

УДК 539.172.1

## ОБРАЗОВАНИЕ И РАСПАД КОМПАУНД-ЯДЕР В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

*В. С. Барашенков,  
Ф. Г. Жереги \*,  
А. С. Ильинов,  
В. Д. Гонеев*

Объединенный институт ядерных  
исследований, г. Дубна

Рассматривается статистическая модель ядерных реакций с тяжелыми ионами, протекающих через стадию компаунд-ядра. Подробно обсуждаются вероятности различных каналов с учетом углового момента возбужденного ядра. Особое внимание уделяется расчетам отношения испарительной и делительной ширины  $\Gamma_n/\Gamma_f$ . Все статистические расчеты выполнены методом Монте-Карло, который оказывается весьма эффективным способом рассмотрения процессов распада возбужденных компаунд-ядер. Сравнением с экспериментом оценивается точность и выясняются пределы применимости статистической модели.

A statistical model of heavy ion nuclear reactions proceeding through compound nucleus formation is considered. Probabilities for various decay channels are discussed including the angular momentum of an excited nucleus. Particular attention is paid to the calculation of the evaporation-to-fission ratio,  $\Gamma_n/\Gamma_f$ . All the statistical calculations are made using the Monte-Carlo method that proves rather efficient for treating the processes of excited nucleus decay. On the basis of comparison with experiment, the accuracy of the calculations is estimated and the limits of statistical model applicability are clarified.

### ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные экспериментальные исследования, выполненные с тяжелыми ионами, показали, что при энергиях выше кулоновского барьера столкновение иона с ядром-мишенью с большой вероятностью приводит к образованию единой сильно возбужденной системы — составного ядра, обладающей большим угловым моментом. Если массовое число такого составного ядра  $A \lesssim 150$ , то ядро теряет энергию возбуждения, как правило, последовательным «испарением» нескольких частиц, преимущественно ней-

---

\* Институт прикладной математики АН МолдССР, г. Кишинев.

тронов, и последующей эмиссией  $\gamma$ -квантов при небольших остаточных возбуждениях. Для тяжелых компаунд-ядер при  $A \gtrsim 150$  появляется еще один процесс снятия возбуждения: деление, конкурирующее с процессом испарения. Роль деления становится все более существенной с ростом заряда компаунд-ядра  $Z$ .

Конечно, указанные процессы не исчерпывают всего многообразия ядерных реакций, происходящих при столкновении иона с ядром-мишенью. Наряду с реакциями, реализующимися через стадию равновесного компаунд-ядра, происходят также реакции, при которых налетающий ион и ядро-мишень не теряют своей индивидуальности и взаимодействуют посредством электромагнитных сил или обменом одним или сразу целой группой нуклонов. Такие каналы реакции становятся очень важными при энергиях  $T > 10-20$  Мэв/нуклон\* и в случае столкновений очень тяжелых ядер (таких, например, как  $U + Xe$ ), когда большая величина кулоновского и центробежного барьеров препятствует образованию единого составного ядра и взаимодействия в значительной степени происходят при больших параметрах удара. В частности, в результате таких взаимодействий тяжелое ядро-мишень может испытать процесс деления (так называемое «прямое деление»); оценки показывают, что при  $T > 10-20$  Мэв/нуклон сечение такого процесса довольно заметно [1, 2].

Вместе с тем следует иметь в виду, что общепринятая простая картина, когда взаимодействия резко подразделяются на два типа: реакции, проходящие через стадию компаунд-ядра, и прямые периферические столкновения, является весьма упрощенной и требует существенного уточнения. Как показали недавние эксперименты с очень тяжелыми ионами, неупругое взаимодействие иона с ядром во многих случаях происходит таким образом, что образуется система двух ядер, между которыми частично устанавливается статистическое равновесие, но которые тем не менее не теряют при этом своей индивидуальности. Такая «составная система» отличается от того, что принято называть «составным ядром»\*\*. При энергиях  $T \gtrsim 30-50$  Мэв/нуклон существенное значение приобретает механизм внутриядерных каскадов.

В данной статье ограничимся лишь реакциями, идущими через компаунд-ядро. Для описания таких реакций обычно используют статистические подходы, основанные на гипотезе об установлении термодинамического равновесия в составной системе. В некоторых

\* Здесь и везде далее  $T$  — кинетическая энергия налетающего иона в лабораторной системе координат; энергию относительного движения иона в системе центра инерции ион + ядро будем обозначать  $E$ , а кинетическую энергию вылетающих из компаунд-ядра частицы  $\nu$ -го сорта в системе центра инерции —  $E_\nu$ .

\*\* Мы благодарны Г. Н. Флёрову, В. В. Волкову, Ю. Ц. Оганесяну и В. Л. Михееву за подробное разъяснение этого вопроса и многочисленные обсуждения.

случаях эти подходы являются настолько усредненными, что фактически становятся эквивалентными определенным феноменологическим выражениям с параметрами, подбираемыми из сравнения с конкретным экспериментом. Примером может служить известная модель Джексона для вероятности испарения  $x$  нейтронов [3]. Хотя основное допущение этой модели о том, что ядерная температура и другие характеристики ядра остаются постоянными независимо от величины энергии возбуждения, трудно обосновать с точки зрения более точных моделей ядра, тем не менее соответствующим подбором параметров результаты расчетов по формуле Джексона можно подогнать под эксперимент и использовать далее для предсказаний в тех точках, где измерения не выполнялись.

Как показывают детальные расчеты [4], таким путем удается достаточно хорошо воспроизвести форму и положение максимума функций возбуждения при испускании  $x$  нейтронов. Что же касается абсолютной величины сечений  $xn$ -реакций, то наилучшее согласие (с точностью до фактора примерно 2) имеет место для реакций с испусканием четырех и пяти нейтронов. Для меньших и больших значений  $x$  согласие с опытом существенно ухудшается: сечение  $3n$ -реакций оказываются завышенными, а сечение с  $x \geq 6$  — значительно заниженными по сравнению с экспериментом. При этом расхождение расчетных и экспериментальных значений увеличивается с ростом массы налетающего иона. Например, в реакции  $^{16}\text{O} + ^{238}\text{U}$  для  $x = 3$  и  $x = 8$  при  $T \approx 5$  Мэв/нуклон это различие достигает двух порядков (подробнее см. работу [4]).

Наша задача заключается в рассмотрении более детальной модели распада компаунд-ядра с тем, чтобы выяснить возможность теоретических предсказаний на основе достаточно общих ядерных характеристик. Это особенно важно, когда дело касается экспериментов по синтезу тяжелых трансурановых элементов, ядерные свойства которых известны лишь весьма ориентировочно. Недостаток экспериментальных данных о сечениях реакций существенно затрудняет использование полуфеноменологических аппроксимаций типа формулы Джексона. Обнаружение существенных расхождений теории с опытом или очень сильная зависимость этих результатов от каких-либо параметров явится указанием на необходимость усовершенствования теории в соответствующих пунктах.

В основу наших расчетов положен метод Монте-Карло, математическая природа которого наиболее естественно отражает стохастический аспект процессов распада компаунд-ядер и, что очень важно, позволяет, кроме того, избежать многих математических упрощений, использовавшихся в более ранних работах \*. Последнее позволит быть уверенным в том, что расхождения

\* С основными идеями этого метода в применении к задачам ядерной физики можно познакомиться в монографии [5].

с экспериментом действительно обусловлены самой моделью, а не являются следствием сделанных приближений.

Хотя наше рассмотрение будет касаться компаунд-ядер, а не составных систем, тем не менее не исключено, что в отношении средних характеристик свойства реакций с образованием таких составных систем будут иметь много общего с реакциями, протекающими через компаунд-ядро. Ситуация здесь подобна той, как в физике высоких энергий статистическая теория Ферми, вывод которой основан на грубо модельном предположении об образовании при столкновении двух частиц единой возбужденной системы, передает многие средние черты периферических реакций. Поведение статистических фазовых факторов часто более важно, чем детальная структура матричного элемента.

Статистическое рассмотрение реакций образования и распада компаунд-ядер в случае столкновений ион + ядро значительно упрощается в результате того, что угловые моменты компаунд-ядер очень велики и для описания распада возбужденного составного ядра можно использовать квазиклассический предел подобно тому, как это было сделано в работах [6, 7].

Применение метода Монте-Карло позволяет достаточно точно учесть последовательное испускание нескольких частиц и происходящее при этом изменение свойств возбужденного ядра, т. е. каскадный характер испарительного процесса, а также конкуренцию с процессом деления на каждой стадии девозбуждения. Эта конкуренция весьма существенна для ядер с массовыми числами  $A > 150$ , однако во всех более ранних работах она рассматривалась весьма приближенно. В частности, серьезные возражения встречаются предположения о величине отношения испарительной и делительной ширин  $\Gamma_n/\Gamma_f$ , его зависимости от энергии возбуждения  $E^*$ , от массовых и зарядовых чисел распадающихся ядер (см., например, [8, 9]).

Обсудим также влияние оболочечных эффектов на вероятность процесса деления, что очень важно, в частности, для проблемы синтеза трансурановых элементов.

Рассмотрим сначала модель испарения из возбужденного ядра с большим угловым моментом, базирующуюся на использовании метода Монте-Карло, и применим эту модель для расчета различных характеристик ядерной реакции. После этого обсудим весьма удобное для расчетов полуфеноменологическое описание барьеров деления  $B_f$  и вычисление на его основе отношения испарительной и делительной ширин  $\Gamma_n/\Gamma_f$ . Это даст нам возможность далее изучить общий случай распада возбужденного ядра конкурирующими между собой процессами деления и испарения. Сравнение расчетных величин с известными экспериментальными данными позволит оценить точность обсуждаемого статистического подхода и получить представление о границах его применимости.

Еще раз подчеркнем, что наше рассмотрение относится лишь к усредненным характеристикам неупругих взаимодействий ионов с ядрами; это очень грубый, но необходимый этап исследований.

### 1. ОЦЕНКА СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ СОСТАВНОГО ЯДРА

Анализ экспериментальных данных по сечениям взаимодействия тяжелых ионов с ядрами показывает, что в области энергий  $T < 10$  Мэв/нуклон неупругие взаимодействия ионов с ядрами можно с достаточной точностью рассматривать в приближении «черного ядра с резкой границей» (см., например, [10, 11]). В этом случае сечение образования составного ядра

$$\sigma_c \approx \pi \lambda^2 \sum_{L=0}^{L_{\max}} (2L + 1), \quad (1)$$

где  $\lambda = \hbar / \sqrt{2M(E - V)}$  — длина дебройлевской волны относительного движения;  $M$  — приведенная масса иона и ядра-мишени;  $V = Z_1 Z_2 e^2 / R_{вз}$  — высота соответствующего кулоновского барьера;  $R_{вз} \approx r_{вз} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  — эффективный радиус ядерного взаимодействия; суммирование выполняется по всем угловым моментам  $L$  ядра вплоть до  $L_{\max} = R_{вз} / \lambda$ , если  $\lambda \geq R_{вз} / L_{кр}$ , и  $L_{\max} = L_{кр}$ , если  $\lambda < R_{вз} / L_{кр}$ ;  $L_{кр}$  — критический угловой момент, выше которого образование составного ядра невозможно вследствие кулоновских и центробежных эффектов [1, 2, 12, 13].

В работе [14] значения  $L_{кр}$  оценивались на основе анализа экспериментальных данных. В частности, для фиксированных масс иона и ядра-мишени эти значения оказались практически не зависящими от энергии  $T$ . Однако данные работы [14] можно рассматривать лишь как ориентировочные. В настоящее время  $L_{кр}$  фактически является одним из подгоночных параметров теории.

Если определить критическую энергию  $E_{кр} = V + \hbar^2 L_{кр}^2 / 2MR_{вз}$ , то сечение (1) запишется в виде

$$\sigma_c = \begin{cases} \pi R_{вз}^2 (1 - V/E), & \text{если } E \leq E_{кр}; \\ \pi L_{кр}^2 / 2ME, & \text{если } E > E_{кр}. \end{cases} \quad (2)$$

Возможен более точный подход к вычислению сечения  $\sigma_c$ , когда в формулу (1) вводится отличный от единицы коэффициент прохождения  $\xi(E, L)$  через суммарный ядерный и кулоновский потенциал:

$$V_L(r) = Z_1 Z_2 e^2 / r + \hbar^2 L(L + 1) / (2Mr^2) + V_0 \exp [(R_{вз} - r) / d],$$

где  $V_0, R_{вз}, d$  — параметры, подбираемые из сравнения с экспериментальными сечениями  $\sigma_c$  и сечениями упругого рассеяния иона

на ядре  $\sigma(\theta)$ . Если воспользоваться известным приближением перевернутой параболы [15], то

$$\xi(E, L) = \{1 + \exp [2\pi (B - E)/\hbar\omega]\}^{-1},$$

где  $B$  — высота барьера  $V_L(r)$  и  $\omega = \sqrt{-M d^2 V_L / dr^2}$  вычисляются в точке, где  $dV/dr = 0$ ;  $E$  — энергия налетающего иона в системе центра инерции.

Следует подчеркнуть, что как выражение (2), так и более точное выражение, использующее значение  $\xi(E, L)$ , представляют собой всего лишь оценку, особенно в случае взаимодействия тяжелого иона с тяжелым ядром-мишенью, когда вероятность образования компаунд-ядра в его общепринятом понимании становится весьма незначительной. Достаточно удовлетворительной теории для расчета сечений слияния, учитывающей «вязкость» ядерного вещества, эффекты деформации, влияние оболочечных поправок на форму потенциальной ямы, еще не разработано, а все известные до настоящего времени уточнения к формуле (2) имеют характер полуфеноменологических поправок с дополнительными параметрами и во многих случаях сравнимы по своей величине с другими неучтенными эффектами. Поэтому далее ограничимся простым выражением (2), тем более что точность предсказаний на основе рассматриваемой статистической модели становится весьма низкой значительно раньше, чем становится неприменимым выражение (2) \*.

## 2. ВЕРОЯТНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ КАНАЛОВ ИСПУСКАНИЯ ЧАСТИЦ

Поскольку угловой момент составного ядра, образующегося в реакции с ионами, очень велик  $L \sim R_{вз}/\lambda \gg 1$ , то спинами испускаемых частиц, а также спином остаточного ядра можно пренебречь. Спины частиц будем учитывать лишь в соответствующих статистических факторах  $g = 2s + 1$ , а с величинами углового момента  $L$  и орбитального момента испущенной частицы  $l$  будем оперировать, как с обычными классическими векторами.

В соответствии с таким квазиклассическим подходом вероятность испускания компаунд-ядром  $\nu$ -й частицы в направлении  $\mathbf{n} = \{\cos \theta, \varphi\}$  за единицу времени в системе центра инерции

\* В принципе к расчету сечений слияния можно было бы подойти на основе предположения о том, что процесс слияния иона с ядром в определенной степени обратный процессу деления ядра. В этом случае для расчетов можно использовать методы, сходные с теми, что развивались Гейликманом, Струтинским, Никсом и др. в применении к делению ядер [16—18]. Однако такие расчеты пока еще не выполнены.

[19] имеет вид

$$P_\nu(\mathbf{L}, E_\nu, \mathbf{n}) dE_\nu d\Omega_\nu = \frac{m_\nu g_\nu dE_\nu d\Omega_\nu}{2\pi^2 \hbar^2 \rho(E^*, L)} \int \lambda^2 \delta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}) \xi(E_\nu, l) \rho(E_k^*, \mathbf{L} - \mathbf{l}) d\mathbf{l}. \quad (3)$$

Здесь  $E_\nu$ ,  $m_\nu$ ,  $g_\nu$  — кинетическая энергия, масса и статистический фактор испущенной частицы;  $E_k^* = E^* - E_\nu - B_\nu$  — энергия возбуждения остаточного ядра;  $B_\nu$  — энергия связи частицы в исходном распадающемся ядре с энергией возбуждения  $E^*$  (для определения энергии  $B_\nu$  можно воспользоваться работой Камерона [20]). Индекс  $\nu$  отмечает испускание  $n$ ,  $p$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$  и  $\gamma$ -квантов;  $\xi(E_\nu, l)$  — коэффициент прохождения, для которого снова воспользуемся выражением, полученным в приближении черного ядра с резкой границей:

$$\xi(E_\nu, l) = \begin{cases} 0, & \text{если } l \geq l_m; \\ 1, & \text{если } l < l_m \equiv R_{\text{вз}} \sqrt{2\mu(E_\nu - V_\nu)/\hbar}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mu$  — приведенная масса ядра и испущенной частицы;  $V_\nu$  — кулоновский барьер. Плотность уровней в распадающемся и остаточном ядрах  $\rho$  определим в приближении, когда ядро рассматривается как ротатор с энергией вращения  $E_{\text{rot}} = L^2 \hbar^2 / 2I$ , где  $I$  — соответствующий момент инерции, и считается, что на испарение частиц может быть затрачена лишь энергия внутренних «тепловых» возбуждений  $E^* - E_{\text{rot}}$ . В этом случае

$$\rho(E^*, L) = \rho(E^* - E_{\text{rot}}, 0) = \text{const exp} \{ 2 \sqrt{aA(E^* - E_{\text{rot}})} \}, \quad (5)$$

где  $a$  — параметр плотности уровней;  $A$  — массовое число рассматриваемого ядра.

Что касается момента инерции  $I$ , то можно было бы воспользоваться значениями, полученными на основе каких-либо ядерных моделей, или использовать точки, определенные из анализа эксперимента. Однако получаемые таким образом оценки величины  $I$  весьма неточны, очень плохо известна зависимость  $I(E^*, L)$ . Поэтому в настоящее время представляется более оправданным рассматривать величину  $I$  как некоторый подгоночный параметр, который должен не слишком отличаться от теоретических предсказаний и известных экспериментальных оценок, показывающих, что при больших энергиях возбуждения  $I$  близко к своему «твердотельному» значению  $I_0 = 2m_N A R^2 / 5$ , где  $m_N$  — масса нуклона;  $R$  — радиус ядра (см., например, работу [7]).

Полная вероятность распада компаунд-ядра в состоянии с угловым моментом  $L$  и испусканием частицы вида  $\nu$  определяется выражением:

$$P_\nu(L) \equiv \Gamma_\nu(L) / \hbar = \int P_\nu(\mathbf{L}, E_\nu, \mathbf{n}) dE_\nu d\Omega_\nu. \quad (6)$$

Для вычисления этой вероятности будем использовать метод Монте-Карло. Это требует прежде всего случайной выборки (розыгрыша) типа испускаемой частицы  $\nu$  и значений соответствующих величин  $\mathbf{n}_\nu$ ,  $E_\nu$ ,  $l_\nu$ . Такой розыгрыш можно осуществить по известным плотностям условных вероятностей определяемых характеристик, которые получают соответствующим интегрированием выражений (3) и (6).

Следует заметить, что представление угловых и энергетических распределений испущенной частицы в аналитическом виде также требует интегрирования выражений (3), (6). В частности, в работах [6, 7] с помощью некоторых упрощающих предположений получено угловое распределение для частиц с фиксированной энергией и орбитальным моментом  $l$ , а в работе [21] удалось проинтегрировать эти результаты по энергии  $E_\nu$ . Сложность полученных таким образом выражений практически исключает возможность статистического розыгрыша по ним характеристик процесса. В то же время метод Монте-Карло позволяет одновременно получить информацию сразу о всех интересующих нас характеристиках, и поэтому в отличие от работ [6, 7, 21] извлечение сведений, например, об угловом распределении частиц не связано с определенным порядком интегрирования. Удачный выбор порядка интегрирования и системы координат, в которой оно выполняется, позволяет в этом случае получить довольно простые выражения для вероятностей величин  $l/l$  и  $\varphi$ , не прибегая при этом к обычно используемому приближенному разложению плотности уровня (5).

Подставив далее выражения (4) и (5) в (6) и проинтегрировав по направлениям вектора  $l/l$ , получим \*

$$\Gamma_\nu(L) = \text{const} \int \exp \left\{ 2 \sqrt{aA [E_\nu^* - (L^2 + l^2) \hbar^2 / 2I + Ll \cos \Theta_l \hbar^2 / I]} - \right. \\ \left. - 2 \sqrt{aA (E_\nu^* - L^2 \hbar^2 / 2I)} \right\} l dl dE_\nu \Omega_\nu, \quad (7)$$

где  $\Theta_l$  — угол между векторами  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{l}$ .

Как видно,  $\Gamma_\nu(L)$  не зависит от азимутального угла вылета частицы. Интеграл по  $\cos \Theta_l$  также вычисляется весьма просто, особенно в системе координат с осью  $z$ , направленной вдоль  $L$ . Однако оказалось более эффективным рассматривать подынтегральную функцию в (7) как трехмерную плотность вероятности величин  $l$ ,  $E_\nu$ ,  $\cos \Theta_l$  и делать их одновременную «браковку», используя метод существенной выборки [22]. Область задания этих величин определяется максимальной энергией частицы, соответствующим значением орбитального момента с учетом связи типа (4) и требования, чтобы подкоренные выражения в показателе экспоненты в (7) оставались большими нуля.

\* Благодаря ортогональности  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{n}$  это интегрирование очень просто выполнить в системе координат с осью  $z$ , параллельной вектору  $\mathbf{l}$ .



Использование непосредственно выражения (7) для определения типа испускаемой частицы оказывается весьма трудоемким благодаря многократному интегрированию, которое невозможно выполнить в аналитическом виде без некоторых грубых упрощений. Вместе с тем результаты таких расчетов очень близки к тому, что получается на основе приближенного соотношения

$$\frac{\Gamma_1(L)}{\Gamma_2(L)} \approx \frac{m_1 g_1}{m_2 g_2} \cdot \frac{\langle \rho(E_{k1}^* - L_{k1}^2 \hbar^2 / 2I_1) \rangle}{\langle \rho(E_{k2}^* - L_{k2}^2 \hbar^2 / 2I_2) \rangle}, \quad (8)$$

где символом  $\langle \dots \rangle$  отмечено усреднение по характеристикам соответствующей испущенной частицы [23]. Этим соотношением и будем далее пользоваться. Кроме нейтронов будем учитывать испарение протонов и легких одно- и двухзарядных ядер  $d$ ,  $t$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ .

Как уже отмечалось выше, переход возбужденного ядра в основное состояние заканчивается эмиссией  $\gamma$ -квантов. Парциальную ширину для этой эмиссии можно получить на основании принципа детального баланса:

$$\Gamma_\gamma(E^*, L) = \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{3}{(\hbar c)^2} \int_{E_{\text{rot}}}^{E^*} \sigma(E_\gamma) \frac{\rho(E^* - E_\gamma, L)}{\rho(E^*, L)} E_\gamma^2 dE_\gamma. \quad (9)$$

При выводе этой формулы сделано предположение, что основной вклад дают дипольные переходы, причем  $\rho(E_k^*, L) \approx \rho(E_k^*, L - 1) \approx \rho(E_k^*, L + 1)$ . Тогда сечение поглощения  $\gamma$ -кванта с энергией  $E_\gamma$ ,  $\sigma_\gamma(E_\gamma)$  можно отождествить с экспериментально измеряемым сечением фотопоглощения в области гигантского резонанса, которое хорошо аппроксимируется функцией

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{\Gamma^2 E_\gamma^2}{(E_\gamma^2 - E_R^2)^2 + \Gamma^2 E_\gamma^2}, \quad (10)$$

где  $\Gamma$  — ширина гигантского резонанса;  $E_R \approx 82A^{-1/3} \text{ Мэв}$  — положение его максимума. Параметр  $\sigma_0$  можно определить с помощью правила сумм [24]

$$\int \sigma(E_\gamma) dE_\gamma = 0,06 \frac{(A-Z)Z}{A}.$$

Это дает 
$$\sigma_0 = 0,06 \frac{(A-Z)Z}{A} \cdot \frac{2}{\pi \Gamma}.$$

Зависимость отношения ширин  $\Gamma_n / (\Gamma_n + \Gamma_\gamma)$  от «тепловой» энергии возбуждения показана на рис. 1. В качестве примера выбрано ядро  ${}^{153}\text{Dy}$ . Как видно, значительное увеличение эмиссии  $\gamma$ -квантов происходит вблизи энергии связи нейтрона. С ростом параметра плотности уровней этот эффект проявляется сильнее.

Соотношение (9) хотя и не учитывает тонкой структуры гигантского резонанса и вклад  $\gamma$ -переходов более высокой мультипольности, однако определяет основную часть ширины  $\Gamma_\gamma(E^*, L)$ , а при большей детализации выражения  $\rho(E^*, L)$  неплохо описывает даже радиационные

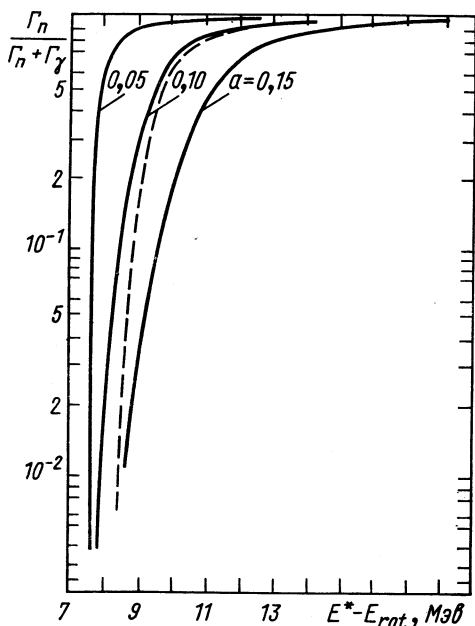


Рис. 1. Относительная вероятность эмиссии нейтронов и  $\gamma$ -квантов:

— расчет с использованием соотношения (9) для различных значений  $\alpha$ ; --- результаты Гровера и Гилата [32].

томатически, если согласно (4) каждому параметру соударения иона с ядром поставить в соответствие определенный угловой момент  $L$ .

### 3. СХЕМА РАСЧЕТОВ ИСПАРИТЕЛЬНОГО КАСКАДА

Изложенной в предыдущих разделах физической картине распада компаунд-ядра соответствует следующий алгоритм расчета:

1. Разыгрывается параметр соударения тяжелого иона с ядром, вычисляется угловой момент составного ядра  $L$  и его энергия возбуждения в системе центра инерции сталкивающихся ядер.

даже радиационные ширины нейтронных резонансов [26]. Узость энергетической области, где существенна конкуренция  $\gamma$ -квантов (см. рис. 1), позволяет на практике при расчете многих характеристик пренебречь конкуренцией испускаемых  $\gamma$ -квантов, ограничившись простым условием: если для всех типов испускаемых частиц  $\nu$  выполняется неравенство  $E^* - B_\nu - V_\nu - E_{rot} < 0$ , то оставшееся возбуждение ядра снимается испусканием  $\gamma$ -квантов [27].

Поскольку на опыте образуются компаунд-ядра с различными угловыми моментами, то выражения (7), (9) следует еще усреднить по всем возможным значениям  $L$ . В рассматриваемом приближении ядра с резким краем это усреднение будет выполняться ав-

2. Рассчитываются максимальные остаточные энергии  $\mathcal{E}_v = E^* - V_v - B_v - E_{\text{rot}}$  и согласно (9) далее всех  $\mathcal{E}_v > 0$  разыгрывается тип испускаемой частицы.

3. В соответствии с плотностью вероятностей, задаваемой подынтегральной функцией (2), для определенного типа частицы  $v$  выполняется одновременная выборка значений  $E$ ,  $l$  и  $\cos \Theta_l$ .

4. В системе координат с осью  $z$ , параллельной моменту  $\mathbf{L}$ , разыгрывается азимутальный угол вектора  $\mathbf{l}$ .

5. В системе координат с осью  $z$ , параллельной вектору  $\mathbf{l}$ , разыгрывается азимутальный угол вылетающей частицы.

6. Все найденные величины преобразуются в систему центра инерции сталкивающихся ядер и вычисляются характеристики остаточного ядра  $\mathbf{L}_h = \mathbf{L} - \mathbf{l}$ ,  $E_h^* = E^* - B_v - E_v$ .

7. Вся процедура, начиная с п. 2, заново повторяется в применении к остаточному ядру. Процесс обрывается, если окажется, что  $\mathcal{E}_v \leq 0$  для всех частиц  $v$ . Предполагается, что оставшаяся энергия возбуждения уносится каскадом  $\gamma$ -квантов.

В наших расчетах, как правило, для каждого значения энергии налетающего иона разыгрывалось 400—1000 испарительных каскадов, что и определяет статистическую точность вычислений.

#### 4. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ИСПАРИТЕЛЬНОГО КАСКАДА

*Подгоночные параметры.* Соотношения, описывающие ядерную реакцию, в которой образуется неделящееся компаунд-ядро, зависят от пяти параметров. Два из них определяют сечение образования этого компаунд-ядра: параметр  $r_{\text{вз}}$  и критический угловой момент  $L_{\text{кр}}$ ; три других параметра определяют свойства самого компаунд-ядра: момент инерции этого ядра  $I$ , параметр плотности уровней  $a$ , параметр  $r_0$ , характеризующий радиус образовавшегося компаунд-ядра и влияющий в основном на высоту кулоновского барьера для испускаемой частицы [см. выражение для  $E^*$  в формуле (3)]. Из общих соображений следует, что параметры  $r_{\text{вз}}$  и  $r_0$  должны быть близкими, но в общем случае не совпадающими по величине.

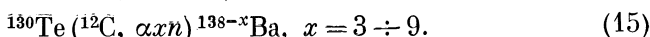
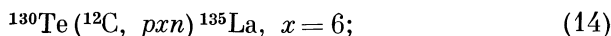
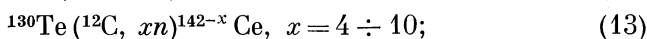
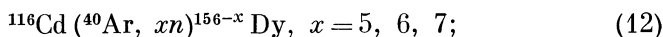
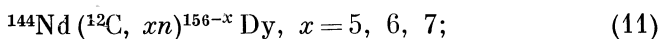
Следует подчеркнуть, что наличие сразу пяти подгоночных параметров в действительности вовсе не означает, что существует большой произвол в их выборе, поскольку необходимо согласовать с опытом не только различные функции возбуждения, но также и другие характеристики, и прежде всего множественность вторичных частиц, их угловые и энергетические распределения. Кроме того, используемые значения параметров не должны сильно отличаться от оценок, которые получаются на основе других подходов к анализу взаимодействий частиц и ядер с ядрами. Практически

оказывается, что для подгоночных параметров можно использовать значения, расположенные в интервале  $r_0 \approx (1,1-1,5) \times 10^{-13}$  см,  $I \approx (0,7-2) I_0$ ,  $a \approx (0,05-0,1) Mэв^{-1}$ , параметр  $L_{кр}$  близок к тому, что получено из сравнения с экспериментом в работе [14], а значение  $r_{вз} \approx (1,3-1,5) \cdot 10^{-13}$  см достаточно жестко фиксируется сравнением с полными сечениями неупругих взаимодействий ион + ядро. Если пользоваться приближением ядра с резким краем, то  $r_{вз} \approx 1,5 \cdot 10^{-13}$  см; при этом получается наилучшее согласие с экспериментом также для положения максимума в функциях возбуждения, которое зависит от  $r_{вз}$  через максимальный угловой момент  $L_{макс}$  \*.

Расчеты показали, что лучшее согласие с экспериментом в области неделящихся ядер достигается, если выбрать значения параметров:  $r_{вз} = 1,5 \cdot 10^{-13}$  см,  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13}$  см,  $a = 0,1 Mэв^{-1}$ ,  $I = I_0$ , а для  $L_{кр}$  использовать значения, которые близки к тем, которые следуют из данных работы [14]. Этот набор параметров будем в дальнейшем называть «основным набором». Во всех случаях, когда это специально не оговорено, для параметров будут использоваться значения из этого набора.

*Функция возбуждения*, т. е. выход отдельных изотопов в зависимости от энергии налетающего иона, — наиболее важная характеристика неупругого взаимодействия иона с ядром. В то же время расчеты этих функций весьма чувствительны к параметрам модели и в этом смысле функции возбуждения представляют собой значительно более тонкую характеристику взаимодействия, чем, например, средние угловые или энергетические распределения испущенных частиц (см. ниже).

Для анализа функций возбуждения выберем следующие реакции [24]:



Эти реакции наиболее полно изучены экспериментально, а сопоставление измерений, выполненных различными авторами, позволяет получить представление о реальной точности имеющихся данных. Кроме того, совместный анализ реакций (11), (12), протекающих через составное ядро  $^{156}\text{Dy}$ , позволяет проследить влияние

\* Уместно напомнить, что популярная среди экспериментов, но значительно более грубая модель Джексона [3], предназначенная для описания лишь относительного поведения функций возбуждения в реакциях с испусканием одних только нейтронов, содержит два подгоночных параметра.

углового момента на функции возбуждения. Большое количество измеренных остаточных ядер является привлекательной чертой реакции  $^{12}\text{C} + ^{130}\text{Te}$ . Реакции (14), (15) представляют собой также примеры процессов с испусканием заряженных частиц. Вместе

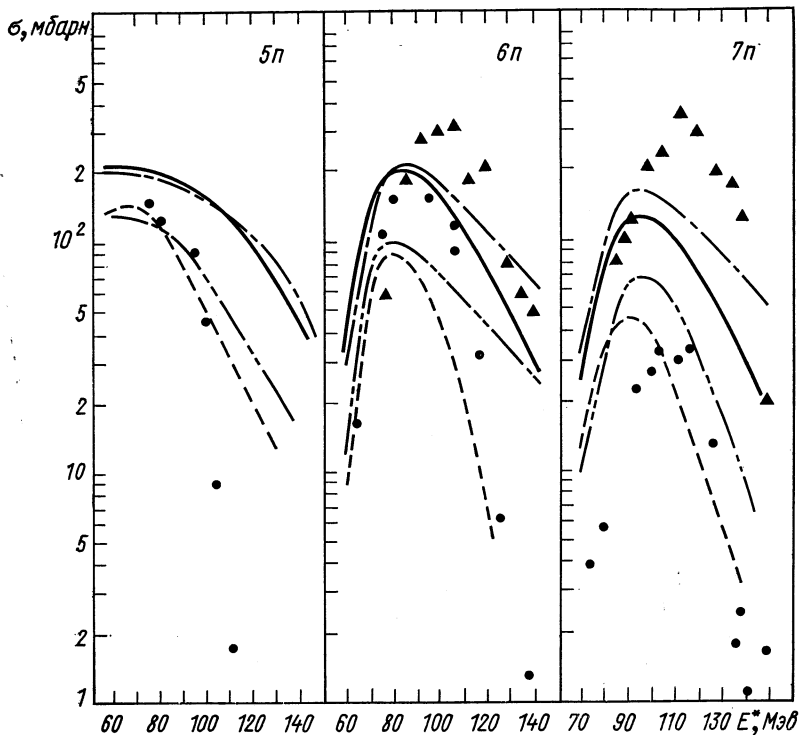


Рис. 2. Функции возбуждения для реакции  $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar}, xn)^{156-x}\text{Du}$  при  $x = 5, 6, 7$ :

— расчет для параметров  $a = 0,1 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ; — — — — для  $a = 0,05 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ; — · — · — и — · — · — — соответственно для наборов параметров  $a = 0,1 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $r_0 = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ см}$  и  $a = 0,05 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $r_0 = 1,1 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ . Во всех случаях  $r_{\text{вз}} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  $I = I_0$ ,  $L_{\text{кр}} = L_{\text{макс}}$ . Указаны статистические погрешности расчета.  $\circ$  и  $\blacktriangle$  — экспериментальные данные из работ [28, 29].

с этим было проанализировано также большое число функций возбуждения для других экспериментально изучавшихся реакций, однако это дало мало новой информации.

Зависимость функций возбуждения от параметров модели дана на рис. 2. «Основной набор» параметров позволяет получить значения, довольно близкие к экспериментальным. Уменьшение радиуса  $r_0$  приводит к подавлению каналов с испусканием заряженных частиц, соответственно увеличивая сечения реакций

с испусканием нейтронов  $\sigma_{xn}$ . Поскольку при этом изменяется и значение вращательной энергии  $E_{rot} = \hbar^2 L^2 / 2I$ , то сдвигается также и максимум функции возбуждения. Противоположное влияние на сечения оказывает изменение параметра  $a$ : его уменьшение увеличивает эмиссию заряженных частиц и, следовательно,

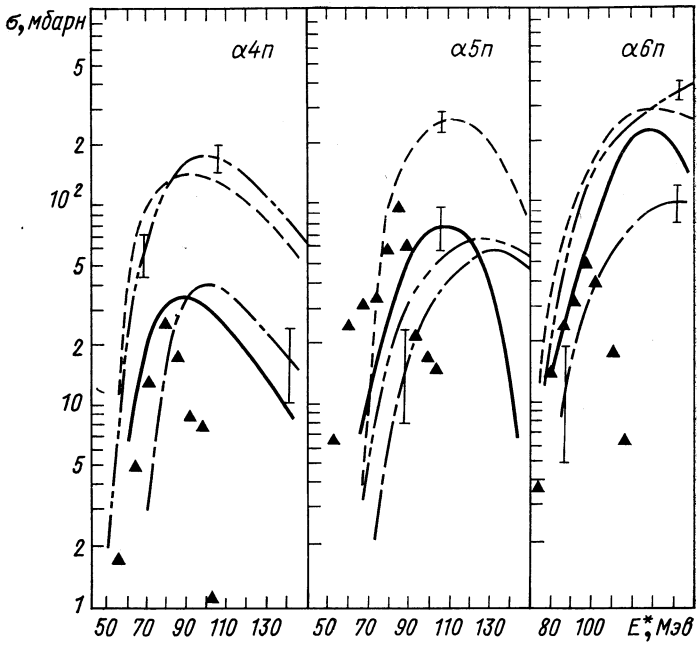


Рис. 3. Функции возбуждения для реакции  $^{130}\text{Te}(^{12}\text{C}, \alpha xn)^{138-x}\text{Ba}$  при  $x = 4, 5, 6$ :

▲ — экспериментальные данные работы [30]. Все остальные обозначения те же, что и на рис. 2.

понижает сечения  $\sigma_{xn}$ , а в результате возрастания средней энергии  $\bar{E}_v$ , уносимой испаряющейся частицей, максимум функции возбуждения сдвигается в сторону больших энергий. По сравнению с другими подгруппными параметрами неопределенность в выборе параметра плотности уровней наиболее сильно сказывается на функциях возбуждения.

Обращают на себя внимание расхождения экспериментальных данных различных авторов, особенно заметные для изотопов, которые образуются после эмиссии заряженных частиц. Эти расхождения существенно затрудняют теоретический анализ эксперимента. Значительно большие, чем на рис. 2, различия расчетных и экспериментальных величин имеются для реакций с испусканием  $\alpha$ -частиц (рис. 3). Однако здесь дают вклад прямые

реакции, о чем свидетельствует и сама форма наблюдаемых на опыте функций возбуждения [30].

Следует отметить, что точность, с которой определяется положение максимума расчетных функций возбуждения, зависит от того, насколько хорошо известны энергии связи частиц  $B_v$ . Как уже говорилось выше, для вычисления  $B_v$  используем формулы Камерона [20]. Наряду с этим для реакций (11), (12) были выполнены расчеты с экспериментальными значениями  $B_v$ , а там, где последние отсутствовали, с использованием теоретических данных Майерса и Святечки [25, 31]. В случае реакций (11), (12) это не изменило ни положения максимума функции возбуждения, ни ее абсолютной величины. Однако степень точности всех известных сейчас аппроксимаций  $B_v$ , в том числе и формул Камерона [20], в различных областях таблицы Менделеева неодинакова, поэтому в отдельных случаях максимум функции возбуждения может сдвигаться на 5—10  $Mэв$  в зависимости от массовой формулы, используемой в расчете.

На положение максимума функции возбуждения влияет также неточность определения энергии, при которой обрывается испарительный каскад, или энергии, уносимой  $\gamma$ -квантами. Из рис. 4 видно, что учет этого эффекта сдвигает максимум в сторону больших энергий. Кроме того, при небольших «тепловых» возбуждениях вблизи  $E_{rot}$ , когда разность  $E^* - (B_v + V_v + E_{rot})$  близка к нулю, может уже проявляться дискретность уровней, а это приведет к тому, что момент инерции  $I$  будет отличаться от его твердотельного значения [32], соответственно изменится  $E_{rot}$  и в конечном счете сместится максимум функции возбуждения. Формальный учет этого обстоятельства варьированием величины  $I = kI_0$ , где  $k$  — постоянная, не зависящая от энергии возбуждения  $E^*$  и углового момента  $L$ , существенно не улучшает согласия расчета с опытом. Более точному количественному анализу влияния этих эффектов в настоящее время мешает неточность в определении положения максимума экспериментальных функций возбуждения.

Из сопоставления экспериментальных и теоретических данных нетрудно усмотреть, что последние при больших энергиях оказываются заметно завышенными и тем более, чем тяжелее налетающий ион. Это расхождение представляет особый интерес в связи с попытками, предпринимавшимися многими авторами, извлечь из наклона высокоэнергетических ветвей функций возбуждения величину критического углового момента  $L_{кр}$ . Однако из рис. 2 видно, что производная функции возбуждения по энергии весьма чувствительна к параметру  $r_0$  и, следовательно, к эмиссии заряженных частиц. К тому же в высокоэнергетическую часть функции возбуждения дают вклад и неравновесные процессы [33], что еще более затрудняет интерпретацию полученных результатов. В ко-

нечном итоге сравнением расчетных и измеренных функций возбуждения можно получить лишь оценки величины  $L_{кр}$ .

Для того чтобы выяснить, каким образом введение критического углового момента влияет на функции возбуждения, были проведены вычисления с различными значениями  $L_{кр}$  [27]. Варьированием величины  $L_{кр}$  можно несколько улучшить согласие с опытом, как показано на рис. 5—8. При этом значение  $L_{кр}$ ,

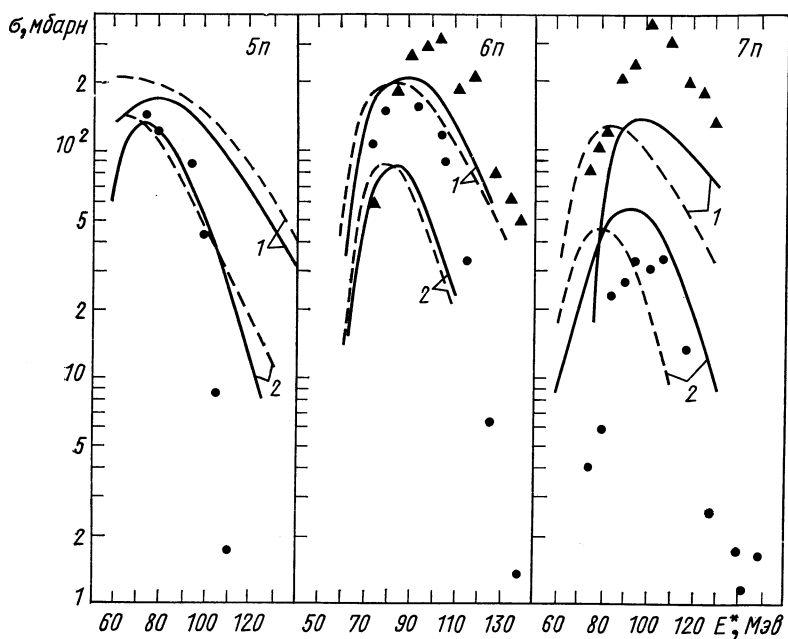


Рис. 4. Влияние конкуренции испускания  $\gamma$ -квантов на выход изотопов в реакции  $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar}, xn)^{156-x}\text{Dy}$ :

— с учетом эмиссии  $\gamma$ -квантов; - - - без учета ее; 1— $a=0,1 \text{ Мэв}^{-1}$ ; 2— $a=0,05 \text{ Мэв}^{-1}$ . Во всех случаях  $r_{вз} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  $I = I_0$ ,  $L_{кр} = L_{\text{макс}}$ . ● и ▲ — экспериментальные точки из работ [28, 29].

дающее наилучшее согласие с опытом, возрастает по мере того, как увеличивается масса налетающего иона. Этот вывод согласуется с предсказаниями модели Калининна и Петкова [12, 13], но противоречит работе [14].

Более определенный вывод о параметре  $L_{кр}$  можно сделать из анализа поведения суммарных сечений  $\sum_x \sigma_{xn}$  и  $\sum_x (\sigma_{xn} + \sigma_{\alpha xn})$ . В частности, из данных рис. 9 для реакции (13) следует значение  $L_{кр} \approx 30h$ , что согласуется с предсказаниями работ [12, 13].



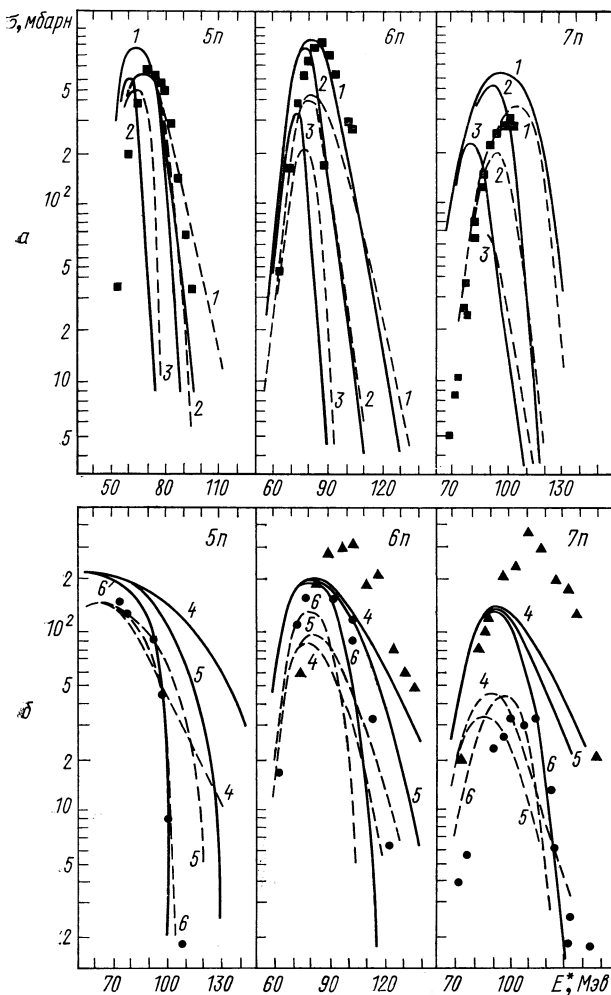


Рис. 5. Выход изотопов диспрозия в реакциях  $^{144}\text{Nd}(^{12}\text{C}, xn)^{156-x}\text{Dy}$  (а) и  $^{116}\text{Cd}(^{40}\text{Ar}, xn)^{156-x}\text{Dy}$  (б): — — — расчет соответственно для  $a = 0,1$  и  $0,05 \text{ Мэв}^{-1}$ ; 1, 2, 3 рассчитаны соответственно для  $L_{\text{кр}} = L_{\text{макс}}$ ,  $50\text{h}$  и  $30\text{h}$ ; 4, 5, 6 — для  $L_{\text{кр}} = L_{\text{макс}}$ ,  $90\text{h}$ ,  $70\text{h}$ . Во всех случаях  $r_{\text{вз}} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ,  $I = I_0$ . ■, ●, ▲ — экспериментальные данные из работ [28, 29, 34].

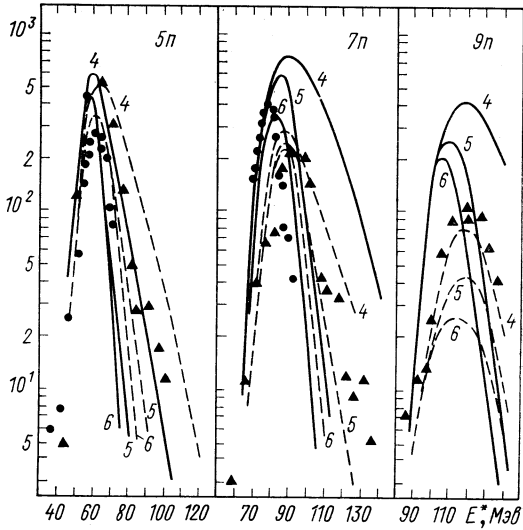
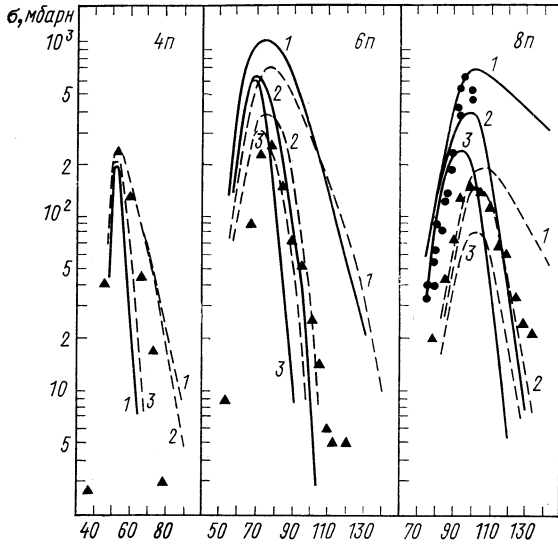


Рис. 6. Выход изотопов церия в реакции  $^{130}\text{Te}(^{12}\text{C}, xn)^{142-x}\text{Ce}$ .

1, 2, 3 рассчитаны соответственно для  $L_{\text{кр}} = L_{\text{макс}}$ : 40h, 30h; ● и ▲ — экспериментальные данные из работ [30, 35]. Все остальные обозначения и значения параметров те же, что и на рис. 5.

Множественность испаряющихся частиц  $\bar{n}_\nu$ , т. е. среднее число частиц вида  $\nu$ , которые образуются в расчете на одно неупругое взаимодействие, идущее через компаунд-ядро, — другая весьма

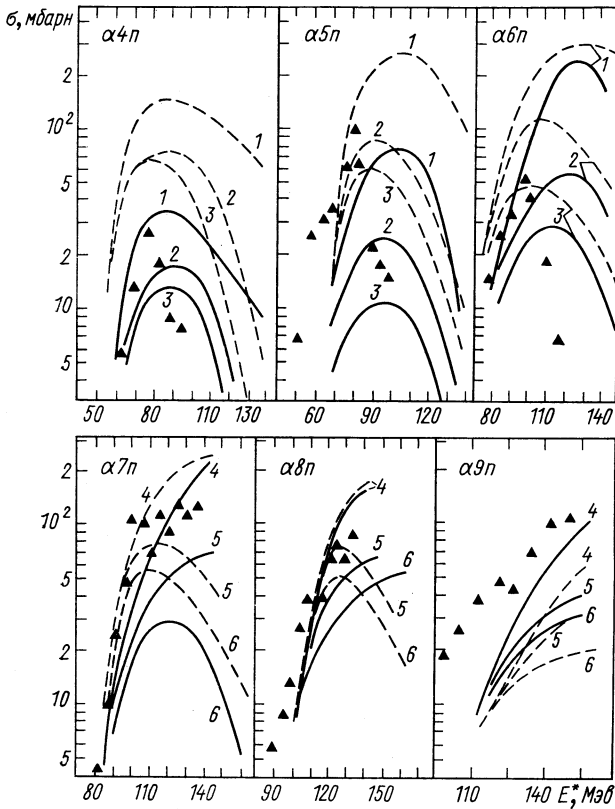


Рис. 7. Выход изотопов бария в реакции  $^{130}\text{Te}(^{12}\text{C}, \alpha xn)^{138-x}\text{Ba}$ . Все обозначения и значения параметров, те же, что и на рис. 6.

показательная характеристика процесса испарения. Статистическая теория предсказывает значения  $\bar{n}_\nu$ , весьма близкие к экспериментальным. Это видно, в частности, из табл. 1, где в качестве примера рассмотрено взаимодействие иона кислорода с никелевой мишенью.

Угловые распределения испаряющихся частиц  $W(\theta)$  показаны на рис. 10 и 11. В лабораторной системе координат эти распределения обладают сильной асимметрией, увеличивающейся с ростом массы налетающего иона, что объясняется увеличением перенос-

ной скорости составного ядра. Анизотропия угловых распределений, наблюдаемая в системе центра инерции, связана с большим угловым моментом составного ядра и представляет собой одну из наиболее характерных особенностей неупругих взаимодействий тяжелых ионов с ядрами.

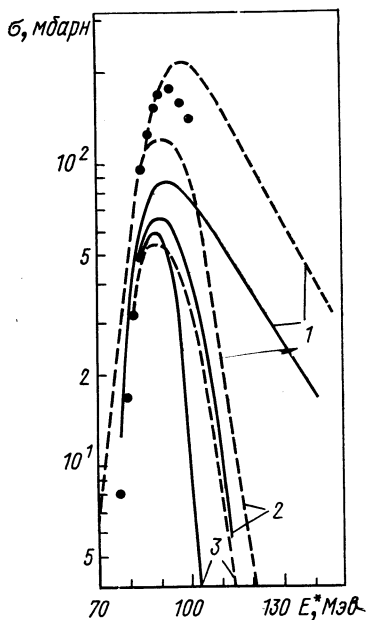


Рис. 8. Функция возбуждения для реакции  $^{130}\text{Te}(^{12}\text{C}, p6n)^{135}\text{La}$ . Экспериментальные точки из работы [30]. Все остальные обозначения и значения параметров те же, что и на рис. 6.

тальным по своей форме (рис. 12) и по положению максимума распределения, причем учет углового момента заметно смещает

Из рис. 10 и 11 видно, что для основного набора параметров расчетные распределения  $W(\theta)$  неплохо согласуются с экспериментом. Увеличение момента инерции  $I$  уменьшает вращательную энергию ядра и соответственно приводит к уменьшению анизотропии углового распределения. Эффективно такое же действие оказывает уменьшение параметра плотности уровней  $a$ . На рис. 10 также показано, как изменяется угловое распределение в зависимости от типа испускаемой частицы. В частности, большая анизотропия углов вылета  $\alpha$ -частиц обусловлена их большей массой и, следовательно, большей величиной уносимого ими углового момента  $l$  (табл. 2).

Энергетические спектры частиц из неупругих взаимодействий ионов с ядрами  $W(E_\nu)$ , рассчитанные в рамках статистического подхода, близки к экспериментальным

Таблица 1

Множественность испарившихся частиц в реакции  $^{16}\text{O} + ^{59}\text{Ni}$  при  $T=160$  Мэв

Множественность	$\bar{n}_n$	$\bar{n}_p$	$\bar{n}_\alpha$	$\bar{\Sigma n}_\nu$
Расчет	$1,3 \pm 0,1$	$2,9 \pm 0,1$	$0,9 \pm 0,1$	$5,1 \pm 0,3$
Эксперимент [36]	$1,4 \pm 0,3$	$2,0 \pm 0,5$	$1,3 \pm 0,3$	$4,7 \pm 1,1$

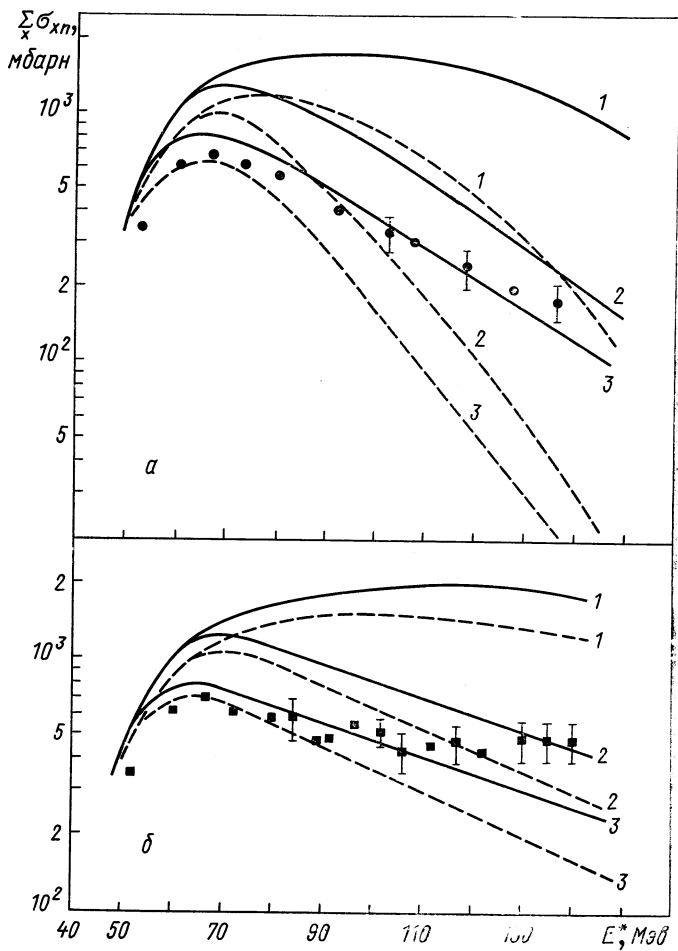


Рис. 9. Влияние углового момента  $L_{kp}$  на суммарные сечения  $\sum_x \sigma_{nx}$  (а) и  $\sum_x (\sigma_{xn} + \sigma_{axn})$  (б) реакции  $^{12}\text{C} + ^{130}\text{Te}$ .

Экспериментальные точки из работы [30]. Все остальные обозначения и значения параметров те же, что и на рис. 6.

максимум в сторону меньших энергий. Для заряженных частиц некоторое расхождение с опытом проявляется в области кулоновского барьера  $E_v \approx V_v$ . Это, по-видимому, обусловлено резким обрезанием коэффициента прохождения  $\xi(E_v, l)$

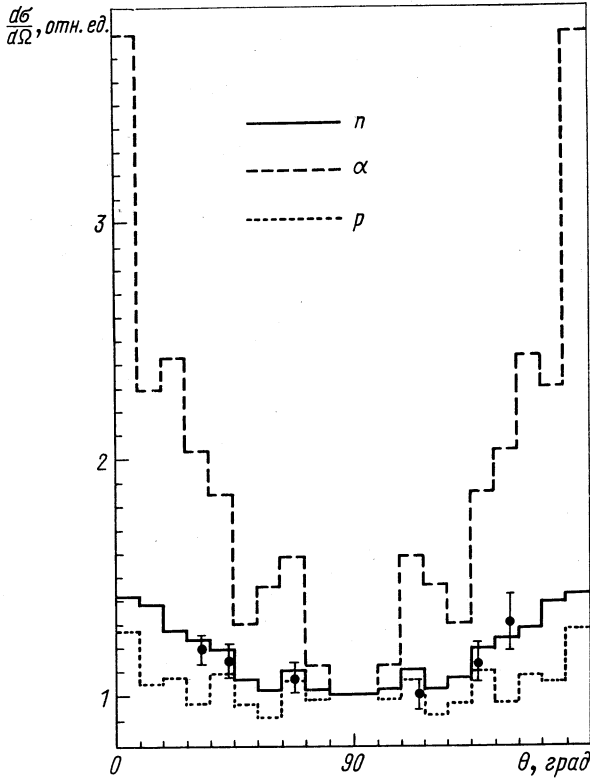


Рис. 10. Угловые распределения нейтронов, протонов и  $\alpha$ -частиц, образованных в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Si}$  при  $T = 200$  Мэв.

Расчет выполнен для «основного набора» параметров в системе центра инерции. Экспериментальные точки для нейтронов взяты из работы [37].

на границе ядра. Уменьшение параметра  $a$  вдвое приводит к значительно более жесткому энергетическому распределению испущенных частиц, что объясняется увеличением эффективной температуры процесса; изменение других параметров слабо влияет на форму спектра  $W(E_v)$ .

*Орбитальные моменты* испущенных частиц слабо зависят от массового и зарядового чисел сталкивающихся ядер и от кине-

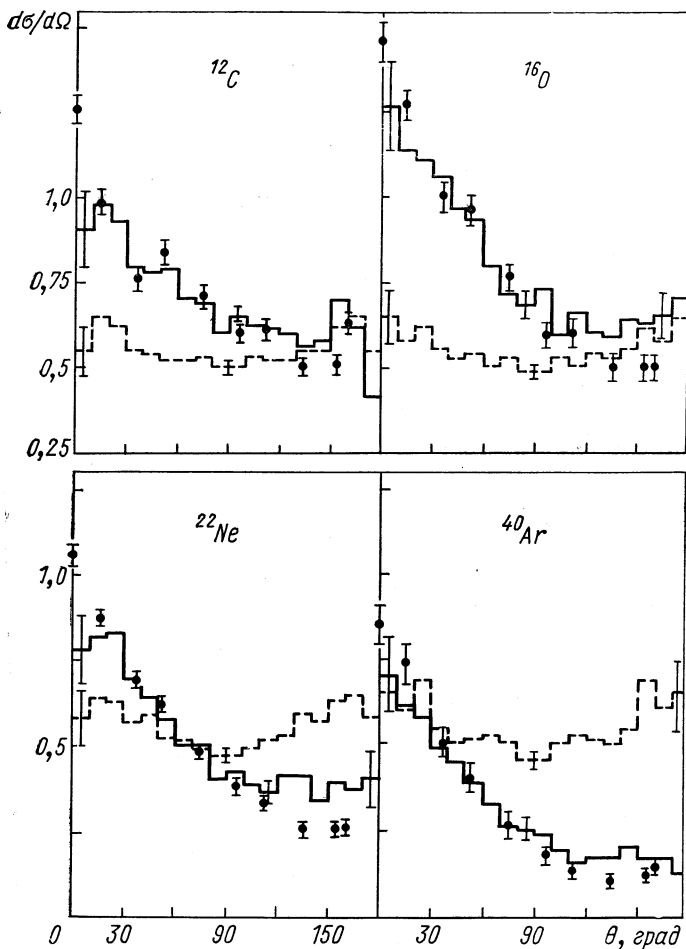


Рис. 11. Угловые распределения нейтронов (отн. ед.), образующихся при облучении молибденовой мишени ионами  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{22}\text{Ne}$ ,  $^{40}\text{Ar}$  с энергией, равной соответственно 81, 135, 175 и 245 Мэв.

Гистограммы — расчет с основным набором параметров; — — — — для лабораторной системы координат; — — — — для системы центра инерции. Экспериментальные точки [38] относятся к лабораторной системе координат.

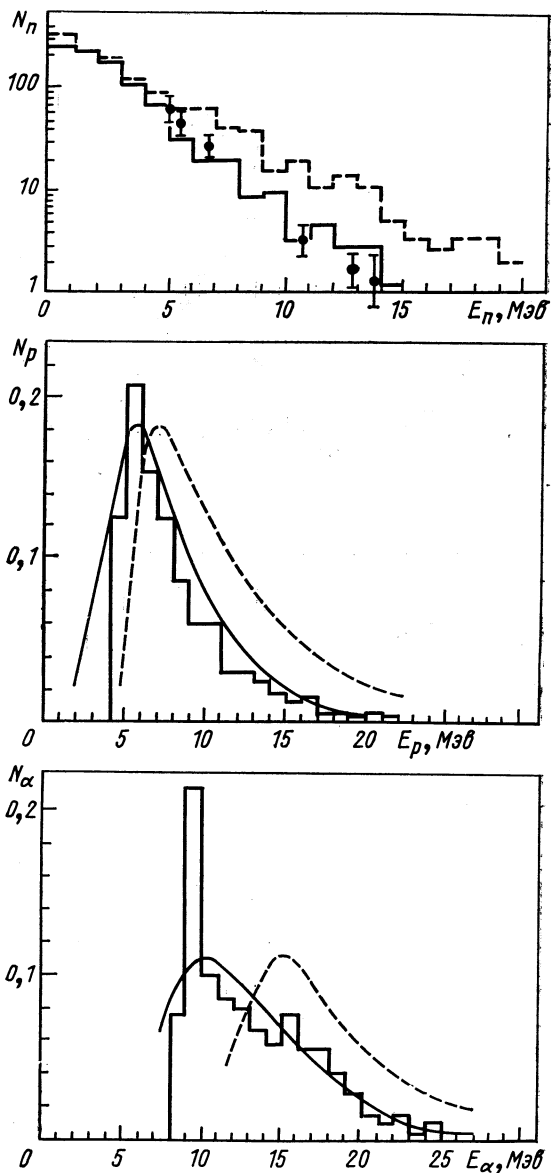


Рис. 12. Энергетические<sup>1</sup> распределения (отн. ед.) нейтронов, образованных в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{64}\text{Cu}$  ( $T = 200 \text{ МэВ}$ ), а также протонов и  $\alpha$ -частиц, испущенных при взаимодействии  $^{16}\text{O} + ^{59}\text{Ni}$  ( $T = 160 \text{ МэВ}$ ): сплошная гистограмма — расчет для основного набора параметров; пунктирная гистограмма — расчет с параметром плотности уровней  $a = 0,05 \text{ МэВ}^{-1}$ ; — — — результаты расчета, выполненного без учета влияния углового момента [39]; экспериментальные точки и сплошная кривая — данные работ [36, 37].



Таблица 2  
Средние значения орбитального момента, уносимого частицей (в единицах  $\hbar$ )

Реакция	$T, \text{ Мэв}$	$\bar{l}_n$	$\bar{l}_p$	$\bar{l}_\alpha$
$^{40}\text{Ag} + ^{64}\text{Cu}$ (расчет)	200	$1,6 \pm 0,2$	$1,9 \pm 0,2$	$4,9 \pm 0,5$
$^{40}\text{Ag} + ^{116}\text{Cd}$ (расчет)	230	$1,6 \pm 0,2$	$1,6 \pm 0,2$	$4,4 \pm 0,4$
$^{16}\text{O} + ^{59}\text{Ni}$ (расчет)	160	$1,6 \pm 0,2$	$1,7 \pm 0,2$	$4,5 \pm 0,4$
$^{16}\text{O} + ^{59}\text{Ni}$ (эксперимент [36])	160	2	2	4

тической энергии иона  $T$ . Влияние параметров модели на распределения  $W(l_v)$  также сравнительно невелико, сильнее всего оно проявляется в случае эмиссии  $\alpha$ -частиц.

Типичный пример распределения испаряющихся частиц по величине их углового момента показан на рис. 13. В табл. 2 приведены значения среднего углового момента частиц различных

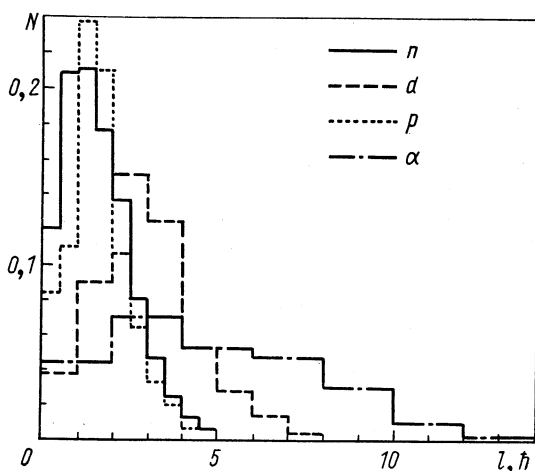


Рис. 13. Распределение частиц, испускаемых в реакции  $^{40}\text{Ag} + ^{64}\text{Cu}$  при  $T = 200 \text{ Мэв}$  по величине их орбитального момента  $l$ . Расчет выполнен для основного набора параметров.

видов  $l_v$ . Экспериментальные и теоретические значения весьма близки друг к другу.

Таким образом, сравнение расчетных и известных сейчас экспериментальных данных показывает, что изложенный выше статистический метод расчета распада неделящихся компаунд-ядер позволяет достаточно хорошо воспроизвести данные опыта.

В частности, при использовании основного набора параметров сечения выхода изотопов можно оценить с точностью до фактора  $k = (2-3)$ , а положение максимума функции возбуждения — с точностью до  $\Delta E^* \approx 5-10 \text{ Мэв}$ . Для того чтобы построить более детальную теорию, требуются прежде всего более точные экспериментальные данные по функциям возбуждения. Перейдем теперь к рассмотрению распада тяжелых компаунд-ядер, где процесс испарения конкурирует с делением.

## 5. БАРЬЕРЫ ДЕЛЕНИЯ

В то время как статистическая теория испарения рассматривалась многими авторами (правда, в большинстве случаев на основе весьма приближенной формулы Джексона), до самого последнего времени не было выполнено фактически ни одного достаточно подробного и систематического расчета, учитывающего деление возбужденных компаунд-ядер. Как правило, рассмотрение конкуренции процессов испарения и деления основывалось на приближенном подборе параметров, описывающих какую-то одну ограниченную группу экспериментальных данных. Понятно, что результаты такого рассмотрения имеют лишь ориентировочное значение, тем более что они очень чувствительны к параметрам модели. Использование при статистическом розыгрыше вероятностей деления и испарения различных феноменологических описаний отношения ширины  $\Gamma_n/\Gamma_f$  (см., например, работы [8, 9, 40]) также имеет весьма ограниченное значение, поскольку это может быть обосновано лишь для небольших групп ядер и узких областей энергии [5].

Расчеты показывают, что вероятность деления возбужденных ядер особенно чувствительна к величине барьера деления, определяемого как разность масс ядра в седловой точке и в основном состоянии:

$$B_f(A, Z) = M_{sp}(A, Z) - M(A, Z). \quad (16)$$

К сожалению, экспериментальные данные по барьерам деления сейчас известны только для сравнительно небольшого числа изотопов и в некоторых случаях содержат значительные погрешности. Поэтому, прежде чем приступить к какому-либо более или менее систематическому расчету распада тяжелых компаунд-ядер, необходимо иметь согласующийся с экспериментом способ расчета барьеров  $B_f$ .

В настоящее время известно несколько подходов к расчету барьеров деления (см., например, работы [7, 8], где указана подробная библиография), однако эти подходы слишком сложны, чтобы их можно было выполнять при расчете методом Монте-Карло конкурирующих процессов деления и испарения. Кроме

того, барьеры деления, являясь малой разностью двух больших величин, весьма чувствительны к их погрешностям, поэтому использование теоретических значений масс сопряжено с дополнительными неточностями в значениях  $B_f$  и для согласования с опытом приходится вводить дополнительные подгоночные параметры. Для расчетов ядерных реакций более удобно использовать непосредственно экспериментальные значения барьеров деления, выделив из них феноменологически «нерегулярную часть», которая зависит от оболочечных поправок, остаточных взаимодействий и других эффектов ядерной структуры, и аппроксимировав оставшуюся «гладкую часть» простой аналитической зависимостью [41, 42].

Нерегулярную часть барьера разделим на два члена: поправку к массе основного состояния  $\Delta(A, Z)$  и поправку к массе ядра в седловой точке  $\delta(A, Z)$ . Поправку  $\Delta$  определим как разность между экспериментальным значением массы, аппроксимируемым феноменологической формулой Камерона [20], и величиной  $M(A, Z)$ , рассчитанной по модели жидкой капли. Что касается поправки на оболочечные эффекты в седловой точке, то эти эффекты хотя и обуславливают структуру зависимости массы ядра  $M_{sp}$  от параметра деформации, однако в сильно деформированном возбужденном ядре их влияние на максимальное значение  $M_{sp}$ , определяющее величину  $B_f$ , не столь существенно, как в основном состоянии. Поэтому можно ожидать, что поправка  $\delta(A, Z)$  сводится к феноменологическому учету нечетно-четных эффектов (эффектов спаривания и т. п.) и меньше поправки  $\Delta(A, Z)$ .

Если в первом приближении поправкой  $\delta$  пренебречь, то значения  $B_f^0 = B_f^{exp}(A, Z) + \Delta(A, Z)$ , соответствующие гладкой части барьера деления\* и рассматриваемые в зависимости от параметра  $Z^2/A$ , имеют заметно меньший разброс, чем исходные экспериментальные точки  $B_f^{exp}$ , и их легче аппроксимировать простой аналитической зависимостью (рис. 14). При этом следует иметь в виду, что при переходе от ядер Th к Fm барьеры  $B_f$ , определенные по экспериментальным значениям периодов полураспада  $t_{1/2}$  и из измерения ширин  $\Gamma_n/\Gamma_f$ , значительно уменьшаются, в то время как величина барьеров деления, найденных непосредственно в опытах по измерению энергетической зависимости сечений деления, оказывается почти постоянной (см. рис. 14). Это связано с тем, что в тяжелых ядрах барьер деления имеет сложную двугорбую структуру, и простое феноменологическое его описание с помощью всего лишь одной величины — эффективной высоты барьера деления  $B_f$  — является весьма приближенным; для различных явлений определяющими могут быть различные детали

\* Отметим, что поправка  $\Delta$  входит здесь со знаком плюс, поскольку она относится ко второму члену в формуле (16).

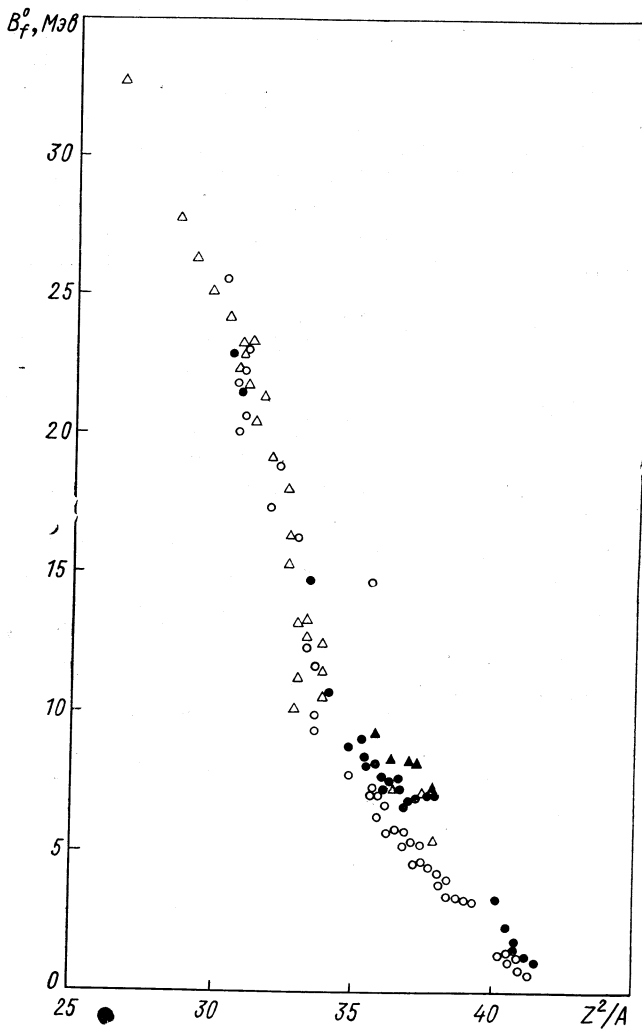


Рис. 14. Зависимость величины  $B_f^0 = B_f^{\text{exp}} + \Delta$  от  $Z^2/A$ :  
 ○ — Z четное, N — четное; ● — Z четное, N — нечетное; △ — Z нечетное, N — четное; ▲ — Z нечетное, N — нечетное.

структуры барьера, в результате чего  $B_f$  может также изменяться\*.

Таким образом, в случае тяжелых делящихся ядер наша аппроксимация дает некоторые среднеэффективные значения барьеров. Насколько удовлетворителен такой подход, покажет сравнение расчетных значений  $\Gamma_n/\Gamma_f$  с экспериментальными.

### 6. ОТНОШЕНИЯ $\Gamma_n/\Gamma_f$ И НЕЧЕТНО-ЧЕТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

С помощью полученного описанным выше способом выражения для барьеров деления  $B_f(A, Z) = B_f^0(Z^2/A) - \Delta(A, Z)$  теперь можно вычислить

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma_n}{\Gamma_f} &= \frac{4m_N}{\pi\hbar^2} \int_0^{E^* - B'_n - E_{n\text{rot}}} \sigma_n(E^*, \varepsilon) \times \\ &\times \rho_n(E^* - B'_n - \varepsilon, L) d\varepsilon \left/ \int_0^{E^* - B'_f - E_{f\text{rot}}} \rho(E^* - B'_f - \varepsilon, L) d\varepsilon = \right. \\ &= 4\alpha_n m_N R^2 \hbar^{-2} (a_f A_f / a_n A_n) [1 + (\kappa_f - 1) \exp(\kappa_f)]^{-1} \times \\ &\times \{ (E^* - B'_n - E_{n\text{rot}} + \beta_n) [1 + (\kappa_n - 1) \exp(\kappa_n)] - \\ &- (4a_n A_n)^{-1} [6 + (\kappa_n^3 - 3\kappa_n^2 + 6\kappa_n - 6) \exp(\kappa_n)] \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $\sigma_n = \pi R_n^2 \alpha_n (1 + \beta_n/\varepsilon)$  — сечение обратной реакции; значения  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  при этом можно взять те же, что и в известных работах Достровского и др. [39, 43] (при  $R = 1,3A^{1/3} \cdot 10^{-13}$  см);  $\kappa_i = = 2\sqrt{a_i A_i (E^* - B'_i - E_{i\text{rot}})}$ ,  $B'_i \equiv B_i + b_i$  — эффективный барьер деления и энергия связи нейтрона;

$$b_i = \begin{cases} 2b_i^0 & \text{для четных } A-Z \text{ и } Z; \\ b_i^0, & \text{если } A \text{ нечетное;} \\ 0 & \text{для нечетных } A-Z \text{ и } Z \end{cases}$$

— поправка на четно-нечетные эффекты в плотности уровней (поправка  $b_n$  относится к ядру, оставшемуся после вылета нейтрона). В соответствии с экспериментальными данными считаем, что  $b_f^0 \approx 1$  Мэв,  $b_n^0 \approx 12 A^{-1/2}$  Мэв. Для определения  $B_n(A, Z)$  снова можно воспользоваться формулами Камерона [20]. Плотность уровней ядра  $\rho_i(E^*, L)$  определяется выражением (5), где  $E_{n\text{rot}}$  — вращательная энергия ядра после испарения из него

\* Последнее обстоятельство не так заметно, если высоту барьера рассматривать как функцию отношения  $Z^2/A$ , однако сразу же обращает на себя внимание, если рассмотреть зависимость  $B_f$  от  $A$  и  $Z$  (ср. рис. 14 и 19).

Благодарим Ю. П. Гангского за подробное разъяснение вопросов, связанных с различными способами измерения барьеров деления.

нейтрона;  $E_{f\text{rot}}$  — вращательная энергия делящегося ядра в седловой точке (с соответствующими значениями моментов инерции  $I_n$  и  $I_{sp}$ )\*. Следует иметь в виду, что при вычислениях по методу Монте-Карло отношение  $\Gamma_n/\Gamma_f$  автоматически оказывается усредненным по моментам  $L$  (см. разд. 3).

Так же как и в разд. 4, будем считать, что параметр плотности уровней (в данном случае  $a_n$  и  $a_f$ ) — постоянный, не зависящий ни от энергии возбуждения, ни от массового и зарядового

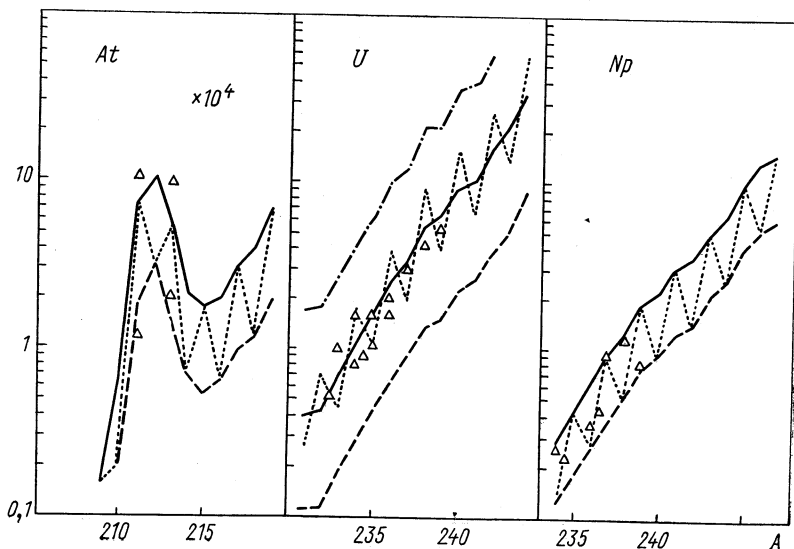


Рис. 15. Влияние феноменологической поправки  $\delta(A, Z)$  на отношение  $\Gamma_n/\Gamma_f$  для изотопов At, U и Np:

— расчет для случаев  $\delta \neq 0, b_n \neq 0, b_f \neq 0$ ; ... — расчет для случаев  $\delta = 0, b_n \neq 0, b_f \neq 0$ ; — — — дополнительно нанесенные результаты вычислений для случая  $\delta = 0, b_n = 0, b_f = 0$ . Численные значения отличных от нуля параметров  $\delta, b_n$  и  $b_f$  указаны в тексте.

чисел распадающегося ядра, хотя это всего лишь первое приближение. (Частично зависимость структуры уровней от  $A$  и  $Z$  учитывается введением поправок  $b_i$ ; о чувствительности расчетов к конкретному выбору параметров  $a_n$  и  $a_f$  см. ниже.)

Расчеты показывают, что теоретические значения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  довольно близки к экспериментальным, однако в отличие от последних теоретические значения для четных и нечетных изотопов оказываются сдвинутыми относительно друг друга. Варьированием постоянных  $b_n$  и  $b_f$  эти сдвиги можно было бы устранить, однако согласие с экспериментом при этом ухудшается (рис. 15, где это

\* Сейчас не рассматривается эффект изменения барьера деления вследствие деформации вращающегося ядра.

иллюстрируется на примере ядер At, U и Np; там же видна чувствительность расчетов к постоянным  $b_n$  и  $b_f$ ) [42, 44].

Для того чтобы улучшить согласие с опытом, учтем теперь поправку  $\delta(A, Z)$ , определив ее из условия: разность  $B_f^0 \equiv$

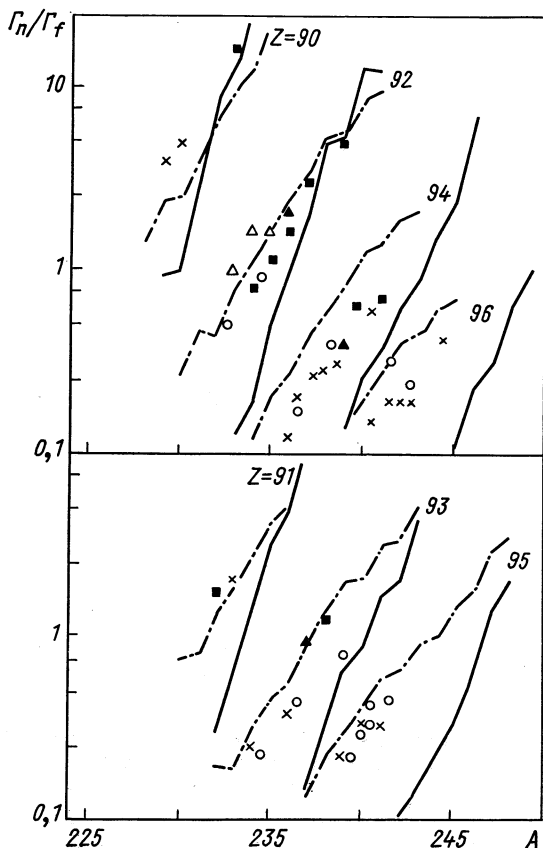


Рис. 16. Зависимость величины  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от массового числа распадающегося ядра.

Пунктирные и сплошные кривые соединяют расчетные значения соответственно для  $E^* = 20$  и  $10$  Мэв;  $a_f = a_n = = 1/15$  Мэв<sup>-1</sup>. Экспериментальные точки взяты из работы [46]; ■ и Δ относятся к данным опытов с поглощением нейтронов и γ-квантов соответственно при  $E^* = 3$  и 8–12 Мэв; ○ и × — средние  $\langle \Gamma_n/\Gamma_f \rangle$ , полученные по функциям возбуждения для  $E^* = 13$  и 18–23 Мэв.

$\equiv B_{\text{exp}}(A, Z) + \Delta(A, Z) - \delta(A, Z)$  остается достаточно гладкой функцией параметра  $Z^2/A$ , а отношение  $\Gamma_n/\Gamma_f$  для четных и нечетных изотопов укладывается на одну кривую. Таким образом,

найденно, что

$$\delta(A, Z) = \begin{cases} -0,5 \text{ Мэв,} & \text{если } Z \text{ четное} \\ 0, & \text{если } Z \text{ нечетное} \end{cases} + \begin{cases} 0, & \text{если } N \equiv A - Z \text{ четное} \\ +1 \text{ Мэв,} & \text{если } N \text{ нечетное.} \end{cases} \quad (18)$$

Из рис. 15 и рис. 16, 17, где приведены отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  для более тяжелых ядер, вплоть до ядра с  $Z = 107$ , видно, что при указанном выборе поправки  $\delta$  небольшой сдвиг значений  $\Gamma_n/\Gamma_f$  для четных и нечетных изотопов остается заметным лишь для очень тяжелых

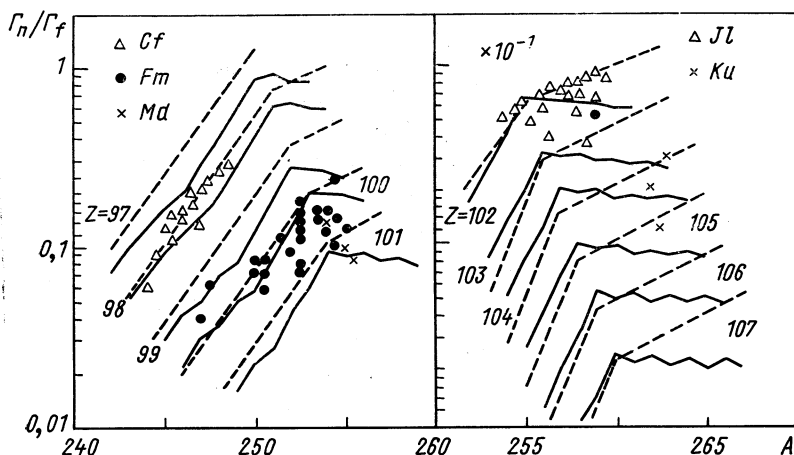


Рис. 17. Зависимость отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от массового числа  $A$  в случае тяжелых трансурановых и трансфермиевых ядер:

— — — результаты расчетов при  $E^* = 16 \text{ Мэв}$ ; - - - - феноменологическая зависимость Сиккеланда (6).  $a_f = a_n = 1/15 \text{ Мэв}^{-1}$ . Экспериментальные точки, полученные из анализа функций возбуждения, взяты из работ [8, 46]: ● — единственное известное сейчас экспериментальное значение для элемента с  $Z = 103$  [47].

трансфермиевых ядер\*. Во всей остальной области зависимость  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от массового числа является плавной, если не считать окрестностей магических чисел  $A - Z = 126$  (см. рис. 15) и  $A - Z = 152$  (см. рис. 17), где имеются резкие изломы, которые,

\* Эти расхождения можно устранить, введя в  $\delta(A, Z)$  дополнительную зависимость от  $A$  (например, степенную), однако сейчас не ясно, насколько гладкой является зависимость самих экспериментальных значений  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от очень больших массовых чисел.



однако, хорошо передают поведение известных экспериментальных значений.

Как и ожидалось, величина  $\delta(A, Z)$  в широком диапазоне значений  $A$  и  $Z$  зависит лишь от нечетно-четных эффектов. При этом следует отметить, что численное значение  $\delta(A, Z)$  существенно зависит от выбранной аппроксимации  $B_f$ ; в частности, если нечетно-четные эффекты учитывать с помощью часто используемой поправки Святецки [45], то согласие с экспериментом для  $\Gamma_n/\Gamma_f$  оказывается значительно худшим.

Оставшаяся регулярная часть экспериментальных барьеров деления  $B_f^0$  (рис. 18) хорошо аппроксимируется функцией

$$B_f^0 = 12,5 + \left\{ \begin{array}{l} +4,7(33,5 - Z^2/A)^{3/4} \text{ Мэв, если } Z^2/A \leq 33,5; \\ -2,7(33,5 - Z^2/A)^{2/3} \text{ Мэв, если } Z^2/A > 33,5. \end{array} \right\} \quad (19)$$

Соответствующие значения барьеров  $B_f(A, Z) = B_f^0(Z^2/A) - \Delta(A, Z) + \delta(A, Z)$  близки к экспериментальным даже в области тяжелых трансфермиевых ядер. Это видно из рис. 19 и из табл. 3, в которой дано сопоставление с опытом барьеров деления, рассчитанных различными методами. В частности, наша аппроксимация дает значения, более близкие к эксперименту, чем расчет по методу Майерса и Святецки. При этом зависимость барьеров от  $A$  и  $Z$  в области ядер Th — Fm оказывается довольно слабой. Обращает на себя внимание, что барьеры для ядер с четными  $Z$ , в общем, несколько лучше согласуются с опытом, чем для ядер с нечетными  $Z^*$ .

В выражении (19) в качестве аргумента использовано отношение  $Z^2/A$ , однако для ядер, удаленных от линии  $\beta$ -стабильности, более оправдано

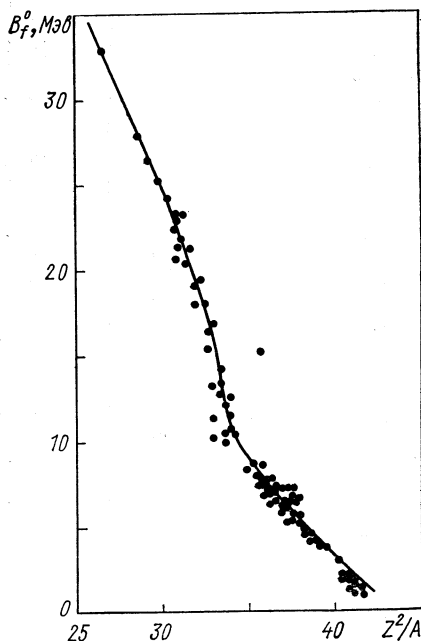


Рис. 18. Зависимость величин  $B_f^0 = B_f^{\text{exp}} + \Delta - \delta$  от параметра  $Z^2/A$ , аппроксимированная соотношением (19).

\* При вычислении  $\Delta(A, Z)$  была использована феноменологическая формула Камерона [20]. Однако результаты мало изменяются, если воспользоваться формулой из более поздней работы [50]: некоторое различие имеет место лишь в области нейтронно-избыточных ядер.

Таблица 3  
Теоретические и экспериментальные значения порогов деления для изотопов различных ядер

Изотоп	Эксперимент *	Расчет		
		аппроксимация (19)	Майерс и Святецки [25, 31]	модель жидкой капли [25, 31]
149Eu <sub>63</sub>	32,5	32,1	37,9	40,4
157Ho <sub>67</sub>	26,5	26,6	32,0	34,7
175Ta <sub>73</sub>	25,1	24,3	24,9	27,6
186Os <sub>76</sub>	24,2	23,2	23,2	24,3
187Os <sub>76</sub>	22,5			
	22,5	23,8	23,5	24,6
188Os <sub>76</sub>	23,7	24,0	24,0	23,9
185Ir <sub>77</sub>	20,4	20,1	19,4	21,6
189Ir <sub>77</sub>	21,7	22,1	21,8	22,9
191Ir <sub>77</sub>	22,8	22,9	23,2	23,5
194Hg <sub>80</sub>	19,6	18,4	18,3	17,6
198Hg <sub>80</sub>	21,8	20,4	22,2	18,8
210Po <sub>84</sub>	20,4	20,2	21,0	13,8
	18,6			
211Po <sub>84</sub>	21,5	20,3	20,0	14,0
212Po <sub>84</sub>	18,6	19,8	19,1	14,2
213At <sub>85</sub>	15,8	15,4	16,2	12,7
	16,8			
227Ra <sub>88</sub>	8,30	8,60	6,69	10,5
233U <sub>92</sub>	5,49	5,65	4,29	6,65
234U <sub>92</sub>	5,20	5,54	4,24	6,76
	5,30			
235U <sub>92</sub>	5,75	6,14	4,25	6,86
236U <sub>92</sub>	5,80	5,96	4,14	6,96
	5,44			
237U <sub>92</sub>	6,40	6,59	4,42	7,05
238U <sub>92</sub>	5,80	6,25	4,15	7,15
	5,60			
239U <sub>92</sub>	6,15	6,79	4,16	7,24
	6,29			
237Np <sub>93</sub>	5,49	5,18	3,79	6,12
238Np <sub>93</sub>	6,04	5,79	3,98	6,21
241Am <sub>95</sub>	6,00	4,67	3,18	4,81
242Am <sub>95</sub>	6,40	5,18	3,25	4,89
244Am <sub>95</sub>	6,21	5,37	3,00	5,04
240Cm <sub>96</sub>	4,15	4,35	2,74	4,00
242Cm <sub>96</sub>	4,25	5,56	2,84	4,16
246Cm <sub>96</sub>	4,35	5,00	2,74	4,54
250Cm <sub>96</sub>	4,10	4,96	3,01	4,73
246Cf <sub>98</sub>	3,85	4,18	2,43	3,16
248Cf <sub>98</sub>	3,85	4,48	2,47	3,29
250Cf <sub>98</sub>	3,95	4,78	2,42	3,15
252Cf <sub>98</sub>	3,65	4,39	1,93	3,54
251Jl <sub>102</sub>	2,69	3,85	0,38	1,54
252Jl <sub>102</sub>	2,77	3,60	0,37	1,58
253Jl <sub>102</sub>	2,94	4,20	1,07	1,63

Продолжение табл. 3

Изотоп	Эксперимент *	Расчет		
		аппроксимация (19)	Майерс и Святецки [25, 31]	модель жидкой капли [25, 31]
$^{254}\text{Jl}_{102}$	2,92	3,88	1,72	1,68
$^{255}\text{Jl}_{102}$	2,95	4,08	2,19	1,72
$^{256}\text{Jl}_{102}$	2,76	3,45	0,55	1,77
$^{257}\text{Jl}_{102}$	2,86	3,64	0,58	1,81
$^{259}\text{Jl}_{102}$	3,16	3,25	0,65	1,90

\* Барьеры для жолития вычислены по формуле  $B_f = 0,125 [21,5 + \lg t_{1/2} (\text{сек})]$  Мэв для периодов полураспада  $t_{1/2}$ , взятых из обзора [48]. Для других ядер мы воспользовались сводкой значений  $B_f$  из работы [49].

использование переменной

$$x = \frac{Z^2/A}{c \{1 - d[(N-Z)/A]^2\}}, \quad (20)$$

где  $N = A - Z$ ;  $c \approx 50,9$ ;  $d \approx 1,78$ .

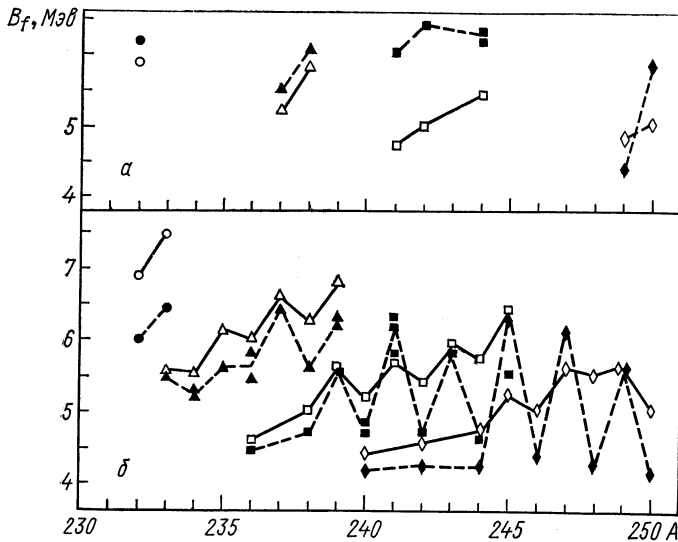


Рис. 19. Барьеры деления:

$\alpha$  — для изотопов Ra( $\circ$ ), Np( $\Delta$ ), Am( $\square$ ), Bk( $\diamond$ );  $\delta$  — для изотопов Th( $\circ$ ), U( $\Delta$ ), Pu( $\square$ ) и Sm( $\diamond$ );  $\bullet$  — соответствующие экспериментальные значения. Обращают на себя внимание более низкие значения барьеров деления для четно-четных ядер, которые были получены из анализа угловой анизотропии осколков деления. В этом случае из экспериментальных данных извлекаются сведения о внешнем барьере, а не о максимальном значении двугорбого барьера деления.

### 7. ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ $\Gamma_n/\Gamma_f$ ОТ ЭНЕРГИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Более детальная зависимость отношения ширин  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энергии возбуждения ядра  $E^*$  показана на рис. 20, 21. В соответствии с экспериментом эта зависимость является очень сильной

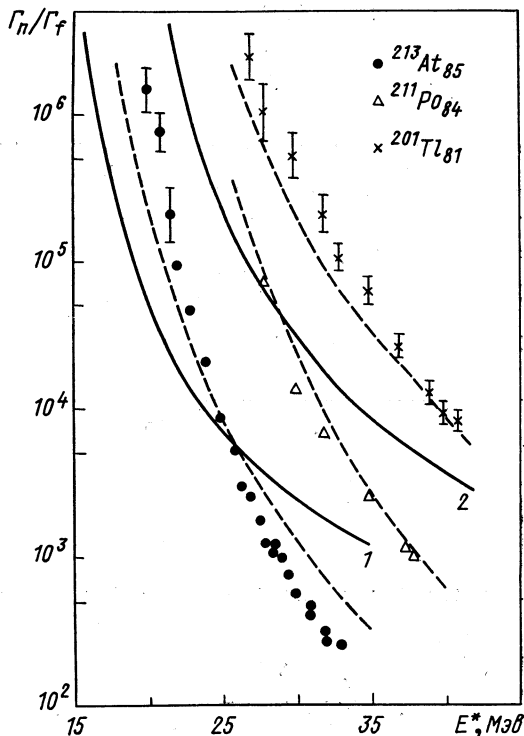


Рис. 20. Зависимость  $\Gamma_n/\Gamma_f$  для ядер с зарядом  $Z < 90$  от энергии возбуждения:

1 относится к ядру At; 2 — к ядрам Po и Tl (результаты расчетов для этих ядер практически совпадают) для  $a = 1/15 \text{ Мэв}^{-1}$ , пунктир — расчет для  $a_f \approx 1,14 a_n$ ,  $a_n = 1/8 \text{ Мэв}^{-1}$  в случае At и Po;  $a_f = 1,04 a_n$ ,  $a_n = 1/8 \text{ Мэв}^{-1}$  для Tl; экспериментальные точки взяты из работы [46] и относятся к компаунд-ядрам At, Po, Tl, образовавшимся при взаимодействии ионов  $^4\text{He}$  соответственно с ядрами  $^{209}\text{Bi}$ ,  $^{209}\text{Pb}$ ,  $^{197}\text{Au}$ .

для ядер с  $Z < 90$ . Чтобы согласовать с экспериментом, здесь необходимо выбрать значение  $a_n \approx 1/8$  и допустить, что параметр плотности урвной для делящегося ядра  $a_f$  несколько больше,

чем  $a_n$ . (Переход к бóльшим значениям  $a_n$  сдвигает кривые вверх, увеличение отношения  $a_f/a_n$  делает кривые более круто падающими.)

В области  $Z \sim 90$  сильная зависимость от  $E^*$  остается для малых ( $E^* \approx B_f$ ) и больших ( $E^* \gg B_f$ ) энергий возбуждения, в то время как во всей промежуточной области изменения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  невелики. Из рис. 21 видно, что последнее обстоятельство связано с изменением знака производной  $d(\Gamma_n/\Gamma_f)/dE^*$  при переходе от области, где слабо возбужденные ядра теряют свою энергию главным образом в результате процесса испарения ( $\Gamma_n/\Gamma_f \gg 1$ ), к области, где при  $E^* \approx B_f$  преимущественным является деление ( $\Gamma_n/\Gamma_f \ll 1$ ) [41, 42, 44].

Что касается ядер с большими  $Z$ , то значение процесса испарения быстро повышается с ростом энергии возбуждения. Этот вывод кажется противоречащим заключению некоторых экспериментальных работ о том, что для всех изотопов ядер с  $Z > 90$  значения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  укладываются практически на одну кривую

$$\lg(\Gamma_n/\Gamma_f) \approx -0,276Z + \left\{ \begin{array}{l} 5,46 + 0,140N, \text{ если } N \equiv A - Z \leq 153 \\ 19,23 + 0,050N, \text{ если } N \geq 153 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0,12 \text{ [для нечетных } Z] \\ 0 \text{ для четных } Z \end{array} \right\} \quad (21)$$

независимо от энергии возбуждения [8] (см. рис. 16 и 17, построенные в соответствии с экспериментальными результатами работ [8, 46, 51]). Однако известные в настоящее время экспериментальные значения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  фактически не являются непосредственными результатами измерений, а получены из них пересчетом на основе некоторых весьма грубых оценочных соотношений. В частности, при определении  $\Gamma_n/\Gamma_f$  или эквивалентной ей величины  $\Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f)$  из экспериментальных функций возбуждения для испускания  $x$  нейтронов обычно предполагается, что в среднем  $\langle \Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f) \rangle = [\sigma_c(c, x)/\sigma P_x]^{1/x}$  (здесь  $\sigma_c$  — полное сечение образования компаунд-ядра;  $\sigma(c, x)$  — сечение реакции с испусканием  $x$  нейтронов;  $P_x$  — средняя вероятность испускания точно  $x$  нейтронов). Тот факт, что полученные таким образом значения практически не зависят от  $x$  и от кинетической энергии  $T$ , рас-

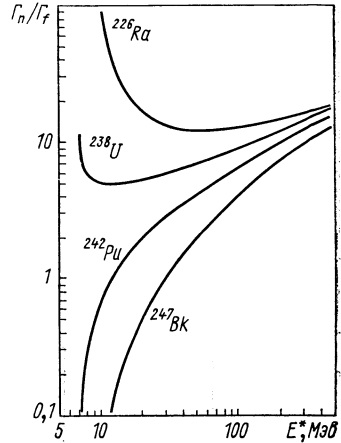


Рис. 21. Зависимость отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энергии возбуждения в случае ядер с  $Z \gtrsim 90$ .

сма­три­ва­ет­ся как до­ка­за­тель­ство не­за­ви­си­мо­сти от­но­ше­ния  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энер­гии воз­бу­ж­де­ния (см., на­при­мер, [8, 51, 52]). Од­на­ко из табл. 4 вид­но, что на са­мом де­ле поч­ти по­сто­ян­ные зна­че­ния  $\langle \Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f) \rangle$  мо­гут со­от­вет­ст­во­вать пар­ци­аль­ным от­но­ше­ни­ям

Таблица 4

Расчетные значения отношений  $\xi_x = \prod_{i=1}^x [\Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f)]_i$

и  $\langle \xi_x \rangle \equiv \langle \Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f) \rangle = (\xi_x)^{1/x}$  для функций возбуждения  $^{209}\text{Bi}$  ( $^{12}\text{C}$ ,  $xn$ )  $^{224-x}\text{Ac}$  и  $^{238}\text{U}$  ( $^{12}\text{C}$ ,  $xn$ )  $^{250-x}\text{Cf}$  при энергии  $T^*$

Мишень	$x$	$T$ , Мэв	$\xi_x$	$\langle \xi_x \rangle$
Bi	3	70	0,36	0,71
	4	70	0,38	0,78
	5	80	0,23	0,74
	6	90	0,14	0,72
	7	100	0,11	0,72
	8	110	0,11	0,76
U	4	70	$8,0 \cdot 10^{-3}$	0,30
	5	70	$1,9 \cdot 10^{-3}$	0,29
	6	70	$1,3 \cdot 10^{-4}$	0,23
	5	80	$7,1 \cdot 10^{-4}$	0,23
	6	80	$9,2 \cdot 10^{-4}$	0,31
	6	90	$4,3 \cdot 10^{-4}$	0,28
	7	90	$1,6 \cdot 10^{-4}$	0,29
	7	100	$3,1 \cdot 10^{-5}$	0,23
	8	100	$1,8 \cdot 10^{-4}$	0,34
	8	110	$1,6 \cdot 10^{-5}$	0,25

\* Расчеты выполнены для параметров плотности уровней  $a_n = 1/20$  Мэв $^{-1}$  и  $a_f = 1,1 a_n$  в случае Ac,  $a_f = 1,04 a_n$  в случае Cf.

$\Gamma_n/(\Gamma_n + \Gamma_f)$ , существенно изменяющимся с ростом энергии налетающих частиц  $T$  и, следовательно, сильно зависящим от энергии возбуждения компаунд-ядра  $E^*$  [41, 42, 44].

Нам известна всего лишь одна экспериментальная работа [47], авторы которой из анализа сечений образования изотопов Fm, Md и JI при облучении U ионами O, F и Ne пришли к выводу о сильной зависимости  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энергии  $E^*$ . Полученные в этой работе оценочные значения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  качественно согласуются с расчетными (рис. 22), однако для количественного согласия требуется весьма большое значение параметра  $a \approx 1/7$  Мэв $^{-1}$ . Возможно, это обусловлено тем, что при определении отношений

$\Gamma_n/\Gamma_f$  в работе [47] был использован ряд весьма грубых допущений, в частности, предположение о независимости величины  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от углового момента  $L$ . Однако видно, что достаточно точное сравнение экспериментальных и теоретических значений требует анализа метода получения каждой отдельной экспериментальной точки.

Вместе с тем интересно отметить, что хотя расстояние между расчетными кривыми для  $E^* = 10$  и  $20$  Мэв на рис. 16 и возрастает с переходом к бóльшим  $Z$ , тем не менее все же можно получить не только качественное, но и в некоторых случаях весьма неплохое количественное согласие с экспериментальными точками в интервале  $Z \approx 90-102$ , выбрав некоторую среднюю энергию возбуждения  $E^*$  (см. рис. 17). Это, в частности, объясняет, почему не зависящие от  $E^*$  феноменологические выражения типа формулы Сиккеланда (24) описывают экспериментальные данные [41, 42, 44].

Насколько результаты расчетов чувствительны к выбору величины параметра плотности уровней, видно из рис. 20, 22, 23. Наиболее сильная зависимость имеется при бóльших возбуждениях  $E^* \gtrsim 100$  Мэв; в этом случае весьма важен также учет испарения заряженных частиц.

Зависимость отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от углового момента  $L$  показана на рис. 24, где приведены результаты расчетов, выполненных для ядер  $^{196}\text{Tl}$  и  $^{233}\text{Pu}$ . Значения моментов инерции  $I_{sp}$  брались из работы [53], в которой они рассчитывались с помощью модели жидкой капли. Из этой работы следует, что момент инерции ядра в седловой точке в несколько раз превосходит момент инерции  $I_n$ , для которого использовалось твердотельное значение  $I_0$ . Меньшее значение вращательной энергии ядра в седловой точке, чем при испускании нейтрона, приводит к уменьшению отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  [см. уравнение (17)], причем этот эффект увеличивается с ростом углового момента  $L$ . Как видно, угловой момент ядра весьма существенно сказывается на результатах расчета и должен обязательно приниматься во внимание при определении отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  из экспериментальных функций возбуждения.

В заключение очень важно подчеркнуть, что все приведенные выше результаты получены в предположении слабой зависимости

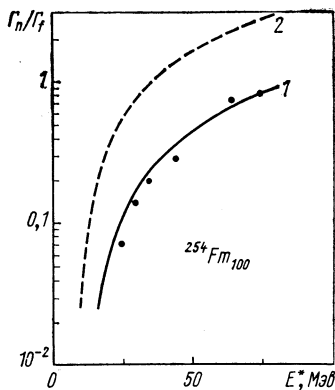


Рис. 22. Зависимость отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энергии возбуждения для ядра фермия:

1 — результат расчета для  $a_f = a_n = 0,15$  Мэв<sup>-1</sup>; 2 — результат расчета для  $a_f = a_n = 0,06$  Мэв<sup>-1</sup>. При вычислениях учитывался угловой момент (см. раздел 5). Экспериментальные точки взяты из работы [47].

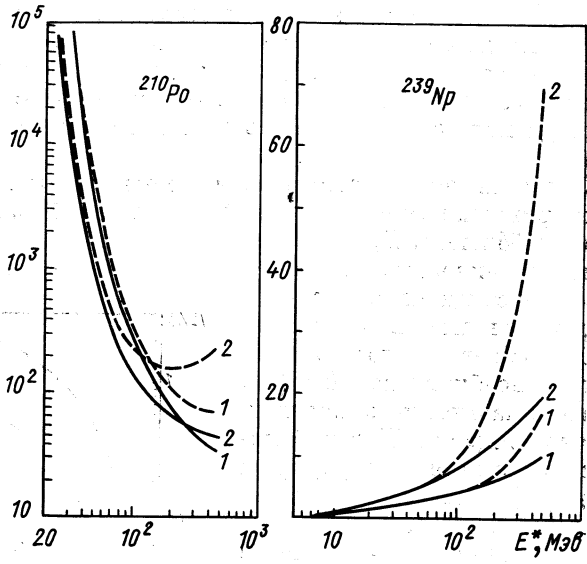


Рис. 23. Зависимость конкуренции деления от параметра плотности уровней:

— — — — — отношения ширины  $\Gamma_n/\Gamma_f$ ; — — — — — отношения  $\Gamma/\Gamma_f$ , где  $\Gamma \equiv \sum_i \Gamma_i$  — сумма ширины для испарения  $n, p, d, t, {}^3\text{He}, {}^4\text{He}$ ; 1 — для  $a_f = a_n = 1/10 \text{ Мэв}^{-1}$ ; 2 — для  $a_f = a_n = 1/20 \text{ Мэв}^{-1}$ .

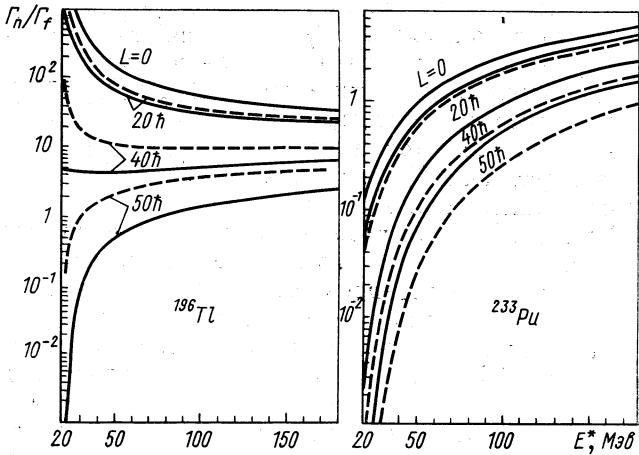


Рис. 24. Зависимость отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от углового момента:

— — — — — рассчитаны при  $I_{sp} = 3I_0$  для ядра  ${}^{196}\text{Tl}$  и при  $I_{sp} = 1,5I_0$  для ядра  ${}^{233}\text{Pu}$ ; — — — — — при  $I_{sp} = 2I_0$ .



величины барьера деления  $B_f$  от энергии возбуждения  $E^*$ . Однако этот вопрос далеко не ясен. Относительно оболочечных поправок из общих соображений можно заключить, что их вклад должен уменьшаться с ростом  $E^*$ , хотя конкретная энергетическая зависимость оболочечных эффектов для различных компаунд-ядер остается пока еще фактически не исследованной. Еще менее ясен вопрос об энергетической зависимости гладкой части барьера  $B_f^0$ . Вполне возможно, что эта часть также уменьшается при переходе к сильно возбужденным ядрам, т. е. с ростом  $E^*$  компаунд-ядро становится все более «рыхлым». Во всяком случае для лучшего согласования с известными экспериментальными сечениями деления ядер под действием высокоэнергетических протонов следует предположить такую зависимость [54].

Понятно, что включение энергетической зависимости в величину  $B_f$  скажется и на энергетической зависимости отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$ . Этот интересный вопрос требует еще изучения. Некоторые грубые теоретические соображения о зависимости  $B_f(E^*)$  для не слишком высоких энергий  $E^*$  приводятся в работе [55].

### 8. СЕЧЕНИЯ ДЕЛЕНИЯ

При учете конкуренции процессов испарения и деления сечение канала реакции с испусканием  $x$  частиц определяется соотношением [56]

$$\sigma_x = \sigma_c P_x \left\langle \prod_{i=1}^x (\Gamma_\nu/\Gamma_t)_i \right\rangle, \quad (22)$$

а сечение деления

$$\sigma_f = \sigma_c \left[ 1 - \left\langle \prod_{i=1}^x (\Gamma_\nu/\Gamma_t)_i \right\rangle \right], \quad (23)$$

где  $P_x$  — вероятность испускания  $x$  частиц, вычисленная методом Монте-Карло без учета процесса деления [см. формулу (7) и другие];  $\Gamma_\nu$  — парциальная ширина эмиссии частицы  $\nu$ -го типа \*;  $\Gamma_t = \Gamma_f + \sum_{\nu=1}^6 \Gamma_\nu$  — полная ширина распада возбужденного ядра, образующегося на  $i$ -й ступени испарительного каскада. Символом  $\langle \dots \rangle$  отмечено усреднение по всем испарительным каскадам.

По сравнению с прямым моделированием процесса деления подобный способ учета деления с помощью весовых функций позволяет значительно увеличить точность вычислений величин  $\sigma_x$  и  $\sigma_f$ , особенно для сильно- и слабоделящихся компаунд-ядер.

\* Как и в других случаях, кроме испускания нейтронов и протонов учитываем также испускание легких ядер  $d$ ,  $t$ ,  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ .

В реакциях с образованием слабоделящихся компаунд-ядер, где сечение деления  $\sigma_f$  составляет лишь малую часть полного сечения  $\sigma_{in}$ , величина  $\sigma_f$  оказывается значительно более чувствительной к различным предположениям о конкуренции с процессом испарения, чем сечения выхода отдельных изотопов. Наоборот, для сильноделящихся ядер  $\sigma_f \approx \sigma_{in}$  и изменение отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  наиболее существенно сказывается на функциях возбуждения [56]. Из рис. 25—27, где показаны расчетные значения  $\sigma_f$  для реакций с ионами  $^{16}\text{O}$ , хорошо видно, что в случае, когда

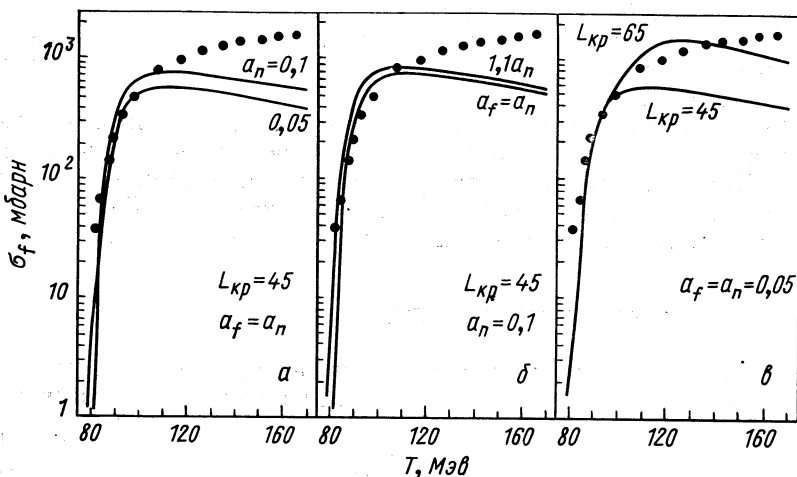


Рис. 25. Сечение деления ядер  $^{197}\text{Au}$  под действием ионов  $^{16}\text{O}$ : кривые — расчет; экспериментальные точки взяты из работы [57].

$a_f = a_n$ , уменьшение параметра плотности уровней увеличивает сечение менее вероятного процесса. Так, для составного ядра ( $^{16}\text{O} + ^{197}\text{Au}$ ), где  $\Gamma_n/\Gamma_f < 1$ , уменьшение  $a$  ведет к снижению значения  $\sigma_f$ ; в реакции  $^{16}\text{O} + ^{141}\text{Pr}$ , где  $\Gamma_n/\Gamma_f > 1$ , наоборот, чем меньше  $a$ , тем больше  $\sigma_f$ . В промежуточном случае реакции  $^{16}\text{O} + ^{174}\text{Yb}$ , где отношение  $\Gamma_n/\Gamma_f$  принимает значения, большие или меньшие единицы в зависимости от величины энергии возбуждения, кривые  $\sigma_f(T)$ , рассчитанные для различных значений  $a$ , пересекаются при некотором значении  $T$ .

Увеличение отношения  $a_f/a_n$  приводит к возрастанию сечения  $\sigma_f$  (см. рис. 25, б, 26, б и 27, б). Расчеты показывают, что этот рост тем более существен, чем сильнее различаются барьер деления  $B_f$  и энергии отделения нейтронов  $B_n$ . Для согласования теоретических и экспериментальных сечений следует выбрать  $a_f > a_n$ .

На рис. 25, в, 26, в и 27, б иллюстрируется чувствительность сечения  $\sigma_f$  к изменению критического углового момента. При

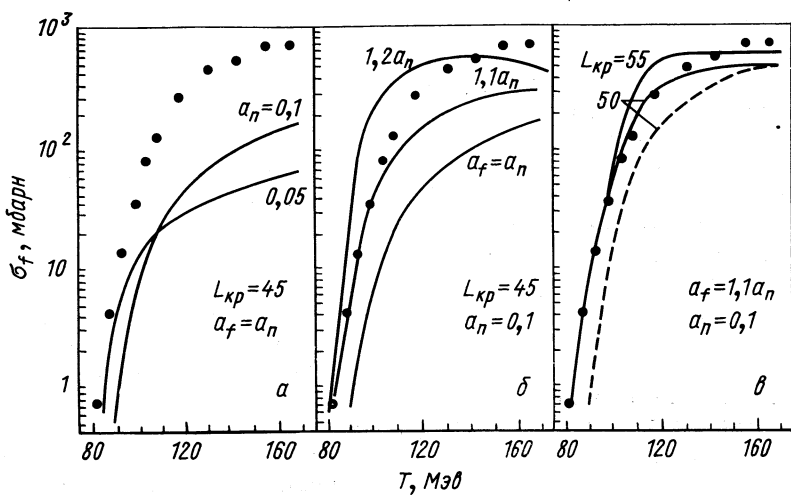


Рис. 26. Сечение деления ядер  $^{174}\text{Yb}$  под действием ионов  $^{16}\text{O}$ :  
 кривые — расчет (смысл пунктирной кривой см. в тексте); экспериментальные  
 точки взяты из работы [57].

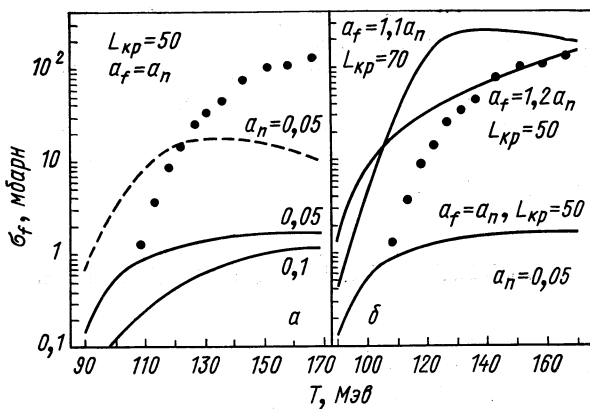


Рис. 27. Сечение деления ядер  $^{141}\text{Pr}$  под действием  
 ионов  $^{16}\text{O}$ :  
 кривые — расчет (смысл пунктирной кривой см. в тексте);  
 экспериментальные точки взяты из работы [57].

больших энергиях налетающего иона уменьшение  $L_{кр}$  снижает сечение деления, что обусловлено в основном падением сечения  $\sigma_c$ .

Важно отметить, что величина  $\sigma_f$  для слабоделящихся ядер существенно зависит от того, насколько точно определяется энергия вращения ядра в седловой точке. Это видно, в частности, из сравнения сплошных и пунктирных кривых на рис. 26 и 27, соответствующих различным значениям момента инерции  $I_{sp}$ : сплошные кривые на рис. 25 и 27 рассчитаны для  $I_{sp} = 2I_0$ , пунктирная — для  $I_{sp} = 4,7I_0$ ; сплошные и пунктирная кривые рис. 26, наоборот, относятся к значениям  $I_{sp} = 4,7I_0$  и  $I_{sp} = 2I_0$ . Сечение  $\sigma_f$  быстро возрастает при увеличении  $I_{sp}$ . Все это указывает на необходимость весьма тщательного рассмотрения  $E_{frot}$ .

Изменение параметров  $a_n$ ,  $a_f$ ,  $L_{кр}$  при различных значениях  $I_{sp}$  одинаковым образом влияет на сечение  $\sigma_f$ . Статистическая теория правильно передает характер изменения энергетической зависимости  $\sigma_f(T)$  при  $T \approx T_{кр}$ , однако расчетные сечения при больших энергиях во всех случаях оказываются заниженными по сравнению с экспериментом. По-видимому, это связано с вкладом неравновесных процессов деления, происходящих без образования компаунд-ядра, или с изменением отношения  $a_f/a_n$  при больших энергиях возбуждения. Этот вопрос требует еще дальнейшего изучения.

В области слабоделящихся ядер, подобных составному ядру ( $^{160}\text{Pb} + ^{141}\text{Pr}$ ), согласие расчетных и экспериментальных значений можно надеяться улучшить уточнением значения барьеров деления  $B_f$ , известных здесь сейчас с большими погрешностями. Кроме того, значение  $\sigma_f$  изменится, если учесть зависимость барьера  $B_f$  от энергии возбуждения  $E^*$ . Этот вопрос также заслуживает более детального изучения\*.

## 9. ФУНКЦИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ДЛЯ ДЕЛЯЩИХ ЯДЕР

Учет процесса деления, естественно, уменьшает сечения реакций  $^{A_1}\text{Y}(^{A_2}\text{X}, xn)^{A_1+A_2-x}\text{Z}$ . Функции возбуждения становятся при этом значительно более узкими (рис. 28), что особенно заметно в случае сильноделящихся тяжелых ядер и является непосредственным отражением сильной зависимости отношения  $\Gamma_n/\Gamma_f$  от энергии возбуждения ядра  $E^*$  (см. разд. 7).

Сведения о характере зависимости  $B_f(E^*)$  можно надеяться получить также из анализа деления ядер под действием высокоэнергетических протонов, которые реализуются при небольших угловых моментах делящегося ядра и не требуют введения параметра  $I_{sp}$ . В этом случае не требуется вводить также и подгоночного параметра  $L_{кр}$  [5, 54].

Зависимость функций возбуждения от параметров модели видна из рис. 29—31. В целом расчетные и экспериментальные значения можно согласовать между собой (как это и делается во многих работах, например, [8]), однако результаты расчетов очень чувствительны к выбору величин  $a_f$  и  $a_n$ , в результате чего не удастся подобрать единый набор параметров для всех рассмотренных реакций. Можно лишь указать, что лучшее согласие с экспериментом получается, если положить  $a_f > a_n$  и выбрать для  $a_n$  значение, несколько большее 0,05; причем с увеличением заряда компаунд-ядра отношение  $a_f/a_n \rightarrow 1$ . Обращает на себя

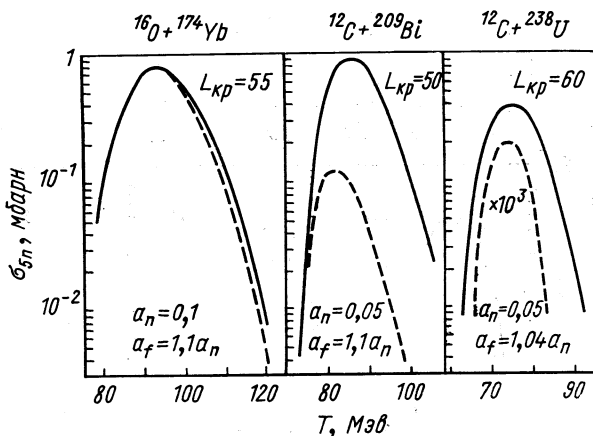


Рис. 28. Влияние процесса деления на вид функций возбуждения с испусканием пяти нейтронов:

— — — — расчет без учета деления; — — — — расчет с учетом конкуренции процессов деления и испарения ( $I_{sp} = 2I_0$  для  $^{16}O + ^{176}Yb$  и  $^{12}C + ^{209}Bi$ ;  $I_{sp} = 1,5 I_0$  для  $^{12}C + ^{238}U$ ; значения остальных параметров указаны на рисунке).

внимание, что значение  $a_n$  почти вдвое меньше того, что необходимо для согласования расчетных и экспериментальных данных в случае неделищихся компаунд-ядер. Однако это заключение требует еще подтверждения.

В области больших энергий  $T$  расчетные сечения  $\sigma_{xn}$ , так же как и сечения  $\sigma_f$ , оказываются значительно меньшими экспериментальных: теория, не учитывающая вклад нестационарных процессов, не описывает наблюдаемые на опыте пологие «хвосты» функций возбуждения. Что касается реакций с испусканием заряженных частиц, то учет процесса деления помимо уменьшения сечений этих реакций приводит к увеличению их относительного вклада, поскольку отношение  $\Gamma_n/\Gamma_f$  растет с уменьшением заряда ядра (см. рис. 20, 21). Чувствительность расчетных характеристик

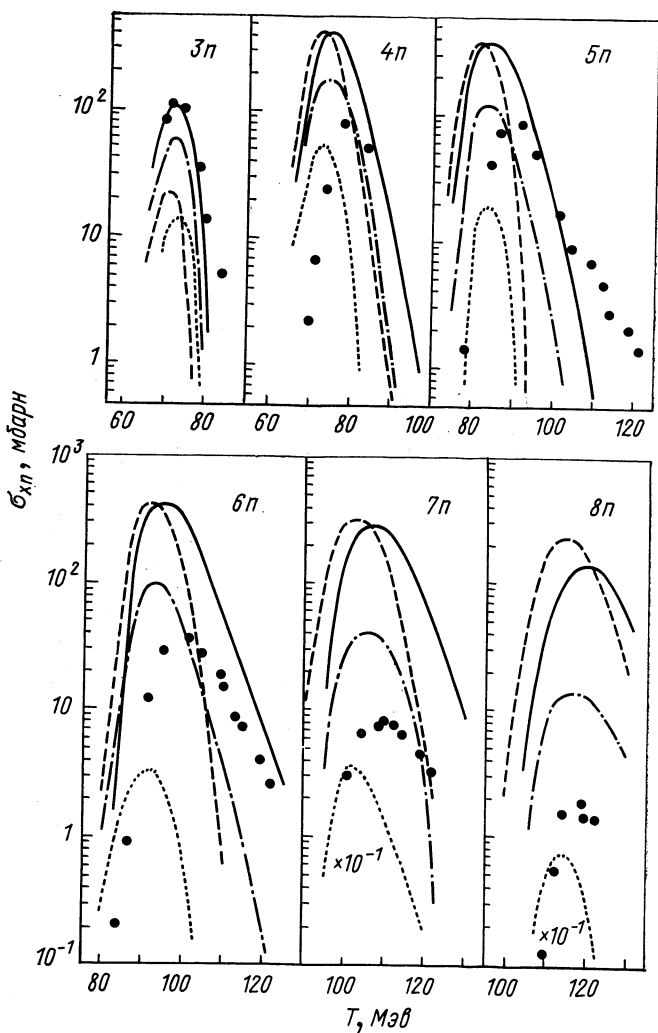


Рис. 29. Функции возбуждения  $^{209}\text{Bi}(^{12}\text{C}, xn)^{212-x}\text{As}$ :  
 ———— рассчитаны для случая  $a_f = a_n = 0,05$ ; — — — —  
 для  $a_f = a_n = 0,1$ ; - · - · - · соответствуют выбору парамет-  
 ров  $a_f = 1,1 a_n$ ,  $a_n = 0,05$ ; . . . —  $a_f = 1,2 a_n$ ,  $a_n = 0,05$ . Во  
 всех случаях  $L_{кр} = 50\text{h}$ ,  $I_{sp} = 21\%$ . Экспериментальные точки  
 взяты из работы [58].

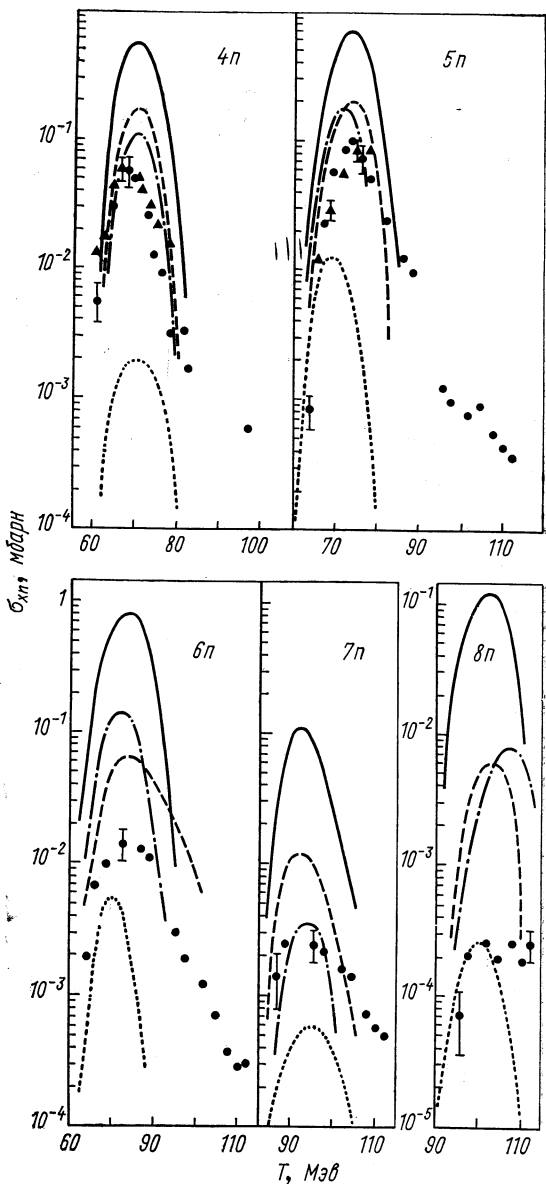


Рис. 30. Функции возбуждения  $^{238}\text{U}(^{12}\text{C}, xn)^{250-x}\text{Cf}$ :  
 — — — — рассчитаны для случая  $a_f = a_n = 0,05$ ; — — — —  
 —  $a_f = 1,04 a_n, a_n = 0,05$ ; — · — · — соответствуют вы-  
 бору параметров  $a_f = a_n = 0,067$ ; · · · · —  $a_f = a_n =$   
 $= 0,1$ . Во всех случаях  $L_{\text{кр}} = 60\text{к}$ ;  $I_{\text{сп}} = 1,5 I_0$ . Экспери-  
 ментальные точки взяты из работы [8],  $\bullet$  — из работы [59].

этих реакций к параметрам модели в общих чертах такова же, как и для реакций с испусканием нейтронов.

Таким образом, в каждом отдельном случае специальным подбором параметров можно получить удовлетворительное согласие экспериментальных и теоретических значений в широкой области энергий  $T$ . Однако для более детального и обоснованного анализа

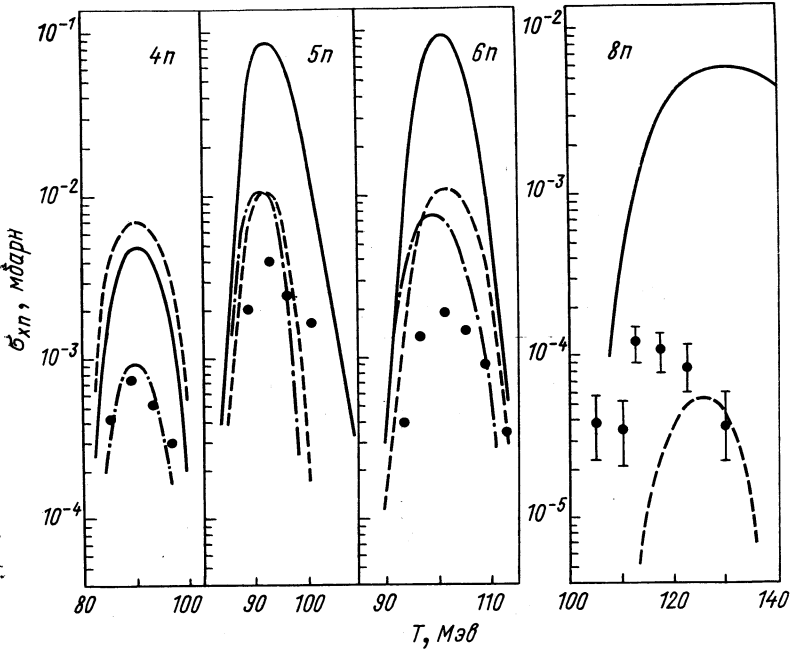


Рис. 31. Функции возбуждения  $^{238}\text{U}(^{16}\text{O}, xn)^{254-x}\text{Fm}$ :  
 — для  $a_f = a_n = 0,05$ ; - - - - для  $a_f = 1,04 a_n$ ,  
 $a_n = 0,05$ ; - · - · -  $a_f = a_n = 0,067$ . Во всех случаях  $L_{\text{кр}} =$   
 $= 60h$ ,  $I_{\text{сп}} = 1,35 I_0$ . Экспериментальные точки взяты из работы [47].

экспериментальных данных необходимо располагать значительно более подробной информацией о зависимости параметров плотности уровней  $a_f$  и  $a_n$  от значений  $A, Z, E^*$ , а также иметь более точные сведения о зависимости  $B_f(E^*)$ . В этой связи представляет интерес также учет «двугорбой структуры» барьера деления. При больших энергиях возбуждения эта структура, как и другие оболочечные эффекты, несущественна, однако в области  $E^*$  порядка нескольких десятков мегаэлектронвольт учет структуры барьера деления может дать весьма заметный вклад. При энергиях  $T \gtrsim 10 \text{ Мэв/нуклон}$  следует принимать во внимание нестационарные процессы деления и испускания частиц.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подробные расчеты и сравнение их с экспериментом, выполненные в предыдущих разделах, показывают, что даже весьма грубый статистический подход к расчету процессов образования и распада компаунд-ядер в реакциях с ионами при  $T \lesssim 10$  Мэв/нуклон позволяет понять основные закономерности этих процессов, в частности, выяснить характер зависимости функций возбуждения от наиболее важных величин, таких, как энергия возбуждения составного ядра, его угловой момент и момент инерции, параметры плотности уровней и т. д.

Вместе с тем оказывается, что возможности статистической модели значительно меньше, чем это обычно принято думать. Во многих случаях таким путем достаточно надежно удается получить лишь относительные данные; что же касается абсолютных значений величин, то они весьма чувствительны к параметрам теории. Особенно это относится к области тяжелых делящихся ядер, где с помощью рассмотренной статистической модели, даже если задаться величиной полного сечения  $\sigma_c$ , довольно трудно получить хотя бы грубые количественные оценки абсолютных значений функций возбуждения. Специальным подбором параметров здесь также можно получить хорошее согласие с экспериментом, однако каких-либо количественных закономерностей в изменении подгоночных параметров при переходе от одного случая к другому при этом установить не удается. В частности, даже небольшое ( $\sim 10\%$ ) варьирование параметра  $a_f$  часто изменяет функции возбуждения на порядок. С практической точки зрения в этом случае более эффективным является использование модели Джексона с постоянной ядерной температурой. Хотя, как уже отмечалось выше, постоянство ядерной температуры очень трудно обосновать с позиций более детального статистического подхода, тем не менее, если модель Джексона рассматривать в качестве некоторой феноменологической аппроксимации экспериментальных результатов с подобранными из сравнения с опытом параметрами, эта модель оказывается весьма полезной для интерполяции и экстраполяции известных экспериментальных данных в те области, где измерений еще не выполнено.

В области очень тяжелых делящихся ядер более точные по сравнению с моделью Джексона статистические подходы в настоящее время предпочтительнее использовать не для предсказаний величины функций возбуждения, а для решения обратной задачи: получения сведений о свойствах возбужденных ядер из сравнения с экспериментальными данными по сечениям реакций.

Приведенные результаты указывают на то, что соотношения рассмотренной статистической теории нуждаются в серьезном усовершенствовании. Прежде всего необходимо более точно учесть

структуру барьеров деления, выяснить их зависимость от энергии возбуждения, в явном виде выделить сильную зависимость параметров от  $A$ ,  $Z$  и  $E^*$ , принять во внимание вклад процессов, которые протекают, минуя стадию равновесного компаунд-ядра. Последнее обстоятельство, связанное с разработкой более детальной картины слияния тяжелого иона с ядром-мишенью, представляется особенно важным.

В заключение считаем своим приятным долгом поблагодарить Г. Н. Флёрова, С. А. Карамяна, В. П. Пашкевича за обсуждения и стимулирующую критику.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ситенко А. Г. ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 793.
2. Калинин Б. Н., Пермяков В. П. Сообщение ОИЯИ Р4-6149, Дубна, 1971.
3. Jackson J. D. Canad. J. Phys., 1956, v. 34, p. 767.
4. Ильинов А. С. Сообщение ОИЯИ Р7-7108, Дубна, 1973.
5. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействия высокоэнергетических частиц и ядер с ядрами. М., Атомиздат, 1972.
6. Ericson T., Strutinsky V. Nucl. Phys., 1958, v. 8, p. 234.
7. Ericson T. Adv. Phys., 1960, v. 9, p. 425.
8. Sikkeland T., Ghiorso A., Nurmia M. J. Phys. Rev., 1968, v. 172, p. 1232.
9. Sikkeland T. Arkiv. Fys., 1966, v. 36, p. 539.
10. Бабинов В. В. ЖЭТФ, 1960, т. 38, с. 274.
11. Бабинов В. В. Сообщение ОИЯИ Р-1351, Дубна, 1963.
12. Калинин Б. Н., Петков И. Ж. Acta Phys. Polon, 1964, v. 25, p. 265.
13. Калинин Б. Н., Петков И. Ж. Сообщение ОИЯИ Р4-5019, Дубна, 1970.
14. Natowitz J. V. Phys. Rev., C, 1970, v. 1, p. 623.
15. Hill D. L., Wheeler J. A. Phys. Rev., 1953, v. 89, p. 1102.
16. Гейликман Б. Т. В кн.: Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1955. Т. 2. М., Физматгиз, 1958, с. 230.
17. Brack M. e.a. Rev. Mod. Phys., 1972, v. 44, p. 320.
18. Bolsterli M. e.a. Phys. Rev. C, 1972, v. 5, p. 1050.
19. Ильинов А. С., Тонеев В. Д. «Ядерная физика», 1968, т. 9, с. 48.
20. Cameron A. G. W. Canad. J. Phys., 1957, v. 35, p. 1021.
21. Kammuri T. Prog. Theor. Phys., 1961, v. 25, p. 235.
22. Symposium of Monte-Carlo Methods. Ed. by N. A. Meyer, N.Y., 1956.
23. Williams D. C., Thomas T. D. Nucl. Phys. A, 1967, v. 92, p. 1.
24. Фуллер Э. Дж., Хейворд Э. Ядерные реакции. Т. II. М., Атомиздат, 1964, с. 114.
25. Myers W. D., Swiatecki W. J. Nucl. Phys., 1966, v. 81, p. 1.
26. Захарова С. М., Ставинский В. С., Шубин Ю. Н. Nucl. Data for Reactors, vol. II, IAEA, Vienna, 1970, p. 909.
27. Ильинов А. С., Тонеев В. Д. Сообщение ОИЯИ Р7-6608, Дубна, 1972.
28. Natowitz J. V., Alexander J. M. Phys. Rev., 1969, v. 188, p. 1734.
29. Кумф Г., Карнаухов В. А. ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1546.
30. Оганесян Ю. Ц. и др. Сообщение ОИЯИ Р7-5912, Дубна, 1971.
31. Myers W. D., Swiatecki W. J. Report UCRL-11980, Berkeley, 1965.
32. Grover J. R., Gilat J. Phys. Rev., 1967, v. 157, p. 814.
33. Николаев В. М., Щеголев В. А. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 469.
34. Alexander J. M., Simonoff G. N. Phys. Rev. B, 1964, v. 133, p. 93.
35. Choppin G. R., Klingenberg T. J. Phys. Rev., 1963, v. 130, p. 1990.

36. Knox W. J., Quinton A. R., Anderson C. E. *Phys. Rev.*, 1960, v. 120, p. 2120.
37. Юнгклауссен Г. «Ядерная физика», 1965, т. 2, с. 986.
38. Ильинов А. С. и др. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 465.
39. Dostrovsky I., Frankel Z., Friedlander G. *Phys. Rev.*, 1959, v. 116, p. 683.
40. Lindner M., Turkevich A. *Phys. Rev.*, 1960, v. 119, p. 1632.
41. Barashenkov V. S. e.a. JINR E2-6706, Dubna, 1972.
42. Барашенков В. С. и др. Сообщение ОИЯИ P7-6741, Дубна, 1972.
43. Dostrovsky I., Gauvin H., Lefort M. *Phys. Rev.*, 1965, v. 169, p. 836.
44. Барашенков В. С. и др. Сообщение ОИЯИ P7-6619, Дубна, 1972.
45. Swiatecki W. J. *Phys. Rev.*, 1956, v. 101, p. 97.
46. Ванденбох Р., Хейзенга Дж. В кн.: Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958. Докл. иностр. ученых. Т. 2. М., Атомиздат, 1959, с. 366.
47. Донец Е. Д., Щеголев В. А., Ермаков В. А. «Ядерная физика», 1965, т. 2, с. 1015.
48. Флёров Г. Н., Звара И. Сообщение ОИЯИ Д7-6013, Дубна, 1971.
49. Hasse R. W. *Ann. Phys.*, 1971, v. 68, p. 377.
50. Tzuran J. W., Cameron A. S. W. *Proc. of the Intern. Conf. on the Properties of Nuclei Far from the Region of Beta-Stability*, Leysin, 1970, v. 1, p. 275.
51. Thomas T. D., Harvey B. G., Seaborg G. T. Paper P/1429. The 2nd UN Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, 1958, v. 15, p. 295.
52. Hahn R. L. *Nucl. Phys. A*, 1972, v. 185, p. 241.
53. Струтинский В. М. «Ядерная физика», 1965, т. 1, с. 821.
54. Barashenkov V. S. e.a. JINR E2-7278, Dubna, 1973.
55. Yamaguchi Y. *Prog. Theor. Phys.*, 1951, v. 6, p. 529.
56. Барашенков В. С. и др. «Ядерная физика», 1973, т. 18, с. 37.
57. Sikkeland T. *Phys. Rev. B*, 1964, v. 135, p. 669.
58. Grough A., Macfarlane R. D. *Proc. Intern. Conf. on Nuclear Reactions Induced by Heavy Ions*, Heidelberg, 1969, p. 673.
59. Волков В. В. и др. ЖЭТФ, 1959, т. 36, с. 762.