуждаться четырехполюсная модель, с помощью которой удастся объяснить экспериментальные данные.

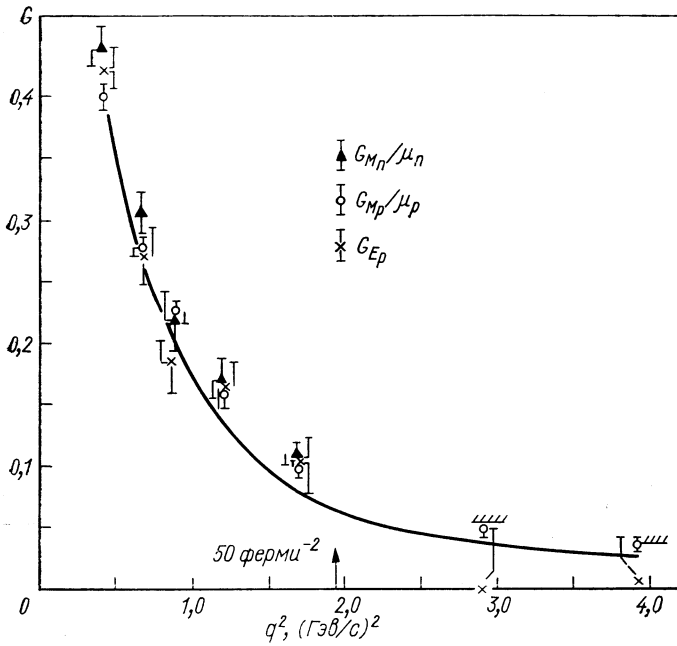


Рис. 18. Сравнение дипольной модели для электромагнитных форм-факторов нуклонов с экспериментальными данными.]

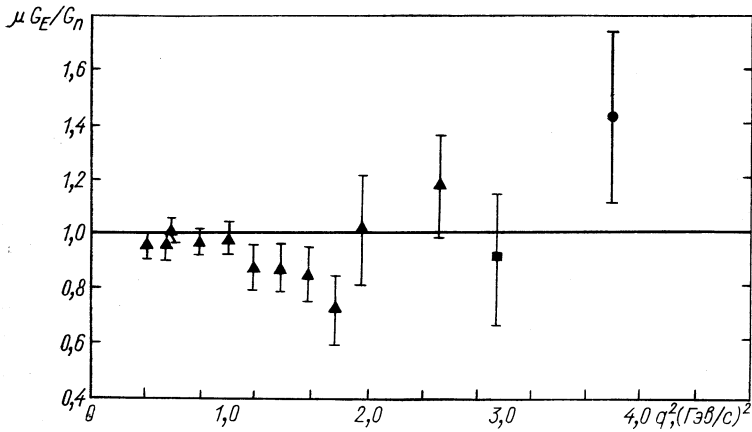


Рис. 19. Проверка отклонения от линейного закона.

Данные по электрическому форм-фактору нейтрона при больших передачах приводятся в табл. 2 (взята из работы [34]), откуда видно, что $G_{En} \approx 0$.

Таблица 2
Экспериментальные сведения о функции $(G_{En})^2$

$q^2, (\text{Гэв}/c)^2$	$\left(\frac{G_{En}}{e}\right)^2$	$q^2, (\text{Гэв}/c)^2$	$\left(\frac{G_{En}}{e}\right)^2$
0,389	+0,026	1,17	-0,012
0,389	-0,034	1,75	-0,003
0,623	+0,007		
0,857	+0,007	2,92	0,102
1,17	-0,009	3,89	0,0066

Экспериментальные факты указывают на то, что форм-факторы G_{Ep} , G_{Mp} , G_{Mn} убывают с увеличением передачи q^2 не медленнее чем $1/q^2$. Следовательно, если мы хотим использовать метод диспер-

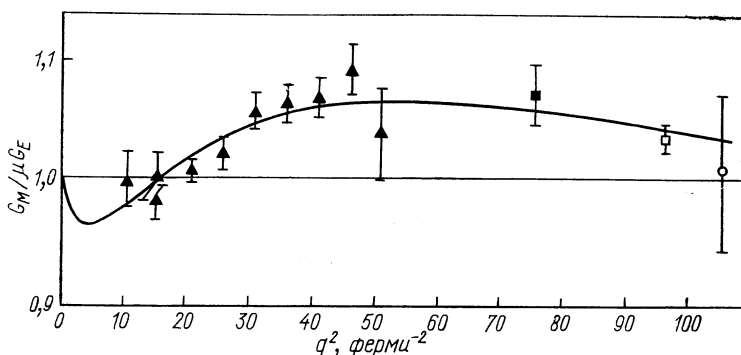


Рис. 20. Сравнение магнитного форм-фактора протона с дипольной моделью.

сионных соотношений для описания форм-факторов нуклонов, то дисперсионные соотношения для функций $G_{E, M}$ следует брать без вычитаний. Но это означает, что и для форм-факторов $F_{1, 2}^{s, v}$ дисперсионные соотношения надо брать без вычитаний, как это сразу видно из выражений (33) для $G_{E, M}^*$. Мы видим, что язык дисперсионных соотношений удобен для теоретической интерпретации экспериментальных данных.

Однако, прежде чем записать дисперсионные соотношения для функций G , отметим одно обстоятельство. Разрешив уравнения (33)

* В работе [35] авторы показали, что дисперсионный подход одинаково хорош как в применении к функциям G_E и G_M , так и в применении к функциям F_1 , F_2 .

относительно F_i , получим:

$$\left. \begin{aligned} F_1(t) &= \frac{G_E(t) - \frac{t}{4M^2} G_M(t)}{1 - \frac{t}{4M^2}}; \\ F_2(t) &= \frac{G_M(t) - G_E(t)}{2M \left(1 - \frac{t}{4M^2}\right)}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

откуда видно, что в точке $t = 4 M^2$, т. е. на физическом пороге канала аннигиляции, знаменатель $1 - \frac{t}{4M^2}$ обращается в нуль. Таким образом, функции $F_{1,2}(t = 4 M^2)$ обращаются в бесконечность, если не сделать предположения, что $G_M(4M^2) = G_E(4M^2)$. Мы будем предполагать, что такое равенство существует, и при этих условиях запишем дисперсионные соотношения.

Итак,

$$G_{E, M}^v(t) = \frac{1}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\text{Im } G_{E, M}^v(t')}{t' - t} dt'. \quad (38)$$

Аналогичные дисперсионные соотношения записываются для функций G_E^s и G_M^s с той лишь разницей, что нижний предел начинается с $9 m_\pi^2$. Условие унитарности для $\text{Im } G_{E, M}^{s, v}$ графически изображается так же, как на рис. 17. Предположим, что спектральные функции $\text{Im } G_{E, M}^{s, v}$ могут быть представлены в виде суммы δ -образных членов (в предыдущем разделе спектральные функции $\text{Im } F_{1,2}^{s, v}$ аппроксимировались одной δ -функцией):

$$\left. \begin{aligned} \text{Im } G_E^{v, s}(t) &= \sum_i \alpha_i \pi \delta(t - t_i); \\ \text{Im } G_M^{v, s}(t) &= \sum_i \beta_i \pi \delta(t - t_i), \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

где α_i, β_i — константы, которые должны быть теоретически рассчитаны и должны зависеть от параметров взаимодействий λ, K и других частиц с нуклонами, а $t_i = M_i^2$ — положения изовекторных или изоскалярных мезонов, дающих по предположению вклад в форм-факторные функции G . Подставив соотношения (39) в (38), получим:

$$\left. \begin{aligned} G_E^{v, s}(t) &= \sum_i \frac{\alpha_i}{1 - \frac{t}{M_i^2}}; \\ G_M^{v, s}(t) &= \sum_j \frac{\beta_j}{1 - \frac{t}{M_j^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Ни одна из форм-факторных функций (40) не имеет кора, и при $t \rightarrow \infty$ все они убывают по закону $\sim 1/q^2$. Если какая-либо из масс мезонов (или несколько) окажется очень большой, то в этом

случае форм-факторные функции (40) могут имитировать существование кора.

Воспользуемся соотношениями:

$$G_{E_p} = G_E^s + G_E^v; \quad G_{M_p} = G_M^s + G_M^v;$$

$$G_{E_n} = G_E^s - G_E^v; \quad G_{M_n} = G_M^s - G_M^v$$

и запишем протонные форм-факторы в явном виде:

$$\left. \begin{aligned} G_{E_p} &= \frac{\alpha_1}{1 + \frac{q^2}{M_{1v}^2}} + \frac{\alpha_2}{1 + \frac{q^2}{M_{2v}^2}} + \frac{\alpha_3}{1 + \frac{q^2}{M_{3s}^2}} + \frac{\alpha_4}{1 + \frac{q^2}{M_{4s}^2}} + \dots \\ G_{M_p} &= \frac{\beta_1}{1 + \frac{q^2}{M_{1v}^2}} + \frac{\beta_2}{1 + \frac{q^2}{M_{2v}^2}} + \frac{\beta_3}{1 + \frac{q^2}{M_{3s}^2}} + \frac{\beta_4}{1 + \frac{q^2}{M_{4s}^2}} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

В записи (41) вклады от изовекторных или изоскалярных мезонов помечены символом v или s внизу у масс, т. е. M_s или M_v , т. е. в явном виде выписаны вклады от двух изовекторных и двух изоскалярных мезонов. Нейтронные форм-факторы отличаются от записи (41) противоположными знаками, стоящими перед вкладками от изовекторных мезонов.

Для анализа экспериментальных данных можно выбрать однополюсное, двухполюсное, трехполюсное и т. д. приближения. В настоящее время известны три мезона: один изовекторный — ρ -мезон и два изоскалярных мезона — ω и ϕ , каждый из которых может давать вклад в форм-факторы нуклонов, в соответствии с условиями унитарности (25)—(27) и (39). В работе [34] анализ был проведен для следующих возможных случаев:

- a — дипольной модели — в соответствии с формулой (36);
- b — трехполюсного приближения — как наиболее полно учитывающего вклад всех известных мезонов — без кора;
- v — трехполюсного приближения — с кором;
- g — четырехполюсного приближения, если ни одно из предыдущих не даст удовлетворительного согласия с экспериментальными данными.

Использовать более сложные модели для объяснения форм-факторов нуклонов пока нецелесообразно.

Дипольное приближение очень привлекательно из-за исключительной его простоты. Оно может интерпретироваться и как двухполюсное с близкими значениями масс резонансов и противоположными по знаку константами связи. Сравнения с экспериментальными данными приводятся на рис. 18.

Трехполюсное приближение (с кором или без кора) также может дать хорошее согласие с экспериментальными данными. Однако при этом оно приводит к необходимости брать заниженные значения массы ρ -мезона.

В работах [35, 36] протонные и нейтронные форм-факторы были измерены и проанализированы в области $q^2 \leq 30$ ферми⁻².

В трехполосной модели авторы получили следующие выражения для изоскалярных и изовекторных частей форм-факторов нуклонов:

$$\left. \begin{aligned} G_E^s &= 0,5e \left\{ \frac{2,18 \pm 0,06}{1 + \frac{q^2}{15,7}} - \frac{1,11 \pm 0,14}{1 + \frac{q^2}{26,7}} - 0,07 \pm 0,15 \right\}; \\ G_M^s &= 0,44e \left\{ \frac{2,42 \pm 0,05}{1 + \frac{q^2}{15,7}} - \frac{1,35 \pm 0,09}{1 + \frac{q^2}{26,7}} - 0,07 \pm 0,15 \right\}; \\ G_E^v &= 0,5e \left\{ \frac{1,05 \pm 0,07}{1 + \frac{q^2}{(7,51 \pm 0,32)}} - 0,05 \pm 0,07 \right\}; \\ G_M^v &= 2,353e \left\{ \frac{1,05 \pm 0,01}{1 + \frac{q^2}{(7,51 \pm 0,32)}} - 0,05 \pm 0,01 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Из формул (42) следует, что в области небольших q^2 :

1) постоянные члены близки к нулю;

2) ρ -мезонная масса примерно на 200 Мэв меньше наблюдаемого значения ($M_\rho = 548 \pm 24 \text{ Мэв}$). Чтобы улучшить согласие по массе ρ -мезона, авторы предположили существование еще одного векторного мезона (B -мезона с массой 1220 Мэв и шириной 100 Мэв [39]) и использовали четырехполосное приближение.

При больших передачах q^2 интерпретация форм-факторов остается той же самой. Проверка формулы (41) показывает, что если зафиксировать известные массы изоскалярных мезонов ϕ и ω , а массу ρ -мезона сделать переменной, то наилучшая подгонка к экспериментальным данным в модели b достигается при значении $M_\rho = 510 \text{ Мэв}$, а в модели v — при значении $M_\rho = 540 \text{ Мэв}$. Наилучшее согласие с экспериментальными данными (по χ^2 -оценке) удается достигнуть в модели z с двумя изовекторными и двумя изоскалярными мезонами. Значения масс ρ -, ω - и ϕ -мезонов берутся из эксперимента. Значение массы второго векторного мезона является параметром подгонки. В табл. 3 выписаны параметры приближений

Таблица 3

Значение параметров α_i , β_i и Кор в моделях $b-z$

Модель	$I=1$			$I=0$			$I=1$			$I=0$		
	α_1	α_2	Кор	α_3	α_4	Кор	β_1	β_2	Кор	β_3	β_4	Кор
b	0,5	0	—	1,477	-0,977	—	2,353	0	—	1,612	-1,172	—
v	0,525	0	-0,025	1,090	-0,555	-0,035	2,471	0	-0,118	1,060	-0,594	-0,031
z	2,347	-1,847	—	1,214	-0,714	—	8,268	-5,915	—	1,093	-0,653	—

$b-z$. Параметр приближения a указан в формуле (36). Масса второго векторного мезона в модели z $M_{\rho'} = 875 \text{ Мэв}$. На рис. 21—24 демонстрируется сравнение приближений a , v , z с экспери-

ментальными данными для G_{E_p} , G_{M_p} , G_{M_n} и G_{E_n} соответственно (рис. 21—24 взяты из работы [34]).

В работе [40] авторы поставили целью с помощью четырехполюсной модели описать форм-факторные функции протона с учетом отклонения от линейного закона поведения форм-факторов:

$$G_{E_p}(q^2) = \sum_{i=1}^4 \frac{A_i}{M_i^2 + q^2}, \quad (43)$$

где M_1 — фиктивный полюс, учитывающий вклад непрерывного спектра, который вызывает крутое падение при $q^2 = 0$ ($M_1 = = 0,45$ Гэв); M_2 — масса ρ -мезона; M_3 — масса гипотетического

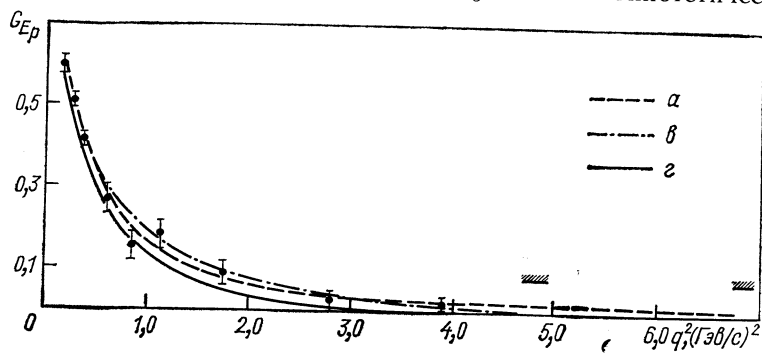


Рис. 21. Сравнение приближений (или моделей) а, в и г для функции G_{E_p} с экспериментальными данными.]

ρ' -мезона [41], равная 1,31 Гэв; M_4 — фиктивный полюс, учитывающий вклад далеких особенностей в дисперсионный интеграл и вызывающий падение форм-фактора при больших передачах ($M_4 = = 2,456$ Гэв). При таком наборе масс константы A_i принимают значения: $A_1 = 0,047$; $A_2 = 0,834$; $A_3 = -1,263$; $A_4 = 0,446$.

На рис. 25 дано сравнение теоретической кривой (43) с экспериментальными данными ($G_{E_p}/G_D = 1$). Несмотря на ясный физический смысл представления (43), оно все же не может считаться удовлетворительным из-за большого числа произвольных параметров.

В заключение раздела обсудим экспоненциальные модели форм-факторов, предложенные в работах [42—45].

Известно, что принцип микропричинности допускает экспоненциальный рост амплитуды на бесконечности, однако этот рост должен быть медленнее линейной экспоненты. В этом случае нельзя писать дисперсионные соотношения с конечным числом вычитаний, как это делается для амплитуд с полиномиальным ростом.

Логунов, Мествиришвили и Силин [42] рассмотрели класс функций, допускающий неполиномиальный рост амплитуды на бесконечности и удобный для описания экспериментальных данных. Пусть функция $G(t)$ является форм-факторной функцией нуклона

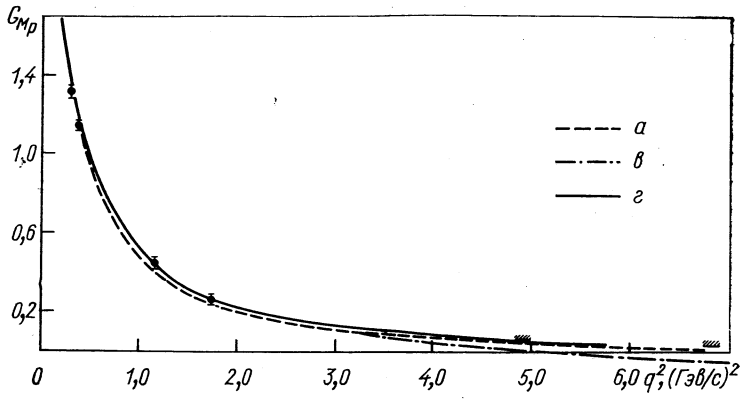


Рис. 22. Сравнение приближений (или моделей) a , b и g для функции G_{Mp} с экспериментальными данными.

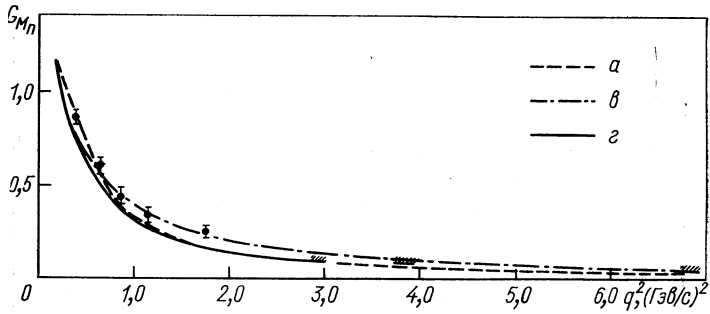


Рис. 23. Сравнение приближений (или моделей) a , b и g для функции G_{Mn} с экспериментальными данными.

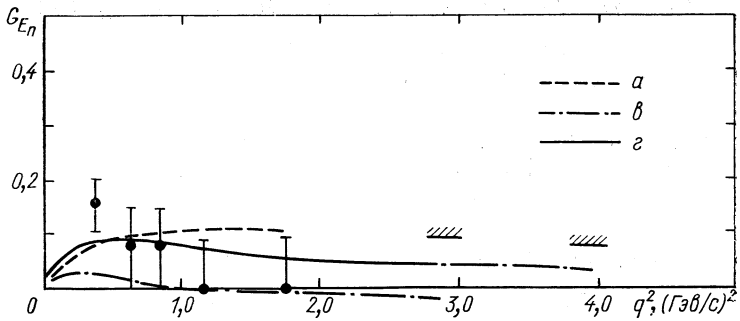


Рис. 24. Сравнение приближений (или моделей) a , b и g для функции G_{Ep} с экспериментальными данными.

с разрезом $0 < a \leq t \leq +\infty$. t -Плоскость переводится в единичный круг с помощью конформного преобразования:

$$\xi = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a-t}}{\sqrt{a} + \sqrt{a-t}},$$

так что $G(t) \rightarrow f(\xi)$.

Пусть $f(\xi) \in A$, где A — класс всех функций, аналитических в единичном круге и удовлетворяющих условию:

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} \int_0^{2\pi} \ln^+ |f(\rho e^{i\theta})| d\theta \leq A < \infty,$$

где

$$\ln^+ a = \begin{cases} \ln a & a \geq 1 \\ 0 & a < 1. \end{cases}$$

Такое представление допускает для $G(t)$ довольно разнообразное поведение на бесконечности. Однако это лишь минимальное

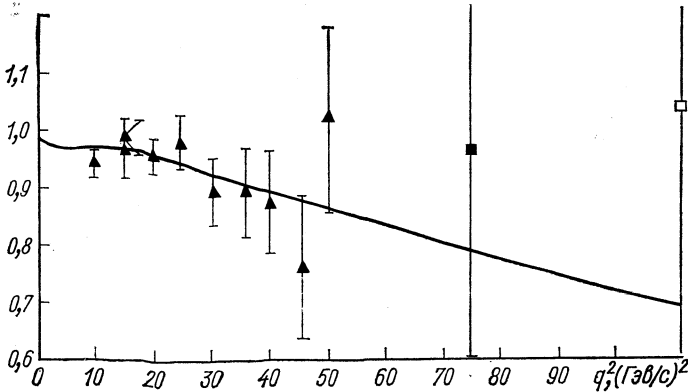


Рис. 25. Сравнение отношения функции G_{E_p} , полученной по формуле (43), к функции G_D с экспериментальными данными.

расширение по сравнению с функциями полиномиального роста. Функции из класса A могут быть представлены в виде

$$f(\xi) = b(\xi) e^{\Phi(\xi)},$$

где $b(\xi)$ — функция Бляшке, а $\Phi(\xi)$ имеет вид

$$\Phi(\xi) = i\Phi(0) + \frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{\omega(z)}{z-\xi} dz,$$

где $\omega(z)$ — скачок функции на разрезе.

Возвращаясь теперь к переменной t , получаем

$$b(\xi) = B(t) e^{g(t)} \text{ и } G(t) = B(t) e^{g(t)+\Phi(t)},$$

где $\varphi(t)$ — образ $\Phi(\xi)$ в плоскости t , а $g(t)$ — функция с разрезом в плоскости $t (a \leq t \leq \infty)$. Если предположить, что $B(t)$ имеет конечное число нулей (случай бесконечного числа мы здесь не рассматриваем), то для форм-факторной функции $G(t)$ получается представление в виде

$$G(t) = B(t) \exp \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{Im} g(t') dt'}{t' - t} + \frac{t - a}{\pi} \int_a^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(t') dt'}{t' - t} + \varphi(a) \right].$$

Теперь путем экстраполяции экспериментальных данных можно найти $\operatorname{Im} g(t)$ и $\operatorname{Im} \varphi(t)$ (т. е. мнимые части форм-факторов протона G_{E_p} и G_{M_p}) во времениподобной области по импульсу t .

Положим, $B(t) = 1$. Это предположение оправдывается тем, что функция $e^{g(t) + \varphi(t)}$ хорошо описывает экспериментальные данные по форм-факторам нуклонов в области пространственноподобных передач импульсов. Учтем еще дополнительную информацию:

$$G_{E_p}(0) = 1; \quad G_{M_p}(0) = 2,79;$$

$$G_{E_p}(4M^2) = G_{M_p}(4M^2); \quad G_{E_p}(-\infty) = G_{M_p}(-\infty) = 0.$$

Выберем следующие аппроксимирующие выражения:

$$G_{E_p} = \exp \left[\frac{a_0 \xi}{1 + \xi} + a_1 \xi + a_2 \xi^2 \right];$$

$$G_{M_p} = \exp \left[\frac{b_0 \xi}{1 + \xi} + b_1 \xi + b_2 \xi^2 \right].$$

После того как по экспериментальным данным в области $t < 0$ будут найдены коэффициенты a_i и b_i выражения G_{E_p} и G_{M_p} , можно аналитически продолжить во времениподобную область передач t . В этой области $\operatorname{Im} G_{E_p}$ и $\operatorname{Im} G_{M_p}$ осциллируют, и эти осцилляции могут быть обнаружены экспериментально при измерении поляризации в реакциях $p + \tilde{p} \rightarrow e^+ (\mu^+) + e^- (\mu^-)$.

Используя метод аналитического продолжения, можно было надеяться получить положения и ширины хорошо известных резонансов ρ , ω , φ из осцилляций $\operatorname{Im} G_{E_p}$ и $\operatorname{Im} G_{M_p}$ в области $t > 4 m_\pi^2$. Авторам, к сожалению, не удалось получить правильные значения параметров перечисленных выше резонансов. Следует, однако, заметить, что в работе [42] использованы не все возможности, заложенные в модели, так как рассматривался лишь случай $B(t) = 1$.

В работе [43] авторы исходили из экспериментальных данных по рассеянию протонов на протонах при больших энергиях и передачах импульса. Поведение дифференциального сечения $p + p \rightarrow \rightarrow p + p$ описывается экспоненциальной формулой Орира:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, p_\perp) \sim C e^{-\frac{p_\perp}{0,15}},$$

где C — некоторая константа, а p_\perp — поперечная передача импульса. Ву и Янг сделали естественное предположение, что и в упругом $e + p \rightarrow e + p$ -рассеянии должно быть быстрое падение дифферен-

циального сечения экспоненциального типа и такое поведение может происходить за счет экспоненциального поведения форм-факторных функций протона:

$$\left. \begin{aligned} G(q^2) &\sim B e^{-\frac{p_{\perp}}{p_0}}; \\ G_{M_p} &= \mu_p G_{E_p}, \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

где p_{\perp} следует заменить $\sqrt{q^2}$, а p_0 — некоторая константа, которая подбирается из экспериментальных данных. Допускается, что множитель B может быть константой либо может слабо зависеть от q^2 .

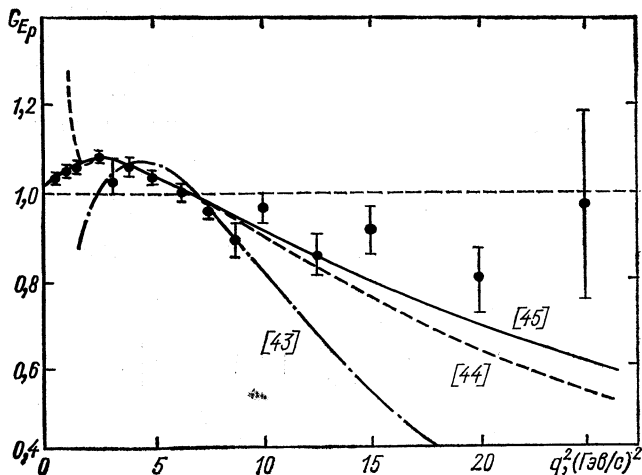


Рис. 26. Сравнение различных экспоненциальных представлений для форм-фактора протона G_{E_p} с экспериментальными данными.

Действительно, форм-факторы (44) неплохо описывают экспериментальные данные при значении $p_0 = 0,6$ (ГэВ/с) и $B = \text{const}$. Однако следует отметить две особенности этих форм-факторов.

1. Их аналитические свойства неверны, так как разрез функций $G(q^2)$ начинается со значений $t = 0$, а не со значений $t = 4m_{\pi}^2$, как это вытекает из теоретико-полевого рассмотрения. Этот недостаток легко исправляется. Достаточно ввести вместо $\sqrt{q^2}$ функцию $\sqrt{q^2 + 4m_{\pi}^2}$:

$$G(q^2) = B e^{-\frac{\sqrt{q^2 + 4m_{\pi}^2}}{0,6}} / e^{-\frac{2m_{\pi}}{0,6}}.$$

2. Как уже говорилось выше при анализе работы Логунова и др. [42], во времениподобной области $q^2 < 0$ показатель экспоненты становится мнимым и форм-факторная функция (44) начинает осциллировать, давая равностоящие минимумы и максимумы в $G(q^2)$. Такое поведение отличается от поведения четырехполюсного

приближения во времениподобных интервалах q^2 и дает возможность отобразить одну из названных здесь моделей путем сравнения с опытными данными по аннигиляции:

$$e^+ + e^- \rightarrow N + \bar{N}.$$

В работе [44] был предложен форм-фактор вида

$$\frac{G_{Mp}}{\mu_p} = 27,8 \exp \left[-\sqrt{\frac{q}{0,040}} \right], \quad (45)$$

а в работе [45] — экспоненциальный форм-фактор с асимптотическим поведением

$$\frac{G_{Mp}}{\mu_p} \sim e^{-A \ln^2(aq^2)}, \quad (46)$$

где A и a — подгоночные константы.

Сравнение формул (44)—(46) с экспериментальными данными приведено на рис. 26. Видно, что экспоненциальные форм-факторы могут описывать экспериментальные данные лишь в некоторой части передач q^2 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Hofstadter R. Nuclear and Nucleon Structure. A. Collection of Reprints with an Introduction. W. A. Benjamin, N.Y., 1963.
2. Drell S. D., Zachariasen F. Electromagnetic Structure of Nucleons. Oxford University Press, Oxford, 1961. Имеется русский перевод этой книги. Дрелл С. Д., Захарьясен Ф. Электромагнитная структура нуклонов. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
3. Michel Gourdin. Herzeg Novi Lectures, 1961, v. 2. Lectures of high energy Physics (Sixth Summer Meeting, Herzeg Novi), Gordon and Breach, 1965.
4. Hand L. N., Miller D. G., Wilson R. Rev. Mod. Phys., **35**, 335 (1963).
5. Bremmerman H. J., Oehme R., Taylor J. G. Phys. Rev., **109**, 2178 (1958).
6. Paull W. Rev. Mod. Phys., **13**, 203 (1941).
7. Vilenky S. M. et al. Nucl. Phys., **7**, 646 (1958).
8. Nambu Y. Nuovo cimento, **6**, 1064 (1957).
9. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Изд. 2. М., Физматгиз, 1962. Оппен Р. Nuovo cimento, **8**, 316 (1958).
10. Исаев П. С., Мещеряков В. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **43**, 1339 (1962).
Исаев П. С., Лендъел В. И., Мещеряков В. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **45**, 294 (1963).
11. Woscock J., Cottingham W. N., Lurie D. Nuovo cimento, **16**, 918 (1960).
12. Халфин Л. А., Щербин Ю. П. «Письма ЖЭТФ», **8**, 588 (1968); **8**, 642 (1968).
13. Щербин Ю. П. «Письма ЖЭТФ», **10**, 340 (1969).
14. Ефремов А. В. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **53**, 732 (1967).
15. Гришин В. Г., Кистенев Э. П., МуЦзюнь. «Ядерная физика», **2**, 886 (1965).
16. Akerlov S. W. et al. Phys. Rev., **163**, 1482 (1967).
17. Бардин Д. Ю. и др. Сообщения ОИЯИ Е1-4786, Дубна, 1969.
18. Бардин Д. Ю., Семиков В. Б., Шумейко Н. М. «Ядерная физика», **10**, 1969 и препринт ОИЯИ Р-4-4532, Дубна, 1969.

19. Kahane T. Phys. Rev., **135**, B975 (1964).
20. Auslender V. L., Budker G. I. et al. Phys. Lett., **25B**, 433 (1967).
21. Ауслендер В. Л., Будкер Г. И. и др. «Ядерная физика», **9**, 114 (1969).
22. Augustin J., Bizot J. et al. Phys. Lett., **28B**, 508 (1969).
23. Perez-y-Torba R. 4-th International Symposium on Electron and Photon Interaction at High Energies, Liverpool, 1968.
24. Смирнов С. К. Дипломная работа. МГУ, ЛТФ ОИЯИ (1969).
25. Riazuddin. Phys. Rev., **114**, 1184 (1959).
26. Такака Y. Nuovo cimento, **A60**, 589 (1969).
27. Зиновьев Г. М., Струминский Б. В. «Ядерная физика», **9**, 173 (1969).
28. Огиевецкий В. И., Чжоу Гуан-чжао «Ж. эксперим. и теор. физ.», **37**, 866 (1959).
29. Clementel E., Villi C. Nuovo cimento, **4**, 1207 (1956).
30. Bergia S. et al. Phys. Lett., **6**, 367 (1961).
31. Hofstadter R., Hermann R. Phys. Rev. Lett., **6**, 293 (1961).
32. Chen K. W. et al. Phys. Rev. Lett., **11**, 561 (1963).
33. Verganelakis A. Electromagnetic form factors, Ecole International de la Physique des Particules Elementaire, Herceg Novi (Yougoslavie), 1965.
34. Chan L. H. et al. Phys. Rev., **141**, 1298 (1966).
35. Hughes E. B. et al. Phys. Rev., **139**, B458 (1965).
36. Janssens T. et al. Phys. Rev., **142**, 922 (1966).
37. Rutherford J. G. 4-th International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Liverpool. Daresbury Nuclear Physics Laboratory, 1969. В этом обзорном докладе содержатся ссылки на экспериментальные работы по измерению форм-факторов нуклонов, выполненные на ускорителях DESY, Bonn and SLAC в 1967—1969.
38. Rosenbluth M. N. Phys. Rev., **79**, 615 (1950).
39. Abolins M. et al. Phys. Rev. Lett., **11**, 381 (1963).
40. Berger Ch. et al. Electromagnetic form factors of proton between 10 and 50 f^{-2} Physikalisches Institute. University of Bonn, preprint 1-075, July, 1969.
41. Lovelace C. Phys. Lett., **28B**, 264 (1968).
42. Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Силин И. Н. Препринт ОИЯИ Р-2519, Дубна, 1965.
43. Wu T. T., Yang C. N. Phys. Rev., **137B**, 708 (1965).
44. Drell S. D., Finn A. C., Goldhaber M. H. Phys. Rev., **157**, 1402 (1967).
45. Mack G. Phys. Rev., **159**, 1617 (1967).
46. Coward D. H. et al. Phys. Rev. Lett., **20**, 292 (1968).