

ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЛЕГКИХ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

Г. Ф. Филиппов

ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
АКАДЕМИИ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР

А Н Н О Т А Ц И Я

Обсуждается возможность теоретического объяснения энергии связи, размеров, формы и границы устойчивости легких четно-четных ядер на основе такого потенциала взаимодействия между нуклонами, параметры которого согласованы с известными экспериментальными данными для системы двух нуклонов.

A B S T R A C T

The consideration is given to the possibility of theoretical description of the binding energies, radii, shape parameters and the region of stability of light even-even nuclei based upon the interaction potential whose parameters are consistent with the known experimental data on the two-nucleon system.

ВВЕДЕНИЕ

Величина энергии связи, размеры и форма атомных ядер должны быть выведены из заданного закона взаимодействия между нуклонами.

Поскольку модель оболочек оказалась способной объяснить большое количество наблюдаемых на опыте свойств атомных ядер, то представляется естественным привлечь одночастичные волновые функции модели оболочек для изучения вопросов, относящихся к энергии, размерам и форме основных состояний ядер. Однако уже давно отмечено, что расчет энергии связи атомных ядер на волновых функциях модели оболочек не дает удовлетворительного результата [1]. Это следствие или неправильно выбранного для расчета парного потенциала взаимодействия между частицами, или плохой точности метода расчета. Необходимо выяснить, в какой мере результаты расчета энергии связи чувствительны к выбору потенциала парного взаимодействия и как велики поправки к расчету. Решение этой задачи оказалось возможным для легких магических ядер.

Форма ядер в модели оболочек отождествляется с формой самосогласованного поля, действующего на нуклоны. Связанные состояния нуклонов в деформированном потенциальном поле были рассмотрены Нильссоном [2]. Для легких ядер потенциал, выбранный Нильссоном, состоит из двух слагаемых: потенциала анизотропного осесимметричного гармонического осциллятора и потенциала спин-орбитального взаимодействия. В случае сферической симметрии этот потенциал обеспечивает правильную последовательность одночастичных уровней модели оболочек.

Нильссон рассчитал зависимость уровней энергии и волновых функций одночастичных состояний от деформации потенциала. Его результаты относятся как к легким, так и к тяжелым ядрам и позволяют в принципе найти равновесную форму атомных ядер, если известны значения параметров потенциала модели оболочек. Так как последние пока могут быть установлены только эмпирическим путем, то Нильссон, по существу, показал, что имеет место связь между опытными данными, относящимися к форме ядер, и теми опытными данными, из которых извлекается информация о потенциале модели оболочек.

При расчете одночастичных состояний Нильссон предполагал, что деформация ядер аксиально симметрична. Принципиальная воз-

возможность появления неаксиальной равновесной формы была продемонстрирована Б. Т. Гейликманом [3] на примере деформированного потенциала в виде трехосного анизотропного осциллятора. Д. В. Волков и Е. В. Инопин [4] показали, что учет спин-орбитального взаимодействия результатов Гейликмана существенно не изменяет, хотя и дает ряд новых интересных особенностей. Деформированный потенциал в виде анизотропной прямоугольной ямы рассматривался Д. А. Заикиным [5]. Расчеты с нильссоновским потенциалом в случае неаксиальной деформации были проведены Ньютоном [6].

Основываясь на результатах Нильссона, Ю. В. Гончар, Е. В. Инопин и С. П. Цытко пришли к выводу о возможности появления больших деформаций у легких ядер [7].

Для учета корреляций в движении нуклонов модель Нильссона приходится усложнять, вводя в гамильтониан остаточное взаимодействие [8, 9]. Параметры остаточного взаимодействия обычно находят из требования, чтобы диагонализация гамильтониана с остаточным взаимодействием на нильссоновских волновых функциях давала наблюдаемый спектр внутренних возбуждений малой энергии. Таким образом, параметры равновесной деформации ядер увязываются не только с параметрами сферически симметричного потенциала модели оболочек, но и с параметрами остаточного взаимодействия [10—12]. Такой феноменологический подход позволяет объяснить широкий круг экспериментальных фактов.

Однако с теоретической точки зрения введение большого числа феноменологических параметров приводит к большому произволу. Кроме того, оказывается, что целый ряд результатов весьма чувствителен к значению вводимых параметров, и возникает необходимость в обосновании модели и вычислении ее параметров на основе микроскопического подхода.

Постановка задачи для тяжелых ядер должна отличаться от постановки задачи для легких ядер. В случае тяжелых ядер, где число нуклонов велико, требуется проследить, как возникает феноменологический подход. Для легких ядер этот предельный переход, вообще говоря, несправедлив, однако для них ситуация не так сложна, и, кроме того, более доступны те упрощения, которые могут быть подсказаны характером действующих между нуклонами сил.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Волновую функцию модели оболочек для основного состояния магических и околомagicеских ядер можно представить в виде детерминанта одночастичных функций в самосогласованном поле.

Если каким-либо путем выбрано взаимодействие между нуклонами и при этом предполагается, что оно правильно передает по крайней мере основные свойства атомных ядер, то наилучшую одночастичную функцию системы нуклонов и, следовательно, самосогласованный потенциал, который должен быть поставлен в соответст-

вие этому взаимодействию, дает метод Хартри — Фока. Однако реализовать метод Хартри — Фока даже для относительно легких ядер технически трудно, поэтому на практике вместо самосогласованного потенциала выбирают центральный потенциал простой формы: или потенциал гармонического осциллятора, или потенциал прямоугольной ямы, или, наконец, потенциал Вудса — Саксона, а хартри-фоксовское самосогласование заменяют варьированием энергии ядра по параметрам потенциала заданной формы. Для этого сначала на одночастичных функциях, соответствующих одному из указанных потенциалов, строят пробную функцию основного состояния ядра, а затем, используя в качестве вариационных параметров остающиеся пока свободными параметры потенциала, минимизируют энергию ядра. В результате удается установить не только параметры одночастичного потенциала, согласованные с выбранным взаимодействием между нуклонами, но и эффективные размеры основного состояния ядра, а также получить нижнюю оценку для энергии связи. Это позволяет непосредственно проверить предположение, что рассматриваемое взаимодействие объясняет наблюдаемые на эксперименте значения размеров ядер и энергии связи.

Простейшим среди всех известных одночастичных потенциалов является потенциал гармонического осциллятора, поэтому к нему чаще, чем к другим потенциалам, обращаются при проведении прямых вариационных расчетов свойств основных состояний легких магических ядер.

После того как сделан прямой вариационный расчет, требуется оценить его точность и в случае необходимости дать поправку.

Один из источников неточности решения, построенного на осцилляторных функциях, заключается в отличии потенциала гармонического осциллятора от самосогласованного потенциала. Однако выбирая более совершенный потенциал, нельзя свести к нулю погрешности, связанные с одночастичным характером волновой функции, так как даже хартри-фоксовское приближение не тождественно точному решению, поскольку оно, подобно другим одночастичным приближениям, не учитывает корреляций в движении нуклонов. Поэтому целесообразно не усложнять одночастичный потенциал, а искать поправку непосредственно к вариационному расчету на осцилляторных функциях, имея в виду, что эта поправка учитывает как корреляционные эффекты, так и эффекты, связанные с уточнением одночастичного потенциала. Необходимо к тому же отметить, что корректный учет поправок в случае других известных одночастичных потенциалов — задача чрезвычайно сложная и практически невыполнимая.

В настоящее время известно несколько методов усовершенствования вариационного расчета, проведенного на осцилляторных пробных функциях. Наиболее старый метод состоит в том, чтобы добиться уточнения за счет постепенного расширения трансляционно-инвариантного базиса осцилляторных функций, на которых ведется расчет волновой функции основного состояния легкого

магического ядра. Расчет начинается с привлечением только тех осцилляторных функций, которые соответствуют занятым состояниям в осцилляторном поле. Во втором приближении добавляются функции ближайшей незаполненной оболочки, затем следующей оболочки и т. д. [13—15].

Для уточнения вариационных расчетов предназначен и интенсивно разрабатываемый в последнее время метод гармонических полиномов [16—18]. Приближение к точному решению в этом методе также осуществляется путем постепенного усложнения пробных функций, однако в отличие от предыдущего случая вариационная задача сводится к решению системы не алгебраических, а дифференциальных уравнений для функций, зависящих от одной переменной («глобального» радиуса). В результате этого усложнения значение энергии системы нуклонов, найденное в первом приближении метода гармонических полиномов, в принципе более точное, чем значение энергии, полученное на осцилляторных пробных функциях прямым вариационным методом (пробная функция, соответствующая простейшему из допустимых принципом Паули гармонических полиномов, принадлежит к более широкому классу функций, чем осцилляторная пробная функция), хотя количественное различие между этими значениями энергии может быть и невелико.

Наконец, поправки к прямому вариационному расчету могут быть получены с помощью теории возмущений [19—22]. Обращение к теории возмущений допустимо, если только найденная вариационным методом одночастичная осцилляторная функция дает удовлетворительное приближение. Предположив, что это так, и вычислив затем поправку к волновой функции по теории возмущений, можно проверить справедливость сделанного предположения. Величина поправки, найденной по теории возмущений, позволяет судить не только о точности вариационного метода, но и о точности модели оболочек (если, конечно, придается реальный смысл используемому в расчетах взаимодействию между нуклонами), так как последняя также предполагает, что одночастичная осцилляторная функция является удовлетворительным приближением для волновой функции ядра.

Схема, по которой осуществляется применение теории возмущений, была предложена в работах [19, 20].

Пусть

$$\hat{H} = \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \right) + \sum_{i < j} \hat{U}_{ij} \quad (1.1)$$

гамильтониан рассматриваемой системы A нуклонов. Представим его в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}, \quad (1.2)$$

где

$$\hat{H}_0 = \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i \right) + \sum_{i < j} V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|); \quad (1.3)$$

$$\hat{W} = \sum_{i < j} [\hat{U}_{ij} - V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)], \quad (1.4)$$

а

$$V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) = \frac{2}{A-1} V_0 + \frac{m\omega^2}{2A} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2. \quad (1.5)$$

Собственные значения и собственные функции гамильтониана \hat{H}_0 известны, поэтому появляется возможность развить теорию возмущений и с ее помощью учесть оператор \hat{W} . Чтобы теория возмущений работала эффективно, необходимо рациональным подбором параметров V_0 и ω вспомогательного потенциала $V(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$ свести к минимуму вклад от \hat{W} . С этой целью и используется прямой вариационный метод.

Основному состоянию системы нуклонов противопоставляется та собственная функция гамильтониана \hat{H}_0 , которая имеет минимальную энергию среди функций с правильной перестановочной симметрией и с определенным значением полного момента количества движения. Ее нетрудно найти, если только ядро принадлежит к числу магических. Задача построения этой функции, по существу, решается переходом от гамильтониана \hat{H}_0 к \hat{H}'_0 [23]:

$$\hat{H}'_0 = \hat{H}_0 + \frac{m\omega^2}{2} \left(\sum_i \mathbf{r}_i \right)^2 = \sum_i \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_i - V_0 + \frac{m\omega^2}{2} \mathbf{r}_i^2 \right). \quad (1.6)$$

В то время как центр тяжести исходной системы \hat{H}_0 (так же как и \hat{H}) движется свободно, центр тяжести системы \hat{H}'_0 совершает гармонические колебания с частотой ω .

Преобразование (1.6) устанавливает связь потенциала (1.3) с осцилляторным потенциалом модели оболочек. Из (1.6) следует, что волновую функцию основного состояния ядер с заполненными осцилляторными оболочками можно представить в виде детерминанта одночастичных функций отдельных нуклонов, занимающих в осцилляторном поле нижайшие состояния, причем этой функции соответствуют нулевые колебания центра тяжести.

Построенная таким образом функция содержит единственный свободный параметр $r_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ — «осцилляторный радиус». По этому параметру минимизируется среднее значение \hat{H} и определяется частота ω , а вместе с ней нулевое приближение для энергии связи и волновой функции основного состояния системы. Глубина потенциала V_0 находится из условия совпадения средних значений операторов \hat{H}_0 и \hat{H}'_0 , рассчитанных на функции нулевого приближения.

Чтобы вычислить поправки к нулевому приближению по теории возмущений, нет необходимости среди полного набора антисимметризованных собственных функций гамильтониана \hat{H}'_0 отбирать такие, которые, как и функции основного состояния магических

ядер, принадлежат нулевому значению полного момента количества движения и нулевым колебаниям центра тяжести. Поскольку оператор возмущений \hat{W} коммутирует как с оператором полного момента количества движения системы, так и с гамильтонианом центра тяжести, то в любом порядке теории возмущений волновая функция, рассчитанная на полном базисе антисимметричных функций оператора \hat{H}'_0 , должна иметь тот же момент количества движения и те же относящиеся к движению центра тяжести квантовые числа, что и невозмущенная волновая функция.

Выбор потенциала взаимодействия между нуклонами. Обычно предполагается, что основные свойства атомных ядер можно объяснить на основе двухчастичного потенциала взаимодействия между нуклонами. Разумеется, это не означает, что многочастичные силы должны быть совершенно исключены. Такая крайняя точка зрения противоречила бы мезонной теории ядерных сил, качественные выводы которой лежат в основе наших представлений о природе взаимодействия между нуклонами. Предположение о двухчастичном характере нуклонного взаимодействия означает лишь, что многочастичным силам отводится второстепенная роль, и поэтому заметить их, ввиду недостаточной точности существующих методов расчета свойств атомных ядер, не представляется возможным.

Вопрос о справедливости этого предположения — один из самых интересных вопросов теории ядерных сил — остается открытым. Несколько позже мы вернемся к нему в связи с обсуждением возможности объяснить насыщение на основе «реалистических» двухчастичных сил. А теперь напомним основные факты, известные о ядерных силах.

Пока кинетическая энергия нуклонов остается существенно меньше энергии покоя мезонов, можно надеяться, что статическое потенциальное взаимодействие дает хорошее приближение для ядерных сил. Основанием для этого служит главным образом аналогия с квантовой электродинамикой, которая в нерелятивистском пределе приводит к уравнению Шредингера для частиц с кулоновским потенциалом.

Уравнение Шредингера появляется как результат применения к уравнениям квантовой электродинамики теории возмущений по обратным степеням скорости света.

Наиболее простым объектом для теоретического и экспериментального изучения ядерных сил является система двух нуклонов. Однако объект этот, к сожалению, дал до сих пор очень скромную информацию, особенно в области малых энергий. Энергия связи дейтрона, эффективное сечение рассеяния в триплетном и синглетном состоянии при нулевой энергии и первая производная от эффективного сечения по энергии — вот и все, что известно из опыта по системе нейтрон — протон. Этих данных достаточно только для того, чтобы найти параметры практически любых короткодействующих потенциалов притяжения в триплетном и синглетном состояни-

ях с положительной четностью. Предпочсть же какую-либо одну форму потенциала другой пока нельзя в силу уже давно отмеченной [24] слабой чувствительности эффективного сечения рассеяния к форме потенциала. Только значительное повышение точности опыта могло бы в этом отношении внести некоторую ясность.

При сравнении системы протон — протон с системой нейтрон — протон было установлено, что ядерные силы обладают изотопической инвариантностью. Обнаружение у дейтрона квадрупольного момента приводит к выводу, что ядерное взаимодействие не сводится только к центральным силам и что следует привлечь тензорные силы. Ориентировочную информацию о тензорных силах можно получить, если задаться значениями квадрупольного момента и магнитного момента дейтрона.

Привлекая тензорные силы, приходится уменьшать интенсивность центральных триплетных сил, чтобы оставить неизменной энергию связи дейтрона, так как введение тензорных сил вне зависимости от знака квадрупольного момента, который они дают, во всех случаях лишь увеличивает связь в системе.

В то время как при исследовании системы из двух нуклонов оказалось возможным существенно использовать все известные экспериментальные данные, то для систем из трех и более нуклонов значительная часть информации, полученная экспериментаторами еще ждет теоретической интерпретации. В первую очередь это относится к эффективным сечениям упругого рассеяния нуклонов на ядрах. И хотя в задачах рассеяния был использован последовательный подход, учитывающий характерные для этих задач особенности граничных условий [25], практическая его реализация приводит к большим техническим трудностям. Что же касается свойств стационарных связанных состояний, то они в большей мере поддаются расчету.

Если предположить, что между нуклонами действуют центральные силы притяжения, удовлетворительно объясняющие двухчастичные эксперименты при малых энергиях, то энергия связи систем из трех и особенно четырех нуклонов оказывается больше, а средний квадратичный радиус меньше экспериментальных значений [26—28]. Стягивающее действие парных сил притяжения проявляется еще более заметно с увеличением числа нуклонов. Однако поскольку на опыте стягивания не наблюдается, возникает необходимость в компенсации притяжения. Компенсации можно добиться введением отталкивания или на малых расстояниях между нуклонами (модель «жесткого» или «мягкого» кора), или в состояниях с нечетным относительным моментом взаимодействующей пары нуклонов («обменные» силы).

Кор малого радиуса требуется для объяснения рассеяния нуклонов на нуклонах при больших энергиях, хотя, возможно, само представление о потенциале при таких энергиях теряет смысл.

Триплетные и синглетные потенциалы притяжения различной формы, согласованные с опытными данными для двухнуклонных

систем при малых энергиях, могут удовлетворительно объяснить поведение парциальных s -фаз рассеяния в области больших энергий только после существенной реконструкции. Реконструкция достигается введением отталкивания (кора) на малых расстояниях и одновременным увеличением притягивающей части потенциала на больших расстояниях. Последнее необходимо для того, чтобы сохранить за потенциалом способность правильно передавать основные свойства двухнуклонных систем при малых энергиях. Кор препятствует стягиванию ядер, но его введение не снимает всех вопросов, связанных с насыщением. Объем, занимаемый одним нуклоном ядра, в восемь с лишним раз больше объема, приходящегося на кор. Поэтому силы притяжения, имеющие относительно большой радиус действия, должны быть достаточно слабыми, иначе кор будет останавливать стягивание при таком расстоянии между нуклонами, которое лишь немного превышает радиус кора.

Наиболее часто используемые сейчас варианты «реалистических» парных потенциалов с жестким кором [29—31] имеют вид суммы двух слагаемых. Одно слагаемое — центральные, обменные силы, удовлетворяющие условиям насыщения (притяжение — в четных состояниях, отталкивание — в нечетных). Это слагаемое иногда связывают с однопионным обменом между нуклонами. Второе слагаемое содержит жесткий кор и притяжение относительно малого радиуса (обмен двумя и тремя пионами).

Для расчета свойств ядерной материи и легких ядер нередко выбирают более простые потенциалы, оставляя или только четные силы (силы Сербера с кором), или только гладкие, удовлетворяющие условиям насыщения, обменные силы относительно большого радиуса (например, силы Розенфельда [32]). Такое упрощение, отвечающее различным предельным предположениям, представляется оправданным, поскольку прежде всего требуется выяснить, в какой мере ответственны за наблюдаемые свойства ядер те или другие компоненты реалистических сил.

2. РАСЧЕТ ЭНЕРГИИ СВЯЗИ И РАЗМЕРОВ МАГИЧЕСКИХ ЯДЕР В СЛУЧАЕ РЕАЛИСТИЧЕСКИХ СИЛ

В том случае, если выбранное взаимодействие содержит интенсивное отталкивание на малых расстояниях между нуклонами, например жесткий кор, то метод Хартри — Фока и прямой вариационный метод неприменимы, так как одночастичная волновая функция не запрещает нуклонам сближаться на очень малые расстояния, на которых велика потенциальная энергия отталкивания. Тем не менее после некоторой модернизации метода Хартри—Фока или прямого вариационного метода оказывается возможным включить в рассмотрение жесткий или мягкий кор малого радиуса, не отказываясь от одночастичных волновых функций модели оболочек. Это достигается учетом короткодействующего отталкивания в «газовом» приближении [22, 51, 52].

Выделим в гамильтониане \hat{H} ту часть потенциальной энергии двухчастичного взаимодействия, которая соответствует интенсивному отталкиванию на малых расстояниях. После этого оставшаяся часть потенциальной энергии и кинетическая энергия должны быть усреднены по пробной функции основного состояния. Затем по теории возмущений должно быть учтено отталкивание. В каждом порядке теории возмущений требуется вычислить вклад только от тех слагаемых, которые содержат минимальную степень отношения объема кора к объему ядра, приходящемуся на один нуклон. Сумма этих слагаемых и дает потенциальную энергию кора в газовом приближении. Минимизируя среднее значение кинетической энергии и гладкой части потенциальной энергии вместе с потенциальной энергией кора, можно найти самосогласованные параметры одночастичного потенциала.

Если выбранное взаимодействие с кором способно объяснить наблюдаемые на опыте размеры ядер и при этом известные из эксперимента значения размеров ядер в расчете на один нуклон в несколько раз больше размеров кора, то учет кора в газовом приближении представляется оправданным.

Измененный метод позволяет проверить способность выбранного тем или иным способом потенциала с короткодействующим отталкиванием, обеспечить наблюдаемые значения энергии связи и размеров магических ядер. Такая проверка была проведена [33] для потенциалов Хамады — Джонсона [29] и Гаммела — Талера [30, 31], а также для потенциалов простой формы (притяжение в виде прямоугольной ямы и отталкивание в виде жесткого кора) с двумя несколько отличающимися наборами параметров [34, 35].

Результаты расчета оказались неблагоприятными для всех рассмотренных потенциалов: кор не останавливает стягивание ^{16}O и ^{40}Ca при наблюдаемых размерах этих ядер. Что же касается ^4He , то его энергия связи и осцилляторный радиус воспроизводятся вполне удовлетворительно.

Невозможность объяснить наблюдаемые размеры ^{16}O и ^{40}Ca на основе указанных реалистических и полуреалистических потенциалов не является пока достаточно сильным аргументом против предположения о двухчастичном характере ядерных сил, поскольку в выборе параметров реалистических потенциалов существует большой произвол и нельзя поэтому исключить возможности такого улучшения «реалистических» потенциалов (например, усилением отталкивания в нечетных состояниях), которое не противоречило бы экспериментальным данным по рассеянию нуклонов на нуклонах и в то же время обеспечивало бы наблюдаемый радиус ^{16}O и ^{40}Ca .

Уже отмечалось, что введение кора должно сопровождаться обязательным усилением интенсивности притягивающего взаимодействия. Чем больше радиус кора, тем интенсивнее должно быть притяжение. Если задан потенциал с кором, то можно проследить за противоположным предельным переходом — уменьшением до нуля радиуса кора и ослаблением притягивающего взаимодействия.

Предельный переход необходимо провести в соответствии с требованием, чтобы потенциал без кора, как и исходный, не противоречил экспериментальным данным при малых энергиях. Потенциал без кора, разумеется, уже не сможет объяснить экспериментальных данных при больших энергиях. Тем не менее полученный таким образом предельный потенциал позволяет судить о способности исходного потенциала обеспечить наблюдаемые размеры ядер.

Так, если предельный потенциал не удовлетворяет условиям насыщения и стягивает нуклонные системы, то исходный потенциал также будет стягивать тяжелые нуклонные системы, но до таких размеров, при которых расстояние между соседними нуклонами не превышает радиуса кора. Поэтому, чтобы получить согласие с экспериментом, радиус кора должен быть выбран равным радиусу объема, приходящемуся на один нуклон. Но это приведет к плотноупакованной системе, свойства которой трудно примирить с волновой функцией модели оболочек.

Если же предельный потенциал удовлетворяет условиям насыщения и при этом обеспечивает наблюдаемые размеры ядер, то и исходный потенциал может дать правильное описание энергии и размеров ядер.

Условия насыщения для обменного центрального потенциала имеют следующий простой вид:

$$\int dr [9U_{33}(r) + 3U_{31}(r) + 3U_{13}(r) + U_{11}(r)] \geq 0; \quad (2.1)$$

$$\int dr [3U_{33}(r) + U_{31}(r)] \geq 0, \quad (2.2)$$

где $U_{2s+1, 2t+1}$ — компоненты обменного двухчастичного потенциала, соответствующие различным значениям полного спина s и изо-спина t пары нуклонов. Первое условие возникает из требования, чтобы не стягивалась ядерная материя, содержащая одинаковое число нейтронов и протонов. Второе условие возникает из требования, чтобы не стягивалось ядерное вещество, состоящее из одних лишь нейтронов или протонов. Оба условия необходимы, но они недостаточны. При их выводе использовалась одночастичная пробная функция модели оболочек, которая далеко не для всех потенциалов близка к наилучшей волновой функции.

Если потенциал содержит короткодействующее отталкивание, то условия (2.1) и (2.2) целесообразно заменить на другие, выполняющиеся тогда, как потенциальная энергия кора в газовом приближении способна компенсировать стягивающее действие гладкой части потенциала:

$$\int dr [9U_{33}^0(r) + 3U_{31}^0(r) + 3U_{13}^0(r) + U_{11}^0(r)] + 24\pi \frac{\hbar^2}{m} (a_{31} + a_{13}) \geq 0; \quad (2.3)$$

$$\int dr [3U_{33}^0(r) + U_{31}^0(r)] + 8\pi \frac{\hbar^2}{m} a_{31} \geq 0, \quad (2.4)$$

где a_{31} и a_{13} — длины рассеяния, соответствующие триплетной и синглетной компонентам кора; $U_{2s+1, 2t+1}^0$ — компоненты той части потенциала, которая остается, после вычета кора.

3. ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ И РАЗМЕРЫ МАГИЧЕСКИХ ЯДЕР. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ОБМЕННЫЕ СИЛЫ

Экспериментальные данные для системы двух нуклонов при малых энергиях накладывают ограничения только на четные компоненты (U_{31} и U_{13}) обменных сил. К нечетным компонентам они менее чувствительны. Поэтому, не вступая в противоречие с экспериментом при малых энергиях, нечетные компоненты (U_{33} и U_{11}) обменных сил можно выбрать таким образом, чтобы вместе с известными из опыта компонентами U_{31} и U_{13} они удовлетворяли условиям насыщения (2.1) и (2.2). В соответствии с предсказаниями зарядово-инвариантной мезонной теории удобно положить

$$3U_{33} = -U_{13}; U_{11} = -3U_{31}. \quad (3.1)$$

В частности, соотношениям (3.1) подчиняются широко используемые в расчетах по оболочечной модели силы Розенфельда.

В табл. 1 приведены параметры триплетных и синглетных компонент ряда потенциалов простой формы, с которыми в работе [36] прямым вариационным методом на одночастичных осцилляторных функциях вычислялась энергия связи и осцилляторный радиус магических ядер ${}^4\text{He}$ и ${}^{16}\text{O}$. Нечетные компоненты определялись через четные соотношениями (3.1). Результаты вариационных расчетов приведены в табл. 2 и 2а, а в табл. 3 — экспериментальные данные.

Таблица 1

Параметры потенциалов различной формы

Потенциал	$V_{31},$ Мэв	$b_{31},$ ферми	$V_{13},$ Мэв	$b_{13},$ ферми	Литера- тура
A_1 прямоугольная яма	35,4	2,04	13,7	2,58	[45]
A_2 прямоугольная яма	36,2	2,02	17,8	2,51	[46]
$B, \text{ гс}$	70,65	1,50	39,15	1,63	[28]
$C, \text{ юкава}$	52,06	1,377	69,81	0,972	[45]

Наиболее точно энергию и радиус ${}^4\text{He}$ передает потенциал A_1 в форме прямоугольной ямы. Выделенность этого потенциала среди прочих простых потенциалов впервые была отмечена при расчетах

Таблица 2

Энергия связи E , осцилляторный радиус r_0 и среднеквадратичный радиус $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ легких магических ядер, полученные прямым вариационным расчетом

Потенциал	${}^4\text{He}$			${}^{16}\text{O}$		
	$E, \text{ Мэв}$	$r_0, \text{ ферми}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}, \text{ ферми}$	$E, \text{ Мэв}$	$r_0, \text{ ферми}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}, \text{ ферми}$
A_1	-30,8	1,18	1,257	-51,2	1,80	2,634
A_2	-42,6	1,13	1,203	-78,4	1,72	2,518
B	-39,11	1,02	1,064	-56,1	1,59	2,344
C	-50,6	0,68	0,772	-40,2	1,33	1,960

Таблица 2а

Энергия связи E и осцилляторный радиус r_0 ${}^{16}\text{O}$, полученные вариационным расчетом (нечетные компоненты потенциалов полагались равными нулю)

Потенциал	$E, \text{ Мэв}$	$r_0, \text{ ферми}$
A_1	-264	1,09
A_2	-349	1,03
B	-359	0,92
C	-522	0,60

свойств ${}^3\text{H}$ и ${}^4\text{He}$ методом гармонических полиномов [17, 27]. Потенциал A_2 , как A_1 , имеет форму прямоугольной ямы, но его синглетные параметры согласованы с длиной и эффективным радиусом не $p - p$ -, а синглетного $n - p$ -рассеяния. Результаты, полученные с этим потенциалом для ${}^4\text{He}$, в большей степени отличаются от экспериментальных, чем для потенциала A_1 . Потенциал гауссова типа B , синглетные параметры которого согласованы с $n - p$ -рассеянием, также приводит к несколько большему, чем для потенциала A_1 , значению энергии связи ${}^4\text{He}$ и несколько меньшему осцилляторному радиусу. Еще больше увеличивается энергия связи ${}^4\text{He}$

Экспериментальные значения энергий связи, осцилляторных и среднеквадратичных радиусов ${}^4\text{He}$ и ${}^{16}\text{O}$ [50]

Ядро	$E_B, \text{Мэв}$	$r_{0B}, \text{ферми}$	$\sqrt{\langle r^2 \rangle_B}, \text{ферми}$
${}^4\text{He}$	-28,2	1,31	1,61
${}^{16}\text{O}$	-128	1,76	2,65

и уменьшается осцилляторный радиус после перехода к потенциалу формы Юкавы.

В табл. 4 сведены значения энергии связи ${}^4\text{He}$, полученные с потенциалами A_1 и C в нижайшем приближении метода гармонических полиномов. Если для потенциала в форме прямоугольной ямы прямой вариационный метод и метод гармонических полиномов дают близкие значения энергии связи, то для потенциала Юкавы за счет более правильного воспроизведения поведения волновой функции при малых значениях глобального радиуса, где потенциальная энергия системы имеет сингулярность, проявляется очень небольшое преимущество в точности метода гармонических полиномов.

Таблица 4

Результаты расчета энергии связи ${}^4\text{He}$ методом гармонических полиномов [27]

Потенциал A_1	Потенциал C
-31,5 Мэв	-54,5 ÷ -56,5 Мэв

Нечетные компоненты сил не влияют на результаты расчета прямым вариационным методом энергии связи и радиуса ${}^4\text{He}$, так как вероятность найти в нечетном состоянии нуклонную пару для выбранной пробной функции равна нулю. Учет отталкивания в нечетных состояниях поэтому не понижает энергию связи и не увеличивает размеры ${}^4\text{He}$.

Можно значительно улучшить согласие между вычисленными и измеренными значениями энергии связи и среднего квадратичного радиуса ${}^4\text{He}$, подключая тензорный потенциал. Это согласие должно сопровождаться ослаблением центральных триплетных сил притяжения. Другая возможность связана с введением короткодействующего отталкивания.

Приведенные в табл. 2 значения осцилляторного радиуса ${}^{16}\text{O}$ для всех потенциалов, кроме последнего, находятся в удовлетворительном согласии с опытом, в то время как значение энергии связи

в два с лишним раза меньше экспериментального. Поскольку вариационный расчет всегда дает заниженную по сравнению с точной энергию связи, то можно ожидать, что поправки к вариационному расчету сблизят вычисленное и экспериментальное значения энергии, не изменив величины осцилляторного радиуса. В действительности это так и получается, но, прежде чем начать обсуждение поправок к вариационному расчету, необходимо отметить одну особенность ядра ^{16}O по сравнению с ^4He .

В отличие от волновой функции основного состояния ^4He , удовлетворяющая требованиям принципа Паули волновая функция основного состояния ^{16}O не может быть построена с привлечением только четных относительных моментов нуклонных пар. Поэтому свойства ядра ^{16}O самым существенным образом зависят от величины нечетных компонент обменных сил, и другой, отличающийся от сделанного выше, выбор нечетных компонент может радикально изменить результаты расчета. Так, для сил Сербера, четные компоненты которых совпадают с четными компонентами сил табл. 1, а нечетные равны нулю, вычисленный осцилляторный радиус ^{16}O оказывается гораздо меньше экспериментального, а энергия связи — в несколько раз больше, чем экспериментальная.

Корреляционные поправки к энергии связи и среднеквадратическому радиусу ^4He и ^{16}O помещены в табл. 5.

Таблица 5

Корреляционные поправки к энергии связи и среднеквадратическим радиусам ^4He и ^{16}O

Потенциал	^4He		^{16}O	
	$\Delta E, \text{ Мэв}$	$\Delta V \langle r^2 \rangle, \text{ ферми}$	$\Delta E, \text{ Мэв}$	$\Delta V \langle r^2 \rangle, \text{ ферми}$
A_1	-2,6	0,002	-72,6	-0,018
A_2	-2,1	0,012	-60,0	-0,042
B	-2,8	0,007	-64,8	-0,003
C	-15,9	—	-86,5	-0,001

Для ^4He величина поправок небольшая. Совершенно незначительно уточняется среднеквадратический радиус, а изменение энергии лежит в пределах 10%, и только для сингулярного потенциала C оно достигает 35%. Таким образом, точность вариационного расчета основных свойств ^4He можно считать вполне удовлетворительной: осцилляторная волновая функция модели оболочек, размерный

параметр которой подогнан к силам, правильно передает радиус и энергию связи системы.

Совершенно невелика поправка и к среднеквадратическому радиусу ^{16}O , однако поправка к энергии связи даже несколько превышает величину энергии, найденной вариационным методом. Означает ли это, что волновая функция модели оболочек не может служить надежным нулевым приближением для расчета свойств основного состояния ^{16}O ?

Для ответа на этот вопрос обратимся к некоторым деталям расчета энергии связи. Энергия основного состояния системы — это сумма двух больших величин разного знака: среднего значения кинетической энергии и среднего значения потенциальной энергии. Каждая из названных величин в несколько раз превышает энергию связи. Если проследить, как уточняются теорией возмущений отдельно кинетическая и потенциальная энергии, то можно обнаружить, что поправка к той и другой величине мала, но к кинетической энергии она того же порядка, что и к среднему квадратичному радиусу, а к потенциальной энергии поправки составляют около 20%. Это и предопределяет в конечном счете большую корреляционную поправку к энергии связи и в то же время позволяет надеяться, что поправки более высокого порядка теории возмущений к теории связи невелики.

Из сказанного следуют два вывода. Во-первых, волновая функция модели оболочек точнее передает средние значения одночастичных операторов (средний квадратичный радиус, кинетическая энергия) и менее точно — двухчастичных (потенциальная энергия парных сил), при вычислении которых необходимо учитывать корреляции в движении нуклонов. Во-вторых, волновая функция модели оболочек не может обеспечить хорошую точность при вычислении энергии связи таких систем, как ^{16}O , и совершенно необходимо поэтому учитывать вклад в энергию поправки второго порядка теории возмущений, а если расчет претендует на высокую точность, — то и третьего порядка. Выводы эти не противоречат тому, что сейчас известно. Однако их нельзя считать окончательными и для их подтверждения требуются дополнительные исследования.

Большая величина корреляционной поправки к энергии связи ^{16}O не позволяет восстановить правильное эффективное взаимодействие между нуклонами на основе результатов одних лишь вариационных вычислений. В частности, это относится к обменному потенциалу Волкова [37], параметры которого были найдены из требования, чтобы результаты прямого вариационного расчета на осцилляторных пробных функциях наилучшим образом воспроизводили наблюдаемые значения энергии связи и осцилляторного радиуса ^4He и ^{16}O . Условиям насыщения потенциал Волкова не удовлетворяет, поэтому он дает заниженное значение осцилляторного радиуса ^{16}O . После учета корреляционных поправок (табл. 6) становится ясным, что потенциал Волкова приводит, кроме того, к очень большой энергии связи ^{16}O .

Результаты расчета для потенциала Волкова [37] (1-й вариант)

Ядро	r_0 , ферми	E , Мэв	ΔE , Мэв	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$, ферми	$\Delta \sqrt{\langle r^2 \rangle}$, ферми
${}^4\text{He}$	1,37	-28,0	-2,4	1,457	-0,005
${}^{16}\text{O}$	1,47	-147,5	-28,9	2,168	-0,005

4. ДЕФОРМИРОВАННЫЕ ЯДРА

Если ядро не относится к числу магических или околомagicеских, то при вариационном расчете на осцилляторных пробных функциях его энергии связи возникает трудность, обусловленная вырождением. Обычно вырождение снимают, составляя определенные комбинации волновых функций, принадлежащих заполняющейся оболочке. Однако существует и другая возможность, основанная на предположении, что легкие ядра с незаполненными осцилляторными оболочками деформированы. Это предположение (оно подтверждается последующим расчетом) позволяет строить одночастичную пробную функцию из волновых функций отдельных нуклонов не в сферически симметричном поле, а в поле анизотропного гармонического осциллятора с двумя или тремя разными частотами [37—40]. Если ограничиться четно-четными ядрами, то после перехода к анизотропному потенциалу необходимость в снятии вырождения исчезает.

Описанный подход отличается от подхода, использованного для расчета формы легких четно-четных ядер Келсоном и Левинсоном [42, 43], а также Рипкой [44], решавшим задачу диагонализацией гамильтониана с эффективным взаимодействием на одночастичных волновых функциях сферически симметричного осцилляторного базиса *. Причем вовлекались в рассмотрение только конфигурации с минимальной энергией.

Одночастичные волновые функции, соответствующие нижайшим конфигурациям в анизотропном поле, представляют собой суперпозицию волновых функций с разными значениями полного орбитального момента количества движения системы, что приводит к дополнительной неточности при вычислении энергии связи, так как полный орбитальный момент в основном состоянии четно-четных ядер равен нулю. Отмеченную неточность можно было бы устранить, направив декартовы оси анизотропного гармонического осцил-

* Эффективное парное взаимодействие эти авторы выбрали в виде сил Розенфельда [32] с параметрами, специальным образом подогнанными к спектру ${}^{17}\text{O}$.

лятора вдоль осей эллипсоида инерции ядра и связав тем самым якобиевы векторы системы

$$q_i = \{x_i, y_i, z_i\}, \quad A - 1 \gg i \gg 1$$

тремя условиями

$$\sum_{i=1}^{A-1} x_i y_i = \sum_{i=1}^{A-1} y_i z_i = \sum_{i=1}^{A-1} z_i x_i = 0. \quad (4.1)$$

Учет условий (4.1) существенно усложняет расчет, между тем в рамках вариационного метода вполне допустимо отказаться от них и тем самым несколько упростить пробную функцию. Сопоставление результатов расчета энергии соседних деформированных и магических (сферических) ядер показывает, что неточность в энергии связи деформированных ядер, вызванная дополнительным упрощением пробных функций, невелика. (При расчете магических ядер этой неточности нет, так как их пробные функции и без учета условия (4.1) соответствуют состояниям с нулевым орбитальным моментом.)

Таким образом, одночастичную волновую функцию деформированных ядер можно строить на функциях трехмерного гармонического осциллятора:

$$\Psi_{n_1 n_2 n_3} \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c} \right) = \frac{\exp \left(-\frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2} - \frac{z^2}{2c^2} \right)}{\pi^{3/4} \sqrt{2^{n_1+n_2+n_3} n_1! n_2! n_3!}} H_{n_1} \left(\frac{x}{a} \right) H_{n_2} \left(\frac{y}{b} \right) H_{n_3} \left(\frac{z}{c} \right),$$

параметры которых a, b, c имеют размерность длины и эффективно определяют линейные размеры системы. По этим параметрам должна минимизироваться полная энергия системы.

Приведем два основных выражения, используя которые нетрудно вычислить потенциальную энергию парного взаимодействия на волновых функциях анизотропного осциллятора:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{1}{\pi 2^{n_1+n_2} n_1! n_2!} H_{n_1}^2(x_1) H_{n_2}^2(x_2) \exp(-x_1^2 - x_2^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk L_{n_1}(k^2) L_{n_2}(k^2) \exp(-k^2 + 2ik\xi);$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{1}{\pi 2^{n_1+n_2} n_1! n_2!} H_{n_1}(x_1) H_{n_2}(x_2) H_{n_1}(x_2) H_{n_2}(x_1) \exp(-x_1^2 - x_2^2) = \sum_{k=0}^{\min(n_1, n_2)} \frac{(-1)^k}{\Gamma(k+1) \Gamma(-k + \frac{1}{2})} L_{n_1-k}^{(-\frac{1}{2})}(\xi^2) L_{n_2-k}^{(-\frac{1}{2})}(\xi^2) \exp(-\xi^2),$$

где

$$\xi = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{2}}, \quad \xi' = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{2}}.$$

Результаты расчета формы и энергии связи четно-четных ядер p -оболочки приведены в табл. 7, а ядер $s-d$ -оболочки — в табл. 8. Расчет проводился с обменным гауссовым потенциалом B (см. табл. 1),

Таблица 7

Результаты расчета формы и энергии связи четно-четных ядер p -оболочки

Характеристики	${}^4_2\text{He}_2$	${}^8_4\text{Be}_4$	${}^{12}_6\text{C}_6$	${}^{16}_8\text{O}_8$
\mathcal{E} , Мэв	-9,50	-4,42	-3,47	-3,51
a , ферми	1,02	1,19	1,66	1,59
b , ферми	1,02	1,19	1,66	1,59
c , ферми	1,02	1,75	1,24	1,59
$Q_{20}^{\text{теор}}$, ферми и	—	18,1	-17,8	—
$Q_{20}^{\text{эксп}}$, ферми	—	—	22,6	—
Конфигурации	—	[001]	[100] [010]	—

Результаты расчета формы и энергии связи

Характеристика	${}^{20}\text{Ne}$		${}^{24}\text{Mg}$				${}^{28}\text{Si}$		
	а	б	а	б	в	г	а	б	
\mathcal{E} , Мэв	-2,89	-2,36	-2,23	-1,78	-2,65	-1,92	-1,68	-2,71	
a , ферми	1,58	1,82	1,97	1,81	2,06	1,80	1,96	2,01	
b , ферми	1,58	1,82	1,97	1,81	1,75	1,80	1,96	2,01	
c , ферми	2,00	1,61	1,60	1,97	1,55	1,98	1,96	1,58	
E при $r'_0 = a = b = c$	-2,28	-2,20	-1,82	-1,69	-2,00	-1,85	-1,68	-2,01	
r'_0 , ферми	1,76	1,76	1,87	1,88	1,87	1,87	1,96	1,93	
$Q_{20}^{\text{теор}}$, ферми	52,5	—	—	—	68,3	—	—	-75,0	
$ Q_{20}^{\text{эксп}} $, ферми	63,5	—	—	—	91,0	—	—	68,9	
Конфигурации	[002]	[110]	[200] [020]	[110] [002]	[100] [110]	[101] [011]	[200] [020] [002]	[200] [020] [110]	

обеспечивающим насыщение и, кроме того, удовлетворительно передающим свойства двухнуклонных систем при малых энергиях. В каждом случае среди всех возможных конфигураций выбирались лишь такие, которые в сферически симметричном осцилляторном поле имеют минимальную энергию и которым соответствует максимальная заселенность заполненных одночастичных состояний анизотропного поля. Кулоновское отталкивание протонов не учитывалось, так как даже для ^{40}Ca оно не влияет существенным образом на результаты вычислений.

В таблицах указаны энергия связи на один нуклон, равновесное значение параметров a , b , c и внутренний квадрупольный момент. Экспериментальное значение внутреннего квадрупольного момента вычислялось по вероятности электромагнитного перехода из первого возбужденного состояния, имеющего положительную четность и спин $I = 2$, в основное состояние (при этом предполагалось, что возбужденное состояние вращательного происхождения). Указаны также конфигурации — квантовые числа заполненных уровней анизотропного гармонического осциллятора.

Для всех ядер, кроме ^4He , энергия связи оказалась в два с лишним раза меньше наблюдаемой на опыте, размеры же удовлетворительно согласуются с экспериментальными. Выше уже обсуждались возможные причины такого большого отклонения вычисленных значений энергии от экспериментальных.

^8Be и ^{12}C , как и магические ядра, имеют только по одной конфигурации, удовлетворяющей сформулированным выше требованиям. Энергия ^8Be минимальна при вытянутой аксиально симметричной

Таблица 8

четно-четных ядер $s-d$ -оболочки

				^{32}S				^{36}Ar		^{40}Ca
в	г	д	е	а	б	в	г	а	б	
-1,97	-2,04	-2,62	-1,92	-2,00	-2,53	-2,03	-2,38	-2,39	-2,70	-2,88
2,01	2,06	1,70	1,92	1,98	1,93	1,99	1,82	1,90	2,00	1,93
1,92	1,93	1,70	1,92	1,98	2,03	1,99	1,82	1,90	2,00	1,93
1,74	1,74	2,13	1,92	1,86	1,66	1,85	2,08	2,02	1,74	1,93
-1,78	-1,85	-2,09	-1,92	-1,95	-2,18	-1,97	-2,20	-2,36	-2,53	-2,88
1,95	1,95	1,92	1,92	1,94	1,93	1,93	1,92	1,95	1,95	1,93
—	—	—	—	—	-66,5	—	—	—	-60,5	0
—	—	—	—	—	56	—	—	—	—	—
$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 101 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 110 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 002 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 110 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 002 \\ 110 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 011 \\ 110 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 002 \\ 110 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 002 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 200 \\ 020 \\ 110 \\ 101 \\ 011 \end{bmatrix}$	—

форме осцилляторного поля, а у ^{12}C минимум достигается при сплюснутой форме.

У ^{20}Ne две конфигурации. В одном случае полная энергия минимальна при вытянутой форме осцилляторного поля, а в другом — при сплюснутой. Первый минимум более глубокий, и ему следует сопоставить основное состояние. Второй минимум, имеющий меньшую по абсолютной величине энергию, соответствует возбужденному состоянию. В этом состоянии, как и в основном, полный момент количества движения должен быть равен нулю, а четность — положительна.

Из четырех конфигураций ^{24}Mg три — аксиально симметричны, а одна, с наиболее глубоким минимумом, неаксиальной формы. Следовательно, в основном состоянии этого ядра $a \neq b \neq c$, и все три частоты анизотропного гармонического осциллятора различны.

^{28}Si имеет шесть конфигураций. Форма основного состояния аксиально симметричная, сплюснутая. Два возбужденных состояния сферически симметричной формы, одно — вытянутое и еще два — неаксиальные.

У ^{32}S , как и у ^{24}Mg , четыре конфигурации. В основном состоянии ядро неаксиально. Обе конфигурации ^{36}Ar аксиально симметричны, а основному состоянию соответствует сплюснутая форма.

Для всех рассмотренных ядер вычисленные значения внутреннего квадрупольного момента удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями. Однако пока неясно, следует ли придавать слишком большое значение этому факту. Требуется более основательная проверка теоретических предсказаний, для проведения которой известных в настоящее время экспериментальных данных совершенно недостаточно. Открытым остается и вопрос о чувствительности результатов к форме и деталям парного потенциала, так как вычислительные трудности, легко преодолимые для потенциала гауссова типа, существенно возрастают, если выбрать потенциал другой формы.

Если число нейтронов в четно-четном ядре не совпадает с числом протонов, то можно вместо трех вариационных параметров ввести шесть, отделив нейтронные осцилляторные размеры a_n, b_n, c_n от протонных осцилляторных размеров a_p, b_p, c_p [47]. Самое простое ядро этого типа — $^6_2\text{He}_4$ (табл. 9). Согласно расчету, оно вытянуто. Несмотря на то что протоны заполняют у него только s -оболочку, в результате поляризации сферически симметричного протонного распределения нейтронами ^6He должен иметь небольшой внутренний квадрупольный момент положительного знака.

Сплюснутую форму и небольшой внутренний квадрупольный момент отрицательного знака имеет ядро $^8_2\text{He}_6$.

После добавления еще двух нейтронов замыкается нейтронная p -оболочка, и поэтому ядро $^{10}_2\text{He}_8$ должно быть дважды магическим. Прямой вариационный расчет не обнаружил минимума энергии для этого ядра ни при каких конечных значениях осцилляторных размеров и, следовательно, дал отрицательный ответ на вопрос

Характеристика атомных ядер

Характеристика	Атомные ядра									
	${}^3_2\text{He}_2$	${}^4_2\text{He}_2$	${}^6_2\text{He}_4$	${}^{10}_4\text{Be}_6$	${}^{12}_4\text{Be}_8$	${}^{14}_4\text{Be}_{10}$	${}^{16}_6\text{C}_6$	${}^{14}_6\text{C}_8$	${}^{18}_{10}\text{C}_{10}$	
E/A , ферми	-9,50	-2,04	1,44	-4,42	-1,98	-0,80	-0,04	-3,47	-2,32	-1,33
a_p , ферми	1,20	1,25	1,92	1,19	1,58	1,68	1,85	1,66	1,72	1,80
b_p , ферми	1,20	1,25	1,92	1,19	1,28	1,68	1,85	1,66	1,72	1,62
c_p , ферми	1,20	1,73	1,48	1,75	1,82	1,88	2,43	1,24	1,53	2,07
a_n , ферми	1,20	1,33	2,08	1,19	1,62	1,76	1,85	1,66	1,75	1,80
b_n , ферми	1,20	1,33	2,08	1,19	1,36	1,76	1,85	1,66	1,75	1,62
c_n , ферми	1,20	1,75	1,66	1,75	1,88	2,04	2,43	1,24	1,58	2,07
$V(\langle r_p \rangle^2)$, ферми	1,08	1,61	2,07	1,98	2,24	2,45	2,98	2,22	2,42	2,70
$V(\langle r_n \rangle^2)$, ферми	1,08	2,22	2,80	1,98	2,38	2,71	3,37	2,22	2,48	2,91
Q_{20}^p , ферми ²	0	2,40	-2,64	16,5	17,7	16,6	32,8	-17,8	-15,2	18,1
Q_{20}^n , ферми ²	0	13,8	-25,6	16,5	15,7	12,0	91,4	-17,8	-6,40	52,6
Q_{22}^p , ферми ²	0	0	0	0	2,40	0	0	0	0	10,6
Q_{22}^n , ферми ²	0	0	0	0	9,05	0	0	0	0	5,03

Характеристика атомных ядер

Характеристика	Атомные ядра										
	$^{18}_8\text{C}_{12}$	$^{20}_8\text{C}_{14}$	$^{22}_8\text{C}_{16}$	$^{24}_8\text{C}_{18}$	$^{16}_8\text{O}_8$	$^{18}_8\text{O}_{10}$	$^{20}_8\text{O}_{12}$	$^{22}_8\text{O}_{14}$	$^{24}_8\text{O}_{16}$	$^{26}_8\text{O}_{18}$	$^{28}_8\text{O}_{20}$
E/A , Мэв	-0,76	-0,32	0,33	0,69	-3,51	-2,46	-1,75	-1,23	-0,77	-0,47	-0,28
a_p , ферми	1,96	2,23	2,45	2,69	1,59	1,65	1,80	2,08	2,07	2,20	2,16
b_p , ферми	1,65	2,23	2,03	2,69	1,59	1,65	1,68	2,08	1,86	2,20	2,16
c_p , ферми	2,20	1,73	2,55	2,32	1,59	1,83	2,02	1,77	2,17	2,02	2,16
a_n , ферми	1,96	2,23	2,45	2,69	1,59	1,65	1,80	2,08	2,07	2,20	2,28
b_n , ферми	1,65	2,23	2,03	2,69	1,59	1,65	1,68	2,08	1,86	2,20	2,28
c_n , ферми	2,20	1,73	2,55	2,32	1,59	1,83	2,02	1,77	2,17	2,02	2,28
$\sqrt{\langle(\Gamma_p)^2\rangle}$, ферми	2,88	3,08	3,48	3,78	2,31	2,52	2,71	2,93	3,01	3,16	3,19
$\sqrt{\langle(\Gamma_n)^2\rangle}$, ферми	3,09	3,52	4,00	4,39	2,31	2,65	3,01	3,32	3,45	3,16	3,91
Q_{β^0} , ферми ²	20,5	-31,2	22,1	-39,2	0	7,20	12,2	-14,1	9,83	-8,80	0
Q_{β^0} , ферми ²	83,4	-93,2	87,2	-111,0	0	37,2	58,5	-73,0	58,5	-61,2	0
Q_{β^+} , ферми ²	13,4	0	21,3	0	0	0	3,04	0	5,98	0	0
Q_{β^+} , ферми ²	16,6	0	55,0	0	0	0	12,1	0	32,8	0	0

Характеристика атомных ядер

Характеристика	Атомные ядра			
	${}^4_2\text{He}_2$	${}^{16}_8\text{O}_8$	${}^{28}_8\text{O}_{20}$	${}^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$
E/A , Мэв	-9,50	-3,51	-0,28	-2,88
$(E + E_c)/A$, Мэв	-9,22	-2,54	0,12	-1,02
r_{0p} , ферми	1,02	1,59	2,16	1,93
r_{0n} , ферми	1,02	1,59	2,28	1,93
r_{0p} , с кул, ферми	1,02	1,63	2,26	2,05
r_{0n} , с кул, ферми	1,02	1,63	2,31	2,01
$\sqrt{\langle(r_p)^2\rangle}$, ферми	1,08	2,31	3,19	3,30
$\sqrt{\langle(r_n)^2\rangle}$, ферми	1,08	2,31	3,91	3,30
$\sqrt{\langle(r_p)^2\rangle}$ с кул, ферми	1,08	2,37	3,36	3,50
$\sqrt{\langle(r_n)^2\rangle}$ с кул, ферми	1,08	2,37	3,97	3,44

о существовании ${}^{10}\text{He}$ *. Разумеется, пока нельзя исключить возможности, что более точные методы вычисления приведут к другому результату.

В том приближении, в каком был сделан расчет, энергия основного состояния ${}^8\text{He}$ положительна. Однако для этого ядра, особенно принимая во внимание его большую рыхлость, следует ожидать большой корреляционной поправки, которая должна существенно понизить значение энергии, полученное вариационным методом.

* Впервые оценку положения границы устойчивости сделал П. Э. Невмировский [48], экстраполируя эмпирическую зависимость параметров потенциала модели оболочек от числа нейтронов и протонов в область ядер с избытком нейтронов. Энергия связи ядра ${}^{10}\text{He}$ с различными вариантами парных сил, не обеспечивающих насыщения, методом гармонических полиномов была рассчитана А. И. Базем и М. В. Жуковым [49].

Самый тяжелый среди изотопов бериллия — ${}^{14}\text{Be}_{10}$, а самый тяжелый изотоп углерода — ${}^{20}\text{C}_{14}$ (табл. 10). Граница стабильности изотопов кислорода лежит далеко за дважды магическим ядром: ${}^{28}\text{O}_{20}$.

При сравнении нейтронных и протонных радиусов ядер, имеющих избыток нейтронов, обнаруживается, что нейтронный радиус больше протонного. Это относится не только к среднеквадратичному радиусу, но и к стационарным значениям соответствующих осцилляторных размерных параметров. Таким образом, протоны нейтроноизбыточных ядер не распределяются по всей области, занятой нейтронами, а концентрируются вблизи от центра инерции системы в области меньшего радиуса. Особенно заметно различие в значениях среднеквадратичных радиусов нейтронов и протонов у самых тяжелых изотопов гелия, бериллия, углерода и кислорода.

В табл. 11 сопоставляются результаты, полученные для магических ядер с учетом и без учета кулоновского взаимодействия протонов. Из приведенных примеров следует, что введение кулоновского отталкивания несколько увеличивает протонный радиус, но одновременно растет и нейтронный радиус, поэтому во всех случаях, за исключением ${}^{40}\text{Ca}$, соотношение между протонным и нейтронным радиусами сохраняется таким же, каким оно было до включения кулоновского взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эллиот Д., Лейн А. В кн. «Строение атомного ядра». Перев. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
2. Nilsson S. G. Kgl. Danske Vid. Selskab. Mat.-fys. medd., **29**, 16 (1955).
3. Гейликман Б. Т. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **35**, 989 (1958).
4. Волков Д. В., Инопин Е. В. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **38**, 1765 (1960).
5. Заикин Д. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **35**, 529 (1958); «Ж. эксперим. и теор. физ.», **36**, 1570 (1969).
6. Newton T. D. Canad. J. Phys., **38**, 700 (1960).
7. Гончар Ю. В. и др. Легкие ядра и обобщенная модель. Препринт ХФТИ, 1959.
8. Belyaev S. T. Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fys. medd., **31**, 11 (1959).
9. Soloviev V. G. Lectures Presented at an International Summer School. Low Tatra Mountains, 1962.
10. Das Gupta S., Preston M. A. Nucl. Phys., **49**, 401 (1963).
11. Гунье М. Р. et al. Phys. Lett., **13**, 246 (1964).
12. Арсеньев Д. А. и др. Препринт ОИЯИ Р4-4660. Дубна, 1969.
13. Kretzschmar M. Z. Phys. **158**, 284 (1960).
14. Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», **27**, 1442 (1963).
15. Гогсадзе Г. Ш., Копалейшвили Т. И. «Ядерная физика», **8**, 875 (1968).
16. Бадалян А. М., Симонов Ю. А. «Ядерная физика», **3**, 1032 (1966).
17. Симонов Ю. А. Там же, стр. 630.
18. Базь А. И., Жуков М. В. «Ядерная физика», **11**, 779 (1970).
19. Volsterli M., Feenberg E. Phys. Rev. **101**, 1349 (1956).
20. Goldhammer D. Phys. Rev., **116**, 676 (1959).

21. Филиппов Г. В., Максименко В. Н. Препринт ИТФ-69-51, 1969.
22. Филиппов Г. Ф. Препринт ИТФ-69-63, 1969.
23. Elliot Y., Skugme T. H. R. Proc. Roy. Soc. **A232**, 561 (1955).
24. Ландау Л. Д., Смородинский Я. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **14**, 269 (1944).
25. Фаддеев Л. Д. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **39**, 1450 (1960).
26. Блатт Д. М., Вайскопф В. Ф. Теоретическая ядерная физика. Перев. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1954.
27. Бадалян А. М. и др. «Ядерная физика», **6**, 673 (1967).
28. Максименко В. Н., Антонченко В. Я. Препринт ИТФ-68-68, 1968.
29. Hamada T., Johnston I. D. Nucl. Phys., **34**, 382 (1962).
30. Gammel J. H. et al. Phys. Rev., **105**, 311 (1957).
31. Lassila K. E. et al. Phys. Rev., **126**, 881 (1962).
32. Rosenfeld L. Nuclear Forces. North-Holland Publishing Company, 1948.
33. Максименко В. Н., Стешенко А. И., Препринт ИТФ, 1970.
34. Бадалян А. М., Симонов Ю. А. Доклад на совещании по малонуклонным системам. Дубна, 1970.
35. Харченко Д. В., Шадчин С. А. Препринт ИТФ, 1970.
36. Максименко В. Н. Препринт ИТФ-69-74, 1969.
37. Volkov A. B. Nucl. Phys., **74**, 33 (1965).
38. Hayward Y. Nucl. Phys., **81**, 193 (1966); Воескерг Е. Nucl. Phys., **A91**, 27 (1967).
39. Ruehl F. R. Nucl. Phys., **A136**, 241 (1969).
40. Филиппов Г. Ф., Стешенко А. И. Препринт ИТФ-69-50, 1969.
41. Филиппов Г. Ф., Стешенко А. И. «Успехи физ. наук», **15**, 624 (1970).
42. Flam m E. et al. Phys. Rev., **129**, 297 (1963).
43. Kelson I. Phys. Rev., **132**, 2189 (1963).
44. Rikra G. Advances Nucl. Phys. Plenum Press, 1968.
45. Хюльтен Л., Сугавара М. В кн. «Строение атомного ядра». Перев. с англ. М., Изд-во иностр. лит, 1959.
46. Престон М. Физика ядра. Перев. с англ. М., «Мир», 1964.
47. Филиппов Г. Ф., Стешенко А. И. Препринт ИТФ, 1970.
48. Немировский П. Э. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **36**, 889 (1959).
49. Базь А. И. и др. «Ядерная физика», **9**, 1184 (1969).
50. Hofstadter R. Ann. Rev. Nucl. Sci., **7**, 231 (1957).
51. Gomes L. C. et al. Ann. Phys. **3**, 241 (1958).
52. Ваградов Г. М., Киржниц Д. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **78**, 1499 (1960).