

УДК 539.172.13

## ЭФФЕКТЫ СМЕШИВАНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ В РЕАКЦИИ ОДНОНУКЛОННЫХ ПЕРЕДАЧ

*Е. Банг\**, *В. Е. Бунаков\*\**,  
*Ф. А. Гареев*, *Г. Шульц\*\*\**

Объединенный институт ядерных  
исследований, г. Дубна

Рассмотрено современное состояние теории реакций однонуклонных передач на связанные и несвязанные уровни конечного ядра. Описаны различные методы решения уравнения на форм-факторы реакций однонуклонных передач в рамках различных модельных представлений о структуре ядра. Показано, что эффекты смешивания конфигураций и учета непрерывного спектра могут играть значительную роль.

The present situation is considered in the one-nucleon transfer reactions to the bound and unbound states of residual nuclei. A number of methods are described of solving the formfactor equations in the framework of different structural nuclear models. The effects of configuration mixing including the continuum are shown to be of importance.

### ВВЕДЕНИЕ

Реакции прямой передачи нуклонов (срыва и подхвата) занимают особое место среди прочих ядерных реакций. Характерные особенности их углового распределения и энергетической зависимости позволили очень давно выделить их в особый класс по чисто экспериментальным признакам. Относительная простота механизма позволила создать достаточно полную теорию этих реакций еще 20 лет назад [1]. Тогда же выяснилось, что реакции срыва и подхвата позволяют очень простым путем извлекать спектроскопическую информацию о конкретных уровнях ядра. Уже на этом этапе удалось получить много ценных сведений, которые уточнили наши представления о модели оболочек и позволили

\* Институт Н. Бора, г. Копенгаген, Дания.

\*\* Ленинградский институт ядерной физики АН СССР.

\*\*\* Центральный институт ядерных исследований, г. Россендорф, ГДР.

перейти к ее количественному описанию. Развитие идеи оптического потенциала привело к созданию метода искаженных волн и дало возможность уточнить существовавшую теорию данных реакций. С этого момента реакция прямой передачи стала единственным процессом с перераспределением нуклонов сталкивающихся частиц, для которого возможно вычислять абсолютные значения сечений почти с той же точностью, с которой даются экспериментальные данные. В свою очередь, это позволило проверить с помощью реакций прямой передачи количественные предсказания более сложных спектроскопических моделей. Можно утверждать, что изучение реакций срыва и подхвата за последние 20 лет дало ядерной спектроскопии больше, чем изучение всех остальных реакций перераспределения, вместе взятых.

К сожалению, большая простота теории всегда связана с большим числом приближений. Поэтому теория процессов прямой передачи находится в таком же положении, в каком была в недалеком прошлом модель оболочек: число чисто теоретических аргументов против нее превосходит число аргументов в ее пользу. Однако можно надеяться, что развиваемые сейчас методы теории реакций послужат для нее обоснованием, так же как теория ферми-жидкости для модели оболочек. Пока что существующие и практически используемые методы можно считать полуфеноменологическими. В последнее время ядерная спектроскопия смещается в область высоковозбужденных состояний ядер [2]. Поэтому практический интерес представляет сейчас вопрос: в какой мере и как необходимо модифицировать существующие методы расчета реакций передачи, чтобы использовать полученную из них информацию для описания структуры высоковозбужденных состояний ядер. В настоящем обзоре попытаемся дать ответ на этот вопрос, используя наиболее современные методы теории реакций и ядерной спектроскопии.

Сначала сформулируем несколько основных предположений, которые позволяют получать численную информацию по экспериментальным данным о реакциях прямой передачи нуклонов. Для большей ясности методического изложения будем всюду в дальнейшем говорить о реакции дейтонного срыва  $A(d, p)B$ . Переход к описанию процесса подхвата осуществляется тривиально, если воспользоваться принципом детального равновесия. Формальное обобщение на случай более сложных падающих частиц с передачей большего числа нуклонов также не представляет трудностей, хотя простота и реалистичность картины дейтонного срыва могут быть существенно утрачены при таком формальном переходе, так как эти случаи содержат специфические трудности, связанные со сложной структурой самих налетающих частиц и их взаимодействий с ядрами  $A$  и  $B$ . Вопросы же, существующие в теории дейтонного срыва, необходимо решать и в случае более сложных частиц.

Итак, рассмотрим амплитуду процесса  $A(d, p)B$ . Уравнение Липмана—Швингера позволяет записать ее в форме:

$$T = \langle \Phi_f | V_f | \Psi_i \rangle. \quad (1)$$

Здесь полная волновая функция  $\Psi_i$ , волновая функция конечного состояния  $\Phi_f$  и взаимодействие в конечном состоянии определяются уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} H\Psi_i &= (T_n + T_p + V_{np} + V_{nA} + V_{pA} + H_A) \Psi_i = E\Psi_i; \\ H_f\Phi_f &= (T_n + T_p + V_{pA} + H_A + V_{nA}) \Phi_f = \\ &= (T_p + V_{pA} + H_B) \Phi_f = E\Phi_f; \\ V_f &= H - H_f = V_{np}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Приближения, используемые в практических расчетах срыва, делятся на две группы: одна из них связана с механизмом реакции, другая — со структурой начального и конечного состояний ядер  $A$  и  $B$ . Первая группа приближений состоит в замене волновых функций  $\Phi_f$  и  $\Psi_i$ , определяемых уравнениями (2), на модельные волновые функции:  $\Psi_i$  заменяется функцией  $\Phi_{dA}$ , описывающей рассеяние дейтона на ядре-мишени;  $\Phi_f$  — функцией  $\Phi_{pB}$ , описывающей рассеяние протонов на ядре  $B$ . В простейшем варианте

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{dA} &= \Psi^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d) \Psi_A(\xi) \varphi_d(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|); \\ \Phi_{pB} &= \Psi^{(-)}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p) \Psi_B(\mathbf{r}_n, \xi). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $\Psi_A(\xi)$ ,  $\Psi_B(\mathbf{r}_n, \xi)$  и  $\varphi_d(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|)$  — внутренние волновые функции ядра-мишени, конечного ядра и дейтона соответственно. В качестве волновых функций относительного движения  $\Psi^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d)$  и  $\Psi^{(-)}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p)$  выбираются волновые функции задачи упругого рассеяния в оптическом потенциале. Параметры комплексного оптического потенциала подгоняются для наилучшего описания экспериментов по упругому рассеянию. Амплитуда (1) с таким выбором волновых функций очень напоминает амплитуду процесса в первом борновском приближении. Поэтому приближение (2) именуется Distorted Wave Born Approximation (DWBA) в зарубежной литературе и методом искаженных волн (МИВ) в отечественной. Физический смысл этого приближения ясен: дейтон подлетает к ядру, не возбуждая его, оставляет нейтрон в поле ядра  $A$ , а улетающий протон не действует на образовавшееся ядро  $B$ . Борновский характер амплитуды реакции указывает на то, что связь между дейтонным и протонным каналами рассматривается лишь в первом порядке теории возмущения. При этом будем пренебрегать обратным влиянием протонного канала на дейтонный. Качественно оправдать такой подход можно, если учесть, что прямой процесс происходит в периферической области ядра, где дейтон только слегка «задевает» мишень. В этой области

единственным источником «перекачки» из протонного канала в дейтонный может служить реакция подхвата, вероятность которой сравнима с вероятностью срыва. Поскольку сечение срыва обычно не превышает 10% полного сечения реакции для дейтона, теория возмущения в этом случае работает хорошо. Разумеется, связь между каналами может быть гораздо сильнее во внутренней области ядра, где происходит образование компаунд-системы  $A + d$ . Однако во внутренней области происходит зацепление и других конкурирующих каналов реакции, приводящее к подавлению дейтонной и протонной волновых функций. Наличие таких каналов учитывается феноменологически в амплитуде МИВ введением поглощающей мнимой части в оптические потенциалы дейтона и протона. Это приводит к тому, что вклад в приближенную амплитуду срыва вносит периферическая область ядра, как это и следует из физических соображений. Для того чтобы учесть вклад внутренней области в процесс ( $d, p$ ), идущий через компаунд-ядро, можно использовать теорию Хаузера — Фешбаха. Такой процесс приводит к более или менее изотропному угловому распределению протонов и может конкурировать с прямым механизмом лишь в области больших углов рассеяния протонов. В области характерного механизма углового распределения, свойственного прямым процессам, вклад от процесса через компаунд-ядро обычно незначителен. Разумеется, если амплитуда прямого процесса оказывается по какой-либо причине подавлена, компаунд-процесс делается доминирующим. Однако это всегда можно заметить в экспериментах (по сглаженности угловых распределений и по флуктуации сечений с энергией налетающих дейтонов). За последние годы были предприняты попытки оценить справедливость МИВ. К ним можно отнести строгие решения [3] задачи трех тел ( $n$  и  $p$  в фиксированном потенциале) с сепарабельным потенциалом взаимодействия  $V_{np}$ , а также менее точные, но более практичные методы учета сильной связи дейтонного и протонного каналов [4]. Результаты таких сравнений подтверждают сделанные выше качественные заключения: приближение слабой связи хорошо работает в периферической области (для больших прицельных параметров  $\rho_d$  и  $\rho_p$ ). На языке угловых распределений это означает, что дифференциальное сечение в максимуме при малых углах рассеяния протонов, из которого извлекается количественная информация о структуре, с хорошей точностью описывается методом искаженных волн. Другой способ оценки МИВ — это сравнение теоретических оценок с экспериментальными в тех случаях, когда структура ядер  $A$  и  $B$  предельно проста и известна заранее (например, в срыве на дважды магической мишени  $^{208}\text{Pb}$ ). Из такого критерия следует, что метод искаженных волн позволяет извлекать спектроскопическую информацию с точностью 20—30% [5].

В последнее время приближение искаженных волн стали уточнять, учитывая явно связь между упругими и неупругими каналами рассеяния для дейтонов и протонов [6]. В этом случае волновые функции  $\Phi_{dA}$  и  $\Phi_{pB}$  записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{dA} &= \varphi_d \sum_i \Psi_i^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d) \Psi_{A_i}(\xi); \\ \Phi_{pB} &= \sum_j \Psi_j^{(-)}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p) \Psi_{B_j}(\mathbf{r}_n, \xi). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Здесь  $\Psi_{A_i}$  и  $\Psi_{B_j}$  — волновые функции всевозможных состояний ядра-мишени и конечного ядра. Использование приближения (4) для волновых функций в амплитуде (1) называется в отечественной литературе методом связанных каналов (МСК) или в зарубежной Coupled Channel Born Approximation (ССВА). Подстановка функций (4) в амплитуду позволяет учесть процессы многоступенчатого срыва с предварительным возбуждением ядра  $A$  дейтоном и последующими переходами ядра  $B$  из состояния  $\Psi_{B_j}$  в состояние  $\Psi_{B_j'}$  под действием поля улетающего протона. Такие процессы существенны при срыве на деформированных ядрах, обладающих низколежащими коллективными уровнями. Теорию этих процессов рассмотрим более подробно ниже, а сейчас перейдем к анализу другой группы приближений, используемых в обычных методах расчета прямых реакций, — приближений, связанных со структурой ядер  $A$  и  $B$ . Возвращаясь к приближению искаженных волн (3), запишем амплитуду реакции в виде

$$\begin{aligned} T &= \int d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_p \Psi^{(-)}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p) V_{np}(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|) \times \\ &\quad \times \varphi_d(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|) \Psi^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d) f_{AB}^*(\mathbf{r}_n). \end{aligned} \quad (5)$$

Из такой записи видно, что вся информация о структуре ядер  $A$  и  $B$  вошла в амплитуду процесса через так называемый форм-фактор срыва  $f_{AB}(\mathbf{r}_n)$  (для простоты опускаем спиновые множители):

$$f_{AB}(\mathbf{r}_n) = \int \Psi_A^*(\xi) \Psi_B(\mathbf{r}_n, \xi) d\xi. \quad (6)$$

Ясно, что в простейшем случае дважды магической мишени  $A$  состояния  $B$  можно хорошо описать одночастичной моделью оболочек:

$$\Psi_B(\mathbf{r}_n, \xi) = \Psi_{nlj}(\mathbf{r}_n) \Psi_A(\xi), \quad (7)$$

и форм-фактор является просто одночастичной волновой функцией переданного нуклона:

$$f_{AB}(\mathbf{r}_n) = \Psi_{nlj}(\mathbf{r}_n). \quad (8)$$

Выражение (8) позволяет легко вычислить амплитуду и сечения процесса срыва на одночастичное состояние  $(d\sigma/d\Omega)_{s.p.}$

В случае более сложных ядер  $A$  и  $B$  выражения (7) и (8) становятся неприменимыми. Если бы мы знали структуру функций  $\Psi_A$  и  $\Psi_B$ , то вновь могли бы использовать выражения (6) и (5) для расчетов сечения реакции  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{теор}}$ . Это сечение в свою очередь можно сравнить с экспериментальным значением  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{эксп}}$  и таким образом проверить правильность структурных предположений. Однако до последнего времени схема рассуждений при анализе реакций срыва была другой: выражения вида (8) использовались для расчета модельного сечения  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{s.p.}}$ . Далее находилось отношение

$$S_{AB} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{эксп}} / \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{s.p.}} \quad (9)$$

Это выражение, именуемое спектроскопическим фактором, служило численным критерием отклонения структуры ядра  $B$  от одночастичной. Величины  $S_{AB}$  отождествлялись с квадратами коэффициентов разложения волновых функций  $\Psi_B$  по произведению  $\varphi_{nlj}(\mathbf{r}) \Psi_A(\xi)$ , рассчитанных в той или иной спектроскопической модели. Вопросы однозначности такой интерпретации в случае оболочечной модели с учетом смешивания конфигураций будут рассмотрены ниже. Затем будут изучены аналогичные проблемы, возникающие при анализе реакций срыва на различные состояния. Такой анализ делается сейчас все более актуальным в связи с упомянутым смещением интересов ядерной спектроскопии в область высоковозбужденных состояний ядер. При анализе высоковозбужденных состояний, несомненно, следует учитывать и процессы многоступенчатого срыва. Рассмотрение таких процессов также требует корректного отношения к форм-факторам. Эта проблема также будет рассмотрена в данном обзоре. Здесь будут обсуждаться вопросы, связанные с применением волновых функций полумикроскопического подхода, отличного от модели оболочек.

### 1. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФОРМ-ФАКТОРОВ СРЫВА (НА ПРИМЕРЕ СМЕШИВАНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ В МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК)

Рассмотрим выражение (6) для форм-фактора. Ясно, что, если бы были известны с хорошей точностью волновые функции ядра-мишени и остаточного ядра, нахождение форм-фактора не составило бы трудности. Казалось бы, что в выражении (6) можно использовать результаты любых спектроскопических моделей для  $\Psi_A$  и  $\Psi_B$ . Покажем, однако, что это не всегда справедливо на примере модели оболочек. В этой модели гамильтониан ядра  $B$  можно записать в виде

$$H_B(\mathbf{r}_n, \xi') = H_A(\xi') + T_n + V_0(r_n) + V_{\text{res}}(\mathbf{r}_n, \xi') = H^0 + V_{\text{res}}(\mathbf{r}_n, \xi'). \quad (10)$$

Обратим внимание на то, что в духе модели оболочек рассматривается лишь взаимодействие «валентных» частиц над магическим остовом. Частицы остова служат только источником «самосогласованного» поля  $V_0(r_n)$ . Валентные нуклоны взаимодействуют с частицами остова только с помощью такого поля, а друг с другом — с помощью парных «остаточных» взаимодействий  $V_{\text{res}}(\mathbf{r}_n, \xi')$ . Вкладом этих частиц в самосогласованное поле при этом пренебрегают. Поэтому индекс у координаты  $\xi'$  в выражении (10) означает, что это координата валентного нуклона. Используя базис модели оболочек, можно построить полный набор собственных функций оператора  $H^0 = H_A(\xi) + T + V_0(r_n)$  и разложить волновую функцию состояния  $B$  по этому набору. Тогда выражение (6) позволяет записать форм-фактор в виде

$$f_{AB}(\mathbf{r}) = \int_n C_{Anlj}^B \Phi_{nlj}(\mathbf{r}). \quad (11)$$

Для простоты рассмотрим случай мишени  $A$  с нулевым спином (иначе суммирование пришлось бы вести и по квантовым числам  $l$  и  $j$ ). Символ  $\int_n$  означает суммирование по дискретным одночастичным состояниям  $\Phi_{nlj}$  модели оболочек и интегрирование по состояниям сплошного спектра  $\varphi_{ij}(\mathbf{kr})$ . С другой стороны, пользуясь уравнениями (10) и (6), можно составить уравнения для нахождения форм-фактора [7, 8]:

$$\begin{aligned} & (\mathcal{E}_{BA} - T - V_0) f_{AB}(\mathbf{r}) = \\ & = \int d\xi' \Psi_A(\xi') V_{\text{res}}(\mathbf{r}, \xi') \Psi_B(\mathbf{r}, \xi') = P_{AB}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (12)$$

Как уже упоминалось во введении, основной вклад в амплитуду прямого процесса (5) вносит периферия ядра. Хотя формально интегрирование в (5) по  $r_n$  и  $r_p$  ведется до  $\infty$ , интегралы быстро сходятся из-за экспоненциального убывания форм-фактора. Поэтому расчетные сечения срыва очень чувствительны к асимптотическому поведению форм-факторов. Рассмотрение правой части уравнения (12) с учетом соотношения энергии связи  $E_A$  и  $E_B$  для систем  $A$  и  $B$  показывает, что для короткодействующих остаточных взаимодействий асимптотика  $f_{AB}(\mathbf{r})$  определяется энергией связи переданного нуклона в состоянии  $B$ , т. е. величиной  $\mathcal{E}_{BA} = E_B - E_A$ . Асимптотика же одночастичных функций  $\Phi_{nlj}$  в разложении (11) определяется энергиями связи  $\mathcal{E}_{nlj}$  в потенциале модели оболочек. Поэтому для правильного учета асимптотического поведения форм-фактора в разложении необходимо учитывать и состояния сплошного спектра. В этом и состоит принципиальное отличие спектроскопических критериев точности от критериев точности волновых функций, используемых в теории срыва.

В методе смешивания конфигураций базисный набор  $\Phi_{n lj}$  обрывается сверху, т. е. берется лишь один член в сумме по  $n$ . Вкладом от членов с большими  $n$  (и от сплошного спектра) пренебрегают, так как считают, что соответствующие коэффициенты в разложении (11) окажутся небольшими. Как будет показано ниже, это действительно так. Однако для больших значений  $l$  вклад от доминирующей компоненты разложения рано или поздно окажется меньше вклада от более высоких орбиталей, так как малость коэффициентов разложения будет скомпенсирована более слабым затуханием рассматриваемой компоненты. В большинстве случаев в ядерной спектроскопии рассчитываются матричные элементы, в которых основное значение приобретает внутренняя область ядра, и правильность асимптотического поведения волновых функций настолько незначительна, что зачастую вместо базисных волновых функций в потенциале Вудса — Саксона используются функции гармонического осциллятора. В расчете прямых реакций асимптотическое поведение функций становится более существенным. Знание волновых функций во внутренней области оказывается в этом случае также необходимым для того, чтобы найти правильный нормирующий множитель. Таким образом, возникает задача о достаточно точном расчете волновых функций как во внешней, так и во внутренней области ядра. Рассмотрим различные возможности ее решения.

Наиболее очевидным способом кажется расширение базиса в обычных спектроскопических расчетах, т. е. включение сплошного спектра в базисный набор функций  $\Phi_{n lj}$ . При этом возникает много технических трудностей, связанных с тем, что стандартные методы диагонализации матриц невозможно непосредственно использовать для состояний сплошного спектра. Чтобы свести задачу к обычному виду, используется приближенное разбиение интегралов на суммы по конечным интервалам энергии [9]. При этом приходится контролировать не только сходимость решения для различных пределов обрезания набора сверху, но и сходимость по интервалам энергии. Выбор же меньших интервалов, формально увеличивающий точность описания, приводит к одновременному уменьшению величины коэффициентов примесей, соответствующих этому интервалу, а работа с малыми коэффициентами — практически сложная задача даже для современных ЭВМ. В работе [9] такой способ использовался для расчета форм-факторов реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$ . Для расчета волновых функций состояний  $0^+$  ядра  $^{42}\text{Ca}$  производилась диагонализация матриц гамильтониана  $H_B$  с учетом сплошного спектра. Интегрирование по сплошному спектру производилось вплоть до энергии  $E_{\text{макс}} = 300 \text{ Мэв}$ . При этом шаг по энергии оказался возможным увеличить до  $10 \text{ Мэв}$ . Авторам работы [9] в некотором смысле повезло в том, что в выбранных ими ядрах нет узких одночастичных резонансов.



В противном случае им пришлось бы или уменьшить шаг по энергии до величины порядка ширины резонанса (неизвестной заранее), или вводить еще более сложные критерии выбора шага.

Довольно естественной модификацией такого метода представляется использование базисного набора функций задачи Штурма—Лиувилля, предложенное в работах [10, 11]. Волновую функцию системы взаимодействующих частиц (для простоты рассмотрим случай двух нуклонов сверх остова с симметричной пространственной частью волновой функции) для связанных состояний можно искать в виде

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{ij} b_{ij} G_i(\mathbf{r}_1) G_j(\mathbf{r}_2). \quad (13)$$

Здесь функции  $G_n$  — собственные функции задачи Штурма—Лиувилля:

$$\left. \begin{aligned} [T + \alpha_i^{(1)} V_0(r_1)] G_i(\mathbf{r}_1) &= E_1 G_i(\mathbf{r}_1); \\ [T + \alpha_j^{(2)} V_0(r_2)] G_j(\mathbf{r}_2) &= E_2 G_j(\mathbf{r}_2). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

С ортонормировкой

$$\int G_n(\mathbf{r}) V_0(r) G_{n'}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = -\delta_{nn'}. \quad (14a)$$

В этом случае задача диагонализации полного гамильтониана сведется к решению системы уравнений для коэффициентов  $b_{ij}$  вида

$$\begin{aligned} (E_1 + E_2 - E) b_{nm} + \sum_i (\alpha_i^{(1)} - 1) b_{im} \langle n | V_0^2 | i \rangle + \\ + \sum_j (\alpha_j^{(2)} - 1) b_{nj} \langle m | V_0^2 | j \rangle + \\ + \sum_{ij} b_{ij} \langle nm | V_0(1) V_0(2) V_{\text{res}}(1, 2) | ij \rangle = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Решая эту систему, получаем спектр собственных значений  $E^{(h)}$  нашей двунуклонной задачи и наборы коэффициентов  $b_{nm}^{(h)}$ , определяющих соответствующие  $\Psi_h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ . Поскольку система дискретных функций  $G_n$  является полной для связанных состояний, вопрос о включении сплошного спектра со всеми вытекающими из этого трудностями в такой задаче не возникает. Другим преимуществом разложения (13) является свобода выбора параметров  $E_1$  и  $E_2$  в уравнениях (14), позволяющая регулировать скорость сходимости ряда (13). Если выберем  $E_1 = E_A$ ,  $E_2 = E_{VA}$ , то для описания интересующего нас состояния  $\Psi_{h_0}$  с энергией  $E_{h_0} = E_B$  потребуется минимальное число коэффициентов  $b_{nm}^{(h_0)}$ . Одночастичные асимптотики при этом будут автоматически правильными. Для столь же точного описания других уровней нашей двунуклонной системы потребуется использовать больший набор коэффициентов. Не очень существенным недостатком в таком под-

ходе является использование условия ортогональности с весом [см. выражение (14а)]. Из-за этого условия при вычислении форм-фактора  $f_{AB}$  по формулам (6) и (13) необходимо найти интегралы вида  $\int \Psi_A^+(\mathbf{r}_1) G_n(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1$ .

Как уже указывалось, другой способ нахождения форм-фактора — решение уравнения (12). Поскольку в правой части уравнения стоит неизвестная функция  $\Psi_B$ , задача ничем принципиально не отличается от задачи диагонализации матрицы гамильтониана. Отметим, что если ввести разложения по полному набору состояний системы  $A$

$$\Psi_B(\mathbf{r}, \xi) = \sum_i [\Psi_{A_i}(\xi) f_{AB}^i(\mathbf{r})]^L_B, \quad (16)$$

то задача (12) сведется к системе уравнений для связанных каналов, широко используемой в настоящее время в теории ядерных реакций. В терминологии теории реакций форм-фактор есть волновая функция относительного движения в данном канале, поэтому можно решать систему интегро-дифференциальных уравнений для  $f_{AB}^i$  и так, как это делается в теории реакций, т. е. не прибегая к разложению по базисному набору функций. Мы еще вернемся к этому вопросу ниже, а сейчас остановимся на различных приближенных способах, связанных с решением (12). Все они основаны на расщеплении системы уравнений  $f_{AB}$  с помощью различных предположений о функции  $P_{AB}(\mathbf{r})$ .

Наиболее простой является процедура well depth prescription (WDP), основанная на замене

$$V_0(r) f_{AB}(\mathbf{r}) + P_{AB}(\mathbf{r}) \approx \alpha V_0(r) f_{AB}(\mathbf{r}). \quad (17)$$

Параметр  $\alpha$  подгоняется так, чтобы уравнение

$$(T + \alpha V_0 - \mathcal{E}_{BA}) f_{nlj}^0(\mathbf{r}) = 0 \quad (18)$$

имело решение при фиксированном значении  $\mathcal{E}_{BA}$ . При этом в качестве квантового числа  $n$  берут номер доминирующей компоненты в разложении  $f_{AB}$  по базису модели оболочек (11). Полученный таким образом форм-фактор  $f_{nlj}^0$  нормируют на единицу и с ним рассчитывают модельное сечение срыва  $d\sigma/d\Omega_{s,p}$ , фигурирующее в выражении (9) для спектроскопического фактора. Такое приближение вплоть до настоящего времени является общепринятым при извлечении спектроскопической информации из реакций срыва. Его основное достоинство состоит в том, что, как видно из (18), асимптотическое поведение  $f_{nlj}^0$  воспроизводится правильно. При этом остаются неясными два вопроса: 1) насколько приближение (17) искажает форм-фактор в периферической и внутренней областях? 2) какое отношение имеют спектроскопические факторы, вычисленные с помощью  $f_{nlj}^0$ , к коэффициентам разложения

$C_{nlj}$ , применяемым в обычных спектроскопических расчетах? Ответы на эти вопросы постараемся дать в конце настоящего раздела, а пока перейдем к другим приближенным способам решения интегро-дифференциального уравнения (12).

Весьма удачное приближение, существенно упрощающее задачу поиска  $f_{AB}$ , было предложено в работе [8]. Оно состояло в замене истинной волновой функции  $\Psi_B$  в правой части (12) на обычную функцию, полученную в спектроскопических расчетах с огра-

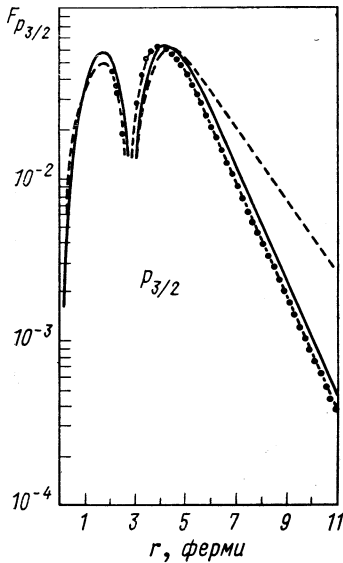


Рис. 1. Форм-факторы  $F_{p_{3/2}}$  для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$ :  
 --- по модели оболочек;  
 - · - · - в приближении WDP;  
 — по методу Штурма—Ливилля и точному расчету [9].

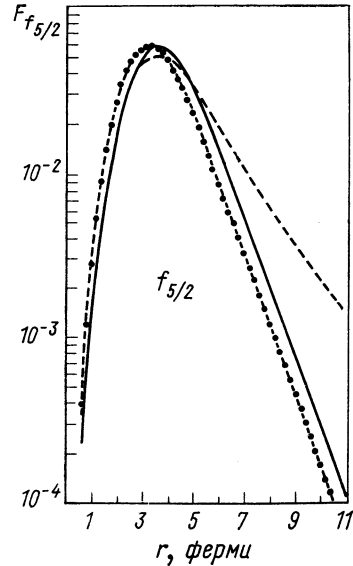


Рис. 2. Форм-факторы  $F_{f_{5/2}}$  для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$  (обозначения те же, что и на рис. 1).

ническим базисом. Такое приближение позволяет сразу перейти от системы зацепляющихся уравнений к одному уравнению для определения форм-фактора. Оправданием такого подхода могут служить следующие физические соображения. Известно, что плотность нуклонов в ядре обладает весьма резкой границей (поверхность ядра). Естественно, что внешний нуклон может чувствовать остаточные взаимодействия лишь на расстоянии порядка радиуса этих взаимодействий ( $1 \div 2$  ферми) от границы ядра. В более далекой области влияние остаточных взаимодействий, т. е. члена  $P_{AB}$  в уравнении (12), должно быть исчезающе малым. Эти соображения подкрепляются результатами упомянутых выше точных расчетов [9] поведения форм-факторов. На рис. 1 сплош-

ной линией обозначен форм-фактор для состояния  $1f_{5/2}$  в ядре  $^{41}\text{Ca}$ , рассчитанный методом диагонализации с учетом сплошного спектра. Радиус ядра  $R_{\text{я}} = 4,3$  ферми. Видно, что форм-фактор выходит на асимптотическое поведение уже в области  $r \approx 5 \div 6$  ферми. Аналогичные результаты дает расчет форм-факторов  $1f_{7/2}$ ,  $2p_{3/2}$  и  $2p_{1/2}$  (рис. 2—4). Вернемся вновь к рассмотрению уравнения (12).

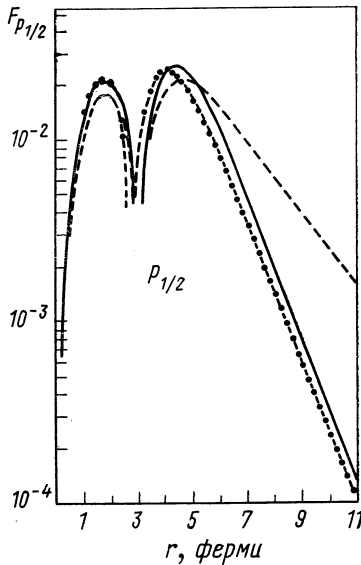


Рис. 3. Форм-факторы  $F_{p_{1/2}}$  для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$  (обозначения те же, что и на рис. 1).

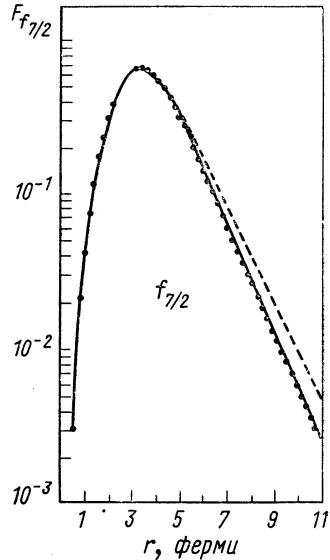


Рис. 4. Форм-факторы  $F_{f_{7/2}}$  для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$  (обозначения те же, что и на рис. 1).

Есть все основания верить, что во внутренней области  $r \leq R_{\text{я}}$  волновые функции хорошо описываются волновыми функциями  $\Psi_B^0$ , полученными в методе смешивания конфигураций модели оболочек в результате остаточных взаимодействий  $V_{\text{res}}$ . Поэтому во внутренней области можно с хорошей точностью записать (12) в виде

$$\left. \begin{aligned} (\mathcal{E}_{BA} - T - V_0) f_{AB}^c(\mathbf{r}) &= P_{AB}^0(\mathbf{r}), \quad r \leq R; \\ P_{AB}^0(\mathbf{r}) &= \int d\xi' \Psi_A^*(\xi') V_{\text{res}} \Psi_B^0(\mathbf{r}, \xi'). \end{aligned} \right\} \quad (12a)$$

В области же вне ядра будет давать хорошие результаты любой приближенный метод, приводящий к обрезанию  $P_{AB}(\mathbf{r})$  на расстоянии порядка  $R_{\text{я}} + \sigma$  ( $\sigma$  — радиус остаточных парных взаимодействий). Можно предложить несколько приближений для функ-

ции  $\Psi_B^0$ : сшивание в точке  $R_\alpha$  волновых функций модели оболочек с функциями, имеющими правильное асимптотическое поведение, обрезание  $P_{AB}^0(\mathbf{r})$  в точке  $R_\alpha$  и, наконец, замена истиной  $\Psi_B$  на функцию модели оболочек  $\Psi_B^0$ . Последний метод должен быть особенно эффективен, если в модели оболочек существует одна доминирующая компонента и несколько малых. Тогда, как увидим ниже, истинная асимптотика доминирующей компоненты будет очень близка к асимптотике модели оболочек, а в области  $R_\alpha \leq r \leq R_\alpha + \sigma$  малые примеси еще не смогут ощутимо исказить поведение  $\Psi_B$ . Именно для такого случая существуют точные расчеты форм-факторов [9], допускающие сравнение с приближенными методами. Следует отметить, что в случае, когда доминирующей компоненты в  $\Psi_B^0$  нет, поведение  $P_{AB}^0$  даже в поверхностной связи, и форм-фактор  $f_{AB}^0$  может сильно отличаться от точного форм-фактора. Если же поинтересоваться поведением  $f_{AB}^0$  на далеких расстояниях, то легко убедиться, что его асимптотика может определяться не экспериментальной энергией связи  $\mathcal{E}_{BA}$ , а комбинацией асимптотик модельных функций, стоящих в  $P_{AB}^0$ . Действительно, асимптотическое поведение решения дифференциального уравнения (12а) определяется  $\mathcal{E}_{BA}$  только в том случае, если правая часть уравнения убывает быстрее, чем  $\exp\{-k_{BA}r\}$ , где  $k_{BA} = \sqrt{2M/\hbar^2|\mathcal{E}_{BA}|}$ . Поэтому при использовании модельных функций  $\Psi_B^0$  всегда необходима осторожность.

Остановимся еще на одной детали, связанной с записью уравнений (12) и (12а), на которую в приближенных расчетах обычно не обращают внимания. Как уже указывалось, последовательная запись гамильтониана (10) в модели оболочек предполагает наличие инертного остова, который служит лишь источником внешнего поля  $V_0(r)$  для валентных нуклонов. Отсюда сразу ясно, что в модели оболочек можно претендовать на описание возбужденных состояний, не затрагивающих остова. Во многих случаях этот подход достаточно реалистичен. Однако остаточные взаимодействия  $V_{\text{res}}$  в таком подходе определяются лишь в обрезанном подпространстве состояний модели оболочек. Наиболее существенным в таком обрезании является учет принципа Паули, так как все парные взаимодействия имеют место лишь для валентных частиц в незаполненных оболочках. Поэтому уравнение Шредингера в модели оболочек имеет, строго говоря, следующий вид:

$$(H^0 + PV_{\text{res}}P)P\Psi = EP\Psi, \quad (10a)$$

где  $P$  — оператор проектирования на подпространство незаполненных оболочек. Вне этого подпространства модельное остаточное взаимодействие просто не определено. При спектроскопических расчетах этот факт автоматически учитывается тем, что в качестве базиса при диагонализации матрицы (10а) используются лишь

волновые функции незаполненных оболочек. При переходе к уравнению (12) этот факт необходимо учитывать и тогда

$$\begin{aligned} (\mathcal{E}_{BA} - T - V_0) f_{AB} &= \langle \Psi_A P | P V_{\text{res}} P | P \Psi_B \rangle = \\ &= \langle \Psi_A P | (1 - Q) V_{\text{res}} P | P \Psi_B \rangle = \langle \bar{\Psi}_A(\xi) | V_{\text{res}}(\mathbf{r}, \xi) | \bar{\Psi}_B(\mathbf{r}, \xi) \rangle - \\ &\quad - \sum_{n_0} |\varphi_{n_0}(\mathbf{r})\rangle \langle \varphi_{n_0}(\mathbf{r}) | \bar{\Psi}_A(\xi) | V_{\text{res}} | \bar{\Psi}_B(\mathbf{r}, \xi) \rangle. \end{aligned} \quad (12б)$$

Здесь оператор  $Q$  определен как  $Q = 1 - P$  и использовано свойство  $P^2 = P$ . Кроме того, введено определение  $\bar{\Psi} = P\Psi$ , а суммирование ведется по состояниям заполненного остова модели оболочек. Легко убедиться, что такая запись автоматически приводит к тому, что в разложении (11) для форм-фактора присутствуют лишь волновые функции незаполненных состояний, так как из уравнения (12б) следует, что

$$(\mathcal{E}_{BA} - \mathcal{E}_{n_0}) \langle \varphi_{n_0} | f_{AB} \rangle = 0 \quad (19)$$

и  $f_{AB}$  ортогонален к функциям всех заполненных состояний остова. Требование ортогональности (19) и послужило причиной введения проектирующего члена в уравнение (12) в работе [9]. Ни в одной из других работ, посвященных вычислению форм-факторов с помощью приближенного решения уравнения (12), такое проектирование не производилось. Это, как увидим, может существенно изменить вид форм-фактора в случае, когда идет заполнение оболочки с  $n \neq 1$ .

Здесь же следует отметить два других обстоятельства. Во-первых, то, что, строго говоря,  $V_{\text{res}}$  для модели оболочек определяется без учета сплошного спектра и что при расширении базиса модели оболочек этот факт следует учитывать. Однако результаты диагонализации с учетом сплошного спектра [9] показывают, что вид остаточных взаимодействий изменяется при этом очень незначительно. Второе обстоятельство состоит в том, что наличие проектирования необходимо учитывать и при использовании других модельных гамильтонианов задачи многих частиц. Разумеется, в любом модельном гамильтониане подпространство базисных функций ограничивается, и остаточные взаимодействия, не включенные в среднее поле, всегда определены только в этом подпространстве. С этой точки зрения даже точная задача диагонализации с учетом сплошного спектра может дать правильное описание форм-факторов лишь постольку, поскольку к нашему состоянию применимо описание в рамках модели оболочек. Если, например, надо учесть ассоциирование нуклонов в поверхностной области, которое может сильно исказить поведение форм-фактора, то перед нами открываются две возможности. Ассоциирование нуклонов может быть описано достаточно хорошо в базисе модели оболочек и остаточных взаимодействий. В этом случае эффект нуклонного

ассоциирования уже учтен в правой части уравнения (126). Может оказаться, что такого базиса не хватит для описания явлений ассоциирования. Тогда расширим подпространство, добавив к базису модели оболочек также и пространство закрытых кластерных каналов и ренормировав соответствующим образом остаточные взаимодействия. Есть основания надеяться, что эффекты такого рода могут оказать влияние на форм-фактор лишь в том случае, когда исследуемые состояния ядер  $A$  и  $B$  обладают большими приведенными ширинами в кластерных каналах. Экспериментальным указанием на это может служить селективность возбуждения таких состояний в реакциях прямой передачи кластеров. К сожалению, наиболее сильны подобные эффекты в легких ядрах, где применимость модели оболочек вызывает сильные сомнения, а альтернативных моделей структуры ядра практически не существует.

Вернемся вновь к приближенному уравнению (126). Существуют различные способы его решения. Большинство из них основано на разложении форм-фактора по полному набору базисных функций. В работе [8] в качестве такого набора использовались функции гармонического осциллятора  $\Phi_n(\mathbf{r})$ :

$$f_{AB} = \sum_n C_n \Phi_n(\mathbf{r}); (T + V_{\text{osc}} - E_n) \Phi_n(\mathbf{r}) = 0.$$

Это приводит к необходимости решать систему уравнений вида

$$\begin{aligned} \sum_n C_n \{ \mathcal{E}_{BA} - E_n \delta_{nn'} - \langle n' | V_0 - V_{\text{osc}} | n \rangle \} = \\ = \int \Phi_n^*(\mathbf{r}) P_{AB}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \equiv I_{n'}. \end{aligned} \quad (20)$$

Для облегчения расчетов матричных элементов  $I_{n'}$  авторы работы [8] использовали функции  $\Psi_A$  и  $\Psi_B$ , найденные на осцилляторном базисе в модели оболочек. Как уже указывалось выше, все приближенные способы с модельным выбором функций  $\Psi_A$  и  $\Psi_B$  из структурных расчетов приводят к правильному асимптотическому поведению форм-факторов, если только  $P_{AB}(r)$ , построенная из таких функций, достаточно быстро убывает с ростом  $r$ . Поскольку осцилляторные функции удовлетворяют этому требованию, то такой выбор  $P_{AB}$  приводит к хорошим результатам. Форм-фактор  $(p, d)$ -реакции подхвата с основного состояния ядра  $^{58}\text{Ni}$ , рассчитанный с помощью уравнений (20), и точный форм-фактор, полученный в работе [9], приведены на рис. 5. Возможно, что хорошему согласию приближенных и точных результатов способствовали большое значение энергии связи ( $\mathcal{E}_{BA} = 12,98 \text{ Мэв}$ ) и наличие доминирующей компоненты  $2p_{3/2}$  (с амплитудой 0,922) в волновой функции исследованного состояния  $^{58}\text{Ni}$ . Большим недостатком

в таком подходе служит использование осцилляторного базиса не только в правой части уравнения, но и для разложения самого форм-фактора. Поскольку асимптотика  $f_{AB}$  и асимптотика осцилляторных функций существенно различаются, для воспроизведения правильной области до  $2 R_2$  требуется смешать 7—10 осцилляторных функций. Если бы экспериментальные энергии связи оказались поменьше или в случае подбарьерного срыва, где необходимо знать

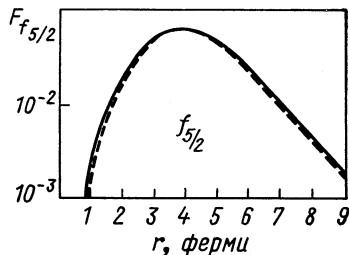


Рис. 5. Форм-фактор  $F_{f_{5/2}}$  для реакции  $^{58}\text{Ni}(p, d)^{57}\text{Ni}$ :

— точный форм-фактор, полученный в работе [9]; - - - форм-фактор, вычисленный разложением  $F_{f_{5/2}}$  по осцилляторным волновым функциям [8].

как и в случае упомянутой выше процедуры подгонки глубины ямы WDP. Сама процедура WDP состоит в том, что в разложении (21) сохраняется лишь один доминирующий член с  $\alpha_{n_0} \approx 1$  [это и есть параметр  $\alpha$  в уравнении (18)]. В случае базиса (21) довольно легко рассмотреть и вопросы сходимости. Квазиклассические оценки показывают, что для больших  $n\alpha_n \approx n^2$ . Таким образом, поведение знаменателя в (23) гарантирует нам, что основной вклад в разложение будут вносить несколько первых членов ряда и особенно доминирующий член  $n_0$ . Поведение матричного элемента (24) также легко понять. Для нескольких первых членов разложения вклад в интеграл (24) вносит в основном область внутри ядра. При этом происходит корректирование поведения форм-фактора, определяемого доминирующим членом  $n_0$ , во внутренней области ядра. Форм-фактор  $f_{nlj}$  процедуры WDP, обладающий правильной асимптотикой, приобретает во внутренней области ядра более правильный вид, определяемый обычными расчетами в рамках оболочечного базиса. Такой процесс интенсивной перестройки форм-фактора заканчивается, когда вклад в матричные элементы  $I_n^0$  от внутренней области становится ничтожно малым

форм-фактор вплоть до  $4-6 R_{я}$ , число членов очень сильно возросло бы.

Альтернативный подход состоит в выборе в качестве базиса функций задачи Штурма — Лиувилля:

$$f_{AB}(\mathbf{r}) = \sum_n a_n g_n(\mathbf{r}); \quad (21)$$

$$(T + \alpha_n V_0(r) - \mathcal{E}_{BA}) g_n(\mathbf{r}) = 0. \quad (22)$$

Подстановка такого базисного набора в уравнение вида (12) приводит к диагональной матрице для коэффициентов разложения:

$$a_n = I_n^0 / (1 - \alpha_n), \quad (23)$$

где

$$I_n^0 = \int g_n(\mathbf{r}) P_{AB}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (24)$$

Выбор такого базиса гарантирует правильную асимптотику  $f_{AB}$ ,



из-за нарастающего числа осцилляций функций  $g_n(\mathbf{r})$ . Обычно это происходит уже при  $n \approx 3 \div 4$ . Для больших значений  $n$  величина  $I_n^0$  определяется лишь интегралом от внешней области, где функции  $g_n(\mathbf{r})$  и  $P_{AB}(\mathbf{r})$  экспоненциально малы. Теперь легко понять характер ограничений на точность приближенных методов, основанных на использовании модельных функций  $\Psi_B^0$ . Дело в том, что интегралы  $I_n^0$  для больших  $n$  практически становятся постоянными и вся сходимость ядра определяется лишь знаменателем (23). Однако, если  $P_{AB}$  затухает во внешней области очень быстро, то общий числитель для всех отброшенных членов ряда очень мал, что приводит к очень малому вкладу от неучтенной части ряда. Если же  $P_{AB}$  затухает медленно и вклад в  $I_n^0$  от внешней области существен, то делается заведомо неверной сама идея подстановки модельной функции в  $P_{AB}$ . В этом случае ни один из методов решения уравнения с приближенно известной правой частью не дает хорошего результата.

Существуют и другие методы решения неоднородного уравнения (12). Один из них [12] основан на том, что можно перенести член с потенциалом  $V_0(r)$  из левой части уравнения в правую. Тогда решение уравнения с правой частью можно записать через функцию Грина однородного уравнения  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 1/(T - \mathcal{E}_{BA})$ , т. е. через произведение функций, регулярных в нуле и на бесконечности. При этом, однако, неизбежно приходится работать с численным интегрированием произведений экспоненциально возрастающих функций на экспоненциально убывающие, что делает предложенный метод очень сложным технически. В другом прямом методе [13] численного интегрирования уравнения (12) подобного рода трудности приводят к необходимости обращать матрицы ранга  $150 \times 150$  и делать неоднократные итерации.

Резюмируя, можно утверждать, что в случае, когда возможна замена  $P_{AB}(\mathbf{r})$  приближенной функцией, наиболее удобным способом нахождения форм-фактора является использование базиса задачи Штурма — Лиувилля (21). Естественно, что в случае чистого оболочечного состояния для переданного нуклона  $V_{\text{res}} = 0$ ,  $\alpha_{n_0} = 1$ , и форм-фактор, найденный таким путем, совпадает с форм-фактором WDP и одночастичной волновой функцией модели оболочек. В случае  $V_{\text{res}} \neq 0$  наибольшее отклонение от волновой функции модели оболочек будет у форм-фактора, связанного с наиболее слабой компонентой разложения  $\Psi_B^0$  в ряд по состояниям  $\Psi_A$ . Коэффициенты разложения форм-факторов для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$  по функциям Штурма — Лиувилля даны в табл. 1. Видно, что даже в худших случаях (форм-факторы  $2p_{1/2}$  и  $1f_{5/2}$ ) сходимость настолько сильна, что ряд можно оборвать на третьем-четвертом члене. Найденные при этом форм-факторы полностью совпадают с форм-факторами из точных расчетов [9]. Дифференциальные сечения  $(p, d)$ -реакции, которые получены с помощью

Таблица 1

Коэффициенты разложения  $a_{nlj}$  форм-факторов  $f_{AB}(r)$ для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$  по функциям Штурма—Лиувилля

$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
базисные состояния	$a_{nlj}$	базисные состояния	$a_{nlj}$	базисные состояния	$a_{nlj}$	базисные состояния	$a_{nlj}$
$1f_{7/2}$	0,9922	$1f_{5/2}$	0,9300	$1p_{3/2}$	-0,0851	$1p_{1/2}$	-0,1121
$2f_{7/2}$	0,0222	$2f_{5/2}$	0,1590	$2p_{3/2}$	0,9575	$2p_{1/2}$	0,9416
$3f_{7/2}$	0,0032	$3f_{5/2}$	0,0427	$3p_{3/2}$	0,1129	$3p_{1/2}$	0,1285
$4f_{7/2}$	0,0015	$4f_{5/2}$	0,0166	$4p_{3/2}$	0,0271	$4p_{1/2}$	0,0491
$5f_{7/2}$	0,0007	$5f_{5/2}$	0,0083	$5p_{3/2}$	0,0106	$5p_{1/2}$	0,0210
				$6p_{3/2}$	0,0063	$6p_{1/2}$	0,0117

форм-факторов, содержащих все большее число членов  $n$  в разложении (21), приведены на рис. 6. Видно, что абсолютная величина сечения также быстро выходит на насыщение, а угловые распределения меняются весьма слабо, как это и отмечалось в работе [9].

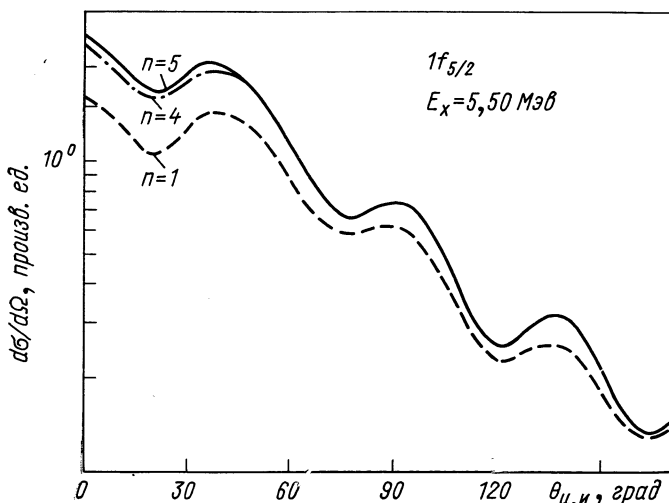


Рис. 6. Сечения реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}(f_{5/2})$ , которые получены с помощью форм-факторов, содержащих разное число членов  $n$  в разложении (21).

Форм-факторы  $2p_{1/2}$  и  $2p_{3/2}$ , сосчитанные с учетом проектирующего члена в правой части уравнения (126) и без него, даны на рис. 7, а на рис. 8—соответствующие угловые распределения  $(p, d)$ -

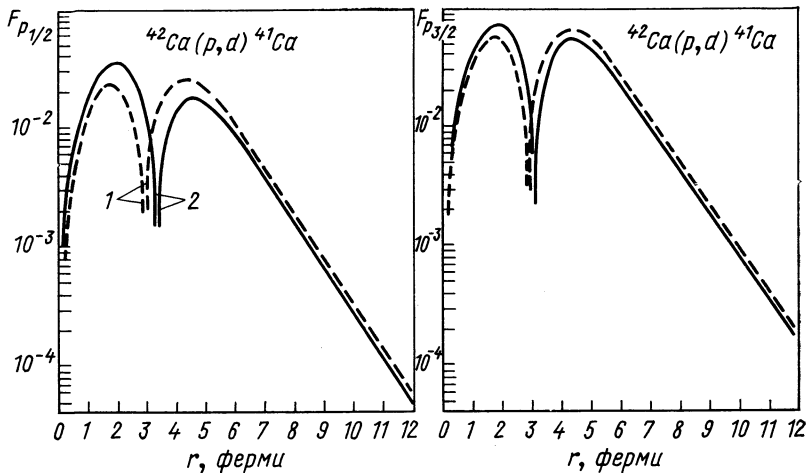


Рис. 7. Форм-факторы  $F_{p_{1/2}}$  и  $F_{p_{3/2}}$  для реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$ , сосчитанные с учетом проектирующего члена (1) в правой части уравнения (12б) и без него (2).

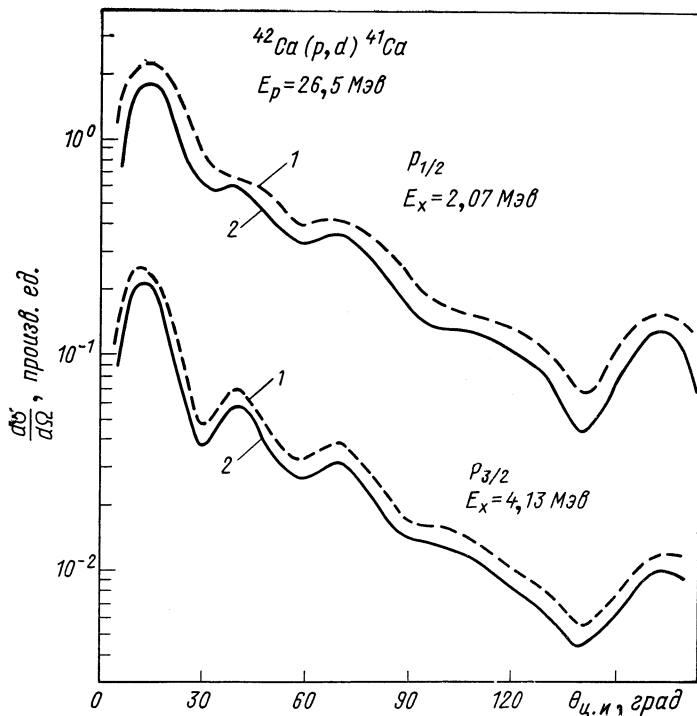


Рис. 8. Сечения реакции  $^{42}\text{Ca}(p, d)^{41}\text{Ca}$ , которые получены с помощью форм-факторов, сосчитанных с учетом проектирующего члена (1) в правой части уравнения (12б) и без него (2).

реакции. Видно, что учет проектирующего члена существенно влияет на поведение форм-фактора и на абсолютную величину сечения реакции.

Перейдем теперь к вопросу о величине спектроскопического фактора, определяемого из реакций однонуклонной передачи. Обычно он определяется следующим образом: форм-фактор, найденный в процедуре WDP [см. выражения (17) и (18)], нормируется на единицу. С таким форм-фактором можно рассчитать одночастичное сечение реакции  $(d\sigma/d\Omega)_{s.p.}$ . Это выражение позволяет найти спектроскопический фактор  $S_{AB}$  по формуле (9). Обычно предполагается, что найденный таким способом спектроскопический фактор связан с коэффициентом  $C_{nlj}$ , полученным из обычных спектроскопических расчетов:

$$S_{AB} = |C_{nlj}|^2. \quad (25)$$

Однако теперь видно, что формула (25) лишена смысла. Дело в том, что при использовании точного выражения для форм-фактора  $f_{AB}$ , найденного из решения уравнения (12), вопрос о спектроскопическом факторе вообще не возникает, так как уравнение (12) определяет и нормировку  $f_{AB}$ , не равную единице (на единицу нормированы лишь волновые функции  $\Psi_A$  и  $\Psi_B$ , входящие в правую часть уравнения). По аналогии с форм-фактором WDP можно найти нормировочный множитель для точного форм-фактора

$$\int_0^\infty |f_{AB}|^2 dr = N_{AB} \quad (26)$$

и ввести понятие спектроскопического фактора  $\bar{S}_{AB}$  с помощью определения

$$\bar{S}_{AB} = N_{AB}, \quad (27)$$

которое позволяет связать точное значение сечения  $(d\sigma/d\Omega)_{эксп}$  с величиной  $d\bar{\sigma}/d\Omega$ , рассчитанной с помощью форм-фактора  $f_{AB} = f_{AB}/\sqrt{N_{AB}}$ , нормированного уже на единицу:

$$\bar{S}_{AB} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{эксп} / \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega}.$$

Следует отметить, что в силу различий точного  $f_{AB}$  и  $f_{AB}^0$ , полученного в процедуре WDP, спектроскопический множитель WDP  $S_{AB}$ , найденный обычным путем, может отличаться от точного, т. е.  $S_{AB} \neq \bar{S}_{AB}$ . В исследованном случае  $^{42}\text{Ca}$  подобные отличия могут доходить до 50%. Этот факт обычно и подчеркивается в современных статьях, посвященных нахождению точного форм-фактора. Следует добавить, что в принципе и точные спектроскопические множители  $\bar{S}_{AB} = N_{AB}$  отличаются от квадрата коэффициентов  $C_{nlj}$ , поскольку  $C_{nlj}$  связаны с разло-

жением по функциям модели оболочек, а коэффициенты  $N_{AB}$  — по функциям канального базиса [см. уравнение (16)]. Результаты [11] для случая ядра  $^{42}\text{Ca}$ , приведенные в табл. 2, показывают, что различие между такими коэффициентами может быть очень небольшим ( $\sim 10\text{--}20\%$ ). Однако для слабосвязанных состояний сложной структуры можно ожидать и более серьезные расхождения. В связи с этим следует осторожнее относиться и к правилам сумм для спектроскопических факторов [14], так как все они получены для базиса функций  $\varphi_{nlj}$ , а не  $f_{A_iB}$ . Непосредственно из условий нормировки для функций  $\Psi_{A_i}$  и  $\Psi_B$  можно получить следующее правило сумм:  $\sum_i N_{A_iB} = 1$ , которое является эквивалентом обычного соотношения  $\sum_{ij} |C_{nlj}|^2 = 1$ . Однако отсутствие ортогональности форм-факторов  $f_{A_iB}$  не позволяет получить эквивалент другого правила сумм, которое, отвлекаясь от спиновой зависимости и стандартных генеалогических коэффициентов [14], выглядит следующим образом:

$$\sum_B |C_{nlj}^B|^2 = 1. \quad (27a)$$

Таблица 2

Сравнение коэффициентов смешивания  $C_{nlj}^2$ , полученных в модели оболочек [9], с нормировочными множителями для точного форм-фактора, вычисленными в данной работе

$n$	$l$	$j$	$C_{nlj}^2, 10^{-2}$	$N_{AB}, 10^{-2}$	$n$	$l$	$j$	$C_{nlj}^2, 10^{-2}$	$N_{AB}, 10^{-2}$
1	3	7/2	97,8	99,7	2	1	3/2	0,165	0,183
1	3	5/2	0,686	0,709	2	1	1/2	1,05	1,22

Следует отметить, что ни в одном из экспериментально исследованных случаев это правило не выполнялось с точностью лучше, чем 30—40%.

Таким образом, не очевидно, можно ли использовать волновые функции модели оболочек в приближенных методах решения уравнения (12) для форм-факторов. В единственном случае, где имеется точное решение, такие методы работают хорошо. Однако неясно, сколь хороши они будут в других случаях. В связи с этим нам представляются актуальными поиски технически экономных способов решения системы уравнений (12б) для закрытых связанных каналов. Один из таких способов, который использует в качестве нулевой итерации волновые функции модели оболочек, был предложен Ростом [15]. Однако сходимость итерационной процедуры Роста пока строго не доказана. Задача решения системы уравне-

ний (12) в случае деформированного потенциала решалась П. Э. Немировским и В. А. Чепурновым [16]. Однако в нашем случае имеется дополнительная трудность, связанная с тем, что надо не только найти собственные значения системы (12), но и обеспечить (возможно, с помощью вариации параметров  $V_{\text{res}}$ ) выход на экспериментальные значения энергии связи  $\mathcal{E}_{BA}$ .

## 2. РЕАКЦИИ ПЕРЕДАЧИ НУКЛОНА В НЕСВЯЗАННЫЕ (РЕЗОНАНСНЫЕ) СОСТОЯНИЯ

В последнее время становится ясным, что для уточнения наших представлений о структуре ядра необходимо рассматривать свойства не только низколежащих возбужденных состояний, но и резонансных уровней, лежащих в сплошном спектре. В частности, можно исследовать реакции передачи типа  $A + d \rightarrow (A + n) + p \rightarrow A + n + p$  с возбуждением таких резонансных состояний. Амплитуда такого процесса в методе искаженных волн имеет по-прежнему вид (5), однако волновая функция  $\Psi_B$  описывает теперь состояние ядра  $B$ , лежащее в сплошном спектре. С помощью такой амплитуды можно вычислить величину  $d^3\sigma/d\Omega_p dE d\Omega_n$ , зависящую не только от угла рассеяния протонов  $\theta_p$ , но и от энергии переданного нейтрона  $E$  и направления его вылета из резонансного состояния  $\Omega_n$ . Поскольку в большинстве экспериментов направление вылета нейтрона не фиксируется, то обычно интересуемся величиной

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p dE} \sim \int d\Omega_n |\mathcal{T}|^2. \quad (28)$$

Форм-фактор  $f_{AB}(r)$  в этом случае по-прежнему является решением системы уравнений (12) для связанных каналов. Теперь его физический смысл делается [как и в (8)] более наглядным: это волновая функция относительного движения нейтрона и ядра  $A$  в канале упругого рассеяния. Его асимптотическое поведение будет следующее:

$$f_{AB}(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \sin(kr + \delta - l\pi/2). \quad (29)$$

Здесь  $\delta$  — фазовый сдвиг, возникающий в результате потенциального рассеяния на самосогласованном потенциале  $V_0(r)$  и остаточных взаимодействий, т. е. за счет связи каналов. В наиболее интересной области малых положительных энергий переданного нейтрона положение резонанса соответствует максимуму сечения упругого рассеяния, т. е.  $\delta_{\text{res}} \approx \pi/2$ . Поэтому в максимуме резонанса асимптотика форм-фактора имеет вид

$$f_{AB}(r) \sim \cos(kr). \quad (29a)$$

Для нахождения форм-фактора в резонансном максимуме существует, как и в случае связанных состояний, несколько путей.

Наиболее точный путь—это решение системы уравнений (12) для связанных каналов, описывающей упругое рассеяние нейтрона на ядре  $A$ . Таким образом можно найти форм-фактор. Однако технически такая задача достаточно сложна, и в настоящее время ее решение может быть найдено лишь в некоторых простейших случаях. Поэтому по аналогии со срывом в связанные состояния можно пытаться использовать приближенные процедуры нахождения форм-факторов, в частности, процедуру WDP. Поскольку для связанных состояний форм-фактор  $f_{AB}^0$  процедуры WDP является доминирующим членом в разложении точного форм-фактора  $f_{AB}$  по функциям задачи Штурма — Лиувилля, то желательно определить аналог задачи Штурма — Лиувилля для сплошного спектра [17, 18]. В этом случае удобнее ввести собственные значения задачи Штурма — Лиувилля  $\lambda_n$ , связанные с собственными значениями  $\alpha_n$  уравнения (22) соотношением  $\lambda_n = 1/\alpha_n$ . Само уравнение (22) можно записать, введя функцию Грина  $G_0(E) = 1/(E - H_0)$ , в виде

$$G_0(E) V_0(r) \varphi_n(r) = \lambda_n \varphi_n(r). \quad (30)$$

Функции  $\varphi_n$  нормированы, как обычно,

$$\langle \varphi_n | V_0 | \varphi_{n'} \rangle = + \delta_{nn'}. \quad (31)$$

Условие в нуле также имеет вид

$$\varphi_n(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} r^{l+1}. \quad (32)$$

Условие на бесконечности можно выбрать в виде (29а)

$$\varphi_n(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} \cos(kr). \quad (33)$$

Поскольку в определении функции Грина входят также и граничные условия, асимптотика (33) соответствует следующей форме записи уравнения (30):

$$P \frac{1}{E - H_0} V_0(r) \varphi_n(r) = \lambda_n \varphi_n(r). \quad (30a)$$

Здесь  $P$  — символ главного значения интеграла, ядром которого является функция Грина. В случае такого выбора граничных условий функции  $\varphi_n(r)$  по теореме Мерсера образуют полный набор. В принципе возможны и другие способы выбора граничных условий, например, в виде расходящихся волн на бесконечности [19]. Тогда собственные значения  $\lambda_n$  — комплексны. Если позволить энергии  $E$  в уравнении (30) принимать комплексные значения, то можно удовлетворить условию расходящихся волн на бесконечности и с вещественными значениями  $\lambda_n$  [20]. В этом случае  $\varphi_n(r)$  могут быть связаны с функциями Гамова квазистационар-

ных состояний. Решение уравнения (12) для форм-фактора можно теперь искать в виде

$$f_{AB}(r) = c j_l(kr) + \sum_n a_n \varphi_n(r), \quad (34)$$

где  $j_l(kr)$  — сферическая функция Бесселя, описывающая падающую волну; коэффициент  $c$  простым образом [17] связан с амплитудой рассеяния на потенциале  $V_0(r)$ , а коэффициенты разложения  $a_n$  имеют вид

$$a_n = \frac{\lambda_a}{1 - \lambda_n} [c \langle \varphi_n | V_0 | j \rangle + \langle \varphi_n | P_{AB} \rangle]. \quad (35)$$

В полной аналогии со случаем связанных состояний случай  $\lambda_n = 1$  соответствует одночастичному резонансу в решении уравнения (30). При этом коэффициент  $c$  стремится к нулю. Если ограничимся доминирующим членом  $\varphi_{n_0}$  с  $\lambda_{n_0} \approx 1$  в разложении (34), то форм-фактор будет иметь вид

$$f_{AB}^0(r) \approx \frac{\langle \varphi_{n_0} | P_{AB} \rangle}{1 - \alpha_{n_0}} \varphi_{n_0}(r). \quad (36)$$

Таким путем вновь придем к процедуре WDP в случае резонансных состояний. Следует отметить, что для очень узких резонансов волновые функции  $\varphi_{n_0}$  во внутренней области ядра очень слабо зависят от выбора граничных условий и на практике можно пользоваться любой из перечисленных выше форм выбора базиса  $\varphi_n$ . Однако граничные условия (33) обладают тем преимуществом, что, во-первых, только для них можно показать полноту набора  $\varphi_n$  и, во-вторых, в амплитудах срыва отсутствуют добавочные расходимости, возникающие при использовании функций Гамова.

Ясно, что  $f_{AB}^0$  будет совпадать с точным форм-фактором в случае, когда  $P_{AB}(r)$  в уравнении (12) равно нулю и одно из значений  $\lambda_n$  равняется единице. В этом случае резонанс в сечении упругого рассеяния будет связан лишь с условиями отражения нейтронной волны в одночастичном потенциале  $V_0(r)$ . Это так называемый одночастичный потенциальный резонанс. Наиболее сильные различия  $f_{AB}^0$  и  $f_{AB}$  можно ожидать тогда, когда наблюдаемый в эксперименте резонанс, возникающий из-за связи каналов реакций, будет лежать где-то посередине между положениями последовательных одночастичных состояний (резонансов) с числом узлов внутренней волновой функции  $n$  и  $n + 1$ . Именно такой случай изображен на рис. 9 [21].

Решение системы уравнений для связанных каналов в модельной задаче рассеяния  $^{15}\text{N} + n$  приводит к появлению узкого резонанса в канале  $d_{5/2}$  упругого рассеяния. Волновая функция в максимуме этого резонанса (точный форм-фактор  $d_{5/2}$ ) показана на рис. 9 сплошной линией, а пунктирной линией — форм-фактор процедуры WDP для состояния  $1d_{5/2}$ . Хотя это одночастичное



состояние в самосогласованном потенциале лежит на 6  $Mэв$  ниже по энергии, видно, что форм-фактор WDP довольно хорошо повторяет поведение точного форм-фактора в поверхностной области. Кривые на рисунке имеют одинаковую нормировку на асимптотике [ $f_{AB}^0 = f_{AB} = \cos(kr)$ ].

Если по аналогии со срывом на связанные состояния нормировать оба форм-фактора на единицу во внутренней области

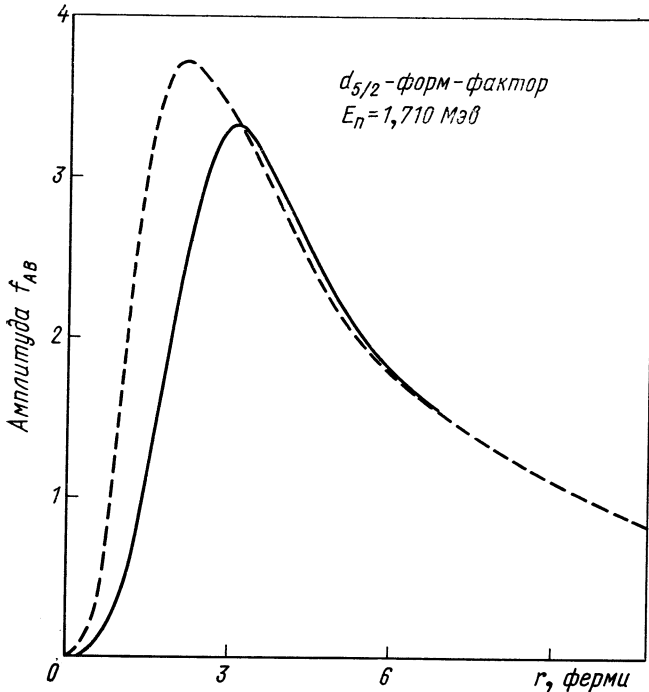


Рис. 9. Точный форм-фактор  $F_{d_{5/2}}$  для рассеяния  $n + {}^{15}\text{N}$  и форм-фактор в приближении WDP.

( $r < 7,5$  ферми), то рассчитанные с такими форм-факторами сечения будут обладать одинаковой зависимостью от угла и различаются по величине на 25—30% (сравним с 50%-ным различием точного сечения и сечения WDP в случае связанного состояния  $1f_{5/2}$  в ядре  ${}^{42}\text{Ca}$ ). Это свидетельствует о том, что сходимость разложения (34) в случае сплошного спектра не хуже, чем сходимость разложения по функциям задачи Штурма — Лиувилля в случае дискретного спектра. Сравнение спектроскопических факторов с коэффициентами  $C_{nlj}$  здесь проводить невозможно просто потому, что в случае сплошного спектра использование базиса каналовых функций очевидно. Однако и в случае передачи нуклона

в резонансное состояние можно проследить аналогии со связанными состояниями, а также ввести понятие спектроскопического фактора, как меры одночастичности исследуемого резонанса.

Рассмотрим сначала случай  $V_{\text{res}} = 0$ . Тогда форм-фактор  $f_{AB}(E, r)$  — просто волновая функция упругого рассеяния нейтрона на потенциале  $V_0(r)$ . Как уже указывалось, в этом случае единственным возможным видом резонансов будут одночастичные потенциальные резонансы. Известно [22], что в окрестностях таких резонансов волновую функцию для внутренней области потенциала можно представить в факторизованном виде

$$f_{AB}(E, r) = C(E) u(r). \quad (37)$$

Здесь  $u(r)$  — функция, являющаяся решением одночастичного уравнения Шредингера, регулярным в нуле. Ее можно нормировать, как волновую функцию дискретного спектра, на единицу внутри радиуса действия потенциала. При этом коэффициент  $C(E)$  принимает вид

$$C(E) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_0}{(E - E_0)^2 + \Gamma_0^2/4}}. \quad (38)$$

Подстановка такого форм-фактора в амплитуду (5) приводит [23] к резонансному виду для сечения срыва  $d^2\sigma/d\Omega dE$ . Интегрируя это выражение по энергии в окрестности резонанса, получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int dE \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{s. p.} \int \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_0}{(E - E_0)^2 + \Gamma_0^2/4} dE \approx \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{s. p.} \quad (39)$$

Здесь сечение  $(d\sigma/d\Omega)_{s. p.}$  сосчитано с функцией  $u(r)$  и является прямым аналогом одночастичного сечения срыва на связанные состояния. Роль спектроскопического фактора  $S$  играет выражение  $S = \int dE C(E)^2$ . В нашем случае одночастичного резонанса оно равно единице в полной аналогии с одночастичным связанным состоянием.

В случае  $V_{\text{res}} \neq 0$  в канале упругого рассеяния могут возникать также резонансы более сложной природы, обычно именуемые компаунд-резонансами. Физическая причина возникновения этих резонансов очень проста: налетающий нуклон может отдать часть своей энергии в парных соударениях с нуклонами мишени и при этом перейти на связанное состояние в одночастичном потенциале  $V_0(r)$ . Образовавшееся состояние компаунд-ядра распадается только тогда, когда один из нуклонов системы сумеет вновь получить энергию, достаточную для выхода в сплошной спектр. Время жизни таких состояний существенно больше времени жизни одночастичного резонанса, а их ширины  $\Gamma_c$  много меньше ширин  $\Gamma_0$ . Такие состояния удобнее всего описывать в теории Фано — Феш-

бах для системы связанных каналов. Пользуясь результатами этой теории, можно показать [24], что в окрестностях компаунд-резонанса форм-фактор  $f_{AB}(r)$  имеет по-прежнему факторизованный вид (37), а коэффициент  $C_{AB}(E)$  описывается выражением

$$C_{AB}(E) = \left[ \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_c}{(E - E_c)^2 + \Gamma_c^2/4} \cdot \frac{\Gamma_c}{\Gamma_0} \right]^{1/2}. \quad (40)$$

Интегрируя это выражение по энергии, получаем аналог формулы (39) для компаунд-резонанса

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{s.p.} \cdot \frac{\Gamma_c}{\Gamma_0}. \quad (41)$$

Сравнивая это выражение с определением спектроскопического фактора [см. формулу (9)], получаем

$$S_{AB} = \Gamma_c / \Gamma_0. \quad (42)$$

Напомним, что  $\Gamma_c$  — ширина компаунд-резонанса, которую можно измерить в экспериментах по упругому рассеянию;  $\Gamma_0$  —

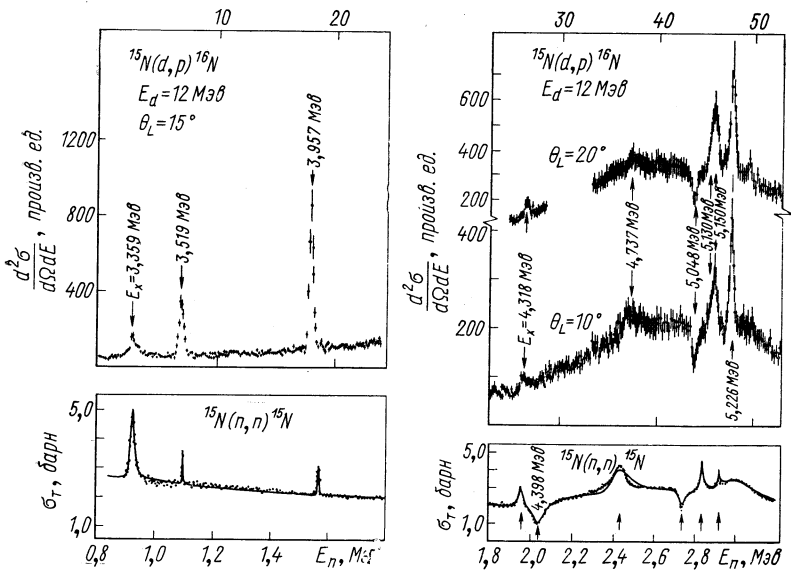


Рис. 10. Экспериментальные сечения реакций  $^{15}\text{N}(d, p)^{16}\text{N}$  и  $^{15}\text{N}(n, n)^{15}\text{N}$ , взятые из работы [25].

ширина, которую имел бы одночастичный резонанс в точке  $E = E_c$  (эту ширину можно найти теоретически). Итак, для срыва в несвязанные состояния есть возможность не только ввести понятие спектроскопического множителя, но и сравнить его с величинами, полученными из независимого эксперимента по упругому рассея-

нию. Факторизация (37) в рамках теории Фано — Фешбаха позволяет получить и более общую формулу, связывающую сечение срыва  $d^2\sigma/d\Omega_p dE_n$  с сечением упругого рассеяния  $\bar{\sigma}(E_n)$  нейтронов на той же мишени:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p dE_n} = \frac{2E_n}{\pi\Gamma_0(E_n)} \bar{\sigma}(E_n) \left( \frac{d\sigma(\theta_p)}{d\Omega_p} \right)_{s.p.} \quad (43)$$

Экспериментальные данные [25] и теоретические расчеты [21] в схеме связанных каналов показывают, что это соотношение выполняется с хорошей точностью. Сравнение спектров протонов из реакции срыва  $^{15}\text{N}(d, p)^{16}\text{N} \rightarrow ^{15}\text{N} + n$  и нейтронов из реакции  $^5\text{N}(n, n)^{15}\text{N}$ , полученных в работе [25], дано на рис. 10.

### 3. ФОРМ-ФАКТОР СРЫВА НА СОСТОЯНИЯ С БОЛЕЕ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ

#### Коллективные возбуждения

Методы смешивания конфигураций, которыми мы пользовались выше, неплохо описывают структуру состояний лишь в том случае, когда число частиц вне заполненной оболочки относительно невелико (или когда возбужденное состояние формируется из небольшого числа квазичастиц). Это объясняется не только техническими трудностями, но и тем, что весь подход модели оболочек основан на предположении о малости остаточных взаимодействий по сравнению с самосогласованным потенциалом, действующим на переданную частицу. В случае большого числа частиц сверх заполненной оболочки (или более сложных возбужденных состояний) ситуация существенно меняется. Теперь остаточные взаимодействия могут приводить к когерентным эффектам типа вибраций или вращений (к этому же классу явлений принадлежат так называемые парные вибрации). Как мы уже старались подчеркнуть, разделение теории прямых реакций на вопросы, связанные со структурой и механизмом процесса, весьма условно, ибо и те, и другие отражают природу одного и того же ядра. Поэтому учет указанных когерентных эффектов необходимо проводить при рассмотрении структуры форм-факторов срыва и при расчете амплитуды всего процесса передачи нуклона. В случае форм-факторов это позволяет использовать более простую систему координат обобщенной модели и записать правую часть уравнения (12) для  $f_{AB}$  в относительно простом виде. В случае амплитуд это приводит к необходимости пользоваться вместо метода искаженных волн (МИВ) методом связанных каналов [см. уравнение (4)]. Действительно, если мы хотим более или менее точно учесть возбуждение коллективных мод в ядре переданным нуклоном, было бы непоследовательным пренебрегать эффектами возбуждения этих мод налетающими дейто-

нами или улетающими протонами. Формальная подстановка волновых функций (4) метода связанных каналов (МСК) в амплитуду (1) позволяет получить выражение для амплитуды МСК:

$$T_{МСК} = \sum_{ij} T_{ij} = \sum_{ij} \int d\mathbf{r}_n d\mathbf{r}_p \Psi_j^{(-)*}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p) V_{np}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p) \times \\ \times \Phi_d(|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p|) \Psi_i^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d) f_{A_i B_j}(\mathbf{r}_n), \quad (44)$$

где

$$f_{A_i B_j}(\mathbf{r}_n) = \int \Psi_{A_i}^*(\xi) \Psi_{B_j}(\mathbf{r}_n, \xi) d\xi. \quad (45)$$

Как уже упоминалось, волновые функции  $\Psi_j^{(-)}(\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p)$  и  $\Psi_i^{(+)}(\mathbf{k}_d \mathbf{r}_d)$  рассчитываются с помощью МСК. Не будем здесь останавливаться на деталях этих расчетов, так как по этому поводу существует достаточно обширная литература [6, 26—28], а лишь коснемся качественной стороны теории срыва в МСК. На примере приближенного подхода [6] и срыва на деформированном ядре можно убедиться, что передача нуклона из состояния  $A$  в состояние  $B$  (рис. 11) может происходить различными путями:  $A \rightarrow B$ ;  $A \rightarrow A_1 \rightarrow B$ ;  $A \rightarrow A_1 \rightarrow B_1 \rightarrow B$ ;  $A \rightarrow B_1 \rightarrow B$ .

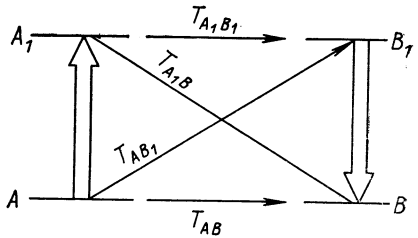


Рис. 11. Схема связи каналов, дающих наибольший вклад в сечение реакции.

Амплитуда каждого процесса, приводящего к образованию состояния  $B$ , комбинируется из амплитуд неупругого рассеяния (вида  $A \rightarrow A_1$ ,  $B \rightarrow B_1$ ) во входном или выходном канале и амплитуд срыва (вида  $F_{A_i B_j}$ ) нуклона на возбужденной мишени  $A_i$  с образованием системы  $B_j$ . Каждая из таких амплитуд срыва  $F_{A_i B_j}$  определяется аналогично обычной амплитуде срыва в МИВ форм-факторами  $f_{A_i B_j}(\mathbf{r}_n)$  [см. выражение (45)]. Ясно, что относительный вклад каждого из путей в полную амплитуду процесса зависит от относительных величин амплитуд промежуточных процессов возбуждения и срыва с участием возбужденных состояний. Опыт показывает [6], что во многих случаях амплитуда возбуждения или разрядки ядра в процессе неупругого рассеяния содержит параметр малости. Поэтому, если все амплитуды передачи на рис. 11 одного порядка, то доминирующим процессом будет так называемый одноступенчатый процесс, определяемый амплитудой  $F_{AB} = T_{AB}^{МИБ}$ . Вклад более сложных путей в образование ядра  $B$  будет велик, лишь если эта амплитуда по какой-нибудь причине мала. Такая малость на языке спектроскопических факторов

означает, что конечное состояние  $B$  очень далеко от одночастичного. Для того чтобы понять, о какой одночастичности может идти речь при наличии коллективных возбуждений, рассмотрим подробнее форм-факторы  $f_{A_i B_j}$ , входящие в амплитуду (44).

*Вращательные состояния.* Рассмотрим реакцию передачи, идущую на четно-четном деформированном ядре-мишени  $A$ . Такое ядро можно с большой степенью точности описывать как жесткий ротатор с гамильтонианом

$$H_A = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_0} \hat{I}_A^2 \quad (46)$$

и собственными функциями

$$\Psi_A = \left( \frac{2I_A + 1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \mathcal{D}_{M_A 0}^{I_A}(\omega). \quad (47)$$

Здесь  $\omega$  — совокупность углов Эйлера;  $I_A$  — угловой момент с компонентой  $M_A$ , направленной по оси  $z$  в лабораторной системе координат, для простоты рассматривается обычный аксиально-симметричный случай.

Гамильтониан нечетного ядра  $B$  в коллективной модели имеет вид

$$H_B = H_A + T + V, \quad (48)$$

где  $V$  — деформированный потенциал среднего поля, с помощью которого мы надеемся учесть большую часть остаточных взаимодействий нуклонов сверх заполненного остова. Вводя координаты нуклона  $\mathbf{r}'(r, \theta, \varphi)$ , где  $\theta, \varphi$  — угловые переменные во внутренней системе координат, связанной с вращающимся ядром, можно записать этот потенциал в форме потенциала Вудса — Саксона, обобщенной на деформированный случай:

$$V(\mathbf{r}') = V_0 \{1 + \exp[(r - R(\theta))/a]\}^{-1}. \quad (49)$$

Здесь радиус ядра  $R(\theta) = R [1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda 0} Y_{\lambda 0}(\theta) - n(\beta)]$ ;  $n(\beta)$  — поправка высшего порядка по степени деформации  $\beta_{\lambda}$ , гарантирующая нам сохранение объема. Разлагая потенциал в ряд по сферическим функциям  $Y_{\lambda 0}(\theta)$  и пользуясь формулами (46) — (48), получаем аналог уравнения (12) для форм-фактора  $f_{AB}$  в коллективной модели:

$$\begin{aligned} & \left[ T + V(r - R) - E_B + \frac{I_A(I_A + 1)}{2\mathcal{I}} \right] f_{AB}(\mathbf{r}) = \\ & = \left\langle \Psi_A \left| \sum_{\lambda=2} C_{\lambda}(r) Y_{\lambda 0}(\theta) \right| \Psi_B \right\rangle. \end{aligned} \quad (50)$$

В коллективной модели волновая функция

$$\Psi_B = \left( \frac{2I_B + 1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \sum_K \Psi_K(r, \theta, \varphi) \mathcal{D}_{M_B K}^{I_B}(\omega), \quad (51)$$

где  $K$  — проекция момента  $I_B$  на ось симметрии ядра.

Гамильтониан  $H_B$  можно также записать, введя оператор углового момента переданного нуклона  $\hat{j} = \hat{I}_B - \hat{I}_A$ :

$$H_B = T + V + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_0} [\hat{I}_B^2 + (\hat{j}^2 + 2j_z^2) - (\hat{j}_+ \hat{I}_{-B} + \hat{j}_- \hat{I}_{+B})], \quad (52)$$

где индексы «+», «-» и  $z$  у оператора  $\hat{j}$  относятся к внутренней системе координат. Последний член в квадратных скобках описывает взаимодействие Кориолиса.

В предельном случае очень больших моментов инерции  $\mathcal{I}_0$  как кориолисово взаимодействие, так и весь вклад в  $H_B$  от  $H_A$  становится пренебрежимо малым. Этот случай обычно и называют адиабатическим пределом. Теперь  $K$  становится хорошим квантовым числом, а волновая функция (51) принимает вид

$$\Psi_B = \left( \frac{2I_B + 1}{16\pi^2} \right)^{1/2} \{ \Psi_K(r, \theta, \varphi) \mathcal{D}_{M_B K}^{I_B}(\omega) - (-1)^{I_B + K} \mathcal{D}_{M_B - K}^{I_B}(\omega) \Psi_K(r, \theta, \varphi) \}. \quad (51a)$$

Поскольку взаимодействие  $V(\mathbf{r}')$  записывается в компактном виде (49) лишь во внутренней системе координат, гораздо удобнее работать с уравнением для форм-факторов в этой же системе. Если разложить функцию  $\Psi_K$  по спин-угловым функциям  $\mathcal{Y}_{ij}^k(\theta, \varphi)$

$$\Psi_K(\mathbf{r}') = \sum_{ij} R_{ijk}(r) \mathcal{Y}_{ij}^k(\theta, \varphi), \quad (53)$$

то уравнение (50) примет во внутренней системе координат простой вид:

$$(T + V(r - R) - E_B) R_{ijk}(r) = \sum_{i'j'} \langle \mathcal{Y}_{i'j'}^k | V(r - R) - V(r - R(\theta)) | \mathcal{Y}_{ij}^k \rangle R_{i'j'k}(r). \quad (50a)$$

Поскольку форм-фактор  $f_{AB}(\mathbf{r})$  определен в лабораторной системе, то его связь с функциями  $R_{ijk}$  имеет следующий вид:

$$f_{AB}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2(2I_A + 1)}{(2I_B + 1)}} (I_A j O K | I_B K) \times (I_A j M_A m | I_B M_B) \frac{R_{ijk}(r)}{r} \mathcal{Y}_{ij}^k(\hat{\mathbf{r}}), \quad (54)$$

где  $\hat{\mathbf{r}}$  — совокупность угловых переменных в лабораторной системе координат.

Теперь видно, что уравнение (50a) является аналогом уравнения (12) для форм-факторов. Основными отличиями этого уравнения от уравнения (12) являются, во-первых, возможность использовать адиабатическое приближение и, во-вторых, меньшее число координат коллективной модели. Это приводит к существенному упрощению возможных путей решения уравнений (50a) по сравне-

нию с описанными выше способами решения системы (12). Из записи (50а) ясно видно, что мы вновь имеем дело с системой связанных уравнений. Поэтому наиболее точный путь решения (50а) — это по-прежнему метод связанных каналов, который успешно применялся в работе [16]. Поскольку имеем дело со связанными состояниями, то задачу можно сформулировать как задачу на собственные значения. Согласно теоретических результатов с экспериментальными энергиями связи  $E_B$  достигается обычно подгонкой параметров потенциала. Поскольку многократное использование метода связанных каналов, необходимое в таких подходах, существенно увеличивает вычислительное время, здесь также можно пользоваться итерационной процедурой Роста [15].

Другие способы нахождения решений системы (50а) заключаются, как и в случае парных взаимодействий, в разложении функций  $R_{ijk}$  по различного рода наборам базисных функций. Наиболее известный базис — собственные функции сферического осциллятора, использованные в схеме Нильссона. Преимущество такого базиса состоит в полноте, недостаток, как и в случае парных взаимодействий [8], — заведомо неверное асимптотическое поведение компонент базиса, чрезвычайно осложняющее расчеты форм-факторов. Для того чтобы скомпенсировать этот недостаток, Сачлер предложил [29] использовать коэффициенты, полученные в схеме Нильссона в комбинации с волновыми функциями сферического потенциала Вудса — Саксона, найденными в процедуре WDP. Пока не ясно, в какой степени такая процедура является последовательной. Но более последовательный подход [30, 31] — подход, использующий базис собственных функций сферического потенциала Вудса — Саксона. Однако в этом подходе, как всегда, возникает вопрос об учете состояний сплошного спектра. Необходимость такого учета следует из того факта, что в базисе Нильссона каждое состояние  $R_{ijk}$  несет большую примесь от компонент с большими значениями главного квантового числа  $n$ , соответствующими сплошному спектру в финитном потенциале Вудса — Саксона. Более удачным выбором базиса представляется, как и раньше, базис функций задачи Штурма — Лиувилля [28, 32]. Об относительной эффективности различных способов выбора базиса можно судить из данных работ [28, 31], приведенных в табл. 3. Коэффициенты  $N_{ijk}$  метода связанных каналов, приведенные

в таблице, получены с помощью нормировки  $\int_0^{\infty} R_{ijk}^2(r) dr = N_{ijk}^2$ .

Как и в случаях, описанных выше, коэффициенты при доминирующих компонентах для различных базисов близки между собой. На рис. 12 приведены сечения  $(d, p)$ -реакции на ядре  $^{176}\text{Yb}$ , полученные МИВ и МСК, а также экспериментальные данные для основной вращательной полосы ядра  $^{177}\text{Yb}$ . В сечении МИВ исполь-



Т а б л и ц а 3  
Сравнение коэффициентов разложения одночастичных волновых функций деформированного ядра  $^{25}\text{Mg}$ , полученных различными методами

Полосы	Базисные состояния	Коэффициенты разложения по функциям Штурма—Литувилля ( $\beta_{20} = 0,45, \beta_{40} = -0,04$ ) при различных $N$				Коэффициенты разложения по базисным функциям Саксона—Вудса ( $\beta_{20} = 0,45, \beta_{40} = -0,04$ ) при различных $N$		Коэффициенты Нильссона ( $\beta_{20} = 0,3$ ) при различных $N$	Коэффициенты разложения по методу связанных каналов ( $\beta_{20} = 0,35$ )
		0	2	4		0	2		
5/2+ [202]	$d_{5/2}$		1,05	-0,073			1,0	1,0	0,993
	$g_{7/2}$			-0,083					
	$g_{9/2}$			-0,139				2	
1/2+ [211]	$s_{1/2}$	-0,044	0,447	-0,004		-0,035	0,408	0,37	0,548
	$d_{3/2}$		-0,742	-0,089			-0,765	-0,75	-0,711
	$d_{5/2}$		-0,490	0,023			-0,496	-0,54	-0,425
	$g_{7/2}$			-0,094					
	$g_{7/2}$			-0,086					
1/2+ [200]	$s_{1/2}$	0,148	0,724	-0,039		0,087	0,749	0,76	0,705
	$d_{3/2}$		0,638	-0,049			0,587	0,58	0,665
	$d_{5/2}$		-0,346	0,066			-0,294	-0,29	0,222
	$g_{7/2}$			0,126					
	$g_{9/2}$			-0,085					
1/2- [330]	$p_{1/2}$	0,038	-0,173	-0,054		-0,011	не связано	-0,23	
	$p_{3/2}$	-0,258	0,602	0,097		-0,111	0,632	0,55	
	$f_{5/2}$		-0,075	-0,040			не связано	-0,20	
	$f_{7/2}$		0,591	0,403			0,767	0,78	
	$h_{9/2}$			-0,015					
	$h_{11/2}$			0,083					
			1	3	5		1	3	3

зовались форм-факторы лишь для одного набора значений ( $lj$ ). Коэффициенты разложения форм-фактора ядра  $^{177}\text{Yb}$  по двум базисам приведены в табл. 4.

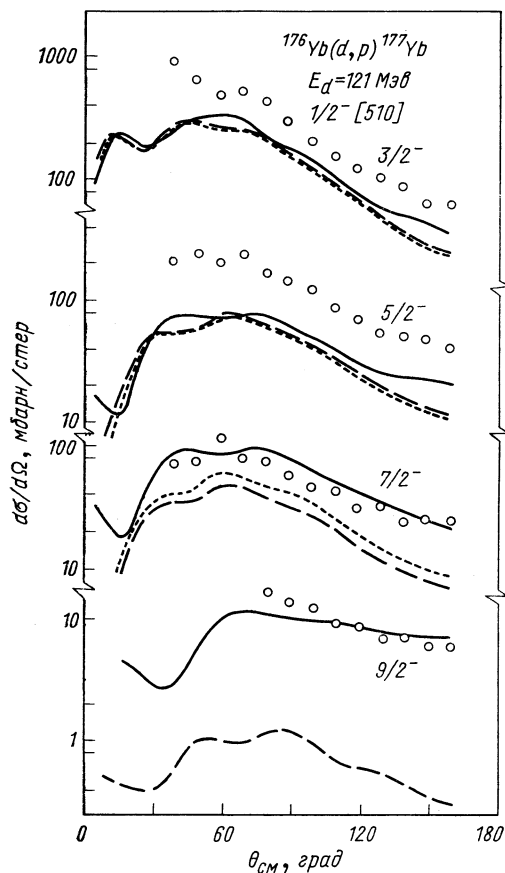


Рис. 12. Сечения многоступенчатого срыва на вращательные состояния полосы  $1/2^- [510]$  ядра  $^{177}\text{Yb}$  (сплошные кривые). Сечения одноступенчатых передач даны пунктирными кривыми.

счет кориолисова взаимодействия, которые можно вычислять в модели Кермана [33] или в полумикроскопическом подходе [34]. До настоящего времени была предпринята лишь одна попытка [35] учета кориолисова взаимодействия при расчете сечений срыва в МСК. При этом расчет коэффициентов смешивания производился в базисе связанных состояний сферического потенциала Вудса — Саксона, а затем по аналогии с упомянутым выше предложением

Во всех описанных подходах роль остаточных взаимодействий сводилась лишь к появлению деформации у самосогласованного одночастичного потенциала. Приближение адиабатичности в уравнении (52) позволяет пользоваться понятием чисто одночастичного движения и существенно упрощает всю задачу. Следующий этап на пути более точного учета остаточных взаимодействий — включение сил Кориолиса. Теперь волновую функцию ядра  $B$  можно записать в виде

$$\Psi_B = \left( \frac{2I_B + 1}{16\pi^2} \right)^{1/2} \sum_{K\alpha} C_{K\alpha}^{I_B} \{ \mathcal{D}_{M_B K}^{I_B}(\omega) \times \Psi_K^{(\alpha)}(\mathbf{r}') + (-1)^{I_B + K + 1} \times \mathcal{D}_{M_B -K}^{I_B}(\omega) \Psi_{-K}^{(\alpha)}(\mathbf{r}') \}. \quad (516)$$

Коэффициенты  $C_{K\alpha}^{I_B}$  — коэффициенты смешивания, возникающие за

Таблица 4

Сравнение коэффициентов разложения одночастичной волновой функции  $1/2- [510]$  ядра  $^{177}\text{Yb}$ , полученных по методу Штурма—Лиувилля [32] и по методу Саксона—Вудса [31]

Базисные состояния	Коэффициенты разложения по функциям Штурма—Лиувилля ( $\beta_{20} = 0,28$ , $\beta_{40} = -0,008$ ) при различных $N$				Коэффициенты разложения по базисным функциям потенциала Саксона—Вудса ( $\beta_{20} = 0,28$ , $\beta_{40} = -0,008$ ) при различных $N$		
	1	3	5	7	1	3	5
$p_{1/2}$	-0,021	-0,034	0,022	-0,250	-0,009	-0,022	0,177
$p_{3/2}$	0,016	0,036	0,603	-0,020	0,009	0,044	0,616
$f_{5/2}$		0,21	0,558	0,014		0,040	0,476
$f_{7/2}$		0,066	-0,418	0,074		-0,036	-0,423
$h_{9/2}$			-0,394	0,084			-0,418
$h_{11/2}$			0,137	-0,088			0,098
$i_{13/2}$				-0,099			
$i_{15/2}$				0,072			

Сачлера [29] каждая компонента в разложении заменялась функцией WDP для того, чтобы обеспечить правильное поведение фактора на асимптотике. Расчеты [35] показывают, что хотя примеси от кориолисовых взаимодействий к каждому одночастичному состоянию относительно малы, сечение реакции может изменяться при учете этих примесей довольно существенно ( $\sim 30\%$ ).

*Вибрационные состояния.* Можно различить два типа вибрационных состояний: так называемые гигантские резонансы с большой энергией возбуждения и низколежащие состояния типа колебаний формы и парных вибраций. Поскольку до настоящего времени не было предпринято ни одной попытки включить гигантские резонансы в теорию срыва, ограничимся рассмотрением низколежащих вибрационных состояний.

Однако энергии этих состояний слишком велики, чтобы пользоваться адиабатическим приближением, как в случае вращательных спектров. Здесь уместно еще раз остановиться на вопросах сходства и отличия в подходах коллективной модели и метода смешивания конфигураций в модели оболочек. В модели оболочек с самого начала ограничивается подпространство, в котором действуют остаточные взаимодействия, лишь оболочками сверхзаполненного остова. Тогда добавочные ограничения на многочастичные уравнения Шредингера, возникающие из-за принципа Паули, можно легко встроить в уравнение (12). В рассмотренный выше случай вращательных состояний включаем большую часть

остаточных взаимодействий в самосогласованный потенциал с помощью члена  $[V(r - R) - V(r - R(\theta))]$ . Адиабатическое приближение позволяет вновь легко учесть влияние принципа Паули: просто необходимо рассмотреть незаполненные одночастичные состояния нуклона в поле деформированного остова. Всякое отклонение от адиабатичности чрезвычайно затрудняет учет принципа Паули в коллективной модели и заставляет искать микроскопические пути описания коллективных возбуждений. Такими путями являются расчеты и с использованием приближения Тамма — Данкова или микроскопические подходы [2, 36], использующие приближение хаотических фаз. Даже в таких подходах полный учет принципа Паули чрезвычайно сложен, так как он связан с отказом от применения квазибозонного приближения и с точным учетом эффектов блокировки. При расчете спектроскопических величин эти недостатки несутся и их можно скомпенсировать ренормировкой констант остаточных взаимодействий. В случае же форм-факторов, как видно на примере уравнения (126), этого оказывается недостаточно. Другим недостатком полумикроскопических подходов является то, что они всегда проводятся на ограниченном базисе модели оболочек. Однако, как было видно на примере модели оболочек (см. разд. 1), коэффициенты разложения в таком ограниченном базисе хорошо согласуются с точными спектроскопическими факторами  $\bar{S}_{AB}$ . Поэтому в случае срыва на четно-четной мишени можно надеяться получить сведения об основных компонентах амплитуды перехода, рассматривая лишь незанятые состояния для нечетного нуклона сверх остова. Это вновь позволяет пользоваться коллективной моделью и записать гамильтониан ядер  $A$  и  $B$  в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} H_A &= \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} \alpha_{\lambda}^{\dagger} \alpha_{\lambda}; \\ H_B &= H_A + T + V(r) + H_c, \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

где  $\alpha_{\lambda}^{\dagger}$  — оператор рождения фонана мультипольности  $\lambda$  с собственной частотой  $\omega_{\lambda}$ ; взаимодействие  $H_c$  внешней частицы с колебаниями остова в нижнем порядке теории возмущения имеет вид

$$H_c = -\frac{\partial V}{\partial r} [\alpha_{\lambda} Y_{\lambda}] \sqrt{2\lambda + 1}. \quad (56)$$

Пользуясь вновь разложением по функциям каналов

$$\Psi_B = \sum_i [f_{AiB} \Psi_{I_{Ai}}^{Ai}]^I_B$$

и формулой

$$f_{AB}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} R_{ij}^A(r) \mathcal{Y}_{ij}^m(\Omega),$$

можно записать систему связанных уравнений для радиальной части форм-фактора  $R_{ij}^A$  в виде

$$\begin{aligned} & [T_r + V(r) - (E_B - E_A)] R_{ij}^A = \\ & = - \sum \langle [\mathcal{Y}_{ij} \Psi_{I_A}^A]^{I_B} | H_c | [\mathcal{Y}_{l_{ij}} \Psi_{I_{A_i}}^A]^{I_B} \rangle R_{l_{ij}}^{A_i}(r). \end{aligned} \quad (57)$$

Матричный элемент оператора взаимодействия (56) можно определить из экспериментов по неупругому рассеянию нуклонов с возбуждением колебательных состояний мишени. Как и во всех описанных выше случаях, наиболее точный метод решения уравнений (57) — метод связанных каналов. Первая попытка использовать такой метод была предпринята в работе [37], где рассчитывались сечения реакций передачи  $^{208}\text{Pb} (^3\text{He}, d)^{209}\text{Pb}$  и  $^{208}\text{Pb} (d, p)^{209}\text{Pb}$ . Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Задача получения форм-факторов при этом существенно упрощалась, так как экспериментальные спектры уровней ядра  $^{209}\text{Pb}$  показывают, что во многих случаях матричные элементы взаимодействий, стоящие в правой части (57), можно рассчитать по теории возмущений. Альтернативный подход — использование базиса задачи Штурма — Лиувилля для расчета  $R_{ij}^A(r)$ . В работе [38] такой подход в совокупности с МСК использовался для определения сечений реакции  $^{52}\text{Cr} (d, p)^{53}\text{Cr}$ . При этом для получения экспериментальных энергий связи  $\mathcal{E}_{BA} = E_B - E_A$  в уравнениях (57) производилась вариация константы связи  $\alpha_\lambda$ . Полученные для этой константы значения (0,21) хорошо согласуются с результатами расчетов реакций неупругого рассеяния.

### Высоковозбужденные состояния (статистический подход)

С ростом энергии возбуждения конечного ядра структура состояний  $\Psi_B$  все более усложняется, так как остаточные взаимодействия будут приводить к перемешиванию все большего числа возбужденных состояний остова. При этом примесь к данному возбужденному состоянию от состояния с невозбужденным остовом, которая определяет амплитуду реакции передачи в МИВ, будет делаться все меньше.

Структуру таких высоковозбужденных состояний можно описывать в рамках полумикроскопического подхода, предложенного В. Г. Соловьевым [2]. Тогда для нахождения реакции срыва на каждое из состояний следует использовать приведенные выше методы. Альтернативным методом, позволяющим оперировать со средними величинами сечений и другими, является статистический подход, широко распространенный сейчас для описания нейтронных резонансов в упругом рассеянии нейтронов. Поскольку, как было показано в разд. 2, сечение срыва на резонансные состояния

также связано с сечением упругого рассеяния нейтронов [21, 24], такой подход можно применять и для описания ( $d, p$ )-реакций на связанные высоковозбужденные состояния.

Воспользуемся вновь каналовым разложением (16) для функции  $\Psi_B$ , но для удобства введем форм-факторы  $\bar{f}_{A_i B}$ , нормированные на единицу [см. уравнение (26)]. Тогда

$$\Psi_B = \sum_i V \overline{N_{A_i B}} [\bar{f}_{A_i B} \Psi_{A_i}]_{I_B}. \quad (58)$$

В силу конечного разрешения  $\delta$  экспериментальной установки в эксперименте будем видеть лишь среднее сечение  $d\tilde{\sigma}/d\Omega$ . Введем функцию  $\rho(x)$  экспериментального разрешения установки

$$\rho(x) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\delta}{x^2 + (\delta/2)^2}. \quad (59)$$

Теперь среднее сечение ( $d, p$ )-реакции, наблюдаемое на эксперименте, примет (с точностью до спиновых множителей) вид

$$d\sigma/d\Omega = \sum_B \rho(E_B - E) N_{A_0 B} \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_B)_{s.p} \Delta E. \quad (60)$$

Для того чтобы получить усредненные значения спектроскопических факторов  $N_{A_0 B}$ , можно воспользоваться следующей простой моделью [39, 40]. Пусть в случае отсутствия связи между каналами у нас есть одночастичное состояние

$$\Psi_{B_0} = [f_{A_0 B_0} \Psi_{A_0}]^{I_{B_0}} \quad (61)$$

с энергией  $E_0$ . Включение остаточных взаимодействий приводит к смешиванию этого состояния с состояниями более сложной структуры, соответствующими возбужденному остову  $\Psi_{A_i}$  (например, с состояниями трехквaziчастичного типа с энергией  $E_i$ ). Предположим, что матричные элементы этих взаимодействий  $V_{0i}$  подчиняются следующим условиям:

$$V_{0i} = V_{i0}; \quad V_{ik} = V_{ki} = 0; \quad k, i \neq 0. \quad (62)$$

В этом случае среднее сечение, определяемое уравнением (60), примет лоренцову форму:

$$\frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega} \approx \left( \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_0) \right)_{s.p} \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma + \delta}{(E_0 + \Delta E_0 - E)^2 + [(\Gamma + \delta)/2]^2}, \quad (63)$$

где ширина лоренцевой кривой

$$\Gamma = \delta \sum_i \frac{V_{0i}^2}{(E - E_i)^2 + (\delta/2)^2}, \quad (64)$$

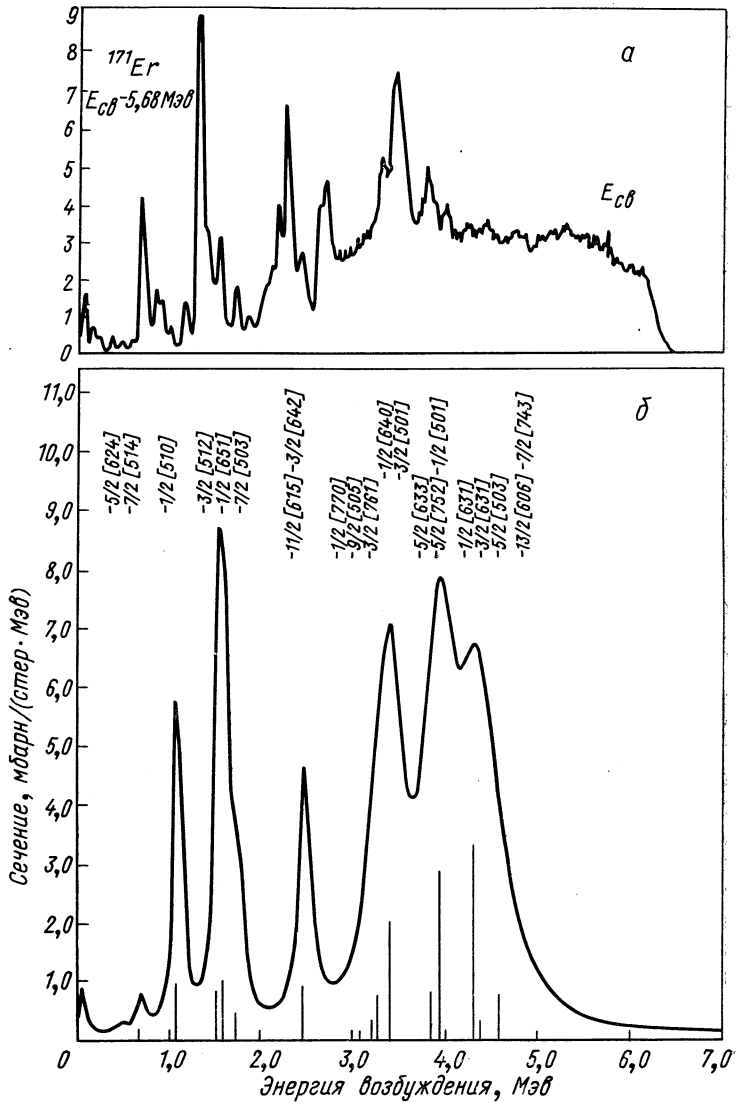


Рис. 13. Зависимость экспериментальных (а) и теоретических (б) сечений  $^{170}\text{Er}(d, p)$ -реакции от энергии возбуждения остаточного ядра  $^{171}\text{Er}$ .

а сдвиг максимума  $\Delta E_0$ , возникающий из-за остаточных взаимодействий:

$$\Delta E_0 = \sum_i \frac{V_{0i}^2 (E - E_i)}{(E - E_i)^2 + (\delta/2)^2}. \quad (65)$$

Как видно из (64), при статистическом описании ширина  $\Gamma$  пропорциональна среднему значению квадрата матричного элемента  $V_{0i}$  и числу состояний с энергиями  $E_i$ , приходящихся на интервал  $\delta$ .

Такого рода статистический подход применялся в работах [41] для описания реакций срыва на высоковозбужденные состояния ядра  $^{239}\text{Pu}$  и ряда редкоземельных ядер. В качестве состояний  $\Psi_{V_0}$  авторы использовали одночастичные состояния переданного нуклона в деформированном потенциале ядра-мишени, полученные с помощью метода Штурма — Лиувилля, описаного выше. Далее сечения срыва, найденные с такими форм-факторами методом искаженных волн, рассчитывались в соответствии с формулой (63), при этом предполагалось, что  $\delta \ll \Gamma$ . Наиболее интересный результат в таком описании — зависимость  $\Gamma(E)$ . Авторы упомянутых работ предполагали, что одночастичные состояния связаны лишь с «входными» состояниями трехквaziчастичного типа. Плотность таких состояний квадратично растет с энергией возбуждения  $E$ . Если использовать предположение о постоянстве матричного элемента  $V_{0i}$ , то зависимость  $\Gamma(E)$  должна расти с энергией также квадратично. Именно этот вид зависимости  $\Gamma(E)$  использовался для получения теоретических кривых (рис. 13). Если, однако, воспользоваться идеей факторизации, описанной выше, и проследить за переходом от связанных состояний к резонансам, то (см., например, работу [40]) можно связать поведение  $\Gamma(E)$  с поведением мнимой части потенциала оптической модели, которая растет с энергией гораздо медленнее (зависимость имеет скорее линейный вид). Одно из возможных объяснений такой линейной зависимости состоит в рассмотрении «входных» состояний типа частица плюс фонон. Возвращаясь к кривым рис. 13, отметим, что поскольку в теоретических расчетах рассматривались только связанные состояния  $\Psi_{V_0}$ , то поведение теоретических кривых в области вблизи и выше энергии связи  $E_{\text{св}}$  переданного нуклона дается заведомо неверно. Спад экспериментальных кривых при больших энергиях возбуждений связан лишь с падением проницаемости для протонных волновых функций.

### Учет парных корреляций

Чрезвычайно важным типом остаточных взаимодействий являются парные корреляции сверхпроводящего типа (см., например, работы [42, 43]). Эти феноменологические взаимодействия позволяют



достаточно простым образом учесть короткодействующую часть нуклон-нуклонных сил в ядре, а также роль принципа Паули и эффектов антисимметризации. Существенное преимущество такого подхода — возможность описывать состояния частиц вдали от дважды магических ядер. Наиболее удобно для описания парных корреляций применять метод вторичного квантования. В этом методе форм-фактор для реакции передачи нуклона в состояние с одночастичными квантовыми числами  $lj$  имеет вид

$$f_{AB} = \langle B | a_{lj}^\dagger | A \rangle, \quad (66)$$

где  $a_{lj}^\dagger$  — оператор рождения частицы в состоянии  $lj$ . Если воспользоваться обычным видом волновых функций ядер  $A$  и  $B$  в сверхтекучей модели, то из формулы (66) следует [43], что роль спектроскопических факторов будут играть квадраты коэффициентов канонического преобразования Боголюбова  $u$  и  $v$ :

$$S_i = \left\{ \begin{array}{l} u_i^2 \text{ в случае реакции подхвата;} \\ v_i^2 \text{ в случае реакции срыва.} \end{array} \right\} \quad (67)$$

Энергия состояния  $i$  нечетного ядра  $B$  в таком подходе имеет вид

$$E_i = \sqrt{(\mathcal{E}_i - \lambda)^2 + \Delta^2}, \quad (68)$$

где  $\mathcal{E}_i$  — энергия одночастичного состояния модели оболочек;  $\lambda$  — химический потенциал;  $\Delta$  — энергетическая щель, возникающая из-за парных корреляций.

В более сложном случае полумикроскопических моделей, описывающих коллективные возбуждения, в спектроскопический фактор (67) будут входить различные комбинации произведений коэффициентов  $u_i$  и  $v_i$ .

Из выражения (67) видно, что коэффициенты  $u_i$  и  $v_i$  приобретают то же значение, что и коэффициенты  $C_{nij}$  в методе смешивания конфигураций модели оболочек. Поэтому по аналогии со случаем смешивания конфигураций, хотя энергия системы  $E_i$  ренормируется в соответствии с уравнением (68), асимптотическое поведение волновых функций определяется энергиями  $\mathcal{E}_i$  модели оболочек. Другой трудностью, возникающей при рассмотрении форм-факторов, в этом случае является то, что в принципе энергия  $E_i$  не всегда совпадает с реальной энергией связи  $\mathcal{E}_{BA}$  (как, впрочем, и в большинстве расчетов в модели оболочек с остаточными взаимодействиями). Поэтому при расчете сечений срыва для тех областей, где применяется сверхтекучая модель, пользуются пока что процедурой WDP. Вопрос о применимости этой процедуры практически не исследован, хотя ясно, что в принципе его следует решать так же, как и в случаях, описанных в разд. 1. Обычный подход сверхтекучей модели использует простые приближения для решения очень сложной задачи. Простой способ нахождения диагонального представления для модельного гамильтониана системы, осно-

ванные на специальном виде остаточных взаимодействий, не оставляет при этом места для введения радиальной зависимости в правой части уравнения для форм-фактора  $[P_{AB}(r)]$  в уравнении (12). Поэтому любая попытка более последовательного рассмотрения форм-факторов в модели парных корреляций, несомненно, приведет к существенному усложнению этой модели. С практической точки зрения можно надеяться, что более точные подходы к задаче о форм-факторах не повлияют существенно на сечения реакций передачи в этой модели. Аргументы для такого утверждения связаны, во-первых, с тем, что, как видно из поведения коэффициентов  $u_i$  и  $v_i$ , вклад от далеких (удаленных от ферми-поверхности более чем на  $2\Delta$ ) состояний очень невелик. Во-вторых, как уже известно, большая часть остаточных взаимодействий уже учитывается в задаче включением деформации в одночастичный потенциал. Отсюда, а также из факта относительной малости величины  $\Delta$  ( $\sim 1$  Мэв) следует, что даже асимптотика, определяемая энергией  $\mathcal{E}_i$ , не приводит к существенному изменению сечений реакции.

К первым попыткам более последовательного описания форм-факторов в модели парных корреляций относится работа Сугавары [44], которая использовала модификацию метода Хартри — Фока — Боголюбова для учета диагональных членов остаточных взаимодействий и эффектов антисимметризации в уравнении для форм-факторов. Для получения правильных значений энергий связи она варьировала два параметра в остаточных взаимодействиях, добиваясь при каждой вариации самосогласованности решений (в смысле Хартри — Фока). Сложность расчетов при этом неизмеримо возросла по сравнению с обычным подходом, несмотря на то, что в работе не использовались в полной мере методы связанных каналов. Сугавара получила сечения  $(d, p)$ - и  $(p, d)$ -реакций на нескольких изотопах Fe, Ni и Zr, хорошо (с точностью до 30%) согласующиеся с экспериментальными, а также значения энергий связи с точностью до нескольких процентов. К сожалению, в работе нет сравнения «точных» спектроскопических факторов  $N_{AB}$  с обычными спектроскопическими факторами процедуры WDP.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Во всем обзоре придерживались единообразного описания уравнений для форм-факторов и подчеркивались аналогии в подходе к этим уравнениям для всевозможных моделей ядер. Поэтому ясно, что вопросы о применимости различных приближений в решении уравнений для форм-факторов можно решить в рамках простейшей модели смешивания конфигураций. Основную трудность при этом представляет решение системы уравнений для связанных каналов, позволяющее точно учесть влияние сплошного

спектра. Как уже указывалось, в единственном случае, когда существует точное решение задачи, приближенные способы позволяют определить спектроскопические факторы с точностью не хуже 50%. Учитывая, что всякая попытка более последовательно рассмотреть системы уравнений для форм-факторов ведет к огромному усложнению стандартных спектроскопических расчетов (особенно нагляден пример парных корреляций), величина 50% может показаться вполне удовлетворительным приближением. Однако у нас нет гарантий, что эта цифра не может быть значительно больше в общем случае. Ясно, что наибольшего отличия стандартных методов следует ожидать в случае малых энергий от связи и большой смеси конфигураций.

Другим вопросом, возникающим при нахождении форм-факторов, является вопрос о ренормировке остаточных взаимодействий, связанной с включением в рассмотрение сплошного спектра. Результаты точного расчета [9] позволяют надеяться, что остаточные взаимодействия, используемые в спектроскопических расчетах, на обрезанном базисе могут по крайней мере служить хорошим нулевым приближением в любой итерационной процедуре нахождения форм-факторов. Однако этот вопрос также нуждается пока в добавочном исследовании.

Существует и экспериментальный путь проверки правильности получаемых значений спектроскопических множителей для реакций передачи. Он состоит в сравнении сечений срыва на резонансное состояние с сечением упругого рассеяния. В исследованных пока случаях [21, 24, 45] соотношение (42) оказывается справедливым с точностью до 30—40%. Однако экспериментальные данные в этой области пока что весьма скудны.

Следует отметить также, что вопрос о включении в базис состояний сплошного спектра возникает не только в задаче о форм-факторах срыва, но и в любой спектроскопической задаче, использующей полноту базисных наборов. Поэтому исследование форм-факторов срыва может, несомненно, оказать влияние на результаты структурных расчетов.

Авторы признательны проф. В. Г. Соловьеву и сотрудникам его отдела за постоянное внимание к работе и полезные обсуждения. Мы благодарны также Р. М. Ямалееву, в соавторстве с которым были получены некоторые результаты, использованные в обзоре.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батлер С. Ядерные реакции срыва. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960; Тер-Мартirosян К. А. ЖЭТФ, 1956, т. 29, с. 713; Ситенко А. Г. УФН, 1959, т. 67, с. 377; Tobocman W. The Theory of Direct Nuclear Reactions. Oxford, 1964; Austern N. Direct Nuclear Reaction Theories. N.Y., 1970; Hodgson P. E. Nuclear Reactions and Nuclear Structure. N.Y., 1971.

2. Соловьев В. Г. ЭЧАЯ, 1972, т. 3 вып. 4, с. 710; Soloviev V. G., Malov L. A. Nucl. Phys. A, 1972, v. 196, p. 33.
3. Базь А. И., Демин В. Ф., Кузьмин Н. И. «Ядерная физика», 1967, т. 4, с. 815; Reiner A. S., Jaffe A. T. Phys. Rev., 1967, v. 161, p. 935.
4. Ohmura T. e.a. Prog. Theor. Phys., 1969, v. 41, p. 391; Prog. Theor. Phys., 1970, v. 43, p. 347; Prog. Theor. Phys., 1970, v. 44, p. 1242; Rawitscher G. H. Phys. Rev., 1967, v. 163, p. 1223; Rawitscher G. H., Mukherjee N. Phys. Rev. 1969, v. 181, p. 1518; Zakhariev V. N. In: The Structure of Nuclei (Proc. Trieste Lectures, 1971). IAEA, Vienna 1972, p. 149; Жигунов В. П., Захарьев Б. Н. В сб.: ЭЧАЯ, 1971, т. 2, вып. 2, с. 499.
5. Macfarlane M. H. Proc. Int. Conf. on Properties of Nuclear States. Montreal, 1969, p. 385.
6. Лукьянов В. К. В сб. «Структура ядра, Алушта, 1972». Дубна, 1972, с. 499; Вибице Х., Лукьянов В. К., Шульц Г. ЭЧАЯ, 1972, т. 3, вып. 4, с. 991.
7. Pinkston W. T., Satchler G. R. Nucl. Phys., 1965, v. 72, p. 641; Berggren T. Nucl. Phys., 1965, v. 72, p. 337.
8. Prakash A., Austern N. Ann. Phys., 1969, 51, p. 418.
9. Ibarra R. H., Vauman V. F. Phys. Rev. C, 1970, v. 1, p. 1786.
10. Захарьев Б. Н. Препринт ОИЯИ Р-2825, Дубна, 1966.
11. Бунаков В. Е., Гареев Ф. А. Препринт ОИЯИ Р4-6226, Дубна, 1972; Bunakov V. E., Gareev F. A. Phys. Lett. B, 1972, v. 39, p. 424; Bang J. e.a. Nucl. Phys. (to be published).
12. Kawai M., Yazaki K. Progr. Theor. Phys., 1967, v. 37, p. 638; Igarishi M., Kawai M., Yazaki K. Progr. Theor. Phys., 1969, v. 42, p. 245.
13. Philipott R. J., Pinkston W. T., Satchler G. R. Nucl. Phys. A, 1969, v. 119, p. 241.
14. French J. B., Macfarlane M. H. Rev. Mod. Phys., 1960, v. 32, p. 567.
15. Rost E. Phys. Rev., 1967, v. 154, p. 997.
16. Немировский П. Э., Чугурнов В. А. «Ядерная физика», 1966, т. 3, с. 998.
17. Sasakawa T. Nucl. Phys. A, 1971, v. 160, p. 321.
18. Huby R. Nucl. Phys. A, 1969, v. 138, p. 442; Liu Q. Z. Phys., 1973, v. 258, p. 301.
19. Meetz K. J. Math. Phys., 1962, v. 3, p. 690; Weinberg S. Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 440; Huby R. Nucl. Phys. A, 1971, v. 167, p. 271.
20. Berggren T. Nucl. Phys. A, 1968, v. 109, p. 265; Bang J., Zimanyi J. Nucl. Phys. A, 1969, v. 139, p. 539.
21. Barz H.—W., Bunakov V., El—Najem M. Nucl. Phys. (to be published).
22. Балашов В. В. и др. «Ядерная физика», 1965, т. 2, с. 643; Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Реакции рассеяния и распада в нерелятивистской квантовой механике. М., «Наука», 1966; Unger H.—J. Nucl. Phys. A, 1967, v. 104, p. 564; 1969, v. 139, p. 375.
23. Bunakov V. Nucl. Phys. A, 1970, v. 140, p. 241; Bunakov V., Gridnev K., Krasnov L. Phys. Lett. B, 1970, v. 32, p. 587; Бунаков В. Е., Гриднев К. А., Краснов Л. В. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 587.
24. Бунаков В. Е. В сб.: «Материалы 6-й зимней школы ФТИ по теории ядра и физике высоких энергий». Л., ФТИ, 1971, ч. 1, с. 56; Bunakov V., Gridnev K., Krasnov L. Phys. Lett. B, 1971, v. 34, p. 572.
25. Fuchs H. e.a. Nucl. Phys. A, 1972, v. 196, p. 286.
26. Tamura T. Rev. Mod. Phys., 1965, v. 37, p. 678; Satchler G. R., Penny S. K. Nucl. Phys. 1964, v. 53, p. 145; Iano P. J., Austern N. Phys. Rev., 1966, v. 151, p. 853; Siemssen R. H., Erskine J. R. Phys. Rev., 1966, v. 146, p. 911; Kozlowsky B., de-Shalit A. Nucl. Phys., 1966, v. 77, p. 215; Levin F. S. Phys. Rev., 1966, v. 147, p. 715; Schulz H., Wiebicke H.—J. Phys. Lett. B, 1969, v. 29, p. 18; Tamura T. e.a. Phys. Rev., 1970, v. 25, p. 1507; Шульц Г. В сб. «Структура ядра, Алушта, 1972». Дубна, 1972, с. 433; Glendening N., Mackintosh R. S. Nucl. Phys. A., 1971, v. 168, p. 575; Braunschweig D., Tamura T., Udagawa T. Phys. Lett., B, 1971,

- v. 35, p. 273; **Ascutto R. J., King C. H., McVoy L. J.** Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 1106.
27. **Schulz H. e.a.** Nucl. Phys. A, 1970, v. 159, p. 324.
28. **Schulz H., Wiebicke H. J., Gareev F. A.** Nucl. Phys. A, 1972, v. 180, p. 625.
29. **Satchler G. R.** Ann. Phys., 1958, v. 3, p. 275; **Elbek V., Tjøm P. O.** Adv. Nucl. Phys., 1969, v. 3, p. 259.
30. **Гареев Ф. А., Иванова С. П., Калинин Б. Н.** Препринты ОИЯИ, P4—2976, P4—3451, Дубна, 1967; «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1968, т. 32, с. 1690.
31. **Gareev F. A. e.a.** Nucl. Phys. A, 1971, v. 171, p. 134; **Гареев Ф. А.** и др. ЭЧАЯ, 1973, т. 4, вып. 2, с. 357; **Гареев Ф. А., Иванова С. П.** Сообщение ОИЯИ P4—5221, Дубна, 1970.
32. **Andersen B. L., Back V. B., Bang J. M.** Nucl. Phys. A, 1970, v. 147, p. 33; **Гареев Ф. А., Иванова С. П., Ширикова Н. Ю.** Препринт ОИЯИ P4—5351, Дубна, 1970; ТМФ, 1971, т. 8, с. 97.
33. **Kerman A. K.** Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 1956, v. 30, N 15.
34. **Ryatov N. I., Chernej M. I., Baznat M. I.** Phys. Script., 1972, v. 6, p. 227; **Пятов Н. И., Черней М. И., Базнат М. И.** ЭЧАЯ, 1973, т. 4, вып. 4, с. 941.
35. **Гареев Ф. А.** и др. «Ядерная физика», 1973, т. 17, с. 761.
36. **Соловьев В. Г.** Теория сложных ядер. М., «Наука», 1971.
37. **Hamamoto I.** Nucl. Phys. A, 1969, v. 126, p. 545; 1969, v. 135, p. 576; 1970, v. 141, p. 1; 1970, v. 148, p. 465; 1971, v. 155, p. 362.
38. **Банг Е.** и др. Препринт ОИЯИ P4—6916, Дубна, 1973.
39. **Rice O. K. J.** Chem. Phys., 1933, v. 1, p. 375; **Fano U. G.** Nuovo cimento, 1935, v. 12, p. 156; Phys. Rev., 1961, v. 124, p. 1866.
40. **Бор О., Моттельсон Б.** Структура атомного ядра. Пер. с англ. М., «Мир», 1971; **Maiaux C., Weidenmüller H. A.** Shell-model approach to nuclear reactions. North.—Holland, Amsterdam, 1969.
41. **Hattula J. e.a.** Preprint, Niels Bohr Institute.
42. **Belyaev S. T.** Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1959, v. 31, N 11.
43. **Soloviev V. G.** Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1959, v. 1, N 11; Prog. Nucl. Phys., 1968, v. 10, p. 239; **Беляев В. Б., Захарьев Б. Н.** «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1961, т. 25, с. 1152; **Бирбраир Б. Л.** ЖЭТФ, 1961, т. 41, с. 894.
44. **Sugawara—Tanabe K.** Nucl. Phys. A, 1971, v. 177, p. 650.
45. **Cole V. J., Huby R., Mines J. R.** Phys. Lett., 1970, v. 33, p. 320.