

УДК 539.144.3

ПЛОТНОСТЬ УРОВНЕЙ АТОМНЫХ ЯДЕР

В. С. Ставинский

Физико-энергетический институт,
Обнинск

В обзоре излагается современное состояние статистической теории плотности ядерных уровней, основанной на различных моделях одночастичного спектра элементарных возбуждений: модели ферми-газа с феноменологическим учетом спаривания, модели эквидистантного спектра, модели гармонического осциллятора с остаточными взаимодействиями различной симметрии, моделях Нильссона и Вудса—Саксона со спариванием и без спаривания. Результаты расчетов плотности возбужденных состояний сравниваются с экспериментальными данными. Подробно обсуждаются вопросы, связанные с границами применимости термодинамического описания средних свойств ядер и флуктуации температуры атомных ядер.

The present state of statistical nuclear level density theory is outlined the consideration being based on the set of the models for the elementary excitations spectra such as Fermi-gas model with phenomenological account of coupling the harmonic oscillator model with the residual interaction of different symmetries, Nilsson and Woods—Saxon models with and without the coupling. The results of the excited states density calculations are compared with the experimental data. The connected with the applicability region of the mean nuclear properties thermodynamic discription and the nuclear temperature fluctuations are discussed in details.

ВВЕДЕНИЕ

Необходимость использования методов статистики и термодинамики для изучения свойств атомных ядер следует из того, что они, за исключением самых легких, представляют собой системы с большим числом степеней свободы. Область применимости статистических методов в ядерной физике охватывает такие наблюдаемые характеристики, как плотности связанных уровней и резонансных состояний ядра, средние ширины, средние сечения различных процессов и их флуктуации, энергетические спектры и угловые распределения продуктов ядерных реакций, включая

деление, и т. д. Особенно важной характеристикой сильно возбужденных ядер, имеющей определяющее значение во всех приложениях статистического метода, является плотность возбужденных состояний ядер.

Последняя обзорная работа по плотности уровней ядер была опубликована в 1960 г. Эриксоном [1]. За это время в теории плотности уровней были получены новые результаты, значительно расширилась область приложения статистического метода. В настоящем обзоре сделана попытка систематически отразить наиболее важные теоретические достижения в этой области исследования. Экспериментальные данные приводятся лишь по мере надобности, в чисто иллюстративных целях, хотя в совокупности сами по себе они представляют большой интерес для обсуждаемой проблемы в связи с прогрессом в технике эксперимента, достигнутым за последние десять лет.

Основная задача теоретических исследований статистических свойств атомных ядер за последние годы заключалась в построении такой теории плотности уровней, которая была бы в состоянии давать не только качественные, но и количественные предсказания зависимости этой величины от числа протонов Z и нейтронов N ядра, энергии возбуждения, момента количества движения и деформации. В некоторых случаях необходимо также знание зависимости плотности уровней от четности состояний, их изотопического спина и других интегралов движения.

Очевидно, что эту программу можно выполнить, если исходить из модели ядерной структуры, наиболее полно охватывающей ее характерные черты. Такая модель — модель оболочек с остаточным взаимодействием типа спаривания. Только в этом случае можно устранить основной недостаток прежних, еще часто используемых статистических теорий, исходивших из непрерывного приближения с феноменологическим учетом спаривания. Количественная теория плотности уровней ядер может дать при сравнении с соответствующими экспериментальными данными важную информацию о структуре атомных ядер.

Прежде всего, статистический метод позволяет установить и объяснить природу наблюдаемых на опыте связей между различными макроскопическими характеристиками ядер (ядерная термодинамика). Полученная таким методом параметризация данных позволяет представить обширный экспериментальный материал в виде, удобном для его анализа с помощью различных микроскопических подходов. Как правило, микроскопические модели ядерной структуры вводятся на основании анализа свойств основного и слабозвозбужденных состояний ядер. Изучение статистических свойств модели позволяет на более обширном материале проверить главные особенности модели и установить границы ее применимости с ростом энергии возбуждения.

Таким образом, статистический метод позволяет связать разные энергетические области спектроскопии атомных ядер.

Последовательное развитие статистического метода исследования ядер и сравнение результатов теории с опытом позволяет надежно установить степень отклонения от статистического равновесия в процессе протекания ядерных реакций и выделить долю так называемых прямых процессов, являющихся предметом интенсивного теоретического и экспериментального изучения.

Наконец, знание плотности уровней позволяет делать количественные предсказания не только при чисто ядерных исследованиях, но и в других областях, и в особенности в теории ядерных реакторов, в теории происхождения элементов, при анализе процессов фрагментации под действием частиц высоких энергий.

В обзор вошли основные теоретические и экспериментальные работы по плотности уровней атомных ядер, опубликованные в течение последних десяти лет. Общий математический аппарат достаточно полно изложен в обзоре [1], поэтому здесь в п. 1 ограничимся приведением только самых необходимых для дальнейшего изложения соотношений. В п. 2 обсуждается современное состояние статистических свойств модели ферми-газа с феноменологическим учетом остаточных взаимодействий. Проводится качественное сравнение этой простой модели с большими группами экспериментальных данных (нейтронные резонансы, радиационный захват нейтронов, спектры испарения). В п. 3 рассмотрены статистические и термодинамические свойства более реальных одночастичных моделей ядерной структуры. Плотность уровней ядер более легких, чем Са, обсуждается в пункте а. этого параграфа на основе осцилляторной модели с остаточными взаимодействиями разной симметрии. Модель эквидистантного одночастичного спектра и ее различные модификации рассматриваются в пункте б. Они демонстрируют на конкретных примерах важность учета дискретной структуры одночастичного спектра при изучении средних свойств более тяжелых ядер. Расчеты плотности уровней и других термодинамических характеристик схем Нильссона и Вудса — Саксона со спариванием и без спаривания приводятся в пунктах в. и г. Дается подробное сравнение с существующими данными по плотности уровней ядер. Наконец, в пункте д. этого параграфа кратко обсуждаются теоретические работы, посвященные статистической модели промежуточных структур (модель Гриффина).

Важному вопросу о границах применимости статистического и термодинамического описания свойств ядер посвящен последний п. 4 обзора. Здесь обсуждаются вопрос о возможности установления статистического равновесия в возбужденных ядрах, эквивалентность канонического и микроканонического ансамблей для ядерных систем, термодинамические флуктуации температуры атомных ядер.

1. НЕКОТОРЫЕ ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Общее выражение для плотности состояний системы, находящейся в термостате, можно получить с помощью известного метода Дарвина — Фаулера [2].

Пусть макроскопическое состояние системы задано набором $m + 1$ интегралом движения $E'_1 C'_1 C'_2, \dots, C'_m$ ($q \equiv \{E'_i C'_i\}$). Большая статистическая сумма записывается в виде

$$Q(\beta, \mu_1 \dots \mu_m) = \sum_{E' C'_i} \exp [\beta (-E' + \sum_{i=1}^m \mu_i C'_i)]. \quad (1)$$

Если плотность возбужденных состояний достаточно велика, так что можно говорить о плавной функции $P(q')$, дающей число состояний на единичный интервал q' , то (1) можно представить в интегральной форме

$$\exp [-\beta \phi(\beta, \{\mu_i\})] = \int \dots \int dq' P(q') \exp \left[\beta \left(-E' + \sum_{i=1}^m \mu_i C'_i \right) \right], \quad (2)$$

где

$$\phi = -\beta^{-1} \ln Q.$$

Рассматривая (2) как $m + 1$ -кратное преобразование Лапласа для искомой функции $P(q')$, получаем по формулам обращения ее выражение через интеграл Дарвина — Фаулера

$$P(q') = (1/(2\pi i)^{m+1}) \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \dots \int d\beta d\alpha_1 \dots d\alpha_m \times \\ \times \exp \left[\beta (E' - \phi) - \sum_{i=1}^m \alpha_i C'_i \right], \quad (3)$$

где $\alpha_i = \beta \mu_i$.

Показатель экспоненты в (3) есть по определению энтропия системы:

$$S(\beta, \{\alpha_i\}) = \beta [E' - \phi(\beta, \{\alpha_i\})] - \sum_{i=1}^m \alpha_i C'_i. \quad (4)$$

Параметры $\beta_0, \alpha_{10}, \alpha_{20}, \dots, \alpha_{m0}$, соответствующие состоянию термодинамического равновесия, находятся из условия экстремума энтропии $\partial S(\beta, \{\alpha_i\})/\partial \beta = 0$; $\partial S(\beta, \{\alpha_i\})/\partial \alpha_i = 0$ и определяя положение точки пространства $m + 1$ измерений, в которой подынтегральное выражение в (3) имеет острый максимум. Полагая

$\beta_0 \equiv \alpha_{00}$ и ограничиваясь квадратичными членами разложения энтропии в ряд Тейлора вблизи $\{\alpha_{i0}\}$, имеем

$$S(\beta, \{\alpha_i\}) = S(\beta_0, \{\alpha_{i0}\}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=0}^m b_{ij} (\alpha_i - \alpha_{i0})(\alpha_j - \alpha_{j0}),$$

где $b_{ij} = \frac{\partial^2 S(\beta, \{\alpha_i\})}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} |_{\{\alpha_{i0}\}}$.

Введя новую переменную $\eta_{ij} = \alpha_{ij} - \alpha_{i0} \alpha_{j0}$, запишем (3) в виде

$$P(q) = [\exp(\beta_0, \{\alpha_{i0}\}) / (2\pi)^{m+1}] \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int d\eta_0 \dots d\eta_m \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i,j=0}^m b_{ij} \eta_i \eta_j \right\}.$$

Приведем квадратичную форму в показателе экспоненты к каноническому виду, найдем $m+1$ -кратный интеграл Пуассона, который берется заменой

$$z_i^2 = \frac{1}{2} \lambda_i \eta_i^2,$$

так что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int d\eta_0 \dots d\eta_m \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^m \lambda_i \eta_i^2 \right) = \\ = |\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m|^{-1/2} (2\pi)^{(m+1)/2}.$$

Величина

$$\Delta = (\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m)$$

есть детерминант квадратичной формы и является инвариантом относительно линейных ортогональных преобразований. Он может быть вычислен непосредственно с помощью коэффициентов b_{ij} . В результате

$$P(q) = \exp S(q) / (2\pi)^{(m+1)/2} |\Delta|^{1/2}. \quad (5)$$

Таким образом, задача о вычислении плотности уровней сводится в конечном счете к вычислению суммы по состояниям Q . Если эта величина известна, то нетрудно найти и другие термодинамические характеристики системы: температуру, теплоемкость и др. Сумму по состояниям можно вычислить точно, если спектр системы в целом найден как решение задачи на собственные значения. Эту весьма сложную в общем случае задачу практически можно решить лишь для систем, которые состоят из элементов с достаточно малым между ними взаимодействием. Между

нуклонами в ядре действуют интенсивные ядерные силы, что делает его похожим на каплю квантовой жидкости. В противоположность газам и твердым телам жидкости не допускают в общем виде вычисление термодинамических функций. Общее теоретическое исследование тем не менее возможно для жидкостей, находящихся при низких температурах, т. е. для квантовых жидкостей. Исходным пунктом такого подхода является утверждение о том, что всякое слабо возбужденное состояние макроскопического тела можно рассматривать как совокупность отдельных элементарных возбуждений [3], которые ведут себя как некоторые квазичастицы, движущиеся в занимаемом телом объеме и обладающие определенной энергией и импульсом. До тех пор пока число элементарных возбуждений мало, они не взаимодействуют друг с другом, так что их можно рассматривать как некоторый идеальный газ квазичастиц. Практически в реальных жидкостях квазичастицы не вполне независимы. Взаимодействие между ними (остаточное взаимодействие) может сильно влиять на структуру жидкости, приводя, в частности, к эффектам сверхтекучести. По этой причине атомные ядра наряду со спектром возбуждений фермиевского типа обладают и бозевской ветвью элементарных возбуждений.

Классификация уровней фермиевского типа строится таким образом, что роль частиц переходит к элементарным возбуждениям, число которых совпадает с числом частиц и которые подчиняются статистике Ферми. Поскольку температура вырождения для ядерного вещества ~ 10 Мэв, а наблюдаемые ядерные температуры ~ 1 Мэв, то функция распределения квазичастиц фермиевского типа должна практически совпадать с обычной функцией распределения Ферми.

Коллективные движения (бозевская ветвь элементарных возбуждений) связаны с изменением формы ядерной поверхности и изменением ориентации ядра в пространстве. Объемными колебаниями в силу малой сжимаемости ядерного вещества можно пренебречь.

Строго говоря, коллективные и одночастичные возбуждения ядер взаимосвязаны, и они сравнительно хорошо разделяются лишь в четно-четных ядрах. В нечетных ядрах эти возбуждения мало огличаются по энергии, и адиабатические условия выполняются плохо, еще хуже выполняются они в нечетно-нечетных ядрах.

При моделировании спектра элементарных возбуждений ядер необходимо учитывать обе упомянутые выше ветви. В последние годы они подвергались интенсивному теоретическому и экспериментальному изучению. Большое значение в спектроскопии ядер приобрела схема Нильссона, на смену которой приходит более реалистичная схема Вудса — Саксона [4, 5]. Большое развитие в работах А. С. Давыдова и сотр. получила коллективная модель Бора — Моттельсона [6].

Обычно при расчетах статистических сумм атомных ядер пренебрегают вкладом коллективных степеней свободы. С одной стороны, это вызвано отсутствием надежной параметризации свойств таких степеней свободы, которые подобны схеме Нильссона для одночастичных степеней свободы. С другой стороны, среднее расстояние между одночастичными уровнями значительно меньше колебательного кванта. Подробное изучение статистических свойств различных оболочечных моделей, во всяком случае, может дать при сравнении с экспериментом более определенный ответ о степени важности коллективных степеней свободы в статистике и термодинамике ядер.

Ниже рассмотрим основные результаты, полученные разными авторами при различных подходах к моделированию спектра элементарных возбуждений фермиевского типа.

2. МОДЕЛЬ ФЕРМИ-ГАЗА С ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИМ УЧЕТОМ ОСТАТОЧНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Подавляющее большинство информации о статистических свойствах ядер вплоть до последнего времени обрабатывается с помощью этой простой модели ядерной структуры. Ферми-газ — это система независимых фермионов, движущихся в области, размеры которой значительно превышают длину волны отдельной частицы, следовательно, можно пренебречь краевыми эффектами. Тогда можно сделать предположение о возможности введения плавных функций и проекции момента для плотности протонных и нейтронных состояний и перейти в статистических суммах от суммирования к интегрированию (приближение Бете — Зоммерфельда) [7]. В низкотемпературном приближении ($t \gg \varepsilon_F$), которое хорошо выполняется для реальных ядер, их статистические свойства определяются фактически одним параметром α — плотностью одночастичных состояний вблизи энергии Ферми. Современное состояние этой модели и сравнение ее с экспериментальными данными подробно рассмотрено А. В. Малышевым [8], в основном этими результатами и будем пользоваться в данном параграфе.

Система характеризуется четырьмя интегралами движения: полной энергией E , числом протонов Z , числом нейтронов N и проекцией M полного момента количества движения на произвольную ось: $Z = \sum_k z_k$, $N = \sum_k n_k$; $E = \sum_k (z_k \varepsilon_k + n_k \varepsilon_{n_k})$; $M = \sum_k (z_k m_{z_k} + n_k m_{n_k})$, где строчными буквами обозначены соответствующие характеристики отдельных частиц; z_k и n_k — числа

заполнения уровней. Тогда для протонной компоненты

$$-\beta\phi_z = \int_{-\infty}^{\infty} dm_z \int_0^{\infty} d\epsilon g(\epsilon, m_z) \ln \{1 + \exp[-\beta(\epsilon - \mu_1 - \mu_3 m_z)]\};$$

$$\alpha_i = \beta\mu_i.$$

Для смеси N нейтронов и Z протонов

$$-\beta\phi = -\beta(\phi_z + \phi_N) = \pi^2 g/6\beta + \alpha_1 Z + \alpha_2 N - \beta E_0 + [\alpha_3^2 g/2\beta] \langle m^2 \rangle.$$

Здесь E_0 — энергия основного состояния; $\beta = 1/t$;

$$g = g_z(\epsilon_{0z}) + g_N(\epsilon_{0N}); \langle m_z^2 \rangle = g_z^{-1}(\epsilon_{0z}) \int_{-\infty}^{\infty} m_z^2 g_z(\epsilon_{0z}, m_z) dm_z;$$

$$\langle m^2 \rangle = g^{-1} [g_z(\epsilon_{0z}) \langle m_z^2 \rangle + g_N(\epsilon_{0N}) \langle m_N^2 \rangle].$$

Энергия возбуждения системы

$$U = E - E_0 = \pi^2 g/6\beta^2 + M^2/2 \langle m^2 \rangle g. \quad (6)$$

Энтропия системы

$$S = \pi^2 g/3\beta = 2 (\pi^2 g/6)^{1/2} (U - M^2/2g \langle m^2 \rangle). \quad (7)$$

Полагая $M^2/2g \langle m^2 \rangle \ll U$, что в большинстве случаев справедливо для не слишком низких энергий возбуждения, получим

$$S \approx 2 (\alpha U)^{1/2} - M^2/2g \langle m^2 \rangle (U/\alpha)^{1/2}, \quad (8)$$

где

$$\alpha = \pi^2 g/6. \quad (9)$$

В этом же приближении

$$U \approx \alpha t^2. \quad (10)$$

Чтобы вычислить плотности уровней, необходимо еще найти предэкспоненту в выражении (5). Прямое вычисление Δ дает

$$\Delta = \pi^2 g_z(\epsilon_{0z}) g_N(\epsilon_{0N}) g^2 \langle m^2 \rangle / 3\beta^6.$$

Полагая в предэкспоненте $4g_z(\epsilon_{0z}) g_N(\epsilon_{0N}) \approx g^2$ и $\beta \approx (\alpha/U)^{1/2}$, получаем следующее выражение для плотности уровней с данной проекцией M :

$$\rho(U, Z, N, M) = [\sqrt{2}/(24\alpha^{1/2} U^{5/4} \sigma)] \exp[2(\alpha U)^{1/2} - M^2/2\sigma^2], \quad (11)$$

где

$$\sigma^2 = (6/\pi^2) (\alpha U)^{1/2} \langle m^2 \rangle. \quad (12)$$

параметр спиновой зависимости плотности уровней.

Плотность уровней с данными значениями J, M

$$\rho(U, N, Z, J) = \rho(U, N, Z, M = J) - \rho(U, N, Z, M = J + 1).$$

Если $(J + 1/2)/2\sigma^2 \ll 1$, то из (11) найдем

$$\rho(U, N, Z, J) = [(2J + 1)/24 \sqrt{2} \alpha^{1/4} U^{5/4} \sigma^3] \exp [2(\alpha U)^{1/2} - (J + 1/2)^2/2\sigma^2]. \quad (13)$$

Плотность состояний с данным значением J

$$P(U, N, Z, J) = (2J + 1)\rho(U, N, Z, J),$$

а полная плотность состояний

$$P(U, N, Z) = \sum_J (2J + 1)\rho(U, N, Z, J). \quad (14)$$

Заменяя суммирование в (14) интегрированием, получаем

$$P(U, N, Z) = [\sqrt{\pi}/(12\alpha^{1/4}U^{5/4})] \exp [2(\alpha U)^{1/2}]. \quad (15)$$

В зависимости от условий эксперимента используется, как правило, или выражение (13), или (15).

В квазиклассическом приближении, которое справедливо в модели ферми-газа,

$$g(\varepsilon_0) = 3A/2\varepsilon_0; \quad \langle m^2 \rangle_{\varepsilon_0} = 2(9\pi A/8)^{2/3}/15 \approx 0,30A^{2/3}; \\ \hbar \langle m^2 \rangle_{\varepsilon_0} g(\varepsilon_0) = 2MAR^2/5 = \mathfrak{J}_T, \quad (16)$$

где \mathfrak{J}_T — твердотельный момент инерции.

Таким образом, основными следствиями этой простой модели являются:

1) линейная зависимость плотности одночастичных состояний вблизи энергии Ферми от массового числа A , наклон которой определяется параметром r_0 ($R = r_0 A^{1/3}$): $g(\varepsilon_0) = 1,95 \cdot 10^{-2} \Gamma_0^2 A$;

2) термодинамическая температура $t \approx (U/g)^{1/2}$ при фиксированной энергии возбуждения зависит от массового числа, как $A^{-1/2}$;

3) параметр спиновой зависимости плотности уровней определяется твердотельным моментом инерции.

Ни один из этих выводов не получил количественного подтверждения при сравнении теории с опытом [8]. Для получения количественного согласия необходимо принять во внимание по крайней мере два существенных отличия модели ферми-газа от реальных ядер: оболочечные эффекты, возникающие вследствие конечных размеров системы, и остаточные взаимодействия, которые особенно эффективны в четно-четных ядрах, где они проявляются как силы спаривания. Для учета второго обстоятельства Гурвиц и Бете [9], исходя из того, что энергия основного состояния

околомагических и четных ядер понижается по сравнению с энергией основного состояния ядер другого типа, предложили для них другое начало отсчета энергии возбуждения (характеристический уровень Бете — Гурвица). В дальнейшем было установлено, что величину характеристического уровня следует отождест-

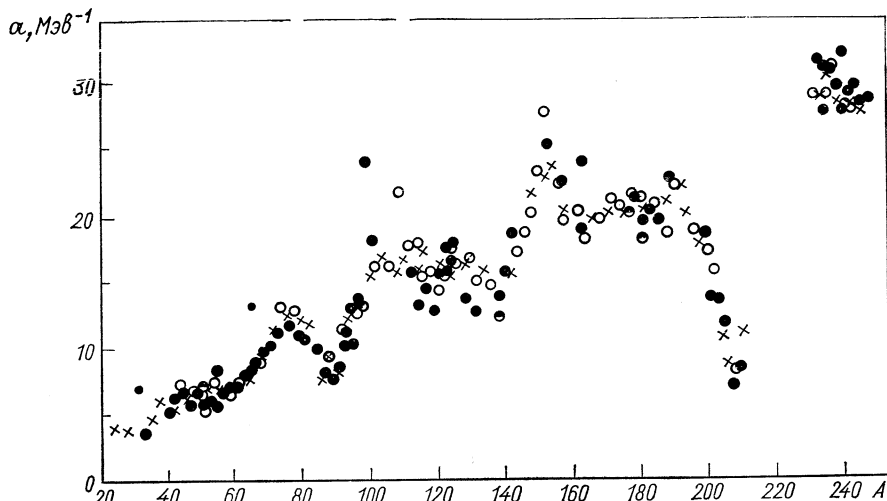


Рис. 1. Зависимость параметра плотности уровней α от массового числа A [8]:

○ — четно-четные, ◐ — нечетно-четные, ● — четно-нечетные и × — нечетно-нечетные ядра.

влять с энергией спаривания, а оболочечные эффекты обусловлены в основном структурой спектра элементарных возбуждений, а не понижением энергии основного состояния околомагических ядер. Таким образом, в выражении для плотности уровней вместо энергии возбуждения U вводится эффективная энергия возбуждения

$$U_{\text{эфф}} = U - \delta. \quad (17)$$

Энергию спаривания δ_p и δ_n протонной и нейтронной компонент можно определить из масс ядер.

Наиболее надежные сведения о параметре плотности ядерных уровней α были получены из анализа средних расстояний между резонансами составного ядра при энергии возбуждения порядка энергии связи нейтрона. Энергии спаривания δ_n и δ_p в работе [8] брались из обзора П. Э. Немировского и Ю. В. Адамчука [10], а в работе [11] — из компиляции Камерона [12]. Полученная в работе [8] зависимость параметра α от массового числа показана

на рис. 1. Обращают на себя внимание резкие уменьшения величины α вблизи чисел $N = 50, 82$, и особенно при $Z = 82, N = 126$, которые противоречат квазиклассической зависимости (16).

Одна из причин наблюдаемых оболочечных эффектов была установлена Ньютоном [13], обратившим внимание на сильную корреляцию величины α с мультиплетностью $2j + 1$ одночастичных состояний вблизи энергии Ферми. В самом деле, вырождение по проекции момента, свойственное полю с центральной симметрией, в реальных ядрах снимается, и прежде всего за счет остаточного взаимодействия. Тогда вместо одного вырожденного уровня с моментом j будем иметь $2j + 1$ уровня с близкими энергиями, так что среднее расстояние d_j между уровнями, отличающимися лишь проекциями полного момента, будет

$$d_j \sim 1/A^{2/3} (2j + 1)$$

и, следовательно,

$$g(\epsilon_0) \sim A^{2/3} (\bar{j}_Z + \bar{j}_N + 1),$$

где усреднение проводится по состояниям с разными значениями j , попадающими в интервал энергий порядка температуры вблизи поверхности Ферми. Таким образом, параметр α можно записать в виде

$$\alpha = \alpha A^{2/3} (\bar{j}_Z + \bar{j}_N + 1), \quad (18)$$

константа α определяется из опыта.

Для получения \bar{j}_Z и \bar{j}_N Ньютон использовал схему последовательного заполнения одночастичных уровней, предложенную Клинкаенбергом [14]. Из-за сильного остаточного взаимодействия на уровнях с большими j эта схема в некоторых случаях нарушается. Использование экспериментальной схемы заполнения [15] значительно улучшило количественное согласие выражения (18) с экспериментом.

При выводе выражения (18) предполагалось, что среднее расстояние между вырожденными одночастичными уровнями $\alpha A^{2/3}$ не зависит от соотношения между числом нейтронов и протонов в ядре. На самом деле для потенциалов модели оболочек характерно расслоение вырожденных одночастичных уровней на группы, границы которых определяются магическими числами протонов и нейтронов. Таким образом, величина α должна несколько увеличиваться к середине оболочки. В работе [16] рассматривался вопрос о влиянии периодических сгущений одночастичных состояний на параметр α . Однако при этом эффект снятия вырождения по j , отмеченный Ньютоном, не отделялся от эффекта группировки одночастичных уровней и не проводилось количественного сравнения с опытом.

Последовательный анализ данной проблемы был проделан в работах [17, 18], где было найдено для параметра α следующее выражение:

$$\begin{aligned} \alpha &= A^{2/3} (\bar{j}_Z + \bar{j}_N + 1) \{2\alpha_0 - 2\beta \sin [\pi A/20 (1 + \gamma(A - A_0)/2)] \times \\ &\times \cos [\pi (1 - \gamma A_0/2) (N - Z)/20 (1 + \gamma(A - A_0)/2)^2] = \\ &= \alpha(Z, N) A^{2/3} (\bar{j}_Z + \bar{j}_N + 1). \end{aligned} \quad (19)$$

При определении \bar{j}_Z и \bar{j}_N (табл. 1) учитывалось то обстоятельство, что вблизи магических чисел протонов и нейтронов усреднение этих величин следует проводить лишь по состояниям той оболочки, которой принадлежит ферми-уровень данного ядра, поскольку энергетическое расстояние между границами соседних оболочек значительно больше температуры ядра.

Из выражения (19) следует, что параметр α зависит не только от полного числа частиц в ядре, но и от избытка числа нейтронов над протонами $N - Z$. Этот эффект, обнаруженный для ядер с $A < 65$ [8], получает, таким образом, естественное объяснение.

Экспериментальные данные лучше всего описываются при следующем выборе параметров формулы (19):

$$\left. \begin{aligned} 2\alpha_0 &= 0,076; & 2\beta &= 0,025; \\ \gamma &= 0; & A < A_0 &= 80; \\ \gamma &= 0,0067; & A &\geq A_0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Отклонение экспериментальных значений α от формулы (19) следует нормальному закону со среднеквадратической погрешностью, близкой к средней экспериментальной погрешности отдельных точек ($\sim 10\%$).

Вычисленные по (19) величины α для наибольшего и наименьшего значений $N - Z$, встречающиеся в данной области массовых чисел, приведены на рис. 2. Подавляющее большинство экспериментальных точек расположено в областях, ограниченных этими кривыми. Однако в некоторых случаях наблюдаются заметные отклонения, связанные с эффектами, которые вряд ли можно учитывать в рамках этой простой модели ядерной структуры, в частности с влиянием степени заполнения ферми-уровня на плотность возбужденных состояний ядер (см. п. 3).

В целом можно сказать, что группировка вырожденных одночастичных уровней в оболочки влияет на величину параметра α в такой же степени, как и мультиплетность одночастичных состояний вблизи энергии Ферми. Это означает, что последовательную количественную теорию плотности возбужденных состояний атомных ядер можно построить только на основании модели оболочек с корректным учетом остаточных взаимодействий. Параметризация

Таблица 1

Z	$2j_{Z+1}$	$2\bar{j}_{Z+1}$	Z	$2j_{Z+1}$	$2\bar{j}_{Z+1}$	Z	$2j_{Z+1}$	$2\bar{j}_{Z+1}$
1	2	2	31	6	6	64	8	6,4
2	2	2,67	32	6	5,33	65—66	6	7,6
3	4	3,33	33	4	5,33	67	12	6,8
4—5	4	4	34	6	4,67	68	6	6,4
6	4	3,33	35	4	5,33	69	4	6,8
7	2	2,67	36	6	4,67	70	4	6
8	2	3,33	37	4	5,33	71	8	6,4
9	6	4,67	38	6	6,67	72	8	8
10—13	6	6	39	10	8,67	73	8	8,4
14	6	4,67	40—50	10	10	74	12	9,2
15	2	3,33	51	8	8,8	75	6	8,4
16	2	2,67	52	8	8,4	76	12	7,6
17	4	3,33	53—56	8	8	77	4	6
18—19	4	4	57	8	8,2	78	4	5,6
20	4	5,33	58	8	8,4	79	4	3,6
21	8	6,67	59	6	8,6	80	4	3,2
22—28	8	8	60	6	8,8	81	2	3
29	4	5	61—62	6	9	82	2	2,67
30	6	5,33	63	6	6,4	83	10	6,8
N	$2j_{N+1}$	$2\bar{j}_{N+1}$	N	$2j_{N+1}$	$2\bar{j}_{N+1}$	N	$2j_{N+1}$	$2\bar{j}_{N+1}$
1	2	2	49	2	7,0	100	8	7,6
2	2	2,67	50	6	8,0	101	4	8
3	4	3,33	51—54	6	6	102	4	7,2
4—5	4	4	55	6	6,67	103	10	7,6
6	4	3,33	56	6	7,6	104	10	8,8
7	2	2,67	57	8	8,4	105	10	10,8
8	2	3,33	58	8	9,2	106	10	10,4
9	6	4,67	59—64	8	10	107	14	9,6
10—13	6	6	65—74	12	10	108	8	8,8
14	6	4,67	76	12	8,8	109	6	7,6
15	2	3,33	76	12	7,6	110	6	6
16	2	2,67	77	4	8,8	111	4	6,29
17	4	3,33	78	12	8,4	112	6	6,57
18—19	4	4	79	4	7,2	113	14	7,15
20	4	5,33	80	12	8,8	114	10	8
21	8	6,67	81	4	8	115	10	9,43
22—28	8	8	82	12	9,33	116	10	8,86
29	4	4	83	8	5,6	117	2	8,86
30	4	4,67	84	8	6,8	118	14	8
31	6	5,33	85—88	8	8	119	2	8,57
32	6	5,33	89	14	11,2	120	14	8
33	4	5,33	90	14	11,6	121	4	8,29
34	6	4,67	91	10	11,6	122	14	6,59
35	4	5,33	92	10	10,8	123	6	6,59
36	6	5,33	93	10	9,6	124	4	5,33
37	6	6	94	10	9,2	125	2	5,6
38	6	7,33	95	8	8,8	126	2	3,5
39	10	8,67	96	8	8,4	127	10	7,14
40—47	10	10	97—98	8	9,2			
48	10	7,33	99	14	8,4			

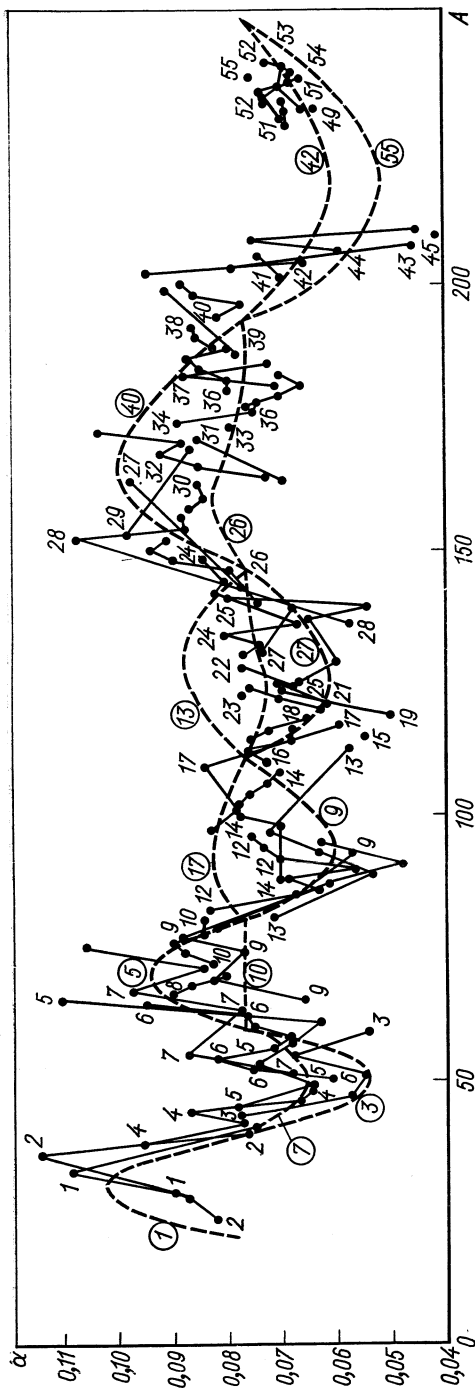


Рис. 2. Зависимость α от массового числа A :

● — экспериментальные данные; сплошными линиями соединены ядра с одинаковыми значениями $N - Z$; пунктирные кривые — расчет по формулам (19) и (20).

же наблюдаемых данных в рамках модели ферми-газа с феноменологическим учетом энергии спаривания имеет ограниченную по энергии возбуждения область применимости.

В настоящее время имеется большой экспериментальный материал, который в совокупности указывает на сильные отклонения особенно в энергетической зависимости термодинамических величин ядер от зависимостей, предсказываемых моделью ферми-газа. Ниже мы кратко рассмотрим основные группы таких данных.

Средние радиационные ширины нейтронных резонансов и сечения радиационного захвата нейтронов. Из принципа детального баланса следует, что средняя по резонансам тонкой структуры ширина по отношению к испусканию дипольного излучения с энергией будет иметь следующий вид:

$$\Gamma(\epsilon_\gamma, U) = [\epsilon_\gamma^2 \sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma) \rho(U - \epsilon_\gamma, 0)] / [(\pi \hbar c)^2 \rho(U, 0)].$$

Здесь U — энергия возбуждения распадающихся состояний ядра, $\sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma)$ — сечение обратного процесса поглощения дипольного электрического кванта с энергией ϵ_γ ядром с энергией возбуждения $U - \epsilon_\gamma$. При получении этого выражения предполагалось, что зависимость плотности возбужденных состояний от энергии U и момента количества движения J определяется формулой (13). Поскольку в резонансной области обычно выполняется условие $(J + 1/2)^2 \ll 2\sigma^2$, то $\Gamma(\epsilon_\gamma, U)$ оказывается не зависящей от J с точностью до членов $1/\sigma^4$. Для оценки $\sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma)$ применяется в основном два метода. Один из них основан на допущении Вайскопфа о том, что средний квадрат матричного элемента мультипольных переходов, в которых участвуют сильно возбужденные состояния, обратно пропорционален плотности этих состояний. Из такого допущения следует, что $\sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma) \sim \epsilon_\gamma$. Второй метод основан на использовании сечения обратной реакции $\sigma(\gamma, n)$. При этом предполагается, что сечение фотопоглощения возбужденными ядрами совпадает с сечением поглощения фотонов невозбужденными ядрами, в частности имеет характерный резонанс, отвечающий поглощению дипольных электрических квантов.

Наиболее полная систематика радиационных ширин нейтронных резонансов в приближении Вайскопфа была приведена в работе [19]. Было показано, что наблюдаемая зависимость средних радиационных ширин от массового числа практически полностью определяется плотностью уровней исходного и конечного состояний ядра. Оказалось, что в этом приближении матричный элемент электрического дипольного перехода завышен почти на порядок, причем это завышение в среднем одинаково для всех изученных ядер ($A > 60$). Тем не менее, нормируя рассчитанные значения радиационной ширины резонансов к наблюдаемой величине, можно вычислить энергетическую зависимость сечения радиационного

захвата нейтронов и, следовательно, определить параметр плотности уровней s . Такое исследование было проведено в работе [20] для тридцати изотопов Rb, Zr, Mo, Sn, Sm, для которых было измерено $\sigma(n, \gamma)$ при $E_n = 25-30$ кэв. Хотя диапазон изменения изотопических сечений характеризуется множителем ≈ 5 (для изотопов Sm ~ 10), совпадение теоретических результатов с опытом сказалось в пределах экспериментальных погрешностей.

В качестве примера расчета сечений радиационного захвата нейтронов через составное ядро в приближении Вайскопфа рассмотрим результаты, полученные в работе [19] для ^{127}I (E_n от 10 эв до 14 Мэв). Согласие с опытом оказалось удовлетворительным вплоть до $E_n \approx 5$ Мэв. Однако при больших энергиях вычисленные сечения оказались меньше экспериментальных (при $E_n = 14$ Мэв [21] на три порядка величины), т. е. факт, ранее отмеченный Лейном и Лином [21], который они пытались объяснить отклонением от модели составного ядра. То, что в процессе радиационного захвата составное ядро может и не находиться в равновесном состоянии, вряд ли подлежит сомнению. Однако трудно предположить, что механизм прямого захвата может давать столь большой вклад в сечение радиационного захвата при $E_n = 10-14$ Мэв. В самом деле, при сравнимых энергиях возбуждения составного ядра спектр нейтронов обратной реакции $\sigma(\gamma, n)$ более чем на 80% объясняется моделью испарения. Это указывает на то, что в подавляющем большинстве случаев реакция идет через равновесные состояния, т. е. необходимо более точно, чем в приближении Вайскопфа, оценивать энергетическую зависимость сечения обратного процесса $\sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma)$. В связи с этим была проведена новая систематика радиационных ширин нейтронных резонансов в интервале атомных весов от 20 до 240 на основании известных данных о сечениях (γ, n) -реакции [22]. В работе [22] сечение обратного процесса рассчитывалось по формуле

$$\sigma_\gamma = (1,3 \cdot 10^{-2} / \Gamma_R) \{ \epsilon_\gamma^2 \Gamma_R^2 / [(\epsilon_\gamma^2 - \epsilon_R^2)^2 + \epsilon_\gamma^2 \Gamma_R^2] \}, \text{ барн,}$$

хорошо описывающей сечение (γ, n) -реакции при энергиях фотонов ϵ_γ , меньших энергии гигантского резонанса ϵ_R , ширина которого обозначена Γ_R . Оказалось, что рассчитанные ширины по отношению к радиационному захвату систематически превышают наблюдаемые значения в 2—3 раза. Это расхождение, по-видимому, не связано с отличием параметров, описывающих сечение фотозахвата на холодном и возбужденном ядре. В самом деле, можно ожидать скорее увеличения величины Γ_R для гигантского резонанса на возбужденном ядре, а не уменьшения ее, как этого требует проведенный расчет. Скорее всего, это связано с тем, что энергетическая зависимость плотности уровней при энергиях возбуждения, меньших энергии связи нейтрона, может заметно отли-

чатся от зависимости, предсказываемой моделью ферми-газа, которая использовалась при расчетах.

Необходимо заметить также, что существующие теории гигантского резонанса еще не в состоянии объяснить удовлетворительным образом наблюдаемые ширины таких резонансов. Следовательно, имея в своем распоряжении надежные количественные методы оценки $\rho(U, 0)$, можно получить определенную информацию о $\sigma_\gamma(\epsilon_\gamma, U - \epsilon_\gamma)$ при ϵ_γ , меньших энергии связи нейтрона из сечения радиационного захвата, которая вряд ли будет получена прямым способом в ближайшее время.

Спектры частиц, испускаемых в ядерных реакциях. При достаточно больших энергиях возбуждения фазовый объем в значительной степени определяет характерные особенности ядерных реакций. В таком случае можно получить информацию о плотности уровней возбужденных ядер, поскольку она дает определяющий вклад в фазовый объем, доступный при данных условиях (интегралах движения). Анализ такого рода наиболее надежен, если реакция идет через равновесное состояние промежуточного ядра. Тогда гипотеза Бора о независимости образования и распада составной системы в заданных каналах α и β вместе с теоремой взаимности приводит к следующему выражению для сечения [23]:

$$\sigma(\alpha, \beta) = \sigma_c(\alpha) k_\beta^2 \sigma_c(\beta) / \sum_\gamma k_\gamma^2 \sigma_c(\gamma), \quad (21)$$

где $\sigma_c(\gamma)$ — сечение образования составного ядра в канале γ ; k_γ — волновое число в этом канале; суммирование в знаменателе идет по всем конкурирующим каналам, включая и рассматриваемый канал β . Когда плотность конечных состояний достаточно велика, вместо (21) можно написать

$$\bar{\sigma}(\alpha, \beta) = \bar{\sigma}_c(\alpha) k_\beta^2 \bar{\sigma}_c(\beta) \rho(\beta) \int k_\gamma^2 \bar{\sigma}_c(\gamma) d\gamma, \quad (22)$$

где $\rho(\beta)$ — плотность состояний в выходном канале; $\bar{\sigma}_c$ — значение сечения обратного процесса, усредненное по некоторому интервалу квантовых чисел. Сечение обратного процесса вычисляется обычно на основании какой-либо модели, так что из наблюдаемого дифференциального сечения можно определить функцию $\rho(\beta)$.

Так, форма спектра неупруго рассеянных нейтронов в соответствии с (22) имеет вид

$$N(E') dE' \sim E' \sigma_c(E', E) \rho(E - E') dE', \quad (23)$$

где E — кинетическая энергия падающего нейтрона; E' — кинетическая энергия неупруго рассеянного нейтрона.

Обычно из опыта определяют величину T

$$\frac{d}{dE'} \ln \frac{N(E')}{E' \sigma_c(E', E)} = \frac{d}{dE'} \ln \rho(E - E') = \frac{1}{T}, \quad (24)$$

называемую ядерной температурой.

Поскольку, согласно (5),

$$\rho(x) = \exp S(x)/\lambda(x),$$

а $\lambda(x)$ выражается через вторые производные от энтропии $S(x)$, то соотношение (24) является нелинейным дифференциальным уравнением третьего порядка относительно энтропии. Поэтому обычно делают упрощающие предположения относительно функции $\lambda(x)$, полагая

$$\lambda(x) \sim x^n. \quad (25)$$

Такая функциональная зависимость действительно имеет место в случае простых моделей ядерной структуры [7].

Определяя в этом приближении из экспериментальных данных функцию $S(x)$, можно проверить точность приближения (25) для реальных ядер. Надо сказать, что до сих пор проверка самосогласованности анализа спектров испарения с этой точки зрения не проводилась.

Учет закона сохранения момента количества движения и других интегралов движения приводит к выражению более сложному, чем (23), и дает более полную информацию об энтропии ядра.

В приближении (25) вместо (24) получим

$$1/T(E) = 1/t - n/E, \quad (26)$$

где t — термодинамическая температура.

Исторически получилось так, что вплоть до последнего времени модель независимых частиц в простейшем варианте ферми-газа была практически единственной моделью, используемой при интерпретации спектров испаряющихся частиц. В этой модели

$$S = 2\sqrt{\alpha E}; \quad t = \sqrt{E/\alpha}. \quad (27)$$

Рассматривая только мягкую часть спектра ($E' \ll E$), можно определить ядерную температуру $T(E)$ и с помощью (26) и (27) — параметр α . Жесткая часть спектра обычно для этих целей не используется как в силу больших экспериментальных неточностей, так и из-за присутствия значительного вклада прямых процессов. Меняя энергию падающих нейтронов, можно проследить зависимость $t(E)$ и установить, какой модели она лучше всего соответствует.

Разберем и сравним наиболее характерные данные по неупругому рассеянию нейтронов. В работах [24, 25] спектр неупруго рассеянных нейтронов измерялся методом времени пролета под разными углами по отношению к падающему пучку в интервале энергий от 0,2 до 14 Мэв. Высокая точность измерений позволила уверенно выделить область спектра, соответствующую вылету одного нейтрона, и по наклону определить ядерную температуру.

Приписывая спектру первого нейтрона максвелловскую форму, можно также получить вычитанием спектр второго нейтрона ($n, 2n$)-реакции. Величина параметра α , определенная из этих данных, удовлетворительно согласуется с резонансными данными, а интегральное сечение ($n, 2n$)-реакции близко к активационному. Спектр второго нейтрона оказался отличным от спектра испарения, что указывает на неприменимость широко распространенного метода Лекутера [26] для нахождения ядерной температуры в этой реакции. Альтернативное описание формы спектра второго нейтрона дано в работе [27].

Анализ угловых распределений неупруго рассеянных нейтронов в обсуждаемых работах приводит к выводу, что почти в 80% случаев первый нейтрон испускается из состояний возбужденного ядра, близких к равновесному, и только в 20% случаев (n, n')-реакция идет через неравновесные состояния (прямые процессы). Вклад прямых процессов растет с увеличением энергии налетающего нейтрона. Так, анализ спектров неупруго рассеянных нейтронов с начальной энергией 6 *Мэв* показывает, что в этом случае вклад прямых процессов составляет не более 5—10% [28].

В том случае, когда энергия налетающего нейтрона меньше или сравнима с энергией связи нейтрона, наблюдаются отклонения от модели ферми-газа, которые проявляются в зависимости параметра α от энергии возбуждения. Вряд ли можно предположить, что эта зависимость, чуждая модели ферми-газа, связана с неточностью в оценках $\sigma_c(E', E)$. Скорее всего, она связана с грубостью этой модели, которая, в частности, не содержит оболочечные эффекты, столь разительно проявляющиеся в параметре α . Для произвольного одночастичного спектра уже не будем иметь тех простых соотношений между энергией возбуждения, температурой и энтропией, какие имели для вырожденного ферми-газа. Для характеристики степени отклонения уравнения состояния модели оболочек от модели ферми-газа можно ввести параметр

$$\alpha' = (S/2)^2/E. \quad (28)$$

Вопрос о зависимости α' от энергии возбуждения в различных оболочечных схемах будет обсуждаться в п. 3 обзора. Сейчас же мы выясним, какую физическую информацию о параметре α можно получить из спектров неупруго рассеянных нейтронов.

Большой интерес в этом отношении представляет работа [29], в которой спектр (n, n')-реакции измерялся методом времени пролета. Энергия падающего нейтрона изменялась от 3,75 до 8,52 *Мэв* с интервалом 0,5 *Мэв*. Для статистической обработки использовался участок спектра, соответствующий энергии вылетающего нейтрона от 0,5 до 2,0 *Мэв*. Затем эти куски спектров, соответствующие различным энергиям падающего нейтрона E , сшивались и давали относительную энергетическую зависимость

$\rho(E)$ с помощью стандартной процедуры, изложенной выше. Ядерная температура $T(E)$ определялась из наклона этой кривой на интервале $\Delta E = 0,5 \text{ Мэв}$. Далее, на основании соотношений (26) и (27) получалось значение параметра α для разных энергий возбуждения при $n = 2$. Оценки $\sigma_c(E', E)$ либо полагались равными постоянному значению, либо вычислялись на основании одного из четырех вариантов оптической модели. Надо заметить, что качественная зависимость T и α от E одинакова для всех вариантов оценки $\sigma_c(E', E)$.

Результаты обработки экспериментальных данных представлены в табл. 2.

Таблица 2

Элемент	Форма спектра	$T, \text{ Мэв}$	$\alpha, \text{ Мэв}^{-1}$
$^{27}\text{Co}_{32}$	$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}]$		12,3—13,9
$^{38}\text{Sr}_{48,49,50}$	сложная		
$^{39}\text{Y}_{50}$	$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}]$ или $\exp [E/T]$	0,63—0,84	13,5—21,7
$^{47}\text{Ag}_{60,62}$	$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}]$		19,3—23,7
$^{53}\text{I}_{74}$	$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}]$		22,2—24,8
$^{57}\text{La}_{82}$	$\exp (E/T)$	0,64—0,73	
$^{58}\text{Ce}_{82,84}$	$\exp (E/T)$	0,49—0,56	
$^{59}\text{Pr}_{82}$	$\exp (E/T)$	0,48—0,55	
$^{73}\text{Ta}_{108}$	$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}]$		21,5—26,7

Примечание. Разброс значений α и T для одного и того же элемента обусловлен различным выбором сечения обратного процесса. Подчеркнуто число нейтронов наиболее распространенного изотопа.

Видно, что для ядер, близких к магическим значениям Z или N , форма спектра хорошо описывается функцией $\rho(E)$ вида

$$\exp (E/T), \tag{29}$$

где T — постоянная величина. Для ядер, занимающих промежуточное положение $\rho(E)$, скорее, следует закону

$$E^{-2} \exp [2 (\alpha E)^{1/2}], \tag{30}$$

характерному для модели ферми-газа.

Постоянство ядерной температуры приводит к сильной зависимости α от энергии, кроме того, по абсолютной величине параметр α отличается от $\alpha_{\text{рез}}$ в несколько раз. В ряде случаев (Со, Сu, As, Вr), где форма спектра соответствует закону (30), параметр α оказывается вдвое большим, чем $\alpha_{\text{рез}}$ для этих же ядер. Энергетическая зависимость лишь качественно согласуется с рас-

четами, в которых используется реальный одночастичный спектр (см. п. 3, г.). Нетрудно показать, что такое расхождение с резонансными данными и теоретическими предсказаниями обусловлено неправильной обработкой экспериментальных данных.

В самом деле, если параметр α зависит от энергии E , то мы при его определении из опыта должны исходить не из соотношения (26), полученного в предположении $\alpha = \text{const}$, а, скорее, из уравнения (30):

$$1/T(E) = \sqrt{E/\alpha} (d\alpha/dE) + \sqrt{\alpha/E} - n/E, \quad (31)$$

которое уже является не алгебраическим, а дифференциальным уравнением относительно α .

Общее решение этого уравнения, привязанное к резонансному значению $\alpha_{\text{рез}}$, имеет вид

$$y = (E_{\text{св}}/E)^{1/2} y_{\text{рез}} + (1/2 \sqrt{E}) \int_{E_{\text{св}}}^E (1/T(x) + n/x) dx. \quad (32)$$

Зависимость $\alpha(E)$, полученная с помощью (32), для ядер в области Pr, Ba, Ce при $n = 0, 1, 2$, представлена на рис. 3. В этих расчетах полагалось: $T = 0,5 \text{ Мэв}$, $E_{\text{св}} = 10 \text{ Мэв}$, $\alpha_{\text{рез}} = 10^{-1} \text{ Мэв}$.

Для сравнения приводится зависимость $\alpha(E)$, определенная в работе [29] на основании (26) и (27). Видно, что кривые отличаются радикально. Из рис. 3 видно также, что случай с $n = 1$ ближе всего соответствует расчетной зависимости, полученной на основании схемы Нильссона (пунктир) по методу, изложенному в п. 3, г. обзора.

Однако в связи с этим необходимо сделать следующее замечание. Точность, с которой определяется в настоящее время ядерная температура, составляет около 10%. Если допустить отклонения от $T = \text{const}$ в пределах этой экспериментальной неопределенности, то можно получить и лучшее согласие с расчетом на основе схемы Нильссона. Чувствительность зависимости α от E интересно продемонстрировать на примере ядер Co, Cu, As и Br, форма спектра которых аппроксимируется формулой (29), но значение параметра α отличается от резонансного в два раза. Легко проверить, например, что для As в пределах экспериментальных погрешностей зависимость $T(E)$ можно описать или выражением

$$1/T(E) = \sqrt{18,2/E} - 2/E,$$

или линейной зависимостью

$$T(E) = 0,1E + 0,3.$$

Тогда, используя (32) и эту линейную аппроксимацию, получаем сильное изменение величины α в исследованном интервале от 16 при $E = 3 \text{ Мэв}$ до 11 при $E = 7 \text{ Мэв}$. Эти оценки говорят о том, что достигнутая в настоящее время точность определения $T(E)$ еще недостаточна в некоторых случаях для получения надежной информации о статистических свойствах атомных ядер. Необходимо определить $T(E)$ по крайней мере с точностью, не худшей, чем 5%. С другой стороны, наблюдаемая энергетическая зависимость $T(E)$ в областях, близких к магическим числам протонов и нейтронов, определенно указывает на отклонение от модели ферми-газа при энергиях возбуждения, меньших энергии связи нейтрона.

Поскольку для решения уравнения (32) необходимо знать значение α в какой-либо точке, то роль и значение резонансных данных существенно возрастает. Необходимо искать подобные же опорные точки и при других энергиях и из других экспериментальных данных. Статистические свойства ядер при энергии возбуждения около 100 Мэв можно изучать с помощью реакции поглощения медленных π^- -мезонов. С теоретической точки зрения этот процесс должен происходить через две стадии. На первой стадии π^- -мезон поглощается парой нуклонов, в основном np -парой, так как закон сохранения энергии и импульса запрещает захват π^- -мезона одиночным нуклоном в ядре. Вторая стадия завершается образованием квазиравновесного возбужденного состояния, которому соответствует максвелловская форма спектра испускаемых нейтронов. Анализ этих спектров для ядер-мишеней Cu , Sn , Pb показывает, что параметр α при таких энергиях возбуждения в пределах погрешностей согласуется с резонансными данными [31]. Это говорит о том, что основные свойства самосогла-

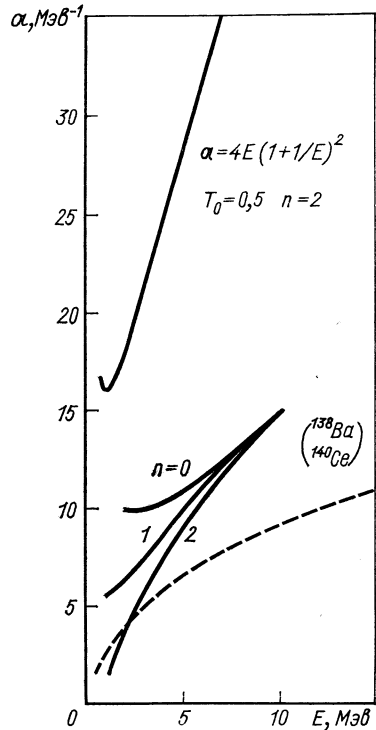


Рис. 3. Сравнение энергетической зависимости параметра α , полученной из эксперимента согласно уравнению (26) (верхняя половина рисунка) и соотношению (32) с $T = 0,5 \text{ Мэв}$ (нижняя половина рисунка) для ядер в области Pr , Ba , Ce .

сованного движения нуклонов в ядрах слабо зависят от энергии возбуждения в довольно широком диапазоне ее изменения. Наблюдаемые температуры нейтронных спектров (π^- , xn)-реакции, полученные в другой работе на мишенях С, Al, Cd, Pb, U, также не противоречат такому выводу [32].

В последнее время накопился большой экспериментальный материал по спектрам испарения частиц в различных ядерных реакциях, который говорит о возможных отклонениях от статистического равновесия в процессе протекания ядерных реакций. Эти отклонения можно описать двумя различными способами. Малые отклонения можно рассматривать с точки зрения теории термодинамических флуктуаций, которая позволяет с единой точки зрения рассматривать не только равновесные, но и близкие к ним распределения [33] (более подробно см. п. 4). Большие отклонения от равновесия являются предметом изучения для интенсивно развивающихся теорий прямых ядерных реакций. Такие два подхода все же позволяют рассматривать лишь два крайних аспекта ядерной кинетики. Чтобы количественно описать возможные промежуточные ситуации, необходима последовательная теория внутриядерного каскада. Строго говоря, она должна быть основана на квантовомеханической теории многократного рассеяния, которая в настоящее время развита настолько в общем виде, что ее трудно сопоставлять с опытом. Моделирование ядерной кинетики на основании модели последовательных парных столкновений рассмотрено в п. 3, д. Здесь же остановимся на наиболее характерных отклонениях от статистического равновесия, которые наблюдаются в спектрах частиц, испускаемых сильно возбужденными ядрами.

Так, в работе [34] методом времени пролета измерены спектры нейтронов при бомбардировке V, Co, Ni α -частицами с энергией в интервале от 11,2 до 19,6 Мэв. Оказалось, что эти спектры хорошо аппроксимируются распределением Максвелла не только в области малых энергий вылетающих нейтронов, но и во всем доступном интервале измерений. С другой стороны, параметр спектра T заметно меняется с изменением энергии налетающей частицы в полном согласии с уравнением состояния (10). Отсюда делается вывод о том, что величина, которую называем температурой ядра, не является функцией состояния и зависит от энергии налетающей частицы, а не от энергии возбуждения остаточного ядра.

Аналогичный эффект наблюдался в (p , n)-реакции [35], где в качестве мишени взяты Ni, Rh, Ta и Au, а энергия протонов меняется от 6 до 12 Мэв. В отличие от предыдущей работы спектры нейтронов изучались под разными углами к падающему пучку, и угловые распределения в пределах погрешности оказались изотропными. Последнее обстоятельство затрудняет объяснение

наблюдаемого избытка жестких нейтронов с точки зрения наличия прямых процессов. Таким образом, наблюдаются явные отклонения от статистического равновесия, которые все еще носят статистический характер.

Отклонения статистического характера от равновесного распределения наблюдаются также и в (α, p) -реакциях. В работе [36] суммируются все известные данные статистической обработки спектров протонов (α, p) -реакции в интервале энергий α -частиц от 9 до 40 Мэв. Отмечается, что параметр α , полученный из анализа участков спектра, соответствующих одному и тому же интервалу энергий возбуждения, хорошо согласуется с резонансными данными, если $E_\alpha < 15-17$ Мэв. При больших энергиях α -частицы параметр α уменьшается с ростом E_α . При $E_\alpha > 30$ Мэв он оказывается практически не зависящим от атомного номера мишени (изменяется от 5 до 7 в интервале атомных весов от 30 до 200). Оболочечные эффекты, столь характерные для резонансных данных, исчезают.

Важно отметить, что такие аномалии соответствуют тем областям спектра, где угловые распределения протонов симметричны относительно 90° , следовательно, привлекать для их интерпретации прямые процессы вряд ли имеет смысл. Влияние дискретной структуры спектра модели оболочек на наблюдаемую энергетическую зависимость параметра α имеет противоположный характер (см. п. 3, в. и г.). Естественно допустить, что эти аномалии связаны с большой вероятностью испускания протонов в процессе установления статистического равновесия. В связи с этой гипотезой в работе [37] спектр протонов (α, p) -реакции разбивался на две части.

При разумном выборе параметров равновесного состояния вычислялся спектр протонов, испускаемых из равновесного состояния, вычитание которого из наблюдаемого спектра дает информацию о спектре протонов, испускаемых в процессе установления статистического равновесия. Форма таких разностных спектров весьма похожа на предсказания теории Гриффина (см. п. 3, д.), а угловые распределения соответствуют испусканию протонов из вращающегося ядра. Результаты такого анализа показывают, что предкомпаундное испускание дает заметный вклад в спектры протонов при всех энергиях возбуждения и под всеми углами. Интегральное сечение предкомпаундных процессов слабо зависит от атомного номера мишени и составляет при $E_\alpha = 42$ Мэв около 100 мбарн.

В заключение отметим, что отклонения от статистического равновесия особенно велики в (α, p) -, (α, n) -, (α, α') -реакциях, т. е. в реакциях, где в качестве падающей частицы выступает довольно сложный комплекс, состоящий из четырех нуклонов. Поэтому входное состояние в этих реакциях является довольно

сложным, хотя еще сильно отличающимся от равновесного. Эта сложность входного состояния является главной причиной того, что отклонения от статистического равновесия носят также статистический характер (несмотря на аномалии в энергетической зависимости параметра α , спектры близки к максвелловским, угловые распределения практически симметричны относительно 90° и т. д.). Подробнее вопрос о влиянии сложности входного состояния на наблюдаемые средние характеристики ядра рассмотрен в работе [38].

Проведенный выше анализ лишь небольшой части экспериментальных работ, посвященных изучению параметра плотности ядерных уровней α , определенно указывает на то, что этот параметр коррелирует с основными особенностями спектра модели оболочек. С другой стороны, видно, что возможны отклонения от модели ферми-газа при энергиях возбуждения, меньших энергии связи нейтрона. Экспериментальные данные указывают, что доля прямых процессов мала, но в некоторых случаях наблюдаются отклонения от статистического равновесия, которые все еще носят статистический характер.

3. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК И СВЕРХТЕКУЧЕЙ МОДЕЛИ ЯДРА

а. Легкие ядра. Осцилляторный потенциал

Плотность уровней ^{16}O и различных четно-четных изотопов Ca рассчитывалась в модели сферически симметричного осцилляторного потенциала прямым счетом уровней в работе [39]. Величина $\hbar\omega$ принималась равной $34,7 (A^{1/3} - 0,44)^{-1} \text{ Мэв}$ в соответствии с экспериментальным значением $\langle \Gamma_0^2 \rangle$ для распределения заряда в этих ядрах. Было подсчитано число состояний с энергией $n\hbar\omega$ и моментом количества движения J от 0 до 16. Полученная таким образом плотность уровней сравнивалась с выражением (13) и находилось эффективное значение параметра α' , зависящее от энергии возбуждения. Оказалось, что для изотопов Ca с $A < 42$ α' растет с увеличением энергии возбуждения, для $A > 43$ уменьшается и остается приблизительно постоянным при $A = 42$. Асимптотическое ($\alpha' = \text{const}$) значение достигается во всех случаях при энергиях возбуждения $\geq 15 \text{ Мэв}$. Момент инерции при малых энергиях возбуждения изменяется от очень малых значений для ^{40}Ca до значения, почти на порядок превышающего твердотельное, для ^{48}Ca . Таким образом, эти простые расчеты демонстрируют отчетливое влияние дискретной структуры спектра модели оболочек на термодинамические свойства ядра. Однако экспериментальная информация о статистических свойствах исследован-

ных изотопов практически отсутствует, а отклонение от модели ферми-газа наблюдается при таких малых энергиях возбуждения, где статистическое рассмотрение не может претендовать на количественные результаты.

Тем не менее большой методический интерес представляет изучение влияния остаточных взаимодействий в такой модели на термодинамические свойства легких ядер. С этой целью в работах [40, 41] была рассчитана плотность уровней в зависимости от момента количества движения и деформации для ^{20}Ne и ^{24}Na в модели анизотропного гармонического осциллятора с учетом $q - q$ -взаимодействия. Было показано, что сильное квадруполь-квадрупольное взаимодействие нарушает простую одночастичную картину, коллективизирует ядерные состояния, что особенно проявляется в малом, по сравнению с моделью независимых частиц, значении $\langle m^2 \rangle$.

Область легких ядер является классической областью применения теории ядерных супермультиплетов Вигнера. Еще в 1938 г. Бардин и Финберг [42] исследовали влияние свойств симметрии волновой функции ядра на плотность его возбужденных состояний в приближении эквидистантного спектра и пришли к выводу, что она должна сильно зависеть от разности $N - Z$ при фиксированном значении A . Поскольку в дальнейшем экспериментальные данные [43] подтвердили качественные выводы этой работы, то Стюарт [44] рассмотрел более реалистичную модель гармонического осциллятора с остаточным взаимодействием, представляющим силы Вигнера и Майорана в равной пропорции и $q - q$ -силы. Были рассчитаны плотности уровней изобаров ^{20}Ne , ^{20}Fe , ^{20}O и ^{22}Na , ^{22}Ne вплоть до энергий возбуждения 26 Мэв для различных значений полного момента количества движения и показано, что остаточное взаимодействие обменного типа (силы Майорана) оказывает на зависимость плотности уровней от $N - Z$ большее влияние, чем квадруполь-квадрупольное взаимодействие.

Во всех этих исследованиях не принимались во внимание парные корреляции сверхтекучего типа. Как известно, наиболее существенным отличием парных взаимодействий в легких ядрах по сравнению со средними и тяжелыми является наличие $n - p$ -взаимодействия наряду с $n - n$ - и $p - p$ -взаимодействиями. Кроме того, в легких ядрах весьма четко выступают четверные корреляции [4]. Поэтому представляет большой интерес изучение влияния и этих особенностей легких ядер на их статистические свойства.

6. Модель эквидистантного спектра

Розенцвейг предложил модель, в которой ферми-частицы двух сортов (протоны и нейтроны) заполняют ряд эквидистантных вырожденных уровней, кратность вырождения которых одинакова

для одного сорта частиц, но может отличаться для различных сортов частиц [45]. Эта модель имеет ряд черт, характерных для спектра модели оболочек: одночастичные уровни с данным j расположены приблизительно эквидистантно и имеют одинаковую кратность вырождения. В то же время такая модель достаточно проста для того, чтобы оценить статистическую сумму более точно, чем в приближении Бете — Зоммерфельда.

Рассмотрим сначала систему N фермионов одного сорта, заполняющих ряд эквидистантных уровней с одинаковой кратностью вырождения g . В основном состоянии на нижних уровнях находится по g частиц, на ферми-уровне — n частиц ($n \leq g$). В соответствии с (5) плотность уровней такой системы с энергией возбуждения E имеет вид

$$\rho(N, E) = \exp S(\alpha, \beta) / [2\pi (\text{Det } S'')^{1/2}],$$

где

$$S(\alpha, \beta) = \beta E - \alpha N + g \sum_{k=0}^{\infty} \ln [1 + \exp(\alpha - \beta k)]; \quad (33)$$

k — номер уровня. Сумму в (33) можно оценить с помощью формулы суммирования Эйлера — Маклорена. Тогда, с точностью до членов порядка $\beta^2 \exp(-\alpha)$, получаем

$$\sum_{k=0}^{\infty} \ln [1 + \exp(\alpha - \beta k)] = \int_0^{\infty} \ln [1 + \exp(\alpha - \beta x)] dx + \\ + \ln [1 + \exp(\alpha)] / 2 + \beta / (12 [1 + \exp(-\alpha)]) + O(\beta^2 \exp(-\alpha)). \quad (34)$$

При $\alpha > 0$ интеграл в (34) можно представить сходящимся рядом

$$\int_0^{\infty} \ln [1 + \exp(\alpha - \beta x)] dx = d^2/2 + \pi^2/6 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \exp(-k\alpha) / k^2.$$

Тогда при $\alpha \rightarrow \infty$ и $\beta \rightarrow 0$ (приближение низких температур)

$$S(\alpha, \beta) = \beta E - \alpha N + g(\alpha^2/2 + \pi^2/6) / \beta + g(\alpha/2 + \beta/12).$$

Определяя α и β из уравнений

$$S'_{\alpha} = S'_{\beta} = 0,$$

получаем выражение для плотности уровней

$$\rho(N, Q) = \exp(2gQ/3)^{1/2} / \sqrt{48} Q, \quad (35)$$

по форме совпадающее с обычным, когда сумма заменяется интегралом, но где вместо энергии возбуждения E стоит эффективная энергия возбуждения

$$Q = E - d(n - g/2)^2 / 2g + gd/12. \quad (36)$$

Из (35) и (36) видно, что плотность уровней при данном одночастичном спектре зависит от степени заполнения ферми-уровня, причем она максимальна тогда, когда ферми-уровень заполнен наполовину. Этот эффект тем сильнее, чем больше кратность вырождения g и расстояние d между вырожденными уровнями. Полученный результат легко обобщается на случай системы, состоящей из протонов и нейтронов.

Существующее в атомных ядрах остаточное взаимодействие должно приводить к снятию вырождения. В работе [46] была рассмотрена более сложная модель, в которой энергия одночастичного состояния имеет вид $\epsilon_{kr} = k + r\delta$; $k = 0, 1, 2, \dots$; $r = 0, 1, 2, \dots (g - 1)$; k определяет номер группы, а величина r характеризует положение уровня в группе. Величина расщепления уровней в пределах группы обозначена δ . Рассмотрение, аналогичное предыдущему, приводит к выражению для плотности уровней, по форме совпадающему с (35), где эффективная энергия

$$Q = E - (n - g/2)^2/2g + g/12 + \delta/2 [(n - g/2)^2 - g^2/4]/2 + \delta^2 g (g - 1) (g + 1)/24. \quad (37)$$

При $\delta = 0$ выражение (37) переходит в (36).

Как и в предыдущей модели, при фиксированной величине E и g эффективная энергия возбуждения имеет максимум при $n = g/2$ (наполовину заполненная оболочка) и минимум при $n = g$ (полностью заполненная или пустая оболочка). При $\delta = 1/g$ плотность уровней не зависит от n , так что

$$Q = E - 1/24g,$$

и отличается от обычного результата для равномерного спектра на практически пренебрежимую величину $1/24g$.

Более сложные модификации равномерного спектра были рассмотрены в работе [47]. Наконец, в обзорной статье Кана и Розенцвейга [48] был подведен итог исследований статистических свойств таких моделей. В частности, было отмечено, что они могут претендовать лишь на качественное описание реальной ситуации, так как сравнительно небольшие аperiодические возмущения спектра одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми приводят к заметным изменениям плотности возбужденных состояний системы.

Однако можно было ожидать, что при последовательном выборе параметров модели (g , d и δ для протонов и нейтронов) в некоторых областях массовых чисел выражения (35) и (36) будут правильно передавать основные тенденции в зависимости плотности уровней ядер от степени заполнения ферми-уровня. Количественные оценки этого эффекта были проведены в работе [49] в связи с анализом средних расстояний между нейтронными

резонансами ядер с числом протонов и нейтронов, близким к магическим числам 28 и 50 (оболочки $1f_{7/2}$ и $1g_{9/2}$).

Для определения параметров d_z и d_N использовалось соотношение (19), значение δ полагалось равным нулю, а кратность вырождения g_z и g_N принималась равной мультиплетности последнего, заполненного в основном состоянии уровня при последовательном заполнении схемы Клинкаенберга [14]. Результаты расчета

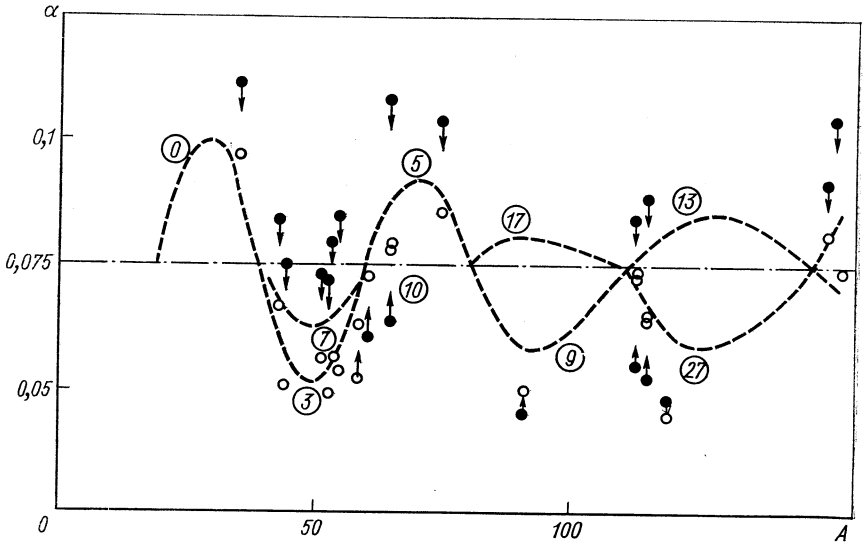


Рис. 4. Зависимость величины $\alpha = a/(\bar{j}_Z + \bar{j}_N + 1) A^{2/3}$ от массового числа A : ● — без учета эффекта Розенцвейга; ○ — с учетом этого эффекта. Пунктиром показана функция $\alpha(Z, N)$, вычисленная по формуле (19) для определенных значений $N - Z$ (цифры в кружках).

приведены на рис. 4. Темными кружками отмечены ядра, которые выходили за пределы, определяемые кривыми $\alpha(Z, N)$ [см. (19), пунктир], светлыми кружками показаны исправленные значения величины α с учетом эффекта заполнения последнего уровня. Следует особо отметить случай ядер с одинаковым атомным весом: ^{65}Ni и ^{65}Zn , ^{113}Sn и ^{113}Cd , ^{115}Sn и ^{115}Cd . Величина α для ^{65}Zn , ^{113}Cd , ^{115}Cd лежит выше, а для ^{65}Ni , ^{113}Sn и ^{115}Sn — ниже областей, ограниченных кривыми $\alpha(Z, N)$. Учет эффекта Розенцвейга приводит к тому, что значения α для ^{65}Zn , ^{113}Cd и ^{115}Cd уменьшаются, а для ^{65}Ni , ^{113}Sn и ^{115}Sn увеличиваются, причем согласие с теорией существенно улучшается.

Так как расчет с $\delta = 0$ приводит к лучшему описанию эксперимента, можно сделать вывод о том, что, по крайней мере, в области ядер среднего атомного веса остаточное взаимодействие таково,

что вызванное им расщепление уровня с данным j мало по сравнению с расстоянием между уровнями.

Таким образом, несмотря на свою грубость, рассмотренная модель позволяет в некоторых случаях делать количественные предсказания плотности возбужденных состояний ядер и, несомненно, говорит о том, что при построении последовательной статистики и термодинамики ядер необходимо учитывать реальную схему одночастичных состояний модели оболочек.

в. Модель оболочек. Схема Нильссона

Термодинамические свойства модели оболочек с одночастичным спектром Нильссона изучены в работе [50]. Для произвольного одночастичного спектра основные уравнения для двухкомпонентной системы имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} E &= \sum_i g_{iz} \varepsilon_{iz} / [1 + \exp(\beta \varepsilon_{iz} - \alpha_z)] + \\ &+ \sum_i g_{iN} \varepsilon_{iN} / [1 + \exp(\beta \varepsilon_{iN} - \alpha_N)]; \\ Z &= \sum_i g_{iz} / [1 + \exp(\beta \varepsilon_{iz} + \alpha_z)]; \\ N &= \sum_i g_{iN} / [1 + \exp(\beta \varepsilon_{iN} - \alpha_N)]; \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где $\beta = 1/t$; $\alpha_z = \mu_z \beta$; $\alpha_N = \mu_N \beta$; μ_z и μ_N — химические потенциалы протонной и нейтронной компонент, суммирование ведется по одночастичным протонным и нейтронным уровням с кратностью вырождения g_{iz} и g_{iN} соответственно.

На рис. 5 представлены температура, энтропия и параметр α' , определенный согласно (28), в зависимости от энергии возбуждения для однокомпонентной системы с числом частиц от 40 до 50 (что соответствует заполнению $1g_{9/2}$ оболочка), вычисленные со спектром Нильссона при $\eta = 0$. Видно, что характер изменения α' при малых энергиях возбуждения различен для наполовину заполненной и полностью заполненной или свободной подоболочки. Зависимость α' от энергии возбуждения остается ощутимой вплоть до энергии возбуждения $\sim \hbar \omega_0$.

В этой же модели было прослежено влияние деформации среднего поля на термодинамические свойства модели. Результаты расчетов энтропии системы и параметра α' в зависимости от энергии возбуждения при $\eta = 0, 2, 6, 8$, для $N = 46$ и 50 представлены на рис. 6. На рисунке показано изменение энтропии системы в зависимости от степени заполнения подоболочки для различных деформаций. Для сферического случая эта разность минимальна на краях подоболочки, тогда как при $\eta = 8$ энтропия минимальна

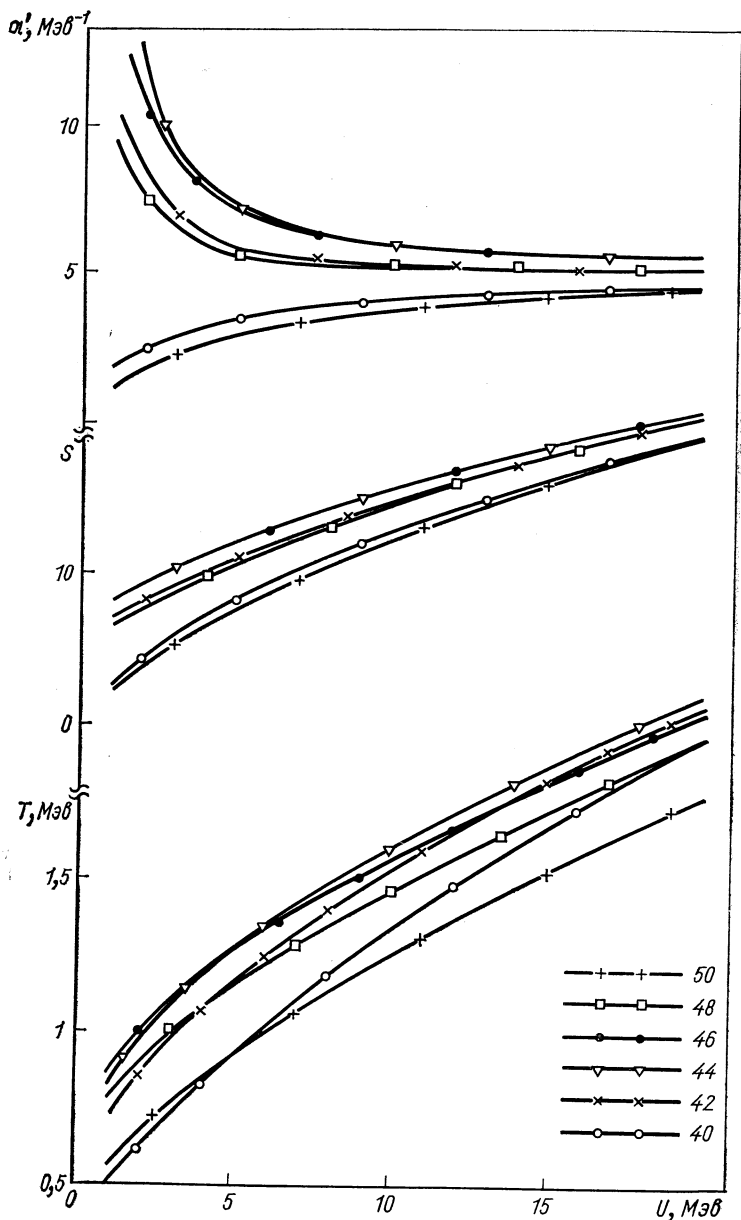


Рис. 5. Зависимость температуры, энтропии и параметра α' от энергии возбуждения для различной степени заполнения уровня $1g_{9/2}$.

для $N = 40$, т. е. система с $N = 40$ при больших деформациях ведет себя подобно системе с числом частиц, соответствующим середине подоболочки.

Для двухкомпонентной системы, находящейся в равновесии, $U = U_Z + U_N$, $S = S_Z + S_N$, $\alpha' = (S/2)^2/U$. Температура, энтропия и α' в зависимости от энергии возбуждения для ^{56}Ni ($\eta = 0$), ^{58}Ni ($\eta = 0$), ^{58}Fe ($\eta = 0$), ^{152}Sm ($\eta = 6$) приведены на рис. 7. Видно, что для ядер с близким атомным весом (^{56}Ni ,

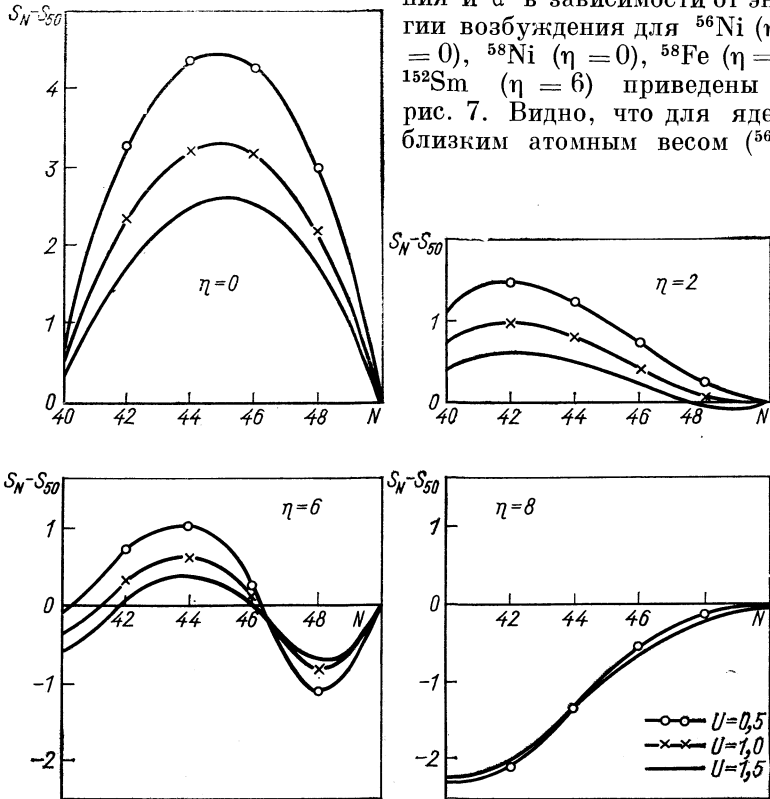


Рис. 6. Разность энтропии частично заполненной оболочкой $1g_{7/2}$ для различных энергий возбуждения (в единицах $\hbar\omega_0$) и деформаций η .

^{58}Fe , ^{58}Ni) значения α' , T и S при данной энергии возбуждения заметно отличаются. Для однокомпонентного случая было показано, что при уменьшении энергии возбуждения параметр α' уменьшается для заполненных (свободных) в основном состоянии подоболочек и растет для наполовину заполненных. В двухкомпонентной системе наблюдается наложение этих эффектов. Параметр α' для ^{56}Ni (полностью заполненные протонная и нейтронная подоболочки $1f_{7/2}$) зависит от энергии возбуждения значительно сильнее, чем

для $N = 28$ в однокомпонентном случае. Для ^{58}Fe усиливается обратный эффект — рост α' с уменьшением энергии возбуждения. Для ^{58}Ni зависимость α' от U для протонной и нейтронной компонент имеет различный характер, и в результате наложения этих эффектов величина α' для ^{58}Ni очень слабо зависит от энергии возбуждения. Одночастичный спектр, соответствующий сильно деформированному ядру ^{152}Sm , сравнительно однороден, поэтому эффекты, обусловленные дискретной структурой одночастичного спектра, проявляются слабо.

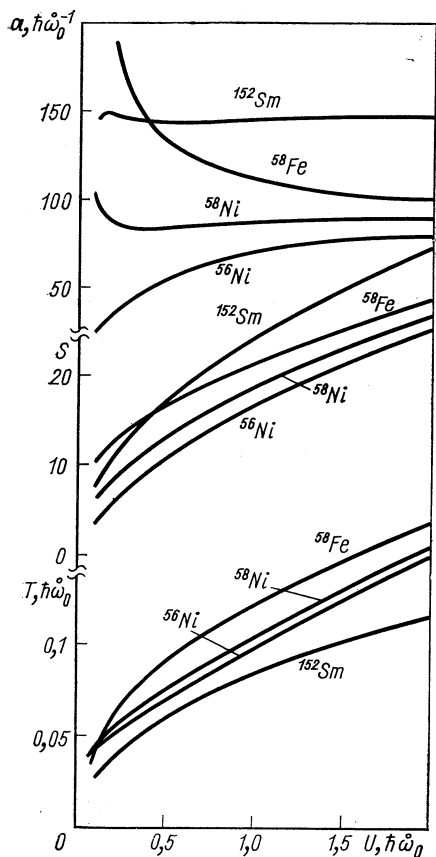


Рис. 7. Зависимость температуры, энтропии и параметра α' для ядер ^{56}Ni , ^{58}Ni , ^{58}Fe и ^{152}Sm в модели Нильссона от энергии возбуждения.

Таким образом, результаты проведенных расчетов показывают, что индивидуальные особенности ядер, связанные с их оболочечной структурой, оказывают сильное влияние на наблюдаемые средние характеристики и в частности, на плотность возбужденных состояний. Это влияние проявляется в характерной зависимости параметра α' от энергии возбуждения. Такой вывод не противоречит совокупности экспериментальных данных, рассмотренных в п. 2. Однако, для количественного сравнения теории с экспериментальными данными необходимо последовательное рассмотрение влияния остаточного взаимодействия и прежде всего парных корреляций сверхпроводящего типа на статистические свойства модели.

г. Сверхтекучая модель ядра.
Схема Нильссона и Вудса — Саксона

В настоящее время на основании анализа свойств основных и слабо возбужденных состояний ядер установлена важная роль парных корреляций сверхпроводящего типа в ядерной структу-

ре [4]. Можно ожидать поэтому, что учет парных сил позволит количественно описать средние свойства сильно возбужденных ядер, а также уточнить смысл параметров феноменологической модели фермион-газа и других упрощенных моделей оболочечной структуры.

Гамильтониан системы фермионов, взаимодействующих парными силами, запишем в виде

$$H = \sum_{\vec{k}, s} (\varepsilon_k - \lambda) a_{\vec{k}s}^{\dagger} a_{\vec{k}s} - \sum_{\vec{k}\vec{k}'} G_{\vec{k}\vec{k}'} a_{\vec{k}+}^{\dagger} a_{\vec{k}-}^{\dagger} a_{\vec{k}'-} a_{\vec{k}'+}. \quad (39)$$

Здесь $a_{\vec{k}s}^{\dagger}$, $a_{\vec{k}s}$ — операторы рождения и уничтожения частиц; ε_k — энергия уровней среднего поля. Индекс s характеризует знак проекции момента на выделенную ось; k нумерует уровни энергии, вырожденные по знаку проекции момента; $G_{\vec{k}\vec{k}'}$ — матричный элемент парного взаимодействия; λ — химический потенциал. В работе [51] с помощью термодинамической теории возмущений показано, что для этого гамильтониана можно построить приближенную статистическую сумму

$$Q = \text{Sp} \exp [-\beta H_0], \quad (40)$$

которая становится асимптотически точной при безграничном увеличении размеров системы. Оператор H_0 имеет следующий вид:

$$H_0 = \sum_{\vec{k}} (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + \sum_{\vec{k}\vec{k}'} G_{\vec{k}\vec{k}'} \chi_k \chi_{k'} + \sum_{\vec{k}s} E_k \alpha_{\vec{k}s}^{\dagger} \alpha_{\vec{k}s}, \quad (41)$$

где $\alpha_{\vec{k}s}^{\dagger}$, $\alpha_{\vec{k}s}$ — операторы рождения и уничтожения квазичастиц

$$E_k = ((\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta_k^2)^{1/2}. \quad (42)$$

Корреляционная функция $\Delta_k = \sum_{\vec{k}'} E_k \chi_k G_{\vec{k}\vec{k}'}$ находится из уравнения

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}'} G_{\vec{k}\vec{k}'} \frac{\text{th} \beta E_k / 2}{E_k} \Delta_{k'}. \quad (43)$$

В области температур ниже критической $T_{\text{кр}} = 1/\beta_{\text{кр}}$ уравнение (43) имеет кроме тривиального решения ($\Delta_k = 0$) и нетривиальное решение. Критическая температура определяется из условия обращения в нуль корреляционной функции, что дает следующее уравнение для ее определения:

$$2(\varepsilon_k - \lambda) \chi_k = \text{th} \beta_{\text{кр}} (\varepsilon_k - \lambda) / 2 \sum_{\vec{k}'} G_{\vec{k}\vec{k}'} \chi_{k'}. \quad (44)$$

Используя (41), получаем

$$\begin{aligned} \ln Q = & -\beta \sum_{\vec{k}} (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_{\vec{k}} \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] + \\ & + \beta \sum_{\vec{k}\vec{k}'} G_{\vec{k}\vec{k}'} \chi_k \chi_{k'}. \end{aligned} \quad (45)$$

Зная статистическую сумму, можно рассчитать плотность ядерных уровней и различные термодинамические потенциалы системы. Для ядра с энергией возбуждения E , состоящего из N нейтронов и Z протонов, энтропия имеет вид

$$S = \ln Q + \beta E - \alpha_Z Z - \alpha_N N,$$

где β , α_Z и α_N определяются из системы уравнений, соответствующих седловой точке. Из этой системы уравнений, а также из выражений (43) и (45) получим основные уравнения модели для однокомпонентного случая в виде:

$$\left. \begin{aligned} E &= \sum_k \varepsilon_k [1 - (\varepsilon_k - \lambda) \operatorname{th} \beta E_k / 2E_k] - \sum_{kk'} G_{kk'} \lambda_k \chi_{k'}; \\ N &= \sum_k [1 - (\varepsilon_k - \lambda) \operatorname{th} \beta E_k / 2E_k]; \\ S &= 2 \sum_k \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] + 2\beta \sum_k E_k / [1 + \exp(\beta E_k)]. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Плотность уровней в сверхтекучей модели, основанной на гамильтониане Бардина — Купера — Шриффера, была вычислена в приближении Бете — Зоммерфельда в работе [52]. Матричный элемент парного взаимодействия считался отличным от нуля лишь в некоторой области ω вблизи λ и не зависящим от номера уровня:

$$G_{kk'} = \begin{cases} G & \text{при } |\varepsilon_k - \lambda| \leq \omega \\ 0 & \text{при } |\varepsilon_k - \lambda| > \omega. \end{cases} \quad (47)$$

Если $g_0 G \ll 1$ и $\Delta(0) \ll \omega$, то уравнение состояния сверхтекучего ядра получается в виде

$$U = \rho_0 (\Delta^2(0) - \Delta^2(T)) / 4 + TS / 2. \quad (48)$$

При энергии возбуждения выше критической, определяемой из условия $\Delta(T_{\text{кр}}) = 0$:

$$\left. \begin{aligned} U &= \pi^2 \rho_0 T^2 / 6 + \rho_0 \Delta^2(0) / 4; \\ S &= \pi^2 \rho_0 T / 2, \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

т. е. получаем уравнение состояния, по форме совпадающее с уравнением состояния феноменологической теории (см. п. 2). Энергия конденсации

$$E_{\text{конд}} = \Delta \rho_0 \Delta^2(0) / 4 \quad (50)$$

имеет значение характеристического уровня. Можно написать

$$E_{\text{конд}} = (\rho_0 \Delta(0) / 4) \Delta(0).$$

Тогда $\rho_0 \Delta(0) / 4$ — эффективное число пар, которые необходимо разорвать, чтобы перейти от сверхтекучего к нормальному состоя-

нию. Для ядер среднего и тяжелого веса для одной компоненты:

$$\rho_0 \approx 6.5/\pi^2; \Delta(0) \sim 1,5 \text{ Мэв},$$

следовательно, эффективное число разорванных пар

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{\pi^2} \cdot 5 \cdot 1,5 \approx 1,$$

что качественно оправдывает феноменологическую теорию, описанную в п. 2 обзора.

Энергия фазового перехода $U_{\text{кр}} = \rho_0 \Delta^2(0) \left(1 + \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{4}{(1,7)^2}\right) / 4$, поскольку $T_{\text{кр}} = \Delta(0)/1,76$, или $U_{\text{кр}} \approx 3,1 U_{\text{бонд}}$.

Из этих оценок видно, что $U_{\text{кр}}$ близко к энергии связи нейтрона; таким образом, анализ резонансных данных с феноменологической точки зрения оправдан для тех ядер, которые обладают значением $U_{\text{кр}}$, заметно меньшим энергии связи нейтрона.

Для получения количественной информации о статистических свойствах сверхтекучей модели ядра основные уравнения (46) решались численно с использованием одночастичных спектров Нильссона [53—55] и Вудса — Саксона [56]. Относительно G_{hk} делались предположения, аналогичные (47). Общее выражение для плотности уровней можно получить из статистической суммы, которая в приближении (47) имеет вид

$$\ln Q = -\beta \sum_k (\epsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] - \beta \Delta^2/G. \quad (51)$$

Остановимся сначала на результатах, полученных с использованием одночастичного спектра Нильссона.

Температура T , энтропия S и параметр α' в зависимости от энергии возбуждения для различной степени заполнения уровня $1g_{9/2}$ при $\eta = 0$ даны на рис. 8. В области энергий возбуждения, меньших критической, наблюдается характерный излом в зависимости температуры от энергии. В этих расчетах константа парного взаимодействия G выбрана равной $0,017\hbar^2 \omega_0$, что соответствует $GA = 14,5 \text{ Мэв}$ для $A = 90$. Корреляционная функция $\Delta(0)$ в основном состоянии обращается в нуль для $N = 40$ и 50 , т. е. на краях подболочки. Из рис. 8 видно также, что T , S и α' заметно меняются в зависимости от степени заполнения последнего уровня в основном состоянии. Однако эта зависимость не только слабее, чем в системе невзаимодействующих частиц, но имеет другой характер. Так, в модели без спаривания для наполовину заполненной подболочки параметр α' увеличивался с уменьшением энергии возбуждения.

Приведенные расчеты чувствительны к величине константы парного взаимодействия. Например, при увеличении G на 40% в рассматриваемом нами случае $1g_{9/2}$ подболочки $\Delta(0)$ оказывает

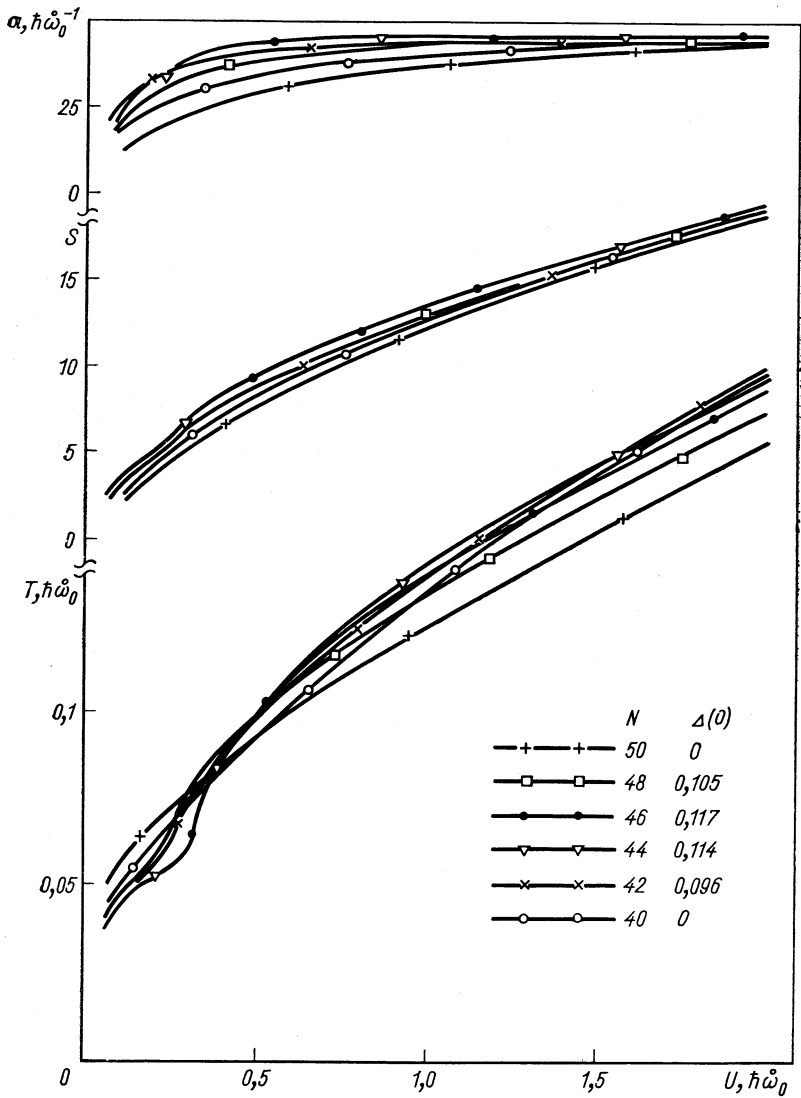


Рис. 8. Зависимость температуры, энтропии и параметра a' от энергии возбуждения для разной степени заполнения оболочки $1g_{9/2}$ в модели Нильссона со спариванием [$G=0,017$ ($0,155$ Мэв)].

ся отличной от нуля для $N = 50$, и критическая энергия достигает значительной величины.

В этой модели были рассчитаны также термодинамические функции двухкомпонентной системы. Константы парного взаимодействия нейтронов и протонов выбирались из сравнения с экспериментальными данными по энергиям связи ядер с учетом эффекта блокировки [4]. При термодинамическом рассмотрении сильно возбужденных ядер число состояний, доступных для возбуждения частиц, превышает число состояний, обычно используемых при анализе свойств основного и первых возбужденных состояний ядер. Изменение границы суммирования приводит просто к перенормировке константы парного взаимодействия [4]. Как и в модели независимых частиц, численное решение основных уравнений с учетом спаривания проводилось с использованием метода наименьших квадратов [57].

Результаты расчетов температуры, энтропии и параметра α' для ^{56}Ni , ^{58}Fe , ^{114}Cd и ^{120}Sn приведены на рис. 9 и 10. В расчетах использовались уровни схемы Нильссона для $\eta = 0$ при следующем выборе параметров: $\kappa = 0,0637$, $\mu_Z = 0,42$ и $\mu_N = 0,60$ [58].

Были рассчитаны также плотности уровней при энергии возбуждения, равной энергии связи нейтрона, и сравнены с имеющимися данными для некоторых четно-четных ядер (табл. 3). Как

Таблица 3

Элемент	$V_n, \text{ Мэв}$	$\alpha, \text{ Мэв}^{-1}$	$\delta, \text{ Мэв}$	$S_{\text{эксп}}$	$S_{\text{теор}}$	$E_{\text{конд}}, \text{ Мэв}$	$T_{\text{кр}}, \text{ Мэв}$
^{54}Cr	9,72	7,40	2,81	14,3	14,9	4,92	0,74
^{58}Fe	10,05	6,75	3,11	13,8	16,0	4,93	0,75
^{62}Ni	10,59	7,55	3,28	14,9	16,0	2,60	0,68
^{68}Zn	10,20	9,05	3,08	16,2	16,4	2,54	0,72
^{88}Sr	11,09	9,40	2,93	17,5	17,0	0,68	0,73
^{92}Zr	8,63	11,4	2,34	17,2	17,2	2,69	0,71
^{112}Cd	9,05	17,6	2,79	21,0	19,2	3,27	0,67
^{114}Cd	9,06	17,8	2,87	21,0	19,4	4,72	0,66
^{116}Sn	9,50	15,3	2,48	20,7	18,5	2,56	0,64
^{118}Sn	9,36	15,6	2,82	20,2	18,7	3,86	0,64
^{120}Sn	9,11	14,3	2,81	19,0	18,6	4,57	0,63
^{124}Te	9,42	17,2	2,68	21,5	21,1	7,15	0,65
^{126}Te	9,10	16,6	2,65	21,1	20,9	6,90	0,63
^{144}Nd	7,81	16,9	2,36	19,2	20,8	3,74	0,55
^{146}Nd	7,58	18,6	2,19	20,0	21,6	1,45	0,54
^{148}Sm	8,12	20,0	2,39	21,4	23,0	4,42	0,55
^{150}Sm	8,01	23,3	2,72	22,2	23,2	4,67	0,54

видно из этой таблицы, результаты расчетов довольно хорошо описывают экспериментальные данные в широком интервале мас-

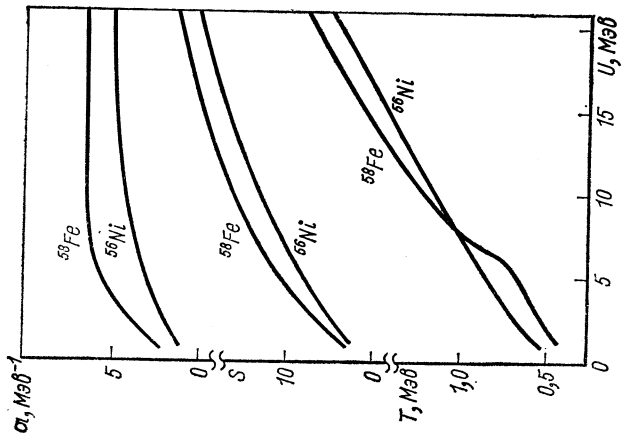


Рис. 9. Зависимость температуры, энтропии и параметра α' для ядер ^{58}Ni и ^{58}Fe от энергии возбуждения в модели Нильссона со спариванием.

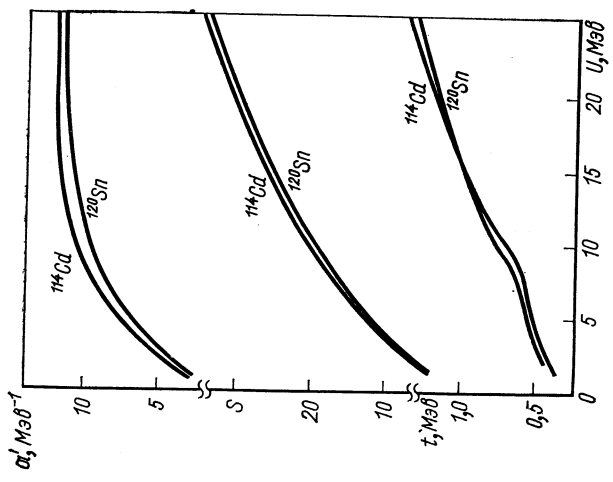


Рис. 10. То же, что и на рис. 9 для ядер ^{114}Cd и ^{120}Sn .

совых чисел. В табл. 4 представлены результаты расчетов энтропии при энергии возбуждения, равной энергии связи нейтрона для

Таблица 4

Элемент	$B_n, \text{ Мэв}$	$U_{\text{эфф}}, \text{ Мэв}$	$S_{\text{эксп}}$	$S_{\text{теор}}$		
				$\eta = 0$	$\eta = 4$	$\eta = 6$
^{149}Sm	8,12	5,73	21,4	23,0	—	—
^{150}Sm	8,01	5,29	22,2	23,2	—	—
^{152}Sm	8,28	5,08	23,6	24,1	22,7	21,6
^{154}Sm	8,00	—	—	23,5	22,1	—
^{162}Dy	8,19	6,58	23,0	24,3	21,7	21,5
^{164}Dy	7,64	6,23	21,3	23,5	20,4	20,5
^{178}Hf	7,72	6,03	22,8	25,7	22,2	23,4
^{180}Hf	7,33	5,71	22,0	25,0	21,8	23,3

области деформированных ядер при различных значениях параметра деформации η . Видно, что значение энтропии при деформациях, близких к равновесным в основном состоянии, лучше согласуется с экспериментальными данными, причем с изменением η значение энтропии заметно меняется.

В любой ядерной реакции сохранение полного момента количества движения системы приводит к сильному ограничению возможных конечных состояний ядра по спину. Поэтому при изучении таких процессов, как угловые распределения продуктов реакции, изомерных отношений, относительных выходов различных частиц в рамках статистического подхода необходимо знание зависимости термодинамических характеристик ядер от момента количества движения.

Спиновая зависимость плотности возбужденных состояний ядер определяется, согласно (11), величиной σ^2 . Рассматривая в качестве интеграла движения проекцию M момента количества движения J на ось симметрии и пользуясь преобразованием Боголюбова, можно получить основные уравнения в виде:

$$\left. \begin{aligned} E &= \sum_k \varepsilon_k \{1 - \tilde{\varepsilon}_k (1 - \bar{n}_{k+} - \bar{n}_{k-})/E_k\} - \Delta^2/G; \\ N &= \sum_k \{1 - \tilde{\varepsilon}_k (1 - \bar{n}_{k+} - \bar{n}_{k-})/E_k\}; \\ M &= \sum_k \Omega_k (\bar{n}_{k+} - \bar{n}_{k-}); \\ 2/G &= \sum_k (1 - \bar{n}_{k+} - \bar{n}_{k-})/E_k, \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

где

$$\begin{aligned}\bar{n}_{ks} &= (1 + \exp \beta_{ks})^{-1}; \\ \zeta_{ks} &= E_k - s\mu\Omega_k; \\ \tilde{\varepsilon}_k &= \varepsilon_k - \lambda.\end{aligned}$$

Энтропия системы

$$S = \sum_{ks} \{ \ln [1 + \exp \beta (E_k - s\mu\Omega_k)] + \beta E_k (\bar{n}_{k+} + \bar{n}_{k-}) - \beta \mu M \}. \quad (53)$$

Выражения (52), (53) были получены Камури [59]. Он также исследовал их решение в приближении Бете — Зоммерфельда. Им было показано, что в модели со спариванием момент инерции ядра относительно его оси симметрии зависит от температуры и экспоненциально стремится к нулю в пределе низких температур. Поскольку в этих расчетах суммы по одночастичным состояниям заменяли интегралами, они описывают только качественные особенности термодинамических характеристик ядер.

В работе [60] основные уравнения решались численно с использованием схемы одночастичных состояний Нильссона и Вудса — Саксона. В этой работе основные уравнения решаются в приближении малых моментов. Тогда

$$\begin{aligned}\bar{n}_{k+} + \bar{n}_{k-} &\approx 1 - \text{th } \beta E_k/2 - (\mu\beta\Omega_k/2)^2 \text{th } \beta E_k/2 / \text{ch}^2 \beta E_k/2; \\ \bar{n}_{k+} - \bar{n}_{k-} &\approx \beta\mu\Omega_k/2 \text{sh}^2 \beta E_k/2 = 2\beta\mu\Omega_k \bar{n}_k (1 - \bar{n}_k).\end{aligned}$$

В этом приближении

$$M = 2\beta\mu \sum_k \Omega_k^2 \bar{n}_k (1 - \bar{n}_k) = \mu \mathfrak{I}_{||},$$

где момент инерции ядра относительно оси симметрии

$$\mathfrak{I}_{||} = 2\beta\mu \sum_k \Omega_k^2 \bar{n}_k (1 - \bar{n}_k).$$

Таким образом, в приближении малых моментов система четырех уравнений (52) сводится к системе трех уравнений:

$$\begin{aligned}E &= \sum_k \varepsilon_k [1 - (\varepsilon_k/E_k) \text{th } \beta E_k/2] - \Delta^2/G - \\ &\quad - \frac{\beta^2 M^2}{2\mathfrak{I}_{||}} \cdot \frac{\partial}{\partial \beta} \cdot \frac{\mathfrak{I}_{||}}{\beta} + M^2/2\mathfrak{I}_{||}^2 \Delta^2 \partial \mathfrak{I}_{||} / \partial \Delta; \\ N &= \sum_k [1 - (\varepsilon_k/E_k) \text{th } \beta E_k/2] + (M^2/2\mathfrak{I}_{||}^2) (\partial \mathfrak{I}_{||} / \partial \lambda); \\ 2/G &= \sum_k \frac{\text{th } \beta E_k/2}{E_k} + \frac{M^2}{\mathfrak{I}_{||}^2} \cdot \frac{\partial \mathfrak{I}_{||}}{\partial \Delta^2}.\end{aligned} \quad (54)$$

В этом же приближении для энтропии системы и параметра σ^2

имеем выражения:

$$S = 2 \sum_k \{ \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] + \beta E_k \bar{n}_k \} - \frac{\beta^2 M^2}{2 \mathfrak{Z}_{\parallel}^2} \cdot \frac{\partial \mathfrak{Z}_{\parallel}}{\partial \beta};$$

$$\sigma^2 = \mathfrak{Z}_{\parallel} / \beta = 2 \sum_k \Omega_k^2 \bar{n}_k (1 - \bar{n}_k).$$

Результаты вычислений параметра спиновой зависимости σ^2 и момента инерции относительно оси симметрии \mathfrak{Z}_{\parallel} для некоторых сферических и деформированных ядер представлены рис. 11. Зависимость температуры от энергии возбуждения при $M = 0$ приведена в нижней части этого рисунка. Для дважды магических ядер ^{56}Ni , ^{90}Zr и ^{208}Pb корреляционная функция обращается в нуль, и, следовательно, для этих ядер поведение термодинамических функций определяется моделью независимых частиц. Видно, что в отличие от результатов модели ферми-газа, где момент инерции не зависит от температуры и равен твердотельному значению, дискретная структура одночастичного спектра ядра приводит к заметной энергетической зависимости момента инерции. Природа этого эффекта такая же, как и зависимости параметра α' от энергии возбуждения, которая также приведена на этом же рисунке. Влияние парных корреляций на момент инерции особенно отчетливо видно на примере деформированных ядер ^{176}Hf и ^{236}U . Но и для этих ядер выше критической температуры \mathfrak{Z}_{\parallel} зависит от энергии возбуждения, а энергетическая зависимость σ^2 оказывается более сложной, чем в модели ферми-газа.

Проведенные в этой же работе расчеты $\langle m^2 \rangle$ показывают, что используемое в последнее время для обработки экспериментальных данных значение $\langle m^2 \rangle = 0,24 A^{2/3}$ в среднем более надежно, чем ранее использовавшееся значение $\langle m^2 \rangle = 0,146 A^{2/3}$ [8]. Однако сильная зависимость $\langle m^2 \rangle$ от оболочечной структуры требует, особенно при малых энергиях возбуждения, знания точного значения $\langle m^2 \rangle$ для конкретных ядер.

Потенциал Нильссона не учитывает ряд свойств самосогласованного поля реальных ядер: конечную глубину потенциала и диффузность края. После работы П. Э. Немировского и В. А. Чегурнова [62] началось внедрение в спектроскопические расчеты более реального спектра возбуждений фермиевского типа, основанного на потенциале Вудса — Саксона. В связи с этим сравнение термодинамических свойств двух различных оболочечных моделей представляет большой интерес, поскольку может ответить на вопрос о чувствительности статистических расчетов к тонким особенностям оболочечной структуры ядер. В табл. 5 приведены результаты расчетов плотности уровней некоторых чётно-чётных ядер в модели Вудса — Саксона со спариванием [53]. Параметры потенциала взяты из работы [56]. Расчеты были проведены при

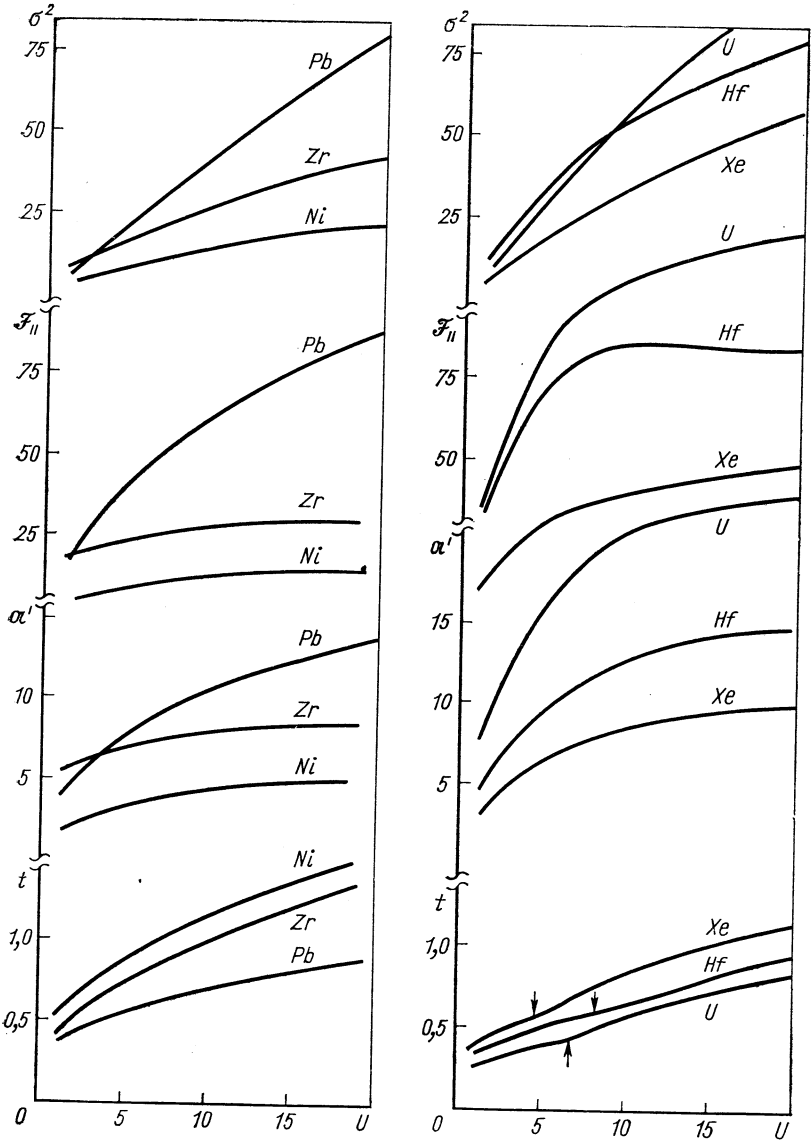


Рис. 11. Зависимость температуры t ядра, параметра плотности уровней α' , момента инерции $\mathcal{J}_{||}$ и параметра спиновой зависимости σ^2 от энергии возбуждения U . Стрелками показаны энергии фазового перехода из сверхтекучего состояния в нормальное. U и t даны в $Mэв$, α' — в $Mэв^{-1}$, $\mathcal{J}_{||}$ в $\hbar^2/Mэв$.

энергии возбуждения, равной энергии связи нейтрона B_n . Экспериментальное значение $\ln \rho_{\text{экс}}$ было восстановлено с помощью соотношения (13) из экспериментально наблюдаемых средних расстояний $D_{\text{набл}}$ между нейтронными резонансами. Используемые значения δ приведены в таблице. Экспериментальные дан-

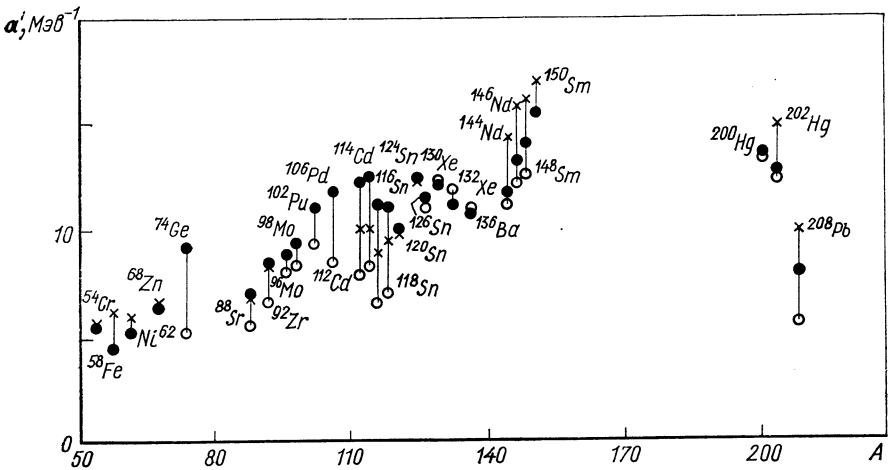


Рис. 12. Зависимость параметра α' от массового числа A :

● — экспериментальные значения, полученные из резонансных данных; ○ — расчет в модели Вудса—Саксона со спариванием; × — расчет в модели Нильссона со спариванием.

ные по плотности уровней были взяты из двух работ. В работе [8] (нижняя строка в шестом столбце табл. 5) принято $\langle m^2 \rangle = 0,146 A^{2/3}$, тогда как в работе [61] (верхняя строка) $\langle m^2 \rangle = 0,24 A^{2/3}$. Из приведенной таблицы видно, что независимо от выбора $\langle m^2 \rangle$ согласие экспериментальных и расчетных значений $\ln \rho(B_n)$ достаточно хорошее для ядер тяжелее Te , но имеется систематическое расхождение для более легких ядер вплоть до ^{106}Pd , для которых вычисленная плотность уровней меньше наблюдаемой.

Различие между схемами Нильссона и Вудса — Саксона особенно наглядно проявляется, если сравнить вычисленные и наблюдаемые на опыте значения параметра α' . Такое сравнение представлено на рис. 12. Видно, что схема Вудса — Саксона систематически дает меньшее значение α' и, следовательно, меньшую плотность уровней, чем схема Нильссона, причем это расхождение в некоторых случаях оказывается значительным. Видно также, что схема Нильссона дает лучшее согласие с экспериментом. Последнее обстоятельство неудивительно, поскольку эта схема лучше подогнана под эксперимент. Что касается систематического заниже-

Таблица 5

Элемент	$\bar{D}_{\text{набл}}'$ 10 ⁻⁵ Мэв	α , Мэв ⁻¹	δ , Мэв	B_n , Мэв	$\ln \rho_{\text{эксп}}$	$\ln \rho_{\text{расч}}$
74Ge	7,7	13,07	3,24	10,2	14,1	9,8
		13,2	3,04	10,1	—	
88Sr	2,3 2,6	9,4	2,17	11,1	13,1	—
		9,4	2,93	—	11,4	10,6
92Zr	2,3 3,0	12,39	1,92	8,64	13,3	—
		11,40	2,13	—	12,35	10,6
96Mo	5,7 1,5	12,87	2,40	9,16	13,66	—
		12,55	2,72	—	13,13	12,5
98Mo	8,0 1,6	15,45	2,57	8,64	14,51	—
		13,00	2,38	8,5	13,0	12,4
102Ru	2,8 1,7	15,34	2,22	9,22	15,68	—
		16,2	2,85	9,32	15,46	14,0
106Pd	1,33 0,9	16,7	2,6	9,55	16,46	—
		16,2	2,5	9,4	16,1	12,5
112Cd	3,3	17,06	2,5	9,4	16,56	—
		17,6	2,8	9,05	16,08	12,8
114Cd	2,7	18,7	2,7	9,05	16,68	—
		17,8	2,9	—	16,08	12,8
116Sn	5,0	15,3	2,5	9,5	15,68	11,8
118Sn	4,5 5,0	16,43	2,3	9,33	16,36	—
		15,6	2,8	9,36	15,25	12,1
120Sn	5,2 1,8	16,88	2,43	9,11	16,2	—
		14,3	2,8	—	14,1	12,2
126Te	6,0 5,0	16,32	2,23	9,1	16,81	—
		13,3	2,65	—	15,56	15,4
130Xe	3,0	16,6	2,6	9,3	16,0	16,8
132Xe	4,0	15,1	2,26	8,9	15,4	15,7
136Ba	3,7 5,0	15,98	2,28	9,2	16,07	—
		14,8	2,45	—	15,03	15,4
138Ba	4,0	13,7	2,43	8,54	13,47	12,1
144Nd	2,6 5,0	18,24	1,94	7,8	16,53	—
		16,9	2,36	—	14,46	14,7
146Nd	2,0 2,5	20,1	2,1	7,6	16,2	—
		18,6	2,2	—	15,26	14,7
148Sm	0,77 0,7	20,36	2,14	8,14	17,20	—
		20,0	2,4	—	16,5	15,4
200Hg	9,0 6,5	17,62	1,7	8,0	16,2	—
		17,1	1,73	—	15,8	15,8
202Hg	9,0 8,5	16,8	1,58	7,78	15,5	—
		15,8	1,7	—	14,8	14,4
208Pb	2000 1900	7,31	1,21	7,7	9,0	—
		8,1	1,1	7,4	9,5	8,5

ния α' в модели Вудса — Саксона по сравнению с экспериментом, то это связано, по-видимому, с тем, что ряд резонансов, которые мы интерпретируем как s -резонансы, могут оказаться p -резонансами, это может привести к сильному завышению экспериментального значения α' . Заметная примесь p -резонансов может наблюдаться в области $A = 85-125$, где лежит максимум силовой функции для p -волны. Как раз в этой области и наблюдаются сильные различия между наблюдаемыми и вычисленными значениями α' в модели Вудса — Саксона. Прогресс в экспериментальной технике определения спинов и четностей нейтронных резонансов [63] позволит более определенно выяснить причину наблюдаемых расхождений.

д. Статистическая модель промежуточных структур

Из общих соображений ясно, что распад промежуточной системы в процессе ядерной реакции может происходить и в конфигурациях, промежуточных между равновесной и конфигурацией, соответствующей простейшим входным состояниям. К этому необходимо добавить, что при определенных условиях реакция может идти и через неравновесные конфигурации более сложные, чем конфигурации, соответствующие максимуму энтропии (реакции с тяжелыми ионами). В связи с этим в последние годы интенсивно развивалась статистическая теория промежуточных структур, на основании которой делались попытки анализа наблюдаемых аномалий в спектрах испарения частиц (см. п. 2).

Первая модель частичного равновесия в ядерных реакциях была предложена в работах Изумо [64, 65] для интерпретации резонансов промежуточной структуры. Он исходил из предположения, что возбужденные состояния помимо обычных интегралов движения характеризуются вполне определенным числом возбужденных нуклонов. Эти внешние по отношению к остову нуклоны рассматриваются как ферми-газ частиц со слабым δ -образным взаимодействием. Никакого физического обоснования такой модели не было дано, а параметры модели, в частности число возбужденных частиц, определялись из опыта.

В дальнейшем статистическая модель промежуточных структур более последовательно сформулировал Гриффин [66]. Основные физические допущения модели Гриффина сводятся к следующему.

В результате взаимодействия падающей частицы (например, нуклона) с мишенью возникает промежуточное состояние простейшего типа (две частицы и дырка в случае четно-четной мишени), которое затем усложняется в результате парных столкновений, так что с течением времени достигается равновесное распределение частиц по уровням среднего поля. Остаточное взаимодействие между нуклонами предполагается настолько слабым, что вероятность столкновения можно рассматривать в первом порядке теории

возмущений. Переходы, следовательно, происходят с сохранением энергии, а число возбуждений в каждом элементарном акте изменяется на $0, \pm 2$.

Предполагается также, что в процессе развития ядерного каскада нуклоны могут покидать возбужденное ядро всякий раз, когда хотя бы один из них попадает на одночастичный уровень, находящийся в непрерывном спектре. Вероятность такого испускания зависит от соотношения соответствующих фазовых объемов, которые определяются в этой модели плотностью состояний с заданным числом возбуждений (частиц и дырок).

Для эквидистантного одночастичного спектра плотность уровней с заданным числом экситонов n

$$\rho_n = g(gU)^{n-1}/n!(n-1)!, \quad (55)$$

где U — энергия возбуждения; g — плотность одночастичных состояний. В этом выражении принцип Паули не принят во внимание.

Вероятность испускания нуклона с энергией E_0 из промежуточной конфигурации с n экситонами дается отношением $\rho_{n-1}(U) \rho_c(E_0) dE_0 / \rho_n(E^*)$, где $\rho_c(E_0) = 2\pi (2m/\hbar^2)^{3/2} E_0^{1/2}$ — плотность одночастичных состояний в континууме, $U = E^* - (E_0 + B)$, B — энергия связи нуклона; E^* — энергия возбуждения промежуточной системы.

Тогда полная вероятность эмиссии нуклона с энергией E_0 в процессе достижения статистического равновесия

$$W(E_0) dE_0 = \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} \rho_{n-1}(U) \rho_c(E_0) dE_0 / \rho_n(E^*). \quad (56)$$

Суммирование ведется от минимального значения n_0 , определяемого начальными условиями, до значения $n = \bar{n}$, соответствующего равновесному распределению. Вероятность эмиссии нуклона из равновесного состояния дается выражением

$$W_c(E_0) dE_0 = \sum_n (2\pi M^2/\hbar) \rho_{n-1}(U) \rho_c(E_0) \rho_n(E^*) / \rho(E^*) dE_0, \quad (57)$$

где $\rho(E^*) = \sum_n \rho_n(E^*)$ — среднее значение квадрата матричного элемента, отвечающего рассеянию двух возбуждений.

В работе [67] приводится более точное, по мнению автора, выражение для $W_c(E_0)$

$$W_c(E_0) dE_0 = \sum_n (2\pi M^2/\hbar) \rho_{n-1}(U) \rho_c(E_0) \times \\ \times \{[\rho_{n-2}(E^*) + \rho_n(E^*) + \rho_{n+2}(E^*)] / \rho(E^*)\}, \quad (58)$$

которое вряд ли имеет смысл, поскольку в таком случае вклад всех возможных конфигураций учитывается дважды.

Заменяя суммирование в выражении (58) интегрированием, получаем

$$W_c(E_0) dE_0 \sim f(E^*, U) \exp [4g^2 E^* U],$$

где

$$f(E^*, U) = E_0^{1/2} (E^*)^{19/8} U^{-11/8} [1 + U/E^* + (U/E^*)^2],$$

т. е. получается выражение, отличное от (30), которое следует из модели ферми-газа, хотя в общем оно дает температурное распределение испускаемых нейтронов с ядерной температурой, зависящей от энергии возбуждения остаточного ядра и от энергии налетающей частицы. Процессы испускания нуклонов из равновесного состояния и в течение достижения равновесия считаются некогерентными, так что суммарный спектр должен иметь форму

$$W(E_0) \sim \alpha W_p(E_0) + W_c(E_0), \quad (59)$$

где α — доля предкомпаундных нуклонов. Эта модель применялась в последнее время для анализа спектров нейтронов (p, n)-реакции, а также в других экспериментах [68]. Основные недостатки этой схемы и возможности ее уточнения рассмотрим ниже. Сейчас же отметим, что существенным предположением модели Гриффина является возможность классификации возбужденных состояний по числу возбужденных частиц, что, строго говоря, можно делать только в модели невзаимодействующих частиц. Эта классификация в идейном отношении соответствует давно обсуждаемой в литературе иерархии различных входных и более сложных состояний, фигурирующих в теории ядерных реакций, идущих через сравнительно простые промежуточные состояния.

Успешная интерпретация на основе этой модели спектров испарения инициировала ряд работ, в которых делались попытки уточнения и некоторых модификаций ее основных положений. В частности, в работе [67] модель Гриффина распространяется на анализ спектров заряженных частиц. Квадрат матричного элемента парного взаимодействия оценивается из принципа детального баланса:

$$M^2 = \hbar v \sigma(v) / 2\pi \rho_n(E) \Omega.$$

Здесь v — относительная скорость сталкивающихся частиц; $\sigma(v)$ — сечение столкновения; Ω — нормировочный объем. Полагалось, что σ не зависит от n и E . Следовательно, в отличие от модели Гриффина M^2 в этой работе зависит от n и E . Такая модифи-

кация приводит к другим выражениям для W_c и W_p , а именно:

$$W_p(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{(2s+1) m\varepsilon\sigma(v) E}{\pi^2 \hbar^3 g U^2} \sum_{n=n_0}^{\bar{n}} (U/E)^n (n^2 - n) d\varepsilon; \quad (60)$$

$$W_c(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{(2s+1) m\varepsilon\sigma(v)}{\pi^2 \hbar^3} \sum_{n \geq n_0} \frac{\rho_{n-1}(U)}{\rho_n(B)} \left[\frac{\rho_{n+2}(E) + \rho_n(E) + \rho_{n-2}(E)}{\rho(E)} \right] d\varepsilon. \quad (61)$$

Переходя в (61) от суммирования к интегрированию, находим

$$W_c(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{(2s+1) m\varepsilon\sigma(v) \rho(U)}{\pi^2 \hbar^3 \rho(E)} [1 + (U/E)^2 + (E/U)^2], \quad (62)$$

т. е. с точностью до квадратной скобки имеем стандартное выражение, которое получается в модели Вайскопфа. В этом выражении

$$\rho(E) \sim E^{-1} \exp [2(gE)^{1/2}].$$

Появление в экспоненте для плотности уровней вместо параметра α просто плотности одночастичных состояний g связано с тем, что в качестве ρ_n использовалось выражение (55), в котором не учтен принцип Паули. При выводе формулы (55) не делалось различия между частицами и дырками, все возбуждения входили равноправно. Если учесть, что частицы могут занимать уровни, лежащие выше энергии Ферми, а дырки — ниже этой границы, то получается следующее выражение для плотности состояний конфигурации, заданной числом частиц p и дырок h [69]:

$$\rho_{ph} = \frac{g(gU)^{p+h-1}}{p!h!(p+h-1)!}. \quad (63)$$

В этом случае в первом порядке теории возмущений возможны переходы двух типов: $\Delta p = \Delta h = \Delta n = 0$, $\Delta p = \Delta h = \pm 1$, $\Delta n = \pm 2$ ($n = p + h$). Тогда для случая $\Delta n = +2$ плотность конечных состояний

$$\rho_+ = g^3 U^2 / (p + h + 1),$$

т. е. вероятность перехода в единицу времени из конфигурации в соседнюю, более сложную

$$\lambda_+ = (2\pi M^2 / \hbar) [g^3 U^2 / (p + h + 1)].$$

Для $\Delta n = -2$

$$\lambda_- = 2\pi M^2 g p h (p + h - 2) / \hbar$$

и для $\Delta n = 0$

$$\lambda_0 = 2\pi M^2 g^2 U \{ [3(p + h) - 2] / 4 \} / \hbar.$$

В состоянии, близком к равновесному, ($n \approx \bar{n}$) $\lambda_+ \approx \lambda_-$, откуда находим ($h = p = n/2$) $\bar{n} \approx \sqrt{2gU}$. Аналогичный результат получим, если найдем максимум функции ρ_{ph} , заданной выражением (55), относительно n . В состояниях, далеких от равновесного, ($n < \bar{n}$) $\lambda_+ > \lambda_0 > \lambda_-$.

Полагая, что $\sigma(v)$ не зависит от n , определим в частично-дырочном представлении полную вероятность излучения нуклона в процессе установления равновесия в виде

$$W_p = \{(2s + 1) m \epsilon \sigma(v) / [\pi^2 \hbar^3 (gE)^2]\} \sum_n (U/E)^{n-2} (n^3 - n). \quad (64)$$

Этот результат отличается от результата работы [67]. Для равновесной эмиссии имеем выражение, совпадающее с формулой испарения Вайскопфа.

Приведенная схема единого рассмотрения равновесных и неравновесных процессов является еще грубой и имеет недостатки, затрудняющие ее количественное сравнение с опытом. Прежде всего, нельзя сделать четкого разделения между равновесной стадией и неравновесной, если время достижения равновесия сравнимо со временем жизни предравновесной конфигурации. Далее, сложность равновесной конфигурации ($\bar{n} \approx 10$) часто мало отличается от сложности входного состояния (например, в реакциях, вызываемых α частицами, $n_0 \approx 5$). Дисперсия n в равновесном состоянии к тому же достаточно велика, так что суммирование в (56) до $n = \bar{n}$ вряд ли имеет смысл. Другими словами, значительную долю состояний, отличающихся от равновесного, можно рассматривать в рамках теории термодинамических флуктуаций (см. п. 4). Самые же простые входные состояния, ответственные за прямые процессы с характерной асимметрией в угловых распределениях, вообще нельзя рассматривать в модели Гриффина, поскольку она приводит к симметричным угловым распределениям относительно направления падающего пучка. В связи с этим в некоторых работах [70] наблюдаемые спектры испарения интерпретируются с точки зрения когерентной суммы трех процессов: прямого, предкомпаундного и равновесного. Возможность такого разделения оправдывается тем, что равновесные процессы характеризуются максвелловским спектром и симметричным угловым распределением, прямые и предравновесные процессы дают форму спектра, одинаково отличающуюся от максвелловского, но угловые распределения прямой реакции сильно отличаются от угловых распределений в предравновесных процессах.

Во всех работах, посвященных статистическому анализу промежуточных структур, используется эквидистантный спектр одночастичных состояний, далекий от реального спектра модели оболочек. Остаточные взаимодействия типа спаривания во внимание

не принимаются. Эти особенности реальных ядер сильно влияют на средние свойства в равновесном состоянии, и пренебрегать ими нельзя при анализе средних свойств неравновесных состояний. Необходимо также учитывать закон сохранения момента количества движений.

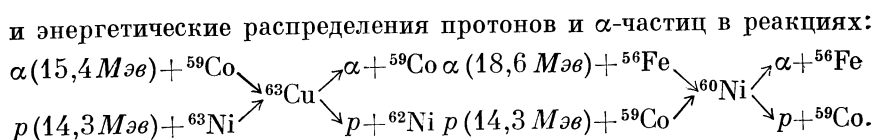
4. О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ АТОМНЫХ ЯДЕР

Как видно из предыдущего изложения в настоящее время, несмотря на специфические свойства ядер как объектов статистического исследования, их средние свойства описываются теми методами и понятиями, которые разработаны для обычных макроскопических тел, состоящих из невообразимо большого числа частиц. В частности, будем пользоваться понятием температуры ядра, которая является характеристикой равновесного состояния. Возникает вопрос о возможности достижения статистического равновесия в возбужденном ядре, время жизни которого конечно.

Обычно в ядерной статистике в качестве изображающего ансамбля используется канонический ансамбль Гиббса, который, строго говоря, применим для системы, находящейся в термостате. В связи с этим возникает вопрос об эквивалентности ансамбля Гиббса и микроканонического ансамбля, который и должен быть изображающим ансамблем для реальных ядер, являющихся хорошо изолированными системами. Этот вопрос тесно связан с проблемой влияния флуктуаций различных термодинамических величин на наблюдаемые средние свойства ядер.

Эти и аналогичные им проблемы можно решить последовательно лишь методами ядерной кинетики, которая в настоящее время еще не получила должного развития. Поэтому здесь остановимся лишь на некоторых вопросах, связанных с выяснением границ применимости стандартных методов статистики и термодинамики применительно к атомным ядрам.

При расчете плотности уровней ядер делается молчаливое предположение о том, что время релаксации много меньше времени жизни системы. В таком случае она много раз пройдет через любую доступную конфигурацию, прежде чем испытает распад. Очевидно, что только в этой ситуации можно говорить о возможности достижения статистического равновесия. Такому интересному вопросу посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ. Экспериментальная проверка возможности достижения статистического равновесия в сильно возбужденных ядрах основывается на том, что в этом случае распад составной системы не должен зависеть от способа ее образования (гипотеза независимости Бора). Прямая экспериментальная проверка гипотезы независимости была, например, предпринята в работе [71], где были исследованы угловые



Энергия возбуждения промежуточных ядер фиксирована и равна 20,2 Мэв для ${}^{63}\text{Cu}$ и 23,6 Мэв для ${}^{60}\text{Ni}$. Сравнивались интегральные сечения по определенным участкам спектра, угловые распределения и ядерные температуры. Если энергия возбуждения является единственным интегралом движения, то должно выполняться следующее равенство отношений интегральных сечений:

$$\sigma(\alpha, p) / \sigma(\alpha, \alpha') = \sigma(p, p') / \sigma(p, \alpha).$$

В частности, для составного ядра ${}^{63}\text{Cu}$ экспериментальный результат следующий (интегрирование проводилось по сопоставимым интервалам энергетического спектра): $\sigma({}^{59}\text{Co}(\alpha, p) {}^{62}\text{Ni}) / \sigma({}^{59}\text{Co}(\alpha, \alpha') {}^{59}\text{Co}) = 1,25$; $\sigma[{}^{62}\text{Ni}(p, p') {}^{62}\text{Ni}] / \sigma[{}^{62}\text{Ni}(p, \alpha) {}^{59}\text{Co}] = 3,40$. Расхождение может быть обусловлено тем, что при одной и той же энергии возбуждения составного ядра в разных реакциях оно может образоваться с различными значениями момента количества движения и, вообще говоря, с различными значениями изотопического спина. Учет этих интегралов движения в рамках теории Хаузера — Фешбаха [72] устраняет имеющиеся различия в форме спектра частиц в соответствующих каналах реакции и в отношениях сечений. В этих расчетах плотность уровней остаточных ядер описывалась моделью ферми-газа со стандартным набором параметров. Разумеется, и в данных реакциях наблюдаются отклонения от модели Бора в жесткой части изученных спектров, однако вклад процессов, идущих не через равновесное состояние в них, невелик.

Теоретическому исследованию вопроса о достижении статистического равновесия в возбужденных ядрах посвящены работы [73, 74]. В работе [73] авторы численно решают основное кинетическое уравнение для временной эволюции чисел заполнения фермионов одного типа. При этом допускается испускание нуклонов в процессе установления равновесия. Принимаются во внимание только столкновения бинарного типа и корреляции, обусловленные статистикой Ферми. Конкретный расчет проведен для системы, содержащей 100 нуклонов с начальной энергией 1054 Мэв. Показано, что при начальном распределении частиц по уровням среднего поля, весьма далеком от равновесного, статистическое равновесие достигается за время порядка 10^{-21} сек. Рассчитаны также спектры испускаемых частиц в зависимости от времени.

В работе [74] в такой же модели рассматривается двухкомпонентная система с гораздо меньшей энергией возбуждения. В каче-

стве примера изучаются имеющиеся данные по дифференциальным сечениям (p, x, n) -реакции для ^{181}Ta с начальной энергией протонов 18 Мэв . Время релаксации оказывается и в этом случае такого же порядка величины, но полученные расчетным путем спектры плохо согласуются с экспериментальными в области энергий нейтронов, больших 10 Мэв . В связи с этим проводится сравнение с расчетами по модели Гриффина (см. п. 3, д.) и с расчетами по методу случайных испытаний (метод Монте-Карло). Оказывается, что лучшее согласие с опытом дает метод Монте-Карло, причем главную часть нейтронов, испущенных в процессе достижения равновесия, дает диффузная область распределения вещества в ядрах. Это означает, по-видимому, что во временных задачах необходимо учитывать реальные пространственные распределения в ядрах.

Время релаксации в атомных ядрах по порядку величины можно оценить и другим, более простым, но не прямым методом. В самом деле, как это следует из сравнения модели ферми-газа с резонансными данными, равновесное число возбужденных частиц в ядрах промежуточного веса близко к 10. Если исходить из того, что статистическое равновесие достигается последовательным парным столкновением, то необходимо четыре-пять столкновений, чтобы возбудить это число частиц. Время между последовательными ударами $\sim R/v$, где v — относительная скорость нуклонов в ядре. Поскольку $v \approx 10^9 \text{ см/сек}$, то время релаксации должно быть порядка 10^{-21} сек , что не противоречит результатам, полученным в приведенных выше работах.

Таким образом, время релаксации оказывается достаточно малым по сравнению со временем жизни возбужденных состояний ядер при умеренных энергиях возбуждений. Это позволяет надеяться на то, что статистическое равновесие достижимо в процессе протекания ядерной реакции. Когда время жизни становится меньше или сравнимым с величиной 10^{-21} сек , необходимо ожидать существенного вклада неравновесных, прямых процессов.

Для выяснения вопроса об эквивалентности канонического и микроканонического ансамблей в применении к системам с конечным числом частиц рассмотрим прежде всего классический идеальный газ, состоящий из N частиц, с массой m , движущихся в объеме V . Фазовый объем такой системы

$$\Gamma = \int dq_1 \dots dq_{3N} \int dp_1 \dots dp_{3N} = V^N \int dp_1 \dots dp_{3N}.$$

Интегрирование по импульсам ограничено условием

$$U - \delta U \leq \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{3N} p_i^2 \leq U,$$

где U — энергия системы; δU — неточность в определении энергии («ширина» микроканонического распределения). Это означает, что доступный объем в пространстве импульсов является сферическим слоем, внешний радиус которого $R = (2mU)^{1/2}$. Объем такого слоя толщиной в ΔR $\Delta\Omega_{3N}(R) = \Omega_{3N}(R) - \Omega_{3N}(R - \Delta R) = \Omega_{3N}(R) [1 - (1 - \Delta R/R)^{3N}]$, поскольку объем $3N$ -мерной сферы пропорционален R^{3N} . Таким образом, $\Gamma = V^N \Delta\Omega_{3N}(R)$, а энтропия газа

$$S = \ln \Gamma / h^{3N} N! = N \ln V + \ln \Omega_{3N} + \ln [1 - (1 - \Delta R/R)^{3N}].$$

Полученное выражение для энтропии не обладает свойством аддитивности за счет присутствия последнего члена, содержащего к тому же в явном виде ширину микроканонического распределения. В пределе больших N $(1 - \Delta R/R)^{3N} \rightarrow \exp(-\delta U/\theta)$, где $\theta = 2N/3N$ (температура газа). Если $\delta U \gg \theta$, то последним членом в выражении для энтропии можно пренебречь. Таким образом, каноническое и микроканоническое описания эквивалентны, если

$$\theta \ll \delta U \ll U. \tag{65}$$

Условие $\delta U \gg \theta$ можно переписать в виде $\delta U/U \gg 2/3N$. Для макроскопических тел $N \sim 10^{23}$, т. е. требование $\delta U \gg 2U/3N$ можно удовлетворить практически без какой-либо неточности в определении энергии микроканонического ансамбля. Для случая $N \sim 10^2$ должно быть $\delta U \gg 0,1 Mэв$, если $U \approx 10 Mэв$. Эта оценка не имеет прямого отношения к ядру, системе, состоящей из фермионовских частиц.

Если фиксируем только полную энергию газа, то нормированная функция распределения микроканонического ансамбля в фазовом пространстве имеет вид

$$W(x) d\Gamma = \delta [U - E(x)] d\Gamma / \rho(U).$$

Здесь $x \equiv \{ \dots q_i \dots, p_i \dots \}$; $\rho(U) = (d\Gamma/dE)_{E=U}$ — плотность состояний системы при энергии возбуждения U .

Разобьем нашу систему на две подсистемы: 1 и 2 — так, что $E = E_1 + E_2$ и $N = N_1 + N_2$. В силу независимости подсистем $d\Gamma = d\Gamma_1 d\Gamma_2 = \rho_1 \rho_2 dE_1 dE_2$.

Тогда функция распределения для подсистемы 1 будет иметь вид

$$\begin{aligned} W(x_1) d\Gamma_1 &= [\rho_1(E_1) dE_1 / \rho(U)] \int_0^U \rho_2(E_2) \delta [U - E_1 - E_2] dE_2 = \\ &= \rho_1(E_1) dE_1 \rho_2(U - E_1) / \rho(U). \end{aligned}$$

Поскольку для классического газа $\rho(U) \sim U^{3N/2-1}$ и $\rho_2(U - E_1) \sim (U - E_1)^{3N_2/2-1}$, то функция распределения для подсистемы 1 зависит от энергии этой подсистемы через комбина-

цию: $(U - E_1)^{3N/2-1}/(U - E_1)^{3N_1/2-1}$. Тогда функция распределения по энергии одной частицы идеального газа $W_1(E_1, N) \sim (U - E_1)^{3N/2-1}/(U - E_1)^{3/2}$ и становится практически не отличимой от больцмановского распределения при $N \geq 10$. В таком случае подсистему 2 обычно называют термостатом. Таким образом, начиная со сравнительно небольшого числа частиц, функция распределения по энергии в изолированном идеальном газе мало отличается от асимптотических функций распределения, характерных для канонического ансамбля Гиббса.

Более близкой к свойствам реальных ядер является модель независимых ферми-частиц, движущихся в самосогласованном потенциале. Макроскопическое состояние такого газа обычно описывается следующим образом [3]. Распределим все квантовые состояния отдельных частиц по группам, каждая из которых содержит G_j состояний, и поместим в каждую такую группу N_j частиц. Тогда набор чисел G_j при заданном наборе чисел N_j будет полностью характеризовать макроскопическое состояние газа. Статистический вес газа $\Delta\Gamma = \prod \Delta\Gamma_j$, а статистический вес j -й группы в случае частиц Ферми $\Delta\Gamma_j = G_j!/N_j! (G_j - N_j)!$

Равновесное распределение частиц по группам определяется из условия

$$\frac{\partial}{\partial n_j} (S + \alpha N + \beta U) = 0, \quad (66)$$

где $S = \sum \ln \Delta\Gamma_j$ — энтропия газа; U — энергия возбуждения; $n_j = N_j/G_j$ — числа заполнения. Множители Лагранжа α и β определяются из условия $N = \sum_j N_j$; $U = \sum_j N_j \epsilon_j$, здесь ϵ_j — средняя по j -й группе энергия одночастичного состояния.

Аналогия с классической системой заключается в том, что энтропия системы явно зависит от способа разбиения элементарного спектра на группы G_j и, следовательно, от неопределенности в полной энергии, связанной с неполным, макроскопическим описанием системы.

Для нахождения равновесного распределения из соотношения (66) желательно иметь достаточно точное аналитическое выражение для $\ln(x!)$. Известная формула Стирлинга дает

$$\ln(x!) \approx (x + 1/2) \ln x - x + \ln \sqrt{2\pi}. \quad (67)$$

Обычно вместо (67) используют более грубое приближение

$$\ln(x!) \approx x \ln x - x, \quad (68)$$

справедливое лишь при $x \gg 1$, которое, правда, дает правильный результат и при $x = 0$. Однако выражение (68) сильно отклоняется от точного значения при $e > x > 0$. Для атомных ядер, содержащих конечное число частиц (N_j мало) и обладающих существен-

но дискретным спектром одночастичных возбуждений (G_j мало), необходима более точная формула для $\ln x!$. Но более точное выражение (67) также непригодно для наших целей, потому что при $x \rightarrow 0$ дает расходящийся результат, и мы не будем иметь, в частности, характерного для нулевой температуры ступенчатого распределения для \bar{n}_j , которое дает грубое приближение (68). Простейшее выражение для $\ln(x!)$, отличающееся от точного не более чем на 1% при $x \geq 0$, есть

$$\ln x! = (x + 1/2) \ln(x + 1/2\pi) - x + \ln \sqrt{2\pi}. \quad (69)$$

Если воспользоваться (66) и (69), то равновесное распределение чисел заполнения \bar{n}_j определяется уравнением

$$\ln \frac{\bar{n}_j + 1/2\pi G_j}{(1 - \bar{n}_j) + 1/2\pi G_j} + \frac{\pi - 1}{2\pi G_j} \cdot \frac{1 - 2\bar{n}_j}{(\bar{n}_j + 1/2\pi G_j)(1 - \bar{n}_j + 1/2\pi G_j)} = -(\alpha + \beta \varepsilon_j), \quad (70)$$

из которого в пределе $2\pi G_j \gg 1$ получим

$$\bar{n}_j = 1/[1 + \exp(\alpha + \beta \varepsilon_j)],$$

т. е. фермиевское распределение.

Сохраняя зависимость от G_j в первом порядке малости, из (70) имеем

$$\ln [\bar{n}_j/(1 - \bar{n}_j)] + (1 - 2\bar{n}_j)/[2\pi G_j(1 - \bar{n}_j)\bar{n}_j] = -(\alpha + \beta \varepsilon_j).$$

Решая это уравнение методом последовательных приближений, находим

$$\bar{n}_j = 1/1 + \exp[(\alpha + \beta \varepsilon_j)(G_j + 1)/G_j],$$

так что при $G_j \gg 10$ мы имеем практически асимптотическое фермиевское распределение.

Максимальное значение $G_j = G$ ограничено величиной неточности δU в определении полной энергии газа. Последняя находится или из условий опыта (влияние окружающих тел), или из способа обработки данных (принятый интервал усреднения). Энергетическая ширина группы, содержащей граничную энергию Ферми $(\Delta \varepsilon)_F \approx G/\varphi(\varepsilon_F)$, где $\varphi(\varepsilon_F)$ — плотность одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми. Так как $(\Delta \varepsilon)_F \leq \delta U$, то

$$G \leq \delta U \varphi(\varepsilon_F) = \delta U \left(\frac{6a}{\pi^2} \right), \quad (71)$$

где a — параметр плотности ядерных уровней, определенный соотношением (9). Оценка величины энергетического интервала усреднения δU зависит от конкретных условий. В качестве примера рассмотрим статистический анализ плотности нейтронных

резонансов. Очевидно, что чем больше интервал усреднения, тем большее число уровней попадает в этот интервал, тем с большей точностью можно определить среднюю плотность ядерных уровней. Однако он не должен быть настолько большим, чтобы само среднее в пределах этого интервала изменялось бы больше чем на величину точности определения среднего. В настоящее время точность определения плотности уровней ρ такова, что $\delta\rho/\rho \sim 1$, где $\delta\rho$ — отклонение от среднего. Поскольку $\rho \sim \exp S$, то $\delta\rho/\rho \sim \delta U/T \sim 1$.

Видно, что при современной точности определения ρ интервал усреднения во всяком случае не должен превышать T . Именно такой интервал усреднения был фактически использован при статистической обработке резонансных данных в работе [8]. Полагая $\delta U \approx T$, получим из (71), что

$$G \leq T\phi(\epsilon_F) = T(6\alpha/\pi^2). \quad (72)$$

Для ядер среднего веса $T \approx 1$ Мэв, $\alpha \approx 10-15$ Мэв⁻¹, т. е. $G \leq 6-7$ и получаем в соответствии с (70) функцию распределения чисел заполнения, мало отличающуюся от фермиевской. Таким образом, статистический анализ плотности уровней при энергии возбуждения, близкой к энергии связи нейтрона, вполне оправдан.

При равновесии в макроскопических телах происходят микроскопические движения, которые приводят к отклонениям от средних значений. Особенно важное значение имеют такие отклонения в системах, подобных атомному ядру, где число частиц не так велико. Необходимо отметить, что экспериментальное изучение флуктуаций термодинамических величин макроскопических тел проводится с большими трудностями. Что касается атомных ядер, то даже средние значения для них определены в настоящее время недостаточно полно и точно. Поэтому любая экспериментальная возможность обнаружения таких флуктуаций имеет принципиальное значение для развития статистического подхода в изучении свойств ядер и позволяет сделать количественные выводы о границах его применимости. Ниже остановимся на анализе некоторых особенностей в спектрах нейтронов, которые отчетливо проявляются в (α, n) - и (p, n) -реакциях, и которые обсуждались в п. 2, и придем к выводу, что они указывают на возможность наблюдения флуктуаций ядерной температуры.

Флуктуации могут быть двух типов: термодинамические и квантовые. Поэтому прежде всего необходимо выяснить вопрос о применении термодинамической теории флуктуаций к атомным ядрам. Если x есть отклонение от среднего некоторой величины, то, согласно Эйнштейну, вероятность величине x иметь значение в интервале между x и $x + dx$ пропорциональна $\exp S(x)$, где $S(x)$ — энтропия неравновесного состояния. Эти рассуждения

имеют смысл, если x — классическая величина, т. е. $x \gg \Delta x$, где Δx — квантовая неопределенность величины x . Тогда оказывается, что термодинамическая теория флуктуаций применима, если

$$\tau \gg \hbar/T, \quad (73)$$

где τ по порядку величины совпадает со временем релаксации, а T — температура системы. Поскольку время релаксации должно быть порядка $2\pi\hbar/D$, где D — среднее расстояние между уровнями (23), то условие (73) переходит в неравенство

$$T \gg D/2\pi. \quad (74)$$

Это неравенство хорошо выполняется для ядер с $A > 20$, если энергия возбуждения превышает несколько мегаэлектронвольт. При очень низких температурах или при малых значениях τ флуктуации нельзя рассматривать термодинамически и на первый план выступают чисто квантовые флуктуации, для которых $\Delta x \sim x$.

Если отклонения от среднего малы, то $S(x) \approx S(0) - \beta x^2/2$ и распределение отклонений x дается функцией Гаусса

$$W(x) dx = A \exp(-\beta x^2/2) dx; \quad A = \sqrt{\beta/2\pi}; \quad \beta = 1/\overline{x^2}. \quad (75)$$

Рассмотрим с этой точки зрения форму спектра испарения нейтронов. В соответствии с принципом детального баланса спектр нейтронов, испускаемых сильно возбужденными ядрами [см. выражение (23)]:

$$N(\varepsilon) d\varepsilon \approx \varepsilon \sigma(U - \varepsilon, \varepsilon) \exp S(U - \varepsilon) / \lambda(U - \varepsilon). \quad (76)$$

Поскольку применимость детального баланса не связана с возможностью достижения термодинамического равновесия в остаточном ядре, то в выражении (76) энтропия не обязательно должна быть энтропией равновесного состояния.

Если в процессе реакции остаточное ядро оказывается находящимся в равновесном состоянии, то, полагая $S(U - \varepsilon) \approx S(U) - \varepsilon/\bar{T}$, можно из экспериментального спектра определить температуру ядра \bar{T} (\bar{T} — значение температуры в равновесном состоянии). Энергетическая зависимость температуры должна удовлетворять некоторым общим требованиям, вытекающим из законов термодинамики. В частности, являясь характеристикой равновесного состояния системы, она не должна зависеть от того, каким путем система пришла в это состояние. В упомянутых выше экспериментальных работах [34, 35] обнаружены такие аномалии в энергетическом поведении температуры, которые ставят под сомнение возможность применения методов термодинамики для описания нейтронных спектров. Оказалось, что эти спектры хорошо аппроксимируются распределением Максвелла не только в области $\varepsilon \ll \bar{U}$, но практически во всем доступном интервале

изменений ϵ , т. е. температура не зависит от энергии возбуждения ядра. С другой стороны, наклон спектра, определяемый \bar{T} , заметно меняется с изменением энергии налетающей частицы.

Наблюдаемые аномалии в энергетической зависимости температуры ядра можно объяснить [75], если учесть ее термодинамические флуктуации, неизбежные при описании средних свойств ядер с помощью канонического ансамбля Гиббса. При таком описании система предполагается помещенной в термостат. В этом случае температура является характеристикой термостата, а энергия системы должна флуктуировать около своего среднего значения. Таким образом, при наличии флуктуаций отсутствует точная функциональная зависимость между энергией системы и температурой термостата. Только средняя энергия системы однозначно связана с температурой термостата. Поскольку ядро на самом деле является изолированной системой, то необходимо фиксировать его энергию возбуждения и допустить возможность флуктуации его температуры. Величина флуктуаций температуры в таком случае будет характеризовать точность, с которой можно дать определение температуры изолированного тела [3].

В соответствии с (75) распределение температуры около среднего значения имеет вид

$$W(z) dz = \sqrt{\beta/2\pi} \exp(-\beta z^2/2) dz, \quad (77)$$

где $z = T - \bar{T}$; $\beta = 1/(T - \bar{T})^2$.

Средний квадрат термодинамических флуктуаций температуры [3]

$$\overline{(T - \bar{T})^2} = \bar{T}^2 / G_v(\bar{T}), \quad (78)$$

где C_v — теплоемкость ядра при постоянном объеме.

Опуская несущественные предэкспоненциальные члены, получаем форму спектра нейтронов, усредненного по функции распределения (77) в виде $\overline{N(\epsilon)} d\epsilon \sim \epsilon \exp S(U - \epsilon)$.

При существующей точности измерения спектров во всем интервале энергий ϵ достаточно представить энтропию ядра в виде $S(U - \epsilon) \approx S(U) - \epsilon (dS/dx)_{x=U} + 1/2\epsilon^2 (d^2S/dx^2)_{x=U} - \dots$ (79)

Тогда

$$\begin{aligned} & \overline{\exp S(U - \epsilon)} = \\ & = \sqrt{\beta/2\pi} \exp S(U) \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\beta z^2/2 - \epsilon/(\bar{T} + z) - \frac{1\epsilon^2}{2C_v(\bar{T} + z)^2} \right] dz. \quad (80) \end{aligned}$$

Строго говоря, в качестве нижнего предела интегрирования необходимо выбрать $-T$, поскольку $T \geq 0$. Однако если отклонения T от среднего значения \bar{T} достаточно малы, то замена $-T$ на $-\infty$ не вносит заметной погрешности.

Если предположить, что зависимость энергии от температуры следует закону

$$U = \alpha \bar{T}^2,$$

то третий член разложения энтропии в (79) составит от второго члена не более 20%, поэтому можно вынести из-под интеграла соответствующую экспоненту, заменив ее средним значением при $T = \bar{T}$. Вместо (80) получим

$$\begin{aligned} \overline{\exp S(U - \varepsilon)} &= V \beta / 2\pi \exp [S(U) - \\ &- \varepsilon^2 / 2\bar{T}^2 C_v(\bar{T})] \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta z^2 / 2 - \varepsilon / \bar{T} + z) dz. \end{aligned} \quad (81)$$

Далее, в соответствии с (10) и (78) для ядер среднего атомного веса ($\alpha \approx 10$ Мэв, $T \approx 0,5$ Мэв) отклонение температуры от среднего значения не превышает 30%, т. е. можно положить $1/(\bar{T} + z) \approx (1 - z/\bar{T})/\bar{T}$. Тогда

$$\begin{aligned} V \beta / 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} [-\beta z^2 / 2 - \varepsilon (1 - z/\bar{T})/\bar{T}] dz = \\ = \exp[-\varepsilon/\bar{T} + \varepsilon^2 / 2\bar{T}^2 C_v(\bar{T})]. \end{aligned} \quad (82)$$

Сравнивая (81) и (82), приходим к выводу, что в результате усреднения по флуктуациям температуры второго члена разложения энтропии (79) получаем дополнительный член, который компенсирует среднее значение следующего члена разложения, квадратичного по ε . Таким образом, форма спектра неупруго рассеянных нейтронов с погрешностью до 10% описывается распределением Максвелла:

$$\overline{N(\varepsilon)} d\varepsilon \sim \varepsilon \exp(-\varepsilon/\bar{T}), \quad (83)$$

где \bar{T} — температура остаточного ядра, соответствующая его равновесному состоянию с энергией возбуждения U .

Из изложенного выше следует, что учет флуктуаций температуры в каноническом ансамбле Гиббса объясняет наблюдаемые аномалии в форме спектра нейтронов, испускаемых сильновозбужденными ядрами. Наличие таких аномалий, следовательно, является указанием на существование термодинамических флуктуаций температуры. Таким образом, основное предположение статистической теории ядерных реакций о достижении статистического равновесия в (α, n) - (p, n) -реакциях выполняется в исследованной области энергий возбуждения. С ростом энергии падающей частицы существенны такие отклонения от статистического равновесия, которые уже нельзя описывать с помощью термодинамической

теории флуктуаций. Эти чисто квантовые флуктуации наблюдаются в виде так называемых прямых процессов, которые начинают играть роль, например, при энергии падающих нейтронов, около 14 Мэв , и характеризуются ярко выраженной угловой асимметрией [24, 25, 76].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ericson T. Adv. in Phys., 1960, 9, 425.
2. Шредингер Э. Статистическая термодинамика. Перев. с немец. М., Изд-во иностр. лит., 1948.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., «Наука», 1964.
4. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., «Наука», 1971.
5. Гареев Ф. А. Автореферат диссертации, ОИЯИ, ЛТФ, 4-4416, Дубна, 1969.
6. Давыдов А. С. Возбужденные состояния атомных ядер. М., Атомиздат, 1967.
7. Bethe H. A. Phys. Rev., 1936, 50, 332; Rev. Mod. Phys., 1937, 9, 69.
8. Малышев А. В. Плотность уровней и структура атомных ядер. М., Атомиздат, 1969.
9. Hurwitz N., Bethe H. Phys. Rev., 1951, 81, 898.
10. Nemirovsky P. E., Adamchuk Yu. V. Nucl. Phys., 1962, 39, 553.
11. Baba H. Nucl. Phys., 1970, A159, 625.
12. Gilbert A., Cameron A. G. W. Can. J. Phys., 1965, 43, 1446.
13. Newton T. D. Can. J. Phys., 1956, 34, 804.
14. Klinkenberg P. E. A. Rev. Mod. Phys., 1952, 24, 63.
15. Abdelmalek N. N., Stavinsky V. S. Nucl. Phys., 1964, 58, 601.
16. Ericson T. Nucl. Phys., 1958, 8, 265.
17. Шубин Ю. Н., Малышев А. В., Ставинский В. С. Конференция по ядерным данным. Париж 17—21 окт. 1966, С-23/106.
18. Ставинский В. С., Шубин Ю. Н. Препринт ФЭИ-ФМ-191, 1966.
19. Zakharova S. M., Malyshev A. V. Int. Congr. Phys. 4a(1) C-392, Paris, 1964.
20. Довбенко А. Г., Захарова С. М. «Атомная энергия», 1965, 18, 14.
21. Lane A. M., Lynn J. E. Nucl. Phys., 1959, 11, 625, 646.
22. Захарова С. М., Ставинский В. С., Шубин Ю. Н. Доклад на конференции по ядерным данным, Хельсинки, 1970.
23. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. Перев. с англ., М., Изд-во иностр. лит., 1954.
24. Сальников О. А. и др. «Ядерная физика», 1966, 4, 1154.
25. Сальников О. А. и др. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1968, XXXII, № 4, 653.
26. Le Couter K. I., Lang D. W. Nucl. Phys., 1959, 13, 32.
27. Шубин Ю. Н. Препринт ФЭИ-93, 1967.
28. Seth K. K., Wilenzick R. M., Griffy T. A. Phys. Lett., 1964, 11, 308.
29. Marujanna M. Nucl. Phys., 1969, A131, 145.
30. Ставинский В. С. «Ядерная физика», 1970, 12, 960.
31. Campos Venuti G., Fronterotta G., Matthiae G. Phys. Lett., 1964, 9, 45.
32. Anderson H. L. Phys. Rev., 1964, 133B, 392.
33. Ставинский В. С. «Ядерная физика», 1970, 11, 601.
34. Sidorov V. A. Nucl. Phys., 1962, 35, 253.
35. Holbrow C. H., Barsehall H. A. Nucl. Phys., 1963, 42, 264.
36. Swenson L. W., Gruhn C. R. Phys. Rev., 1966, 146, 886.
37. West R. W. Phys. Rev., 1966, 141, 1033.
38. Weidenmüller H. A. Phys. Lett., 1964, 10, 331.

39. Eder G., Kitz A., Schwetje W. Nucl. Phys., 1966, 79, 417.
40. Kanestrm I. Nucl. Phys., 1966, 83, 380.
41. Kanestrm I. Nucl. Phys., 1967, A91, 199.
42. Bardeen J., Finberg E. Phys. Rev., 1938, 51, 809.
43. MacDonald N., Douglas A. C. Nucl. Phys., 1961, 24, 614.
44. Stewart K. W. Nucl. Phys., 1967, A100, 74.
45. Rosenzweig N. Phys. Rev., 1957, 108, 817.
46. Rosenzweig N. Nuovo cimento, 1966, 43B, 227.
47. Kahn P. B., Rosenzweig N. Phys. Lett., 1966, 22, 308; Kahn P. B., Rosenzweig N. Phys. Rev., 1969, 187, 1193.
48. Kahn P. B., Rosenzweig N. J. Math. Phys., 1969, 10, 707.
49. Шубин Ю. Н. «Ядерная физика», 1968, 7, 1178.
50. Игнатюк А. В., Шубин Ю. Н. Препринт ФЭИ-121, 1969.
51. Боголюбов Н. Н., Зубарев Д. Н., Церковников Ю. А. «Докл. АН СССР», 1957, 117, 788.
52. Гринь Ю. Т., Струтинский В. М. «Ядерная физика», 1965, 1, 420.
53. Игнатюк А. В., Ставинский В. С., Шубин Ю. Н. Ядерные данные для реакторов. Т. II. IAEA-CN-26/76, 1970, с. 885.
54. Игнатюк А. В., Шубин Ю. Н. «Ядерная физика», 1968, 8, 1135.
55. Dencowski P. e. a. Nucl. Phys., 1968, A110, 129.
56. Ширикова Н. Ю. Препринт ОИЯИ Р5-3712, 1968.
57. Силин И. Препринт ОИЯИ 11-3362, 1967.
58. Gustafson G. e. a. Proc. Int. Sim. «Why and how», Lisekil, Sweden, 1966.
59. Kammuri T. Progr. Theor. Phys., 1964, 51, 595.
60. Игнатюк А. В., Ставинский В. С. «Ядерная физика», 1970, 11, 1213.
61. Erba E., Facchini U., Sietta-Menichella E. Nuovo cimento, 1961, 22, 1237.
62. Немировский П. Э., Чепурнов В. А. «Ядерная физика», 1966, 3, 998.
63. Мурадян Г. В., Щепкин Ю. Г., Адамчук Ю. В. ИАЭ, 1979 (1970).
64. Izumo K. Nucl. Phys., 1965, 62, 673.
65. Izumo K. Progr. Theor. Phys., 1961, 26, 807.
66. Griffin J. J. Phys. Rev. Lett., 1966, 17, 478.
67. Blann M. Phys. Rev. Lett., 1968, 21, 1357.
68. Parthasaradhi K., Sastry D. L. Nuovo cimento, 1969, 63B, 511; Corleo G., Rappalardo G., Rubbino A. Nuovo cimento, 1970, 70A, 323; Rama Rao J., Lakshmana Rao A., Parthasaradhi K. Nuovo cimento, 1970, 68A, 203.
69. Williams E. C. Nucl. Phys., 1971, A166, 231.
70. Grimes S. M. e. a. Phys. Rev., 1971, C3, 645.
71. Fluss M. J. e. a. Phys. Rev., 1969, 187, 1449.
72. Hauser W., Feshbach H. Phys. Rev., 1952, 87, 366.
73. Harp G. D., Miller J. M., Berne V. J. Phys. Rev., 1968, 165, 1166.
74. Harp G. D., Miller J. M. Phys. Rev., 1971, C3, 1847.
75. Ставинский В. С. «Ядерная физика», 1970, 11, 601.
76. Сальников О. А. и др. «Ядерная физика», 1970, 12, 1132.