

УДК 530.145 + 539.171

ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ И ЭЙКОНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

***Б. М. Барбашов,
Д. И. Блохинцев,
В. В. Нестеренко,
В. Н. Первушин***

Объединенный институт ядерных
исследований, Дубна

В обзоре рассматриваются оптические модели сильных взаимодействий, а также квазиклассическое и эйкональное приближения в потенциальном рассеянии с учетом спина и аномального магнитного момента частиц. Обсуждается возможность получения в рамках квантовой теории поля эйкональных формул, предложенных ранее для феноменологического описания высокоэнергетического рассеяния адронов.

The optical model of strong interactions and semiclassical and eikonal approximations in potential scattering, the spin and anomalous magnetic moment of interacting particles being taken into account are considered. The possibility of deriving the eikonal formulas which are proposed for the phenomenological description of the high-energy hadron scattering is discussed in the framework of quantum field theory.

ВВЕДЕНИЕ

В конце 50-х годов, после создания в Дубне протонных и пионных пучков с энергией до 10 Гэв возникла возможность изучения упругого рассеяния пионов на нуклонах. Аналогия с изучением структуры объектов с помощью γ -квантов или электронного пучка позволяла поставить проблему изучения мезонной структуры нуклона или проблему мезонной оптики. С самого начала стало ясно, что обычные методы изучения структуры объекта, основанные на борновском приближении, как в электродинамике, были здесь непригодны. В этой же связи оказывалось непригодным и плодотворное в электромагнитных взаимодействиях понятие о форм-факторе объекта. Суть дела заключается в том, что упругое рассеяние в случае мезон-нуклонного взаимодействия являлось следствием сильных неупругих процессов, т. е. носило характер дифракции на поглощающем объекте.

Экспериментальные данные в то время не отличались большой степенью точности. Поэтому применение простых методов для их интерпретации, которые позволили бы уяснить, в какой мере картина мезонной атмосферы нуклона, предсказываемая теорией Юкавы, соответствует действительности, было задачей дня. Исходной идеей такого метода, как уже отмечалось, являлось представление о нуклоне, как о некоторой неоднородной оптической среде, обладающей комплексным показателем преломления мезонных волн [1, 2], $n = \alpha + i\beta$. Этот коэффициент рассматривался как функция расстояния от центра нуклона: $n = n(r)$.

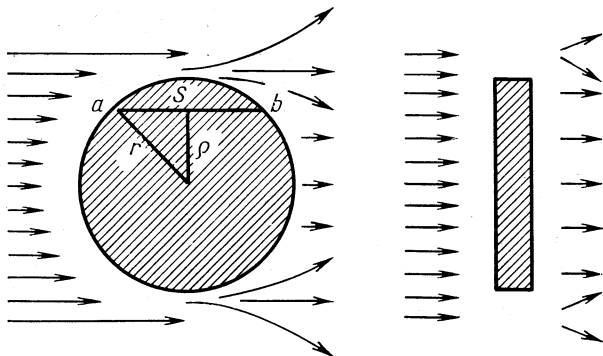


Рис. 1. Путь пиона внутри нуклона S :

$\rho \approx t \lambda$ — параметр удара; r — расстояние до центра нуклона. На длине $ab = S$ мезоны поглощаются. Прозрачность равна $\mathcal{D}(\rho) = \exp\{-2 \operatorname{Im} \delta(\rho)\}$. Вне нуклона $\mathcal{D}(\rho) = 1$. Дифракция, возникающая из-за этой ограниченной прозрачности нуклона, в точности такая же, как и дифракция на диске с прозрачностью $\mathcal{D}(\rho) = \exp\{-2 \operatorname{Im} \delta(\rho)\}$.

В случае мезонов с энергией в несколько гигаэлектронвольт длина волны такого пучка λ становилась уже заметно меньше размеров нуклона. Это обстоятельство позволило сделать дальнейшее упрощение в описании явлений и обратиться к геометрической оптике, т. е. по установившейся теперь терминологии, к эйкональному приближению в теории рассеяния. В этом приближении мезонные лучи внутри нуклона считаются почти прямыми линиями.

Физическая картина такого рассеяния легко уясняется из рис. 1, где изображены мезонные лучи в нуклоне и справа приведен поглощающий диск, оптически эквивалентный нуклону.

Дальнейшее упрощение возникало из факта, что мнимая часть амплитуды рассеяния $f(k, \theta)$, по крайней мере для не очень больших углов рассеяния θ , оказывалась, как это следовало из опытных данных, много больше действительной. В силу этого

в разложении амплитуды рассеяния по парциальным волнам

$$f(k, \theta) = \frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) [\exp(2i\delta_l) - 1] P_l(\cos \theta) \quad (\text{B.1})$$

(здесь $k = 1/\lambda$) фазы $\delta_l(k)$ могли считаться чисто мнимыми, так что $\text{Re } f(k, \theta) = 0$. Следовательно, эту амплитуду можно выразить непосредственно через измеренное дифференциальное сечение упругого рассеяния:

$$f(k, \theta) = i \sqrt{d\sigma(k, \theta)/d\Omega}. \quad (\text{B.2})$$

Пользуясь данными из (B.2) и разложением (B.1), можно определить фазы $\delta_l(k)$, которые, как это следует из геометрической оптики, связаны с показателем преломления $n(r)$ соотношением

$$2\delta_l(k) = \int_0^\infty n(r) ds/\lambda = i \int_0^\infty \beta(r) dr / \sqrt{r^2 - \rho^2}. \quad (\text{B.3})$$

Здесь интеграл взят по пути луча внутри нуклона (см. рис. 1), а $\rho = l\lambda$ — параметр удара. Из этого соотношения численными

методами и определялся коэффициент поглощения $\beta(r)$. Результаты этого анализа приведены на рис. 2. Видно, что они указывали на существенный рост «черноты» по направлению к центру нуклона. Такое поведение коэффициента поглощения позволило разделить оболочку нуклона на две части: центральную область («кern») и периферическую («атмосферу»). Это деление оказалось весьма полезным при анализе неупругих $\pi - p$ - и $p - p$ -столкновений.

Размеры мезонного облака подтвердили гипотезу Юкавы и позволили разумно связать данные по $\pi - p$ -рассеянию с известными данными Хофстадтера по электромагнитному форм-фактору нуклона: из обоих данных средний квадрат радиуса облака получился равным $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0,8 \cdot 10^{-13}$ см [4, 2]. Таким образом подтвердилась не только реальность мезонного облака, но и оценка

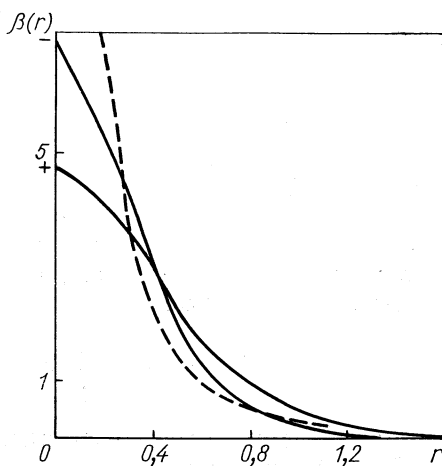


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения пионов в нуклоне $\beta = \beta(r)$ от расстояния r от центра нуклона: r — в единицах 10^{-13} см; $\beta(r)$ — в единицах 10^{13} см; — значения $\beta(r)$, построенные по крайним экспериментальным значениям для $E = 1,3$ Гэв; - - - - средние значения $\beta(r)$ для $E = 5$ Гэв.

его размеров, которая оказалась в полном согласии с гипотезой Юкавы. На основании данных по $\pi - N$ -рассеянию на малые углы можно было сделать оценки $\pi - \pi$ -взаимодействия исходя из предположения о том, что рассеяние в этом случае обусловлено только взаимодействием налетающего мезона с мезоном из нуклонной атмосферы, т. е. происходит на периферии нуклона. При этом использовалась формула:

$$\beta(r) = (3/2) N(r) \sigma_{\pi\pi}, \quad (B.4)$$

где $\beta(r)$ заимствовалась из опыта; $N(r)$ — плотность мезонного облака и оценивалась теоретически; отсюда можно было найти сечение $\pi - \pi$ -взаимодействия $\sigma_{\pi\pi}$ [2—4].

Дальнейшим развитием такого оптического подхода к высокоэнергетическому рассеянию сильно взаимодействующих частиц явился целый ряд феноменологических моделей, берущих за основу эйкональное представление амплитуды рассеяния:

$$f(k, \theta) = \frac{k}{2\pi i} \int d^2\mathbf{b} \exp(i\Delta\mathbf{b}) \{ \exp[i\chi(b, k^2)] - 1 \}. \quad (B.5)$$

Такая запись амплитуды в области высоких энергий является весьма общей в том смысле, что она не базируется на конкретном механизме взаимодействия и легко получается переходом от суммирования к интегрированию в разложении (B.1). Вся динамика процесса в эйкональных моделях должна быть введена заданием конкретного вида фазы χ как функции прицельного параметра b и энергии k^2 .

Если процесс рассеяния можно считать потенциальным и вид потенциала известен или же подбирается феноменологически, то, как было показано Мольером [5], эйкональная фаза χ определяется соотношением

$$\chi = -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} V(\sqrt{b^2 + z^2}) dz. \quad (B.6)$$

В этом случае амплитуда рассеяния в форме (B.5) с эйкональной фазой (B.6) является просто приближенным решением уравнений Шредингера в высокоэнергетической области.

При рассмотрении адронных взаимодействий эйкональная фаза χ в различных моделях связывается с различными характеристиками адрона. Так, в «капельной» модели Чу и Янга [6] сталкивающиеся частицы рассматриваются как пространственно протяженные объекты, адронные плотности которых описываются функциями $\rho(\mathbf{r}_i)$ ($i = 1, 2$). Эйкональная фаза задается соотношением

$$\chi = \int d^2\mathbf{r}_1 d^2\mathbf{r}_2 \rho(\mathbf{r}_1) T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rho(\mathbf{r}_2), \quad (B.7)$$

где $T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ — функция, описывающая механизм взаимодействия. При контактном взаимодействии $T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \sim \delta^2(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, а в случае обмена виртуальными частицами $T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ заменяется соответствующим пропагатором этих частиц. Практически при анализе экспериментальных данных $\rho(\mathbf{r}_i)$ отождествляются с электромагнитными форм-факторами рассеивающихся адронов.

Другой метод введения динамики в эйкональное представление амплитуды рассеяния был предложен Арнольдом [7]. Требуя, чтобы борновский член амплитуды рассеяния, записанной в эйкональной форме, совпадал с амплитудой в модели полюсов Редже, можно определить эйкональную фазу. Фаза оказывается равной двумерному фурье-образу от вклада полюса Редже. При этом не делается никаких предположений о том, является ли такое борновское приближение хорошей аппроксимацией для всей амплитуды в целом или нет. Этот метод приводит к редже-эйкональной модели высокоэнергетического взаимодействия. Оказалось, что редже-эйкональная модель позволяет вводить в рассмотрение траектории Редже с $\alpha(0) > 1$, не нарушая при этом границу Фруассара [8]. Кроме того, эта модель может рассматриваться как учет поправок на унитарность к обычному реджевскому обмену. Дальнейшее развитие редже-эйкональная модель получила в работах [9].

Успешное описание экспериментальных данных на основе феноменологических эйкональных моделей [10] стимулировало большое число работ по обоснованию и исследованию эйконального приближения как в рамках потенциального рассеяния, так и в квантовой теории поля.

Одна из попыток теоретического обоснования геометрической оптики применительно к рассеянию мезонов [2] основывалась на формализме квантовой теории поля, а именно, на цепочке уравнений в пространстве Фока, с помощью которых была показана возможность введения нелокального, зависящего от энергии потенциала взаимодействия. Из этих уравнений исключались все компоненты волнового функционала, кроме той, которая описывает упругое рассеяние мезона на нуклоне. Возникающее уравнение имеет вид [11]:

$$[E - E_N(\mathbf{q})] \psi(\mathbf{q}) = \int G(\mathbf{q}, \mathbf{q}', E) \psi(\mathbf{q}') d^3\mathbf{q}', \quad (\text{B.8})$$

где \mathbf{q} — относительный импульс мезона и нуклона в с. п. и.; E — полная энергия обеих частиц; $E_N(\mathbf{q})$ — энергия нуклона; $E_\pi(\mathbf{q})$ — энергия мезона; $G(\mathbf{q}, \mathbf{q}', E)$ — матричный элемент оператора энергии взаимодействия, зависящий от полной энергии. Этот оператор имеет вид:

$${}^* \hat{G} = \hat{w} [\hat{r}/(1 - \hat{r})], \quad (\text{B.9})$$

где \hat{w} — оператор взаимодействия в лагранжиане; \hat{r} — «элементарная» матрица рассеяния [12], имеющая структуру:

$$\hat{r} = \delta^+ (E - \hat{H}_0) \hat{w}, \quad (\text{B.10})$$

где $\delta^+(z) = \mathcal{F}(1/z) + i\pi\delta(z)$; \hat{H}_0 — оператор Гамильтона свободных частиц (полный оператор $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{w}$). Из-за наличия функции $\delta^+(E - H_0)$ в матрице \hat{r} оператор \hat{G} неэрмитов, и его мнимая часть возникает за счет реальных физических процессов, коль скоро перейден порог рождения мезонов [функция δ^+ в (B.10) в этом случае содержит неравную нулю мнимую часть]. Умножая уравнения (B.8) на $[(E - E_n) + E_n]$ и переходя к координатному представлению, получаем «оптическое» уравнение

$$(\nabla^2 + k^2) \psi(\mathbf{x}) = \int V(\mathbf{x}, \mathbf{x}', E) \psi(\mathbf{x}') d^3x', \quad (\text{B.11})$$

где \mathbf{x} — относительная координата мезона и нуклона. В квазиклассическом приближении полагаем:

$$\psi(\mathbf{x}) = \exp[iS(\mathbf{x})], \quad (\text{B.12})$$

где S — функция действия. При этом

$$(\nabla S)^2 = k^2 n^2, \quad (\text{B.13})$$

здесь n — показатель преломления. Из (B.11) следует

$$(n^2 - 1) = -\frac{1}{k^2} \int V(\mathbf{x}, \mathbf{x}', E) \exp\{i[S(\mathbf{x}') - S(\mathbf{x})]\} d^3x'. \quad (\text{B.14})$$

Разность $S(\mathbf{x}) - S(\mathbf{x}') \approx n |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \cos \gamma + \dots$ (γ — угол между ∇S и $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$), так что, подставляя в правую часть в качестве первого приближения $n = 1$, можно последовательно вычислять n^2 . В работе [11] показано, что если полное сечение σ_t ограничено, то эта процедура сходится. Из уравнения (B.11) следовали важные выводы: а) «потенциал» $V(\mathbf{x}, \mathbf{x}', E)$ зависит от полной энергии E (см. также [2]) и б) этот «потенциал» неэрмитов, т. е. имеет мнимую часть. Однако это уравнение не могло быть использовано для практических вычислений, так как не было найдено последовательных методов устранения расходимостей из оператора G (B.9).

В этой связи в работе [13] предлагается более простой метод феноменологического анализа пространственной структуры нуклона. Вместо показателя преломления, описывающего нуклон как некоторую оптическую среду, необходимо пользоваться понятием «эффективного» потенциала $V_{\text{эфф}}$, который по определению мог быть вычислен из формулы

$$f_{if}(\mathbf{q}, E) = (\bar{u}_i \tilde{V}_{\text{эфф}}(\mathbf{q}, E) u_f). \quad (\text{B.15})$$

Здесь f_{if} — амплитуда рассеяния из состояния (i) в состояние (f); \mathbf{q} — передача импульса при рассеянии; E — полная энергия; u_i, u_f — функции, описывающие начальное и конечное состояния системы $\pi + N$. Хотя формула (В.15) выглядит как борновское приближение, тем не менее в отличие от борновского приближения потенциал $V_{\text{эфф}}(\mathbf{q}, E)$ учитывает многократное рассеяние пиона внутри нуклона. Зная из опыта амплитуду $f_{if}(\mathbf{q}, E)$ и пользуясь полнотой системы функций u_i, u_f , можно найти из опыта $V_{\text{эфф}}(\mathbf{q}, E)$. Было показано, что лучшее согласие с опытом дает чисто мнимый не имеющий сингулярности «эффективный» потенциал вида

$$V(r^2, E) = iV_0(E) \exp(-r^2/a^2), \quad (\text{В.16})$$

где r — расстояние от центра нуклона; a — характерный размер нуклона; величина $V_0(E)$ пропорциональна мнимой части амплитуды рассеяния под нулевым углом (см. [13]).

Определенный отсюда размер нуклона ($a \approx 0,75 \cdot 10^{-13}$ см) согласуется со значением, полученным на основе представлений геометрической оптики [2] ($a \approx 0,80 \pm 0,06 \cdot 10^{-13}$ см).

Существенный шаг был сделан в работе А. А. Логунова и А. Н. Тавхелидзе [14], где был развит квазипотенциальный подход в квантовой теории поля и было введено понятие «квазипотенциала». В квазипотенциальном подходе были, в частности, преодолены трудности с перенормировкой, упоминавшиеся в связи с уравнением (В.11), а эффективный потенциал, введенный в работе [7] оказался лишь нулевым приближением в этой теории. Применение метода квазипотенциала в физике высоких энергий подробно описано в работах [15, 16].

В настоящем обзоре рассматриваются вопросы обоснования оптических моделей сильных взаимодействий и эйкональное приближение в теории рассеяния. В первой части обзора обсуждается квазиклассическое и эйкональное приближение для потенциального рассеяния в нерелятивистской квантовой механике. Здесь же рассматривается релятивистское рассеяние частиц со спином на произвольных потенциалах и исследуются вопросы экспоненциации и сохранения спиральности в области высоких энергий. Вторая часть обзора посвящена некоторым вопросам эйконального приближения в квантовой теории поля (КТП). В рамках функционального метода рассматриваются попытки вывода в КТП эйкональных формул, ранее предложенных в феноменологических моделях высокоэнергетического рассеяния элементарных частиц. Анализ современных экспериментальных данных на основе феноменологических эйкональных моделей здесь подробно не обсуждается. Обзор этих вопросов можно найти в работах [10].

1. ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ

Эйкональное приближение в нерелятивистской квантовой механике

Нерелятивистская квантовая механика является простейшей теорией, в рамках которой в предположении о гладкости потенциала [1, 17, 18] удастся найти физическую интерпретацию основных характеристик высокоэнергетического рассеяния адронов [1, 3, 13—23]. Именно потенциальная теория рассеяния дает основу для введения в современную физику эйконального или оптического приближения. Поскольку оптическая модель и эйкональное приближение связаны с более общим квазиклассическим приближением в квантовой механике, то здесь дается краткое изложение результатов применения квазиклассического или метода В. К. Б. к проблемам потенциального рассеяния в области высоких энергий. Под методом В. К. Б. далее понимается приближение, согласно которому фаза рассеяния пропорциональна классической функции действия [24—27] [см. (В.12)].

Введем следующие обозначения: V_0 — порядок величины потенциала; R — размер области взаимодействия; k — модуль начального импульса; $\hbar/k = \lambda$ — де-Бройлевская длина волны; $E = k^2/2$ — начальная кинетическая энергия (массу рассеиваемой частицы положим равной единице); θ — угол рассеяния. Будем считать, что V_0 и R феноменологически зависят от энергии.

Потенциальное рассеяние характеризуется тремя безразмерными параметрами: динамическими λ/R и V_0/E и кинематическим θ . При высокоэнергетическом рассеянии на гладком потенциале длина волны частицы много меньше размеров потенциала, и поэтому для полного описания взаимодействия достаточно рассмотреть следующие четыре области изменения параметров:

$$|V_0/E| \gg \lambda/R; \theta \gg \lambda/R \text{ («сильные» потенциалы, большие углы);} \quad (1.1)$$

$$|V_0/E| \lesssim \lambda/R; \theta \lesssim \lambda/R \text{ («слабые» потенциалы, малые углы);} \quad (1.2)$$

$$|V_0/E| \lesssim \lambda/R; \theta \gg \lambda/R \text{ («слабые» потенциалы, большие углы);} \quad (1.3)$$

$$|V_0/E| \gg \lambda/R; \theta \lesssim \lambda/R \text{ («сильные» потенциалы, малые углы).} \quad (1.4)$$

Классификацию методов вычисления высокоэнергетической амплитуды в зависимости от параметров рассеяния предприняли недавно Ченг и Ву [23]. Они выделяют теорию диффракции, метод В.К.Б., борновское и эйкональное приближения. Покажем, что все основные результаты при $\lambda/R \ll 1$ можно получить одним методом В.К.Б.

Прежде чем перейти к квантовому описанию высокоэнергетического рассеяния в областях (1.1) — (1.4), напомним основные положения классической теории рассеяния. Как известно, в классической механике теория рассеяния строится на основе представления о траекториях движения, которые можно определить, например, с помощью характеристической функции действия $S(\rho, \theta, k)$ уравнения Гамильтона — Якоби [25]. В случае рассеяния на сферически симметричном потенциале $V(r)$ функцию $S(\rho, \theta, k)$ можно представить в виде

$$S_{\pm}(\rho, \theta, k) = \pm \theta k \rho / 2 + S_r(\rho). \quad (1.5)$$

Радиальная часть функции действия

$$S_r(\rho) = k \int_{r_0}^{\infty} dr \sqrt{1 - V(r)/E - \rho^2/r^2} - k \int_{\rho}^{\infty} dr \sqrt{1 - \rho^2/r^2}. \quad (1.6)$$

Здесь r_0 — классическая точка поворота, являющаяся корнем уравнения

$$1 - V(r_0)/E - \rho^2/r_0^2 = 0. \quad (1.7)$$

В дальнейшем индекс r у $S_r(\rho)$ будем опускать, так как рассматриваться будет только эта часть действия.

Уравнение для траектории получается из выражения (1.5) дифференцированием по прицельному параметру

$$\pm \theta(\rho) = 2(d/d\rho) S(\rho). \quad (1.8)$$

В поле отталкивания это уравнение имеет корень лишь при знаке минус перед θ , а в поле притяжения — при знаке плюс.

Дифференциальное сечение рассеяния частицы, пролетающей с прицельным параметром ρ , задается формулой:

$$d\sigma/d\Omega = (\rho/\sin \theta) |d\rho/d\theta| (d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta), \quad (1.9)$$

из которой следует, что для гладких потенциалов $V(r)$, обращаящихся в нуль только при $r \rightarrow \infty$, полное сечение рассеяния

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \int (d\sigma/d\Omega) d\Omega = -2\pi \int_0^{\theta_{\max}} d\theta \rho d\rho/d\theta = \\ &= 2\pi \int_{\rho(\theta_{\max})}^{\rho(0) \rightarrow \infty} \rho d\rho \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Этот факт важен при анализе квазиклассического рассеяния на малые углы в области (1.4).

Согласно методу В. К. Б. [24—27] фаза δ_l в разложении амплитуды рассеяния по парциальным волнам (В.1) в квазиклассическом приближении $\lambda/R \ll 1$ можно записать как предел,

к которому стремится при $r \rightarrow \infty$ разность фазы квазиклассической волновой функции в поле $V(r)$ и фазы волновой функции свободного движения. Этот предел с точностью до несущественных множителей равен отношению классической функции действия (1.6) к постоянной Планка

$$\delta_i^{\text{B.R.B.}} |_{l=\rho/\hbar} = S(\rho)/\hbar. \quad (1.11)$$

Далее учтем, что в сумму (B.1) при $\lambda/R \ll 1$ вносит вклад большое число парциальных волн, поэтому с достаточно хорошей точностью эту сумму можно заменить интегралом по прицельному параметру $\rho = \lambda l$. Тогда из (B.1) и (1.11) имеем

$$f(\theta) = k/i\hbar \int_0^\infty \rho d\rho P_{\rho/\lambda}(\cos \theta) \{ \exp [2iS(\rho)/\hbar] - 1 \}. \quad (1.12)$$

Проследим теперь, каким образом происходит предельный переход от квантовомеханической теории рассеяния к классической. Говорить о таком переходе имеет смысл лишь в области (1.1). Ограничения (1.1) $|V_0/E| \gg \lambda/R$; $\theta \gg \lambda/R$ равносильны пределу $\lambda \rightarrow 0$ при фиксировании всех остальных параметров рассеяния. Они означают, что величина классической функции действия много больше постоянной Планка, а угол рассеяния много больше, чем квантовая неопределенность в угле $\Delta\theta \sim \lambda/R$.

Достаточно хорошим приближением для полиномов Лежандра при $\rho/\lambda \gg 1$ и $\rho \sin \theta/\lambda \gg 1$ является выражение [25]

$$P_{\rho/\lambda}(\cos \theta) \approx 1/[2\pi\rho \sin \theta/\lambda]^{1/2} [\exp(i\rho k\theta/\hbar - i\pi/4) + \exp(-i\rho k\theta/\hbar + i\pi/4)]. \quad (1.13)$$

Подставляя (1.13) в интеграл (1.12) и вычисляя его методом перевала [25], справедливым при $\hbar \rightarrow 0$, получим для амплитуды рассеяния выражение

$$if(\theta) = \sqrt{d\sigma_{\text{кл}}/d\Omega} \exp \left\{ i \frac{2S_{\pm}(\theta, \rho_{\pm})}{\hbar} \pm i \frac{\pi}{2} \left(1 - \text{sign} \frac{d\theta}{d\rho} \right) \right\}, \quad (1.14)$$

где $d\sigma_{\text{кл}}/d\rho$ — классическое сечение (1.9).

Если потенциал и экстремальное значение ρ_{\pm} действительны, то квантовое дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega = |f(\theta)|^2$ совпадает с классическим.

Рассмотрим область слабых потенциалов (1.2) и (1.3). При условии $|V_0/E| \ll \lambda/R \ll 1$ для фазы рассеяния (1.11) справедлив первый член разложения ее в ряд по малому параметру V_0/E :

$$\frac{S}{\hbar} \approx \chi_0 = -\frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{V(\sqrt{\rho^2 + z^2})}{2E} dz, \quad (1.15)$$

что совпадает с фазой рассеяния в эйкональном приближении [29]. Из (1.15) следует, что в рассматриваемой области классическая функция действия по порядку величины меньше или равна постоянной Планка:

$$S/\hbar \sim R/\lambda \mid V_0/E \mid \ll 1. \tag{1.16}$$

Используя асимптотическое соотношение для полиномов Лежандра [25] $P_{\rho/\lambda}(\cos \theta) \approx J_0(\rho\theta/\lambda)$, ($\rho \gg \lambda$, $\theta \rho \ll \lambda$), получим для амплитуды рассеяния эйкональное представление Мольера [5]:

$$f(\theta) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^\infty \rho d\rho J_0(\rho\theta/\lambda) \{ \exp [2i\chi_0(\rho)] - 1 \}. \tag{1.17}$$

Аналогичное представление было найдено в работах [30] непосредственно из уравнения Шредингера без разложения по парциальным волнам. При этом были определены следующие пределы применимости эйконального представления:

$$\theta \ll \sqrt{\lambda/R}; \tag{1.18}$$

$$\mid V_0/E \mid \ll \sqrt{\lambda/R}, \tag{1.19}$$

которые фактически означают, что

$$\left| \max \frac{S}{\hbar} \right| - \mid \max \chi_0 \mid \ll 1, \quad J_0 \left(\frac{2R}{\lambda} \sin(\theta/2) \right) \approx J_0(R\theta/\lambda).$$

В квазипотенциальном подходе представление (1.17) было получено в работе [28].

Для представления амплитуды в виде (1.17) так же, как и для выражения (1.12), справедлива оптическая теорема

$$\sigma_t = 4\pi\lambda \operatorname{Im} f(0). \tag{1.20}$$

Эксперименты по упругому адронному рассеянию при высоких энергиях можно удовлетворительно описать рассеянием на слабых, гладких потенциалах в областях (1.2) и (1.3).

Основной вклад в амплитуду при малых углах рассеяния $\theta \ll \lambda/R$ дает первое борновское приближение, описывающее дифракционный пик. Дифракционная картина возникает за счет перерассеяний, т. е. учета следующих членов разложения в ряд по χ_0 в (1.17) [15]. С ростом угла рассеяния дифракционный характер рассеяния сменяется орировским режимом:

$$d\sigma/d\Omega \sim \exp(-bk\theta). \tag{1.21}$$

В работе [17] предложена квазиклассическая интерпретация этого режима, как рассеяния в классически запрещенную угловую

область. Действительно, как мы видели выше, при больших углах рассеяния

$$\theta \gg \lambda/R \quad (1.22)$$

для амплитуды справедлива квазиклассическая формула (1.14) с экстремальным значением прицельного параметра, определяемым с учетом (1.15) из уравнения

$$R\theta/\lambda = R (d/d\rho) 2\chi_0(\rho).$$

Поскольку левая часть этого равенства согласно (1.22) много больше единицы, а правая часть $R (d/d\rho) 2\chi_0(\rho) \sim 2\chi_0(\rho)$ согласно (1.16) при действительных значениях ρ меньше единицы, то экстремум достигается лишь при мнимых значениях прицельного параметра. Например, в случае действительного гауссова потенциала $V(r) = (2V_0/\sqrt{\pi}) \exp(-r^2/R^2)$ фаза и экстремальное значение ρ имеют вид:

$$2\chi_0(\rho) = (R/\lambda) (V_0/E) \exp(-\rho^2/R^2); \quad \rho \approx iR \sqrt{\ln(2E\theta/V_0)}; \quad E\theta/V_0 \gg 1.$$

В отличие от классического выражения для сечения в $d\sigma/d\Omega = |f(\theta)|^2$, возникает экспоненциальный фактор (1.24). Более подробное математически строгое вычисление амплитуды рассеяния на гауссовом потенциале в данной области с помощью метода В. К. Б. с использованием комплексной плоскости радиус-вектора проведено в работе [20].

Следует отметить, что комплексное значение ρ возникает также при произвольном по величине комплексном потенциале. Для таких потенциалов уже нет четкой разницы между классически достижимыми и недостижимыми углами рассеяния.

Существует ряд работ, обобщающих эйкональное представление амплитуды (1.17) на большие углы рассеяния [31—33]. Подробный обзор этих работ дан в статьях [15, 32]. Отметим здесь лишь, что не все из предложенных представлений амплитуды в отличие от квазиклассического выражения (1.12) удовлетворяют принципу соответствия с классической механикой. В частности, представление для амплитуды, полученное в работах [31]:

$$f(\theta) = \frac{1}{i\lambda} \int_0^\infty \rho d\rho J_0\left(2 \frac{\rho}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}\right) \left\{ \exp\left[2i \frac{S(\rho)}{\hbar}\right] - 1 \right\} \quad (1.23)$$

не совпадает с (1.12) в области углов рассеяния, где существенна разница между величинами θ и $2 \sin \theta/2$.

Поскольку в рассматриваемом случае $|V_0/E| \ll \lambda/R$ амплитуда рассеяния вперед определяется борновским приближением, то от величины мнимой части потенциала существенно зависят отношения упругого сечения к неупругому и действительной

части амплитуды вперед к мнимой. Последнее отношение представляет интерес в связи с установленными в работе [34] общими критериями нарушения теоремы Померанчука об асимптотическом равенстве полных сечений взаимодействия частицы и античастицы. А именно, нарушение имеет место, если для амплитуды вперед выполняется соотношение

$$\frac{\operatorname{Re} f(E, 0)}{\operatorname{Im} f(E, 0)} \cdot \frac{1}{\ln E} \rightarrow 0.$$

В работе [21] этот вопрос рассматривается для потенциальной модели, где выполняется асимптотическое условие $V_0(E)/E \ll \ll \lambda/R(E)$.

Изучим высокоэнергетическое рассеяние в области «сильных» потенциалов и малых углов рассеяния (1.4). Возникающий здесь вопрос об энергетических границах справедливости эйконоального приближения не совсем ясен. Как уже указывалось, из оценки членов эйконоального разложения можно найти, что это приближение справедливо при условии (1.19). С другой стороны, имеется ряд работ [35—37], где применение эйконоального приближения в случае $\sqrt{\lambda/R} < |V_0/E| < 1$ и даже $V_0 \sim E$ находится в согласии с физическими результатами, полученными в рамках других, более общих методов, в частности, полное сечение рассеяния на юкавском потенциале при $V_0 \sim E$ совпадает с границей Фруасара [8]. Поэтому следует ожидать, что условие (1.19) является лишь достаточным и эйконоальное приближение может быть справедливым в дифракционной области малых углов для некоторых гладких потенциалов произвольной величины.

Рассмотрим простейший пример гладкого потенциала, имеющего конечный радиус действия — гауссов потенциал. Такой потенциал широко используется при анализе экспериментальных данных по рассеянию частиц высоких энергий [13, 17, 18, 21, 38].

Вычисляя асимптотику полного сечения при $\chi_0(0) = (R/\lambda) \times \times |V_0/E| \gg 1$ по формуле $\sigma_t = 4\pi\lambda \operatorname{Im} f(0)$, получаем [35, 39]:

$$\begin{aligned} \sigma_t = \sigma_{t \text{ эйк}} - 4\pi R^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{\exp[2iS(\rho)/\hbar] - \exp(2i\chi_0)}{2\chi_0} \right\} + \\ + O\left(\frac{1}{kR}\right) + O\left(\frac{1}{\chi_0^2}\right), \end{aligned} \quad (1.24)$$

где $\sigma_{t \text{ эйк}}$ — полное сечение в эйконоальном приближении:

$$\sigma_{t \text{ эйк}} = 2\pi\rho_{\text{макс}}^2; \quad \rho_{\text{макс}} = R \sqrt{\ln\left(\frac{R}{\lambda}\right) |V_0/E|}. \quad (1.25)$$

Из (1.24) и (1.25) следует, что эйконоальное приближение справедливо для гауссовых потенциалов произвольной величины. Эйконоальное разложение в ряд по величине V_0/E является знакопере-

менным, и оценка членов этого разложения приводит лишь к достаточным условиям справедливости (1.19).

Причина справедливости эйконального приближения для амплитуды рассеяния на малые углы для любых потенциальных энергий состоит в том, что в интеграле (1.12) быстро осциллирующая функция $\exp \{i2S(\rho)/\hbar\}$ начинает давать вклад, сравнимый с единицей, лишь в области прицельных параметров $\rho \sim \rho_{\text{макс}}$, где $2S(\rho)/\hbar$ порядка единицы, и, следовательно, совпадает с эйкональной фазой (1.15), (1.16).

Такое поведение подынтегральной функции в (1.12) физически означает сильную интерференцию дифрагирующих участков плоской волны рассеивающейся частицы, для которой $\rho < \rho_{\text{макс}}$ (а также частичное или полное поглощение, если потенциал имеет мнимую часть). Подробное исследование эйконального представления в случае сильных потенциалов было проведено в работах [37, 40, 41], посвященных асимптотическому поведению амплитуды рассеяния в некоторых моделях квантовой теории поля.

Согласно физической интерпретации, изложенной выше, при $|V_0/E| (R/\lambda) \rightarrow \infty$ справедлива типично оптическая картина рассеяния света на черной сфере [42] с растущим по энергии радиусом (дифракция Фраунгофера). Амплитуду рассеяния нетрудно получить [41] из (1.17), если учесть, что выражение $[\exp(2i\chi_0) - 1]$ ведет себя, как ступенчатая функция:

$$\eta(\rho_{\text{макс}} - \rho) = \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad \rho \leq \rho_{\text{макс}}; \\ 0, \quad \rho > \rho_{\text{макс}}; \end{array} \right\} \quad (1.26)$$

$$f_{\text{эик}}(\theta) = i(\rho_{\text{макс}}/2\theta) J_1(\rho_{\text{макс}}\theta/\lambda),$$

При $|V_0/E| (R/\lambda) \sim E^n$, $n > 0$ в асимптотике $E \rightarrow \infty$, которая совпадает с пределом $\hbar \rightarrow 0$, из (1.25) и (1.26) следуют результаты [37, 40, 41]: 1) σ_t стремится к бесконечности [$\sigma_t \sim \ln(E/\hbar)$]; 2) отношение реальной части к мнимой для амплитуды вперед стремится к нулю; 3) $\sigma_{el}/\sigma_t \rightarrow 1/2$; 4) дифракционный пик сужается таким образом, что произведение его ширины на σ_t есть константа.

Стремление к бесконечности полного сечения и дифракционной амплитуды в классическом пределе $\hbar \rightarrow 0$ связано с тем, что в классической механике во всяком поле, обращаемом в нуль только при $r \rightarrow \infty$, полное сечение рассеяния оказывается бесконечным (1.10). Отсюда следует, что основной вклад в полное сечение при $|V_0/E| \gg \lambda/R$, так же как и в случае $|V_0/E| < \lambda/R$, дает дифракционная область углов. При этом характерный угол рассеяния определяется величиной

$$\theta \lesssim \lambda/\rho_{\text{макс}}. \quad (1.27)$$

Таким образом, при любых потенциальных энергиях квантовые эффекты рассеяния на гладких потенциалах значительно интен-

сивнее классических, поэтому здесь неприменима часто используемая оценка для характерных углов квазиклассического рассеяния $\theta_{\text{кл}} \sim \Delta k/k \sim \Delta F \Delta t/k \sim \{|V_0/R| (R/k)\}/k \sim V_0/E$; с помощью которой иногда объясняется преимущественное рассеяние вперед при $k \rightarrow \infty$, $\theta_{\text{кл}} \sim V_0/E \rightarrow 0$. Из неравенства (1.27) видно, что в области $|V_0/E| \gg \lambda/R$ с уменьшением $|V_0/E|$ происходит даже расширение дифракционного пика.

Результаты 2) и 3) не зависят от величины абсорбционной части потенциала в отличие от случая «слабые» потенциалов, рассмотренного выше. Согласно работе [34], теорема Померанчука о равенстве полных сечений частицы и античастицы в такой модели выполняется, несмотря на рост полного сечения.

Результат 3) $\sigma_{el} = \sigma_{in} = \pi \rho_{\text{макс}}^2$ можно понять из принципа Бабине [42], который гласит: «Дополнительные по отношению друг к другу экраны дают одинаковое распределение дифрагирующего света». Отсюда следует, что полное количество света, рассеянного на черном теле, равно количеству света, падающего на его поверхность и поглощенного им.

Результат 4) есть следствие того, что при рассеянии на черной сфере полное сечение и размер дифракционного пика определяются одной и той же величиной — радиусом сферы.

Здесь был рассмотрен лишь частный случай гладкого потенциала — гауссов потенциал. Тем не менее физическая интерпретация полученных результатов позволяет думать, что описанная выше качественная картина рассеяния в основных чертах справедлива для большого класса сильных потенциалов, достаточно быстро убывающих на бесконечности. Если это так, то значительные по величине потенциалы можно аппроксимировать черной сферой с радиусом, энергетическая зависимость которого определяется из поведения соответствующей эйкональной фазы на бесконечности. В частности, из поведения фазы типа $s \exp[-(\rho/R)^N]$, $s \rightarrow \infty$ следует оценка для полного сечения: $\sigma_t \sim (\ln s)^{2/N}$. Нарушение теоремы Фруассара [8] для $N < 1$ (дальнедействующие потенциалы) есть следствие невыполнения условия этой теоремы в формулировке Мартена [43].

Здесь было рассмотрено применение квазиклассического метода В. К. Б. к вычислению амплитуды рассеяния на гладких потенциалах в различных областях изменения динамических и кинематических параметров рассеяния. Эйкональное приближение для амплитуды справедливо в области малых углов при ограничении на потенциал (1.19), которое носит характер достаточного условия. Выполнение этого условия еще не означает несправедливости эйконального приближения. В случае гауссова потенциала указанное приближение справедливо при произвольном параметре V_0/E . Физическая интерпретация этого результата позволяет предположить, что эйкональное приближение может быть приме-

нимо для большого числа гладких потенциалов независимо от их величины. Особенностью квазиклассического взаимодействия в случае гладких потенциалов произвольной величины является характерное для оптической картины преимущественное рассеяние в дифракционной области углов $\theta < \lambda/R$.

С ростом потенциальной энергии $|V_0/E| (R/\lambda) \rightarrow \infty$ при переходе из области $|V/E_0| < \lambda/R$ в область $|V_0/E| > \lambda/R$ обменный механизм рассеяния сменяется чисто оптическим и возникают следующие качественные изменения:

- 1) логарифмический рост полного сечения и сужение дифракционного пика;
- 2) отношения реальной части амплитуды вперед к мнимой и упругого сечения к неупругому не зависят от величины абсорбционной части потенциала;
- 3) наличие поглощения существенно влияет на смену режимов рассеяния с ростом потенциала в области больших углов. А именно, для мнимых потенциалов орировский режим сохраняется, для действительных — сменяется классическим и при $V_0 \gtrsim E$ вообще исчезает.

Рассеяние на сильно гладком потенциале в области малых углов $\lim \{[R(E)/\lambda] [V_0(E)/E]\} \rightarrow \infty$ физически адекватно дифракции света на черном шаре с растущим радиусом. Рост радиуса и полного сечения обусловлен постепенным убыванием потенциала при $r \rightarrow \infty$. Отражением этого факта, в частности, является бесконечная величина полного сечения в классической теории. Следует отметить, что верхние границы сечений взаимодействий при высоких энергиях, установленные из общих принципов квантовой теории поля, также согласуются с полуклассическими представлениями о рассеянии на сильно поглощающем шаре [44].

Таким образом, нерелятивистская квантовая механика может описывать достаточно широкий класс режимов рассеяния.

Эйкональное представление амплитуд рассеяния релятивистских частиц со спином

Физическая картина высокоэнергетического взаимодействия, изложенная выше, в основных чертах справедлива и для частиц, описываемых релятивистскими уравнениями. Именно эти уравнения позволяют последовательно рассмотреть высокоэнергетическое рассеяние частиц со спином.

Потенциальное высокоэнергетическое рассеяние частиц со спином исследовалось многими авторами [46—57]. При изучении этой проблемы возникают следующие вопросы:

- 1) может ли амплитуда иметь простую экспоненциальную форму (1.17), когда частица имеет внутренние степени свободы

(например, спин), и какие условия необходимы для экспоненциации?

2) каковы условия сохранения спиральности в s -канале, наблюдаемые в эксперименте?

В настоящем параграфе дается вывод высокоэнергетического представления амплитуды рассеяния частицы, описываемой уравнением наиболее общего вида, которое включает частные формы релятивистских уравнений (Дирака, Клейна — Гордона, квазипотенциальных и т. д.). Это представление используется для изучения рассеяния частиц со спином $1/2$, 1 .

1. Вывод эйконального представления. Рассмотрим уравнение

$$\left. \begin{aligned} \left[H_0 \left(\frac{1}{i} \partial_r \right) - E \right] \psi_j(\mathbf{r}) &= - \sum_i V_{ij} \left(\frac{1}{i} \partial_r | \mathbf{r} \right) \psi_i(\mathbf{r}); \\ \psi_j^{(in)}(\mathbf{r}) &= \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) u_{j(in)}; \\ \psi_j^{(out)}(\mathbf{r}) &= \exp(-i\mathbf{k}'\mathbf{r}) u_{j(out)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

Здесь $H_0(\mathbf{p})$ — свободный гамильтониан, удовлетворяющий условию $H_0(\mathbf{k}) = E$; V_{ij} — матрица из $N \times N$ элементов, зависящих от производных, которые действуют также на волновую функцию (нелокальные потенциалы). Отметим, что уравнение (1.28) включает как частный случай квазипотенциальные уравнения [14, 58]. Амплитуда рассеяния определяется формулой:

$$f(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = - \frac{1}{2\pi} \sum_{i,j} \int d^3r \psi_i^{(out)}(\mathbf{r}) V_{ij} \left(\frac{1}{i} \partial_r | \mathbf{r} \right) \psi_j(\mathbf{r}). \quad (1.29)$$

При выводе эйконального представления будем следовать методу, предложенному Глаубером [19] для уравнения Шредингера.

Представим функцию ψ в виде $\psi = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r})$, где $\Phi(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению

$$\left[H_0 \left(\frac{1}{i} \partial_r + \mathbf{k} \right) - E \right] \Phi_j(\mathbf{r}) = - \sum_i V_{ji} \left(\frac{1}{i} \partial_r + \mathbf{k} | \mathbf{r} \right) \Phi_i(\mathbf{r}). \quad (1.30)$$

Предположим, что в пределе больших импульсов выполняются условия:

- 1) $\Phi_i(\mathbf{r})$ — гладкие функции: $\left| \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \Phi_i \right| \sim \frac{1}{R} |\Phi_i|$; $kR \gg 1$;
- 2) $\lim_{k \rightarrow \infty} H_0 \left(\mathbf{k} + \frac{1}{i} \partial_r \right) \Phi_i \approx \left[E + \frac{1}{i} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} H_0(\mathbf{k}) \partial_r \right] \Phi_i(\mathbf{r})$;
- 3) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i,j} V_{ij} \left(\mathbf{k} + \frac{1}{i} \partial_r | \mathbf{r} \right) \Phi_j \approx \sum_{i,j} V_{ij}(\mathbf{k} | \mathbf{r}) \Phi_j + O\left(\frac{1}{k}\right)$.

Условие 1) выполняется для гладкого потенциала и аналогично условию справедливости геометрической оптики. Условие 2) для

рассматриваемого класса свободных гамильтонианов следует из условия 1). Приближенное равенство 3) можно назвать условием квазилокальности, так как при нем в асимптотическом пределе больших импульсов нелокальный потенциал отличается от локального членами порядка $O(1/k)$.

Условие 3) не выполняется, например, для квазипотенциального уравнения, предложенного В. Г. Кадышевским и др. [58]; в этом случае развиты другие асимптотические методы вычисления амплитуды [59].

Подставляя приближенные равенства из условий 2), 3) в формулу (1.30), получим при $k \rightarrow \infty$ уравнение

$$\mathbf{v} \partial_r \Phi_j(\mathbf{r}) = -i \sum_{i,j} \hat{V}_{ij}(\mathbf{k} | \mathbf{r}) \Phi_i(\mathbf{r}), \quad (1.31)$$

где $\mathbf{v} = \frac{\partial H_0(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}$ — скорость свободной классической частицы, или, если перейти к новым переменным \mathbf{r}_\perp , $\tau (\mathbf{r} = \mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau)$ (\mathbf{r}_\perp — переменные в плоскости, ортогональной скорости \mathbf{v}), то

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \Phi_j(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau) = -i \sum_{i,j} \hat{V}_{ji}(\mathbf{k} | \mathbf{r}) \Phi_i(\mathbf{r}). \quad (1.32)$$

По аналогии с решением в квантовой теории поля решение уравнения (1.32) можно записать в форме упорядоченной экспоненты по переменной τ :

$$\Phi_i(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau) = \sum_{i,j} \left[T_{\tau_1} \exp \left\{ -i \int_{\infty}^{\tau} d\tau_1 V(\mathbf{k} | \mathbf{r} + \mathbf{v}\tau_1) \right\} \right]_{ij} u_{j(in)}. \quad (1.33)$$

В асимптотической области $k \rightarrow \infty$ при условиях 1), 2), 3) амплитуда (1.29) принимает вид

$$f(k', k) \approx \frac{i|\mathbf{v}|}{2\pi} \int d^2 r_\perp \exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')_\perp \mathbf{r}_\perp] u_i^{(+)(out)} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \times \\ \times \exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{v}\tau] \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi_i(\tau). \quad (1.34)$$

(Здесь вместо выражения $\Sigma V\Phi$, согласно (1.32), поставлена производная $\partial_\tau \Phi_i$.)

Будем считать, что углы рассеяния настолько малы $[\theta \ll \frac{1}{\sqrt{kR}}$ см. (1.19)], что величиной $(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{v}\tau \leq kR\theta^2$ можно пренебречь, т. е. $\exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \mathbf{v}\tau] \approx 1$. Тогда интеграл по τ может быть вычислен, и для амплитуды рассеяния (1.34) имеет место следующее высокоэнергетическое представление:

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = i \frac{|\mathbf{v}|}{2\pi} \int d^2 r_\perp \exp [i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')_\perp \mathbf{r}_\perp] u_i^{(+)(out)} \times \\ \times \left[\lim_{\tau \rightarrow +\infty} \Phi_j(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau) - u_{j(in)} \right]. \quad (1.35)$$

Для обычного уравнения Шредингера выражение (1.35) приводит к эйкональному представлению (1.17); аналогично сделан вывод эйконального представления исходя из квазипотенциального уравнения Логанова — Тавхелидзе [60], там же развита схема вычисления эйкональных поправок.

Из выражения (1.33) легко видеть, что простая экспоненциальная форма для амплитуды имеет место, когда T_τ упорядоченная экспонента совпадает с обычной. Достаточным условием для этого является равенство нулю коммутатора:

$$[\hat{V}(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau), \hat{V}(\mathbf{r}_\perp + \mathbf{v}\tau')]_{\tau \neq \tau'} = 0. \quad (1.36)$$

2. Рассеяние частиц со спином 1/2. Рассмотрим рассеяние дираковских частиц на произвольном потенциале $\tilde{B}(x)$:

$$\begin{aligned} (i\hat{\partial}_x - m + \tilde{B}(x))\psi(x) &= 0; \\ \psi_{\text{in}} &= u_p \exp(-ipx). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Для того чтобы использовать схему вывода эйконального представления, описанную в предыдущем пункте, удобно определить амплитуду рассеяния с помощью решения $\tilde{\psi}$ квадрированного уравнения [51], которое связано с решением обычного уравнения Дирака (1.37) соотношением $\psi(x) = [i\hat{\partial} + m + \lambda\tilde{B}(x)]\tilde{\psi}(x)$ (λ — произвольное число) и удовлетворяет уравнению

$$\left. \begin{aligned} [(i\partial_\mu)^2 - m^2 + \mathcal{K}(i\partial_x | x)]\tilde{\psi}(x) &= 0, \\ \tilde{\psi}_{\text{in}} &= u_p \exp(-ipx); \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

$$\mathcal{K}(p_\mu | x) = (\hat{p} - m)\lambda\tilde{B}(x) + \tilde{B}(x)[\hat{p} + m + \lambda\tilde{B}(x)]. \quad (1.39)$$

Амплитуда рассеяния, выраженная обычным образом через решение уравнения (1.38),

$$F(p, q) = \frac{1}{2m} \int d^4x \bar{\psi}_{(\text{out})q}(x) \mathcal{K}(i\partial_\mu | x) \tilde{\psi}_p(x) \quad (1.40)$$

на массовой поверхности $p^2 = q^2 = m^2$ не зависит от параметра λ [51] и совпадает с обычной амплитудой:

$$F(p, q) = \int d^4x \bar{\psi}_{(\text{out})q}(x) \tilde{B}\psi_p(x). \quad (1.41)$$

В этом нетрудно убедиться, выражая ψ_p в (1.41) через решения (1.38) и используя уравнение $\bar{\psi}_{(\text{out})q}(x)(\hat{q} - m) = 0$. Выбор параметра λ в (1.39) произволен, он не отражается на физических результатах и может устанавливаться по удобству.

Рассмотрим для простоты рассеяние на статическом потенциале

$$\mathcal{K}(p_\mu | x_\mu) = \mathcal{K}(p_\mu | r).$$

Согласно подразделу 1 и уравнению (1.35) при $p \rightarrow \infty$ для амплитуды рассеяния на малые углы имеет место выражение

$$\left. \begin{aligned} F(p, q) &= 2\pi\delta(E_p - E_q) f(p, q); \\ f(p, q) &= i \frac{|\mathbf{p}|}{m} \int d^2r_{\perp} \exp[i(\mathbf{p} - \mathbf{q})_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}] \times \\ &\times \bar{u}(\mathbf{q}) \left[\lim_{s \rightarrow \infty} \Phi(\mathbf{r}_{\perp} + \hat{\mathbf{p}}s) - u(\mathbf{p}) \right], \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — единичный вектор вдоль импульса \mathbf{p} ; функция $\Phi(\mathbf{r}_{\perp} + \hat{\mathbf{p}}s)$ удовлетворяет уравнению:

$$\left. \begin{aligned} \partial_s \Phi &= -\frac{1}{2ip} \mathcal{K}(p_{\mu} | \mathbf{r}) \Phi; \quad p = |\mathbf{p}|; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} \Phi(\mathbf{r}) &= u(\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (1.43)$$

При высоких энергиях и малых углах рассеяния свободные состояния высокоэнергетических частиц можно описывать с помощью двухкомпонентных спиноров:

$$u(\mathbf{p}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ (\sigma\mathbf{p}) \end{pmatrix} v_{in}; \quad \bar{u}(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{v}_{out}(\mathbf{q}) (1, (\sigma\mathbf{p})),$$

тем самым поворот спина рассеивающейся частицы отождествляется с изменением спиральности.

Представляя решение (1.43) в виде T -экспоненты, амплитуду (1.42) можно записать в виде:

$$f(p, q) \approx i \frac{p}{m} \int d^2r_{\perp} \exp[i(\mathbf{p} - \mathbf{q})_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}] \bar{v}_{i out}(\Gamma_{ij} - 1) v_{j in}; \quad (1.44)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} (1, (\sigma\mathbf{p})) T_s \exp \left\{ \frac{i}{2p} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \mathcal{K}(p | \mathbf{r}_{\perp} + \hat{\mathbf{p}}s) \right\} \begin{pmatrix} 1 \\ (\sigma\mathbf{p}) \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

Общий потенциал $\tilde{B}(x)$ представим как сумму скалярного, псевдоскалярного, векторного, аксиального и тензорного потенциалов. Рассмотрим высокоэнергетическое поведение амплитуды для каждого из этих потенциалов в отдельности, при этом считаем, что потенциалы не зависят от энергии. Параметр λ удобно выбрать из соображений простоты коэффициента перед импульсом p в выражении для $\mathcal{K}(p | r)$. Именно это слагаемое в $\mathcal{K}(p)$ при больших импульсах определяет асимптотически исчезающий член в «эйкональной» фазе (1.45):

$$\left. \begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{i}{2p} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{K}(p | r) ds &= \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} [\tilde{B}\gamma_{\mu} + \lambda\gamma_{\mu}\tilde{B}] \hat{p}_{\mu} ds; \\ \hat{p}_{\mu} &= \frac{p_{\mu}}{|\mathbf{p}|}. \end{aligned} \right\} \quad (1.46)$$

Другой выбор λ в этом случае усложняет выкладки.

а. Скалярный и псевдоскалярный потенциалы ($\tilde{B} = V, \gamma_5 V$). Выбирая $\lambda = -1$ и $\lambda = +1$ для V и $\gamma_5 V$ соответственно, получаем, что в асимптотике $|\mathbf{p}| \rightarrow \infty$ фаза стремится к нулю как $1/|\mathbf{p}|$. Это значит, что сечение рассеяния с ростом энергии исчезает.

б. Векторный и аксиальный потенциалы ($\tilde{B} = A_\mu \gamma_\mu; \gamma_5 A_\mu \gamma_\mu$). Выбирая для векторного $\lambda = +1$ и для аксиального $\lambda = -1$, находим Γ_{ij} соответственно в виде

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{ij} &= \delta_{ij} \exp [i\chi(\mathbf{r}_\perp)]; \\ \Gamma_{ij} &= \delta_{ij} \cos \chi + i(\sigma_3)_{ij} \sin \chi; \\ \chi &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{p}_\mu A_\mu(\mathbf{r}_\perp + \hat{p}s)) ds. \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Видно, что амплитуда имеет экспоненциальную форму. Сечение рассеяния при $|\mathbf{p}| \rightarrow \infty$ стремится к постоянному, отличному от нуля пределу, а спиральность сохраняется.

в. Тензорный потенциал. В качестве конкретного примера тензорного потенциала рассмотрим рассеяние незаряженной частицы с аномальным магнитным моментом на внешнем медленно меняющемся в пространстве электромагнитном поле: $\tilde{B} = -\frac{1}{2} \kappa \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$; $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Матрица $\mathcal{K}(p)$ имеет вид:
$$\frac{i}{2p} \mathcal{K}(p|r) = \kappa \hat{p}_\mu \gamma_\nu F_{\mu\nu} = -\kappa \gamma_\perp p_\mu F_{\perp\mu} + \left(\gamma_z \frac{E}{p} - \gamma_0 \right) F_{z0} \quad (1.48)$$

(ось z выбрана вдоль вектора \mathbf{p}). Последним членом в (1.48) можно пренебречь, поскольку разложение матрицы Γ по степеням F_{z0} ведется с коэффициентом $(\gamma_3 - \gamma_0 E/p)^2 = m^2/p^2$, $(\gamma_3^2 = -1)$, так как $(1, \sigma_z)(\gamma_3 - E\gamma_0/p) \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma_z \end{pmatrix} = 0$. Согласно подразделу 1 экспоненция амплитуды имеет место при условии

$$[\gamma_\perp p_\mu F_{\perp\mu}(\mathbf{r}_\perp + \hat{p}s), \gamma_\perp p_\mu F_{\perp\mu}(\mathbf{r}_\perp + \hat{p}s')]_{s \neq s'} = 0. \quad (1.49)$$

Тогда матрицу Γ (1.45) можно представить в двухкомпонентном виде:

$$\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_\perp) = [\exp \{i(\boldsymbol{\sigma} \times \partial_\perp) \hat{p} \chi_0(r_\perp)\}]_{ij}; \quad (1.50)$$

$$\chi_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} ds \hat{p}_\mu A_\mu(\mathbf{r}_\perp + \hat{p}s). \quad (1.51)$$

Для центрального потенциала $A(\mathbf{r}_\perp) = A(\rho)$; $\mathbf{r}_\perp = \rho \mathbf{n}$; $\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$

$$\Gamma_{ij}(\mathbf{r}_\perp) = \cos(\kappa \chi_0) + i(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{n}_\perp)_{ij} \times \hat{p} \sin(\kappa \chi_0). \quad (1.52)$$

При этом слагаемое в фазе, содержащее производную от потенциала вдоль направления движения, $\partial_s A$ исчезает. Если условие экспоненциации (1.51) не выполняется, то указанное слагаемое дает вклад, аналогичный вкладу от взаимодействия контактного типа, и оно необходимо для калибровочной инвариантности амплитуды. Таким образом, тензорный потенциал единственный, при рассеянии на котором спиральность при $p \rightarrow \infty$ не сохраняется.

В заключение приведем явный вид для амплитуды рассеяния заряженной частицы с аномальным магнитным моментом $e(g-2)/2m$ (g — гиромангнитное отношение) в электромагнитном поле:

$$\left. \begin{aligned} f(p, q) &\approx \frac{ip}{m} \int d^2 r_{\perp} \exp[-i(\mathbf{p}-\mathbf{q})_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}] \times \\ &\quad \times \bar{v}_{(\text{out})i} (\Gamma_{ij} - 1) v_{j(\text{in})}; \\ \Gamma_{ij} &= \exp\{i[-eI_{ij} + e(g-2)/2m(\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\partial}_{\perp}) \hat{\mathbf{p}}] \chi_0(\mathbf{r}_{\perp})\}; \\ \chi_0(\mathbf{r}_{\perp}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{p}_{\mu} A_{\mu}(s) ds. \end{aligned} \right\} (1.53)$$

В этом случае сохранение спиральности следует из принципа минимальности электромагнитного взаимодействия $g = 2$.

3. Рассеяние частиц со спином 1. Эйкональное представление для амплитуды рассеяния заряженных частиц со спином 1 и аномальным магнитным моментом $\kappa = 1, 0$ в кулоновском поле изучалось в работах [53, 54] на основе формализма Прока. Аналогично можно получить эйкональные представления для произвольного аномального магнитного момента и произвольного гладкого электромагнитного поля. На последнее наложим лишь те ограничения, которые приводят к экспоненциации амплитуды при рассеянии частиц со спином 1/2.

Волновая функция частицы удовлетворяет релятивистскому уравнению Прока

$$\begin{aligned} [\mathcal{D}_{\mu} \mathcal{D}_{\mu} - m^2] \psi_{\nu} - \mathcal{D}_{\mu} \mathcal{D}_{\nu} \psi_{\mu} - ie\kappa F_{\mu\nu} \psi_{\mu} &= 0; \\ \mathcal{D}_{\mu} &= \partial_{\mu} - ieA_{\mu} \end{aligned} \quad (1.54)$$

с дополнительным условием

$$\mathcal{D}_{\nu} \psi_{\nu} = \frac{ie}{m^2} [(\kappa - 1) F_{\mu\nu} \mathcal{D}_{\nu} \psi_{\mu} - \kappa (\partial_{\nu} F_{\nu\mu}) \psi_{\mu}],$$

которое можно получить, действуя на уравнение (1.28) слева оператором \mathcal{D}_{ν} .

Начальное и конечное состояния описываются волновыми функциями $\psi_{\mu}^{\text{in}} = \exp(-ipx) a_{\mu}$, $\psi_{\mu}^{\text{out}} = \exp(iqx) b_{\mu}$. 4-Вектора поляризации a_{μ} и b_{μ} удовлетворяют условию: $a_{\mu} p_{\mu} = b_{\mu} q_{\mu} = 0$

и связаны с векторами поляризации частицы \mathbf{u}_{in} , \mathbf{u}_{out} в собственных системах координат с помощью преобразования Лоренца L_p , L_q :

$$a_\mu = L_p(\mathbf{u}_\perp^{in}, u_3^{in}, 0) = (\mathbf{u}_\perp^{in}, \mathbf{u}_3^{in} E/m, u_3^{in} p/m);$$

$$b_\mu = L_q(\mathbf{u}_\perp^{out}, u_3^{out}, 0) = \\ = (\mathbf{u}_\perp^{out} + u_3^{out} \Delta_\perp/m, u_3^{out} E/m - \mathbf{u}_\perp^{out} \Delta_\perp/m, u_3^{out} [p/m + \Delta_\perp^2/(2E_m)])$$

(ось z направлена вдоль импульса p , $\Delta_\perp = (\mathbf{p} - \mathbf{q})_\perp$, рассматриваются малые углы рассеяния).

Решение уравнений (1.54) ищется с помощью подстановки $\psi_\mu = \exp(-ipx) W_\mu$ и, согласно общей формуле (1.35), амплитуда в пределе $p \rightarrow \infty$ имеет вид:

$$f(p, q) \approx -ip \int d^2 r_\perp \exp(ir_\perp \Delta_\perp) b_\mu (\lim_{\tau \rightarrow \infty} W_\mu(r_\perp + \hat{p}\tau) - a_\mu). \quad (1.55)$$

В пределе $p \rightarrow \infty$ 4-вектор W_μ будет следующим:

$$W_\mu = L_p(\mathbf{F}_\perp + \mathbf{D}_\perp F_3/im, F_3, 0) = \\ = \mathbf{F}_\perp + \mathbf{D}_\perp F_3/im; F_3 E/m; F_3 p/m,$$

где функции F_i удовлетворяют системе уравнений

$$\partial_\tau F_i(r_\perp + \tau \hat{p}) = i \left[-e \hat{I} + \frac{e(\kappa-1)}{2m} (\hat{S} \times \partial_\perp) \hat{p} - \right. \\ \left. - (e\kappa/m^2) (\partial_\perp)^2 \hat{\Pi}_3 \right]_{ij} \hat{p}_\mu A_\mu F_j; \\ \lim_{\tau \rightarrow \infty} F_i(r_\perp + \hat{p}\tau) = u_i^{in}.$$

Здесь \hat{I} , $\hat{\Pi}_3$, \hat{S} — матрицы (операторы в пространстве спиновых

состояний); \hat{I} — единичный оператор; $\Pi_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — проекционный

оператор на состояние с нулевой спиральностью; \hat{S} — оператор спина $(S_{ij})_k = -ie_{ijk}$:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad S_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Выражение (1.55) можно представить в виде, аналогичном амплитуде (1.53) рассеяния заряженных частиц со спином 1/2:

$$f(p, q) \sim ip \int d^2 r_\perp \exp(ir_\perp \Delta_\perp) u_i^{(+)\text{out}\mathbf{z}} (\Gamma_{ij} - I_{ij}) u_j^{in}; \quad (1.56)$$

$$\Gamma = \exp \left\{ i \left[-e\hat{I} + \frac{e(\kappa-1)}{2m} (\hat{S} \times \partial_{\perp}) \hat{p} - \frac{e\kappa}{m^2} (\partial_{\perp})^2 \hat{\Pi}_3 \right] \right\} \chi_0(r_{\perp}), \quad (1.57)$$

где

$$\chi_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \hat{p}_{\mu} A_{\mu}(\tau).$$

Если учесть, что гиромагнитное отношение g в теории Прока связано с κ отношением $g = \kappa + 1$, то выражения (1.56) и (1.57) в операторном смысле являются обобщением соответствующего выражения для спинорных частиц на случай, когда имеются состояния с нулевой спиральностью. Для $\kappa = 0,1$ выражения (1.56) и (1.57) совпадают с результатами работ [52, 53]. Так же как и в спинорном случае, спиральность сохраняется для «нормального» гиромагнитного отношения $g = 2$ ($\kappa = 1$).

Вывод о сохранении спиральности при $g = 2$ согласуется с более общим результатом работы Вайнберга [55], где рассматривалось рассеяние быстрых частиц с произвольным спином. Метод вычисления в работе [55] состоит в суммировании ряда теории возмущений и связан с определением вершинной функции как оператора тока в одночастичных обкладках. Вершинная функция строится с точностью до членов 2-го порядка по передаче импульса, следовательно, в выражении для фазы (1.57) отсутствует слагаемое со второй производной от потенциала; это слагаемое может дать значительный вклад в той области углов, где справедливо эйкональное приближение. Кроме того, учет обычных вершинных функций в работе [55] не восстанавливает вклад от взаимодействия контактного типа [см. (1.48)]. Как уже указывалось ранее, эти члены необходимы для градиентной инвариантности, когда нет экспоненциации.

В работе [55] рассматривалось также эйкональное представление при учете переходов к возбужденному состоянию частиц. В этом случае, чтобы получить амплитуды, необходимо заменить оператор спина на оператор, выраженный через соответствующий ток перехода.

Вайнбергом [55] была замечена интересная связь: коммутаторы типа (1.51), являющиеся условиями экспоненциации, одновременно обеспечивают выполнение правил сумм Герасимова — Дрелла — Херна. В общем случае связь между экспоненциацией в потенциальном рассеянии и коммутаторами токов изучена в работе [56].

Результаты этих работ позволяют предполагать, что к особенно простым и удобным эйкональным представлениям приводят, по-видимому, взаимодействия с определенной динамической симметрией.

2. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЭЙКОНАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ (К.Т.П.)

Формулировка одного приближения в К. Т. П. для высокоэнергетических процессов

Проблемы высокоэнергетического рассеяния элементарных частиц в последнее время интенсивно изучались в К. Т. П. В различных полевых моделях были просуммированы определенные классы фейнмановских диаграмм [61]. Таким исследованием было выяснено, что в рамках формализма К. Т. П. можно разработать приближенный метод суммирования ряда теории возмущений, приводящий к эйкональной картине высокоэнергетического рассеяния.

Это приближение физически наглядно формулируется на основе функционального подхода в К. Т. П. [62]. В дальнейшем все рассмотрение будет проводиться на примере двух полевых моделей: скалярные «нуклоны» (поле ψ) взаимодействуют в первой модели со скалярными мезонами (поле ϕ), во второй модели — с векторными мезонами (поле A_μ). Лагранжианы взаимодействия соответственно имеют вид: $\mathcal{L}_{ск} = g\psi^*\phi\psi$ и $\mathcal{L}_{век} = -ig\psi^*\overleftrightarrow{d}_\sigma\psi A^\sigma + g^2 A_\sigma A^\sigma \psi^*\psi$.

Амплитуду упругого рассеяния, если пренебречь поляризацией вакуума, можно представить с помощью функциональных интегралов в следующем общем виде:

$$T(q_1, q_2; p_1, p_2) = g^2 \int d^4b \exp[i(q_1 - p_1) \cdot b] D^c(b) \times \prod_{\sigma=1}^2 \left(\int [\delta^4 v_\sigma]_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{i \frac{g^2}{2} j_\sigma \cdot D^c \cdot j_\sigma\right\} \right) \times \int_0^1 d\lambda \exp\{ig^2 \lambda j_1 \cdot D^c j_2\}, \quad (2.1)$$

где введена сокращенная запись $f_1 \cdot f \cdot f_2 \equiv \int \int dz_1 dz_2 f_1(z_1) \times \times f(z_1 - z_2) f_2(z_2)$. Не останавливаясь на выводе формулы (2.1) (см. работы [63]), дадим графическое пояснение такой записи. В теории возмущений это соответствует учету всех диаграмм типа представленной на рис. 3.

Прямые («нуклонные») линии на этих диаграммах соответствуют токи j_i в формуле (2.1). Величина $j_i(z)$ — это классический ток точечного нуклона, который движется по траектории, задаваемой начальным и конечным импульсами (p_i и q_i соответственно), относительной координатой $b = x_1 - x_2$ и функциональной

переменной $2 \int_0^{\frac{1}{2}} v_i(\eta) d\eta$, описывающей отклонение от прямой траектории (см. рис. 4). Конкретное выражение для

токов зависит от вида взаимодействия. Например, в случае скалярной модели $j(z)$ имеет вид*:

$$j_i(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \delta \left\{ z - x_i - 2 \int_0^{\xi} v_i(\eta) d\eta - \right. \\ \left. - 2\xi [p_i\theta(-\xi) + q_i\theta(\xi)] \right\}. \quad (2.2)$$

При векторном обмене

$$j_i^\sigma(z) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi [v_i(\xi) + p_i\theta(-\xi) + q_i\theta(\xi)]^\sigma \times \\ \times \delta \left\{ z - x_i - 2 \int_0^{\xi} v_i(\eta) d\eta - 2\xi [p_i\theta(-\xi) + q_i\theta(\xi)] \right\} \quad (i = 1, 2). \quad (2.3)$$

Функция распространения D^c в показателях экспонент в (2.1) соответствует обменам мезонами на диаграмме рис. 3 (волнистые

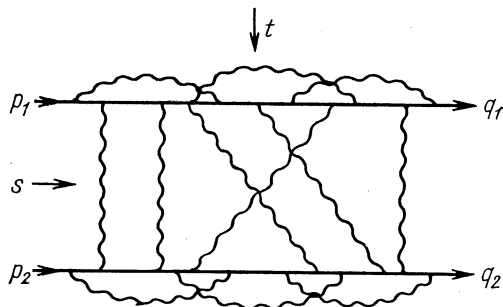


Рис. 3. Общий вид диаграмм нуклон-нуклонного рассеяния в теории $g\psi^*\psi\phi$ в пренебрежении поляризацией вакуума (обобщенные лестничные диаграммы с радиационными поправками к нуклонным линиям).

линии), при этом выражения типа $\exp \left\{ i \frac{g^2}{2} j_i \cdot D^c \cdot j_i \right\}$ ($i = 1, 2$) учитывают вклад радиационных поправок к нуклонным линиям, а $\exp \{ ig^2 \lambda_{j_1} \cdot D^c j_2 \}$ описывает обмен виртуальными мезонами между рассеивающимися нуклонами. Интегрирование по $d\lambda$ обеспечивает вычитание из матричного элемента вклада свободно распространяющихся нуклонов. Функциональное интегрирование по

* В скалярной модели $j(z)$ описывает пространственную плотность нуклона, движущегося по классической траектории. Однако и в этом случае $j(z)$ будем называть током.

δv_j ($j = 1, 2$) соответствует суммированию по всевозможным траекториям сталкивающихся нуклонов.

При высокоэнергетическом рассеянии вперед $s = (p_1 + p_2)^2 \rightarrow \infty$, $t = (p_1 - q_1)^2 = \text{const}$ естественно предположить, что для каждого фиксированного значения относительной координаты b из всех возможных траекторий нуклонов (волнистые линии на рис. 4) основной вклад дают прямолинейные траектории (пунктирные линии), задаваемые направлением импульсов нуклонов

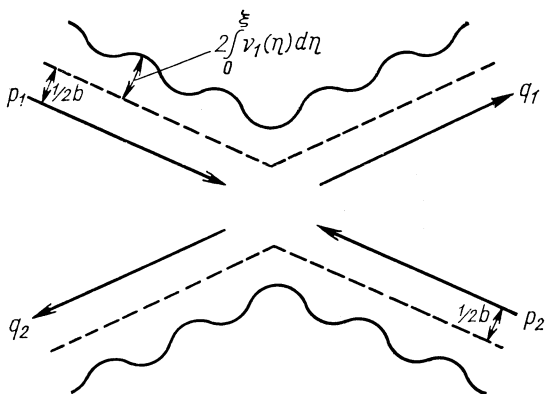


Рис. 4. Схема нуклонных траекторий (волнистые линии), по которым необходимо выполнить суммирование при нахождении амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния. Пунктирными линиями обозначены прямолинейные траектории.

до и после рассеяния [64]. Это означает, что в рассматриваемой кинематической области можно опустить в нуклонных токах (2.2) и (2.3) функциональные переменные v_i , отклоняющие нуклонные траектории от прямолинейных. На языке диаграмм Фейнмана это соответствует линейризации нуклонных пропагаторов по импульсам виртуальных мезонов, т. е. замене

$$[(p + \sum_i k_i)^2 - m^2]^{-1} \rightarrow (2p \sum_i k_i)^{-1}, \quad (2.4)$$

где p — импульс одного из рассеивающихся нуклонов; k_i — импульсы виртуальных мезонов. Однако более удовлетворительной с точки зрения сходимости фейнмановских интегралов является аппроксимация пропагаторов, сохраняющая k_i^2 [65]:

$$[(p + \sum_i k_i)^2 - m^2]^{-1} \rightarrow [2p \sum_i k_i + \sum_i k_i^2]^{-1}. \quad (2.5)$$

Таким образом, в этом приближении произведения pk_i считаются эффективно более важными в высокоэнергетической области, чем $k_i k_j$ ($i \neq j$).

В функциональном подходе это достигается следующим приближенным вычислением континуальных интегралов:

$$\int [\delta v] \exp \{F [v]\} \approx \exp \{\langle F [v] \rangle\}, \quad (2.6)$$

где $\langle F [v] \rangle = \int [\delta v] F [v]$. Такое приближение при исследовании высокоэнергетических процессов получило название приближения прямолинейных путей. Подробное изложение этого метода можно найти в работах [64].

Данное приближение соответствует следующей картине взаимодействия. Высокоэнергетические частицы рассеиваются путем последовательного независимого обмена виртуальными квантами, при этом нет взаимного влияния между отдельными обменами — корреляционный член $k_i k_j$ в пропагаторах опускается.

Рассматривать аппроксимацию (2.4), (2.5) как приближение мягких квантов, что иногда делается, не совсем точно. Например, при суммировании лестничных диаграмм в этом приближении важна не малость импульсов k_i , а отсутствие взаимной корреляции между отдельными обменами. Если частицы, которыми осуществляется обмен, имеют дополнительные степени свободы (например, заряд), то одного предположения о малости их импульсов еще недостаточно для подобного суммирования, так как зарядовые степени свободы остаются в этом случае взаимосвязанными.

Следует отметить, что и в потенциальном рассеянии эйкональное приближение также сводится к модификации пропагаторов (в данном случае нерелятивистских), определяемой формулами (2.4) и (2.5) [66].

Эйкональное представление амплитуды рассеяния в теоретикопольевых моделях

Перейдем к конкретному применению эйконального приближения для высокоэнергетических процессов в теории поля. Используем в формуле (2.1) приближенную оценку функциональных интегралов (2.6), тогда амплитуда рассеяния в системе центра инерции (с. ц. и.) * сталкивающихся частиц при $s \rightarrow \infty$, $t = \text{const}$ принимает эйкональную форму [63, 64]:

$$T(s, t) = -2is \exp(at) \int d^2b \exp[i(q_1 - p_1)_\perp b_\perp] \times \\ \times (\exp[i\chi(b, s)] - 1), \quad (2.7)$$

* Амплитуда T в с. ц. и. нормирована следующими соотношениями:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|T(s, t)|^2}{64\pi^2 s}, \quad \sigma_t = \frac{1}{2p\sqrt{s}} \text{Im} T(s, t=0).$$

где

$$a = \frac{g^2}{3(2\pi)^2 m^2} \left(\ln \frac{m^2}{\mu^2} + \frac{1}{2} \right);$$

b_{\perp} — двумерный вектор, перпендикулярный направлению столкновения нуклонов (прицельный параметр). При обмене скалярными частицами эйкональная фаза

$$\chi(b, s) = \frac{g^2}{8\pi^2 s} \int \frac{d^2 k \exp(ikb)}{k^2 + \mu^2} = \frac{g^2}{4\pi s} K_0(b\mu), \quad (2.8)$$

а в модели с векторными мезонами

$$\chi(b) = \frac{g^2}{2\pi} K_0(b\mu), \quad (2.9)$$

где K_0 — функция Кельвина нулевого порядка.

Радиационные поправки к нуклонным линиям на рис. 3 приводят к множителю $\exp(at)$ в амплитуде рассеяния, в то время как многократный обмен мезонами между рассеивающимися нуклонами дает эйкональную формулу. Фаза χ , задаваемая формулами (2.8) и (2.9), соответствует потенциалу Юкавы между взаимодействующими нуклонами, убывающему с энергией в скалярном случае $V(b, s) = (-g^2/8\pi s) [\exp(-\mu b)/b]$ и не зависящему от энергии в векторной модели $V(b) = (-g^2/4\pi) [\exp(-\mu b)/b]$.

Как следует из формул (2.7) — (2.9), более реалистичной оказывается модель с векторным обменом, которая приводит к полному сечению, стремящемуся к константе при $s \rightarrow \infty$. В случае скалярной модели σ_i оказывается убывающим, как $1/s$, и во всей эйкональной формуле доминирует лишь борновский член. В обоих случаях фазы получаются чисто действительными и, следовательно, влияние неупругого рассеяния в рассматриваемом приближении не учитывается: $\sigma^{\text{in}} = 0$.

Интересно рассмотреть тот же класс диаграмм (см. рис. 3) в другой кинематической области $|t| \sim s \rightarrow \infty$ [67] (высокоэнергетическое рассеяние на большие углы). В этом случае выражения вида: $\exp\{ig^2 j_i \cdot D^c \cdot j_i\}$ ($i = 1, 2$) в формуле (2.1) приводят к появлению в амплитуде форм-факторов рассеивающихся частиц (вместо множителя $\exp(at)$ в (2.7)):

$$T(s, t) = -2is [\Phi(t)]^2 \int d^2 b_{\perp} \exp[i(p_1 - q_1)_{\perp} b_{\perp}] \times \\ \times [\exp(i\chi) - 1],$$

где $\Phi(t) = \exp\left\{-\frac{g^2}{32\pi^2 |t|} \ln^2 \frac{|t|}{m^2}\right\}$ — упругий форм-фактор рассеивающегося нуклона в дважды логарифмическом приближении [68] (модель $g\psi^*\psi\phi$). Сечение в этом случае пропорционально четвертой степени форм-фактора, что можно рассматривать как

подтверждение в рамках К. Т. П. гипотезы Ву и Янга о роли упругих форм-факторов в высокоэнергетическом рассеянии [69].

Возникновение в формуле (2.7) фазы, соответствующей потенциалу Юкавы, было обусловлено простым мезонным обменом между нуклонными линиями (см. рис. 3). В теоретико-полевом подходе можно усложнить характер обмена между рассеивающимися нуклонами и ввести, например, промежуточное мезонное поле $\eta(x)$, взаимодействующее с нуклонами и создающее их сложную структуру (облако мезонов, с которым взаимодействуют обменные мезоны φ). Выбирая лагранжиан взаимодействия в виде $\mathcal{L} = g\psi^*\psi\eta + h\eta^2\varphi$, где h — константа взаимодействия скалярных

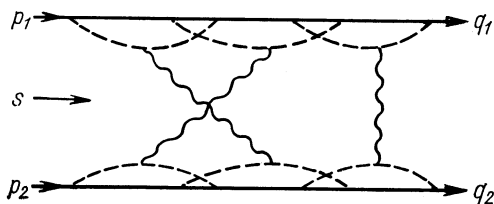


Рис. 5. Диаграммы, описывающие нуклон-нуклонное взаимодействие в теории поля $\mathcal{L}_{\text{int}} = g\psi^*\psi\eta + h\eta^2\varphi$.

полей φ (с массой μ) и η (с массой κ), придем тем самым к графикам нуклон-нуклонного рассеяния, представленным на рис. 5, которые и суммируются в рамках функционального подхода.

Как было показано в работе [70], такая модификация взаимодействия также приводит к эйкональному представлению амплитуды рассеяния [формула (2.7)], но с новой эйкональной фазой, пропорциональной произведению форм-факторов рассеивающихся нуклонов [ср. (2.8)]:

$$\chi(b, s) = \frac{g^4 h^2}{2s m^2 \kappa^2} \int \frac{d^2 k}{(4\pi)^4} \cdot \frac{\exp(ikb)}{k^2 + \mu^2} \left[F\left(\frac{k}{\kappa}\right) \right]^2, \quad (2.10)$$

где величину $F(z) = \frac{1}{z} \arcsin(1 + 4/z^2)^{-1/2}$ надо рассматривать как форм-фактор нуклона в низшем порядке теории возмущений.

Такая структура эйкональной фазы (2.10) согласуется с «капельной» моделью высокоэнергетического взаимодействия [см. формулу (B.7)] [6].

В результате быстрого убывания $F(k/\kappa)$ при $k \rightarrow \infty$ интеграл по $d^2 k$ в (2.10) конечен при любых значениях b , т. е. такая эйкональная фаза соответствует несингулярному потенциалу (см. также [71]). Как уже упоминалось, предположение о гладкости эффективного потенциала, или квазипотенциала, является основным при исследовании

довании высокоэнергетического рассеяния в рамках квантовой механики [1] и в квазипотенциальном подходе в К. Т. П. [15].

Учет собственно энергетических вставок в мезонные линии на диаграммах рис. 3 можно осуществить заменой свободной функции распространения D^c в формуле (2.4) на полную функцию Грина D'^c . Однако было показано [70], что такой учет не приводит к изменению энергетической зависимости в эйкональной фазе и соответствующий потенциал остается по-прежнему сингулярным в нуле. Последнее утверждение следует из того факта, что замена D^c на D'^c не улучшает сходимости интеграла в выражении $j_1 \cdot D^c \cdot j_2$, приводящем к эйкональной фазе. (Известно, что полная функция Грина $D'^c(k)$ убывает при больших k , по крайней мере не быстрее $D^c(k)$ [72].)

В данном параграфе вопросы эйконализации амплитуды рассеяния исследовались в рамках стандартных методов К. Т. П. Эти же вопросы были рассмотрены в работах [28] на основе квазипотенциального подхода в теории поля.

Вывод редже-эйкональной формулы в К. Т. П.

Как уже отмечалось выше, в моделях с одночастичными об-
менами совершенно не учитывается влияние неупругих процессов на упругое рассеяние. Для такого учета необходимо рассматри-

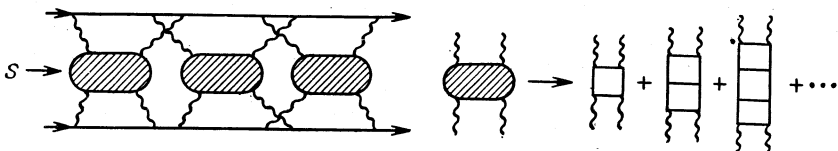


Рис. 6. Фейнмановские диаграммы, приводящие к редже-эйкональному представлению амплитуды рассеяния.

вать обмен более сложными виртуальными блоками, например, с замкнутыми «нуклонными» петлями (рис. 6).

Предположив справедливость приближения прямолинейных путей (т. е. линеаризацию нуклонных пропагаторов на рис. 6), сумму таких диаграмм можно представить в эйкональной форме с фазой χ , равной двумерному фурье-образу от амплитуды мезон-мезонного рассеяния (заштрихованный блок на рис. 6) [73]. Существенно, что в высокоэнергетической области виртуальный блок, который итерируется в рассматриваемых диаграммах, сам оказывается в асимптотическом режиме, т. е. его энергетическая переменная, так же как и s , стремится к бесконечности.

В работе [74] в модели $g\phi^3$ вклад такого блока моделировался бесконечной суммой лестничных диаграмм в t -канале без перекрестий (см. рис. 6). Известно, что суммирование этих диаграмм

приводит к степенной зависимости амплитуды от энергии (реджевское поведение) [75]. Поэтому можно ожидать, что при таком обмене существенно изменится энергетическое поведение фазы, а вместе с ней и всей амплитуды, записанной в эйкональной форме. Действительно, в этом случае

$$\chi(b, s) = -\frac{g^2}{sm^2} \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) (1 + \exp[-i\pi\alpha(q^2)] (s/m^2)^{\alpha(q^2)}), \quad (2.14)$$

где реджевская траектория $\alpha(q^2)$ в главном логарифмическом приближении имеет вид:

$$\alpha(q^2) = -1 + \frac{g^2}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{dx}{m^2 + x(1-x)q^2}.$$

В данном случае эйкональная фаза χ (2.14) имеет действительную и мнимую части за счет сигнатурного множителя $(1 + \exp[-i\pi\alpha(q^2)])^*$. Если константа взаимодействия g достаточно велика: $\alpha(0) = -1 + g^2/16\pi^2 m^2 > 1$, то вся амплитуда в эйкональной форме (2.7) с фазой (2.14) при $s \rightarrow \infty$ ведет себя как $s \ln^2 s$ ($\sigma_t \sim \ln^2 s$), точно удовлетворяя границе Фруассара [8]. При интегрировании по прицельному параметру d^2b в формуле (2.7) с фазой (2.14) основной вклад дает область $b < b_0$, где $b_0 \sim \ln s$. Поэтому высокоэнергетическое рассеяние нуклонов в этой модели аналогично дифракции на поглощающем и преломляющем диске, радиус которого растет как логарифм энергии (см. разд. 1). Если же $\alpha(0) < 1$, то в этом случае, как и при одночастичном обмене, в эйкональной формуле доминирует лишь борновский член и $\sigma_t \rightarrow 0$. Если $\alpha(0) = 1$, то $\sigma_t \rightarrow \text{const}$ при $s \rightarrow \infty$.

Исследованные здесь диаграммы с реджионным обменом показывают, что эйкональное приближение даже в такой простой модели теории поля, как $g\varphi^3$, может приводить к физически приемлемому поведению сечения в высокоэнергетической области.

Те же самые диаграммы были просуммированы в квантовой электродинамике Ченгом и Ву [76]. Интересно отметить, что основные предсказания о характере высокоэнергетического рассеяния в этих двух моделях (φ^3 и квантовая электродинамика) оказались во многом аналогичными, а именно, картина рассеяния адекватна дифракции Фраунгофера на черной сфере с радиусом, энергетическая зависимость которого определяется из поведения эйкональной фазы при больших прицельных параметрах (см. разд. 1).

* В феноменологическом подходе к редже-эйкональной модели (см. Введение) борновский член в эйкональной формуле (2.7) обычно отождествляется с полюсом Померанчука, который соответствует чисто мнимой амплитуде рассеяния. Поэтому и фаза в этом случае оказывается чисто мнимой.

Рассмотренные здесь модели высокоэнергетического взаимодействия частиц, основанные на диаграммах Фейнмана, позволяют сделать следующий вывод. В общем случае эйкональная фаза представляет собой сумму слагаемых, каждое из которых соответствует определенному виду обмена, с помощью которого рассеиваются частицы [73]. Единственным критерием, позволяющим выбрать тот или иной механизм взаимодействия, может служить только эксперимент [10].

Модификация эйконального представления амплитуды рассеяния в К. Т. П.

Интересно рассмотреть в эйкональном приближении высокоэнергетическое рассеяние таких частиц, которые не могут непосредственно обмениваться между собой виртуальными квантами, например рассеяние мезонов на нуклонах в модели $\mathcal{L}_{int} =$

$= -ig\psi^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi A^\mu + g^2 A_\mu A^\mu \psi^* \psi$. В данном случае нельзя говорить о прямолинейном пути мезона и амплитуду такого процесса нельзя представлять выше указанным способом в простой эйкональной форме (2.7).

Однако расчеты в низших порядках теории возмущений показывают, что в области высоких энергий диаграммы, в которых мезон переходит в виртуальную нуклон-антинуклонную пару, на которой и рассеивается падающий нуклон, являются доминирующими с ростом энергии. Одна из таких диаграмм изображена на рис. 7.

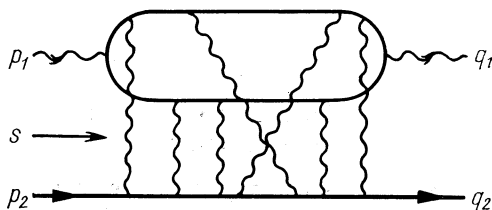


Рис. 7. Диаграмма мезон-нуклонного рассеяния, доминирующая в высокоэнергетической области.

Если предположить, что именно этот класс диаграмм остается главным и во всех высших порядках теории возмущений, то, используя приближение прямолинейных путей, амплитуду мезон-нуклонного рассеяния в этом случае можно представить в следующей модифицированной эйкональной форме [77, 78]:

$$T(s, t) = -2is \int d^2 b_\perp \exp(i\Delta_\perp b_\perp) \int d^2 k_\perp I(k_\perp^2) \times \left. \begin{aligned} &\times \exp[i\chi(b, s, k_\perp^2)] - 1; \\ &-\Delta_\perp^2 = t. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

Явные выражения для $I(k_\perp^2)$ и $\chi(b, s, k_\perp^2)$ из-за громоздкости здесь приводить не будем [77], отметим лишь следующее. Функцию $I(k_\perp^2)$ можно интерпретировать как фактор, описывающий вну-

треннюю структуру мезона, состоящего из нуклон-антинуклонной пары. Именно на этих составных частях мезона и происходит рассеяние высокоэнергетического нуклона, причем этот процесс описывается амплитудой в эйкональной форме. Зависимость фазы от k_{\perp}^2 учитывает влияние относительного движения виртуальной пары на процесс рассеяния. Интегрирование по d^2k_{\perp} в формуле (2.12) с функцией $I(k_{\perp}^2)$ соответствует суммированию по всевозможным состояниям нуклонной пары. Такая картина мезон-нуклонного взаимодействия согласуется с механизмом высокоэнергетического рассеяния в рамках партонной модели Фейнмана [79], в которой частицы в процессе взаимодействия рассматриваются как совокупность составляющих их свободных партонов (см. также работы Ченга и Ву [80]). Аналогично можно получить модифицированное эйкональное представление для амплитуды мезон-мезонного рассеяния. В данном случае необходимо рассматривать диаграммы, в которых каждый из мезонов в процессе рассеяния переходит в виртуальную пару, между которыми и происходит многочастичный обмен. Это приводит к появлению в формуле (2.12) еще одной функции $I(q^2)$, соответствующей второму мезону, и дополнительному интегрированию по d^2q [80].

Глубоконеупругое рассеяние в эйкональном приближении

Во всех рассмотренных выше примерах по использованию эйконального приближения в К. Т. П. изучалось упругое рассеяние. Представляет несомненный интерес рассмотреть в этом приближении и другие высокоэнергетические процессы.

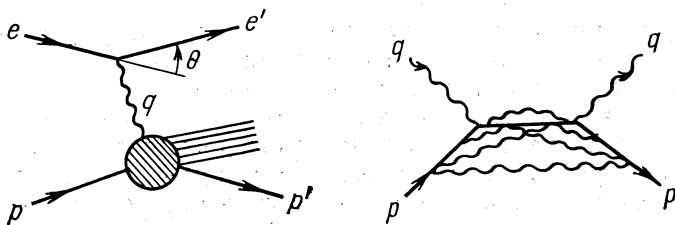


Рис. 8. Основные кинематические переменные глубоконеупругого $e - p$ -взаимодействия (слева) и моделирования этого процесса диаграммами теории возмущений (справа).

В последнее время большое внимание как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения уделяется глубоконеупругому лептон-адронному рассеянию [81]. В целой серии работ исследовался вопрос, можно ли получить в рамках К. Т. П. такое основное свойство глубоконеупругих процессов, как автомодель-

ное поведение сечений (скейлинг) [82]. Известно [83], что сечение неупругого процесса типа $e + p \rightarrow e + p + \dots$ (рис. 8) в одно-фотонном приближении описывается двумя структурными функциями W_i (неупругими форм-факторами):

$$\begin{aligned} & d^2\sigma/d\Omega dE' = \\ & = (d\sigma/d\Omega)_M (2W_1(v, q^2) \operatorname{tg}^2 \theta/2 + W_2(v, q^2)), \end{aligned}$$

где $(d\sigma/d\Omega)_M$ — моттовское сечение рассеяния электрона на протоне.

Область глубоконеупругого рассеяния задается следующими значениями кинематических переменных (бьеркинский предел):

$$-q^2, mv = pq \rightarrow +\infty, 2mv/-q^2 = \omega = x^{-1} = \text{const.} \quad (2.13)$$

Структурные функции W_i простыми соотношениями связаны с мнимой частью амплитуды виртуального комптон-эффекта вперед $M_{\mu\nu}(p, q; p, q)$:

$$\begin{aligned} W_1 &= -\frac{A}{2} + \frac{B}{2(1-v^2/q^2)}; \\ W_2 &= \frac{1}{2(1-v^2/q^2)^2} [-(1-v^2/q^2)A + 3B], \end{aligned} \quad (2.14)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\pi} \sum_{\mu} \operatorname{Im} M_{\mu}^{\mu}; \\ B &= \frac{1}{\pi m^2} \sum_{\mu, \sigma} p_{\mu} (\operatorname{Im} M^{\mu\sigma}) p_{\sigma}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Таким образом, исследование глубоконеупругого рассеяния сводится к изучению в бьеркинском пределе (2.13) мнимой части амплитуды виртуального комптон-эффекта вперед (см. рис. 8). В ряде работ такое исследование было выполнено в различных полевых моделях в рамках теории возмущений [84]. В работе [85] этот вопрос был рассмотрен функциональным методом в эйкональном приближении в модели * $\mathcal{L}_{\text{int}} = -ig\psi^* \overleftrightarrow{\partial}_{\mu} \psi A^{\mu} + g^2 A_{\sigma} A^{\sigma} \psi^* \psi$. Это приближение соответствует следующей физической картине глубоконеупругого взаимодействия.

Высокоэнергетический адрон, испуская большое число тормозных мезонов (отдельные процессы испускания не скоррелированы между собой), рассеивается на жестком виртуальном фотоне.

* Экспериментальные данные по измерению отношения σ_s/σ_T в глубоконеупругом $e-p$ -рассеянии [86] свидетельствуют о том, что электромагнитный ток, участвующий в этом взаимодействии, построен преимущественно из полей спина 1/2. Поэтому рассмотрение простой модели скалярной электродинамики имеет целью продемонстрировать предлагаемый подход.

Только в одной этой вершине и происходит передача большого 4-импульса ($-q^2 \rightarrow +\infty$), причем нуклон по-прежнему остается высокоэнергетическим (лидирующая частица среди вторичных частиц).

Расчет структурных функций в эйкональном приближении с помощью формул (2.14), (2.15) приводит к следующему результату [85]:

$$\left. \begin{aligned} \nu W_2 &= g^2 x (2x - 1) \frac{(1-x)^{-1+2\lambda} \ln 2\nu/m}{\Gamma(2\lambda \ln 2\nu/m) \cos(\pi\lambda \ln 2\nu/m)}; \\ \lambda &= \frac{g^2}{16\pi^2}; \\ W_1 &\rightarrow 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Как следует из (2.16), автомодельное поведение в бьеркинском пределе нарушено зависимостью от логарифма асимптотической переменной ν . Тем не менее полученный результат дает правильное пороговое поведение ($x \rightarrow 1$) νW_2 . Как известно, экспериментальные данные в околопороговой области хорошо описываются выражением $\nu W_2 \sim (1-x)^2$ с постоянным a ($a \sim 3$). В нашем же случае показатель степени медленно ($\sim \ln \nu$) растет при $\nu \rightarrow \infty$.

Стремление к 0 структурной функции W_1 согласуется с утверждением Каллана и Гросса [87], показавших, в частности, что если электромагнитный ток билинеен по полям спина 0, то в бьеркинском пределе $W_1 \rightarrow 0$.

Используя явный вид νW_2 (2.16), можно проверить выполнение и соотношения Дрелла — Яна — Веста между пороговым поведением νW_2 и асимптотикой упругого форм-фактора [88]. При этом приходится допустить зависимость показателя степени a от логарифма ν .

Насколько верен рассмотренный выше механизм глубоконепругого взаимодействия можно судить, экспериментально анализируя энергетическое распределение вторичных частиц, т. е. выясняя, рождается ли в таких процессах большое число сравнительно мягких частиц наряду с существованием высокоэнергетической «лидирующей» частицы.

В заключение кратко остановимся еще на следующих интересных результатах применения эйконального приближения в К.Т.П. В работах [89] исследовались процессы множественного рождения частиц. В эйкональном приближении было получено пуассоновское распределение числа вторичных частиц и исследована энергетическая зависимость средней множественности. При этом удается качественно описать характерные черты экспериментальных данных в этой области [90].

Следует также отметить попытку использования эйконального приближения в задаче на связанные состояния [91]. В этих работах

было показано, что нахождением полюсов двухчастичной функции Грина (или амплитуды рассеяния), вычисленной в эйкональном приближении, удается получить не только формулу Бальмера, но и релятивистские поправки к основному уровню энергии.

Такой широкий диапазон применения эйконального приближения в К. Т. П. показывает, что оно является не только хорошим методом учета кинематических особенностей высокоэнергетического рассеяния, но и позволяет ввести в теоретико-полевого подходе динамику взаимодействия (вычисление эйкональной фазы χ на основе лагранжиана взаимодействия).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blokhintsev D. I., Barashenkov V. S., Grishin V. G. *Nuovo cimento*, 1958, 9, 249; Serber R. *Phys. Rev. Lett.*, 1963, 10, 351.
2. Блохинцев Д. И., Барашенков В. С., Барбашов Б. М. УФН, 1959, 68, 417.
3. Blokhintsev D. I., Barashenkov V. S., Barbashov V. M. *Nuovo cimento*, 1959, 12, 602.
4. Blokhintsev D. I. *Nuovo cimento*, 1960, 18, 193.
5. Moliere G. Z. *Naturforsch.*, 1947, 2A, 133.
6. Byers D., Yang C. N. *Phys. Rev.*, 1966, 142, 976; Chou T. T., Yang C. N. *Phys. Rev.*, 1968, 170, 1591; *Phys. Rev. Lett.*, 1968, 20, 1213; *Phys. Rev.*, 1968, 175, 1832; Wu T. T., Yang C. N. *Phys. Rev.*, 1965, 137, 708; Carreiras B., White J. N. J. *Nucl. Phys.*, 1971, 32B, 319.
7. Arnold R. C. *Phys. Rev.*, 1965, 140B; *Phys. Rev.*, 1967, 153, 1523.
8. Froissart M. *Phys. Rev.*, 1961, 123, 1053.
9. Frautschi S., Margolis V. *Nuovo cimento*, 1968, 56A, 1155; Тер-Мартirosян К. А. В кн.: Материалы IV Зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий. Ч. II. Л., ФТИ, 1969, с. 38; Москалев А. Н. В кн.: Материалы V Зимней школы по теории ядра и физике высоких энергий. Ч. I. Л., ФТИ, 1970, с. 191.
10. Chiu C. B. *Rev. Mod. Phys.*, 1969, 41, 640; Jackson J. D. *Rev. Mod. Phys.*, 1970, 42, 12.
11. Blokhintsev D. I. *Nuovo cimento*, 1968, 30, 1094.
12. Blokhintsev D. I. *Compte Rendus (Doklady)*, 1946, 53, No. 3.
13. Blokhintsev D. I. *Nucl. Phys.*, 1961, 31, 628.
14. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. *Nuovo cimento*, 1963, 29, 380; Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н. В сб.: Проблемы теоретической физики. М., «Наука», 1969, с. 261.
15. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А., Слепченко Л. А. В сб.: Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра. Т. 1. Вып. 1. М., Атомиздат, 1970, с. 91.
16. Tavkhelidze A. N. In: *Proceedings of the XVth International Conf. on High Energy Physics*. Kiev, «Naukova Dumka», 1972, p. 367.
17. Alliluyev S. P., Gerstein S. S., Logunov A. A. *Phys. Lett.*, 1965, 18, 195.
18. Khrustalev O. A., Savrin V. I., Tyurin N. Ye. JINR E-4471, 1970.
19. Glauber R. J. *Lectures in Theoretical Physics*. V. 1, N.Y., 1959.
20. Пирогов Ю. Ф. ЖЭТФ, 1968, 55, 854.
21. Саврин В. И., Тюрин И. Е., Хрусталеv О. А. ТМФ, 1971, 7, 30.
22. Мествиришвили М. А., Рчеулишвили Г. Л. Препринт ИФВЭ СТФ 70—72, Серпухов, 1970.
23. Cheng H., Wu T. T. *Phys. Rev.*, 1971, D3, 2397.
24. Хедиг Д. Введение в метод фазовых интегралов. Перев. с англ. М., «Мир», 1965.

25. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. Перев. с англ. М., «Мир», 1969.
26. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. М., «Высшая школа», 1963.
27. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
28. Логунов А. А., Хрусталев О. А. В сб.: Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра. Т. 1, вып. 1. М., Атомиздат, 1970, с. 91.
29. Голдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. Перев. с англ. М., «Мир», 1967.
30. Schiff L. I. Phys. Rev., 1956, 103, 443; Saxon P. S., Schiff L. I. Nuovo cimento, 1957, 6, 614.
31. Predazzy E. Ann. of Phys., 1966, 36, 228, 250.
32. Hahn Y. Phys. Rev., 1969, 184, 1022; 1970, C2, 775.
33. Berlad G. Nuovo cimento, 1971, 6A, 594.
34. Волков Г. Г., Логунов А. А., Местивиринвили М. А. ТМФ, 1970, 4, 196.
35. Pervushin V. N. JINR E2-5938, Dubna, 1971.
36. Хрипович Н. Б. «Ядерная физика», 1965, 1, 912.
37. Андреев И. В. В сб.: Краткие сообщения по физике. № 6. М., ФИАН СССР, 1970, с. 34.
38. Garsevanishvili V. R. e.a. Phys. Lett., 1969, 29B, 191.
39. Первушин В. Н. ОИЯИ P2-5990, Дубна, 1971.
40. Gheng H., Wu T. T. Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 1456.
41. Chang S. I., Yan T. M. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1586.
42. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., «Наука», 1967.
43. Martin A. Phys. Rev., 1963, 129, 1432; 1966, 142, 930.
44. Логунов А. А., Нгуен Ван Хьеу, Хрусталев О. А. В сб. Проблемы теоретической физики. М., «Наука», 1969, с. 90.
45. Dar A., Watts T. L., Weiskopf V. F. Nucl. Phys., 1969, B13, 477.
46. Malenka B. I. Phys. Rev., 1954, 95, 522.
47. Schwinger J. Phys. Rev., 1954, 94, 1362.
48. Glauber R. J. Phys. Rev., 1953, 91, 451.
49. Schiff L. I. Phys. Rev., 1957, 107, 871.
50. Кулешов С. П., Матвеев В. А., Сисакян А. Н. ТМФ, 1970, 2, 73.
51. Первушин В. Н. Препринт ОИЯИ P2-5150, Дубна, 1970; ТМФ, 1971, 9, 264.
52. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1971, D3, 2394.
53. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1972, D5, 445.
54. Meng Ta-Chang. Phys. Rev., 1972, D6, 1169.
55. Weinberg S. Phys. Lett., 1971, 37B, 494.
56. Eichten E., Phys. Rev., 1972, D5, 1047.
57. Bjorken J. D., Soper D. E. Phys. Rev., 1971, D3, 1382.
58. Kadyshevsky V. G., Mir-Kasimov R. M., Skachkov N. B. Nuovo cimento, 1968, B6, 125.
59. Гарсеванишвили В. Р. и др. ТМФ, 1971, 7, 203.
60. Гарсеванишвили В. Р. и др. ТМФ, 1971, 6, 36.
61. Efremov A. V., Ginzburg I. F., Serbo V. G. Preprint E2-3917, Dubna, 1968; Cheng H., Wu T. T. Preprint SLAC-PUB-956 (TH), 1971; Phys. Rev. Lett., 1969, 22, 666.
62. Барбашов Б. М., Блохинцев Д. И. УФН, 1972, 106, 593.
63. Барбашов Б. М. и др. ТМФ, 1970, 13, 342; Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н. ТМФ, 1971, 9, 44.
64. Barbashov B. M. e.a. Phys. Lett., 1970, 33B, 484.
65. Yennie D. R., Frauschi S. C., Suura H. Ann. of Phys., 1961, 13, 379; Fradkin E. S. Nucl. Phys., 1963, 49, 624; 1966, 76, 588; Милехин Г. А., Фрадкин Е. С. ЖЭТФ, 1963, 45, 1926; Барбашов Б. М. ЖЭТФ, 1965, 48, 607; Барбашов Б. М., Волков М. К. ЖЭТФ, 1966, 50, 660.

66. Levy M., Sucher J. Phys. Rev., 1969, 186, 1656; *ibid.*, 1970, D2, 1716.
67. Барбашов Б. М., Нестеренко В. В. Препринт ОИЯИ, P2-6654, 1972.
68. Eichten E. Phys. Rev., 1971, D4, 1225; Eichten E., Jackiw R. Phys. Rev., 1971, D4, 439.
69. Wu T. T., Yang C. N. Phys. Rev., 1965, 137, 708; Chou T. T., Yang C. N. Phys. Rev. Lett., 1968, 20, 1213.
70. Barbashov B. M. e.a. Phys. Lett., 1970, 33B, 419.
71. Барбашов Б. М., Нестеренко В. В. ТМФ, 1971, 9, 343.
72. Lehman H. Nuovo cimento, 1954, 11, 342.
73. Barbashov B. M. e.a. Preprint JINR E2-5827, 1971.
74. Барбашов Б. М., Нестеренко В. В. ТМФ, 1972, 10, 196.
Hasslacher V. e.a. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1591.
75. Federbush P. G., Grisaru M. T. Ann. Phys., 1963, 22, 263.
76. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1970, D1, 2775.
77. Barbashov B. M., Nesterenko V. V. Preprint JINR E2-6161, 1971.
78. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1969, 182, 1853.
79. Feynman R. P. Phys. Rev. Lett., 1969, 23, 1415.
80. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1970, D1, 1069, 1082; Chang C. J., Ma S. K. Phys. Rev., 1969, 188, 2385.
81. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. В сб.: Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра. Т. 2, вып. 1. М., Атомиздат, 1971, с. 5.
82. Bjorken J. D. Phys. Rev., 1969, 179, 1547; Боголюбов Н. Н., Владимиров В. С., Тавхелидзе А. Н. ТМФ, 1972, 12, 3, 305; Efremov A. V., Ginzburg I. F. Phys. Lett., 1971, 36B, 371.
83. Drell S. D., Walecka J. D. Ann. Phys., 1964, 28, 18.
84. Gribov V. N., Lipatov A. N. Phys. Lett., 1971, 37B, 78; «Ядерная физика», 1972, 15, 781; «Ядерная физика», 1972, 15, 1218; Fishbane J. P. M., Sullivan J. D. Phys. Rev., 1971, D4, 2516; Drell S. D., Levy D. J., Yan T. M., Phys. Rev. Lett., 1969, 22, 744; Fried H. M., Moreno H. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 625.
85. Барбашов Б. М., Нестеренко В. В. Препринт ОИЯИ E2 6507, 1972.
86. Kendall H. Proceedings of the Intern. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Cornell, 1971. Ed. by N.B. Mistry, p. 247.
87. Callan C. G., Gross. D. Phys. Rev. Lett., 1969, 22, 156.
88. Drell S. D., Yan T. M. Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 181; West G. B. Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 1206.
89. Barbashov B. M. e. a. Nuovo cimento, 1971, 4A, 731; ТМФ, 1972, 10, 11.
90. Kuleshov S. P., Matveev V. A., Sissakian A. N. Preprint IRB-TP-3-72 Zagreb, 1972.
91. Brezin E., Itzykson C., Zinn-Justin J. Phys. Rev., 1970, D1, 2349; Levy M., Sucher J. Phys. Rev., 1969, 186, 1656.