

УПРУГИЕ И НЕУПРУГИЕ
СТОЛКНОВЕНИЯ НУКЛОНОВ
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

К. Д. Толстов

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

А Н Н О Т А Ц И Я

Проводится обзор экспериментальных данных, полученных в протон-протонных и протон-нейтронных столкновениях при высокой энергии, включающей упругие рассеяния, генерацию частиц и резонансов, импульсные спектры вторичных частиц. Результаты опытов сопоставляются с теоретическими моделями.

A B S T R A C T

The review of experimental data (including elastic scatterings, particle and resonance generation, momentum spectra of secondary particles) obtained in proton-proton and proton-neutron interactions at high energies is given. The experimental results are compared with the theoretical models.

ВВЕДЕНИЕ

В построении теории сильных взаимодействий исследование упругих и неупругих столкновений нуклонов занимает центральное положение. С экспериментальной стороны мы имеем дело с наиболее интенсивными первичными пучками протонов, на много порядков превышающими интенсивность вторичных частиц, а используя водородные мишени, можем исследовать взаимодействие тождественных частиц. Это позволило, например, для упругого pp -рассеяния достигнуть дифференциальных сечений $\sim 10^{-36}$ см².

Тождественность сталкивающихся частиц, очевидно, упрощает теоретический анализ.

Область высоких энергий, помимо глубокого значения, связанного с асимптотикой процессов, перспективна и тем, что взаимодействие менее связано с резонансными явлениями. Последние могут быть более существенными в сравнительно узком энергетическом интервале и, таким образом, не отражать основные черты процессов при высоких энергиях.

Взаимодействие сталкивающихся нуклонов можно подразделить на упругое рассеяние, рассеяние с перезарядкой, квазидвучастичные реакции и множественную генерацию, причем эти процессы связаны соотношениями, вытекающими из свойств унитарности S -матрицы.

Для определенных сталкивающихся частиц S -матрица зависит от энергии и углового момента, и ее унитарность связывает упругое рассеяние со всеми остальными процессами и при фиксированном значении углового момента. Если бы были данные по зависимости взаимодействий от углового момента, т. е. от параметра удара, то можно было получить многие важные заключения, в том числе о так называемых центральных и периферических столкновениях, которые пока имеют условный характер, и, следовательно, о структурных особенностях нуклонов при сильных взаимодействиях.

1. НЕУПРУГИЕ pp -СТОЛКНОВЕНИЯ

§ 1.1. МНОЖЕСТВЕННОСТЬ ЧАСТИЦ

Зависимость числа заряженных частиц в pp -столкновениях от энергии в лабораторной системе $n(E)$ показано на рис. 1. Из рис. 1, а следует, что в интервале 10—1000 Гэв, где точек больше и меньше погрешности: $n(E) \sim aE^{1/3}$.

Согласно рис. 1, б в интервале 10—30 Гэв $n(E) \sim aE^{0,4}$. Таким образом, рост $n(E)$ происходит существенно быстрее чем $E^{1/4}$, который был получен в статистической теории Ферми и гидродинамической теории Ландау, а также логарифмический рост $n(E) \sim \lg(E)$ согласно мультипериферической модели.

В этой связи необходимо остановиться на недавней работе П. Ротелли [1], в которой автор, рассматривая статистически множественную генерацию частиц, не использует модель образования

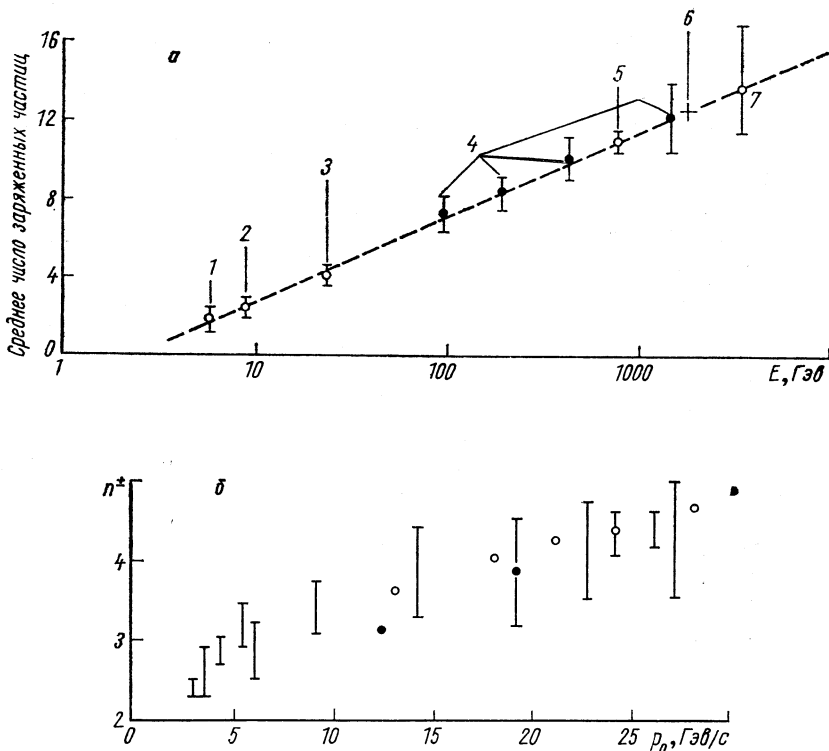


Рис. 1. Зависимость среднего числа заряженных частиц (а) по данным:

1 — Беркли; 2 — Дубны; 3 — ЦЕРНа; 4 — ФИАНа (Москва); 5 — Токио (фотоэмульсионные); 6 — предсказания для ускорителя со встречными пучками ЦЕРНа; 7 — Чикаго (фотоэмульсионные).

Экспериментальные и расчетные значения среднего числа заряженных частиц в pp -столкновениях в функции энергии (б).

1, \circ — экспериментальные данные; \bullet — расчетные.

одного или нескольких файерболов. Ротелли отмечает, что ранее не проводилось статистическое рассмотрение множественной генерации, не основанное на концепции слияния сталкивающихся частиц. В действительности процесс без слияния более естествен,

так как при столкновении мы имеем не состояние равновесия, а скорое взрыв.

Ротелли основывается на классическом гран-каноническом распределении, постулируя, что энтропия не зависит от энергии в системе центра масс при достаточно большой энергии первичной частицы. Далее он исходит из постоянства коэффициента неупругости, равного в системе центра масс 0,4, т. е. вторичные частицы уносятся в среднем постоянную долю энергии — 0,4 E_c . Это приводит к следующим формулам для числа генерированных π - и K -мезонов:

$$n_{\pi} = 4 (E_{\pi}/m_{\pi})^{2/3}; \quad (1)$$

$$n_K = 4 (E_K/m_K), \quad (2)$$

где E_{π} , E_K — энергии π - и K -мезонов в системе центра масс, а m_{π} , m_K — их массы. Следовательно, зависимость числа частиц от энергии в лабораторной системе координат выражается законом $E^{1/3}$.

В объяснении множественной генерации Р. Хагедорн [2] исходит из того, что в столкновениях при высокой энергии имеет место термодинамическое равновесие и коллективное движение по оси столкновения. Простейший способ разделить эти процессы — это рассматривать величины, которые не зависят от коллективного движения — к ним относятся множественность частиц.

По Хагедорну, множественность следует закону $\sim \exp(-m/T)$, где температура $T \rightarrow T_0$, причем T_0 растет с энергией и при высоких энергиях $T_0 \sim 160$ Мэв. Результаты расчетов Хагедорна и Ранфта нанесены на рис. 1, б (черные кружки). Отметим, что, по Хагедорну, должно наступать насыщение в числе генерированных частиц при большой энергии, что не следует из данных рис. 1, а. Зависимость от энергии сечений генерации различного числа заряженных частиц показана на рис. 2.

§ 1.2. ГЕНЕРАЦИЯ СТРАННЫХ ЧАСТИЦ

Расчеты генерации странных частиц обычно приводили к малой их доли по сравнению с π -мезонами. Однако в работе [1] Ротелли, используя формулы (1) и (2) и предполагая, что при большой энергии асимптотически имеет место равенство $E_{\pi} = E_K = \frac{1}{3} E_c$, получил $N_K/N_{\pi} = 0,43$. Столь высокая доля K -мезонов является новым результатом, могущим служить проверкой концепции Ротелли.

Экспериментальные данные по полным сечениям генерации странных частиц в pp -столкновениях пока не многочисленны. При 8 Гэв Фиребух и др. [3] получили $\sigma_{\text{полн}} = 1,8$ мбарн; Хальмгрен и др. [4] при 10 Гэв, принимая равенство сечений генерации YK^+ и YK^0 , получили $\rho_{\text{полн}} = 2,05 \pm 0,14$ мбарн; Бартке и др. [5] при 24,5 Гэв получили сечение генерации YK — $3,0 \pm 0,3$ мбарн и сечение парного рождения KK — $1,2 \pm 0,3$ мбарн, т. е. $\sigma_{\text{полн}} = 4,2 \pm 0,4$ мбарн, что составляет $\sim 0,15$ полного неупругого

сечения: Следовательно, наблюдается существенный рост сечения с увеличением энергии протонов.

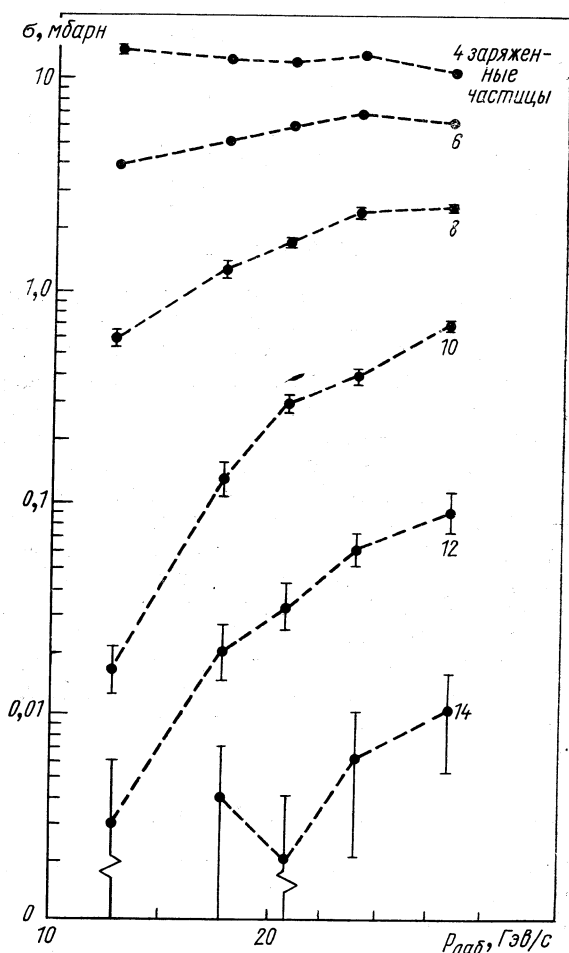


Рис. 2. Зависимость сечения генерации различного числа заряженных частиц от энергии (по данным 80-дюймовой водородной пузырьковой камеры в Беркли).

При космических энергиях отношение числа K -мезонов к числу π -мезонов оценивается как 0,2—0,4. Таким образом, опытные данные не противоречат расчету Ротелли. (Отметим также, что в столкновениях при 25 Гэв, по данным Эрвина [6], сечение генерации K -мезонов ≥ 4 мбарн, т. е. более 0,2 неупругого сечения.)

§ 1.3. ГЕНЕРАЦИЯ БОЗОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

В pp -столкновениях при высокой энергии бозонные резонансы дают относительно небольшой вклад в полное сечение, особенно в событиях с большой множественностью частиц. Наибольший

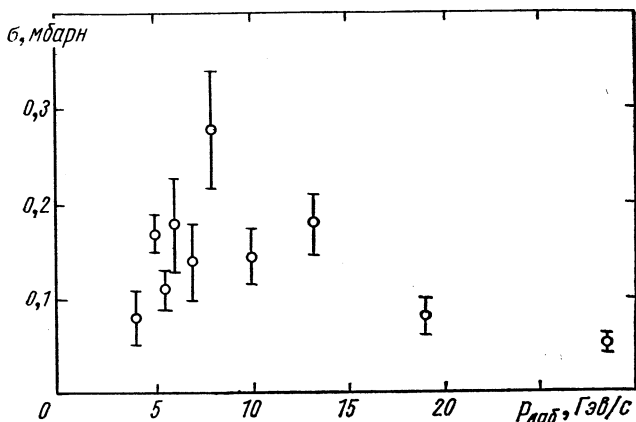


Рис. 3. Зависимость полного сечения генерации ω -мезона в pp -столкновениях от импульса протона.

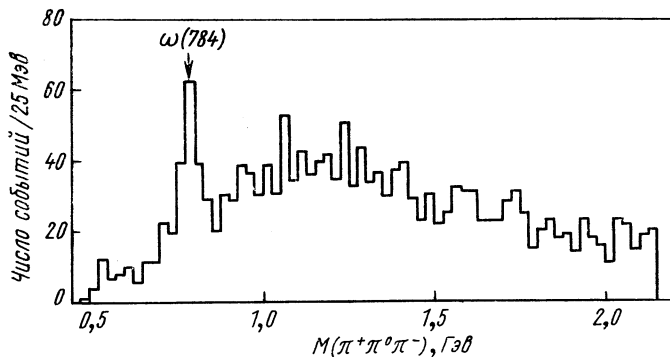


Рис. 4. Распределение эффективных масс системы $\pi^+\pi^-\pi^0$ в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^0$ при 19 ГэВ/с.

вклад дает генерация ω^0 -мезона, что иллюстрируют, например, рис. 3 и 4 из работы [7]. На рис. 3 дана зависимость сечения генерации ω -мезона от энергии протона. Распределение по эффективным массам системы $\pi^+\pi^-\pi^0$ в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^0$ при 19 ГэВ/с показано на рис. 4.

Суммарное сечение генерации ρ -мезона в реакциях $pp \rightarrow \Delta\rho N$ при 19 ГэВ/с найдено равным $0,57 \pm 0,07$ мбарн.

§ 1.4. ГЕНЕРАЦИЯ БАРИОННЫХ РЕЗОНАНСОВ

Опытные данные показывают, что при высокой энергии, аналогично бозонным, барионные резонансы образуются в относительно небольшой доле. Следовательно, и возможный каскадный распад

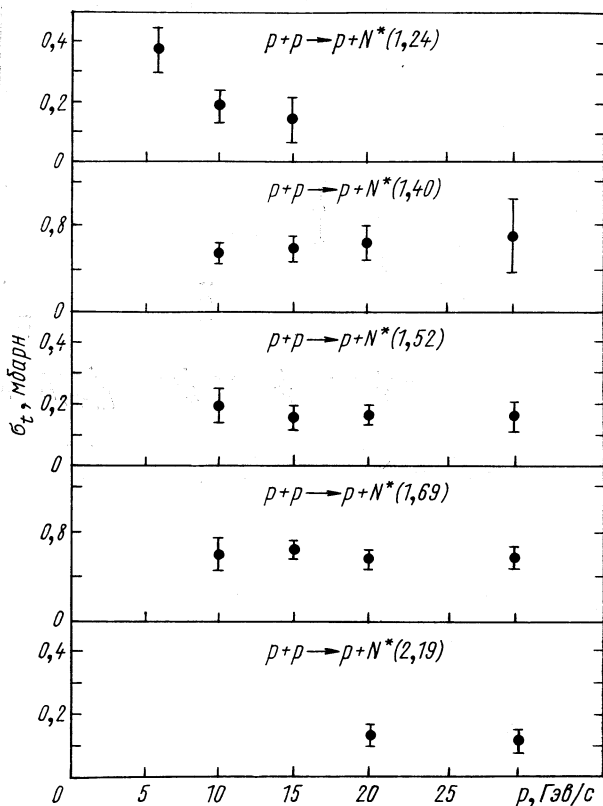


Рис. 5. Зависимость полного сечения генерации изобар в реакциях $pp \rightarrow p + N^*$ от импульса протона.

барионных резонансов не даст значительного вклада в множественную генерацию частиц.

На рис. 5 дана зависимость полного сечения генерации барионных резонансов различной массы от импульса протонов по данным работы Андерсона и др. [8]. При 30 Гэв/с сумма полных сечений $\Sigma \sigma_{\text{полн}}(M) = 1,7 \pm 0,4 \text{ мбарн}$. В реакциях с рождением двух мезонов, как отмечает Бертоцци [9], мала вероятность перехода обоих сталкивающихся протонов в резонансное состояние, так как сохранение заряда препятствует образованию двух изобар Δ^{++} ,

а соотношения по изотопическому спину уменьшают вероятность образования изобары Δ^0 . Однако в работе Рашбрук [10] имеется

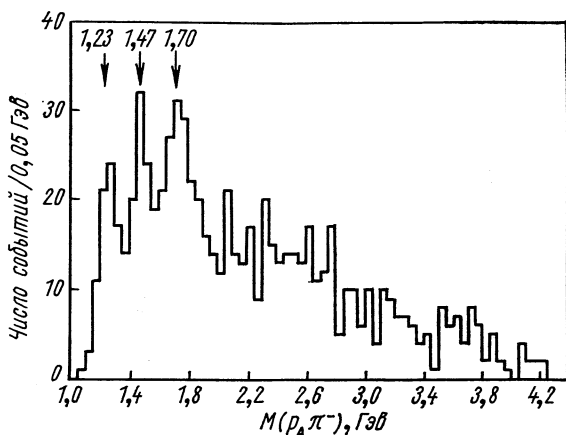


Рис. 6. Распределение по эффективным массам системы $p\pi^-$ в случае, когда в реакции $pp \rightarrow ppp^+\pi^-$ при 16 Гэв/с образуется изобара Δ^{++} .

указание на двойную генерацию изобар Δ^{++} , Δ^0 . Это видно из рис. 6, где дана зависимость числа событий от массы системы $p\pi^-$ в случаях, когда образуются изобары Δ^{++} .

§ 1.5. ИМПУЛЬСНЫЕ СПЕКТРЫ

В настоящее время хорошо известны общие закономерности импульсных спектров и распределений по углам вылета вторичных протонов и частиц, генерированных в неупругих столкновениях. Наблюдается сильная коллимация протонов в системе центра масс в направлении первичного импульса.

Средний коэффициент неупругости k и средний поперечный импульс протонов практически постоянны в широком интервале энергии и составляют $\langle k \rangle \simeq 0,4-0,5$; $\langle p_{\perp} \rangle \sim 0,4 \text{ Гэв/с}$. Наблюдается преимущественный вылет в системе центра масс π^{\pm} и K^{\pm} -мезонов в направлении первичных протонов и более выраженный для положительных частиц. С увеличением множественности вторичных частиц эта направленность уменьшается.

Для выяснения механизма неупругих столкновений очень существенны импульсные спектры и зависимость сечений от импульсов. Хагедорн, например, принимает, что распределение по поперечным импульсам $N(p_{\perp})$ генерированных частиц не зависит от их коллективного движения по оси столкновения и следует бoльцмановскому распределению, т. е. $N(p_{\perp}) \sim \exp(-\frac{p_{\perp}}{T})$. Эта зависимость аналогична рассмотренной ранее для множественной генерации частиц

по Хагедорну. При 30 Гэв температура $T \sim 120$ Мэв, а для больших (космических) энергий $T \sim 160$ Мэв. Хагедорн применяет статистическую термодинамику, предполагая образование высоково-

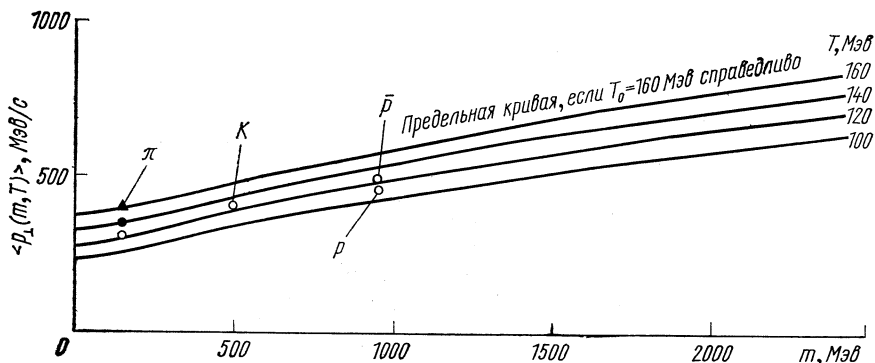


Рис. 7. Зависимость среднего поперечного импульса вторичных частиц от их массы и температуры возбужденной системы:

○ — 12—30 Гэв/с (различные эксперименты); ▲ — 10^3 — 10^5 Гэв/с (Кранов); ● — $3 \cdot 10^3$ Гэв/с (бразильско-японская коллоборация).

бужденных сгустков адронной материи, распадающихся за время $\sim 10^{-23}$ сек.

В работе [11] Хагедорн получил для средних величин поперечного импульса вторичных частиц в зависимости от их массы и температуры формулу

$$\langle p_{\perp}(m, T) \rangle = \sqrt{\frac{\pi m T}{2}} \cdot \frac{K_{5/2}\left(\frac{m}{T}\right)}{K_2\left(\frac{m}{T}\right)}, \quad (3)$$

где $K_{5/2}$, K_2 — функции «K».

На рис. 7 приведены опытные данные и величины $\langle p_{\perp}(m, T) \rangle$, рассчитанные по формулам (3). В работе Андерсона [12] получена зависимость числа вторичных протонов от поперечного и продольного импульса в системе центра масс p_{\parallel}^* . Эта зависимость выражена дифференциальными сечениями $d^2\sigma/dp_{\perp} dp_{\parallel}^*$, которые показаны на рис. 8 при трех значениях импульсов протонов: 10, 20 и 30 Гэв/с. Оказалось, что сечения в основном не зависят от p_{\parallel}^* , величины которых изменялись в пределах 0,2—3 Гэв/с. Экспериментальные точки на рис. 8 могут быть описаны эмпирическими кривыми, соответствующими формуле:

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{\perp} dp_{\parallel}^*} = 610 \cdot p_{\perp} \exp\left(-\frac{p_{\perp}}{0,166}\right) \frac{\text{мбарн}}{(\text{Гэв/с})^2}. \quad (4)$$

Формула (4) после преобразования к переменным p , θ — импульс и угол в лабораторной системе — принимает вид

$$\frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} = \frac{p^2}{2\pi} \cdot \frac{\gamma_c (E - \beta_c \cos \theta)}{E} 610 p_{\perp} \exp\left(-\frac{p_{\perp}}{0,166}\right) \frac{\text{мбарн}}{(\text{Гэв/с}) \text{ стер}}, \quad (5)$$

что подобно зависимости, полученной Хагедорном в статистической теории для центральных столкновений. На рис. 9 при 12,5 Гэв/с дана зависимость дифференциальных сечений $\frac{d^2\sigma}{dp_{\perp} dp_{\parallel}^*}$ для генерации пионов от p_{\parallel}^* при фиксированных значениях p_{\perp} в реакциях $pp \rightarrow \pi^{\pm} M$, где M — недостающая масса. На рис. 10 показана зависи-

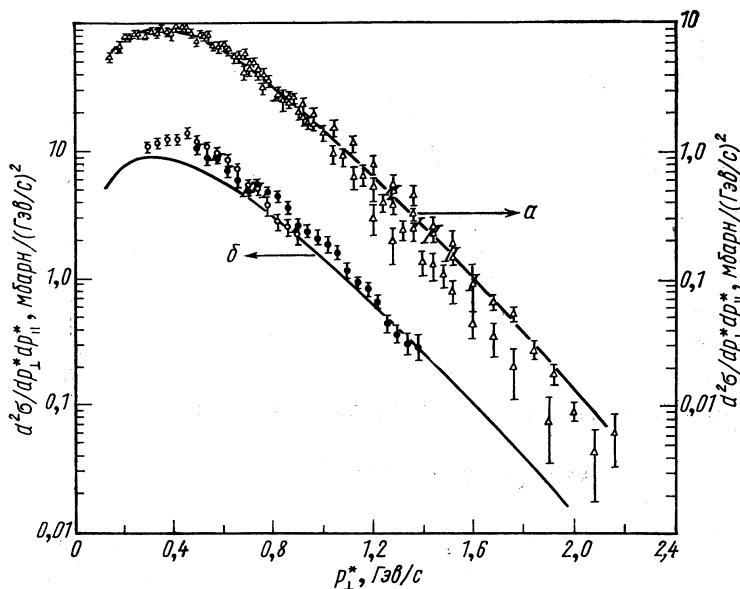


Рис. 8. Спектр вторичных протонов в функции p_{\perp} в pp -столкновениях при импульсах 10, 20 и 30 Гэв/с:
 а — $p_0 = 30$ Гэв/с; б — \circ — $p_0 = 10$ Гэв/с; \bullet — $p_0 = 20$ Гэв/с; — — фитирующая кривая при 30 Гэв/с.

мость сечений $d^2\sigma/dp_{\perp} \cdot dp_{\parallel}^*$ от p_{\parallel}^* при фиксированных p_{\perp} . Как следует из этих реакций, для протонов наблюдается сильная зависимость сечений от p_{\perp} и практически постоянство сечений в функции p_{\parallel}^* . Для пионов сечения падают почти на три порядка при изменении p_{\parallel}^* в интервале $0,8 \leq p_{\parallel}^* \leq 2,8$ Гэв/с. Предполагая, что в неупругих столкновениях быстрых частиц принцип неопределенности справедлив со знаком равенства в работе [13] автором была получена формула для отношения дисперсий продольного $\langle \Delta p_{\parallel}^{2*} \rangle^{1/2}$ и поперечного импульса ($\langle \Delta p_{\perp}^2 \rangle = \langle p_{\perp}^2 \rangle$):

$$\frac{2 \langle \Delta p_{\parallel}^{2*} \rangle^{1/2}}{\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2}} = \gamma_c, \quad (6)$$

где γ_c — лоренц-фактор системы центра масс.

Применение в этой работе, а также в работе [14], формулы (6) для протонов и λ -гиперонов в $p\lambda$ -столкновениях при 7 Гэв/с, пока-

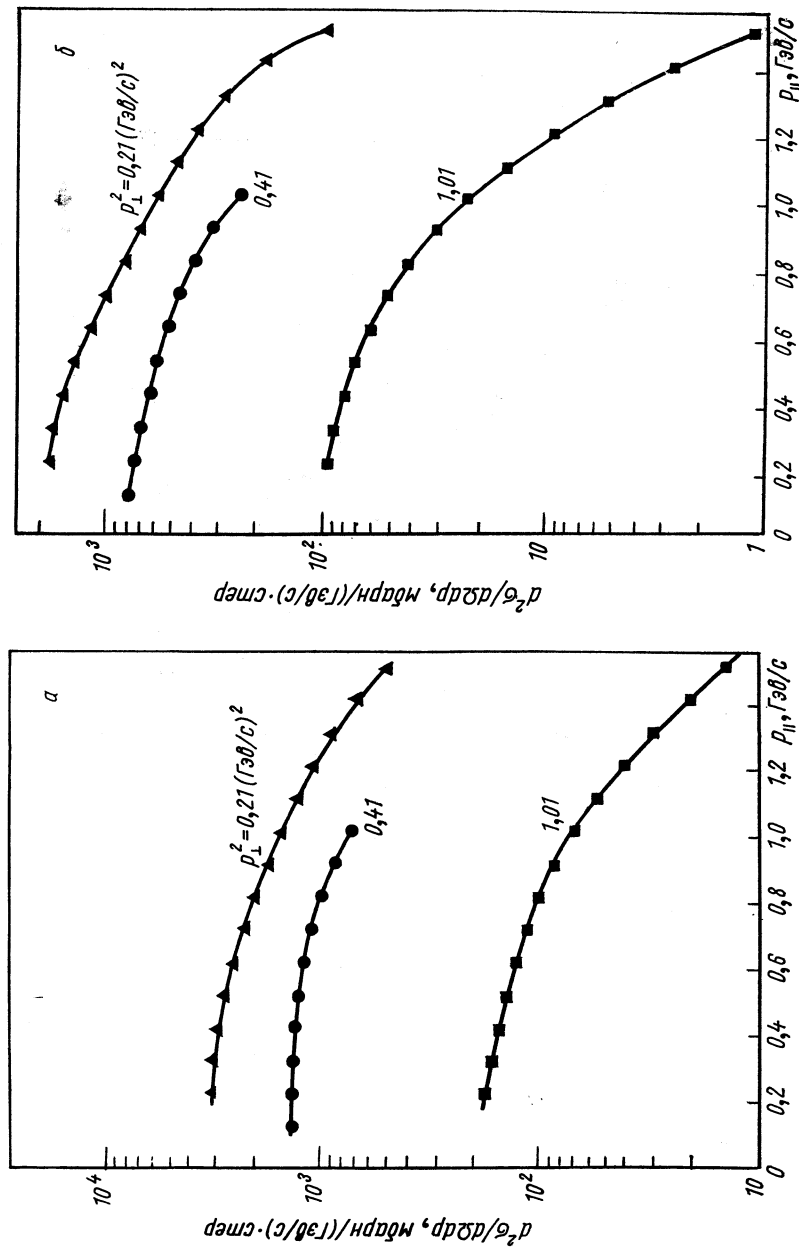


Рис. 9. Зависимость дифференциального сечения генерации π^+ - (а) и π^- - (б)-мезонов при фиксированном p_{\perp} от продольного импульса в pp -столкновениях при 12,2 ГэВ/с в системе центра масс.

зывает, что формула (6) справедлива в пределах экспериментальной точности $\sim 10\%$. (Данные по дисперсиям p_{\parallel} импульсов в pp -столкновениях автору не известны.) Если формула (6) верна, то неупругие столкновения происходят так и за такое время, что лоренцево сжатие нуклона в продольном направлении не изменяется. Импульсный спектр π^{\pm} -мезонов, вылетающих под углом 0° в лабораторной

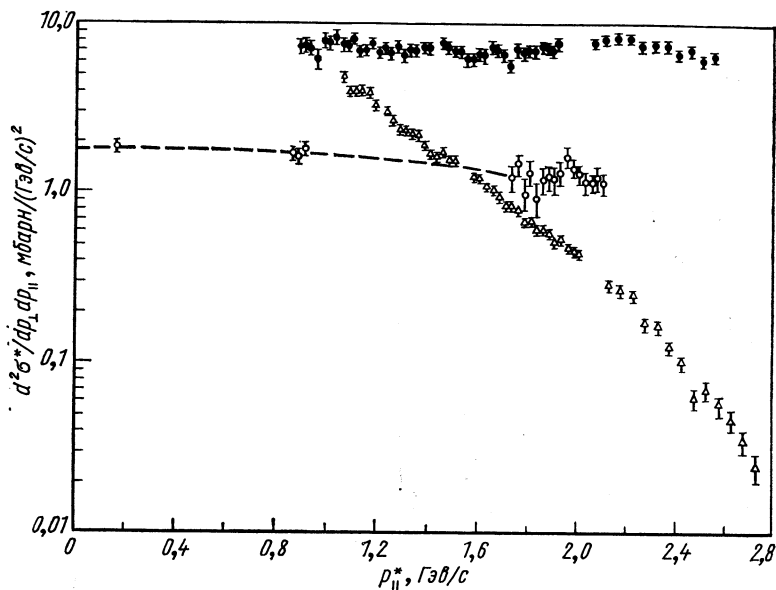


Рис. 10. Зависимость дифференциального сечения вылета вторичных протонов при $p_{\perp}^* = 0,18 \pm 0,02 \text{ Гэв/с}$ (●); при $p_{\perp}^* = 1,0 \pm 0,04 \text{ Гэв/с}$ (○) и π^- при $p_{\perp}^* = 0,18 \pm 0,02 \text{ Гэв/с}$ (Δ) от p_{\parallel}^* .

системе в pp -столкновениях при 19 и 23 Гэв/с , был измерен в работе Деккерса [15]. Дифференциальные сечения $d^2\sigma/dp d\Omega$ в функции продольного импульса в системе центра масс приведены на рис. 11. Как следует из этого рисунка, статистическая теория не описывает спектры π^{\pm} -мезонов, и особенно большое различие наблюдается для π^+ -мезонов. На рис. 12 из работы А. Д. Криша [16] для pp -столкновений при 19 Гэв/с приведена зависимость сечений генерации π^{\pm} - и K^{\pm} -мезонов от импульсов, когда мезоны вылетали в лабораторной системе под углом $6^{\circ} 40'$. Как следует из рисунка, во всем диапазоне импульсов сечение генерации положительных частиц больше, чем сечение генерации отрицательных.

Постоянство $\langle p_{\perp} \rangle$ для вторичных протонов позволяет предполагать, что это, возможно, связано с устойчивостью области взаимодействия при изменении энергии. Область взаимодействия можно оценить количественно на основе принципа неопределенности, если он справедлив со знаком равенства. Согласно В. Гейзенбергу [17],

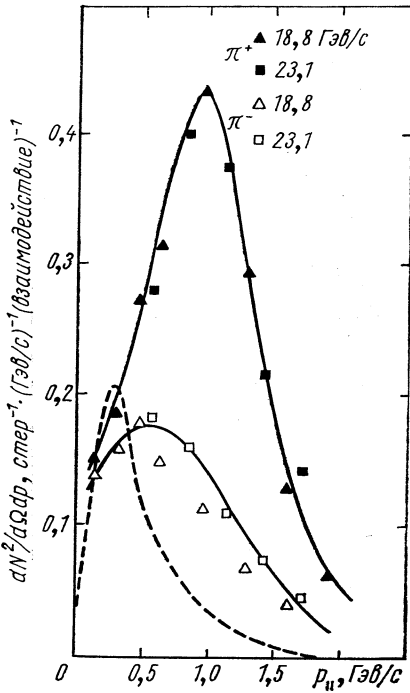


Рис. 11. Зависимость дифференциального сечения π^\pm -мезонов от продольного импульса в системе центра масс, в случае, когда в лабораторной системе мезоны вылетали под углом 0° (пунктир — статистическая модель).

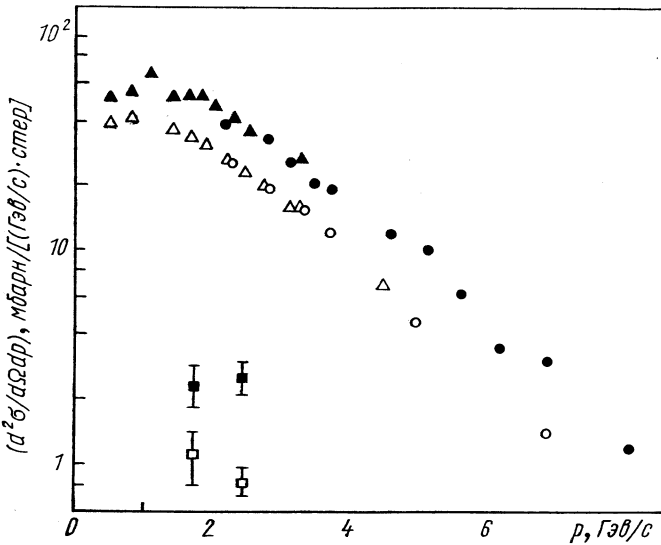


Рис. 12. Зависимость сечения генерации π^\pm - и K^\pm -мезонов от их импульса, если они вылетают под углом $6^\circ 40'$ в лабораторной системе координат в pp -столкновениях при 19 ГэВ/с:

\bullet — π^+ ; \circ — π^- ; \blacksquare — K^+ ; \square — K^- .

это выполняется при гауссовом распределении составляющих импульсов и координат, когда минимизируется произведение $\Delta p_x \Delta x$. Если распределение импульсов по осям координат x, y в плоскости,

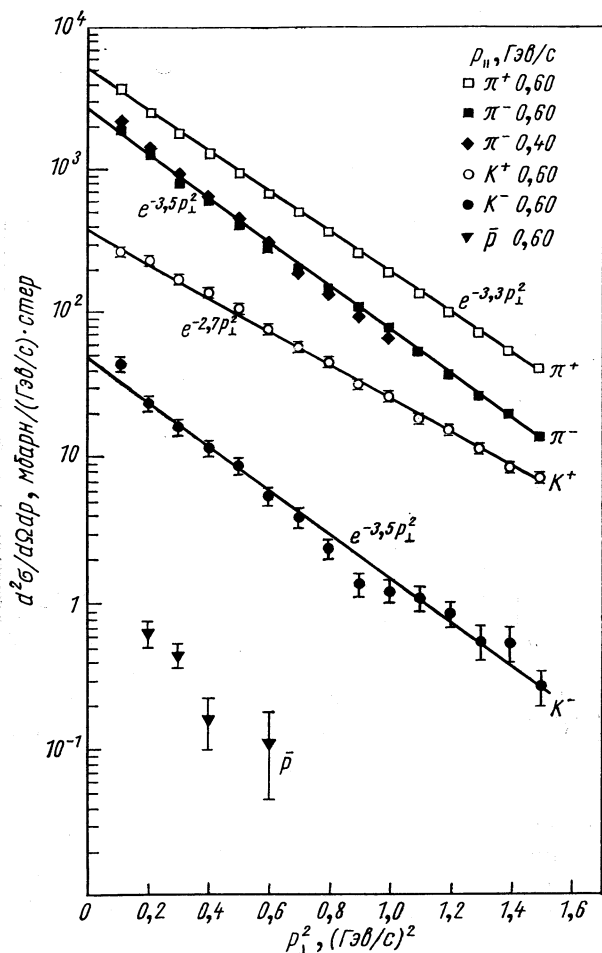


Рис. 13. Дифференциальные сечения для различных частиц в функции p_{\perp} при фиксированных значениях продольного импульса в системе центра масс $p_{||}^* = 0,4$ или $0,6 \text{ ГэВ/с}$.

перпендикулярной к траектории налетающего протона, — гауссово, то распределение в функции p_{\perp} имеет вид

$$dN(p_{\perp}) = c p_{\perp} \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) dp_{\perp}. \quad (7)$$

Если фиксировать $p_{||}^*$, то $dp d\Omega = 2\pi \sec \theta d\theta dp_{\perp}$ и формула (7) преобразуется:

$$\frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} = c \cos \theta p_{\perp} \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right). \quad (8)$$

Для различных вторичных частиц на рис. 13 приведены функции $d^2\sigma/dp d\Omega$ при фиксированных значениях $p_{||}^*$, равных 0,6 и 0,4 Гэв/с. Изменение p_{\perp} происходит в пределах $0,45 \leq p_{\perp} \leq 1,3$ Гэв/с, т. е. множитель $\cos \theta p_{\perp}$ в формуле (8) изменяется приблизительно на два порядка, в то время как $d^2\sigma/dp d\Omega$ на рис. 13 уменьшается на три

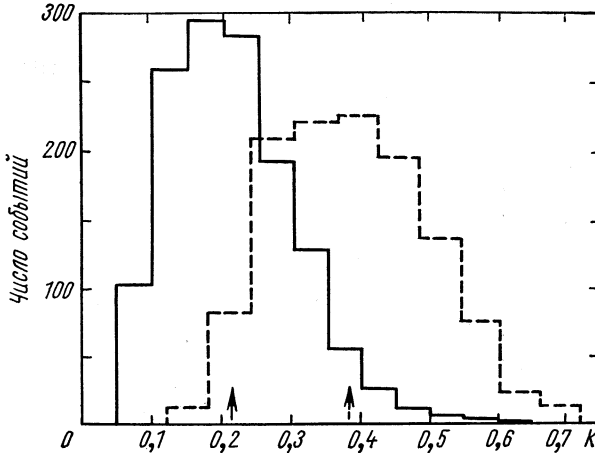


Рис. 14. Зависимость распределения событий $pp \rightarrow$
 $\begin{cases} pp\pi^+\pi^- (-) \\ pp2\pi^+2\pi^- (- - -) \end{cases}$ от коэффициента неупругости k в столкновениях при 28,5 Гэв/с.

порядка. Следовательно, согласно формуле (8), линейность в логарифмической шкале функции $d^2\sigma/dp d\Omega$ на рис. 13 соответствует гауссовой зависимости ее от переменной p_{\perp}^2 .

Для различных вторичных частиц функции $d^2\sigma/dp d\Omega$ имеют близкий наклон: $\frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} \approx e^{-3,3p_{\perp}^2}$, т. е. параметр $\langle p_{\perp}^2 \rangle$ в формуле (8) одинаков. В соответствии с принципом неопределенности это указывает на то, что все частицы испускаются из одной области. По этому поводу А. Д. Криш [16] замечает: это странно, так как K^{\pm} и \tilde{p} имеют большую массу, но, очевидно, верно.

Отметим, что эта закономерность находится в соответствии с рассмотренной в § 1.1 и 1.2 работой П. Ротелли.

Целеустремленная работа по исследованию сечений и импульсов проводилась в Аргоннской лаборатории. В работе А. Д. Криша [16] исследовалась зависимость $\frac{d^2\sigma}{dp d\Omega}(p_{\perp}^2)$ для вторичных протонов,

фиксируя их полный импульс в системе центра масс, т. е. при условии, аналогичном упругому рассеянию. Было найдено, что при больших углах и $p_c = 2,1 \text{ Гэв/с}$ упругие и неупругие сечения имеют одинаковый наклон: $\frac{d\sigma}{d(-t)} \propto \frac{d^2\sigma}{dpd\Omega} \sim e^{-3p_{\perp}^2}$. Следовательно, аналогично упругому рассеянию (см. гл. 2) происходит излом в наклоне графиков неупругих сечений, т. е. рост параметра $\langle p_{\perp}^2 \rangle$ в формулах (7) и (8).

В работе Ашбари [18] исследовалась генерация π^{\pm} -мезонов в pp -столкновениях при $12,5 \text{ Гэв/с}$. Было получено, что при фиксирован-

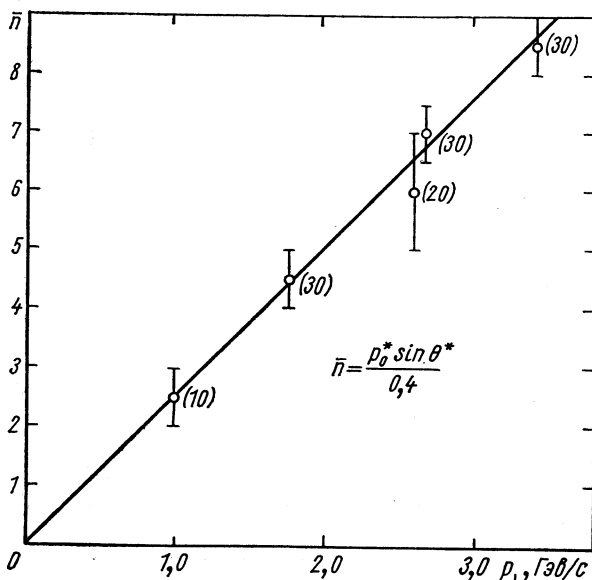


Рис. 15. Зависимость среднего числа пионов от поперечного импульса вторичных протонов.

ном в системе центра масс продольном импульсе $p_{\parallel}^* = 0,6 \text{ Гэв/с}$ сечения $\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}(p_{\perp}^2)$ имеют излом и могут быть описаны двумя или более функциями Гаусса. Эти закономерности, возможно, связаны с изменением области взаимодействия при переходе к большим значениям p_{\perp} . На это указывает также связь между коэффициентом неупругости, множественностью π -мезонов и p_{\perp} . На рис. 14 приведены результаты П. Коннолли, сообщенные в работе [19], которые показывают рост почти вдвое среднего коэффициента неупругости от числа π^{\pm} -мезонов в реакциях $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ и $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ при $28,5 \text{ Гэв}$. В работе Е. В. Андерсона [20] при трех значениях первичной энергии 10; 20 и 30 Гэв рассмотрены процессы, характеризующиеся большим коэффициентом неупругости, и показан рост среднего числа пионов с увеличением p_{\perp} у вторичных протонов.

Результаты приведены на рис. 15 и авторы объясняют их в духе модели «тормозного излучения» Люиса, Оппенгеймера и Вотузина. В этой модели, а также в работе Кострап [21] была найдена связь между углом вылета протона и множественностью мезонов.

На рис. 16 из работы [19] для pp -столкновений при $28,5 \text{ Гэв}$ показана зависимость $\langle p_{\perp} \rangle$ для протонов и мезонов от множествен-

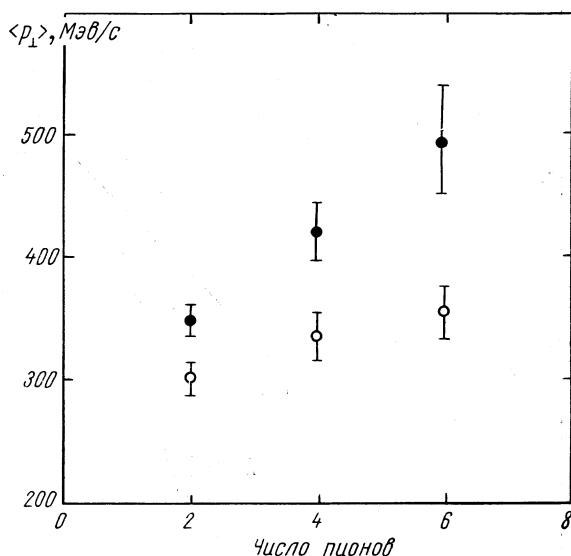


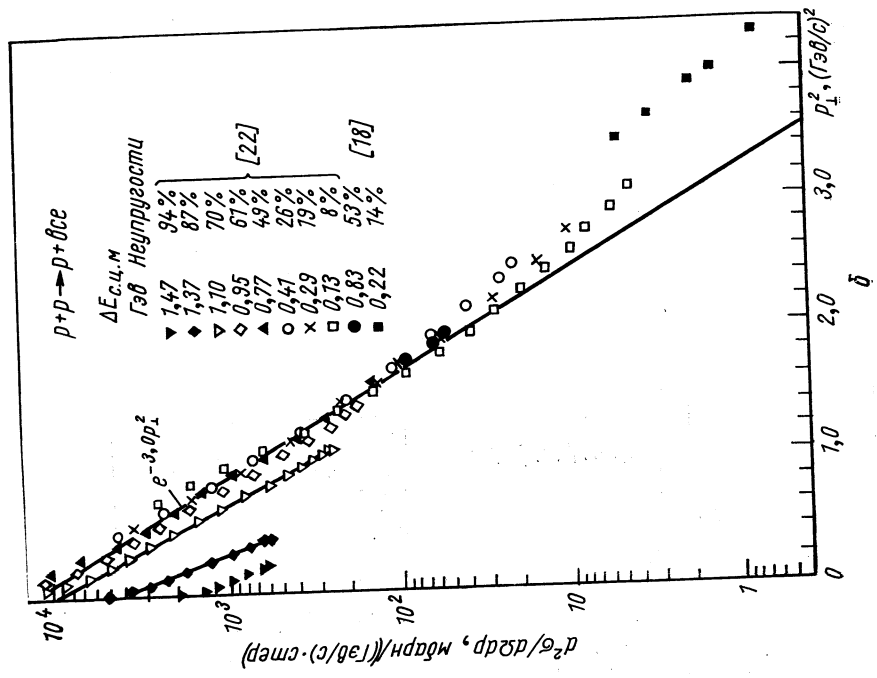
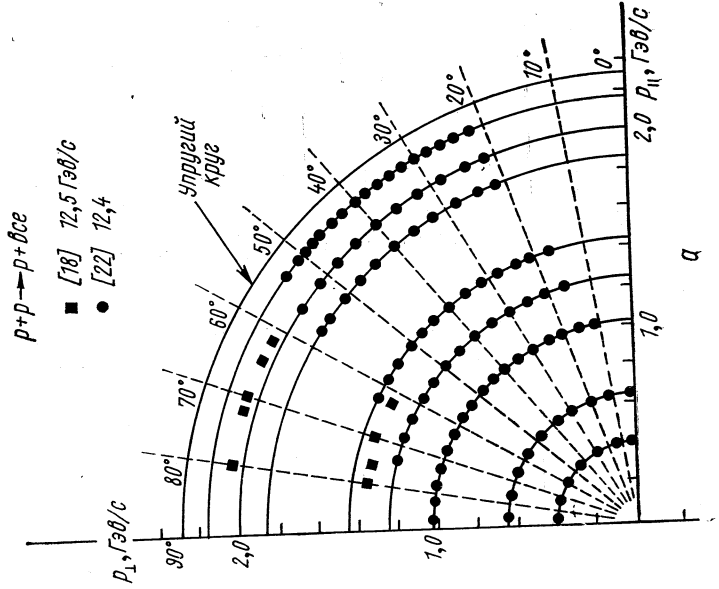
Рис. 16. Зависимость $\langle p_{\perp} \rangle$ для протонов (●) и π^{\pm} -мезонов (○) от числа генерированных мезонов в столкновениях при $28,5 \text{ Гэв/с}$.

ности π -мезонов и наблюдается существенный рост $\langle p_{\perp} \rangle$ протонов с увеличением числа мезонов.

В совокупности перечисленные результаты согласуются с предположением о росте среднего коэффициента неупругости, а следовательно, и числа вторичных частиц при увеличении среднего поперечного импульса, т. е. уменьшении «параметра удара».

Однако связь между средней величиной поперечного импульса и коэффициентом неупругости K не передает детали взаимодействия. Действительно, исследования, проведенные в работе Дей [22], показывают более сложную связь между K и p_{\perp} . В этой работе для pp -столкновений при $12,4 \text{ Гэв/с}$ дифференциальные сечения измерялись в широком интервале углов рассеяния, фиксируя в отдельных сериях измерений значения K , которые, в свою очередь, изменялись в пределах $0,08 \leq K \leq 0,94$. Условия этих опытов иллюстрирует рис. 17, а, а на рис. 17, б показаны импульсы вторичных протонов, соответствующие различным K .

Рис. 17. Условия измерений (импульсы и углы в с. п. м.) при фиксированных коэффициентах неупругости (а) и зависимость сечения $d^2\sigma/d\Omega dp$ от ругости (б) и различных значений коэффициента неупругости (б).



Было найдено, что в интервале $0,08 \leq K \leq 0,62$ абсолютные значения сечений $d^2\sigma/dp d\Omega$ в системе центра масс при фиксированных значениях p_{\perp} близки к постоянству. Это можно видеть на рис. 17, б, где при различных K точки, показывающие сечения $d^2\sigma/dp d\Omega$, накладываются друг на друга. Следовательно, в интервале $0,08 \leq K \leq 0,62$ p_{\perp} не зависит от K . В отличие от этого в интервале $0,7 \leq K \leq 0,94$ сечения $d^2\sigma/dp d\Omega$ падают с ростом K .

Далее выяснено, что для различных K зависимость сечений от p_{\perp} имеет вид

$$\frac{d^2\sigma}{dp d\Omega}(p_{\perp}) \sim \exp(-3p_{\perp}^2),$$

т. е., согласно рис. 13, близка к зависимости аналогичных сечений для различных вторичных частиц. Следовательно, в импульсных спектрах протонов и генерированных частиц проявляются похожие закономерности.

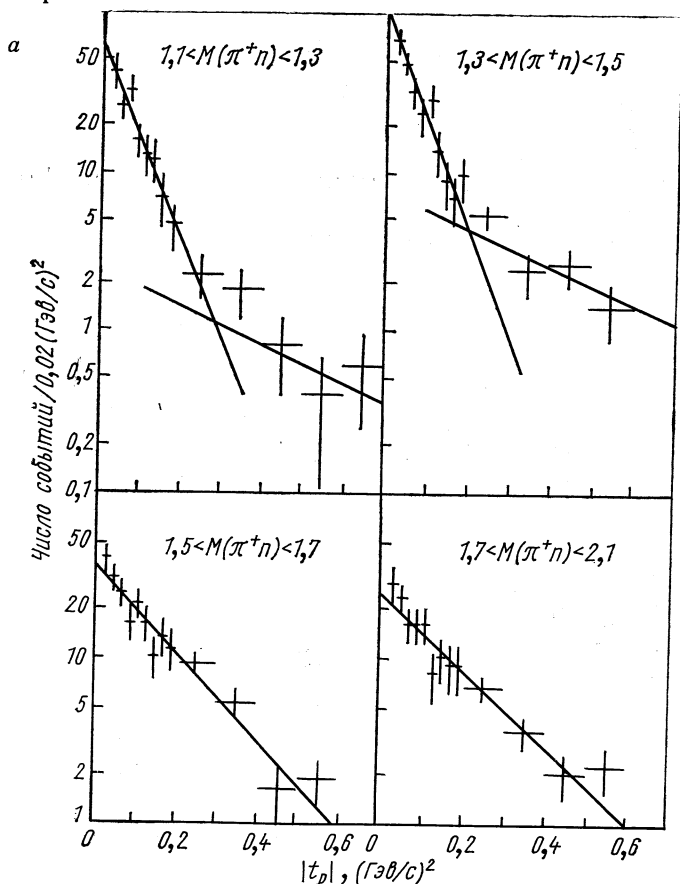
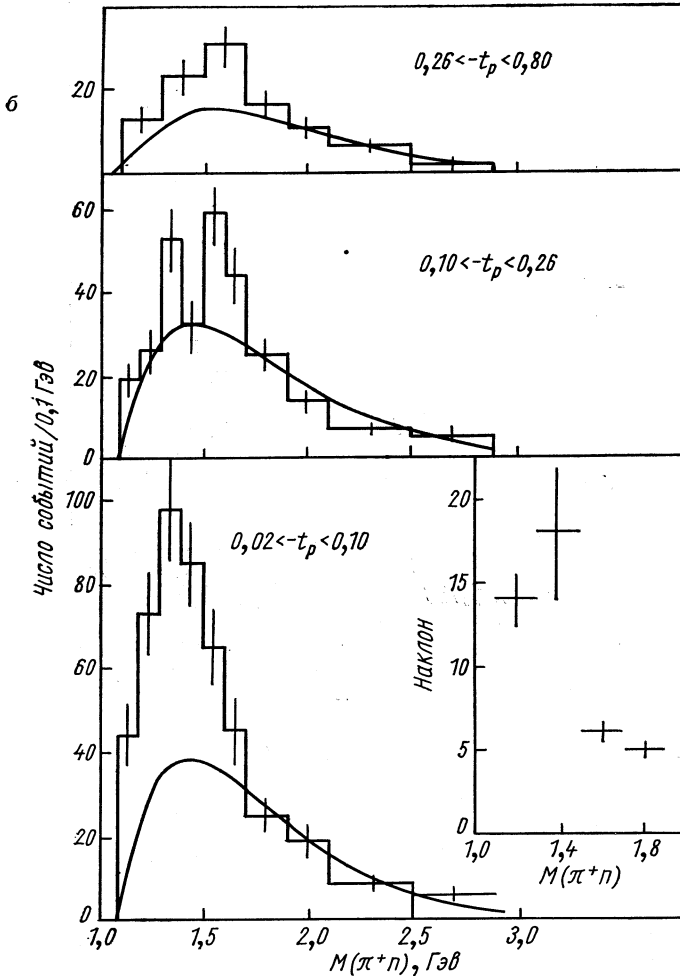


Рис. 18. Распределение событий для различных интервалов масс $28,5 \text{ Гэв/с}$ в реакции $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ (а) и рас

§ 1.6. КВАЗИДВУЧАСТИЧНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Квазидвучастичные процессы более вероятны при малой множественности вторичных частиц.

Чан Хонг Мо [23] считает, что деление между двучастичными и многочастичными процессами в основном искусственно и есть только реликт истории. Этот вывод основывается на том, что, не зная динамики адронных столкновений, нельзя подразделять события по множественности, аналогично тому как подразделение взаимодействий на периферические и центральные никогда не обеспечивалось (в экспериментальном смысле) подлинным содержа-



$\pi\pi^+$ в функции квадрата передаваемого 4-импульса протона $|t_p|$ при делении масс в реакции $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ (б).

нием. Однако выделение квазидвучастичных процессов оправдано с экспериментальной стороны тем, что пока более полные данные могут быть получены при меньшей множественности. Опыты показывают, что наблюдается аналогия с упругим рассеянием — каждая из сталкивающихся частиц имеет тенденцию передавать состояние ее движения соответствующей конечной частице. Далее мала

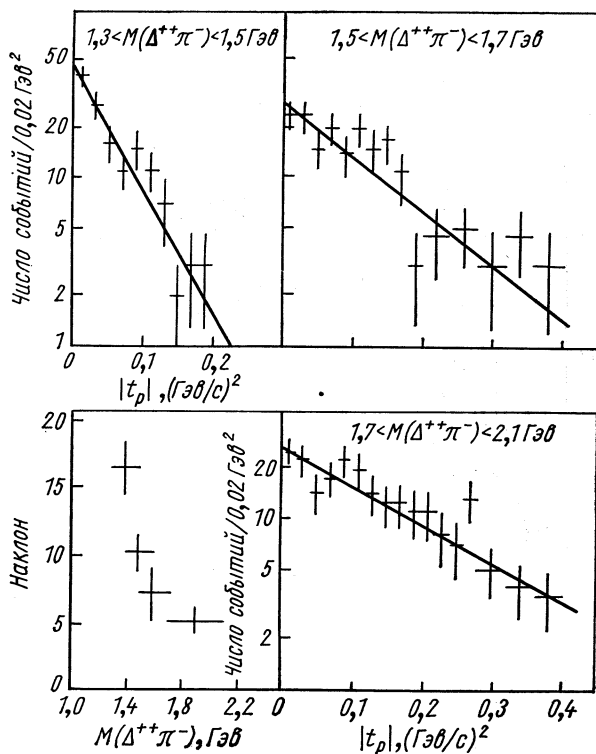


Рис. 19. Зависимость распределения событий для различных интервалов масс систем $\Delta^+\pi^-$ от $|t_p|$ в реакции $pp \rightarrow p\Delta^+\pi^-$ при 28,5 Гэв/с.

энергия возбуждения, а также передача 4-импульса. Поэтому при высоких энергиях реакции этого типа также называют квазиупругим рассеянием.

В работе Берточчи [9] отмечается, что динамические причины этого сходства совершенно различны. В упругом рассеянии это в основном следствие дифракционной картины. В квазиупругом рассеянии дифракция отсутствует и наблюдаемое преобладание малых по абсолютной величине передач — 4-импульса — динамического происхождения вследствие другого механизма взаимодействия.

Для реакции $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ при $28,5 \text{ Гэв}$ распределение событий в функции передаваемого 4-импульса протона — t_p приведено на рис. 18, а для различных интервалов масс системы $\pi\pi^+$. В первых двух интервалах масс распределение по t_p можно представить $\sim \exp(18t_p)$, при этом наблюдаются изломы при $-t_p \sim 0,3 \text{ (Гэв/с)}^2$.

На рис. 18, б дано распределение по эффективным массам $\pi\pi^+$ и наклон для малых $|t|$ в функции массы $\pi\pi^+$.

На рис. 19 приведены аналогичные распределения и для реакции $pp \rightarrow p\Delta^{++}\pi^-$ при $28,5 \text{ Гэв/с}$, а также наклон распределения по $-t_p$

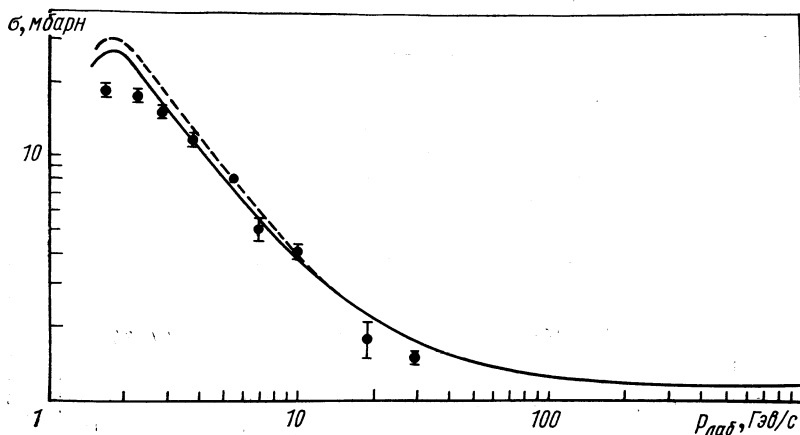


Рис. 20. Зависимость полного сечения реакции $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ от импульса протонов.

в функции массы $\Delta^{++}\pi^-$. Как следует из рис. 18 и 19, наклон уменьшается при переходе к большим массам систем $\pi\pi^-$ и $\Delta^{++}\pi^-$.

Для малых значений $|t|$ можно считать $-t \sim p_{\perp}^2$, и сопоставление с формулой (7) показывает, что уменьшение наклона с ростом массы соответствует увеличению $\langle p_{\perp}^2 \rangle$, т. е. уменьшению «параметра удара». Для подтверждения этого вывода необходимы данные по зависимости описанных процессов от угловых моментов.

События с малой множественностью вторичных частиц в области малых энергий успешно объяснялись моделью с обменом одним пионом (ОПМ). В области энергий, достаточно далекой от порога барионных резонансов, в работе Сатц [24] проведен расчет сечений реакции $pp \rightarrow p\pi\pi^+$ на основе ОПМ, однако с использованием опытных значений передаваемого импульса.

На рис. 20 приведены результаты этого расчета. Отличие от опытных данных наблюдается при малых импульсах протонов и в области $\sim 30 \text{ Гэв/с}$, когда сечение реакции уже менее 1 мбарн .

В описании ряда явлений хорошее согласие с опытом получено на основе модели Редже. Это видно, например, на рис. 21, где для

реакции $pp \rightarrow \Delta^{++}p\pi^-$ при 6,6; 16 и 28,5 Гэв/с приведены гистограммы распределений по углам Треймана—Янга и расчеты по моделям Редже и ОПМ.

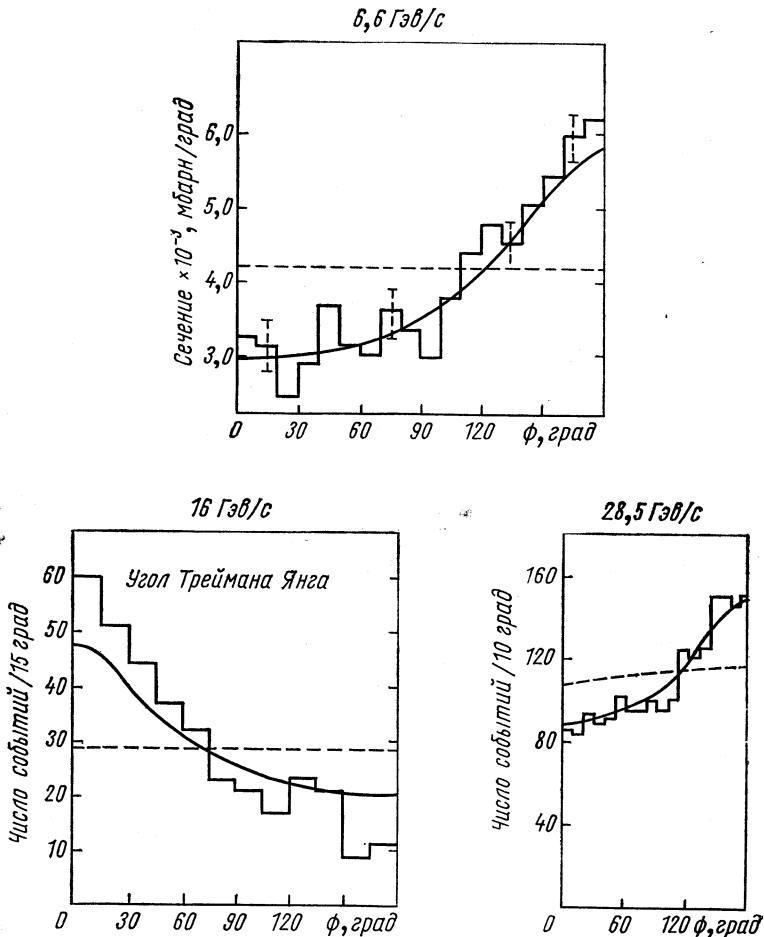


Рис. 21. Распределение событий по углам Треймана — Янга в реакциях $pp \rightarrow \Delta^{++}p\pi^-$ (— — модель Редже; --- — ОПМ).

II. УПРУГОЕ pp -РАССЕЯНИЕ

Общий случай это — комплексность матрицы рассеяния: $T = D + iA$. Для упругого рассеяния фермионов дифференциальное сечение связано с T формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{m^2}{S} T^2, \quad (9)$$

где $S = (p_1 + p_2)^2$ — квадрат полной энергии в системе центра масс. При рассеянии на нулевой угол:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=0} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{m^2}{S} (D^2 + A^2). \quad (10)$$

Если действительная часть амплитуды рассеяния D равна нулю, то получим формулу

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta=0} = \left(\frac{p\sigma_{\text{полн}}}{4\pi}\right)^2, \quad (11)$$

которая связывает полное сечение $\sigma_{\text{полн}}$ с минимальным дифференциальным сечением под 0° , называемым оптическим значением.

Удобно рассматривать релятивистский инвариант $\frac{d\sigma}{d(-t)}$, где $t = (p_1 - p_1')^2 = (p_2 - p_2')^2$, а p_1 , p_2 и p_1' , p_2' — начальные и конечные импульсы.

Имеют место следующие связи:

$$\frac{d\sigma}{d(-t)} = \frac{\pi}{p_c^2} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}; \quad (12)$$

$$t = -2p_c^2 (1 - \cos \theta). \quad (13)$$

Для дальнейшего рассмотрения целесообразно разделить области малых и больших углов рассеяния, а также выделить углы $\sim 90^\circ$.

§ 2.1. РАССЕЯНИЕ НА МАЛЫЕ УГЛЫ

Сопоставление опытных значений дифференциальных сечений вблизи 0° с расчетными по формуле (11) позволяет сделать вывод о действительной части амплитуды рассеяния. Первые указания на наличие действительной части были получены на синхрофазотроне в Лаборатории высоких энергий [25]. При экстраполяции дифференциальных сечений к нулевому углу было получено превышение над оптическим сечением, которое соответствовало отношению действительной части потенциала к мнимой $\sim 0,7 \pm 0,2$. Известные в настоящее время величины отношений действительной части амплитуды рассеяния к мнимой $\alpha(S)$ приведены на рис. 22.

Если углы рассеяния еще не очень малы, т. е. несущественна интерференция амплитуды кулоновского рассеяния и действительной части амплитуды ядерного рассеяния, то из формулы (10) и рис. 22 следует, что при энергиях ~ 10 Гэв вклад в сечение от действительной части амплитуды составляет $\sim 0,1$.

Сечения $\frac{d\sigma}{d(-t)}(t)$ в области малых значений $|t|$ могут быть описаны феноменологической формулой:

$$\frac{d\sigma}{d(-t)} = \exp(a + bt + ct^2). \quad (14)$$

В работах [26—28] были получены значения параметров b и c , которые приведены в таблице.

Зависимость параметров a , b , c от первичного импульса

Первичный импульс, $\Gamma\text{эв}/c$; 4-импульс t , $(\Gamma\text{эв}/c)^2$	a	b , $(\Gamma\text{эв}/c)^{-2}$	c , $(\Gamma\text{эв}/c)^{-4}$	Литература
$0,22 < -t < 0,78$	$4,08 \pm 0,14$	$7,89 \pm 0,59$	$-0,43 \pm 0,59$	[26]
$0,2 < -t < 0,5$	$4,18 \pm 0,08$	$8,58 \pm 0,24$	—	[27]
$0,2 < -t < 0,8$	$4,19 \pm 0,15$	$8,68 \pm 0,79$	$0,70 \pm 0,92$	[28]
$0,21 < -t < 0,8$	$4,23 \pm 0,10$	$9,15 \pm 0,45$	$0,72 \pm 0,45$	[26]
$0,25 < -t < 0,75$	$4,09 \pm 0,30$	$7,97 \pm 1,56$	$0,82 \pm 1,83$	[28]
$0,21 < -t < 0,73$	$3,76 \pm 0,12$	$8,02 \pm 0,60$	$-0,64 \pm 0,65$	[26]

На серпуховском ускорителе в работе Г. Г. Безногих [29] измерения параметра b были произведены в интервале энергии 12—70 $\Gamma\text{эв}$ при очень малых значениях $|t|$:

$$0,01 \leq |t| \leq 0,12 (\Gamma\text{эв}/c)^2.$$

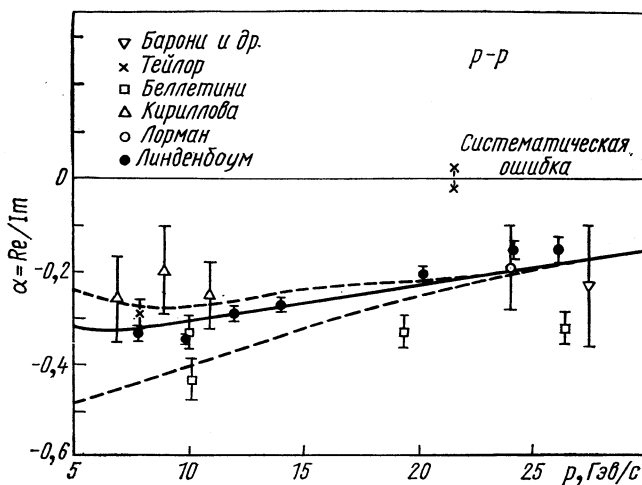


Рис. 22. Зависимость отношения действительной части амплитуды рассеяния к мнимой от импульса.

Зависимость b от энергии авторы выражают формулой:

$$b = \left[(6,8 \pm 0,3) + (0,94 \pm 0,18) \ln \frac{s}{s_0} \right] (\Gamma\text{эв}/c)^{-2}. \quad (15)$$

Рис. 23 из этой работы показывает полученные результаты совместно с предшествующими *. Отметим, что эти значения b несколько

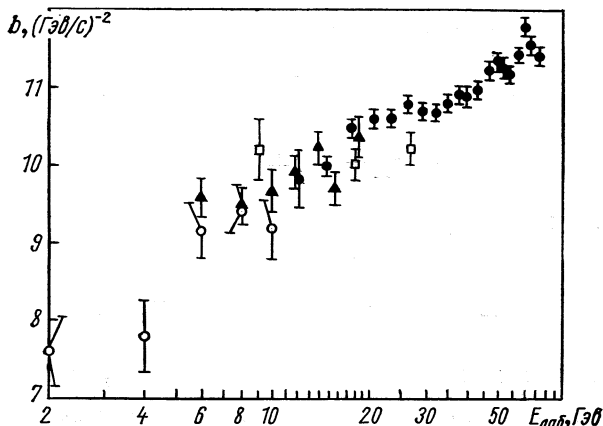


Рис. 23. Зависимость параметра наклона b от энергии протонов.

больше (в пределах двух экспериментальных ошибок), чем известные ранее. Возможно, это связано и с тем, что измерения проведены при очень малых значениях $|t|$. Рост параметра b с энергией обуславливает сужение дифракционного пика, так как t отрицательно и $c \ll b$. В оптической теории, если рассеяние происходит на сферическом ядре радиусом R с коэффициентом прозрачности a при $r < R$, то для дифференциальных сечений рассеяния на угол θ имеем:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{R^2}{\sin^2 \theta} (1-a)^2 J_1^2 [(-t)^{1/2} R]. \quad (16)$$

Разложение функции Бесселя J_1 в ряд и сопоставление формул (14) и (16) дает связь между параметрами:

$$c = -b^2/12.$$

Как следует из таблицы, это неверно не только по величине, но и по знаку, что, совместно с наличием действительной части амплитуды рассеяния, показывает несовершенство оптической модели.

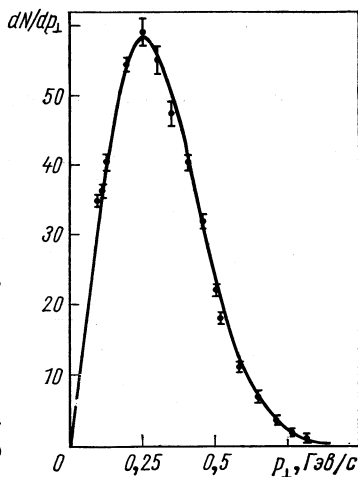


Рис. 24. $\frac{dN}{dp_{\perp}}(p_{\perp})$ в упругих pp -столкновениях при 11 Гэв/с.

* Сопоставление с расчетами на основе теории комплексных угловых моментов дано в работе К. А. Тер-Мартirosяна [30].

В работах автора [30, 31] формула (7) была применена для описания дифференциальных сечений упругого рассеяния в области дифракционного пика. На рис. 24 показана кривая, рассчитанная по формуле (7) для pp -рассеяния при ~ 11 Гэв/с, когда $\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2} = 0,35$ Гэв/с. Экспериментальные точки на рис. 24 нанесены по данным работ Л. Ф. Кириллова [32] и Фолей [33]. Используя соотношение

$$p_{\perp}^2 = -t + \frac{t^2}{4\rho_c^2}, \quad (17)$$

формулу (7) можно преобразовать к виду

$$\frac{d\sigma}{d(-t)} = c \exp\left(\frac{t + \frac{t^2}{4\rho_c^2}}{\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) \left(1 + \frac{t}{2\rho_c^2}\right). \quad (18)$$

При малых $|t|$ множитель $1 + \frac{t}{2\rho_c^2}$ несуществен, и формулы (14) и (18) практически совпадают, откуда получаем связь между параметрами:

$$c = \frac{b}{4\rho_c^2}.$$

Таким образом, в предположении гауссова спектра импульсов по осям координат, т. е. распределения импульсов по закону случая, положенном в основу вывода формулы (7) или ее аналогу (18), возможно описать экспериментальные данные в области дифракционного пика.

§ 2.2. РАССЕЯНИЕ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

Как теневое следствие упругое рассеяние должно сопровождать неупругие процессы во всем диапазоне углов. В области больших углов рассеяния вначале широко применялось так называемое универсальное распределение Ориара:

$$\frac{d\sigma}{d(-t)} = A \exp\left(-\frac{p_{\perp}}{a}\right), \quad (19)$$

в котором $a \sim 160$ Мэв/с. Оно применялось также и для описания двухчастичных реакций. С уточнением экспериментальных данных на прямой в логарифмической шкале появились изломы в распределениях $d\sigma/d\Omega$ (Акерлоф [34]), для описания которых использовалась формула

$$\frac{d\sigma}{d(-t)} \sim \exp\left(-\frac{s \sin \theta}{g}\right). \quad (20)$$

На рис. 25 показано применение формулы (20) к описанию данных из работ Анкенбрандта [35]; Аллаби [36]. Однако по мере уточнения экспериментальных данных выявилась более «тонкая структура»

в зависимости $\frac{d\sigma}{d(-t)}(t, s)$, которая не описывается формулами (19) и (20) или их модификацией. На рис. 26 из работы Аллаби [37] приведены результаты опытов многих групп авторов, выполненные

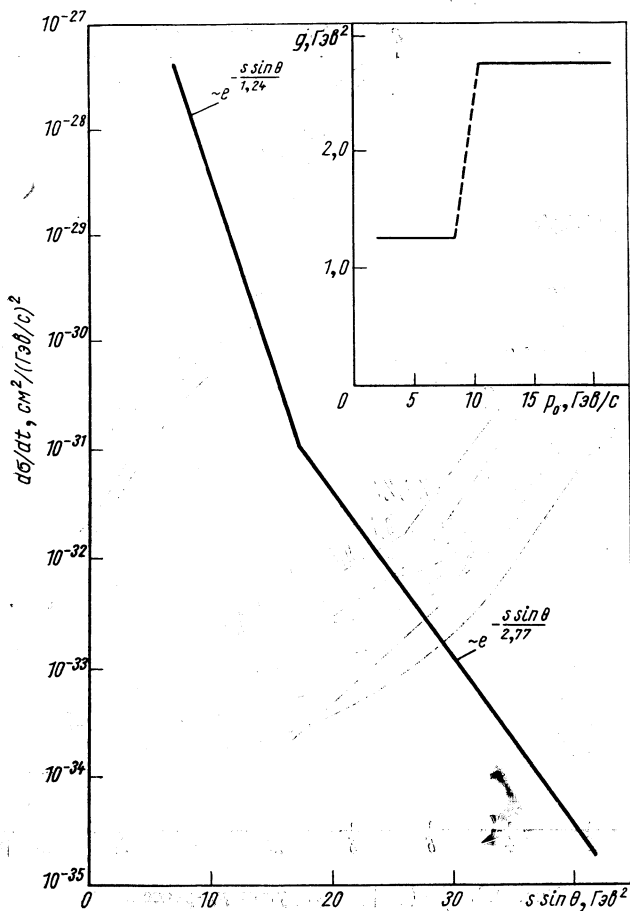


Рис. 25. $\frac{d\sigma}{dt}(s \cdot \sin \theta)$.

в широком интервале t и s , причем зависимость $\frac{d\sigma}{d(-t)}$ выражена в переменных p_{\perp} и t_{\perp} .

Для объяснения рассеяния на большие углы был предложен ряд моделей. В работе Ву [38] уменьшение сечений с ростом p_{\perp} , а также наличие уровней возбуждения нуклона с энергией больше 300 Мэв связывается с трудностью сообщить нуклону большой поперечный импульс без его «разлома». Киношита [39] связывает рассеяние

на большие углы с условием минимальности амплитуды рассеяния, в соответствии с требованием аналитичности. Это рассмотрение продолжил Мартин [40]. Он показал, что расчеты на основе фактора нуклона, предложенного Ву и Янгом, согласуются при

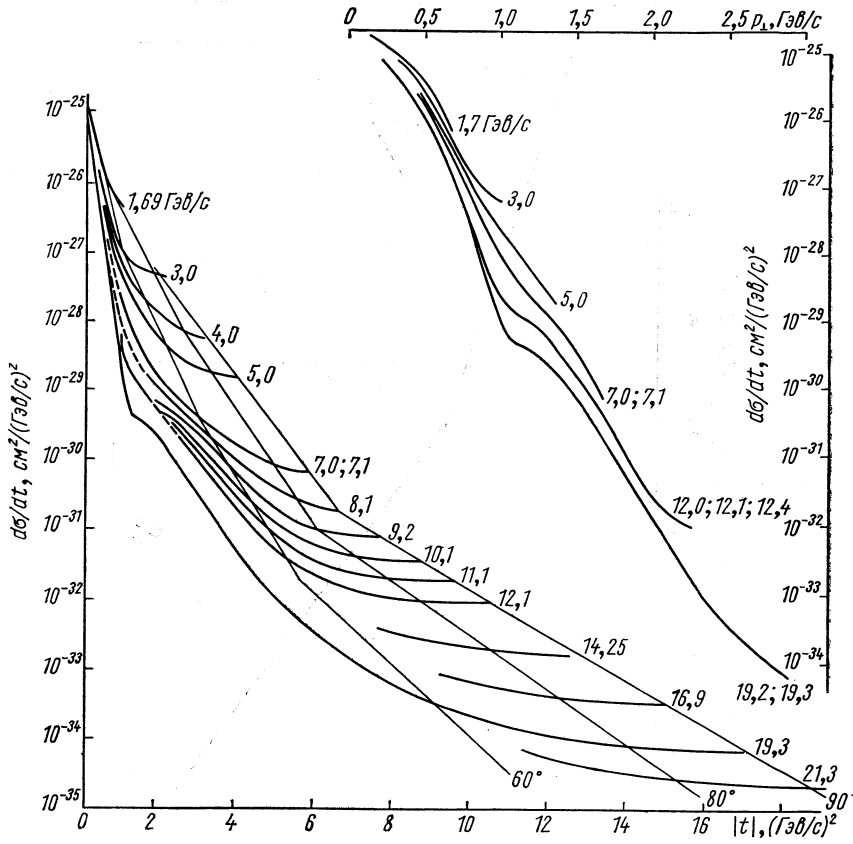


Рис. 26. $\frac{d\sigma}{dt}(|t|)$ в упругом pp -рассеянии.

больших $|t|$ с наиболее быстрым асимптотическим уменьшением, разрешенным аналитичностью и граничными условиями.

В работах В. Р. Гарсеванишвили [41] рассматривается релятивистская модель рассеяний при больших энергиях, основанная на квазипотенциальном уравнении А. А. Логунова и А. Н. Тавхелидзе [42] для амплитуды рассеяния в квантовой теории поля. В этой модели рассеяние адронов может быть описано гладким комплексным потенциалом $V(\vec{r}, E)$, зависящим от энергии и являющимся несингулярной функцией относительной координаты \vec{r} . Мнимая часть этого потенциала обуславливается неупругими процессами.

Это предположение означает, что рассеяние может рассматриваться как взаимодействие двух «рыхлых» систем.

Введем простейший несингулярный квазипотенциал гауссова типа:

$$V(s, \vec{r}) = iSg_0 \left(\frac{\pi}{a}\right)^{3/2} e^{-\frac{r}{4a}},$$

в котором $g_0 > 0$, а параметр a определяет эффективную область взаимодействия и в общем случае при увеличении энергии не может расти быстрее чем $|a| \leq \ln s$ $s \rightarrow \infty$. Этот потенциал обеспечивает постоянство полного сечения при высоких энергиях.

Расчеты были проведены для области малых углов в предположении $\left|\frac{t}{s}\right| \ll 1, as \gg 1$. При больших фиксированных углах использовалось условие: $\left|\frac{t}{s}\right| \simeq \sin^2 \frac{\theta}{2}$. Получена формула

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\pi a}{3}\right)^2 q^2 e^{-2q\sqrt{\pi a}}, \quad (21)$$

в которой $q = \sqrt{|t|}$.

Особенность формулы (21) состоит в том, что при фиксированных передачах импульса для больших углов рассеяния $d\sigma/d\Omega$ слабо зависит от энергии, и только через параметр a . Этот параметр связан с шириной дифракционного пика при малых углах. На рис. 27 приведены опытные данные и кривая, рассчитанная по формуле (21) при $a = 3,0$ $(\text{Гэв}/c)^2$, причем авторы отмечают, что формула (21) не применима к углам $\sim 90^\circ$.

В работах Ансельма [43] рассеяние протонов на большие углы рассмотрено на основе теории комплексных угловых моментов, и полученная формула показывает падение сечения, близкое к эмпирической зависимости Орира: $\frac{d\sigma}{d|t|} \sim e^{-p\perp/a}$, причем параметр $a \approx 140 \text{ Мэв}$, если $\sqrt{\ln(s/4m^2)} \sim 2$. Далее показано, что для углов

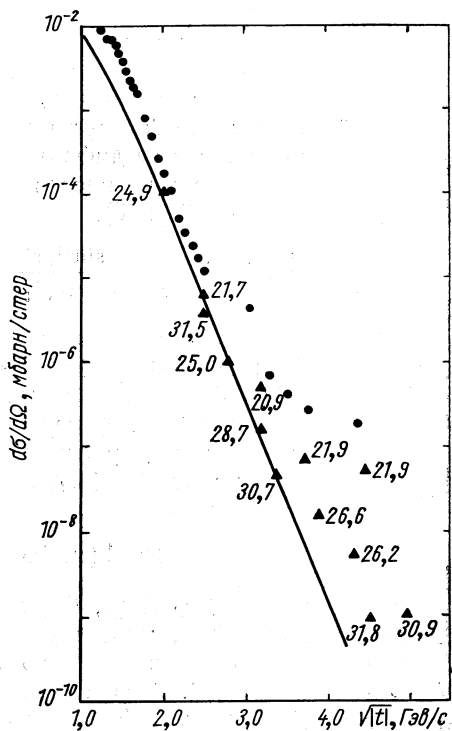


Рис. 27. $\frac{d\sigma}{d\Omega}(|t|)$ в упругом pp -рассеянии.

рассеяния $\theta < 60-65^\circ$ экспериментальные данные при различных энергиях приближенно можно описать линейной зависимостью:

$$-\ln \left[\frac{d\sigma}{d|t|} / \left(\frac{d\sigma}{d|t|} \right)_0 \right] = 3,5 (1 + \sqrt{\tau\xi}),$$

где $\xi = \ln(s/4 G\alpha e^2)$; $\tau = -t/1 G\alpha e^2$. При заданных τ величины $-\ln [d\sigma/d|t| / (d\sigma/d|t|)_0]$ довольно существенно зависят от ξ , что качественно подтверждает предсказанную теорией логарифмическую зависимость от энергии ($\sim \sqrt{\xi}$) показателя экспоненциального падения сечений по $\sqrt{\tau}$.

Далее получено, что в формулу для $d\sigma/d|t|$ входят осциллирующие члены, содержащие $\cos(\tau, \xi)$. Осцилляции в дифференциальных сечениях также получены в работе И. В. Андреева [44], в которой при выводе формулы для рассеяния на большие углы, авторы исходят из формы дифракционного пика и условия унитарности для амплитуды рассеяния, которое берется в виде: $\text{Im } A(p, \theta) = I_2 + F(p, \theta)$.

$$I_2 = \frac{1}{32\pi^2} \int \int d\theta_1 d\theta_2 \frac{\sin \theta_1 \sin \theta_2 A(p, \theta_1) A^*(p, \theta_2)}{\{[\cos \theta - \cos(\theta_1 + \theta_2)][\cos(\theta_1 - \theta_2) - \cos \theta]\}^{1/2}}, \quad (22)$$

где p, θ — импульс и угол рассеяния в системе центра масс; область интегрирования: $|\theta_1 - \theta_2| < \theta$; $\theta < (\theta_1 + \theta_2) < 2\pi - \theta$.

Функция $F(p, \theta)$ описывает вклад неупругих процессов в амплитуду упругого рассеяния. Авторы используют приближение, в котором считают амплитуду рассеяния чисто мнимой во всей области дифракционного конуса $\theta < \theta_a$, а нормировка амплитуды соответствует оптической теореме:

$$\text{Im } A(p, \theta)_{\theta=0} = 4p^2\sigma_t.$$

Принимая при $\theta < \theta_a$ $A(p, \theta) \approx 4ip^2\sigma_{\text{полн}}e^{-a p^2\theta^2/2}$ и подставляя это выражение в (22), можно убедиться, что двучастичный вклад I_2 имеет менее резкую угловую зависимость, чем $\text{Im } A(p, \theta)$ [$I_2 \sim \exp(-a^2 p^2\theta^2/4)$]. Это означает, что при $\theta < \theta_a$ основной вклад в $\text{Im } A(p, \theta)$ дает функция $F(p, \theta)$. Следовательно, наличие в условии унитарности двучастичного вклада должно приводить к более слабому падению амплитуды с ростом угла, что и наблюдается.

В области углов $\theta \gg \theta_a$ предполагается — $\text{Im } A(p, \theta) \gg F(p, \theta)$, но что в некоторой области углов все же нельзя пренебречь $F(p, \theta)$. В результате авторы получили для логарифма дифференциального сечения формулу

$$\ln \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} / c \right) \approx -2 \sqrt{2a \ln(4\pi a / \sigma_{\text{полн}})} p\theta +$$

$$+ 2 \frac{c_1}{c_0} \exp \left[-(\sqrt{2\pi a} - \sqrt{2a \ln(4\pi a / \sigma_{\text{полн}})}) p\theta \right] \cos(\sqrt{2\pi a} p\theta - \varphi).$$

Авторы отмечают хорошее согласие расчетов по этой формуле с экспериментальными результатами из работы [36] при энергиях 9,2; 10,1; 11,1 и 12,1 Гэв. Однако труднее согласовать расчеты с более точными данными из работы [37], в которой проведены подробные измерения в области $|t| \sim 1$ (Гэв/с)². Описание результатов [37] в работах автора [45] дано на основе обобщенной формулы (18).

Предполагается, что рассеяние происходит на трех дискретных областях взаимодействия, т. е. имеет место квантование параметров удара или среднеквадратичных импульсов:

$$\langle p_{\perp}^2 \rangle_1^{1/2} : \langle p_{\perp}^2 \rangle_2^{1/2} : \langle p_{\perp}^2 \rangle_3^{1/2} = 1 : 2 : 3. \quad (23)$$

Далее предполагается суммирование парциальных амплитуд, соответствующих величинам $\langle p_{\perp}^2 \rangle_i^{1/2}$ с учетом относительного фазового сдвига φ_i .

На основе этого для дифференциальных сечений получена формула:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d(-t)} = & \left[c_1 \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + c_2 \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{4\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + c_3 \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{9\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + \right. \\ & + 2(c_1 c_2)^{1/2} \cos \varphi_2 \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{8\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + 2(c_1 c_3)^{1/2} \cos \varphi_3 \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{9\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + \\ & \left. + 2(c_2 c_3)^{1/2} \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{13\langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) \right] \left(1 + \frac{t}{2p_c^2}\right). \quad (24) \end{aligned}$$

На рис. 28 приведены экспериментальные данные для рассеяния при 19,2 Гэв/с из работы [37] и кривая, рассчитанная по формуле (24), когда параметры были взяты равными: $\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2} = 0,35$ Гэв/с; c_1, c_2, c_3 в единицах 10^{-27} см²/(Гэв/с)²: 88, 0,15; 0,001; $\varphi_2 = 150^\circ$, $\varphi_3 = 0^\circ$. Формула (24) описывает известные экспериментальные данные и при других значениях высоких энергий, причем постоянен основной параметр $\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2}$ в пределах точности, с которой он может быть определен по экспериментальным погрешностям: $\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2} = 0,35 \pm 0,01$ Гэв/с. Центральным пунктом в предлагаемой модели

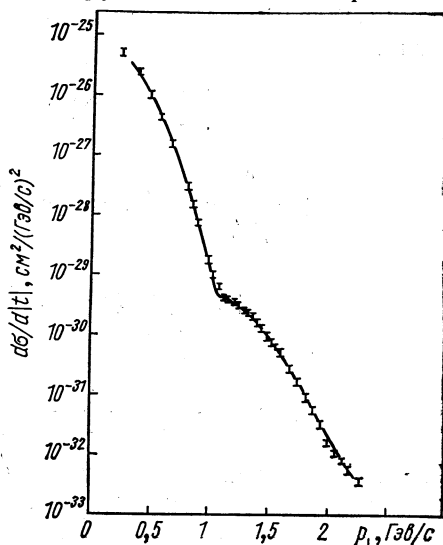


Рис. 28. $\frac{d\sigma}{d|t|}(|t|)$ в упругом pp -рассеянии при 19,2 Гэв/с. Кривая рассчитана по формуле (24).

является, однако, не постоянство параметра $\langle p_{\perp}^2 \rangle$, который может быть динамически переменной в функции энергии, а условие (23).

Если в формуле (23) не ограничиваться тремя значениями и ввести $\langle p_{\perp} \rangle_k^{1/2} = k \langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2}$, то для $d\sigma/d(-t)$ вместо (24) получим формулу:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d(-t)} = & \left\{ \sum_{k=1}^n c_k \exp\left(-\frac{p_{\perp}^2}{k^2 \langle p_{\perp}^2 \rangle}\right) + \right. \\ & + 2 \sum_{k=2}^n (c_1 c_k)^{1/2} \cos \varphi_k \exp\left[-\frac{p_{\perp}^2}{2 \langle p_{\perp}^2 \rangle} \left(1 + \frac{1}{k^2}\right)\right] + \\ & + 2 \sum_{\substack{k+m=n \\ k=2 \\ m=1}} (c_k c_{k+m})^{1/2} \cos(\varphi_k - \varphi_{k+m}) \times \\ & \left. \times \exp\left[-\frac{p_{\perp}^2}{2 \langle p_{\perp}^2 \rangle} \left(\frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+m)^2}\right)\right]\right\} \left(1 + \frac{t}{2p_{\perp}^2}\right). \quad (25) \end{aligned}$$

Из приведенных ранее значений c_1, c_2, c_3 следует быстрая сходимость сумм в (25). Формулы (24) и (25) дают, что $\frac{d\sigma}{d(-t)} \rightarrow 0$ при угле рассеяния $\theta \rightarrow 90^\circ$. Следовательно, необходимо введение малого дополнительного члена, который существен при $\theta \rightarrow 90^\circ$ и практически не дает вклада в полное сечение. Интегрируя формулу (24), получаем полное сечение упругого рассеяния:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{упр}} = & \left[c_1 + 4c_2 + 9c_3 + \frac{16}{5} (c_1 c_2)^{1/2} \cos \varphi_2 + \right. \\ & \left. + \frac{18}{5} (c_1 c_2)^{1/2} \cos \varphi_3 + \frac{144}{13} (c_2 c_3)^{1/2} \cos(\varphi_2 - \varphi_3) \right] \langle p_{\perp}^2 \rangle. \quad (26) \end{aligned}$$

Величины $\sigma_{\text{упр}}$, определяемые по формулам (26) при выбранных значениях $\langle p_{\perp}^2 \rangle, c_1, c_2, c_3$, согласуются с экспериментальными данными, которые пока, к сожалению, известны с погрешностью не ниже 10%.

§ 2.3. РАССЕЯНИЕ В ОБЛАСТИ УГЛОВ ОКОЛО 90°

Экспериментальной особенностью рассеяний при больших углах, если энергия фиксирована, является то, что дифференциальное сечение стремится к постоянному значению при $\theta \rightarrow 90^\circ$. С увеличением энергии, а также при фиксированных $|t|$ вблизи предельных значений происходит резкое уменьшение сечений (см. рис. 29). Объяснение этих явлений предлагается на основе противоположных моделей. В первом рассеяние при $\theta \rightarrow 90^\circ$ обуславливается ходом процессов, которые имели место при меньших углах. Во второй модели, которая основывается на статистической теории, про-

исходит образование возбуждений системы и в частном случае распад ее на две первоначальные частицы. Очевидно, что этот процесс должен давать изотропное угловое распределение в системе центра масс, а следовательно, и вклад в дифференциальные сечения при всех углах. В работе [46] центральными столкновениями считаются

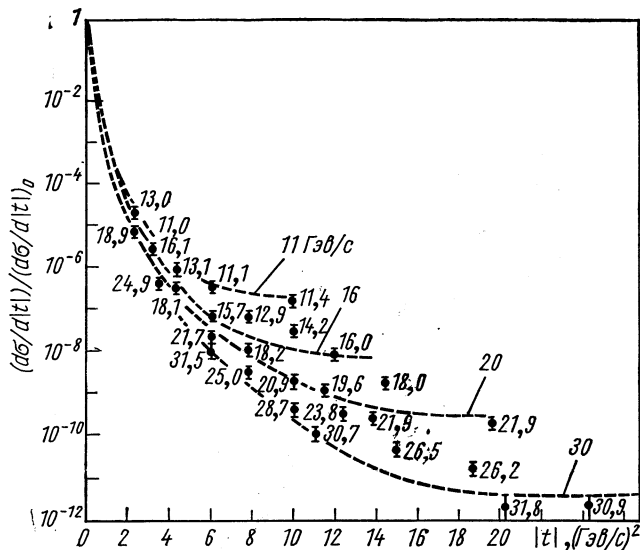


Рис. 29. $\left(\frac{d\sigma}{d|t|}\right)/\left(\frac{d\sigma}{d|t|}\right)_0$ как функция $|t|$ для упругого pp -рассеяния при различных энергиях.

такие, при которых устанавливается тепловое равновесие, т. е. время столкновения достаточно для распространения ударной волны вперед и обратно в части нуклона, которая не пересекается с другим. Определяя вероятность центральных столкновений и статистический вес упругого канала при распаде возбужденной системы, Хагедорн получил следующую формулу для дифференциальных сечений упругого рассеяния:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_{in}}{2\pi} \cdot \frac{4m^2}{s} \exp[-3,25(\sqrt{s}-2)], \quad (27)$$

где σ_{in} — полное сечение неупругого рассеяния, а \sqrt{s} берется в единицах массы нуклона. Эта формула обеспечивает резкое уменьшение сечений с ростом энергии и показывает согласие с опытом.

Интересно проведение аналогичного расчета по модели П. Ротелли [1], изложенной в § 1.1, которая согласовывалась с опытными данными по зависимости числа генерированных частиц от энергии, а также по отношению K^\pm/π^\pm и, следовательно, можно оценить

вероятность упругого недифракционного рассеяния. В работах [47—49] рассеяние при высоких энергиях рассматривается как случайный процесс, с помощью которого объясняется и угловое распределение упругого рассеяния. В этих работах были получены условия корреляции продольных и поперечных составляющих

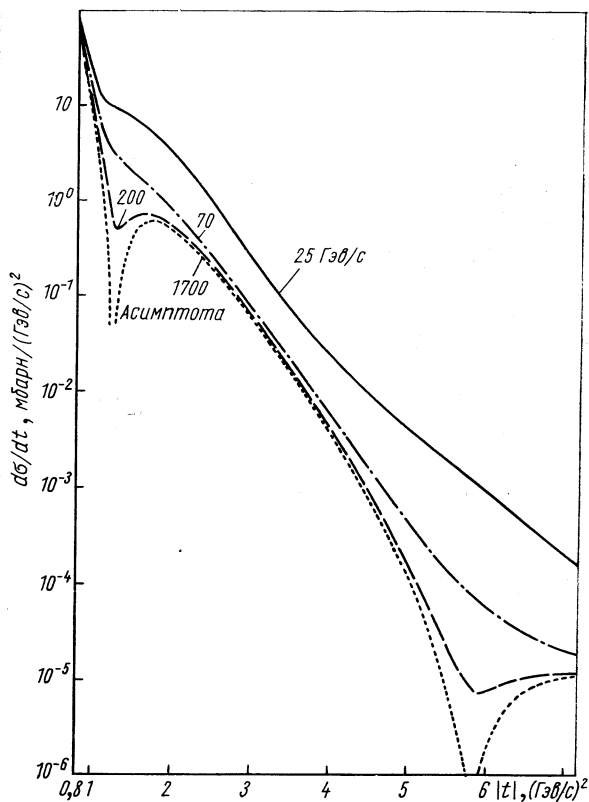


Рис. 30. $\frac{d\sigma}{d|t|}$ как функции $|t|$, рассчитанные по гибридной модели [50].

импульса, а также дисперсий, на основе чего сделан вывод о возможности резкого «выхода на плато» дифференциальных сечений упругого рассеяния при поперечных импульсах, сравнимых с энергией рассеивающихся частиц.

В гибридной модели Чу [50] амплитуда рассеяния берется в виде суммы оптической дифракционной части и части, возникающей от обмена «поглощенным» полюсом Редже. Эта модель предсказывает, в частности, что дифференциальные сечения для упругих и неупругих процессов должны иметь одинаковую зависимость от t

при больших $|t|$ безотносительно к поведению этих сечений при малых $|t|$. На рис. 30 приведены результаты расчетов по гибридной модели.

В работах Янга [51, 52] предложена модель, в которой сталкивающиеся частицы рассматриваются как конечные протяженные объекты, пронизывающие друг друга. При этом происходит ослабление, волновой функции, результатом чего является упругое рассеяние. На рис. 31 показаны кривые, рассчитанные по этой модели

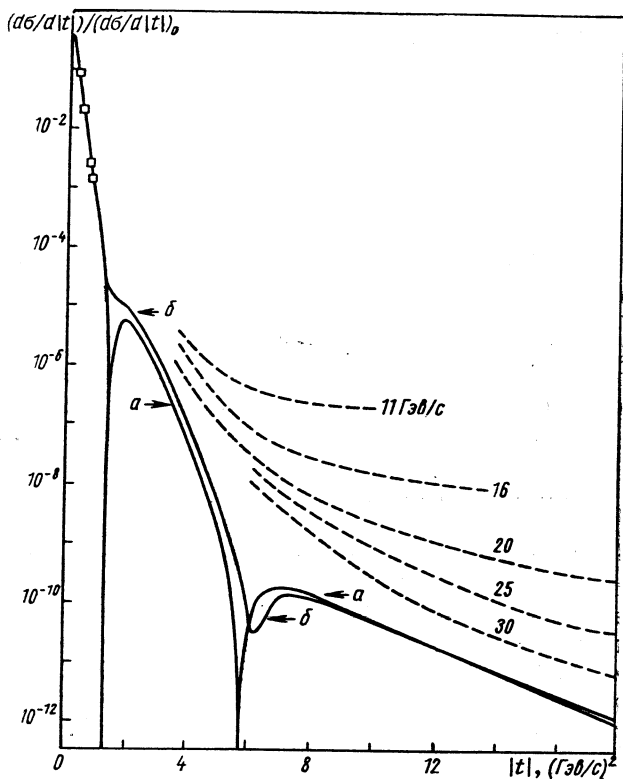


Рис. 31. $\frac{d\sigma}{d|t|} / \left(\frac{d\sigma}{d|t|} \right)_0$ как функции $|t|$ по данным работ [51] (а) [52] (б).

с использованием дипольного электромагнитного форм-фактора протона. Кривая *a* рассчитана для чисто мнимой амплитуды рассеяния, кривая *б* — с включением малой действительной части амплитуды. Пунктирные линии иллюстрируют опытные результаты.

Как следует из рис. 31, хотя наклон расчетных кривых уменьшается при углах $\theta \rightarrow 90^\circ$, но они все же дают более быстрый спад сечений.

III. СТОЛКНОВЕНИЯ НЕЙТРОН—ПРОТОН

Из общих положений о сильных взаимодействиях следует ожидать, что в области высоких энергий нейтрон-протонные взаимодействия имеют свойства, подобные протонным. Эти реакции позволяют по асимметрии сталкивающихся частиц в системе центра масс выявить детали взаимодействия и дать для теории сведения о роли тождественности. В *np*-столкновениях имеет место и дополнительный процесс — упругая перезарядка.

Данные по нейтрон-протонным взаимодействиям менее подробны и точны вследствие того, что в экспериментальном отношении изучение *np*-столкновений представляет существенно большие трудности — нет первичных интенсивных монохроматичных пучков нейтронов и нет чистых нейтронных мишеней. В исследовании *np*-столкновений простейший путь — это опыты в пучках протонов с использованием ядерных мишеней, в лучшем варианте дейтериевых в электронных экспериментах, а также в наполнении пузырьковых камер дейтерием. Однако ядерная связь нейтрона осложняет анализ опытов. Второй путь это опыты с использованием водородных мишеней в нейтронных пучках, получаемых при взаимодействии первичных частиц. В опытах по упругому *np*-рассеянию детектирование рассеянного нейтрона и протона отдачи позволяет по кинематическим соотношениям определить энергию первичного нейтрона.

§ 3.1. ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ

На рис. 32 приведена зависимость от энергии полных сечений для *np*- и *pp*-столкновений. Как видно из рисунка, следует считать, что при энергии, наибольшей из достигнутых, в пределах экспериментальных ошибок сечения одинаковы. Это находится в согласии с работами И. Я. Померанчука и Л. Б. Окуня [53, 54] о равенстве в асимптотическом пределе полных сечений при взаимодействии с заданной мишенью частиц одного мультиплета.

§ 3.2. ГЕНЕРАЦИЯ ЧАСТИЦ И РЕЗОНАНСОВ

Зависимость от энергии среднего числа частиц, генерированных в *np*-столкновениях, близка к аналогичной для *pp*-столкновений, но меньшая точность опытов и более узкий энергетический интервал, в котором они приведены, не позволяет пока сделать оценку показателя в формуле $n(E) = E^x$.

В ряде работ получены данные о зависимости от энергии парциальных сечений и эффективных масс в реакциях *np*. Результаты исследований, проведенных в работах В. И. Мороз [55, 56, 57] с облучением нейтронами пропановой пузырьковой камеры, показаны на рис. 33. На этом рисунке дана зависимость от импульса

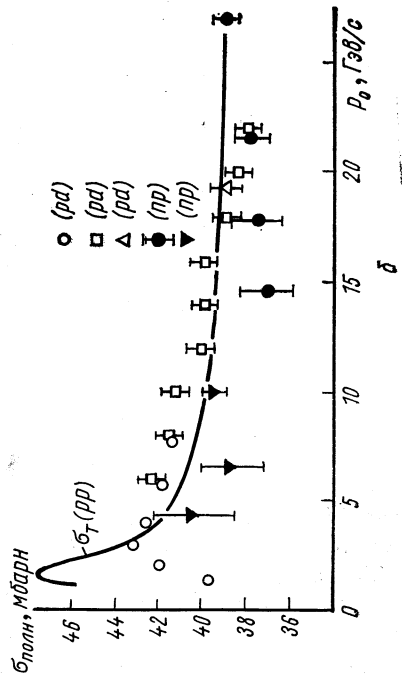
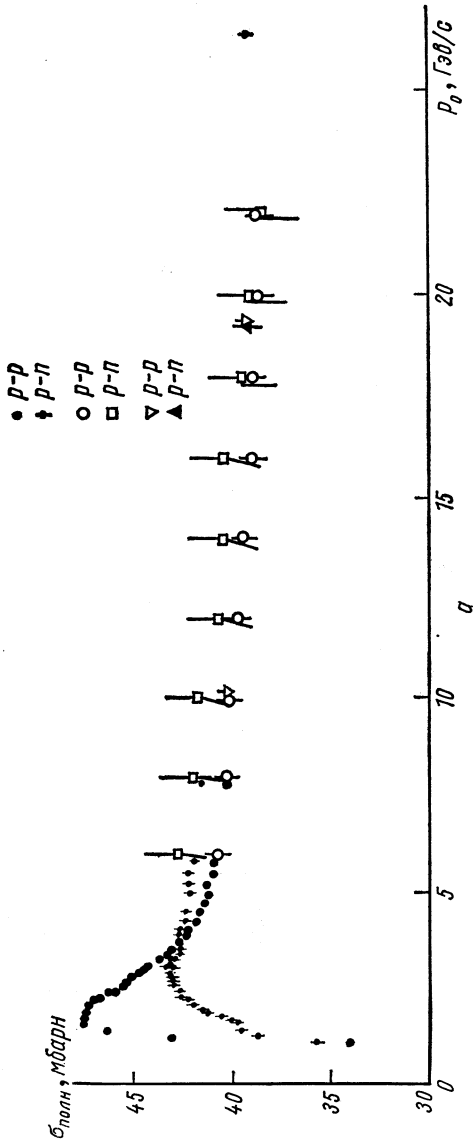


Рис. 32. Зависимость полного сечения pp - (а) и np -рассеяния (б) от импульса.

сечений генерации событий с тремя или пятью заряженными частицами, а также отношение этих сечений.

На рис. 34 приведены в функции энергии сечения различных реакций.

В этих опытах получены распределения эффективных масс для систем: $p\pi^+\pi^+$, $p\pi^-\pi^-$ и $p\pi^+\pi^-$, образуемых соответственно в реакциях:

$$np \rightarrow \begin{cases} n\Delta^{++}\pi^+\pi^-\pi^- (m\pi^0) \\ p\Delta^-\pi^+\pi^+\pi^- (m\pi^0) \\ \Delta^{++}\Delta^-\pi^+\pi^- (m\pi^0). \end{cases}$$

Эти распределения, по заключению авторов [57], могут быть объяснены, если масса изобар Δ^{++} и Δ^- равна 1236 Мэв , а в области

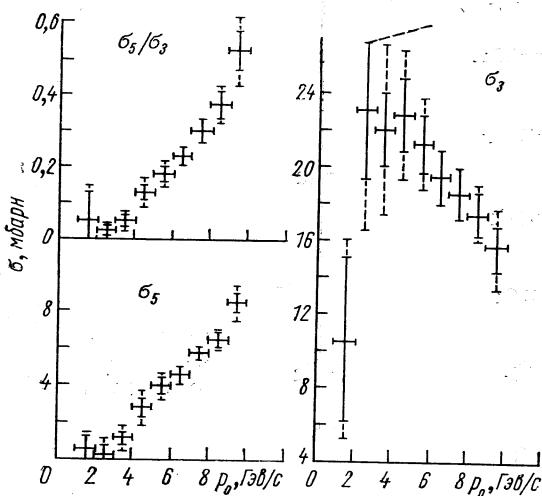


Рис. 33. Зависимость сечения генерации трех и пяти заряженных частиц в столкновениях от первичного импульса.

масс $1400\text{--}1700 \text{ Мэв}$ верхняя граница образования изобары Δ^{+++} с изотопическим спином $5/2$, распадающейся на $p\pi^+\pi^+$, составляет $\sim 30 \text{ мкбарн}$.

В опытах Б. А. Шахбазяна [58], проведенных также при облучении пропановой пузырьковой камеры нейтронами со средним импульсом $7,5 \text{ Гэв/с}$, впервые обнаружены резонансные явления в дубарионных системах. Выяснено, что вблизи суммы масс λ, p спектр может быть объяснен резонансом на виртуальном уровне системы λp с энергией $Q = (4,4 \pm 0,1) \text{ Мэв}$. Этот результат подтвержден в pp - и KD -столкновениях в работах [59] и [60].

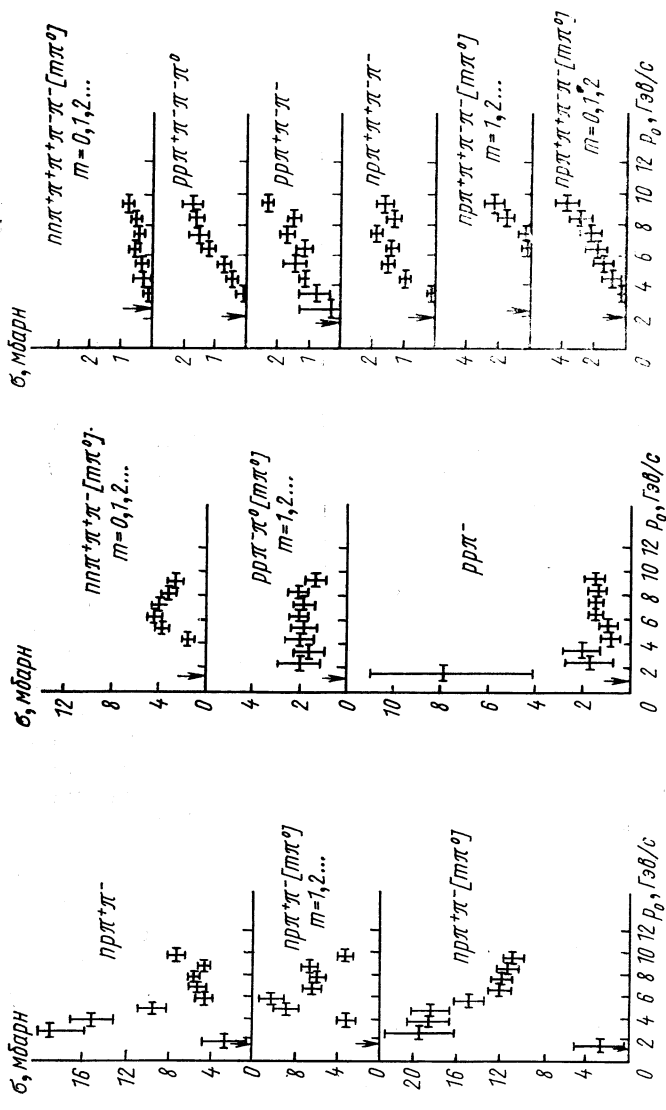


Рис. 34. Зависимость сечения парциальных реакций в pp -столкновениях от первичного импульса.

§ 3.3. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ

В области малых углов рассеяния дифференциальные сечения $d\sigma/d(-t)$ упругого np - и pp -рассеяния, при равных первичных энергиях, имеют одинаковый наклон и происходит сжатие дифракционных пиков с увеличением энергии. В области 3—7 Гэв

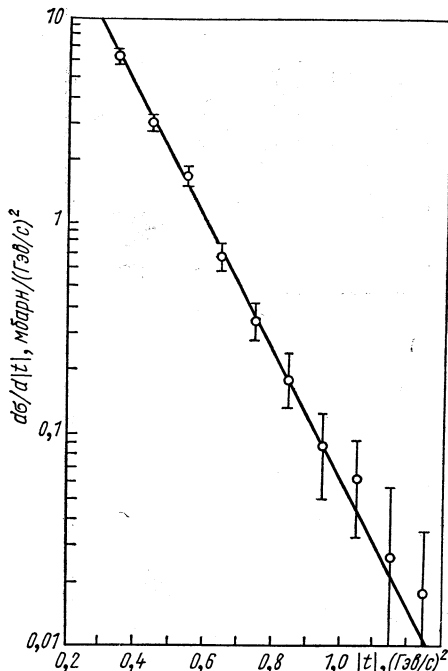


Рис. 35. Дифференциальные сечения упругого np -рассеяния при $8 < E_{\text{кин}} < 10$ Гэв.

его средним значением в случае pp -рассеяния согласно табл. 1. Это указывает на совпадение эффективных радиусов взаимодействия в упругих pp - и np -столкновениях. Отметим также, что величина $b = 8 (\text{Гэв}/c)^{-2}$ близка к $\frac{1}{\langle p_{\perp}^2 \rangle} = 8,1 (\text{Гэв}/c)^{-2}$ из формул (7), (18) при использованном значении $\langle p_{\perp}^2 \rangle^{1/2} \equiv 0,35 \text{ Гэв}/c$.

Для больших углов рассеяния, включая $\sim 90^\circ$, априори не ясно поведение сечения np -рассеяния по сравнению с pp . В работе [38], например, высказывалось соображение, что при 90° для высоких энергий сечение упругого np -рассеяния может составлять $\sim 1/2$ сечения упругого pp -рассеяния. Трудность предсказания поведения сечений при больших углах рассеяния, как отмечается в работе [61], связана с отсутствием простой модели и большим количеством

это показывают, например, результаты работы [61], где получено $d\sigma/d(-t) \sim A \exp(bt)$ при $|t| \leq 0,4 (\text{Гэв}/c)^2$. На основании этого авторы работы [61] высказываются в подтверждение мысли, что распределение адронной материи в нейтроне и протоне очень похоже.

В работе [62] определены дифференциальные сечения для нейтронов в интервале кинетической энергии 8—10 Гэв. Они показаны на рис. 35, причем при $t = 0$ нормированы на значение сечения по оптической теории и прямая на рисунке соответствует $\sim \exp(A + bt)$.

Суммарные результаты опытов многих групп авторов в области дифракционного пика приведены на рис. 36. Как следует из этого рисунка, в интервале энергии 10—20 Гэв параметр b около $8 (\text{Гэв}/c)^{-2}$, т. е. одинаков с

независимых амплитуд рассеяния. Для каждого состояния изотопического спина $J = 1$ и $J = 0$ есть пять независимых амплитуд рас-

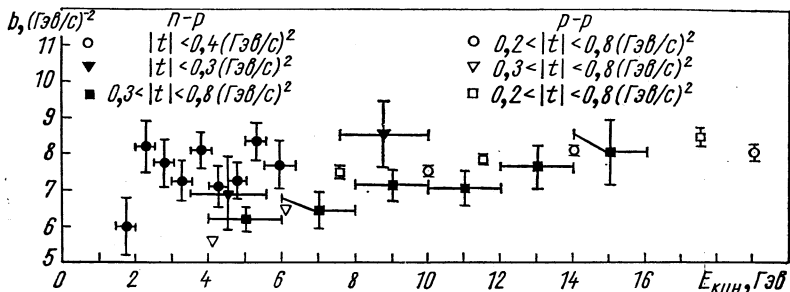


Рис. 36. Зависимость параметра наклона b упругого np - и pp -рассеяний от $E_{\text{кин}}$ первичного нуклона.

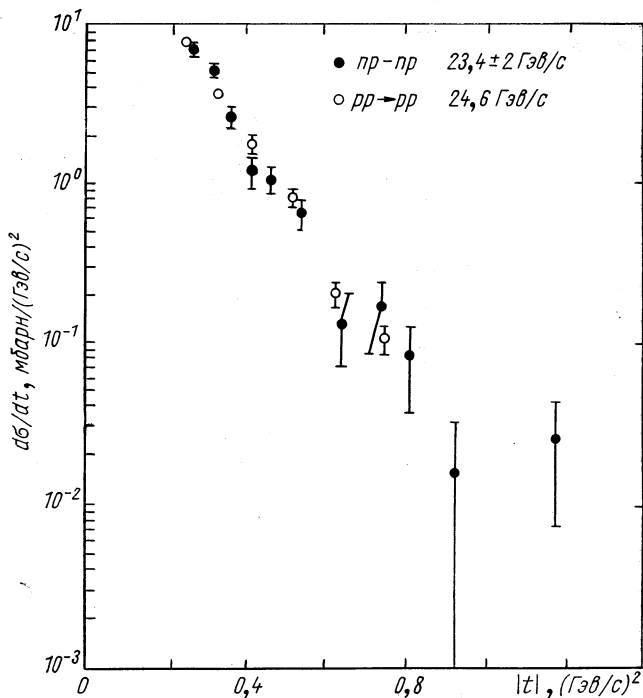


Рис. 37. Дифференциальные сечения упругого pp - и np -рассеяния в интервале импульсов $\sim 21-25 \text{ ГэВ}/c$.

сеяния, причем каждая имеет свое свойство симметрии около 90° , в соответствии с обобщенным принципом Паули.

На рис. 37 приведены сечения np - и pp -рассеяний в интервале $|t| = 0,2 \div 1,2$ ($\text{Гэв}/c$)² по данным [63, 64] для энергий ~ 24 — 25 Гэв . Как видно из рисунка, сечения имеют близкие значения.

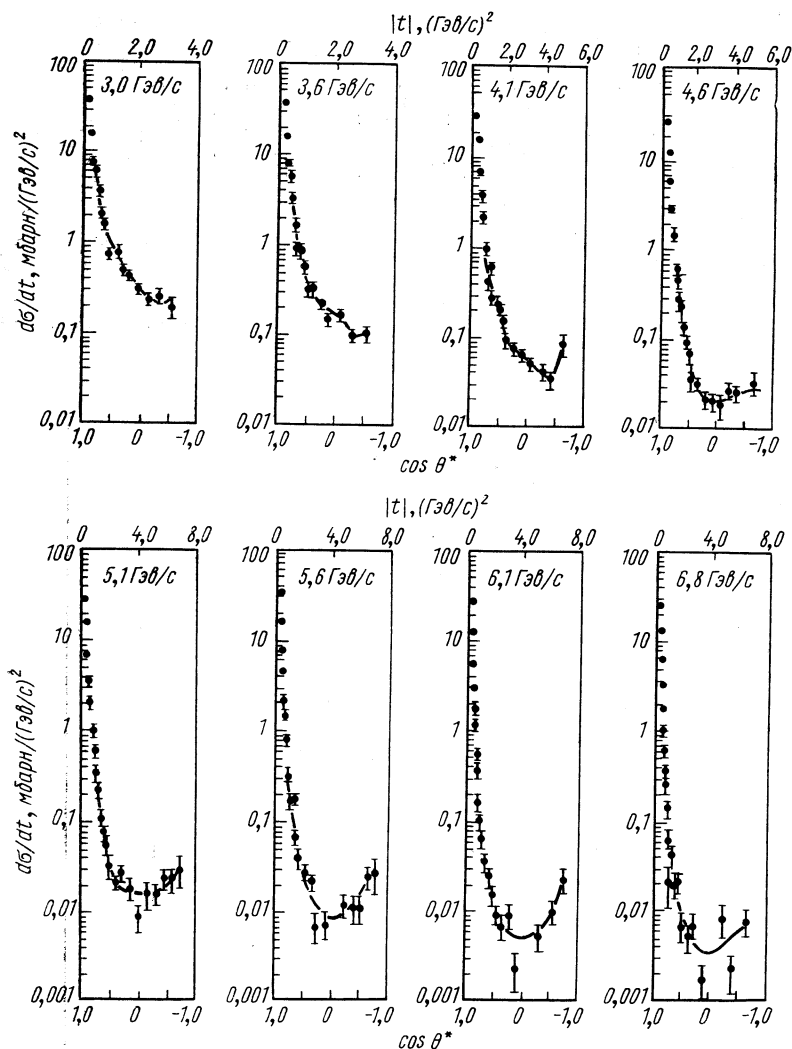


Рис. 38. Зависимость дифференциального сечения упругого np -рассеяния от $\cos \theta^*$.

В работе [61] найдено, что в интервале 4 — 7 Гэв отношение сечений равно:

$$\frac{d\sigma}{d(-t)}(np) \Big/ \frac{d\sigma}{d(-t)}(pp) = 1,1 \pm 0,1.$$

Таким образом, следует заключить, что имеет место близость сечений упругого np - и pp -рассеяний во всем интервале углов. Заметим, однако, что пока нет подробных и точных данных для np -рассеяния при $|t| \sim 1$ ($\text{Гэв}/c$)², где проявлялась тонкая структура сечений упругого pp -рассеяния.

Остановимся на зависимости сечений от изотопического спина. На рис. 38 из работы [65] в интервале энергии 3—6,8 Гэв показаны дифференциальные сечения упругого np -рассеяния, включая в системе центра масс углы рассеяния θ , большие 90° . Согласно рисунку, наблюдается симметрия сечений в функции θ , когда $|\cos \theta| \leq 0,3$. Эта симметрия указывает на малость интерференционного члена для амплитуд рассеяния в состояниях с изотопическим спином 1 и 0.

На рис. 39 из работы [61] при энергии 5 Гэв , показана зависимость от $\cos \theta$ сечений упругого np -рассеяния в состоянии изотопического спина $J = 1$, σ^1 (σ^1 одинаковы с сечениями pp -рассеяния) и сечений σ^0 при $J = 0$. Как следует из рисунка, σ^0 в три раза больше, чем σ^1 .

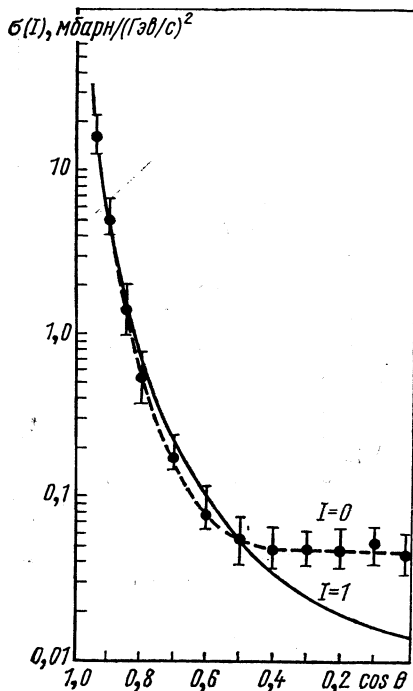


Рис. 39. Зависимость дифференциального сечения упругого np -рассеяния при 5 $\text{Гэв}/c$ для состояний с изотопическим спином 0 и 1 от $\cos \theta$.

§ 3.4. УПРУГАЯ ПЕРЕЗАРЯДКА

Упругая перезарядка является одним из случаев обменного рассеяния, т. е. процесса, при котором частицы обмениваются квантовыми числами. В случае np -столкновений происходит обмен электрическим зарядом. Перезарядка, с одной стороны, может рассматриваться как случай упругого рассеяния, так как начальные и конечные частицы одинаковы, а с другой — как неупругий процесс для отдельной частицы.

Опыты при различных энергиях показали, что np -перезарядка имеет, аналогично упругому рассеянию, резкий дифракционный пик. Это видно, например, на рис. 40 из работы [66] при 8 $\text{Гэв}/c$. Пунктиром на рисунке нанесены данные по упругому np -рассеянию при 8,9 $\text{Гэв}/c$ из [33]. Резкий рост дифференциального сечения пере-

зарядки можно понять, исходя из того, что передача заряда между нейтроном и протоном сопряжена с малым энергетическим перехо-

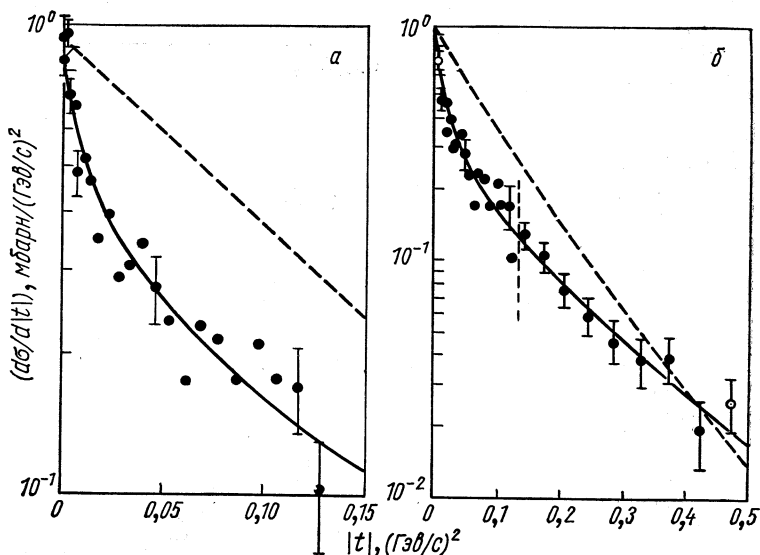


Рис. 40. Зависимость дифференциальных сечений упругой pp -перезарядки от $|t|$ при $\theta_{\text{лаб}}=0\div 45$ град (а); и $0\div 90$ град (б).

дом. В работе [67] авторы объясняют обменное и упругое рассеяние как когерентное возбуждение частиц при прохождении через поглощающую среду.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В совокупности рассмотренные результаты опытов показывают, что их объяснение не может быть сделано ни одной из существующих моделей нуклон-нуклонного взаимодействия. Каждая из моделей лучше подходит для объяснения определенных явлений, и даже в этом случае подтверждение или опровержение моделей лимитируется малой экспериментальной точностью, например полные сечения упругого pp -рассеяния известны с погрешностью не ниже 10%. Необходимо существенное улучшение известных опытных данных, а также выявление новых закономерностей. В этом отношении большое значение будут иметь результаты опытов на Серпуховском ускорителе, а также на ускорителе со встречными пучками в ЦЕРНе. В последних при высокоом эквиваленте энергии в лабораторной системе (1650 Гэв) намечена широкая программа исследования упругих и неупругих pp -столкновений.

Однако не менее важно получение прецизионных данных и в области энергии ~ 10 Гэв.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rotelly P. Phys. Rev., **182**, 1622 (1969).
2. Hagedorn R. TH-1027, CERN (1969).
3. Firebough M. et al. Bull. Amer. Phys. Soc., **11**, 360 (1966).
4. Holmgren S. et al. Nuovo cimento, **51**, 305 (1967).
5. Bartke J. et al. Nuovo Cimento, **29**, 8 (1963).
6. Erwin A. Nucl. Phys. **B17**, 445 (1970).
7. Lillethun E. Proceedings of the Lund International Conference on Elementary Particles., 1969, p. 167. Stockholm.
8. Anderson E. V. et al. Phys. Rev. Lett., **16**, 855 (1966).
9. Bertocchi L., Ferrari E. High Energy Physics, Pergamon Press, 1967, p. 71.
10. Rushbrooke J. C. et al. 14-th International Conference High Energy Physics., Vienna, 1968, p. 161.
11. Hagedorn R. Nuovo Cimento, suppl., **6**, 311 (1968).
12. Anderson E. V. et al. Phys. Rev. Lett., **19**, 198 (1967).
13. Толстов К. Д. Препринт ОИЯИ, P-1469, Дубна, 1963.
14. Банник Б. П. и др. «Ядерная физика», **9**, 590 (1969).
15. Dekkers D. et al. Phys. Rev., **137B**, 962 (1965).
16. Krisch A. D. Symposium on Multiparticle Production. ANL/HEP 6909 (1968).
17. Гейзенберг В. Физические принципы квантовой теории (1962).
18. Asbury S. G. Bull. Amer. Phys. Soc., **14**, 29, A61 (1969).
19. Turkot F. Topical Conference on High Energy Collisions of Hadrons CERN, p. 316 (1968).
20. Anderson E. V., Collins C. B. Phys. Rev. Lett., **19**, 201 (1967).
21. Kastrup H. A. Phys. Rev., **147**, 1190 (1966);
Liwi N. W. et al. Phys. Rev., **79**, 127 (1948).
22. Day J. V., Krisch A. D. et al. Phys. Rev. Lett., **23**, 1469 (1969).
23. Chan Hong Mo. TH-1089, CERN (1969).
24. Satz H. Nucl. Phys., **B14**, 366 (1969).
25. Марков П. К. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **38**, 1471 (1960).
26. Carrigan B. A. et al. Phys. Rev. Lett., **24**, 689 (1970).
27. Harting D. Nuovo cimento, **38**, 60 (1965).
28. Faley K. J., Jones R. S., Lindenbaum S. J. Phys. Rev. Lett., **19**, 857 (1967).
29. Безногих Г. Г. и др. «Ядерная физика», **10**, 1212 (1969).
30. Тер-Мартirosян К. А. Препринт ИТЭФ-417, Серпухов, 1964.
31. Толстов К. Д. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», **31**, 1480 (1967); «Ядерная физика», **1**, 832 (1965).
32. Кириллова Л. Ф. и др. «Ядерная физика», **1**, 533 (1965).
33. Faley K. et al. Phys. Rev. Lett., **11**, 425 (1963).
34. Akerlof C. W. et al. Phys. Rev. Lett., **17**, 1105 (1966).
35. Ankenbrandt M. C. et al. UCRL-17257, Berkeley, 1966.
36. Allaby J. V., Binon F., Diddens A. N. Phys. Lett., **25B**, 156 (1967).
37. Allaby J. V., Binon F., Diddens A. N. Phys. Lett., **26B**, 67 (1968).
38. Wu T. T., Yang C. N. Phys. Rev., **137B**, 708 (1965).
39. Kinoshita T. Phys. Rev. Lett., **12**, 257 (1964).
40. Martin A. Nuovo cimento, **37**, 671 (1965).
41. Гарсеванишвили В. Р. и др. Препринт ОИЯИ E2-4241, Дубна, (1969).
42. Логунов А. А., Тавхелидзе А. Н. Nuovo cimento, **29**, 380 (1963); Тавхелидзе А. Н. Lectures on Quasipotential Method in Field Theory. Tata Institute, Bombay, 1965.
43. Ансельм А. А., Дятлов И. Т. «Ядерная физика», **6**, 591 (1967); **6**, 603 (1967).
44. Андреев И. В., Дремин И. М. «Ядерная физика», **8**, 814 (1968).

45. Толстов К. Д. Препринт ОИЯИ Д1-4001, Дубна, (1968); Препринт ОИЯИ Р1-4666, Дубна, (1969).
46. Nagedorn R. Nuovo cimento, **35**, 216 (1965).
47. Логунов А. А., Хрусталеv О. А. Препринт. ИФВЭ 67-64-К, Серпухов, 1967.
48. Логунов А. А., Хрусталеv О. А. Препринт ИФВЭ СТФ-69-20, Серпухов, 1969.
49. Логунов А. А., Хрусталеv О. А. Препринт СТФ 69-21, (1969).
50. Chiu C. B., Finkelstein J. Nuovo cimento, **59A**, 92 (1969).
51. Chou T. T., Yang C. N. Phys. Rev., **170**, 1591 (1968).
52. Chou T. T., Yang C. N. Phys. Rev., **175**, 1832 (1968).
53. Померанчук И. Я. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **30**, 429 (1956).
54. Окунь Л. Б., Померанчук И. Я. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **30**, 424 (1956).
55. Мороз В. И., Никитин А. В., Троян Ю. А. «Ядерная физика», **9**, 792 (1969).
56. Мороз В. И., Никитин А. В., Троян Ю. А. «Ядерная физика», **9**, 374 (1969).
57. Мороз В. И., Никитин А. В., Троян Ю. А. «Ядерная физика», **9**, 565 (1969).
58. Вишневский В. Ф., Мороз В. И., Шахбазян Б. А. «Письма ЖЭТФ», **5**, 307 (1967).
59. Read J. T. Phys. Rev., **168**, 1495 (1968).
60. Тап Т. Н. Phys. Rev. Lett., **23**, 395 (1969).
61. Cox J., Perl M. L. Phys. Rev. Lett., **21**, 645 (1968).
62. Emgler J. et al. Phys. Lett., **29B**, 321 (1969).
63. Bellettrui G. 14-th International Conference High-Energy Phys., Vienna, 1968.
64. Akerlof C. W. et al. Phys. Rev., **159**, 1138 (1967).
65. Cox J., Perl L. Phys. Rev. Lett., **21**, 641 (1968).
66. Manning G. et al. Nuovo cimento, **41A**, 167 (1966).
67. Byers N., Yang C. N. Phys. Rev., **142**, 976 (1966).