

УДК 539.14

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ В НЕЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

*М. И. Базнат**,
Н. И. Пятков,
*М. И. Черней**

Объединенный институт ядерных
исследований. г. Дубна

Дан обзор работ по неадиабатическому описанию вращения нечетных атомных ядер. Развита теория поляризационных эффектов, приводящих к перенормировке ряда одночастичных матричных элементов. Рассмотрены вращательные спектры и электромагнитные моменты в схеме промежуточной связи. Изучена приближенно динамика ядерного вращения.

Nonadiabatic description of the rotational motion in odd-mass nuclei is reviewed. A theory of polarization effects leading to renormalization of a number of one-particle matrix elements is developed. Rotational spectra and electromagnetic moments are considered in intermediate coupling scheme. The dynamics of nuclear rotation is studied approximately.

ВВЕДЕНИЕ

Вращательными полосами в атомных ядрах называют совокупность ядерных уровней, энергии которых точно или приближенно следуют закону $I(I+1)$, где I — угловой момент. Состояния в полосе, как правило, связаны сильными γ -переходами, вероятности которых намного больше, чем между состояниями различных полос. Это определение не является ни полным, ни однозначным, особенно с точки зрения классификации ротационных полос по квантовым числам внутренних состояний, и применимо только в случае слабого взаимодействия состояний из различных полос (адиабатическое приближение). Действительно, сильные отклонения от закона $I(I+1)$ случаются в ротационных полосах, в которых доминирует вклад только одного внутреннего состояния (например, в полосах с $K = 1/2$). С другой стороны, каскад силь-

* Институт прикладной физики АН МССР, г. Кишинев.

ных γ -переходов может связывать так называемые $ugast$ -уровни *, т. е. состояния с минимальной энергией при заданном значении углового момента. Уровни $ugast$ -линии могут принадлежать различным ротационным полосам.

Обнаружение ротационных полос в спектрах атомных ядер привело к представлению об их деформации, т. е. несферичности самосогласованного поля. Это позволяет выделить некоторые главные оси и говорить об ориентации ядра как целого. Движение нуклонов, рассматриваемое относительно выделенной собственной системы координат, определенным образом ориентированной в пространстве, называют внутренним движением (здесь и в дальнейшем колебательные возбуждения рассматриваются как разнородность внутреннего движения).

Однако наличие деформации — это только необходимое, но не достаточное условие существования вращательного спектра. Вторым условием является условие адиабатичности, т. е. независимости (точной или приближенной) коллективного вращательного и внутреннего движений [2]. Ввиду неинерциального характера вращательного движения, точное разделение внутренних и вращательных переменных невозможно. Во вращающейся системе возникают центробежные силы и силы Кориолиса, которые связывают внутренние и вращательные степени свободы. Обычно считается, что условие адиабатичности хорошо выполняется, если частоты вращательного движения много меньше частот внутренних возбуждений. Таким образом «быстрое» внутреннее движение осуществляется в «медленно» вращающемся деформированном самосогласованном поле. Приведем классическую оценку частоты «медленного» вращательного движения [3]

$$\omega_{rot} = \Delta \mathcal{E}_{I \rightarrow I-2} / 2\hbar \approx 10^{20} \text{ сек}^{-1}. \quad (1)$$

Вибрационный цикл примерно в два раза короче. Благодаря парным корреляциям адиабатичность для одночастичного движения хорошо выполняется в четно-четных ядрах. В нечетных и нечетно-нечетных ядрах адиабатические условия выполняются плохо, что приводит во многих случаях к сильным искажениям вращательных полос.

В нашу задачу не входит обсуждение всех аспектов вращательного движения. Ограничимся здесь рассмотрением вращательных полос в нечетных атомных ядрах, привлекая по мере необходимости некоторые сведения о четно-четных ядрах. Подробно анализируем полуфеноменологическую роторную модель, в которой вращение описывается в терминах коллективных переменных,

* Этот термин недавно появился в литературе и не имеет пока подходящего русского перевода. Происходит от шведского прилагательного *ugast*, означающего вихревой. *Ugast* — превосходная степень этого прилагательного [4]. Можно предложить перевод *ugast-line* как вихревая линия.

как и в модели Бора — Моттельсона [4—6], а внутреннее движение изучается с помощью современных микроскопических методов. Микроскопические подходы к описанию вращения не будем здесь рассматривать. Достаточно полный обзор литературы по этому вопросу можно найти в работах [7—10].

1. НЕАДИАБАТИЧЕСКАЯ ВРАЩАТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Будем рассматривать деформированные атомные ядра, в которых выделены хорошо локализованные главные оси (внутренняя система координат). Пространственная ориентация системы определяется углами Эйлера θ_i . В обобщенной модели ядра предполагается, что полный гамилтониан состоит из двух частей

$$H = H_{\text{intr}} + H_{\text{rot}}, \quad (2)$$

где H_{intr} описывает внутреннее движение нуклонов, т. е. зависит только от координат нуклонов во внутренней системе координат, а H_{rot} может быть представлен в виде ($\hbar = 1$) [4]:

$$H_{\text{rot}} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2J_i} (I_i - j_i)^2. \quad (3)$$

Здесь J_i — моменты инерции относительно главных осей; I_i и j_i — компоненты полного и внутреннего угловых моментов. Такая форма оператора кинетической энергии предполагает, что полный угловой момент ядра \mathbf{I} (интеграл движения) является векторной суммой угловых моментов коллективного движения (вращение ядра как целого) и внутреннего углового момента \mathbf{j} , образованного одним или несколькими неспаренными нуклонами*. Операторы I_i действуют в пространстве коллективных переменных (углы Эйлера), а операторы j_i — в пространстве внутренних переменных нуклонов, неявно зависящих от полного углового момента. Ввиду независимости этих пространств операторы I_i и j_i коммутируют между собой. В качестве квантовых чисел, характеризующих вращательные состояния можно использовать полный угловой момент I , его проекцию M на лабораторную ось z и проекцию K на одну из главных осей. Первые два являются интегралами движения, а величина K в общем случае не сохраняется. Такая спецификация соответствует так называемому двумерному вращению, т. е. вращению вокруг фиксированной оси.

Для дальнейшего рассмотрения необходимо провести большую конкретизацию формы самосогласованного поля и схемы связи внутреннего и вращательного угловых моментов. В частном случае

* В соответствии с нашим определением внутреннего движения вклад в \mathbf{j} могут давать и коллективные вибрации, например квадрупольные и магнитные дипольные колебания.

аксиально симметричной формы ядро имеет выделенную ось симметрии, по которой можно направить ось Z внутренней системы координат. Схема связи моментов определяется соотношением энергии взаимодействия внешнего нуклона (нуклонов) с несферической частью самосогласованного поля ядра-остатка (четно-четного остова) и энергией вращения ядра. В случае сильной связи энергия первого взаимодействия много больше разности энергий вращательных уровней, т. е. вращение может рассматриваться как возмущение. С ростом величины углового момента вращения справедливость схемы сильной связи может нарушаться.

Активную роль в этом процессе играют силы Кориолиса, действующие на внешний нуклон во вращающейся системе (см. ниже). Эти силы стремятся выстроить в одном направлении вращательный и внутренний моменты. Такой процесс развязывания хорошо известен в ротационных полосах с $K = 1/2$ [5, 6]. В предельном случае, когда угловой момент вращения и внутренний момент внешней частицы направлены почти параллельно, связь нуклона с вращением остова через взаимодействие Кориолиса сильно ослабляется. При этом разности энергий во вращательной полосе нечетного ядра приближенно совпадают с соответствующими энергетическими разностями во вращательной полосе основного состояния соседнего четно-четного ядра [11]. Реализация такой схемы связи в ряде нечетных изотопов лантана обсуждалась в работе [12]. Аналогичный спектр возникает в нечетных ядрах в схеме слабой связи, когда взаимодействие внешнего нуклона с остовом мало по сравнению с кинетической энергией вращения [13] (например, при малых деформациях). В этом случае j приближенно может считаться интегралом движения.

В дальнейшем будем обсуждать вариант роторной модели в схеме промежуточной связи для аксиально симметричной деформации. В качестве оси вращения можно выбрать любую ось, перпендикулярную оси симметрии. Поскольку вращательный угловой момент направлен по оси вращения, то

$$I_3 - j_3 = 0; J_3 = 0; J_1 = J_2 = J \quad (4)$$

и вращательный гамильтониан принимает простую форму

$$H_{\text{rot}} = [(I_1 - j_1)^2 + (I_2 - j_2)^2]/2J. \quad (5)$$

Для дальнейшего обсуждения удобно этот гамильтониан представить в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{rot}} &= H_{\text{rot}}^0 + H_c + H_j; \\ H_{\text{rot}}^0 &= [I(I+1) - I_3^2]/2J; \\ H_c &= -2[I_1 j_1 + I_2 j_2]/2J; \\ H_j &= [j_1^2 + j_2^2]/2J. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Здесь H_c — взаимодействие Кориолиса внешнего нуклона (нуклонов) с вращением остова; H_j , не зависящий от полного углового момента, может быть включен во внутренний гамильтониан (обсуждение роли H_j см. ниже).

Внутренний угловой момент j в деформированном ядре не является интегралом движения (если только он не совпадает с I). Однако в остановленном ядре (при фиксированной ориентации) хорошим квантовым числом является его проекция $j_3 = K$ на ось симметрии (схема сильной связи). Это квантовое число и используется обычно для классификации внутренних состояний. Дополнительный набор квантовых чисел (четность π , главное квантовое число N и др.) обозначим ρ . Предположим, что известны собственные функции и собственные значения внутреннего движения

$$(H_{\text{intr}} + H_j) \Phi_{K\rho} = \mathcal{E}_{K\rho} \Phi_{K\rho}. \quad (7)$$

Тогда полную симметризованную волновую функцию ядра в состоянии с квантовыми числами I, M можно искать в виде

$$|IM\rangle = \sum_{K, \rho} C_{K\rho}^I |IMK\rho\rangle, \quad (8)$$

где адиабатические волновые функции [4]

$$|IMK\rho\rangle = \sqrt{(2I+1)/16\pi^2} \{ \Phi_{K\rho} \mathcal{D}_{MK}^I(\theta_i) + (-1)^{I+l+K} \Phi_{\tilde{K}\rho} \mathcal{D}_{M, -K}^I(\theta_i) \}, \quad (8a)$$

а амплитуды смешивания $C_{K\rho}^I$ подчиняются условию нормировки

$$\sum_{K, \rho} (C_{K\rho}^I)^2 = 1. \quad (9)$$

В уравнении (8a) состояния $\Phi_{K\rho}$ и $\Phi_{\tilde{K}\rho}$ сопряжены по времени, причем операция обращения времени определена, как в работе [14]:

$$T\Phi_{K\rho} \equiv \Phi_{\tilde{K}\rho} = (-1)^{K+1/2} \Phi_{-K, \rho}, \quad (10)$$

а функция $\Phi_{-K, \rho}$ определяется действием оператора поворота на угол π вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии [15]:

$$R_1\Phi_{K\rho} = (-1)^{K+l+1/2} \Phi_{-K, \rho}. \quad (11)$$

Здесь фаза $(-1)^l$ характеризует четность состояния.

Собственные значения гамильтониана (2) и амплитуды $C_{K\rho}^I$ можно найти прямой диагонализацией его в пространстве состояний (8a). Используя хорошо известные свойства \mathcal{D} -функций (см., например, [13, 15]), запишем диагональный матричный элемент

гамильтониана (2) в виде [14]

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}(I) &= \sum_{K, \rho} (C_{K\rho}^I)^2 \mathcal{E}_{K\rho} + g(I)/2J; \\ g(I) &\equiv I(I+1) - \sum_{K, \rho} (C_{K\rho}^I)^2 K^2 + \\ &+ (-1)^{I+1/2} (I+1/2) a(I). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Здесь введен обобщенный параметр развязывания $a(I)$, определенный соотношением

$$a(I) = (-1)^{I+1/2} (I+1/2)^{-1} 2J \langle IM | H_c | IM \rangle. \quad (13)$$

В общем случае параметр развязывания является функцией спина и отличен от нуля в любой ротационной полосе. Отметим, что точная диагонализация взаимодействия Кориолиса по существу означает отказ от схемы сильной связи и переход к рассмотрению промежуточной связи. Переход к пределу, обсуждавшемуся в работах [11, 12], будет рассмотрен ниже. Во всех приведенных формулах параметр J имеет смысл эффективного момента инерции, соответствующего коллективному вращательному движению, т. е. представляет момент инерции четно-четного остова.

2. АДИАБАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим простейший вариант сформулированной в предыдущем разделе модели, именно, когда рассматривается движение одной частицы в поле аксиально симметричного ротатора, не обладающего внутренними степенями свободы [5]. Гамильтониан внутреннего движения в этом случае сводится к одночастичному гамильтониану, описывающему движение частицы в потенциальной яме, роль которой играет потенциальная энергия взаимодействия частицы с ротатором:

$$H_{\text{intr}} = \mathbf{P}/2m + V(\mathbf{r}) + \mathbf{j}^2/2J. \quad (14)$$

Обычно полагают, что симметрия ротатора и потенциала $V(\mathbf{r})$ одинаковая. В частности, $V(\mathbf{r})$ можно выбрать в виде потенциала Нильссона [16] или типа Саксона — Вудса [17, 18]. Влияние последнего члена в (14) на одночастичные спектры обсуждалось в работах [19].

Если в гамильтониане (6) взаимодействие Кориолиса считать слабым возмущением, то спектр частицы в поле ротатора описывается следующим образом:

$$\mathcal{E}(I, K\rho) = \varepsilon_{K\rho} + [I(I+1) - 2K^2 + \delta_{K, 1/2} (-1)^{I+1/2} (I+1/2) a_{sp}] / 2J^*, \quad (15)$$

* Появление множителя 2 при K^2 в (15) связано с включением \mathbf{j}^2 -члена в среднее поле.

где $\varepsilon_{K\rho}$ — собственные значения гамильтониана (14). Последний член в квадратных скобках в (15) представляет собой вклад взаимодействия Кориолиса в первом порядке теории возмущения, а одночастичный параметр развязывания a_{sp} получается из определения (13) в случае изолированной полосы с $K = 1/2$

$$a_{sp} \equiv (-1)^l \langle \chi_{-1/2, \rho} | j_- | \chi_{1/2, \rho} \rangle, \quad (16)$$

где $\chi_{K\rho}$ — собственные функции гамильтониана (14) (выбор фаз соответствует работе [15]). Состояния системы при этом описываются адиабатическими волновыми функциями (8а), в которых $\Phi_{K\rho}$ заменяются на $\chi_{K\rho}$.

Учет парных корреляций между нуклонами остова (см. например, обширную литературу по этому вопросу в монографии В. Г. Соловьева [20]) в этом варианте модели сводится к замене одночастичного спектра на одноквазичастичный, если не рассматривать величину момента инерции J , которая здесь фигурирует как параметр.

В некоторых случаях необходимо учитывать взаимодействие Кориолиса в высших порядках теории возмущений, а иногда и проводить точную диагонализацию H_c в пространстве состояний (8а) (например, в случае близких по энергии уровней одной четности с $|\Delta K| = 1$ [21] или когда велики одночастичные матричные элементы оператора j_- [22]). Систематический анализ этих поправок в рамках теории возмущений был развит в работе [23], в которой приведена широко используемая экспериментаторами формула

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(I, K\rho) = & \varepsilon_{K\rho} + A [I(I+1) - K^2] + B [I(I+1) - K^2]^2 + \dots \\ & \dots + (-1)^{I+K} [(I+K)!/(I-K)!] \{A_{2K} + B_{2K} [I(I+1) - K^2] + \dots\}, \end{aligned} \quad (17)$$

где величины A , B , A_{2K} , \dots рассматриваются как параметры.

Более подробное обсуждение адиабатической модели можно найти, например, в работах [2, 5, 6, 15, 24]. Сведения о величинах электромагнитных моментов в этой модели будем приводить в последующих разделах по мере необходимости.

3. ВНУТРЕННЕЕ ДВИЖЕНИЕ

Любое обобщение рассмотренной в предыдущем разделе модели частица + ротор наталкивается на необходимость определить разделение нечетного ядра на остов и внешние нуклоны, точнее говоря, определить способ разделения полного углового момента на вращательный и внутренний моменты. Запишем оператор внутреннего момента в представлении вторичного квантования как

одночастичный оператор

$$j_{\mu} = \sum_{\nu, \nu'} \langle \nu | j_{\mu} | \nu' \rangle a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'}, \quad (18)$$

где $\langle \nu | j_{\mu} | \nu' \rangle$ — одночастичные матричные элементы для μ -й компоненты момента; a_{ν}^{\dagger} и a_{ν} — операторы рождения и уничтожения частицы в состоянии $|\nu\rangle$ соответственно.

Очевидно, что сформулированная проблема сводится к определению конфигурационного пространства состояний, в котором действуют операторы j_{μ} . Если суммирование в (18) проводить по всем нейтронным и протонным состояниям, то внутренний момент должен совпадать с полным угловым моментом ядра. В нечетных ядрах разумно ограничиться суммированием по пространству состояний нечетного нуклона, связанных взаимодействием Кориолиса, т. е. пространством состояний одной четности, совпадающей с четностью рассматриваемой вращательной полосы. В специальных случаях, когда нечетный нуклон находится на одночастичных орбитах, исходящих из сферических оболочек с большим j , можно ограничиться набором состояний этой подоболочки.

Таким образом, невозможно (и не нужно) априорное выделение внешних нуклонов. Этот процесс динамический, зависящий от характеристик внутреннего состояния и от величины полного углового момента, поскольку с ростом последнего все большее число нуклонов вовлекается во взаимодействие Кориолиса. В качестве аналогии можно привести трудность в выделении замкнутых оболочек в деформированных ядрах, существенных для вычисления эффективных зарядов. Увеличивая конфигурационное пространство для квадруполь-квадрупольного взаимодействия можно, например, получить величины $B(E2)$, намного превышающие экспериментальные даже без учета эффективных зарядов.

Перейдем к описанию внутреннего движения в нечетных ядрах, используя современные микроскопические модели. Один из важных вопросов — выбор остаточных взаимодействий. Подойдем к нему с точки зрения влияния тех или иных остаточных взаимодействий на результаты диагонализации матрицы взаимодействия Кориолиса, которые зависят от плотности и квантовых характеристик низколежащих внутренних возбуждений, а также от значений одночастичных матричных элементов операторов j_{\pm} .

Таким образом, необходимо учитывать парные корреляции, которые существенно определяют плотность квазичастичных возбуждений (см., например, обсуждение в работе [20]). Остаточные квадрупольные (октупольные) силы довольно слабо нарушают структуру низколежащих возбуждений и их плотность. В волновых функциях этих состояний появляются небольшие трехквартичные (или квазичастица плюс фонон) примеси, которые

обнаруживаются только в том случае, если они когерентным образом участвуют в каком-либо процессе. Так, примеси квазичастица + квадрупольный фонon могут заметно возмущать вероятности $E2$ -переходов между внутренними состояниями [20, 25]. Эти эффекты можно представить как обусловленные перенормировкой одночастичных квадрупольных моментов, зависящей от частоты коллективных возбуждений четно-четного остова.

Хорошо известна перенормировка одночастичных матричных элементов операторов спина σ_μ , определяемая остаточными спиновыми изовекторными силами (эффекты спиновой поляризации) [26, 27]. Эффекты спиновой поляризации можно трактовать, как генерируемые взаимодействием квазичастиц с 1^+ ($K = 0$ и 1) возбуждениями четно-четного остова [28]. И хотя суммарные трехквазичастичные примеси невелики в этом случае (1—3%), они приводят к когерентной перенормировке гиромагнитных g_s -факторов в магнитных моментах и вероятностях $M1$ -переходов.

Список поляризационных эффектов можно было бы значительно расширить, но это не является целью данного обзора. Здесь хотелось бы только подчеркнуть, что при рассмотрении взаимодействия Кориолиса необходимо аккуратно выделить все остаточные силы, приводящие к когерентной перенормировке одночастичных матричных элементов операторов j_\pm . Поэтому вернемся к рассмотрению члена H_j в гамильтониане (6). Имея в виду представление (18), будем трактовать его как остаточные центробежные взаимодействия (взаимодействия отдачи по терминологии Бора — Моттельсона [2]) между внешними нуклонами. Их источником является вращение остова. Наряду со спиновыми взаимодействиями центробежные силы способствуют возникновению коллективной 1^+ -ветви внутренних возбуждений в остове и оказывают влияние на перенормировку матричных элементов операторов j_\pm и σ_\pm [14].

Таким образом, для описания внутреннего движения используем гамильтониан

$$\mathcal{H}_{\text{intr}} = H_{sp} + H_{\text{pair}} + H_\sigma + H_j. \quad (19)$$

Отдельные члены его в представлении вторичного квантования имеют вид

$$H_{sp} = \sum_{\nu > 0} (\epsilon_\nu - \lambda) (a_\nu^\dagger a_\nu + a_\nu^+ a_\nu^-); \quad (19a)$$

$$H_{\text{pair}} = -G\Gamma^+\Gamma; \quad \Gamma \equiv \sum_{\nu > 0} a_\nu^- a_\nu; \quad (19б)$$

$$H_\sigma = (1/8) \kappa \sum_{p=\pm} (F_\sigma^{(p)})^+ F_\sigma^{(p)};$$

$$F_\sigma^{(p)} \equiv \sum_{\nu, \nu'} \langle \nu | \sigma_+ - p\sigma_- | \nu' \rangle a_\nu^\dagger a_{\nu'}; \quad (19в)$$

$$\left. \begin{aligned} H_j &= (1/2J)(1/4) \sum_{p=\pm 1} (F_j^{(p)})^+ F_j^{(p)}; \\ F_j^{(p)} &\equiv \sum_{\nu, \nu'} \langle \nu | j_+ - pj_- | \nu' \rangle a_{\nu}^+ a_{\nu'} \end{aligned} \right\} \quad (19\text{г})$$

Здесь ϵ_{ν} — одночастичные энергии; λ — химический потенциал системы; G и κ — силовые параметры парных и спиновых взаимодействий*. Остальные обозначения являются стандартными. Отметим, что конфигурационное пространство в операторе $F_j^{(p)}$ ограничено в соответствии с определением (18), однако в операторе $F_{\sigma}^{(p)}$ таких ограничений нет.

В дальнейшем используются следующие свойства симметрии матричных элементов оператора $j^{(p)} \equiv j_+ - pj_-$:

$$j_{\nu\nu'}^{(p)} \equiv \langle \nu | j^{(p)} | \nu' \rangle = p \langle \tilde{\nu} | j^{(p)} | \tilde{\nu}' \rangle = -p \langle \nu' | j^{(p)} | \nu \rangle. \quad (20)$$

Матричные элементы спиновых операторов обладают теми же соотношениями симметрии. Заметим также, что матричные элементы $j_{\nu\nu'}^{(+)}$ и $j_{\nu\nu'}^{(-)}$ различаются только по фазе, т. е.

$$|j_{\nu\nu'}^{(+)}|^2 = |j_{\nu\nu'}^{(-)}|^2 \equiv j_{\nu\nu'}^2. \quad (20\text{а})$$

Схема решения задачи внутреннего движения выглядит следующим образом.

1. Проводится каноническое (u, v) -преобразование Боголюбова к квазичастицам [29]. Из гамильтониана $H_{sp} + H_{\text{raig}}$ выделяется одноквазичастичная часть

$$H_{sqp} \equiv \sum_{\nu > 0} E_{\nu} (\alpha_{\nu}^+ \alpha_{\nu} + \alpha_{\nu}^- \alpha_{\nu}^-), \quad (21)$$

где α_{ν} — квазичастичные операторы; $E_{\nu} = [(\epsilon_{\nu} - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2}$ — одноквазичастичные энергии (Δ — энергетическая щель).

В квазичастичном представлении операторы $F_j^{(p)}$ имеют вид [14]:

$$\left. \begin{aligned} F_j^{(p)} &= (F_j^{(p)})_B + (F_j^{(p)})_A; \\ (F_j^{(p)})_B &\equiv \sum_{\nu, \nu' > 0} pj_{\nu\nu'}^{(p)} M_{\nu\nu'} B_{\nu\nu'}^{(p)}; \\ (F_j^{(p)})_A &\equiv (1/2) \sum_{\nu, \nu' > 0} pj_{\nu\nu'}^{(p)} L_{\nu\nu'} [A_{\nu\nu'}^{(p)+} - pA_{\nu\nu'}^{(p)}]. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

* Здесь используется та же форма спиновых взаимодействий, что и в работах [28]. Для простоты полагается, что $\kappa_{nn} = \kappa_{pp} \equiv \kappa$, $\kappa_{np} = 0$, причем изотопическая зависимость включена в этот параметр. Взаимодействия типа $V(r_{12}) \sigma_3^{(1)} \sigma_3^{(2)}$ не записаны явно в гамильтониане, но учитываются во всех расчетах. Эти силы генерируют в остоле 1^+ ($K=0$)-возбуждения и ответственны за эффекты продольной спиновой поляризации. Однако они не влияют на перенормировку матричных элементов операторов $j^{(p)}$.

Здесь введены следующие обозначения

$$B_{\nu\nu'}^{(p)} = \alpha_{\nu}^{\dagger} \alpha_{\nu'} + p \alpha_{\nu}^{\dagger} \alpha_{\nu'}^{-}; \quad A_{\nu\nu'}^{(p)} = \alpha_{\nu} \alpha_{\nu'}^{-} - p \alpha_{\nu}^{-} \alpha_{\nu'}; \quad (23)$$

$$M_{\nu\nu'} = u_{\nu} u_{\nu'} + v_{\nu} v_{\nu'}; \quad L_{\nu\nu'} = u_{\nu} v_{\nu'} - u_{\nu'} v_{\nu}. \quad (24)$$

Очевидно, что $(F_j^{(p)})_B$ и $(F_j^{(p)})_A$ представляют соответственно одноквазичастичную и бозонную части оператора внутреннего момента (в операторах $A_{\nu\nu'}^{(p)}$ квазичастицы связаны так, что их суммарное значение $K^z = 1^+$). Вид оператора $F_{\sigma}^{(p)}$ совпадает с (22) при замене $j_{\nu\nu'}^{(p)}$ на $\sigma_{\nu\nu'}^{(p)} \equiv \langle \nu | \sigma_+ - p \sigma_- | \nu' \rangle$, где $\sigma_{\pm} = \sigma_1 \pm i \sigma_2$.

2. Окончательный спектр внутренних возбуждений $\mathcal{E}_{K\rho}$ получается как набор собственных значений приближенного гамильтониана:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_{\text{intr}} = & H_{sq\rho} + (1/8) \kappa \sum_{p=\pm 1} \{ (F_{\sigma}^{(p)})_A^{\dagger} (F_{\sigma}^{(p)})_A + \\ & + (F_{\sigma}^{(p)})_A^{\dagger} (F_{\sigma}^{(p)})_B + (F_{\sigma}^{(p)})_B^{\dagger} (F_{\sigma}^{(p)})_A \} + \\ & + (1/2J) (1/4) \sum_{p=\pm 1} \{ (F_j^{(p)})_A^{\dagger} (F_j^{(p)})_A + \\ & + (F_j^{(p)})_A^{\dagger} (F_j^{(p)})_B + (F_j^{(p)})_B^{\dagger} (F_j^{(p)})_A \}. \end{aligned} \quad (25)$$

Чтобы найти собственные значения, можно использовать вариационный метод Тамма—Данкова (Т. Д.) с пробными волновыми функциями типа [28] (в дальнейшем опускаем индекс ρ как несущественный и полагаем везде $K > 0$)

$$\begin{aligned} \Phi_K = & \{ N_K \alpha_K^{\dagger} + (1/2) \sum_{p=\pm 1} \sum_{K'} \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} D_{\lambda\lambda'}^{KK'}(p) \times \\ & \times [\alpha_{K'}^{\dagger} A_{\lambda\lambda'}^{(p)\dagger} + \delta_{K, 1/2} \delta_{K', 1/2} \alpha_{K'}^{\dagger} A_{\lambda\lambda'}^{(p)\dagger}] \} |0\rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

где $|0\rangle$ — квазичастичный вакуум; N_K и $D_{\lambda\lambda'}^{KK}$ — вариационные амплитуды, подчиняющиеся условию нормировки

$$N_K^2 + \sum_{p=\pm 1} \sum_{K'} \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} [D_{\lambda\lambda'}^{KK'}(p)]^2 = 1. \quad (27)$$

Волновая функция (26) учитывает взаимодействие квазичастиц с 1^+ -возбуждениями четно-четного остова (Т. Д. -фононы), причем эффект блокировки в фононах учтен явно ($\lambda\lambda' \neq K'$). Отметим, что $K' = K \pm 1$, а при $K = 1/2$ может принимать то же значение. Опуская детали вывода, выпишем дисперсионное уравнение для собственных значений [14]:

$$E_K - \mathcal{E}_K = \sum_{K'} M_{KK'}^2 \left\{ \frac{1}{2J} j_{KK'}^2 \frac{\gamma_{KK'}^{(\sigma)}}{2J + \gamma_{KK'}^{(\sigma)}} + \frac{1}{2} \kappa \sigma_{KK'}^2 \frac{\kappa S_{KK'}^{(j)}}{1 + \kappa S_{KK'}^{(\sigma)}} \right\}; \quad (28)$$

$$\mathcal{Y}_{KK'}^{(\sigma)} \equiv (1/2) \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} [j_{\lambda\lambda'}^{(p)} \overline{j_{\lambda\lambda'}^{(p)}}] L_{\lambda\lambda'}^2 / (E_\lambda + E_{\lambda'} + E_{K'} - \mathcal{E}_K); \quad (28a)$$

$$S_{KK'}^{(j)} \equiv (1/4) \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} [\sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)} \overline{\sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)}}] L_{\lambda\lambda'}^2 / (E_\lambda + E_{\lambda'} + E_{K'} - \mathcal{E}_K). \quad (28б)$$

Здесь введены эффективные матричные элементы

$$\left. \begin{aligned} \overline{j_{\lambda\lambda'}^{(p)}} &= j_{\lambda\lambda'}^{(p)} - \sigma_{\lambda\lambda'}^{(\sigma)} \kappa X_{KK'}^{(p)} / (1 + \kappa S_{KK'}); \\ \overline{\sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)}} &= \sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)} - j_{\lambda\lambda'}^{(p)} X_{KK'}^{(p)} / (2J + \mathcal{Y}_{KK'}); \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$X_{KK'}^{(p)} \equiv (1/4) \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} [\sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)} j_{\lambda\lambda'}^{(p)}] L_{\lambda\lambda'}^2 / (E_\lambda + E_{\lambda'} + E_{K'} - \mathcal{E}_K). \quad (29a)$$

Выражения для $\mathcal{Y}_{KK'}$ и $S_{KK'}$ совпадают с (28a) и (28б) при замене в последних эффективных матричных элементов на одночастичные.

Выпишем также выражение для величины амплитуды трехквaziчастичных примесей

$$\begin{aligned} D_{\lambda\lambda'}^{KK'}(p) &= [- (1/2) N_K M_{KK'} L_{\lambda\lambda'} / (E_\lambda + E_{\lambda'} + E_{K'} - \mathcal{E}_K)] \times \\ &\quad \times [\overline{j_{KK'}^{(p)}} j_{\lambda\lambda'}^{(p)} / (2J + \mathcal{Y}_{KK'}^{(\sigma)}) + \\ &\quad + (1/2) \overline{\sigma_{KK'}^{(p)}} \sigma_{\lambda\lambda'}^{(p)} \kappa / (1 + \kappa S_{KK'}^{(j)})]. \end{aligned} \quad (30)$$

Сдвиг уровней одноквaziчастичного спектра $E_K - \mathcal{E}_K$ в (28) целиком обусловлен трехквaziчастичными примесями. Решение задачи в методе случайной фазы не приводит ни к каким качественным изменениям в спектре внутренних возбуждений.

Таким образом, в отличие от обычных подходов будем учитывать влияние коллективной ветви 1^+ -возбуждений в четно-четном остове. Это приводит к перенормировке одночастичных матричных элементов операторов $j^{(p)}$ и $\sigma^{(p)}$ (поляризациянные эффекты), которую будем обсуждать ниже. Здесь же сделаем несколько замечаний о свойствах 1^+ -возбуждений. Исследованию этих состояний посвящен целый ряд работ (см., например [30—34]). Оказывается, что физические 1^+ -возбуждения в спектрах четно-четных ядер появляются выше энергетической щели. Когерентная ветвь этих возбуждений (магнитный дипольный резонанс) ожидается при энергии порядка 8—10 Мэв. Состояния этого типа были недавно обнаружены в ^{208}Pb [35] и в ядрах с $A = 140$ [36] в области указанных энергий. Они характеризуются сильными $M1$ -переходами в основное состояние [радиационная ширина $\Gamma_\gamma (M1) \sim 10^2$ эв].

4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

Трехквaziчастичные примеси в волновых функциях (26) существенно возмущают одночастичные матричные элементы операторов углового момента и спина. Так, для матричного элемента оператора $F_j^{(p)}$ получим в квазибозонном приближении [37, 38]

$$\langle \Phi_K | F_j^{(p)} | \Phi_{K'} \rangle = -p j_{KK'}^{(p)} M_{KK'} R_j^{(\sigma)}(K, K'), \quad (31)$$

где поляризацiонный фактор имеет вид

$$R_j^{(\sigma)}(K, K') = N_K N_{K'} \{ (2J/j_{KK'}^{(p)}) [\overline{j_{KK'}^{(p)}} / (2J + \mathcal{Y}_{KK'}^{(\sigma)}) + j_{K'K}^{(p)} / (2J + \mathcal{Y}_{K'K}^{(\sigma)})] - 1 \}. \quad (31a)$$

Отличие величины в фигурных скобках от единицы обусловлено вкладом бозонной части оператора $F_j^{(p)}$.

Можно получить простую квазиклассическую оценку (31a) в случае $\kappa = 0$ (эффекты центробежного взаимодействия). Для этого рассмотрим взаимодействие близких уровней с $|\Delta K| = 1$ ($|E_K - E_{K'}| \ll E_\lambda + E_{\lambda'}$) и пренебрежем эффектом блокировки в уравнениях (28 а, б). Тогда имеем

$$\mathcal{Y}_{KK'}^{(\sigma)}|_{\kappa=0} \approx (1/2) \sum_{\lambda\lambda' > 0} [j_{\lambda\lambda'}^2 L_{\lambda\lambda'}^2 / (E_\lambda + E_{\lambda'})] \equiv \mathcal{Y}_c, \quad (32)$$

причем суммирование ограничено пространством состояний для внутреннего момента. Очевидно, что \mathcal{Y}_c имеет смысл вклада внешних нуклонов в величину момента инерции (кренкинг-модель со спариванием [26, 39]). Для поляризацiонного фактора получается простая оценка

$$R_j^{(\sigma)}(K, K')|_{\kappa=0} \approx N_K N_{K'} (2J - \mathcal{Y}_c) / (2J + \mathcal{Y}_c) \ll 1. \quad (33)$$

Амплитуды N_K близки к единице для низколежащих состояний, но сильно уменьшаются вблизи порога трехквaziчастичных возбуждений.

Чтобы наглядно представить влияние перенормировки (31) на взаимодействие Кориолиса, запишем H_c в виде

$$H_c = (-1/2J) (1/2) \sum_{p=\pm 1} (I_+ - pI_-) (F_j^{(p)})^+. \quad (34)$$

Замена одночастичных матричных элементов оператора внутреннего момента на перенормированные в квазиклассическом приближении сводится к перенормировке вращательного параметра *:

$$1/2J \rightarrow R_j^{(\sigma)}/2J. \quad (35)$$

* В этом случае при диагонализации H_c используют одночастичные матричные элементы $j_{\nu\nu'}^{(p)}$. Заметим также, что вращательный параметр в H_{rot}^0 не перенормируется.

Таким образом, поляризационные эффекты приводят к ослаблению взаимодействия Кориолиса, по крайней мере, между низколежащими конфигурациями.

Перенормировке подвергаются также матричные элементы спиновых операторов. Например, матричный элемент оператора $F_\sigma^{(p)}$ имеет вид [37, 38]:

$$\langle \Phi_K | F_\sigma^{(p)} | \Phi_{K'} \rangle = -p \sigma_{KK'}^{(p)} M_{KK'} R_\sigma^{(j)}(K, K'); \quad (36)$$

$$R_\sigma^{(j)}(K, K') = N_K N_{K'} \{ (1/\sigma_{KK'}^{(p)}) [\overline{\sigma_{KK'}^{(p)}} / (1 + \kappa S_{KK'}^{(j)}) + \overline{\sigma_{K'K}^{(p)}} / (1 + \kappa S_{K'K}^{(j)})] - 1 \}, \quad |K - K'| = 1. \quad (36a)$$

Здесь перенормировка в основном обусловлена спиновыми силами. Матричные элементы оператора σ_3 перенормируются только спиновыми силами [28]. Соответствующий поляризационный фактор

$$R_\sigma(K, K') = N_K N_{K'} \{ 1 - \kappa S_{KK'}^{(0)} / (1 + \kappa S_{KK'}^{(0)}) - \kappa S_{K'K}^{(0)} / (1 + \kappa S_{K'K}^{(0)}) \}, \quad K - K' = 0; \quad (37)$$

$$S_{KK'}^{(0)} \equiv \sum_{\lambda\lambda' \neq K'} [(\sigma_3)_{\lambda\lambda'}^2 L_{\lambda\lambda'}^2 / (E_\lambda + E_{\lambda'} + E_{K'} - \mathcal{E}_K)]. \quad (37a)$$

Отметим, что поляризационные факторы $R_\sigma^{(j)}$ и R_σ могут сильно различаться, поскольку они возникают из-за взаимодействия квазичастиц с фононами $1^+ K = 1$ и $1^+ K = 0$, соответственно, т. е. матричные элементы операторов $\sigma^{(p)}$ и σ_3 перенормируются независимо. В связи с этим различают эффекты поперечной и продольной спиновой поляризации [27, 28]. Учет спиновой поляризации оказывается важным для магнитных моментов и вероятностей $M1$ -переходов.

5. РОТАЦИОННАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

Рассмотренные в предыдущем разделе поляризационные эффекты возникают из-за взаимодействия квазичастиц с внутренним движением в остове, но не с вращением. Однако вследствие ротационной неинвариантности деформированного самосогласованного поля среди внутренних 1^+ -возбуждений остова имеется одно «духовое» состояние, принадлежащее вращательной ветви возбуждений [40, 41]. Чтобы восстановить ротационную инвариантность внутреннего гамильтониана, можно дополнить его эффективными остаточными взаимодействиями *, характеристики которого (силовой параметр и одночастичные матричные элементы) определяются из условия коммутации полного гамильтониана

* Взаимодействия H_j и H_σ не могут служить в качестве таковых ввиду их отгалкивательного характера. Они влияют на момент инерции, но сами не могут генерировать вращательной ветви возбуждений [42].

с оператором углового момента во внутренней системе координат [41, 42]. Это приводит к выделению «духовой» ветви 1^+ -возбуждений с внутренней энергией $\omega = 0$. Соответствующий ей член гамильтониана имеет структуру вращательной энергии. При этом автоматически коллективизируются все физические 1^+ -состояния, даже в отсутствие других остаточных взаимодействий. В нечетных атомных ядрах сама процедура восстановления ротационной инвариантности приводит к перенормировке матричных элементов оператора внутреннего момента (здесь существенно, что \mathbf{j} не является интегралом движения). Используя результаты работы [42], получаем в методе случайной фазы следующее выражение для поляризационного фактора [38] ($\kappa = 0$):

$$R_j(K, K') = N_K N_{K'} \left\{ 1 + \sum_{i \neq 0} (\partial \mathcal{Y}(\omega_i) / \partial \omega_i)^{-1} \times \right.$$

$$\left. \times \mathcal{Y}_c(\omega_i) (E_K - E_{K'}) / \omega_i [1/(E_{K'} + \omega_i - \mathcal{E}_K) - 1/(E_K + \omega_i - \mathcal{E}_{K'})] \right\}, \quad (38)$$

где энергии ω_i 1^+ -возбуждений четно-четного остова являются решениями дисперсионного уравнения

$$\mathcal{Y}(\omega_i) \equiv (1/2) \sum_{\lambda \lambda' > 0} \{ (E_\lambda + E_{\lambda'}) L_{\lambda \lambda'}^2 j_{\lambda \lambda'}^2 / [(E_\lambda + E_{\lambda'})^2 - \omega_i^2] \} = 0. \quad (39)$$

Функция $\mathcal{Y}_c(\omega_i)$ совпадает по форме с (39), но суммирование в ней ограничено пространством состояний, в котором действует оператор внутреннего момента. Таким образом, знак этой функции априори неизвестен, а следовательно, невозможно в общем случае оценить величину фактора $R_j(K, K')$. Из (38) следует, однако, что если момент \mathbf{j} переходит в полный момент ядра, то $\mathcal{Y}_c(\omega_i) \rightarrow \mathcal{Y}(\omega_i) = 0$ и поляризационный эффект исчезает, что и следовало ожидать. Численные оценки (38) показывают, что для низколежащих состояний с $|E_K - E_{K'}| \ll \omega_i$ поляризационные эффекты, обусловленные ротационной неинвариантностью самосогласованного поля, оказываются пренебрежимо малыми.

6. ЭФФЕКТИВНЫЕ МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ НЕЧЕТНЫХ ЯДЕР

Ранее уже указывалось, что используемый в неадиабатическом описании параметр J характеризует эффективный момент инерции остова. Эффективный момент инерции нечетного ядра можно ввести, связав наблюдаемый ротационный спектр с адиабатической формулой типа (15). Тогда получим часто используемое при обработке экспериментальных спектров соотношение

$$[\mathcal{E}(I+1) - \mathcal{E}(I)] / [2(I+1)] = (1/2 J^{\text{eff}}) [1 - \delta_{K, 1/2} (-1)^{I+1/2} a_{sp}]. \quad (40)$$

Именно величину J^{eff} экспериментаторы часто называют эффективным моментом инерции нечетного ядра, с нею же сравниваются

обычно вычисляемые в крэнкинг-модели моменты инерции (см., например, [43]). Рассмотрим, при каких условиях значения J и J^{eff} могут быть близки по значению. Используя уравнения (12), получаем

$$[\mathcal{E}(I+1) - \mathcal{E}(I)]/[2(I+1)] = 1/2 J_{\text{in}}^{\text{eff}} + 1/2 J_{\text{rot}}^{\text{eff}}, \quad (41)$$

где, по определению,

$$1/2 J_{\text{in}}^{\text{eff}} \equiv [1/2(I+1)] \sum_{K, \rho} \mathcal{E}_{K\rho} [(C_{K\rho}^{I+1})^2 - (C_{K\rho}^I)^2]; \quad (41a)$$

$$\begin{aligned} 1/2 J_{\text{rot}}^{\text{eff}} &\equiv (1/2J)(1/2(I+1)) [g(I+1) - g(I)] = \\ &= (1/2J) \{ 1 - (-1)^{I+1/2} [1/2(I+1)] [(I+3/2)a(I+1) + \\ &+ (I+1/2)a(I)] - [1/2(I+1)] \sum_{K\rho} K^2 [(C_{K\rho}^{I+1})^2 - (C_{K\rho}^I)^2] \}. \end{aligned} \quad (41b)$$

Величина $J_{\text{in}}^{\text{eff}}$, обусловленная флуктуацией амплитуд разложения $C_{K\rho}^I$ в ротационной полосе, представляет собой по существу вклад от перестройки внутреннего спектра при вращении*. Величина $J_{\text{rot}}^{\text{eff}}$ возникает из-за изменения кинетической энергии вращения. Эта величина при определенных ограничениях на обобщенный параметр развязывания

$$a(I) = \delta_{K, 1/2} a_{sp} \quad (42)$$

может совпадать с J^{eff} , определенным соотношением (40). Условие (42) может реализоваться только в случае совершенно изолированной ротационной полосы с $K = 1/2$. Таким образом, можно ожидать, что практически во всех случаях значения J , используемые в неадиабатическом подходе, и J^{eff} , извлекаемые из экспериментальных энергий с помощью соотношения (40), будут различаться. Из общих соображений можно ожидать также, что значения J будут близкими к значениям эффективного момента инерции в соседних четно-четных ядрах.

Чтобы дать впечатление о разбросе значений J^{eff} в нечетных ядрах, приведем на рис. 1,2 данные, полученные из обработки наблюдаемых спектров по формуле (40). Приведены данные по всем известным ротационным полосам, взятые в основном из работы [44], а также из текущей литературы. Для сравнения приведены наблюдаемые значения эффективных моментов инерции в четно-четных ядрах (из энергий первых 2^+ уровней), взятые из работ [45, 46] и в отдельных случаях из текущей литературы. Твердотельная оценка момента инерции сделана по обычной формуле [47]:

$$J_{\text{rig}} = (2/5) AmR_0^2 (1 + 0,31\beta), \quad (43)$$

полагая $R_0 = 1,2A^{-1/3}$ ферми и $\beta \approx 0,3$.

* См. также обсуждение в разд. 12.

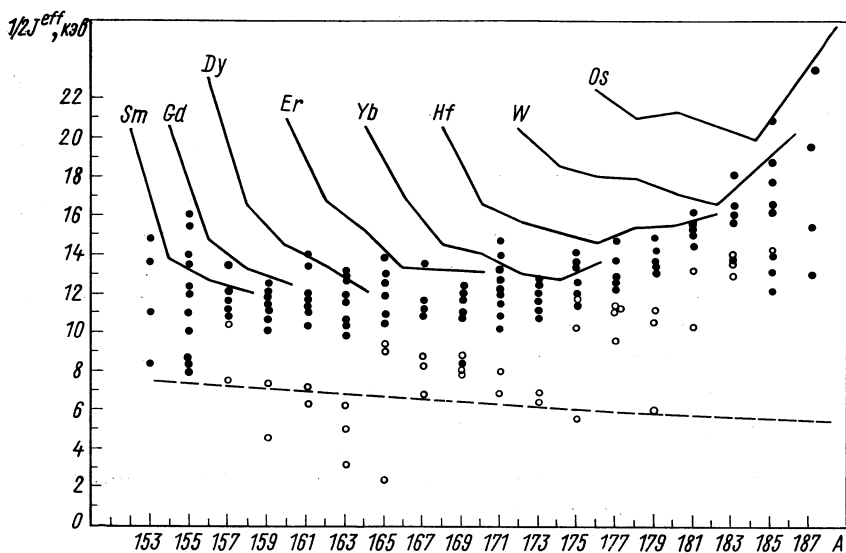


Рис. 1. Эмпирические значения вращательных параметров $1/2 J^{eff}$ в четно-четных ядрах и в ядрах с нечетным N (●), вычисленные в соответствии с определением (40). Для каждого нечетного ядра показаны данные обо всех известных ротационных полосах:

○ — соответствуют ротационные полосы на уровнях положительной четности; ● — на уровнях отрицательной четности; — — четно-четные ядра; - - - - твердотельная оценка ($1/2 J_{rig}$).

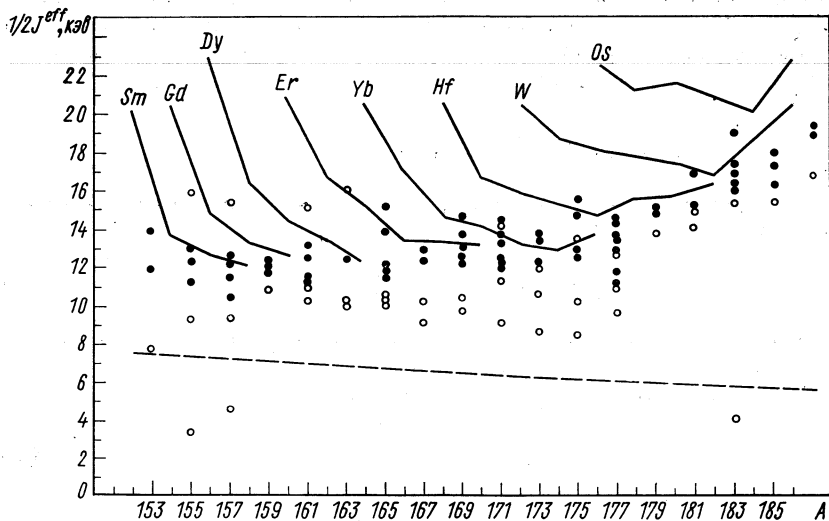


Рис. 2. То же, что на рис. 1, для ядер с нечетным Z :

○ — ротационные полосы на уровнях отрицательной четности.

Как видно, в нечетных ядрах наблюдается целый спектр значений J^{eff} между твердотельным значением и значениями в четно-нечетных ядрах. Случаю сильного взаимодействия Кориолиса в полосох соответствуют значения J^{eff} близкие к оценке (43). Такими оказываются ротационные полосы на уровнях положительной четности в ядрах с нечетным N (см. рис. 1) и на уровнях отрицательной четности в ядрах с нечетным Z (см. рис. 2). Когда $J^{\text{eff}} > J_{\text{rig}}$, формулы типа (15) или (17) становятся вообще не применимыми для обработки спектра из-за сильных искажений и извлекаемые из них величины J^{eff} имеют не более чем иллюстративное значение.

В заключение этого раздела отметим, что определение J^{eff} , данное уравнением (40), не является единственно возможным. В работе [48] мы указывали, что можно ввести более «гладкое» определение, не содержащее в себе эффектов взаимодействия Кориолиса в первом порядке, именно *:

$$1/J_1^{\text{eff}} \equiv (1/8) \{ \mathcal{E}(I+2) + \mathcal{E}(I-2) - 2\mathcal{E}(I) \}. \quad (44)$$

В адиабатическом приближении (без учета динамики внутреннего движения) обе формулы (40) и (44) должны давать одно значение $J^{\text{eff}} = J_1^{\text{eff}}$, что оказывается неверным даже для нижайших по спину уровней. Естественно, отсюда возникает неоднозначность при сравнении вычисленных в крэнкинг-модели значений моментов инерции нечетных ядер с экспериментальными данными. По-видимому, такие расчеты могут носить только качественный характер. В последующих разделах обсудим электромагнитные моменты вращательных состояний.

7. МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ

В обобщенной модели оператор магнитного дипольного момента имеет вид [5]

$$\mu = g_R^0(\mathbf{I} - \mathbf{j}) + g_s \mathbf{s} + g_l \mathbf{l}, \quad (45)$$

где \mathbf{s} и \mathbf{l} — спиновый и орбитальный моменты внешних нуклонов; g_R^0 , g_s и g_l — гиромагнитные отношения.

Магнитный момент ядра в состоянии $|IM\rangle$ равен

$$\mu_I = \frac{\langle IM | \mu | IM \rangle}{I+1}. \quad (46)$$

* Это определение удобно для выявления скачков в моменте инерции. Для эквидистантного спектра $(1/2 J_1^{\text{eff}}) = 0$, а в точке фазового перехода эта величина становится отрицательной.

Используя волновые функции (8), получаем [37, 38, 49]

$$\mu_I = (I + 1)^{-1} \{ (g_R^0 - g_l) G(I) + g_l I(I + 1) + (g_s - g_l) \langle IM | sI | IM \rangle \}; \quad (47)$$

$$G(I) \equiv g(I) - (1/2) (-1)^{I+1/2} (I + 1/2) a(I); \quad (47a)$$

$$\begin{aligned} \langle IM | sI | IM \rangle &= \sum_{K, K'} C_K^I C_{K'}^I M_{K, K'} \times \\ &\times \{ \delta_{K, K'} (1/2) (\sigma_3)_{K, K} R_\sigma(K, K) + (1/8) \sum_{p=\pm 1} p [\sigma_{K, K'}^{(p)} R_\sigma^{(j)}(K, K') \times \\ &\times (\delta_{K', K+1} \sqrt{(I-K)(I+K+1)} + p \delta_{K', K-1} \sqrt{(I+K)(I-K+1)}) + \\ &+ (1/2) \delta_{K, 1/2} \delta_{K', 1/2} (-1)^{I+1/2} (I + 1/2) \sigma_{K, K}^{(p)} R_\sigma^{(j)}(K, K') \}]. \quad (47b) \end{aligned}$$

Это несколько сложное неадиабатическое выражение для магнитного момента, содержащее один свободный параметр остова g_R^0 , можно свести к хорошо известному адиабатическому выражению [16] *

$$\mu_I^{ad} = (I + 1)^{-1} \{ (g_R^{eff} - g_l) G_K(I) + g_l I(I + 1) + (g_s^{eff} - g_l) \langle IMK | sI | IMK \rangle \}; \quad (48)$$

$$G_K(I) \equiv I(I + 1) - K^2 + (1/2) \delta_{K, 1/2} (-1)^{I+1/2} (I + 1/2) a_{sp}; \quad (48a)$$

$$\begin{aligned} \langle IMK | sI | IMK \rangle &= K (\sigma_3)_{K, K} / 2 + \\ &+ \delta_{K, 1/2} (-1)^{I+1/2} (I + 1/2) (\sigma_+)_{K, -K} / 4 \quad (48b) \end{aligned}$$

перенормировкой гиромангнитных факторов g_R^0 и g_s .

Сравнивая (47) и (48), получаем простые соотношения:

$$g_R^{eff} - g_l = (g_R^0 - g_l) (G(I) / G_K(I)); \quad (49)$$

$$g_s^{eff} - g_l = (g_s - g_l) \frac{\langle IM | sI | IM \rangle}{\langle IMK | sI | IMK \rangle}. \quad (50)$$

Естественно, что в неадиабатическом подходе g_s^{eff} и g_R^{eff} будут зависеть от спина и не являются константами ротационной полосы. Экспериментаторы обычно оперируют именно этими факторами, извлекаемыми в адиабатическом приближении из значений магнитных моментов и $B(M1)$ в ротационной полосе. Отметим несколько следствий уравнений (49) и (50). Сразу же видно, что g_R^{eff} будут различаться в ядрах с нечетным N и Z (поскольку $g_l = 0$ и 1 соответственно для n и p). Для состояний ротационной

* Здесь используем эффективный g_s^{eff} -фактор вместо g_K -фактора. Оба связаны соотношением $Kg_K = Kg_l + (g_s^{eff} - g_l) (\sigma_3)_{K, K} / 2$.

полосы данной четности с минимальной энергией (*u*-уровни) получаем следующие неравенства

$$g_R^{\text{eff}}(N) \lesssim g_R^0 \lesssim g_R^{\text{eff}}(Z), \quad (51)$$

которые хорошо согласуются с теоретическими оценками в крэнкинг-модели [43, 50, 51] и эмпирическими данными [24, 52]. Для этих же уровней можно получить асимптотическую оценку

$$(g_R^{\text{eff}} - g_i)_{I \gg 1} \approx (g_R^0 - g_i) [1 - |a(I)|/2I], \quad (52)$$

т. е. с ростом спина g_R^{eff} асимптотически стремится к g_R^0 , поскольку $|a(I)|$ при этом меняется слабо [48, 53].

Определение g_s^{eff} , данное уравнением (50), отличается от перенормировки, используемой в адиабатике [27, 28] тем, что оно включает эффекты взаимодействия Кориолиса. Последние не позволяют разделить эффекты продольной и поперечной спиновых поляризацій, которым соответствуют различные факторы R_σ и $R_\sigma^{(j)}$ [уравнения (36а) и (37)]. Поэтому в неадиабатическом подходе величина g_s^{eff} может сильно меняться в ротационной полосе, что и будет показано ниже.

В заключение этого раздела заметим, что в неадиабатической модели величина магнитного момента оказывается тесно связанной со спектром, поскольку спектральная функция $g(I)$ входит и в выражение для μ_I . Это обстоятельство и позволяет в расчетах магнитных моментов ограничиться лишь одним свободным параметром g_R^0 (ожидается, что его величина будет близкой к значениям в соседних четно-четных ядрах). В адиабатическом подходе приходится использовать два параметра (в случае $K = 1/2$ — три параметра) и теряется по существу связь со спектром.

8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Рассмотрим $M1$ - и $E2$ -переходы между уровнями одной ротационной полосы. Оператор $M1$ -перехода имеет в лабораторной системе координат следующий вид:

$$\mathfrak{M}(M1, \nu) = \sqrt{3/4\pi} D_\nu \mu_N, \quad (\mu_N \equiv e\hbar/2mc); \quad (53)$$

$$D_0 = (g_s - g_i) \sigma_z/2 + (g_l - g_R^0) j_z; \quad (53a)$$

$$D_{\pm 1} = \mp (1/\sqrt{2}) [(g_s - g_i) \sigma_\pm/2 + (g_l - g_R^0) j_\pm]. \quad (53b)$$

Для приведенной вероятности перехода легко получить в бозонном приближении следующее выражение [37, 38]:

$$B(M1, I' \rightarrow I) = (3/4\pi) \mu_N^2 \left| \sum_{K, K'} C_K^I C_{K'}^{I'} M_{KK'} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \{ \delta_{K, K'} \langle I'1K0 | IK \rangle [(g_s - g_l) (\sigma_3)_{KK} R_\sigma(K, K)/2 + K(g_l - g_R^0)] + \\
 & \quad + (1/2 \sqrt{2}) \sum_{p=\pm 1} [(g_s - g_l) \sigma_{K, K'}^{(p)} R_\sigma^{(j)}(K, K')/2 + \\
 & \quad + (g_l - g_R^0) j_{K, K'}^{(p)} R_j^{(\sigma)}(K, K')] [p \delta_{K', K+1} \langle I'1K+1-1 | IK \rangle - \\
 & \quad - \delta_{K', K-1} \langle I'1K-1-1 | IK \rangle] + \\
 & \quad + \delta_{K, 1/2} \delta_{K', 1/2} (-1)^{I+l+1/2} \langle I'1/2-1 | I-1/2 \rangle \times \\
 & \quad \times (1/2 \sqrt{2}) \sum_{p=\pm 1} p [(g_s - g_l) \sigma_{K, K'}^{(p)} R_\sigma^{(j)}(K, K')/2 + \\
 & \quad + (g_l - g_R^0) j_{K, K'}^{(p)} R_j^{(\sigma)}(K, K')] \}^2. \quad (54)
 \end{aligned}$$

В адиабатическом приближении эта величина выражается через те же эффективные параметры, что и μ_1^{eff} , именно [6, 15, 54]

$$\begin{aligned}
 B(M1, I'K \rightarrow IK) &= (3/4\pi) \mu_N^2 \langle I'1K0 | IK \rangle \times \\
 & \times K(g_K - g_R^{\text{eff}}) [1 + \delta_{K, 1/2} b_0 (-1)^{I>+1/2}]^2, \quad (55)
 \end{aligned}$$

где

$$(g_K - g_R^{\text{eff}}) b_0 = -(g_l - g_R^{\text{eff}}) a_{sp} + \delta_{K, 1/2} (g_s^{\text{eff}} - g_l) (\sigma_+)_{K, -K}/2. \quad (55a)$$

В определение $B(M1)$ здесь входят три параметра g_R^{eff} , $g_K(g_s^{\text{eff}})$ и b_0 . Очевидно, что неадиабатическое уравнение (54) не может быть приведено с помощью перенормировок (49) и (50) к уравнению (55). Иными словами, эффективные параметры $g_s^{\text{eff}}(g_K)$ и g_R^{eff} , извлеченные из экспериментальных значений $B(M1)$ (или их отношений), в общем случае будут отличаться от соответствующих значений, полученных из магнитных моментов. Таким образом, широко распространенное использование параметра $g_s^{\text{eff}}/g_s \approx 0,6$ в расчетах μ_1 и $B(M1)$, а также пренебрежение перенормировкой матричных элементов $j_{KK'}^{(p)}$ представляются совершенно неоправданными и действительно приводят иногда к противоречивым результатам (см. обсуждение в разд. 10).

Приведем также простые неадиабатические выражения для спектроскопического квадрупольного момента Q_I и вероятности $E2$ -переходов в полосе

$$Q_I = Q_0 [3 \sum_K (C_K^I)^2 K^2 - I(I+1)] / (I+1)(2I+3); \quad (56)$$

$$B(E2, I' \rightarrow I) = (5/16\pi) e^2 Q_0^2 \left| \sum_K C_K^{I'} C_K^I \langle I'2K0 | IK \rangle \right|^2. \quad (57)$$

Здесь Q_0 — внутренний квадрупольный момент остова, рассматриваемый как параметр. Величина его должна быть близкой к значению в соседних четно-четных ядрах (некоторое различие может

возникать из-за вклада нечетного нуклона и из-за взаимодействия его с квадрупольными колебаниями остова).

Обычно неадиабатические эффекты хорошо заметны в величине амплитуды смешивания $M1$ - и $E2$ -переходов

$$\delta_I^2 \equiv T_\gamma(E2, I \rightarrow I-1)/T_\gamma(M1, I \rightarrow I-1), \quad (58)$$

где T_γ — вероятность γ -перехода.

В адиабатическом подходе эта величина выражается через параметры g_K , g_R^{eff} , b_0 и Q_0 [15, 24, 54]:

$$|\delta_I| \sim \left| \frac{g_K - g_R^{\text{eff}}}{Q_0} (1 + \delta_{K, 1/2} b_0 (-1)^{I > +1/2}) \right| \quad (58a)$$

Это позволяет извлекать указанные параметры из корреляционных опытов. В неадиабатическом подходе также можно выделить эффективную величину типа [49]

$$\left| \frac{g_K - g_R}{Q_0} \right|_{\text{eff}}^2 \equiv (1/\delta_I^2) (E_\gamma^2 [M\ddot{e}e]/0,287 (2I+2)(2I-1)), \quad (58b)$$

которая, однако, не является постоянной в ротационной полосе из-за взаимодействия Кориолиса.

В дополнение к δ_I^2 удобно пользоваться также отношением интенсивностей [15]

$$\lambda_I \equiv \frac{T_\gamma(E2, I \rightarrow I-2)}{T_\gamma(E2, I \rightarrow I-1)} \cdot \frac{\delta_I^2}{1 + \delta_I^2}, \quad (59)$$

которое значительно легче измерить, чем δ_I^2 .

$E2$ -переходы между уровнями различных полос могут сильно возмущаться взаимодействием квазичастиц с квадрупольными колебаниями остова, которые не учтены в описанном здесь подходе. Поэтому мы их не рассматриваем в дальнейшем.

Представляет интерес исследовать влияние сил Кориолиса на интенсивности $E1$ -переходов между полосами. Известно, что во многих случаях правила Алага [55] для этих переходов сильно нарушаются. В адиабатическом подходе, согласно правилам Алага, имеем (за исключением случая $K = K' = 1/2$)

$$\frac{B(E1, IK \rightarrow I'K')}{B(E1, IK \rightarrow I''K')} = \left| \frac{\langle IAKK' - K | I'K' \rangle}{\langle IAKK' - K | I''K' \rangle} \right|^2. \quad (60)$$

В литературе имеется много попыток исправить эти соотношения с учетом эффектов связи вращательного и внутреннего движений. В частности, очень удачная параметризация этих эффектов была предложена в работах [56, 57]. Теоретический расчет параметров связан с необходимостью учитывать динамику вращения остова, коллективные возбуждения в нем (например, октупольные) и взаимодействие Кориолиса. Связь квазичастиц с октупольными

колебаниями в основном влияет на абсолютную величину матричного элемента $E1$ -перехода, а взаимодействие Кориолиса очень существенно для отношения интенсивностей переходов. Детальные расчеты этих эффектов проведены в работе [58]. Во всех работах взаимодействие Кориолиса рассматривают обычно как возмущение и учитывают в низжайших порядках, причем с ростом порядка увеличивается число параметров модели (например, при учете H_c во втором порядке минимальное число параметров равно трем [59]).

В неадиабатическом подходе приведенная вероятность $E1$ -перехода [60]

$$\begin{aligned}
 B(E1, I \rightarrow I') \sim & \left| \sum_{K, K'} C_K^I C_{K'}^{I'} [\langle I1K, K' - K | I'K' \rangle \times \right. \\
 & \times \langle \Phi_{K'} | \mathfrak{M}(E1, K' - K) | \Phi_K \rangle + \delta_{K, 1/2} \delta_{K', 1/2} \times \\
 & \times (-1)^{I'+I'+K'} \langle \Phi_{\bar{K}'} | \mathfrak{M}(E1, -K' - K) | \Phi_K \rangle \times \\
 & \left. \times \langle I1K - K' - K | I' - K' \rangle \right|^2, \quad (61)
 \end{aligned}$$

где матричный элемент

$$\langle \Phi_{K'} | \mathfrak{M}(E1, K' - K) | \Phi_K \rangle \approx N_N N_{K'} (u_{K'} u_{K'} - v_{K'} v_{K'}) (G_{E1})_{KK'}. \quad (61a)$$

Выражение для $(G_{E1})_{KK'}$ можно найти, например, в работе [16].

Как видно из уравнений (61), величина $B(E1)$ здесь не содержит никаких параметров, поскольку амплитуды C_K^I известны из расчетов спектра. Конечно, без учета октупольных колебаний трудно надеяться получить правильную абсолютную величину $B(E1)$, однако отклонения от правил Алага для переходов между низколежащими уровнями воспроизводятся вполне удовлетворительно (см. разд. 12).

В заключение отметим, что правила Алага для $E2$ -переходов внутри ротационной полосы нарушаются неадиабатическими эффектами сравнительно слабо. Заметные отклонения от правил Алага ожидаются только в полосах с $K \sim 1/2, 3/2$ при сильном взаимодействии Кориолиса [61].

9. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ

С изменением углового момента вращательного состояния будут меняться и характеристики самосогласованного поля, а следовательно, и коллективные параметры J , g_R^0 и Q_0 . Перестройка внутреннего спектра нами уже учитывается, но только в статическом пределе по спариванию. Между тем известно, что при вращении возникают антиспаривательные эффекты, ослабляющие парное поле [62, 63]. В последние годы проводились интенсивные исследования динамических эффектов в рамках крэнкинг-модели (см., например, обсуждение в [8, 64], а также в работах [65, 66]).

При больших угловых моментах ожидается фазовый переход ядра в нормальное состояние, что сильно сказывается на структуре вращательного спектра. Момент инерции ядра при этом принимает твердотельное значение. Простейшую оценку критического момента I_c можно получить из уравнения, вытекающего из представления о существовании в ядре нормальной и сверхтекучей фаз [63, 67]:

$$(1/2J - 1/2J_{\text{rig}}) I_c (I_c + 1) = \Delta^2/d, \quad (62)$$

где $d \approx 63/A$ ($M\epsilon\epsilon$) — среднее расстояние между одночастичными уровнями. Если в это уравнение подставить средние величины для $A \sim 160$, получим оценку $I_c \sim 16$. Аккуратное теоретическое рассмотрение фазового перехода [68], качественно отличающееся от приведенного выше представления, по существу не меняет эту оценку. Однако надежность ее пока невелика ($\sim 20\%$).

Анализ вращательных полос до $I \sim 20$, проведенный для некоторых редкоземельных ядер, действительно выявил аномальное поведение момента инерции при значениях углового момента $I \gtrsim 12$ [69]. Однако пока невозможно однозначно идентифицировать эту аномальность с фазовым переходом. Не исключено, что скачки в моменте инерции могут быть связаны также с явлением реориентации одночастичных орбит при больших угловых моментах (см. обсуждение в работах [64, 70, 71]).

Здесь нас интересуют в основном динамические поправки к вращательному спектру при значениях углового момента ниже критического. С хорошей точностью их можно учесть с помощью уравнения Чана — Валатина [72], которое в случае нечетного ядра можно записать в следующем виде [48]:

$$2/G = \sum_{\nu} \frac{1}{E_{\nu}(I)} - \sum_{K\rho} (C_{K\rho}^I)^2 \frac{1}{E_{K\rho}(I)} - \frac{\partial}{\partial \Delta^2} [g(I)/J(I)]. \quad (63)$$

При выводе этого уравнения пренебрегаем сдвигом квазичастичного спектра из-за остаточных взаимодействий H_{σ} и H_j , однако поляризационные эффекты содержатся в $g(I)$. Второй член в правой части (63) обусловлен эффектом блокировки. Основное предположение, которое делается при решении уравнения (63), — определение формы зависимости $J(\Delta)$, поскольку в предыдущем рассмотрении эта величина фигурировала как параметр. Чтобы точно решить такую проблему, необходимо самосогласование. Здесь же положим, что $J(\Delta)$ имеет обычную форму, как в крэнкинг-модели со спариванием. Решение уравнения (63) по теории возмущения проводилось в работе [48], а итерационное решение — в работе [73]. Наконец, случай учета взаимодействия Кориолиса по теории возмущений рассмотрен в работе [74]. Качественные результаты этих исследований можно сформулировать следующим образом:

а) динамические эффекты в нечетных ядрах ослабляются взаимодействием Кориолиса между внешними нуклонами и остовом. В частности, параметр B при поправочном члене в энергии, пропорциональном $I^2(I+1)^2$, может менять знак по сравнению с четно-четными ядрами;

б) при сильном взаимодействии Кориолиса энергетическая щель может даже некоторое время увеличиваться с ростом спина (в качестве начального значения принимается ширина щели с учетом блокировки), т. е. динамические эффекты в остове оказываются слабее эффектов, обусловленных связью внешних нуклонов с вращением. Эта конкуренция и приводит к стабилизации щели вплоть до сравнительно высоких значений спина;

в) в целом динамические поправки в спектре нечетных ядер значительно меньше, чем в четно-четных ядрах.

В разд. 12 приведен пример решения уравнения (63) и дано более детальное обсуждение динамических эффектов.

10. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Учет неадиабатических эффектов во вращательном движении проводился многими авторами, начиная с работы Кермана [21], в которой взаимодействие Кориолиса точно диагонализуется в ограниченном пространстве одночастичных состояний. В последующих работах эта схема переносится в пространство квазичастичных состояний, т. е. учитываются парные корреляции. В зависимости от количества известных экспериментальных данных как параметры при диагонализации используются энергии внутренних состояний, матричные элементы $j_{K, K'}^{(p)}$, параметр развязывания a_{sp} и т. д. В качестве примера детальных расчетов можно привести работы [75—78]. Исходя из экспериментальных данных об энергиях и электромагнитных моментах, в этих работах находятся экспериментальные значения матричных элементов и эффективных параметров, т. е. по существу проводится параметризация поляризационных и динамических эффектов, а иногда и эффектов взаимодействия Кориолиса. Обширный набор таких параметров собран в работе [24].

Особенно интенсивные расчеты такого типа проводятся в последние годы в связи с исследованием «длинных» ротационных полос в реакциях с α -частицами и тяжелыми ионами (см., например, [79—86]). Во всех указанных работах отмечается, что удовлетворительное описание вращательных энергий можно получить в схеме Кермана только при условии перенормировки взаимодействия Кориолиса. В частности, для вращательных полос на одночастичных уровнях, исходящих из сферических подболочек с большим j ($h_{1/2}$, $i_{1/2}$ и т. д.), экспериментальные матричные элементы оказываются систематически меньше одночастичных

значений $j_{K, K'}^{(p)}$ (т. е. в терминах поляризационных эффектов факторы $R_j^{(\sigma)} < 1$). Поэтому обычно вводят соответствующие факторы обрезания как подгоночные параметры. Однако, за редким исключением, однозначный выбор этих параметров из процедуры подгонки к экспериментальным данным нам представляется невозможным. Перенормировка же одночастичных параметров развязывания обычно не проводится совсем. Далее, из расчетов магнитных моментов известно, что необходимо перенормировать g_s -фактор, причем обычно выбирают $g_s^{\text{eff}} \approx 0,6 g_s$. Эта же процедура автоматически переносится в расчеты $B(M1)$, причем в последних матричные элементы $j_{KK'}^{(p)}$ обычно не перенормируются. В результате оказывается, что в некоторых ядрах перенормировка g_s совершенно необходима [77, 84, 86], в других же она только ухудшает согласие с экспериментом [81, 82, 85]. Причина этого разногласия заключается в том, что параметризация поляризационных эффектов, проведенная для магнитных моментов, в общем случае не применима в расчетах $B(M1)$. Кроме того, в общем случае g_s^{eff} вовсе не остается постоянной в ротационной полосе (см. разд. 12).

В некоторых работах проводится параметризация динамических поправок во вращательном спектре введением зависимости вращательного параметра от спина [81, 84—86]

$$1/2J(I) = 1/2J_0 + B[I(I+1) - K^2]. \quad (64)$$

Никакого теоретического обоснования такой формы зависимости от спина пока не существует.

С точки зрения описания энергетики вращательных полос, феноменологические подходы оказались успешными. Однако это достигается, как правило, ценой использования большого количества параметров (число их достигает иногда 10—12). Естественно, это значительно снижает информативность и эвристическую ценность феноменологического анализа.

Предпринимаются попытки улучшить параметризацию Бора — Моттельсона вращательных энергий в нечетных ядрах [см. уравнение (17)]. Одна из них связана с применением проекционного метода [87]. Внутренняя волновая функция $\Phi_{K\rho}$, не имеющая определенного углового момента, проектируется на пространство состояний с определенными квантовыми числами I, M . Затем с такой функцией решается вариационная задача для исходного микроскопического гамильтониана. Вместо точного вычисления интегралов перекрытия проводится параметризация последних. Такой способ позволяет лучше описать слабо возмущенные взаимодействиями Кориолиса вращательные полосы, чем формула (17) при одинаковом числе параметров.

Другая попытка связана с обобщением модели с переменным моментом инерции на случай нечетных ядер [88]. Однако, как и в предыдущем случае, ее применимость ограничена случаем слабого взаимодействия Кориолиса.

11. ПРЕДЕЛЬНЫЙ СЛУЧАЙ НЕАДИАБАТИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ

Рассмотрим один предельный случай, когда вращательный спектр при сильном смешивании по K внутренних состояний можно описать простой формулой ротатора. В работах [48, 53, 89] показывалось, что при этом происходит расщепление ротационной полосы на две смещенные друг относительно друга группы уровней с четными и нечетными значениями $I + 1/2$. Очевидно, что нижней оказывается группа, в которой [см. уравнение (12)]

$$(-1)^{I+1/2} a(I) < 0. \quad (65)$$

Эта группа уровней с $\Delta I = 2$ и образует *ураст*-линию спектра данной четности. Анализ величины $|a(I)|$ показывает, что при достаточно больших спинах, она становится почти постоянной в такой полосе, т. е.

$$(-1)^{I+1/2} a(I) \approx -a = \text{const}. \quad (66)$$

С другой стороны, амплитуды C_K^I также плавно меняются и, следовательно, величина

$$\sum_K (C_K^I)^2 \mathcal{E}_K \approx \text{const}, \quad (\Delta I = 2). \quad (67)$$

В результате энергетический спектр принимает очень простую форму:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(I) &\approx \text{const} + (1/2J) \{I(I+1) - a(I+1/2)\} = \\ &= \text{const} + (1/2J) R(R+1), \end{aligned} \quad (68)$$

где

$$R \equiv I - a/2. \quad (68a)$$

Это соответствует предельному случаю развязывания, когда энергетический спектр определяется вращением четно-четного остова, а нечетная «частица» находится в состоянии с эффективным моментом

$$j_{\text{eff}} = a/2, \quad (69)$$

причем внутренний момент приближенно сохраняется. Именно такой спектр и обсуждался в работах [11, 12].

Реализация спектра типа (68) в ядре ^{159}Er показана на рис. 3, где приведены точные расчеты из работы [61] и их аппроксимация

при значениях

$$A = 14,5 \text{ Кэв}, \quad a = 9. \quad (70)$$

В работе [61] расчеты проводились при значении $1/2J = 15 \text{ кэв}$, и вычисленные значения $a(I)$ показаны на рис. 3. Естественно,

I	$\mathcal{E}(I)$ [кэв]	$a(I)$	R
37/2	2962	3125 / 9,1	3045 / 14
33/2	2287	2320 / 9,1	2262 / 12
29/2	1662	1634 / 9,0	1595 / 10
25/2	1106	1068 / 9,0	1044 / 8
21/2	641	621 / 9,0	609 / 6
17/2	290	294 / 8,9	290 / 4
13/2	(86)	87 / 8,8	87 / 2
9/2	0	0 / 8,5	0 / 0
	эсп. [90]	теор. [61]	$AR(R+1)$

Рис. 3. Ураст-полоса положительной четности в ядре ^{159}Er .

что аппроксимация (68) годится для описания только выделенной части спектра возбуждений данной четности.

Таким образом, процесс развязывания (реориентация одночастичных орбит) является частным случаем общей неадиабатической модели. Заметим при этом, что рассматриваемая полоса не относится к какому-либо определенному внутреннему состоянию Φ_K . В действительности имеем дело со сложным внутренним состоянием, включающим в себя смесь всех состояний подболочки $i_{13/2}$ с $K = 1, 2, 3, 2, 5/2 \dots$ [61]. Эффективную энергию соответствующей ему квазичастицы можно определить как

$$E_{\text{eff}} \approx \sum_K (C_K^I)^2 \mathcal{E}_K - \frac{1}{2J} \cdot \frac{a^2}{4}. \quad (71)$$

Показанный на рис. 3 спектр ротатора сильно отличается от спектра соседних ядер ^{158}Er и ^{160}Er (см., например, [69]). Наконец, отметим, что рассмотренный случай не является исключительным. Аналогичные $u_{\text{гаст}}$ -полосы можно приближенно выделить в соседних ядрах ^{157}Dy , ^{157}Er и др.

12. РАСЧЕТЫ В НЕАДИАБАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Неадиабатическая вращательная модель успешно применялась для описания вращательных спектров и электромагнитных моментов в целом ряде ядер редкоземельной области. Подробное описание полученных результатов можно найти в работах [37, 38, 49, 61, 91—93]. В этом разделе дадим только общие выводы и приведем некоторые в основном новые результаты для иллюстрации изложенной в предыдущих разделах теории.

Выбор параметров и общие замечания. Во всех расчетах использовали схему одночастичных уровней в потенциале Саксона — Вудса, полученную в работах [18]. Конкретные параметры потенциала приведены в работе [25].

Задача о парных корреляциях решается без учета эффекта блокировки (для упрощения расчетов), что дает спектр квазичастичных возбуждений с энергией E_K . Сдвиги спектра $E_K - \mathcal{E}_K$ [уравнение (28)], обусловленные остаточными центробежными и спиновыми силами, оказываются небольшими по величине ($\lesssim 100$ кэв) и почти однородными для всех уровней одной четности с энергией $\lesssim 2$ Мэв, т. е. они слабо влияют на результаты диагонализации матрицы взаимодействия Кориолиса. Суммарная величина трехквазичастичных примесей в волновых функциях Φ_K [уравнение (26)] не превышает обычно 1—3%, однако ввиду когерентного характера их вклада поляризационные факторы заметно отличаются от единицы. Расчеты поляризационных факторов проводились по формулам (31а), (36а) и (37), в которых суммы типа $Y_{KK'}^{(\sigma)}$, $S_{KK'}^{(j)}$ и $X_{KK'}^{(p)}$ вычислялись в квазиклассическом приближении (без учета блокировки).

Значения фактора $R_j^{(\sigma)}$ зависят от конфигурационного пространства внешних нуклонов. В частности, для вращательных полос на уровнях положительной четности (из подболочки $i_{13/2}$) в ядрах с нечетным N типичные значения $R_j^{(\sigma)} \sim 0,6-0,8$ [61]. В тех ядрах, где взаимодействие Кориолиса слабое, эффекты центробежной поляризации проявляются слабо. Эффекты центробежной поляризации малы и в случае сильного смешивания по K всего двух уровней, особенно в ядрах с нечетным Z . Например, для полосы $1/2^-$ [541] в ядрах 171 , ^{173}Lu значения $R_j^{(\sigma)} \approx 0,96$ [91]. Иными словами, центробежная поляризация является существен-

но динамической, сильно зависящей от состояния. В отличие от центробежной спиновая поляризация (факторы $R_{(0)}^j$ и $R_{(0)}$) слабо зависит от квантовых характеристик состояний. Типичные зна-

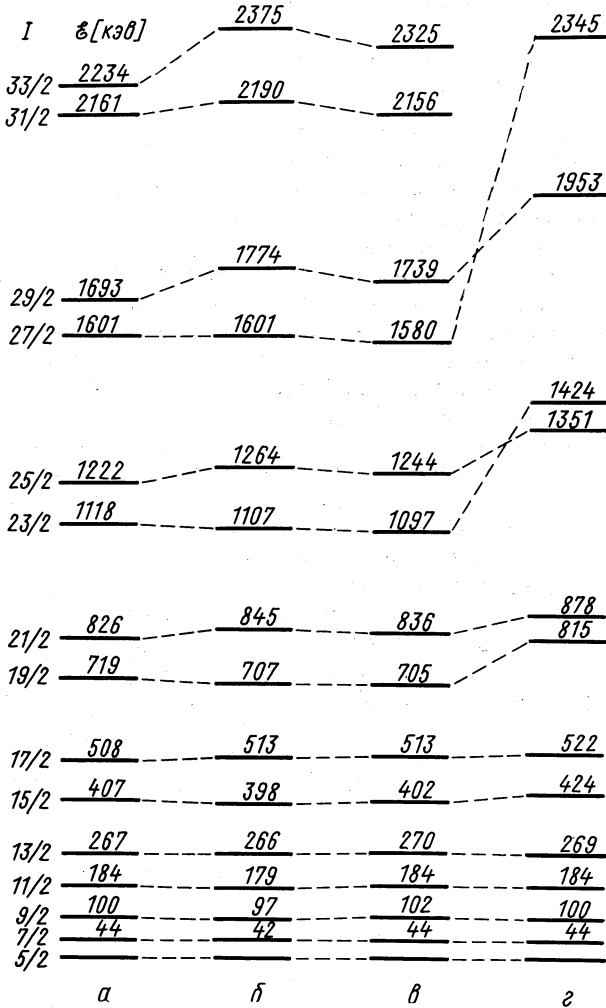


Рис. 4. Вращательная полоса основного состояния в ядре ^{161}Dy :

a — экспериментальные данные [84]; b — неадиабатическая теория при значениях параметров $\beta_{20} = 0,32$, $\beta_{40} = 0$, $\Delta n = 0,58$ $M\epsilon$ и $1/2J = 1,21$ $кэв$; v — неадиабатическая теория при значениях параметров $\beta_{20} = 0,324$, $\beta_{40} = 0,04$, $\Delta n = 0,67$ $M\epsilon$ и $1/2J = 12$ $кэв$; z — расчет по феноменологической формуле (17). Параметры даны в тексте.

чения $R_\sigma \sim 0,6-0,7$ (продольная спиновая поляризация [28]). Эффекты поперечной спиновой поляризации обычно проявляются сильнее ($R_\sigma^{(j)} \sim 0,4-0,6$).

В качестве внешнего пространства можно использовать пространство всех однопартических состояний одной четности (для тождественных нуклонов). Однако при диагонализации матрицы взаимодействия Кориолиса обычно можно ограничиться набором состояний, для которых велики матричные элементы $j_{KK}^{(p)}$. Расширение этого пространства приводит к небольшой перенормировке параметров модели.

Вращательный параметр $1/2J$ находится из подгонки расчетов $\mathcal{E}(I)$ к экспериментальным данным по методу наименьших квадратов. При этом может слегка варьироваться силовой параметр парных корреляций (или Δ и λ), поскольку в случае сильного K -смешивания состояний низкоэнергетическая часть ротационной полосы оказывается более чувствительной к такой вариации, чем к изменению $1/2J$ [61].

Изменение параметров деформации в большинстве случаев слабо влияет на энергетический спектр, приводя к небольшой перенормировке величин Δ и $1/2J$. Типичный пример приведен на рис. 4 для ротационной полосы основного состояния ядра $^{161}\text{Dy}^*$. Для сравнения приведена также феноменологическая обработка спектра по формуле (17) с параметрами [22] $A = 5,53$ кэв, $B = 0,025$ кэв, $A_5 = 6,77 \cdot 10^{-4}$ кэв. Как видно, феноменологическое описание становится неудовлетворительным начиная со спина $I = 19/2$. В некоторых ядрах (например, в ^{155}Gd , $^{157}, ^{159}\text{Dy}$, $^{161-165}\text{Er}$ и др.) феноменологическое описание с использованием небольшого числа параметров оказывается вообще невозможным (см. работы [48, 79, 80, 86]).

Эффективные моменты инерции. Уже отмечалось, что параметр J имеет смысл эффективного момента инерции остова и, следовательно, можно ожидать, что его величина окажется близкой к значениям в соседних четно-четных ядрах. Систематические расчеты в области редкоземельных ядер подтвердили это предположение [49, 61, 93] и показали, что наблюдаемое сильное различие эффективных моментов инерции J^{eff} в четно-четных и нечетных ядрах (см. рис. 1,2) в основном обусловлено взаимодействием Кориолиса. Внутри самой модели параметр J не может быть вычислен самосогласованным образом. Расчеты его с помощью крэнкинг-модели в общем случае не имеют твердого теоретического обоснования и могут быть использованы только для качественных оценок.

* Конфигурационное пространство для внешних нуклонов в этом случае включает все состояния подболочки $i_{13/2}$ и связанные с ними взаимодействия с $\Delta N = 2$ состояниями $1/2^+$ [400] и $3/2^+$ [402].

Эффективный момент инерции нечетного ядра J^{eff} , определенный уравнением (40), как правило, не является константой во вращательной полосе (рис. 5). Осцилляции J^{eff} связаны с флуктуацией внутренней энергии (67) с изменением спина и с изменением кинетической энергии вращения. Мерой флуктуации внутренней энергии служит величина $1/2 J_{\text{in}}^{\text{eff}}$ [уравнение (41a)], которая зависит от параметра $1/2J$ только через амплитуды C_K^I . Последние

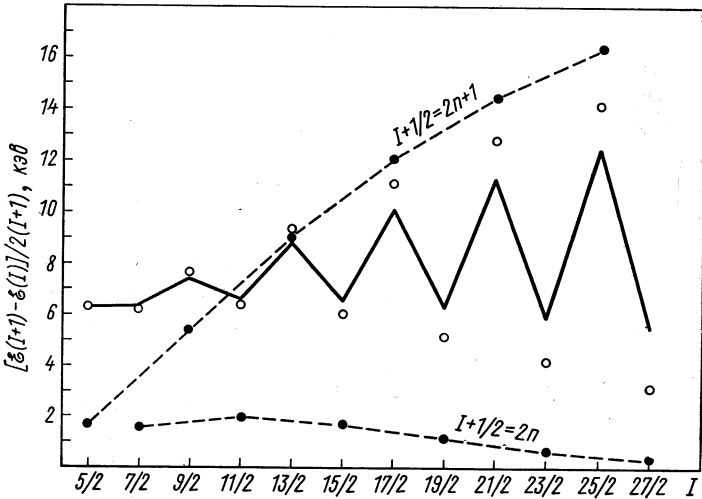


Рис. 5. Обратная величина эффективного момента инерции в ротационной полосе основного состояния ядра ^{161}Dy :
 ○ — экспериментальные значения [84]; — расчет по неадиабатической теории (соответствует рис. 4, в); ● — показывают поведение величины $1/2J_{\text{rot}}^{\text{eff}}$ [уравнение (41б)].

в основном определяются формой внутреннего спектра и величиной матричных элементов $j_{KK}^{(p)}$. Изменение кинетической энергии можно охарактеризовать величиной $1/2J_{\text{rot}}^{\text{eff}}$ [уравнение (41б)], которая прямо пропорциональна $1/2J$. Поэтому в тех случаях, когда вклад $1/2J_{\text{in}}^{\text{eff}}$ в величину $1/2J^{\text{eff}}$ доминирует, весь спектр слабо зависит от выбора параметра $1/2J$, но оказывается более чувствительным к вариации энергетической щели Δ . Типичный пример приведен на рис. 5. Видно, что здесь вклад $1/2J_{\text{in}}^{\text{eff}}$ доминирует при $I + 1/2 = 2n$. Если пренебречь флуктуацией внутренней энергии, то дублетные состояния в спектре (например, состояния 15/2 и 17/2, 19/2 и 21/2 и т. д., см. рис. 4) окажутся почти вырожденными. Такое вырождение дублетных состояний наблюдается в ротационных полосах на состоянии $1/2^+$ [411]

в ядрах с нечетным Z и на состоянии $1/2^-$ [521] в ядрах с нечетным N (см. работу [24]). В этих полосах смешивание по квантовому числу K слабое и, следовательно, флуктуации внутренней энергии малы. В случае сильного взаимодействия Кориолиса они размыывают дублетную структуру спектра в нижней части ротационной полосы.

Систематика магнитных моментов. При расчетах магнитных дипольных моментов неадиабатическая модель привлекает дополнительный параметр — коллективное гиромагнитное отношение для остова g_R^0 . В работах [37, 38, 49] было показано, что величину этого параметра можно выбрать близкой к значению в соседних четно-четных ядрах, т. е. порядка 0,3—0,4. Силовой параметр спиновых взаимодействий выбирается единым образом для всех ядер в виде [32, 37]:

$$\kappa = 1,5 (N - Z) / A \text{ Мэв.} \quad (72)$$

Явная изотопическая зависимость κ свидетельствует о том, что эффекты спиновой поляризации в основном связаны с изовекторными силами (подробнее см. в работе [94]).

При таком выборе параметров были проведены систематические расчеты магнитных моментов в нечетных деформированных ядрах и результаты их представлены в табл. 1 вместе с экспериментальными данными. Там же приведены вычисленные эффективные факторы g_R^{eff} и g_s^{eff} [см. уравнения (49) и (50)]. Для каждого ядра вычислялся спектр вращательных возбуждений, а затем значения функции $G(I)$ [уравнение (47a)]. Таким образом, вычисленные значения μ_I согласованы с наблюдаемым вращательным спектром, что практически невозможно сделать в адиабатическом приближении.

Как видно из таблицы, неадиабатические расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными, причем разброс значений g_R^0 невелик. Адиабатические параметры g_R^{eff} и g_s^{eff} * (или g_K) могут быть рассчитаны теоретически (см. табл. 1). Отметим, однако, относительную ценность этих величин, поскольку во многих случаях они не являются константами в ротационной полосе [37, 38]. Для иллюстрации подобного утверждения на рис. 6 приведены результаты расчета параметров в ротационных полосах ряда ядер (см. также табл. 2 — 5). Во всех этих случаях хорошо выполняются неравенства (51). Различие g_R^0 и g_R^{eff} главным образом связано с взаимодействием Кориолиса. Оно же приводит

* Заметим, что в неадиабатическом подходе можно ввести единый эффективный фактор g_s^{eff} вместо двух адиабатических магнитных параметров g_K и b_0 (см., например, [24, 54]).

Таблица 1

Магнитные дипольные моменты в нечетных деформированных ядрах (в ед. μ_N)

Ядро	$I^\pi [Nn_z\Delta]$	$\mathcal{G}(I)$, кэв	g_R^0	g_R^{eff}	g_s^{eff}/g_s	μ_I		Литература
						теор.	эксп.	
^{155}Gd	3/2 ⁻ [521]	0	0,33	0,29	0,74	-0,25	-0,26 (1)	[95]
	5/2 ⁻	60,0		0,30	0,59	0,27		
	3/2 ⁺	105,3		0,13	0,80	0,02	-0,38 (6) +0,13 (4)	[95]
	5/2 ⁺	86,5		-0,08	1,51	-0,73		
^{157}Gd	3/2 ⁻ [521]	0	0,31	0,28	0,77	-0,33	-0,34 (1)	[95]
	5/2 ⁻	54,5		0,30	0,75	0,23		
^{159}Gd	3/2 ⁻ [521]	0	0,30	0,27	0,78	-0,34	-0,22 (5) -0,44 (3)	[96] [97]
	5/2 ⁻	50,7		0,19	0,21	0,30		
^{155}Dy	3/2 ⁻ [521]	0	0,35	0,25	0,77	-0,34	-0,34 (3)	[98]
	5/2 ⁻	39,4		0,28	0,47	0,27		
^{157}Dy	3/2 ⁻ [521]	0	0,35	0,31	0,77	-0,31	-0,30 (3)	[98]
	5/2 ⁻	61,1		0,34	0,77	0,23		
^{161}Dy	5/2 ⁺ [642]	0	0,30	0,12	0,78	-0,48	-0,48 (4)	[98]
	7/2 ⁺	43,8		0,16	0,82	-0,13		
	5/2 ⁻ [523]	25,7		0,28	0,76	0,70	0,58 (2)	[95]
	7/2 ⁻	103,1		0,29	0,77	0,97		
	3/2 ⁻ [521]	74,6		0,27	0,77	-0,35	-0,39 (1)	[95]
5/2 ⁻	131,8	0,24	0,26	0,29				
^{163}Dy	5/2 ⁻ [523]	0	0,30	0,29	0,64	0,67	0,66 (2)	[95]
	7/2 ⁻	73,4		0,28	0,60	0,93		
^{165}Dy	7/2 ⁺ [633]	0	0,35	0,23	0,68	-0,53	-0,52 (4)	[98]
	9/2 ⁺	84,5		0,25	0,69	-0,03		

Продолжение табл. 1

Ядро	$I^\pi [Nn_z \Delta]$	$\mathcal{C}(I),$ кэв	g_R^0	g_R^{eff}	g_s^{eff}/g_s	μ_I		Литерату- ра
						теор.	эксп.	
^{161}Er	$3/2^- [524]$ $5/2^-$	0 59,5	0,31	0,27 0,29	0,82 0,79	-0,37 0,21	-0,37 (04)	[98]
^{163}Er	$5/2^- [523]$ $7/2^-$	0 84,3	0,30	0,28 0,29	0,76 0,78	0,72 1,02	0,56 (2)	[98]
^{165}Er	$5/2^- [523]$ $7/2^-$	0 77,6	0,30	0,26 0,27	0,77 0,75	0,69 0,96	0,65 (3)	[95]
^{167}Er	$7/2^+ [633]$ $9/2^+$	0 79,3	0,33	0,20 0,22	0,73 0,75	-0,59 -0,14	-0,57 (02)	[95]
^{173}Yb	$5/2^- [512]$ $7/2^-$	0 78,7	0,27	0,25 0,20	0,75 0,31	-0,60 0,18	$\pm 0,68$	[95]
^{177}Hf	$7/2^- [514]$	0	0,30	0,26	0,71	0,92	0,78 (2)	[99]
	$9/2^-$	113,0		0,27	0,75	1,24	1,10 (15)	[95]
	$11/2^-$	249,7		0,27	0,79	1,54	1,43 (50)	[95]
	$9/2^+ [624]$	321,3		0,17	0,66	-0,80	-0,73 (9)	[95]
	$11/2^+$	426,6		0,19	0,71	-0,41		
^{179}Hf	$9/2^+ [624]$ $11/2^+$	0 122,7	0,26	0,19 0,20	0,57 0,58	-0,66 -0,22	-0,61 (2)	[400]
^{157}Tb	$3/2^+ [411]$ $5/2^+$	0 60,8	0,35	0,40 0,39	0,73 0,75	1,98 1,99	2,0 (1)	[95]
^{159}Tb	$3/2^+ [411]$ $5/2^+$	0 58,0	0,35	0,40 0,39	0,72 0,74	1,96 1,98	1,99 (04)	[95]
^{165}Ho	$7/2^- [523]$ $9/2^-$	0 94,7	0,35	0,61 0,57	0,67 0,66	4,07 4,11	4,11 (2)	[95]

Продолжение табл. 1

Ядро	$I^\pi [Nn_z \Delta]$	$\mathcal{E} (I),$ кэВ	g_R^0	g_R^{eff}	g_s^{eff}/g_s	μ_I		Литература
						теор.	эксп.	
^{169}Tm	1/2 ⁺ [411]	0	0,35	0,50	0,64	-0,22	-0,23	[24]
	3/2 ⁺	8,4		0,36	0,78	0,67	0,53 (1)	[24]
	5/2 ⁺	118,2		0,36	0,62	0,50	0,70 (5)	[24]
	7/2 ⁺	138,9		0,36	0,79	1,51	1,30 (5)	[24]
^{171}Tm	1/2 ⁺ [411]	0	0,35	0,50	0,63	-0,21	$\pm 0,23$ (05)	[24]
	3/2 ⁺	5,1		0,36	0,77	0,67		
	5/2 ⁺	116,7		0,36	0,61	0,51	0,81 (37)	[24]
	7/2 ⁺	129,1		0,36	0,75	1,51	1,44 (14)	[95]
^{175}Lu	7/2 ⁺ [404]	0	0,35	0,46	0,71	2,00	2,23 (1)	[95]
	9/2 ⁺	113,8		0,42	0,69	2,31	1,81 (20)	[95]
	11/2 ⁺	251,4		0,41	0,68	2,65	2,0 (7)	[95]
^{177}Lu	7/2 ⁺ [404]	0	0,35	0,46	0,69	2,03	2,24 (1)	[95]
	9/2 ⁺	121,6		0,42	0,68	2,34		
^{181}Ta	7/2 ⁺ [404]	0	0,35	0,52	0,73	2,28	2,35 (1)	[95]
	9/2 ⁺	136,3		0,45	0,73	2,67		
	9/2 ⁻ [514]	6,3		0,50	0,74	5,29	5,29 (11)	[95]
	11/2 ⁻	158,8		0,46	0,75	5,25		
	5/2 ⁺ [402]	482,1		0,37	0,74	3,44	3,28 (13)	[95]
7/2 ⁺		0,36	0,74	3,01				
^{183}Re	9/2 ⁻ [514]	496,0	0,35	0,51	0,75	5,31	5,31 (32)	[95]
	11/2 ⁻	663,6		0,47	0,76	5,28		
^{185}Re	5/2 ⁺ [402]	0	0,35	0,37	0,76	3,19	3,17	[95]
	7/2 ⁺	125,3		0,37	0,76	3,04		
^{187}Re	5/2 ⁺ [402]	0	0,35	0,37	0,75	3,17	3,20	[95]
	7/2 ⁺	134,2		0,37	0,75	3,03		

и к сильной осцилляции g_R^{eff} в некоторых ротационных полосах. Непостоянство g_R^{eff} в полосе является причиной сильного разли-

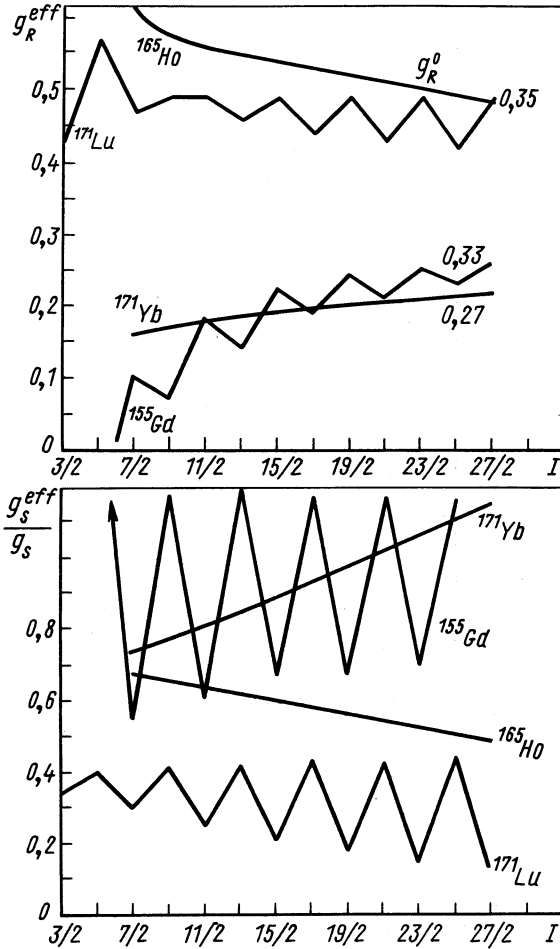


Рис. 6. Поведение эффективных параметров g_R^{eff} и g_s^{eff} в ротационных полосах ядер ^{171}Lu ($1/2^-$ [541]), ^{165}Ho ($7/2^-$ [523]), ^{171}Yb ($7/2^+$ [633]) и ^{155}Gd (полоса положительной четности, см. [37, 38]).

чия вычисленных значений μ_I и адиабатической оценки μ_I^{ad} , как показано в табл. 2.

Вероятности переходов. Учет неадиабатических эффектов приводит к перенормировке параметра внутреннего квадрупольного

Таблица 2

Характеристики ротационной полосы основного состояния в ядре ^{161}Dy . Расчеты проведены с параметрами $\beta_{20} = 0,324$, $\beta_{40} = 0,04$, $1/2J = 12$ кэв, $\Delta_n = 0,67$ Мэв, $g_R^0 = 0,30$

$J\pi$	Амплитуды смешивания C_K^J						$a(I)$	$\mathcal{E}(J), \text{кэв}$		$\mu_I, [\mu_N]$	$\mu_I^{ad 2*}, [\mu_N]$	g_R^{eff}	$B(M1), 3^{**} \times 10^{-2}, [\mu_N]$	$(g_K - g_R^{eff})^2$
	[6400] \uparrow [660] \uparrow [402] \downarrow [6541] \uparrow [642] \uparrow [633] \uparrow [624] \uparrow							теор.	эксп. *					
5/2+	0,042	0,028	0,089	-0,156	0,983	-	1,10	0	0	-0,48	-0,46	0,12	-	-
7/2+	0,046	0,037	0,129	-0,222	0,958	0,118	-2,35	44	44	-0,13	-0,02	0,16	0,65	0,20
9/2+	0,038	0,089	0,165	-0,282	0,926	0,165	3,47	102	100	0,15	0,03	0,16	0,99	0,21
11/2+	0,030	0,068	0,183	-0,309	0,908	0,203	-3,89	184	184	0,47	0,21	0,18	1,11	0,20
13/2+	0,068	0,161	0,215	-0,359	0,863	0,222	4,91	270	267	0,70	0,37	0,18	1,34	0,23
15/2+	0,041	0,094	0,216	-0,360	0,865	0,253	-4,73	402	407	1,06	0,52	0,20	1,24	0,20
17/2+	0,098	0,231	0,249	-0,409	0,802	0,251	5,89	513	508	1,24	0,67	0,20	1,53	0,24
19/2+	0,049	0,143	0,239	-0,391	0,831	0,287	-5,23	705	719	1,65	0,80	0,22	1,23	0,19
21/2+	0,123	0,293	0,272	-0,441	0,748	0,264	6,56	836	826	1,80	0,93	0,21	1,66	0,25
23/2+	0,055	0,128	0,254	-0,410	0,804	0,312	-5,55	1097	1119	2,25	1,06	0,23	1,18	0,17
25/2+	0,144	0,344	0,287	-0,461	0,700	0,269	7,03	1244	1222	2,36	1,19	0,22	1,74	0,25
27/2+	0,060	0,139	0,264	-0,423	0,783	0,332	-5,77	1580	1602	2,85	1,31	0,24	1,41	0,16
29/2+	0,160	0,386	0,297	-0,474	0,661	0,269	7,36	1739	1693	2,94	1,43	0,23	1,79	0,26
31/2+	0,064	0,148	0,272	-0,432	0,766	0,348	-5,93	2156	2162	3,45	1,55	0,24	1,04	0,15
33/2+	0,173	0,421	0,304	-0,481	0,627	0,267	7,60	2325	2235	3,52	1,67	0,23	1,82	0,26

* Данные работы [84].

2* Адиабатическая оценка [уравнение (48)] с параметрами [101] $g_R^{eff} = 0,11$ и $g_K = -0,30$.

3* Соответствующие экспериментальные значения [102] равны $B(M1, 7/2 \rightarrow 5/2) = 6,5(9) \cdot 10^{-2} \mu_N^2$ и $B(M1, 9/2 \rightarrow 7/2) = 8,4(2,5) \times 10^{-2} \mu_N^2$.

момента Q_0 , извлекаемого из экспериментальных данных по спектроскопическим квадрупольным моментам Q_I или значений $B(E2)$ внутри ротационной полосы. В общем случае Q_0 не является константой в ротационной полосе, однако осцилляции его становятся заметными только в случае сильного смешивания состояний по K (например, в ^{155}Gd они достигают 20%) [37, 38]. Поэтому обычно правила Алага для $E2$ -переходов внутри полосы выполняются довольно хорошо [61].

Величина Q_0 рассматривается как некоторый эффективный параметр, определяемый из согласия вычисленных значений $B(E2)$, δ_I и λ_I с экспериментальными данными. При этом ожидается, что его значения будут близкими к значениям в соседних четно-четных ядрах, хотя и не обязательно совпадающими с ними, что и подтверждается численными расчетами [37, 38].

В расчетах $B(M1)$ в ротационных полосах не требуется никаких дополнительных параметров, поэтому сравнение их с экспериментальными данными служит проверкой справедливости неадиабатического подхода. В табл. 2—5 приведены вычисленные значения $B(M1, I \rightarrow I-1)$ для некоторых вращательных полос. Если из этих значений выделить эффективный адиабатический параметр

$$(g_K - g_R)_{\text{eff}}^2 \equiv \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{I(2I+1)}{K^2(I-K)(I+K)} B(M1, I \rightarrow I-1), \quad (73)$$

то легко убедиться в его непостоянстве в ротационной полосе (см. табл. 2). При высоких спинах флуктуации этого параметра достигают 50%. Абсолютные значения $B(M1)$, вычисленные нами, хорошо согласуются с немногими известными экспериментальными данными (см. обсуждение в работах [37, 38], а также табл. 2 и 3).

Неадиабатические эффекты заметно проявляются в отношениях вероятностей переходов λ_I и амплитудах смешивания δ_I . В качестве иллюстрации на рис. 7 показано поведение этих величин в ротационной полосе основного состояния ядра ^{161}Dy . Как видно, неадиабатические расчеты, использующие единственный параметр $Q_0 = 8,3$ барн, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Адиабатическая оценка была сделана при значении параметра $[(g_K - g_R)/Q_0]_{\text{eff}}^2 = 2,75 \cdot 10^{-3}$, извлеченного из величины $\lambda_{9/2} = 0,29$ [84]. Чтобы согласовать адиабатические расчеты с экспериментальными данными по δ_I , необходимо допустить сильные вариации этого параметра. Например, из $\delta_{17/2} = 0,13$ получим $[(g_K - g_R)/Q_0]_{\text{eff}}^2 = 7,4 \cdot 10^{-3}$, т. е. значение параметра увеличивается в три раза. Сравнение вычисленных значений λ_I и δ_I с экспериментальными данными в других ядрах проводилось в работах [37, 38, 91] (см. также табл. 3).

Таблица 3

Характеристики ротационных полос на состояниях $7/2^-$ [514] и $9/2^+$ [624] в ядре ^{17}Nf . Расчеты проведены с параметрами $\beta_{20} = 0,24$, $\beta_{40} = 0$, $\Delta_n = 0,6$ Мэв, $\vartheta_R = 0,30$, $Q_0 = 7,8$ барн. Параметр $1/2J = 13,4$ кэв для полосы $7/2^-$ [514] и $14,9$ кэв для полосы $9/2^+$ [624]

J^π	Амплитуды смешивания C_K^I			$a(I)$	$\mathcal{E}(I)$, кэв		μ_I , [μ_N]	$\varepsilon_R^{\text{eff}}$	$B(M1) \frac{3}{2} \times 100$, [μ_N]	δI^{23*}	λ_I	
	[523] ↓ [512] ↑ [514] ↓ [505] ↓				теор.	эксп. *					теор.	эксп. 4*
$7/2^-$	0,055	0,044	0,998	-0,23	0	0	0,92	0,26	0,065	28,9	—	—
$9/2^-$	0,079	0,067	0,994	-0,48	111	113,0	1,24	0,27	0,093	30,5	—	—
$11/2^-$	0,102	0,087	0,990	-0,71	246	249,7	1,54	0,27	0,104	32,8	4,2	4,0 (4)
$13/2^-$	0,123	0,106	0,985	-0,91	406	409,4	1,85	0,27	0,106	35,7	9,9	7,0 (1,0)
$15/2^-$	0,143	0,124	0,979	-1,10	590	591,3	2,15	0,28	0,103	39,2	17,2	17,3 (3,3)
$17/2^-$	0,163	0,142	0,972	-1,29	799	794,4	2,45	0,28	0,107	43,4	26,2	—
$19/2^-$	0,181	0,159	0,965	-1,46	1033	1017,7	2,74	0,28	0,109	48,1	36,8	—
$21/2^-$	0,199	0,176	0,957	-1,63	1291	1260,3	3,04	0,28	0,100	48,1	49,2	—
J^π	Амплитуды смешивания C_K^I			$a(I)$	$\mathcal{E}(I)$, кэв		μ_I , [μ_N]	$\varepsilon_R^{\text{eff}}$	$B(M1) \frac{2}{2}$, [μ_N]	$\delta I^2 \times 10$	λ_I	
	[642] ↑ [633] ↓ [624] ↑ [615] ↑				теор.	эксп. *					теор.	эксп. 4*
$9/2^+$	0,032	0,199	0,979	0,90	321	321,3	-0,80	0,17	0,11	1,27	—	—
$11/2^+$	0,058	0,277	0,949	-2,02	424	429,6	-0,41	0,19	0,19	1,26	0,36	0,35 (4)
$13/2^+$	0,083	0,352	0,920	-2,84	551	553,1	-0,04	0,20	0,25	1,27	0,83	0,81 (8)
$15/2^+$	0,107	0,374	0,893	-3,47	703	708,4	0,31	0,21	0,29	1,22	1,45	1,42 (14)
$17/2^+$	0,131	0,409	0,868	-3,97	881	882,8	0,65	0,22	0,32	1,29	2,05	1,95 (20)
$19/2^+$	0,154	0,437	0,845	-4,36	1086	1086,9	0,98	0,22	0,35	1,12	3,15	3,35 (42)
$21/2^+$	0,177	0,460	0,823	-4,71	1319	1301,3	1,30	0,23	0,35	1,12	—	—

* Данные работы [99].

2* Экспериментальное значение [103] $B(M1, 9/2^- \rightarrow 7/2^-) = 0,073(3) \cdot 10^{-2} \mu_N^2$.3* Экспериментальное значение [99] $\delta_9^2/2 = 22,8(1,9)$.

4* Данные работы [104].

Взаимодействие Кориолиса сильно возмущает правила Алага для $E1$ -переходов между уровнями ротационных полос с $|\Delta K| = 1$. Неадиабатическая модель позволяет провести беспараметри-

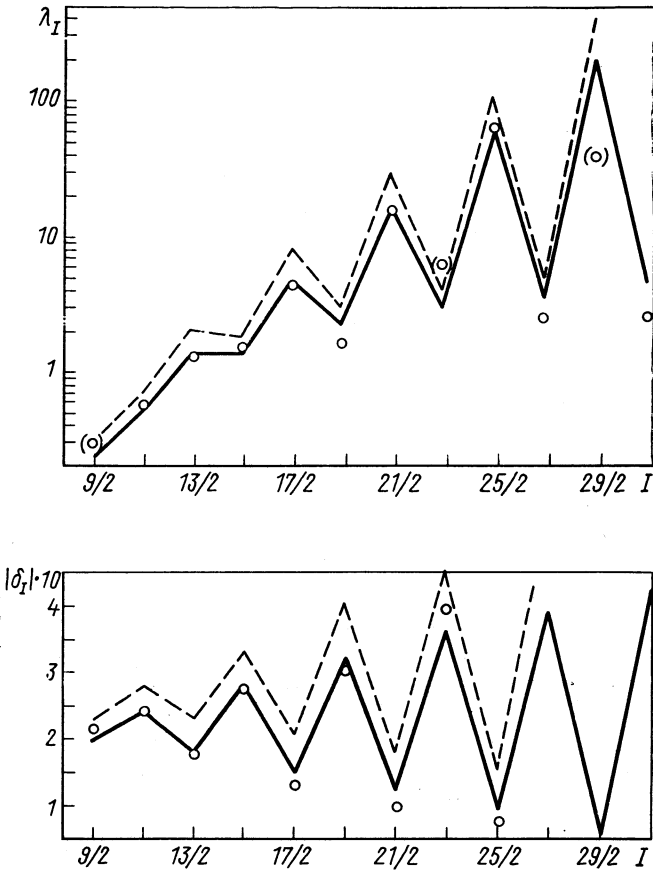


Рис. 7. Зависимость λ_I и $|\delta_I|$ от спина в ротационной полосе основного состояния ядра ^{161}Dy :

○ — экспериментальные данные [84] (в скобках приведены ненадежные данные); — — — расчетные данные (соответствуют результатам табл. 2); — — — адиабатическая оценка

ческое описание (рис. 8) этих эффектов, как указывалось в разд. 8. Как видно, удается удовлетворительно объяснить наблюдаемое отклонение от правил Алага, достигающее трех порядков величины *. Однако только учет взаимодействия Кориолиса не позво-

* Отметим, что при описании $E1$ -переходов важно аккуратно учитывать эффекты блокировки в спаривательном взаимодействии в нечетных ядрах, что и делалось в настоящей работе.

ляет в общем случае получить правильную абсолютную величину $B(E1)$. Здесь важное значение приобретает взаимодействие квази-частиц с октупольными колебаниями остова (см., например, работу [58]). Определенную роль могут играть также эффекты, обусловленные ротационной неинвариантностью самосогласованного поля деформированных ядер в импульсном пространстве, т. е.

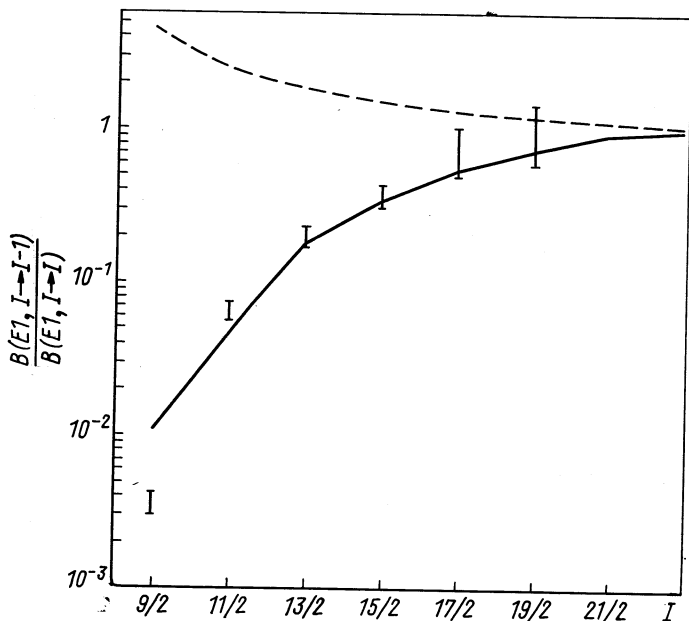


Рис. 8. Отношение приведенных вероятностей $E1$ -переходов между уровнями ротационных полос на состояниях $7/2^-$ [514] и $9/2^+$ [624] в ядре ^{177}Hf :

— — — адиабатическое приближение (правила Алага); — — — неадиабатические расчеты (по результатам табл. 3); I — экспериментальные данные с погрешностью [58].

наличие духового состояния среди внутренних возбуждений с $K^\pi = 1^-$ в четно-четных ядрах, которое соответствует движению центра инерции ядра [40]. Учет последних эффектов можно провести с помощью метода, развитого в работе [42].

Вращательные спектры, динамические эффекты. В настоящем обзоре не ставили целью дать полную систематику расчетов вращательных спектров в неадиабатическом подходе. Результаты таких расчетов содержатся во многих работах. Здесь же приведем только некоторые новые результаты с целью демонстрации эффективности использования неадиабатической модели. В табл. 2—5

Таблица 4

Характеристики ротационной полосы с положительной четностью в ядре ^{16}O .

Расчеты проведены с параметрами $\beta_{20} = 0,324$, $\beta_{40} = 0,04$, $\Delta_n = 1,1$ Мэв, $1/2J = 15$ кэв, $g_R^0 = 0,30$ и $Q_0 = 8,3$ бари

J^π	Амплитуды смешивания S_K^I						$a(I)$	$\mathcal{E}(I)$, кэв		μ_I^+ , [μ_N]	g_R^{eff}	$B(M1) \times$ $\times 100,$ [μ_N]	δ_I^2	λ_I	
	[660] \uparrow	[400] \uparrow	[402] \downarrow	[651] \uparrow	[642] \uparrow	[633] \uparrow		[624] \uparrow	теор.						эксп. *
5/2 ⁺	0,212	0,093	0,251	-0,453	0,824	-	-	4,56	213	213	-0,96	-0,35	-	-	
7/2 ⁺	0,131	0,057	0,271	-0,470	0,815	0,146	-	-5,12	219	217	-0,63	0,01	0,12	-	
9/2 ⁺	0,361	0,155	0,312	-0,519	0,674	0,160	0,012	7,77	189	189	-0,62	0,02	-	-	
11/2 ⁺	0,162	0,070	0,300	-0,497	0,761	0,227	0,026	-6,39	298	297	-0,09	0,12	0,71	1,46	
13/2 ⁺	0,440	0,185	0,326	-0,524	0,597	0,187	0,025	8,77	273	268	-0,11	0,12	-	-	
15/2 ⁺	0,178	0,076	0,311	-0,501	0,734	0,273	0,044	-6,91	484	509	0,50	0,16	1,04	0,77	
17/2 ⁺	0,487	0,202	0,329	-0,520	0,551	0,198	0,034	9,20	469	466	0,46	0,15	-	-	
19/2 ⁺	0,186	0,079	0,315	-0,500	0,716	0,304	0,061	-7,19	807	849	1,09	0,21	1,25	1,67	
21/2 ⁺	0,517	0,213	0,330	-0,515	0,520	0,204	0,042	9,42	781	785	1,04	0,17	-	-	
23/2 ⁺	0,191	0,080	0,317	-0,497	0,704	0,329	0,077	-7,37	1238	1308	1,69	0,21	1,72	2,64	
25/2 ⁺	0,537	0,220	0,329	-0,510	0,499	0,208	0,048	9,56	1211	1208	1,63	0,19	-	-	

* Данные работ [79, 105].

Таблица 5

Характеристики ротационной полосы на состоянии 7/2- [743] в ядре ^{235}U . Расчеты проведены с параметрами $\beta_{20} = 0,22$, $\beta_{40} = 0,08$, $\Delta_n = 0,38 \text{ Мэв}$, $1/2J = 7 \text{ кэв}$, $\vartheta_R^0 = 0,20$, $Q_0 = 10 \text{ барн}$

Jπ	Амплитуды смешивания S_K^L				a (J)	ℳ (J), кэв		μ_T , [μ_N]	$\varepsilon_R^{\text{eff}}$	$B(M1) \times 10$, [μ_N^2]	$B(E2)$, [$e^2\text{бэ}^2$]	δ_I^2	λ_I	
	[761] †	[752] †	[743] †	[734] †		[725] †	теор.							эксп. *
7/2-	0,007	0,095	0,995	—	—	0	0	—0,26	0,14	—	—	—	—	
9/2-	0,014	0,130	0,982	0,126	—	45	46,3	$\sim 10^{-3}$	0,14	0,36	3,33	0,13	—	
11/2-	0,021	0,176	0,968	0,178	0,012	101	103,1	0,23	0,14	0,57	3,37	0,13	0,48	
13/2-	0,029	0,207	0,953	0,219	0,021	168	170,7	0,45	0,15	0,71	2,90	0,13	1,12	
15/2-	0,037	0,235	0,938	0,252	0,030	246	249,1	0,66	0,15	0,81	2,42	0,13	1,91	
17/2-	0,046	0,260	0,923	0,278	0,039	337	338,7	0,86	0,15	0,88	2,01	0,13	2,74	
19/2-	0,055	0,282	0,908	0,300	0,048	438	438,5	1,06	0,15	0,94	1,68	0,13	3,85	
21/2-	0,064	0,302	0,895	0,318	0,056	554	550,4	1,25	0,16	0,99	1,42	0,13	5,15	
23/2-	0,073	0,321	0,881	0,333	0,065	681	670,9	1,45	0,16	1,03	1,21	0,13	6,41	
25/2-	0,082	0,338	0,869	0,345	0,073	821	804,9	1,65	0,16	1,06	1,04	0,13	8,09	

* Данные работы [77].

даны амплитуды K -смешивания внутренних состояний *, значения обобщенного параметра развязывания, вычисленные энергии и электромагнитные моменты. Характерной для всех полос является заметная величина параметра $a(I)$, хотя ни одна из полос не строится на состоянии с $K = 1/2$. Именно это и обуславливает существенное различие значений J и J^{eff} , а также приводит к дублетной структуре вращательных спектров, которая отчетливо проявляется при больших значениях угловых моментов.

Все спектры вычислены в статическом подходе, т. е. в предположении постоянства значений параметров J , Δ , g_R^0 и Q_0 в полосе. Расчеты показывают, что чем сильнее взаимодействие Кориолиса, тем лучше результаты дает такой подход при высоких спинах. В слабо смешанных вращательных полосах динамические эффекты проявляются при более низких значениях спина. Физически этот результат понятен, так как взаимодействие Кориолиса внешнего нуклона с остовом противодействует развитию динамических эффектов в самом остове [48].

Если оба процесса рассмотреть в рамках теории возмущений, то в нижайших порядках такая конкуренция приводит к изменению знака параметра B [формула (17)] в нечетных ядрах по сравнению с четно-четными ядрами [74]. Однако при сильном взаимодействии Кориолиса теория возмущений становится неприменимой и необходимо решать динамические уравнения типа (63). В качестве внутренней энергии ядра в этом случае используется обычное выражение в модели со спариванием и с учетом кориолисова смешивания состояний (причем парное взаимодействие заменяется парным полем), т. е. **

$$\sum_K \mathcal{E}_K (C_K^I)^2 \equiv U_0 + \sum_K E_K (C_K^I)^2; \quad (74)$$

$$U_0 = 2 \sum_{\nu > 0} (\epsilon_\nu - \lambda) v_\nu^2 - 2\Delta \sum_{\nu > 0} u_\nu v_\nu + \Delta^2/G + \lambda N, \quad (74a)$$

где N — число частиц в системе; E_K — одноквазичастичные энергии. Полная энергия ядра в состоянии со спином I имеет вид (12). В качестве момента инерции остова J используется обычное выражение в крэнкинг-модели, умноженное на некоторый масштабный фактор γ , подбираемый из условия наилучшего описания наблюдаемого спектра:

$$J \equiv (\gamma/2) \sum_{\substack{\nu, \nu' > 0 \\ (n, p)}} [j_{\nu\nu'}^2 L_{\nu\nu'}^2 / (E_\nu + E_{\nu'})]. \quad (75)$$

* Приведены только максимальные амплитуды. Внутренние состояния обозначаются с помощью асимптотических квантовых чисел $[Nn_z\Lambda] \Sigma$.

** Записаны выражения для нечетной системы. Для четной системы внутренняя энергия описывается просто выражением U_0 .

Таблица 6

Результаты решения динамических уравнений (76) для ротационной полосы основного состояния $1s_1\text{Dy}$.
 В основном состоянии $\Delta_n = 0,59 \text{ Мэв}$, $\Delta_p = 0,95 \text{ Мэв}$, $T = 40,6 \text{ Мэв}^{-1}$

$I\pi$	$\mathcal{E}(I) - \mathcal{E}(5/2),$ кэв	$1/2J_{\text{eff}},$ кэв	$\delta U_0^*,$ кэв	$\delta E_{2^*},$ кэв	$1/2J_{\text{eff}}^{\text{rot}},$ кэв	$\frac{J(I) - J(5/2)}{J(5/2)}$	$\left[\frac{\Delta(I) - \Delta(5/2)}{\Delta(5/2)}\right]_n$	$\left[\frac{\Delta(I) - \Delta(5/2)}{\Delta(5/2)}\right]_p$	$[\lambda(I) - \lambda(5/2)] n,$	$[\lambda(I) - \lambda(5/2)] p,$
5/2+	0	6,71	-0,14	7,28	-0,43	0	0	0	0	0
7/2+	47	6,89	0,22	9,56	-2,89	-0,02	0,03	0	11	0
9/2+	109	7,18	-0,09	5,45	1,82	-0,04	0,07	0	32	1
11/2+	188	6,84	0,54	3,15	3,15	-0,04	0,06	0	26	2
13/2+	277	8,60	-0,20	-4,73	13,53	-0,06	0,10	0	55	2
15/2+	406	6,58	0,29	7,53	-1,24	-0,03	0,05	0	32	1
17/2+	518	9,95	0,32	-6,68	16,31	-0,06	0,10	-0,02	68	9
19/2+	707	6,29	-0,14	6,95	-0,52	-0,01	0,01	-0,01	32	8
21/2+	839	10,57	1,61	-7,87	16,83	-0,04	0,07	-0,04	74	20
23/2+	1082	6,42	-1,00	6,80	0,32	-0,05	-0,07	-0,04	29	20
25/2+	1235	10,04	5,96	-10,59	14,67	-0,01	0	-0,07	72	34
27/2+	1507	6,72	-3,69	8,03	2,38	0,21	-0,27	-0,07	19	36
29/2+	1701	—	—	—	—	0,08	-0,12	-0,09	65	45

* $\delta U_0 \equiv [U_0(I+1) - U_0(I)]/I^2(I+1)$.

** $\delta E \equiv [1/I^2(I+1)] \sum_K [E_K(I+1)(C_K^{I+1})^2 - E_K(I)(C_K^I)^2]$.

Введение масштабного фактора γ связано с тем, что обычно вычисленные в крэнкинг-модели значения моментов инерции оказываются на 10—15% меньше экспериментальных [43].

Полная энергия ядра $\mathcal{E}(I)$ минимизируется по величинам $\Delta_{(n, p)}$; $\lambda_{(n, p)}$ и C_K^I , т. е. решается система вариационных уравнений

$$\partial \mathcal{E}(I) / \partial \Delta_{(n, p)} = 0; \quad \partial \mathcal{E}(I) / \partial \lambda_{(n, p)} = 0; \quad \partial \mathcal{E}(I) / \partial C_K^I = 0 \quad (76)$$

с условием нормировки (9).

Результаты решения уравнений (76) для вращательной полосы основного состояния ядра ^{161}Dy , проведенного при значении $\gamma = 1,15$, приведены в табл. 6. Даны вычисленные энергии, значения эффективного вращательного параметра $1/2J^{\text{eff}}$ [уравнение (40)] и вклады в него, возникающие при вариации отдельных членов правой части (74) (величины δU_0 и δE , соответственно), и вращательной энергии ($1/2J_{\text{rot}}^{\text{eff}}$). Кроме того, приведены результаты, характеризующие поведение момента инерции (75), щели и химического потенциала в полосе.

Как видно, решение уравнений (76) дает примерно такое же количественное описание вращательных энергий, что и статический подход. Динамические эффекты в значениях момента инерции и щели становятся заметными только при значениях $I \gtrsim 27/2$. До спина $I = 21/2$ щель Δ_n слегка растет даже по сравнению со значением в основном состоянии, т. е. взаимодействие Кориолиса нечетного нуклона с остовом преобладает по сравнению с анτισпаривательными эффектами в самом остове. Поэтому потенциальная энергия остова U_0 слабо меняется вплоть до высоких значений спина, так же слабо меняется и момент инерции остова. Средние значения $\overline{\Delta_n(I)}$ и $\overline{J(I)}$ хорошо согласуются со значениями параметров, использованных в статических расчетах (см. табл. 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Здесь была рассмотрена возможность описания ротационных полос вплоть до высоких значений спина в нечетных атомных ядрах в рамках полуфеноменологической неадиабатической модели, использующей небольшое число коллективных параметров. Основное предположение модели касается формы гамильтониана (3), которую в общем случае можно использовать и для описания вращательных полос на основном и возбужденных состояниях четно-четных ядер [70, 71]. Связь такой формы гамильтониана с уравнениями метода самосогласованного поля обсуждалась в работе [71]. Произвол в выборе конфигурационного пространства, в котором действует оператор внутреннего момента j , сводится к определению набора одночастичных состояний, связанных взаи-

модействием Кориолиса. С этой точки зрения определение момента \mathbf{j} является динамическим, зависящим от характеристик конкретно рассматриваемой ротационной полосы. Величину вращательного параметра $1/(2J)$ нельзя самосогласованно вычислить внутри модели. В общем случае J не является эффективным моментом инерции системы в обычном смысле крэнкинг-модели. Связь с крэнкинг-моделью можно получить только в случае слабой неадиабатичности. Пока представляется неясным, как происходит выделение вращательной части (3) из общего многочастичного микроскопического гамильтониана, хотя уже сделан ряд конструктивных шагов в этом направлении (см., например, работы [7—9]).

В рамках неадиабатической модели были проведены многочисленные расчеты вращательных спектров и электромагнитных моментов в нечетных ядрах и получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными вплоть до высоких значений углового момента.

Определенными ограничениями модели являются пренебрежение остаточными квадрупольными и октупольными силами, а также предположение об аксиальной симметрии ядер. Снятие первого ограничения — чисто техническая проблема, для этого необходимо просто использовать базис внутренних состояний, развитый, например, в работах [20, 25]. Динамическая неаксиальность ядер может развиваться при высоких угловых моментах. Эти эффекты приближенно исследовались в работах [13, 106, 107], в которых учитывалась эффективная неаксиальность.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность С. Т. Беляеву, О. Бору, З. Бохнацки, С. Валборну, Ф. А. Гарееву, Р. В. Джолосу, В. Г. Зелевинскому, Ю. Майеру, Л. Мюнхову, И. М. Павличенкову, В. Г. Соловьеву, С. Фрауендорфу и участникам семинара по теории ядра за многочисленные обсуждения неадиабатической модели. Мы признательны И. Н. Михайлову за ряд критических замечаний. Благодарим также Х. Шульца и С. П. Иванову за предоставление ряда программ численных расчетов, С. И. Габракова за помощь в проведении расчетов и Х. Штрусного за предоставление некоторых экспериментальных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grover J. R. Phys. Rev., 1967, 157, 832.
2. Bohr A., Mottelson B. R. Nuclear Structure. V. II, ch. 4, 1973.
3. Sorensen R. K. Report at the Symposium on High-Spin Nuclear States, Stockholm, 1972.
4. Bohr A. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. Selskab, 1952, 26, No. 14 [ПСФ, 1955, 9, 9].
5. Bohr A., Mottelson B. R. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1953, 27, No. 16; [ПСФ, 1955, 9, 34].

6. Bohr A. Rotational States of Atomic Nuclei, Copenhagen, 1954; [ПСФ, 1956, 1, 5].
7. Marshalek E. R., Weneser J. Ann. Phys., 1969, 53, 569.
8. Зелевинский В. Г. Материалы VII зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1972, ч. II, Л., Физ.-техн. ин-т АН СССР, 1972.
9. Беляев С. Т. Структура ядра. Лекции международной школы, Алушта, 1972, ОИЯИ Д-6465, Дубна, 1972, с. 491. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г. «Ядерная физика», 1973, 17, 525.
10. Михайлов И. Н., Наджаков Е., Караджов Д. ЭЧАЯ, 1973, 4, вып. 2, с. 312.
11. Vogel P. Phys. Lett., 1970, 33B, 400.
12. Stephens F. S. e.a. Phys. Rev. Lett., 1972, 29, 438.
13. Давыдов А. С. Возбужденные состояния атомных ядер. Гл. IV. М., Атомиздат, 1967.
14. Pyatov N. I., Chernej M. I., Vaznat M. I. JINR E4-5468, Dubna, 1970.
15. Kerman A. K. Nucl. Reactions, v. 1, eds P. M. Endt, M. Demeur. ch. X. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1959. [Пер. в сб.: Ядерные реакции. Т. I. М., Госатомиздат, 1962, с. 411.]
16. Nilsson S. G. Mat. fis. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1955, 29, No. 16. В сб.: Деформация атомных ядер. М., Изд-во иностр. лит., 1958, с. 232.
17. Немировский П. Э., Чепурнов В. А. «Ядерная физика», 1966, 3, 998.
18. Гареев Ф. А. и др. ЭЧАЯ, 1972, 4, вып. 2, с. 357; Гареев Ф. А., Иванова С. П., Калинин Б. Н. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1968, 32, 1960; Gareev F. A. e.a. Nucl. Phys., 1971, A171, 134.
19. Ogle W. e.a. Rev. Mod. Phys., 1971, 43, 424; Ehrling G., Wahlborn S. Phys. Scripta, 1972, 6, 94.
20. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. Гл. 4, 9. М., «Наука», 1971.
21. Kerman A. K. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1956, 30, No. 15.
22. Reich C. W., Bunker M. E. Nuclear Structure, Dubna Symposium 1968. IAEA, Vienna, 1968, p. 119.
23. Бор О., Мотгельсон Б. «Атомная энергия», 1963, 14, 41.
24. Дзелепов Б. С., Драницына Г. Ф., Михайлов В. М. Свойства деформированных ядер с $K = 1/2$. Л., «Наука», 1971.
25. Малов Л. А., Соловьев В. Г., Файнер У. М. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1969, 33, 1244. Соловьев В. Г., Федотов С. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, 34, 706.
26. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем. Гл. III. М., «Наука», 1965.
27. Voshnacki Z., Ogasa S. Nucl. Phys., 1965, 69, 186; Ibid., 1966, 83, 619; Чернышев А. С., Рапопорт Л. П. «Ядерная физика», 1968, 7, 309.
28. Кулиев А. А., Пятов Н. И. «Ядерная физика», 1969, 9, 313, 955.
29. Боголюбов Н. Н. ЖЭТФ, 1958, 34, 58.
30. Габраков С. И., Кулиев А. А., Пятов Н. И. «Ядерная физика», 1972, 12, 82.
31. Gabrakov S. I., Kuliev A. A., Pyatov N. I. JINR E4-4908, Dubna, 1970.
32. Gabrakov S. I. e.a. Nucl. Phys., 1972, A182, 625.
33. Михайлов В. М., Погосян В. В. «Ядерная физика», 1972, 16, 289.
34. Бирбраир Б. Л., Николаев К. Н. «Ядерная физика», 1971, 14, 705.
35. Bowman C. D. e.a. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1302.
36. Pitthan R., Walcher Th. Zeitschrift für Naturforschung, 1972, 27a, 1683.
37. Vaznat M. I., Chernej M. I., Pyatov N. I. JINR, E4-6265, Dubna, 1972.
38. Vaznat M. I., Pyatov N. I., Chernej M. I. Report at the Symposium on High-Spin Nuclear States, Stockholm, 1972; Phys. Scripta, 1972, 6, 227.
39. Belyaev S. T. Mat.-fys. medd. Kgl. danske. vid. Selskab, 1959, 31, No. 11.
40. Бирбраир Б. Л. «Ядерная физика», 1967, 5, 746. Birbrair B. L. Nucl. Phys., 1968, A108, 449.
41. Михайлов В. М. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1970, 34, 840.
42. Пятов Н. И., Черней М. И. «Ядерная физика», 1972, 16, 931.

43. Prior O., Boehm F., Nilsson S. G. Nucl. Phys., 1968, A110, 257.
44. Bunker M. E., Reich C. W. Rev. Mod. Phys., 1971, 43, 348.
45. Джелелов Б. С. Структура сложных ядер. М., Атомиздат, 1966, с. 189.
46. Cheifetz E. e.a. Proc. Leysin Conf., CERN 70-30, V. 2. Geneva, 1970, p. 883; Leigh J. R., Stephens F. S., Diamond R. M. Ann. Report 1969, UCRL-19530, p. 33. Saethre e.a. Preprint, 1972.
47. Alder K. e.a. Rev. Mod. Phys., 1956, 28, 432 [В сб.: Деформация атомных ядер. М., Изд-во иностр. лит., 1958, с. 9].
48. Пятов Н. И., Черней М. И. ОИЯИ Р4-4966, Дубна, 1970.
49. Базнат М. И., Пятов Н. И., Черней М. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, 36, 789.
50. Гринь Ю. Т., Павличенков И. М. ЖЭТФ, 1961, 41, 954.
51. Хрынкевич А., Огаза С. Структура сложных ядер. М., Атомиздат, 1966, с. 272.
52. Grodzins L. Ann. Rev. Nucl. Sci., 1968, 18, 291; УФН, 1971, 103, 37.
53. Baznat M. I., Chernej M. I., Pyatov N. I. Phys. Lett., 1970, 31B, 192.
54. Nathan O., Nilsson S. G. Alpha-, Beta-, and Gamma-Ray Spectroscopy, Ed. K. Siegbahn. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1965, ch. X [Пер. в сб.: Альфа-, Бета- и Гамма-спектроскопия. Вып. 2. М., Атомиздат, 1969, гл. 10].
55. Alaga G. e.a. Mat.-fys. medd. Kgl. danske vid. selskab, 1955, 29, No. 9; ПСФ, 1956, 1, 80.
56. Гринь Ю. Т., Павличенков И. М. ЖЭТФ, 1964, 47, 1847.
57. Михайлов В. М. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1966, 30, 1334.
58. Bernthal F. M., Rasmussen J. O. Nucl. Phys., 1967, A101, 513.
59. Гринь Ю. Т. «Ядерная физика», 1967, 6, 1181.
60. Черней М. И., Овсянников В. Д. «Ядерная физика», 1969, 10, 262.
61. Chernej M. I., Baznat M. I., Pyatov N. I. JINR E4-5550, Dubna, 1970.
62. Mottelson B. R., Valatin J. G. Phys. Rev. Lett., 1960, 5, 511.
63. Гринь Ю. Т. ЖЭТФ, 1961, 41, 455.
64. Бирбраир Б. Л. Материалы VII зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1972. Ч. II. Л., Физ.-техн. ин-т АН СССР, 1972. Birbair B. L. Phys. Lett., 1972, 39B, 489.
65. Ma C. W., Rasmussen J. O. Phys. Rev., 1970, C2, 798.
66. Kumar K. Report at the Symposium on High-Spin Nuclear States, Stockholm, 1972.— Phys. Scripta, 1972, 6, 270.
67. Mottelson B. R. Proc. Nucl. Str. Sym. on the Thousand Lakes (Joutsa, 1970). University of Jyväskylä Res. Rep. No. 4, 1971, p. II, p. 148.
68. Гринь Ю. Т., Ларкин А. И. «Ядерная физика», 1965, 2, 40.
69. Johnson A., Ryde H., Hjørth S. A. Nucl. Phys., 1972, A179, 753; Lieder R. M. e.a. Phys. Lett., 1972, 39B, 196; Thieberger P. e.a. Phys. Rev. Lett., 1972, 28, 972; Beuscher H. e.a. Phys. Lett., 1972, 40B, 449; Davidson W. F. e.a. Phys. Scripta, 1972, 6, 251.
70. Stephens F. S., Simon R. S. Nucl. Phys., 1972, A183, 257.
71. Krumlind J., Szymanski Z. Phys. Lett., 1971, 36B, 157; Report «P» No. 1419/VII/PL, Warszawa, 1972.
72. Chan K. Y., Valatin J. G. Nucl. Phys., 1966, 82, 222.
73. Черней М. И., Пятов Н. И., Келоглу В. Ю. Препринт ОИЯИ, Д6-5783, Дубна, 1971, с. 4.
74. Hamamoto I., Udagawa T. Nucl. Phys., 1969, A126, 241.
75. Broockmeier R. T. e.a. Nucl. Phys., 1965, 63, 102.
76. Bunker M. E., Reich C. W. Phys. Lett., 1967, 25B, 396.
77. Stephens F. S. e.a. Nucl. Phys., 1968, A115, 129.
78. Hansen P., Hornshøj P., Johansen K. H. Nucl. Phys., 1969, A126, 464.
79. Hjørth S. A. e.a. Nucl. Phys., 1970, A144, 513.
80. Løvhaiden G. e.a. Nucl. Phys., 1970, A148, 657.
81. Selin E., Hjørth S. A., Ryde H. Phys. Scripta, 1970, 2, 181.

82. Kanestrøm I., Løvholden G. Nucl. Phys., 1971, A160, 665.
83. Winter G. e.a. Nucl. Phys., 1971, A176, 609.
84. Hjørth S. A., Johnson A., Ehrling G. Nucl. Phys., 1972, A184, 113.
85. Lindblad Th., Ryde H., Barneoud D. Nucl. Phys., 1972, A193, 155.
86. Klamra W. e.a. Ann. Report 1971, AFI Stockholm, p. 30; Nucl. Phys., 1973, A199, 81.
87. Frauendorf S., May F.-R., Münchow L. Gemeinsamer Jahresbericht 1971, ZFK-223, Rossendorf, p. 112; Preprint ZFK, 1972.
88. Volkov A. B. Phys. Lett., 1972, 41B, 1, Gregory P. R., Taylor T. Phys. Lett., 1972, 41B, 122.
89. Черней М. И., Pyatov N. I. JINR E4-4523, Dubna, 1969.
90. Stephens F. S. Proc. Int. Conf. on Properties of Nuclear States, Montreal, 1969 (Les Presses de L'Universite de Montreal, 1969), p. 127.
91. Kemnitz P. e.a. Preprint ZFK, Rossendorf, 1972. Nucl. Phys. (to be published).
92. Базнат М. И., Пятов Н. И., Черней М. И. В сб.: Квантовая теория многочастичных систем. Кишинев, «Штиинца», 1973, с. 27.
93. Пятов Н. И. Структура ядра. Лекции Междунар. школы, Алушта, 1972. ОИЯИ Д-6465, Дубна, 1972, с. 205.
94. Bohr A., Mottelson B. R. Nuclear Structure. V. 1, ch. 3. Ed. W. A. Benjamin, Inc., N.Y., 1969. Пер. Бор О., Моттelson Б. Структура ядра. Пер. с англ. М., «Мир», 1971, т. I, гл. III.
95. Shirley V. S. Hyperfine Interactions in Excited Nuclei. Eds. G. Goldring., R. Kalish. V. 4. Gordon and Breach, N.-Y., 1971, p. 1255.
96. Pratt W. P. e.a. Phys. Rev., 1970, C2, 1499.
97. Krane K. S. e.a. Phys. Rev., 1971, C4, 1942.
98. Lindgren I. e.a. Proc. Symp. on Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability, Leysin, 1970. CERN 70-30, Geneva, 1970, v. 1, p. 387; Rosen A., Niquvist H. Phys. Scripta, 1972, 6, 24; Ekstrom C. Private communication.
99. Hübel H. e.a. Nucl. Phys., 1969, A127, 609.
100. Hübel H. e.a. Phys. Rev., 1970, C1, 1845.
101. Hagemann G. B., Tveter A. Phys. Lett., 1968, 26B, 136.
102. Ashery D. e.a. Nucl. Phys., 1967, A101, 51.
103. Holmberg L. e.a. Phys. Scripta, 1972, 6, 177.
104. Haverfield A. J., Bernthal F. M., Hollander J. M. Nucl. Phys., 1967, A94, 337.
105. Абдумаликов А. А. и др. Препринт ОИЯИ, 6-4393, Дубна, 1969, Адам И. и др. Тезисы XXIII совещания по ядерной спектроскопии, Тбилиси, 1973, М.—Л., «Наука», 1973, с. 89.
106. Пашкевич В. В., Сардарян Р. А. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1964, 28, 1188.
107. Кашуба И. Е., Овчаренко В. И. Препринт ИТФ-68-58, Киев, 1968.