

МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ СВОЙСТВ КВАДРУПОЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЯДЕР

Р. В. Джолос, Д. Янссен

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

На основе метода бозонных представлений фермионных операторов получено замкнутое выражение для коллективного квадрупольного гамильтониана ядра. Исследованы частные решения уравнения Шредингера с полученным коллективным гамильтонианом и показано, что гамильтониан в принципе описывает сферические ядра с их вибрационными мультиплетами и деформированные ядра с ротационными полосами, построенными на колебательных состояниях.

Проанализированы свойства коллективных квадрупольных состояний ряда сферических и переходных ядер.

On the basis of the method of boson representations of fermion operators a closed expression was obtained for the collective quadrupole nuclear hamiltonian. The solutions of the Schrödinger equation with the collective quadrupole hamiltonian are analysed. It is shown that the hamiltonian describes not only spherical nuclei with the vibrational multiplets but also strongly deformed nuclei with the rotational bands based on the vibrational states.

The properties of the collective quadrupole states in some spherical and transitional nuclei are analysed.

1. БОЗОННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ФЕРМИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Экспериментальные данные о низколежащих ядерных состояниях говорят о том, что разделение ядер на сферические и деформированные с характерными для каждого типа коллективными возбуждениями часто оказывается условным. Однако всегда можно выделить последовательность коллективных состояний данного ядра, различающихся лишь значениями некоторых квантовых чисел и связанных большими матричными элементами оператора квадрупольного момента [1]. Эти коллективные квадрупольные возбуждения, если интересоваться лишь их энергиями, квадрупольными моментами и $E2$ -переходами, можно описать пятью коллективными координатами $\alpha_{2\mu}$ ($\mu = 0, \pm 1, \pm 2$). Проблема состоит в том, что микроскопический гамильтониан ядра, исполь-

зубый для описания низколежащих состояний, зависит от большого числа динамических переменных, среди которых коллективные квадрупольные переменные никак не выделены. Пытаться их выделить из микроскопического гамильтониана можно различными способами [2—4]. Здесь рассмотрим лишь методы, в которых используются представления фермионных операторов через операторы бозонов, и только четно-четные ядра, где реализуются состояния с четным числом квазичастиц. Поэтому будем интересоваться лишь алгебраическими свойствами бинарных фермионных операторов: $a_{\alpha}^{\dagger}a_{\beta}^{\dagger}$, $a_{\alpha}^{\dagger}a_{\beta}$, $a_{\beta}a_{\alpha}$, которые в заданном конфигурационном пространстве образуют алгебру Ли $R_{2\Omega}$. Для наших целей удобнее перейти к операторам:

$$\left. \begin{aligned} \hat{q}_{JM}^n &= \frac{1}{2} \sum_{a, b} q_{ab}^{nJ} [A_{JM}^{\dagger}(ab) + (-1)^{J-M} A_{J-M}(ab)]; \\ \hat{p}_{JM}^n &= -\frac{i}{2} \sum_{a, b} p_{ab}^{nJ} [A_{JM}(ab) - (-1)^{J-M} A_{J-M}^{\dagger}(a, b)], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $A_{JM}^{\dagger} = \sum_{m_a m_b} C_{j_a m_a j_b m_b}^{JM} a_{m_a}^{\dagger} a_{m_b}^{\dagger}$.

Тензорные операторы \hat{q}_{JM}^n и \hat{p}_{JM}^n характеризуются угловым моментом J , его третьей компонентой M и дополнительным индексом n . Амплитуды q_{ab}^{nJ} и p_{ab}^{nJ} удовлетворяют следующим соотношениям ортогональности:

$$\sum_{a, b} q_{ab}^{nJ} p_{ab}^{n'J} = \delta_{nn'}, \quad \sum_n q_{ab}^{nJ} p_{cd}^{nJ} = \frac{1}{2} [\delta_{ac} \delta_{bd} - (-1)^{j_a + j_b + J} \delta_{ad} \delta_{bc}]. \quad (2)$$

Используя эти соотношения, можно вычислить коммутатор

$$\begin{aligned} [\hat{q}_{JM}^n, \hat{p}_{J'M'}^{n'}] &= i \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{nn'} - i \sum_{a, b, c, L, K} q_{ac}^{nJ} p_{bc}^{n'J'} \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & L \\ J' & J & j_c \end{matrix} \right\} \times \\ &\times C_{JM J' - M'}^{LK} (-1)^{J' - M'} [1 + (-1)^{j_a + j_b + L}] B_{LK}(a, b), \end{aligned} \quad (3)$$

где $B_{LK}(ab) = \sum_{m_a m_b} (-1)^{j_b - m_b} C_{j_a m_a j_b - m_b}^{LK} a_{m_a}^{\dagger} a_{m_b}$.

Если пренебречь вторым членом в (3), как это делается в RPA , то операторы \hat{q}_{JM}^n и \hat{p}_{JM}^n будут удовлетворять коммутационным соотношениям для координат и импульсов.

Набор операторов (1) — это только часть алгебры Ли, о которой говорилось выше. Чтобы замкнуть алгебру, мы должны добавить к набору обобщенных координат \hat{q}_{JM}^n и импульсов \hat{p}_{JM}^n все их линейно-независимые коммутаторы, т. е. $[\hat{p}_{JM}^n, \hat{p}_{J'M'}^{n'}]$, $[\hat{q}_{JM}^n, \hat{q}_{J'M'}^{n'}]$ и $[\hat{q}_{JM}^n, \hat{p}_{J'M'}^{n'}]$. Используя соотношения ортогональ-

ности (2), легко показать [2], что набор операторов, состоящий из обобщенных координат, импульсов и их линейно-независимых коммутаторов, полностью эквивалентен набору бинарных операторов $a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+$, $a_{\alpha}^+ a_{\beta}$, $a_{\beta} a_{\alpha}$. Поэтому можно точно выразить гамильтониан ядра и все одночастичные операторы через \hat{q}_{JM}^n , \hat{p}_{JM}^n и их коммутаторы.

Для иллюстрации нашего метода предположим, что существует одна коллективная переменная, которая слабо связана с другими степенями свободы. Пусть, например, это будет переменная, описывающая β -колебания ядер. В данном случае из набора (2) можно выделить одну обобщенную координату \hat{q}_0 и один импульс \hat{p}_0 . Наша алгебра будет содержать операторы \hat{q}_0 , \hat{p}_0 и $[\hat{q}_0, \hat{p}_0]$. Двойные коммутаторы имеют следующий вид:

$$[[\hat{q}_0, \hat{p}_0], \hat{q}_0] = -L\hat{p}_0 - \sum_{n \neq 0} L_n \hat{p}_n; \quad [[\hat{q}_0, \hat{p}_0], \hat{p}_0] = K\hat{q}_0 + \sum_{n \neq 0} K_n \hat{q}_n;$$

$$L = 4 \sum_{a, b, c, d} q_{ab}^0 p_{cb}^0 q_{ad}^0 q_{cd}^0; \quad K = 4 \sum_{a, b, c, d} q_{ab}^0 p_{cb}^0 p_{ad}^0 p_{cd}^0.$$

Таким образом, строго говоря, алгебра операторов \hat{q}_0 , \hat{p}_0 , $[\hat{q}_0, \hat{p}_0]$ не замкнута. Но, во-первых, коэффициенты L_n и K_n , в отличие от L и K , не содержат когерентных частей и поэтому малы. Во-вторых, если интересоваться только теми матричными элементами двойных коммутаторов, которые связывают коллективные состояния, то вкладом неколлективных операторов \hat{q}_n и \hat{p}_n можно пренебречь. В таком приближении операторы \hat{q}_0 , \hat{p}_0 , $[\hat{q}_0, \hat{p}_0]$ образуют замкнутую алгебру и эта алгебра совпадает с алгеброй $SU(2)$ -группы.

Рассмотрим теперь случай двух коллективных переменных, например β - и γ -колебания. Введем две коллективные координаты \hat{q}_0 и \hat{q}_2 , два импульса \hat{p}_0 и \hat{p}_2 и дополнительно коммутаторы $[\hat{q}_0, \hat{q}_2]$, $[\hat{p}_0, \hat{p}_2]$, $[\hat{q}_2, \hat{p}_2]$, $[\hat{q}_0, \hat{p}_0]$, $[\hat{q}_0, \hat{p}_2]$ и $[\hat{q}_2, \hat{p}_0]$. Среди этих операторов есть восемь линейно-независимых, которые образуют $SU(3)$ -алгебру.

Рассмотрим теперь все пять квадрупольных степеней свободы, включающих как β -, γ -колебания, так и вращения. С этой целью изучим обобщенные координаты и импульсы с моментом $J=2$

$$\hat{q}_{2\mu}^{\text{колл}} = \frac{1}{2} \sum_{a, b} q_{ab}^{\text{колл}} [A_{2\mu}^+(ab) + (-1)^\mu A_{2-\mu}(ab)];$$

$$\hat{p}_{2\mu}^{\text{колл}} = -\frac{i}{2} \sum_{a, b} \hat{p}_{ab}^{\text{колл}} [A_{2\mu}(ab) - (-1)^\mu A_{2-\mu}^+(ab)].$$

В том же приближении, которое обсуждалось выше, операторы $q_{2\mu}^{\text{колл}}$, $p_{2\mu}^{\text{колл}}$ и их коммутаторы образуют замкнутую алгебру, которая совпадает с $SU(6)$ -алгеброй:

$$\left. \begin{aligned}
 [\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}] &= (-1)^{\mu+\mu'} [\hat{q}_{-\mu'}, \hat{p}_{-\mu}]; \\
 [\hat{p}_\mu, \hat{p}_{\mu'}] &= (-1)^{\mu+\mu'} [\hat{q}_{-\mu}, \hat{q}_{-\mu'}]; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}], \hat{q}_{\mu''}] &= 2\delta_{\mu\mu''} (-1)^{\mu''} \hat{p}_{-\mu''} - \delta_{-\mu\mu''} (-1)^{\mu''} \hat{p}_{\mu''} - \\
 &\quad - \delta_{\mu'\mu''} (-1)^\mu \hat{p}_{-\mu}; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}], \hat{p}_{\mu''}] &= 2\delta_{\mu\mu''} (-1)^{\mu''} \hat{q}_{-\mu''} + \delta_{\mu'\mu''} (-1)^{\mu'} \hat{q}_\mu + \\
 &\quad + \delta_{\mu\mu''} (-1)^{\mu'} \hat{q}_{-\mu'}; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu'}], \hat{q}_{\mu''}] &= \delta_{-\mu'\mu''} (-1)^{\mu'} \hat{q}_\mu - \delta_{-\mu\mu''} (-1)^\mu \hat{q}_{\mu'}; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu'}], \hat{p}_{\mu''}] &= \delta_{\mu'\mu''} (-1)^{\mu'} \hat{p}_{-\mu} - \delta_{\mu\mu''} (-1)^\mu \hat{p}_{-\mu'}; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}], [\hat{q}_{\mu''}, \hat{p}_{\mu''}]] &= \delta_{\mu'\mu''} (-1)^{\mu+\mu'+\mu''} [\hat{q}_{-\mu''}, \hat{q}_{-\mu'}] + \\
 &\quad + \delta_{\mu\mu''} (-1)^{\mu'} [\hat{q}_{\mu''}, \hat{q}_{-\mu'}] + \delta_{-\mu'\mu''} (-1)^{\mu''} [\hat{q}_{\mu''}, \hat{q}_{\mu'}] + \\
 &\quad + \delta_{\mu'\mu''} [\hat{q}_{-\mu''}, \hat{q}_\mu]; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}], [\hat{q}_{\mu''}, \hat{q}_{\mu''}]] &= \delta_{-\mu\mu''} (-1)^\mu [\hat{q}_{\mu''}, \hat{p}_{\mu'}] - \\
 &\quad - \delta_{-\mu\mu''} (-1)^\mu [\hat{q}_{\mu''}, \hat{p}_{\mu'}] + \delta_{\mu'\mu''} (-1)^{\mu''} [\hat{q}_\mu, \hat{p}_{-\mu''}] - \\
 &\quad - \delta_{\mu'\mu''} (-1)^{\mu''} [\hat{q}_\mu, \hat{p}_{-\mu''}]; \\
 [[\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu'}] [\hat{q}_{\mu''}, \hat{q}_{\mu''}]] &= \delta_{-\mu'\mu''} (-1)^{\mu'} [\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu''}] + \\
 &\quad + \delta_{-\mu\mu''} (-1)^\mu [\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu''}] - \delta_{-\mu\mu''} (-1)^\mu [\hat{q}_{\mu'}, \hat{q}_{\mu''}] - \\
 &\quad - \delta_{-\mu'\mu''} (-1)^{\mu'} [\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu''}],
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\hat{q}_\mu = \hat{q}_\mu^{\text{колл}} / \sqrt{L}$; $\hat{p}_\mu = \hat{p}_\mu^{\text{колл}} / \sqrt{K}$.

Таким образом, если β -, γ -вибрации описываются в нашем подходе алгеброй Ли $SU(3)$ -группы, то включение ротационных степеней свободы приводит нас к $SU(6)$ -алгебре. Это расширение алгебры аналогично ситуации в физике элементарных частиц. Внутренние степени свободы (в нашем случае β - и γ -колебания) связаны с $SU(3)$ -группой. Объединение этой группы с $SU(2)$ -группой, описывающей обычный спин, приводит к $SU(6)$ -группе.

Для операторов \hat{q}_μ , \hat{p}_μ и их коммутаторов справедливо следующее представление в терминах операторов квадрупольных фононов

$b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$:

$$\left. \begin{aligned} \hat{q}_\mu &= \sqrt{N - \sum_{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2\nu}} (-1)^\mu b_{2-\mu} + b_{2\mu}^\dagger \sqrt{N - \sum_{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2\nu}}; \\ \hat{p}_\mu &= i \left[(-1)^\mu b_{2-\mu}^\dagger \sqrt{N - \sum_{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2\nu}} - \sqrt{N - \sum_{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2\nu}} b_{2\mu} \right]; \\ i [\hat{q}_\mu, \hat{p}_{\mu'}] &= b_{2\mu}^\dagger b_{2\mu'} + (-1)^{\mu+\mu'} b_{2-\mu}^\dagger b_{2-\mu'} - \\ &\quad - \delta_{\mu\mu'} (N - \sum_{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2\nu}); \\ [\hat{q}_\mu, \hat{q}_{\mu'}] &= (-1)^{\mu'} b_{2\mu}^\dagger b_{2-\mu} - (-1)^\mu b_{2\mu}^\dagger b_{2-\mu'}. \end{aligned} \right\} (5)$$

Это бозонное представление того же типа, что и предложенное для $SU(2)$ -алгебры Холстейном и Примаковым [5]. Здесь N — положительное целое число, ограничивающее максимальное число бозонных состояний в волновых функциях. С точки зрения теории групп представление (5) реализует полностью симметричное представление $SU(6)$ -группы, а число N является собственным значением оператора Казимира для этой группы.

Как видно из (5), в изложенном выше подходе фермионные операторы представляются бесконечными рядами, если их разлагать по степеням операторов $b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$. В (5) такие ряды просуммированы. В формулах (5) в каждом порядке по $b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$ учтены не все из существующих членов [6], сохранены только те из них, коэффициенты при которых являются когерентными суммами по одночастичным квантовым числам. Спрашивается, надо ли суммировать бесконечный ряд по степеням фононных операторов, если в каждом порядке учитываются отнюдь не все члены? Ответ на этот вопрос следующий. Если учитывать при разложении фермионных операторов по степеням коллективных фононов все члены, то процедура становится настолько сложной, что на практике приходится ограничиваться конечным числом членов [2]. В результате получается коллективный гамильтониан, степень которого по операторам $b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$ конечна. Обычно ограничиваются членами до четвертого порядка. При расчетах, выполненных на основе таких гамильтонианов свойств коллективных состояний, сходимость достигается (если рассматриваются ядра с заметными ангармоническими эффектами) при нефизически больших значениях чисел фононов. В качестве примера на рис. 1 приведены результаты расчета спектра низколежащих коллективных состояний в ^{56}Fe . В расчетах используется коллективный гамильтониан, содержащий члены до четвертого порядка по степеням $b_{2\mu}^\dagger, b_{2\mu}$. Параметры коллективного гамильтониана подбираются так, чтобы приближенно описать спектр ^{56}Fe при диагонализации гамильтониана в пространстве фононных состояний с максимальным числом фоно-

нов $N = 5$. (В ^{56}Fe имеется две пары нуклонов сверх остова ^{56}Ni и восемь пар нуклонов сверх остова ^{40}Ca .) Затем пространство расширяется до $N = 6, 7, 8, \dots, 12$. Как видно из рис. 1, сходимость

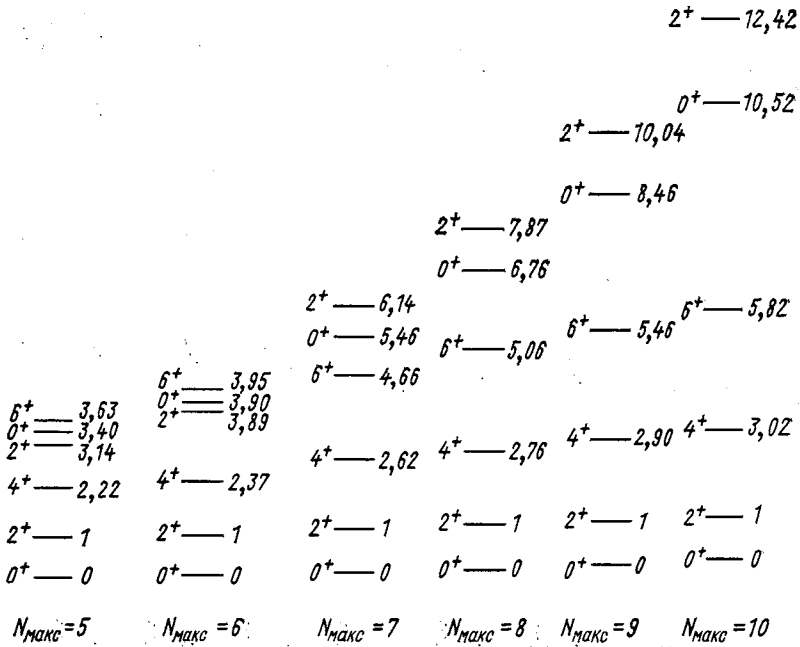


Рис. 1. Зависимость собственных значений коллективного гамильтониана, содержащего члены до четвертого порядка по степеням бозонных операторов, от размеров пространства коллективных состояний: $h_1 = 1,0$; $h_2 = -3,6$; $h_3 = 0,9$; $h_{4L} = 0$

не достигается даже для $N = 12$. Аналогичные результаты для ^{108}Pd приведены на рис. 2.

Так как рассмотрение ограничено коллективными операторами \hat{q}_μ и \hat{p}_μ , то, для того чтобы построить коллективный гамильтониан в терминах операторов квадрупольных фононов $b_{2\mu}^+$, $b_{2\mu}$, необходимо прежде всего приближенно выразить фермионный гамильтониан в терминах операторов \hat{q}_μ , \hat{p}_μ . Это можно сделать с помощью следующего предписания:

$$\left. \begin{aligned}
 a^+ a &\rightarrow g[\hat{q}, \hat{p}]; \\
 a^+ a^+ a^+ a^+ &\rightarrow g_1(\hat{q} - i\hat{p})^2; \\
 a^+ a^+ a^+ a &\rightarrow g_2(\hat{q} - i\hat{p})[\hat{q}, \hat{p}]; \\
 a^+ a^+ a a &\rightarrow g_3[\hat{q}, \hat{p}][\hat{q}, \hat{p}] + g_4[\hat{q}, \hat{q}][\hat{q}, \hat{q}] + g_5(\hat{q} - i\hat{p})(\hat{q} + i\hat{p}).
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Чтобы найти коэффициенты g_i , нужно вычислить матричные элементы от обеих сторон соотношений (6) между коллективными состояниями с небольшим числом квазичастиц (или фононов).

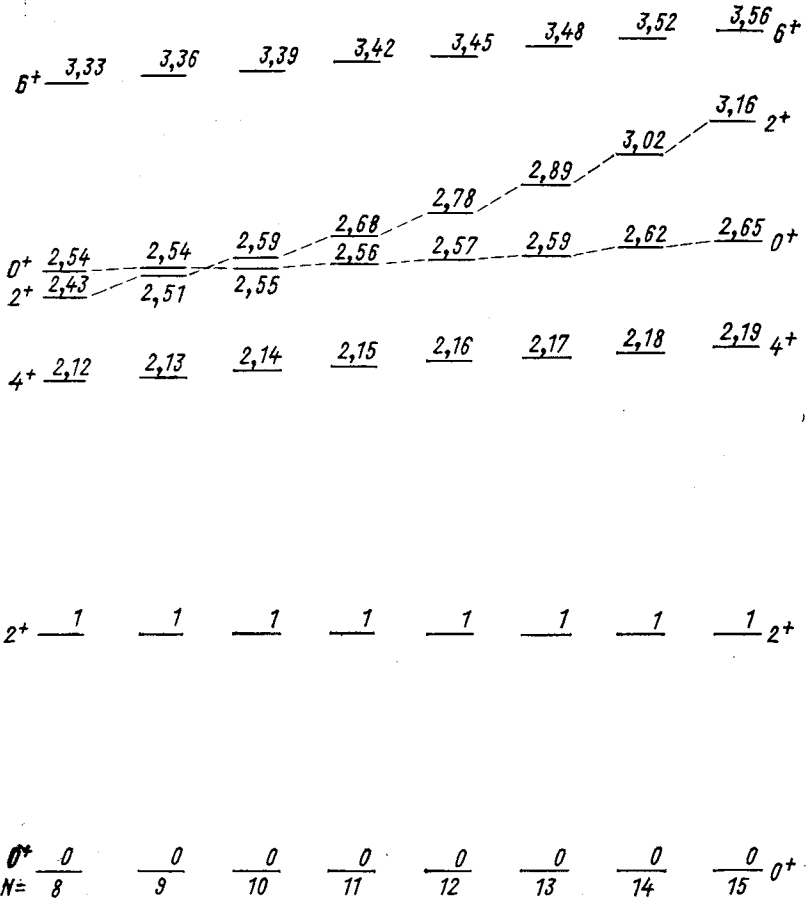


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но $h_1 = 1,0$; $h_2 = 0,59$; $h_3 = 0,12$

После этого для построения коллективного гамильтониана можно использовать соотношения (5). В результате получается следующий коллективный гамильтониан:

$$\hat{H}_{\text{колл}} = h_0 + h_1 \hat{N} + h_2 \sum_{\nu} (-1)^{\nu} \times \\ \times (b_{2\nu}^{\dagger} b_{2-\nu}^{\dagger} \sqrt{(N - \hat{N})(N - 1 - \hat{N})} + \text{h.c.}) +$$

$$\begin{aligned}
 &+ h_3 \sum_{\nu} (-1)^{\nu} \left(b_{2\nu}^{\dagger} [b_2^{\dagger} b_2]_{2-\nu} \sqrt{N - \hat{N}} + \text{h.c.} \right) + \\
 &+ \sum_{L=0, 2, 4} h_{4L} [b_2^{\dagger} b_2^{\dagger}]_{LM} [b_2 b_2]_{LM}, \tag{7}
 \end{aligned}$$

где $\hat{N} = \sum_{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu}$. Квадратные скобки обозначают векторную связь. Константы $h_0, h_1, h_2, h_3, h_{4L}$ выражаются через одночастичные энергии и матричные элементы взаимодействия. Точные выражения для них приведены в работе [2]. Аналогичным образом можно получить выражение для оператора квадрупольного момента $\hat{Q}_{2\mu}$:

$$\hat{Q}_{2\mu} = W_1 \left(b_{2\mu}^{\dagger} \sqrt{N - \hat{N}} + \sqrt{N - \hat{N}} (-1)^{\mu} b_{2-\mu} \right) + W_2 [b_2^{\dagger} b_2]_{2\mu}. \tag{8}$$

2. ПОСТРОЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА И АНАЛИЗ ЕГО ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ

Гамильтониан (7) и $\hat{Q}_{2\mu}$ построены из операторов

$$b_{2\mu}^{\dagger} \sqrt{N - \hat{N}}, \quad \sqrt{N - \hat{N}} b_{2\mu}, \quad b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu} \tag{9}$$

и представляют собой комбинации линейных и квадратичных по степеням этих операторов членов. В свою очередь, 35 операторов (9) — это бозонная реализация $SU(6)$ -алгебры для полностью симметричного представления, характеризуемого квантовым числом N . Таким образом, гамильтониан (7) диагоналізується в пространстве состояний, реализующих представление $SU(6)$ -алгебры с квантовым числом N .

Рассмотрим ряд частных решений [7] уравнения Шредингера с гамильтонианом (7). Если в (7) $h_2 = h_3 = 0$, то гамильтониан коммутирует с \hat{N} , а его собственные функции характеризуются определенным числом квадрупольных фононов. Спектр собственных значений гамильтониана имеет вид

$$E(I, n, v) = a_1 n + a_2 n^2 + a_3 v(v + 3) + a_4 I(I + 1),$$

где I — момент; n — число фононов; v — сеньорити;

$$a_1 = h_1 - 0,6h_{40} - 4\sqrt{5} h_{42}/35 - 12h_{44}/35;$$

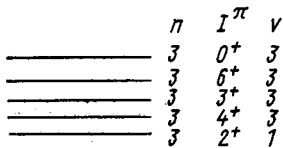
$$a_2 = 0,2h_{40} + 2\sqrt{5} h_{42}/35 + 6h_{44}/35;$$

$$a_3 = -0,2h_{40} + 2\sqrt{5} h_{42}/35 + h_{44}/35;$$

$$a_4 = h_{44}/21 - h_{42}/7\sqrt{5}.$$

Для классификации состояний с числом фононов большим пяти, требуется дополнительное квантовое число. Если a_2, a_3 и a_4 малы

по сравнению с a_1 , то получается спектр слабоангармонического пятимерного осциллятора (рис. 3). Если в операторе $\hat{Q}_{2\mu}$ коэффициент $W_2 = 0$, то для вероятностей $E2$ -переходов с точностью до поправок $\sim 1/N$ получаются те же соотношения, что и в модели гармонических квадрупольных колебаний.



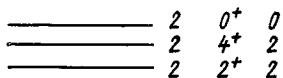
Если коэффициенты в (7) задать следующим образом:

$$h_1 = 6\beta + (4,25 + 2N)\alpha; \quad h_2 = -\alpha;$$

$$h_3 = \sqrt{7}\alpha; \quad h_{40} = \alpha/4 - 6\beta;$$

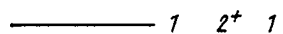
$$h_{42} = (19/8)\alpha - 3\sqrt{5}\beta; \quad h_{44} = 1,5\alpha + 12\beta,$$

где α и β — произвольные константы, то гамильтониан (7) можно записать в виде

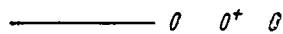


$$H_{\text{колл}} = -\frac{\alpha}{8} \sum_{\nu} (-1)^{\nu} \tilde{Q}_{2\nu} \tilde{Q}_{2-\nu} + \beta \sum_{\nu} (-1)^{\nu} I_{\nu} J_{-\nu}. \quad (10)$$

В этом выражении



$$\left. \begin{aligned} \tilde{Q}_{2\nu} &= -\sqrt{8} (b_{2\nu}^{\pm} \sqrt{N - \hat{N}} + \\ &+ \sqrt{N - \hat{N}} (-1)^{\nu} b_{2-\nu}) - \\ &- \sqrt{14} [b_{2\nu}^{\pm} b_{2\nu}]_{2\nu}; \\ I_{\nu} &= \sqrt{10} [b_{2\nu}^{\pm} b_{2\nu}]_{1\nu}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$



Можно показать, что восемь операторов (11) образуют $SU(3)$ -алгебру, а гамильтониан (10) является линейной комбинацией оператора Казимира, $SU(3)$ -группы и квадрата оператора момента $\sum_{\nu} (-1)^{\nu} I_{\nu} J_{-\nu}$. Спектр собственных значений гамильтониана (10) имеет вид

$$E(I, \lambda, \mu) = -\alpha(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu)/2 + (\beta + 3\alpha/8) I(I + 1). \quad (12)$$

Здесь λ и μ — целые положительные числа, характеризующие неприводимые представления $SU(3)$ -группы. Следует иметь в виду, что не все неприводимые представления $SU(3)$ -группы реализуются в качестве собственных функций гамильтониана (10),

Рис. 3. Спектр коллективных состояний слабоангармонического пятимерного осциллятора

Спектр собственных значений гамильтониана (10) имеет вид

а лишь те из них, которые принадлежат полностью симметричным представлениям $SU(6)$ -группы, характеризуемым заданным значением N . Такие представления $SU(3)$ -группы можно найти с помощью метода, описанного в работе [8]. Представления (λ, μ) , принадлежащие симметричным $SU(6)$ -представлениям при $N = 15$, приведены в табл. 1. Видно, например, что представления

Таблица 1
 $SU(3)$ -представления, принадлежащие симметричным представлениям $SU(6)$ -группы при $N = 15$

n_b^*	0	1	2	3	4
$(\lambda, \mu)^n$	$(30, 0)^1$	$(26, 2)^1$	$(24, 0)^1 (22, 4)^1$	$(18, 6)^1 (20, 2)^1$	$(14, 8)^1 (16, 4)^1 (18, 0)^1$
n_b^*	5		6		7
$(\lambda, \mu)^n$	$(10, 10)^1 (12, 6)^2 (14, 2)^2$		$(8, 8)^1 (10, 4)^2 (12, 0)^2$		$(6, 6)^1 (8, 2)^2 (4, 4)^1 (6, 0)^2 (2, 2)^1 (0, 0)^1$

* n_b — число внутренних фононов.

с нечетным λ или μ отсутствуют. В этом состоит основное различие между $SU(3)$ -схемой, введенной Эллиотом для описания вращательных возбуждений ядер, и рассмотренным нами частным решением уравнения Шредингера с гамильтонианом (7). В схеме Эллиота реализуются все (λ, μ) -представления $SU(3)$ -группы, хотя из эксперимента известно, что ряд ротационных полос, имеющих в этой схеме, отсутствует в четно-четных ядрах.

Как видно из (12), спектр собственных значений гамильтониана (10) — это совокупность ротационных полос с одинаковыми моментами инерции, построенных на различных внутренних состояниях. Каждая полоса характеризуется квантовыми числами (λ, μ, K) . Здесь K — дополнительное квантовое число, совпадающее с минимальным спином полосы и принимающее значения $\mu, \mu - 2, \dots$ [8]. При $N \geq 10$ нижайшая по энергии полоса имеет квантовые числа $(\lambda, \mu, K) = (2N, 0, 0)$. Следующие две полосы вырождены и имеют квантовые числа $(\lambda, \mu, K) = (2N - 4, 2, 0)$ и $(2N - 4, 2, 2)$. Далее следует группа из четырех полос с квантовыми числами $(\lambda, \mu, K) = (2N - 8, 4, 0)$, $(2N - 8, 4, 2)$, $(2N - 8, 4, 4)$ и $(2N - 6, 0, 0)$ (рис. 4). Если N — достаточно большое число, то отношение энергий оснований второй и первой групп

полос равно приблизительно двум и спектр на рис. 4 можно интерпретировать в рамках традиционной картины коллективных возбуждений сильнодеформированных ядер. Нижайшая по энергии полоса построена на основном состоянии. Полоса ($\lambda = 2N - 4, \mu = 2, K = 0$) построена на β -колебательном состоянии. Полоса ($\lambda = 2N - 4, \mu = 2, K = 2$) — на γ -колебательном состоянии.

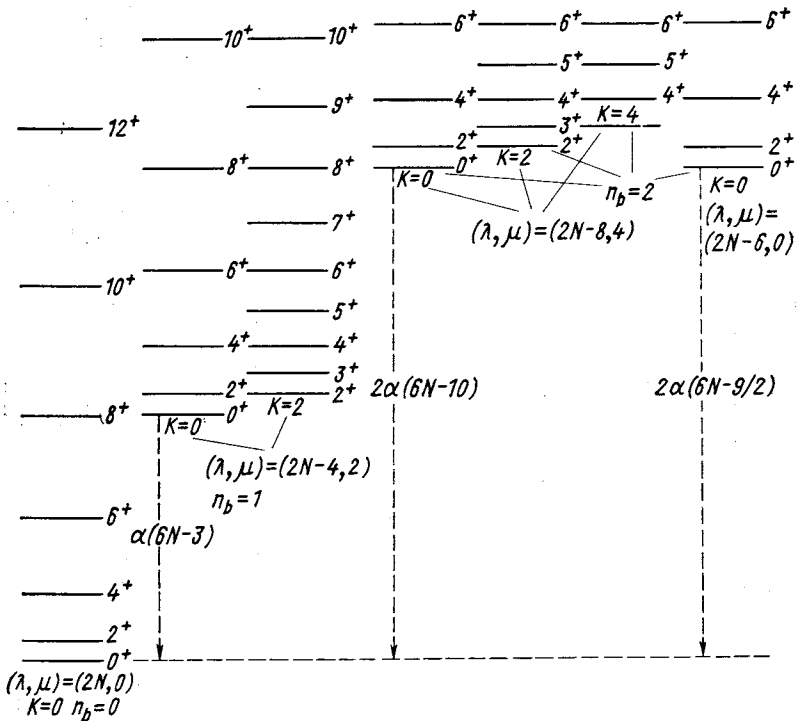


Рис. 4. Классификация коллективных состояний с помощью квантовых чисел $SU(3)$ -группы

Энергии квантов обоих колебаний приблизительно совпадают и $\omega_\beta = \omega_\gamma = 6\alpha N$. Вторая группа полос построена на двухфононных состояниях. Это или два β -фонона ($K = 0$), или два γ -фонона ($K = 0, 4$), или один β -фонон и один γ -фонон ($K = 2$). В общем случае можно показать, что если $N \gg n_b$, где n_b — суммарное число β - и γ -фононов, то спектр собственных значений гамильтониана (10) совпадает со спектром

$$E(n_\beta, n_\gamma, I) = 6\alpha N(n_\beta + n_\gamma) + (\beta + 3\alpha/8) I(I + 1),$$

где n_β (n_γ) — число β (γ)-фононов.

Если предположить, что оператор электрического квадрупольного момента пропорционален $\hat{Q}_{2\nu}$, то вероятность $E2$ -переходов между полосами с разными (λ, μ) будет равна нулю. Вероятности переходов между полосами с одинаковыми (λ, μ) , но разными K остаются неопределенными, поскольку эти полосы вырождены. Для переходов внутри одной полосы получается следующее выражение [8]:

$$B(E2; I \rightarrow I') = 4(4N^2 + 6N + 3) \times \\ \times (C_{1020}^{I'0})^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{1}{4N^2 + 6N + 3} [I(I+1) + I'(I'+1)] \right),$$

где $C_{1020}^{I'0}$ — коэффициент Клебша — Гордана. При $I^2 \ll 4N^2$ это выражение дает правила Алага для вероятностей $E2$ -переходов.

Таким образом, мы показали, что гамильтониан (7) содержит как частные случаи решения, соответствующие модели гармонических квадрупольных колебаний и модели аксиально-симметричного ротатора, совершающего малые колебания относительно равновесной формы.

§3. УЧЕТ ПРИНЦИПА ПАУЛИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ БОЗОННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ФЕРМИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Полученный выше гамильтониан (7) отличается от гамильтониана, который находится при использовании метода бозонного разложения фермионных операторов [2] присутствием фактора $\sqrt{N - \hat{N}}$, приближенно учитывающего влияние принципа Паули. То, что этот фактор зависит лишь от числа фононов, является следствием приближения. Ниже будет развит метод, который позволит учитывать зависимость этого фактора не только от числа фононов, но и от сеньорити и спина.

В работе [2в] была установлена связь метода генератора координат с методом бозонного представления фермионных операторов. Эта связь будет использована ниже для того, чтобы более точно, чем в (5), рассчитывать факторы, учитывающие влияние принципа Паули [9].

Волновая функция ядра, используемая в методе генератора координат, в общем случае имеет следующий вид:

$$\Psi = \int \prod_i dx_i F(x) \exp \left\{ \sum_{\alpha, \beta} f_{\alpha\beta}(x_i) a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \right\} |0\rangle. \quad (13)$$

где $a_{\alpha} |0\rangle = 0$.

Уравнение для F получается из вариационного принципа:

$$\delta \langle \Psi | \hat{H} - E | \Psi \rangle = 0. \quad (14)$$

Если число параметров x_i равно числу двухквaziчастичных состояний, т. е. все коэффициенты $f_{\alpha\beta}$ независимы, тогда решение урав-

нения (14) эквивалентно точному решению уравнения Шредингера. Если число параметров x_i значительно меньше, и будут использоваться, например, только переменные β , γ , то решение (14) эквивалентно диагонализации \hat{H} в пространстве внутренних коллективных состояний.

Чтобы описывать сферические и переходные ядра, необходимо использовать генераторные волновые функции, зависящие от пяти параметров β , γ , и три угла Эйлера, или, что то же самое, от пяти компонент тензора квадрупольной деформации $\alpha_{2\mu}$. Тогда волновая функция записывается следующим образом:

$$\Psi = \int d\alpha_{-2} \dots d\alpha_2 F(\alpha) \exp \left\{ \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* A_{2\mu}^{\dagger} \right\} |0\rangle, \quad (15)$$

где $A_{2\mu}^{\dagger} = \sum_{a,b} \Phi_{ab} C_{j_a m_a j_b m_b}^{2\mu} a_{a m_a}^{\dagger} a_{b m_b}^{\dagger}$.

То, что амплитуды Φ_{ab} не зависят от $\alpha_{2\mu}$, означает, что мы предположили постоянство микроскопической структуры коллективной ветви возбуждений, независимость ее от амплитуды колебаний. Если

$$\Phi_{ab} = (1/\sqrt{5}) \langle a || r^2 Y_2 || b \rangle (u_a v_b + u_b v_a) / (E_a + E_b),$$

а параметры $\alpha_{2\mu}$ фиксированы так, что $\alpha_{2\mu \neq 0}$, $\alpha_0 = \delta$, то $\exp \left\{ \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* A_{2\mu}^{\dagger} \right\}$ совпадает с волновой функцией Нильссона при малых значениях параметра деформации δ . Если для определения структуры коллективной переменной использовать метод Тамма — Данкова, то амплитуды

$$\Phi_{ab} = (1/\sqrt{5}) \langle a || r^2 Y_2 || b \rangle (u_a v_b + u_b v_a) / (E_a + E_b - \omega),$$

где ω — частота коллективных колебаний в приближении Тамма — Данкова.

Запись волновой функции ядра в форме (15) означает, что гамильтониан будем диагонализировать не в полном пространстве фермионных состояний, а в пространстве, построенном при помощи только операторов $A_{2\mu}^{\dagger}$. Так как это пространство приобретает важное значение в развиваемом ниже методе, исследуем его более детально. Но прежде всего остановимся на свойствах пространства состояний, построенных при помощи операторов квадрупольных фононов $b_{2\mu}^{\dagger}$:

$$[b_{2\mu}, b_{2\mu'}^{\dagger}] = \delta_{\mu\mu'}, \quad [b_{2\mu}, b_{2\mu'}] = [b_{2\mu}^{\dagger}, b_{2\mu'}^{\dagger}] = 0.$$

Каждое бозонное состояние однозначно определяется пятью квантовыми числами, в качестве которых в ядерной физике принято

использовать собственные значения следующих операторов:

$$\left. \begin{aligned} \hat{N}_B &= \sum_{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu}; \quad \hat{I}_B^2 = 10 \sum_{\mu} (-1)^{\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_{1\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}]_{1-\mu}; \\ (\hat{I}_B)_Z &= \sqrt{10} [b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_{10}; \\ \hat{T}_B^2 &= 2 \left\{ \sum_{\mu} (-1)^{\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_{3\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}]_{3-\mu} + \right. \\ &+ \sum_{\mu} (-1)^{\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_{1\mu} [b_{\frac{1}{2}b_2}]_{1-\mu} \left. \right\}; \\ \hat{\Omega}_B &= \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \{ [b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_3 [b_{\frac{1}{2}b_2}]_1]_{2\mu} [[b_{\frac{1}{2}b_2}^{\dagger}]_3 [b_{\frac{1}{2}b_2}]_1]_{2-\mu} \}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Физическое значение операторов \hat{N}_B , \hat{I}_B^2 , $(\hat{I}_B)_Z$ хорошо известно. Собственные значения оператора \hat{T}_B^2 можно записать в виде $v(v+3)$, где v — положительное целое число, называемое сеньорити. Оператор \hat{T}_B^2 коммутирует с гамильтонианом Бора — Моттельсона, если потенциальная энергия и массовые коэффициенты не зависят от γ . Оператор $\hat{\Omega}_B$ необходим для полной классификации бозонных состояний. Таким образом, состояния, построенные при помощи операторов $b_{2\mu}^{\dagger}$, можно записать следующим образом:

$$|N\nu\Omega IM\rangle_B. \quad (17)$$

В базисе (17) матричные элементы $\langle N\nu\Omega IM | b_{2\mu}^{\dagger} | N-1, v'\Omega I'M' \rangle$ можно найти аналитически [8].

Рассмотрим теперь пространство состояний, построенных с помощью квадрупольных фермионных операторов $A_{2\mu}^{\dagger}$: $|0\rangle$, $A_{2\mu}^{\dagger} |0\rangle$, $A_{2\mu_1}^{\dagger} A_{2\mu_2}^{\dagger} |0\rangle$, Так как все пять операторов $A_{2\mu}^{\dagger}$ коммутируют друг с другом и все пять независимы подобно фоновым операторам, то в принципе можно однозначным образом определить операторы \hat{N}_Φ , \hat{T}_Φ^2 , \hat{I}_Φ^2 , $(\hat{I}_\Phi)_Z$, $\hat{\Omega}_\Phi$ путем требования, что они действуют на фермионные состояния $|\mu_1 \dots \mu_n\rangle \equiv A_{2\mu_1}^{\dagger} \dots A_{2\mu_n}^{\dagger} |0\rangle$ таким же образом, как и операторы (16) на бозонные состояния $b_{2\mu_1}^{\dagger} \dots b_{2\mu_n}^{\dagger} |0\rangle$. Итак, набор фермионных состояний $|\mu_1 \dots \mu_n\rangle$ эквивалентен набору $|N\nu\Omega IM\rangle$. Установлено соответствие между фермионными и бозонными векторами состояний. Однако имеется существенная разница между фермионным и бозонным базисами. Число бозонных состояний не ограничено, тогда как число фермионных состояний ограничено, если ограничено пространство одночастичных состояний. Это следует из принципа Паули. Каждому фермионному состоянию $|N\nu\Omega IM\rangle$ можно сопоставить бозонное состояние, но обратное не верно. Бозонные состояния, которым можно сопоставить фермионные состояния, формируют физическое подпространство в полном бозонном пространстве.

Перейдем теперь к построению бозонных образов фермионных операторов. Уравнение (14) можно переписать следующим обра-

зом:

$$\int \prod_{\mu} d\alpha'_{2\mu} \langle \alpha | \hat{H} - E | \alpha' \rangle F(\alpha') = 0, \quad (18)$$

где $|\alpha\rangle = \exp\left\{\sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* A_{2\mu}^{\dagger}\right\} |0\rangle$.

Если бы удалось записать $\langle \alpha | H | \alpha' \rangle$ в виде $\hat{h}(\alpha_{2\mu}, \partial/\partial\alpha_{2\mu}) \times \langle \alpha | \alpha' \rangle$, то вместо (18) получим:

$$\{\hat{h}(\alpha_{2\mu}, \partial/\partial\alpha_{2\mu}) - E\} \int \prod_{\mu'} d\alpha'_{2\mu'} F(\alpha') \langle \alpha | \alpha' \rangle = 0.$$

Таким образом, найдено уравнение Шредингера, где $\hat{h}(\alpha_{2\mu}, \partial/\partial\alpha_{2\mu})$ — коллективный гамильтониан, а $\prod_{\mu} d\alpha'_{\mu} F(\alpha') \langle \alpha | \alpha' \rangle$ — коллективная волновая функция. Прежде чем построить $\hat{h}(\alpha_{2\mu}, \partial/\partial\alpha_{2\mu})$, необходимо вычислить матричные элементы:

$$\begin{aligned} \langle \alpha | A_{2\mu} | \alpha' \rangle &= \langle 0 | \exp\left\{\sum_{\nu} \alpha_{2\nu} A_{2\nu}\right\} A_{2\mu} | \alpha' \rangle = \partial/\partial\alpha_{2\mu} \langle \alpha | \alpha' \rangle; \\ \langle \alpha | A_{2\mu}^{\dagger} | \alpha' \rangle &= \langle 0 | \exp\left\{\sum_{\nu} \alpha_{2\nu} A_{2\nu}\right\} A_{2\mu}^{\dagger} | \alpha' \rangle = \\ &= \alpha_{2\mu} \langle \alpha | \alpha' \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\nu, \nu'} \alpha_{2\nu} \alpha_{2\nu'} \langle \alpha | [A_{2\nu'}, [A_{2\nu}, A_{2\mu}^{\dagger}]] | \alpha' \rangle = \\ &= \left(\alpha_{2\mu} - \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{K+L}\right) \alpha_{2\mu}\right) \sum_{\nu} \alpha_{2\nu} \frac{\partial}{\partial\alpha_{2\nu}} - \frac{1}{2L(K+1)} \times \\ &\times \sum_{\nu} (-1)^{\nu} \alpha_{2\nu} \alpha_{2-\nu} (-1)^{\mu} \frac{\partial}{\partial\alpha_{2-\mu}} + \frac{1}{R} [\alpha_{2\mu}, \hat{I}^2] + \dots \end{aligned} \langle \alpha | \alpha' \rangle,$$

где коэффициенты K , L и R выражаются через амплитуды Φ_{ab} . Получены следующие бозонные представления для операторов $A_{2\mu}$, $A_{2\mu}^{\dagger}$:

$$A_{2\mu} \rightarrow \partial/\partial\alpha_{2\mu}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} A_{2\mu}^{\dagger} &\rightarrow \alpha_{2\mu} - \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{K+L}\right) \alpha_{2\mu} \sum_{\nu} \alpha_{2\nu} \frac{\partial}{\partial\alpha_{2\nu}} - \\ &- \frac{1}{2L(K+1)} \sum_{\nu, \mu} (-1)^{\nu+\mu} \alpha_{\nu} \alpha_{-\nu} \frac{\partial}{\partial\alpha_{-\mu}} + \frac{1}{R} [\alpha_{2\mu}, \hat{I}^2] + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

В последующем будем использовать подстановку

$$\alpha_{2\mu} \rightarrow b_{2\mu}^{\dagger}, \quad \partial/\partial\alpha_{2\mu} \rightarrow b_{2\mu}, \quad (21)$$

которая сохраняет коммутационные соотношения. Результат подстановки (21) в правую часть (20) обозначим $B_{2\mu}^{\dagger}$. Бозонные пред-

ставления (19) и (20) — это представления типа Дайсона. Они не сохраняют свойств эрмитовой сопряженности операторов $A_{2\mu}$ и $A_{2\mu}^\dagger$, так как $b_{2\mu} \neq B_{2\mu}$. Но как будет показано ниже, эрмитово сопряженные бозонные образы $A_{2\mu}$ и $A_{2\mu}^\dagger$ можно легко восстановить.

Так как

$$[A_{2\mu}^\dagger, A_{2\mu'}^\dagger] = 0, \tag{22}$$

то потребуем

$$[B_{2\mu}^\dagger, B_{2\mu'}^\dagger] = 0. \tag{23}$$

В (20) в дополнение к первым четырем членам сохраним только такие члены, которые необходимы для выполнения условия $[A_{2\mu}^\dagger, A_{2\mu'}^\dagger] = 0$.

Если $K \rightarrow \infty$ и $R \rightarrow \infty$, удовлетворяющее условию (23) простейшее решение для $B_{2\mu}^\dagger$ будет следующее: $B_{2\mu}^\dagger = b_{2\mu}^\dagger (1 - \hat{N}/L)$. Если только $R \rightarrow \infty$, то условие (23) может быть удовлетворено с помощью конечного числа членов в (20):

$$\begin{aligned} B_{2\mu}^\dagger = & b_{2\mu}^\dagger - \left(\frac{1}{L} + \frac{1}{K+1} \right) b_{2\mu}^\dagger \hat{N} - \frac{1}{2L(K+1)} \sum_{\nu} (-1)^{\nu+\mu} b_{2-\nu}^\dagger b_{2-\mu} + \\ & + \frac{1}{L(K+1)} b_{2\mu}^\dagger \hat{N}^2 - \frac{1}{2L(K+1)} \sum_{\nu} (-1)^{\nu} b_{2\nu}^\dagger b_{2-\nu}^\dagger \hat{N} (-1)^{\mu} b_{2-\mu} \equiv \\ & \equiv B_{2\mu}^\dagger(L, K). \end{aligned}$$

Если все три коэффициента K , L и R конечны, то условие (23) нельзя удовлетворить, если (20) — конечный ряд. Однако легко убедиться, что это условие можно удовлетворить, записав $B_{2\mu}^\dagger$ в виде

$$B_{2\mu}^\dagger = F^{-1} (\hat{I}^2/R)^\dagger B_{2\mu}^\dagger(K, L) F (\hat{I}^2/R) F^{-1} (6/R),$$

где F — произвольная функция. Фактор $F^{-1} (6/R)$ подставлен для того, чтобы коэффициент при $b_{2\mu}^\dagger$ оставался равным единице.

Оператор $B_{2\mu}^\dagger(K, L)$ можно представить в виде $B_{2\mu}^\dagger(K, L) = \Phi^{-1} b_{2\mu}^\dagger \Phi$, где Φ — эрмитов оператор, диагональный в базисе $|N\nu\Omega IM\rangle$. Его матричные элементы зависят только от N и ν :

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1^\dagger(N, \nu)/\Phi(N+1, \nu+1) &= [1 - (N+\nu)/2K] (1 - N/L); \\ \Phi(N, \nu)/\Phi(N+1, \nu-1) &= [1 - (N+\nu-3)/2K] (1 - N/L). \end{aligned} \right\} \tag{24}$$

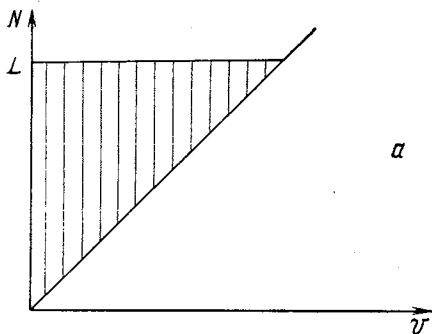
Таким образом, получено следующее бозонное представление для операторов $A_{2\mu}$, $A_{2\mu}^\dagger$:

$$\left. \begin{aligned} A_{2\mu} &\rightarrow b_{2\mu}; \\ A_{2\mu}^\dagger &\rightarrow F^{-1} \Phi^{-1} b_{2\mu}^\dagger \Phi F. \end{aligned} \right\} \tag{25}$$

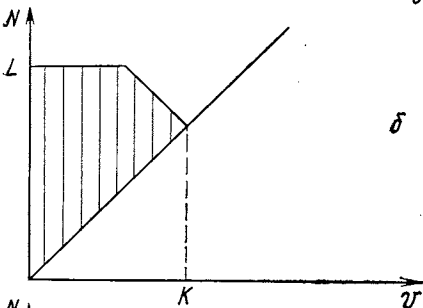
Как отмечалось выше, (25) не сохраняет свойств эрмитовой сопряженности операторов $A_{2\mu}$, $A_{2\mu}^\dagger$. Последнее требование можно

удовлетворить с помощью следующего бозонного представления:

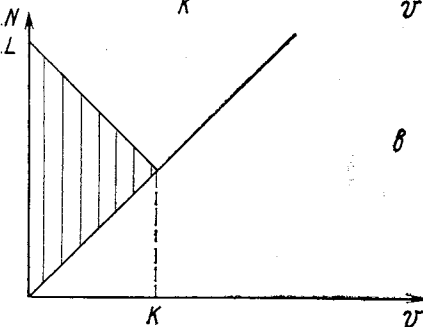
$$\left. \begin{aligned} A_{2\mu} &\rightarrow F^{1/2} \Phi^{1/2} b_{2\mu} \times \\ &\quad \times \Phi^{-1/2} F^{-1/2}; \\ A_{2\mu}^\dagger &\rightarrow F^{-1/2} \Phi^{-1/2} b_{2\mu}^\dagger \times \\ &\quad \times \Phi^{1/2} F^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$



a



b



b

Аналитические выражения для матричных элементов операторов (26) приведены в приложении 1. Из формул, приведенных в приложении 1, видно, что границы физической области в полном бозонном пространстве определяются с помощью констант K и L . На рис. 5 границы физической области показаны для случаев: $L \ll \ll K$ (a), $K < L < 2K$ (b), $L \geq 2K$ (c).

Для построения коллективного гамильтониана можно использовать метод, сформулированный в конце разд. 1 данной работы, только теперь необходимо найти приближенные выражения для фермионных операторов не в терминах $\hat{q}_{2\mu}$, $\hat{p}_{2\mu}$, а с помощью $A_{2\mu}^\dagger$, $A_{2\mu}$. В качестве примера использования бозонного представления (26)

Рис. 5. Границы физических областей пространства коллективных состояний: а — $L \leq K$; б — $K < L < 2K$; в — $2K \leq L$

проведем спектр собственных значений гамильтониана:

$$\hat{H} = c_1 \sum_{\mu} [A_{2\mu}, A_{2\mu}^\dagger] + c_2 \sum_{\mu} A_{2\mu}^\dagger A_{2\mu}. \quad (27)$$

Если $K, L, R \rightarrow \infty$, то $E = 5c_1 + c_2 N$. Если только $R \rightarrow \infty$, то

$$\begin{aligned}
 E = c_1 \left\{ 5 - N \frac{6L+6K+7}{L(K+1)} + N^2 \frac{6}{L(K+1)} + \frac{N(N+3)-v(v+3)}{2L(K+1)} \right\} + \\
 + c_2 \left\{ N \frac{LK-4L-5K-5}{L(K+1)} - N^2 \frac{K+L-3}{L(K+1)} - N \frac{N(N+3)-v(v+3)}{2L(K+1)} \right\}.
 \end{aligned} \quad (28)$$

Гамильтониан (27) является приближенным выражением в терминах $A_{2\mu}^+$, $A_{2\mu}$ гамильтониана, используемого в приближении Тамма — Данкова. Из (28) видно, что отклонения от эквидистантности вызываются влиянием принципа Паули, особенно в более легких ядрах (например, $A \approx 70$), где $L \approx 5 \div 8$.

Таким образом, метод, развитый в этом разделе, позволил достаточно простым образом найти зависимость факторов, учитывающих влияние принципа Паули, т. е. $\Phi(N, v)$, $F(I)$, не только от числа фононов N , но и от сеньорити v и спина I .

Ниже покажем, как можно вычислить матричные элементы операторов $A_{2\mu}$, $A_{2\mu}^+$ и построить коллективный гамильтониан, не вводя явным образом фононные операторы $b_{2\mu}^+$, $b_{2\mu}$ и не используя как промежуточный этап приближенное выражение микроскопического гамильтониана ядра через $A_{2\mu}^+$ и $A_{2\mu}$.

4. КОЛЛЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН БЕЗ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Будем использовать здесь тот же базис коллективных фермионных состояний, что и в разд. 3:

$$|N\nu\Omega IM\rangle = N_{N\nu\Omega I}^{-1/2} [A_2^+ \dots A_2^+]_{N\nu\Omega IM} |0\rangle, \quad (29)$$

где $N_{N\nu\Omega I}$ — нормировочный множитель, который необходимо вычислить. Метод вычисления матричных элементов микроскопического гамильтониана между состояниями (29) проиллюстрируем на примере вычисления матричных элементов от H_{40} части полного гамильтониана, содержащего члены вида $a^+ a^+ a^+ a^+$:

$$\begin{aligned}
 \langle N+2, \nu'\Omega' IM | H_{40} | N\nu\Omega IM \rangle = \\
 = N_{N\nu\Omega I}^{-1/2} \langle N+2, \nu'\Omega' IM | [A_2^+ \dots A_2^+]_{N\nu\Omega IM} H_{40} | 0 \rangle = \\
 = N_{N\nu\Omega I}^{-1/2} \sum_k \langle N+2, \nu'\Omega' IM | [A_2^+ \dots A_2^+]_{N\nu\Omega IM} | k \rangle \langle k | H_{40} | 0 \rangle.
 \end{aligned} \quad (30)$$

Здесь $|k\rangle$ — полный набор четырехквазичастичных состояний с моментом равным нулю, среди которых есть и коллективное $(1/\sqrt{2}) N_{2000}^{-1/2} [A_2^+ A_2^+]_0 |0\rangle$. Приближение будет состоять в том, что в сумме по k сохраним только коллективное состояние, кото-

рое дает наибольший вклад благодаря когерентному эффекту:

$$\langle N+2, \nu' \Omega' I M | H_{40} | N \nu \Omega I M \rangle \approx N_{N \nu \Omega I}^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} N_{2000}^{-1} \sqrt{\frac{(N+2)(N+1)}{2}} \times \\ \times (N \nu \Omega I; 0, 2 \} N+2, \nu' \Omega' I) \times N_{N+2, \nu' \Omega' I}^{1/2} \langle 0 | [A_2 A_2]_{00} H_{40} | 0 \rangle. \quad (31)$$

Здесь $(N \nu \Omega I; 0, 2 \} N+2, \nu' \Omega' I)$ — генеалогический коэффициент.

Таким образом, задача вычисления матричного элемента от H_{40} сводится к вычислению нормировочных множителей $N_{N \nu \Omega I}$ и матричного элемента от H_{40} между состояниями с небольшим числом квазичастиц $\langle 0 | [A_2 A_2]_{00} H_{40} | 0 \rangle$, который легко вычислить. Аналогичным образом вычисляются матричные элементы от остальных слагаемых микроскопического гамильтониана. Известную осторожность нужно проявлять при вычислении матричных элементов от $H_{31} \sim a^+ a^+ a^+ a$, которые не содержат когерентных частей. Выражение (31) таково, что точно вычисляется лишь простейший матричный элемент: $\langle 20\ 000 | H_{40} | 0 \rangle$, а все остальные — приближенно. Приближенное выражение для матричного элемента $\langle 3102\mu | H_{40} | 1102\mu \rangle$, найденное по формуле (31), сравнивается с точно рассчитанным в случае ^{126}Ba . Расхождение составляет доли процента [2к]. Сравнение точных и приближенных значений матричных элементов на примере более легких ядер приведено в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение точных и приближенных значений матричного элемента $M \equiv \langle 3112\ \mu | H_{40} | 1112\ \mu \rangle$ для изотопов Se

Изотопы	$M_{\text{точ}}$	$M_{\text{прибл}}$	$\Delta_M, \%$	Изотопы	$M_{\text{точ}}$	$M_{\text{прибл}}$	$\Delta_M, \%$
^{72}Se	-3,277	-3,556	8,8	^{76}Se	-3,082	-3,181	3,2
^{74}Se	-3,387	-3,444	1,7	^{78}Se	-2,631	-2,868	9,0

Формулы типа (31) можно улучшить так, чтобы не один, а несколько простейших матричных элементов рассчитывались точно. Перейдем к вычислению нормировочных множителей $N_{N \nu \Omega I}$. Сделать это можно в том же приближении, что и при расчете матричных элементов микроскопического гамильтониана:

$$N_{N \nu \Omega I} \equiv \langle N \nu \Omega I M | N \nu \Omega I M \rangle = \\ = \sum_{\nu' \Omega' I'} (N-1, \nu' \Omega' I'; 2 \} N \nu \Omega I)^2 N_{N-1, \nu', \Omega', I'} + \\ + \frac{\sqrt{N-1}}{2} \sum (N-1, \nu' \Omega' I'; 2 \} N \nu \Omega I) \times$$

$$\begin{aligned} & \times (N-2, v''\Omega''I''; J, 2 \} Nv\Omega I) C_{I'M'2\mu}^{IM} C_{I''M''Jm}^{IM} \times \\ & \times C_{2v2v'}^{JM} \langle 0 | [A_2 \dots A_2]_{N-1, v'\Omega'I'M'} \times \\ & \times [A_{2\frac{1}{2}}^{\dagger} \dots A_{2\frac{1}{2}}^{\dagger}]_{N-2, v''\Omega''I''M''} | k \rangle \langle k | [[A_{2\mu'}], A_{2v'}^{\dagger}] | 0 \rangle. \end{aligned}$$

Здесь $|k\rangle$ — полный набор двухквaziчастичных состояний, среди которых в дальнейшем сохраним только коллективное $A_{2\frac{1}{2}\mu}^{\dagger} | 0 \rangle$, выделяя тем самым когерентный эффект. В результате получим:

$$\begin{aligned} N_{Nv\Omega I} &= \sum_{v'\Omega'I'} (N-1, v'\Omega'I'; 2 \} Nv\Omega I)^2 \times \\ & \times N_{N-1, v'\Omega'I'} + (N-1) \sum (N-1, v'\Omega'I'; 2 \} Nv\Omega I) \times \\ & \times (N-2, v''\Omega''I''; J, 2 \} Nv\Omega I) (N-2, v''\Omega''I''; 2 \} N-1, \\ & v'\Omega'I') [22 (J) I''I | 2, 2I'' (I') \times I] C_J N_{N-1, v'\Omega'I'}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $[22 (J) I''I | 2, 2I'' (I') I]$ — коэффициент Рака; $c_J \equiv 1; -1/2 < 0 | [A_2 A_2]_{JM} [A_{2\frac{1}{2}}^{\dagger} A_{2\frac{1}{2}}^{\dagger}]_{JM} | 0 \rangle$. Рекуррентное соотношение (32) используется для численного расчета нормировочных множителей $\{2k\}$. Эти расчеты показали, что с ростом N и v коэффициенты $N_{Nv\Omega I}$ постепенно убывают и начиная с некоторых значений N и v , которые зависят от амплитуд Φ_{ab} , исчезают, так что в конкретных расчетах пространство коллективных фермионных состояний, в котором диагонализуется микроскопический гамильтониан, оказывается конечным. Ясно, что это — результат приближения, сделанного при выводе (32), если, конечно, никак не ограничивалось пространство одночастичных состояний при вычислении амплитуд Φ_{ab} . Приближение, сделанное при выводе (32), становится неудовлетворительным, когда $N_{Nv\Omega I} \ll 1$.

Чтобы получить представление о поведении $N_{Nv\Omega I}$ при больших значениях N и v , проанализируем следующую модель. Пусть пространство коллективных состояний строится при помощи одного оператора: $A^+ = \sum_{s>} \psi_s a_s^+ a_{-s}^+$, $\sum_{s>} \psi_s^2 = 1$. Тогда пространство коллективных состояний будет включать только следующие векторы: $|n\rangle \equiv N_n^{-1/2} A^{+n} | 0 \rangle$; $N_n = \langle 0 | A^n A^{+n} | 0 \rangle$. Вычислим нормировочный множитель N_n . Для этого рассмотрим следующую величину:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \exp [A \exp (it)] \exp (A^+) | 0 \rangle &= \exp \left[\sum_s \ln (1 + \exp (it) \psi_s^2) \right] = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n!)^2} \exp (int) N_n. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что интересующий нас нормировочный множитель определяется следующим выражением:

$$N_n = \frac{(n!)^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-int) \exp \left[\sum_s \ln(1 + \exp(it) \psi_s^2) \right].$$

Чтобы получить аналитическое выражение для N_n , удобно перейти от суммирования по s к интегрированию:

$$\psi_s^2 \rightarrow \psi^2(x) = \frac{2a}{\pi} \frac{1}{a^2 + x^2}; \quad \int_0^{\infty} \psi^2(x) dx = 1;$$

$$\begin{aligned} \sum_s \rightarrow \int_0^{\infty} dx; \quad \sum_s \ln(1 + \exp(it) \psi_s^2) &\rightarrow \int_0^{\infty} dx \ln(1 + \exp(it) \psi^2(x)) = \\ &= \pi a \left(\sqrt{1 + \frac{2}{\pi a} \exp(it)} - 1 \right) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} N_n &= \frac{(n!)^2}{2\pi} \exp(-\pi a) \int_{-\pi}^{\pi} dt \exp(-int) \times \\ &\times \exp \left(\pi a \sqrt{1 + \frac{2}{\pi a} \exp(it)} - 1 \right). \end{aligned}$$

Окончательное выражение имеет следующий вид:

$$N_n = n! \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n+k-1)!}{k! (n-k-1)! (-2\pi a)^k}.$$

Например,

$$\begin{aligned} N_2 &= 2! (1 - 1/\pi a); \quad N_3 = 3! (1 - 3/\pi a + 3/\pi^2 a^2); \\ N_4 &= 4! (1 - 6/\pi a + 15/\pi^2 a^2 - 15/\pi^3 a^3). \end{aligned}$$

Результаты вычислений при $\pi a = 6$ следующие: $N_1 = 1$; $N_2 = 0,833$; $N_3 = 0,583$; $N_4 = 0,347$; $N_5 = 0,178$; $N_6 = 0,080$; $N_7 = 0,032$; $N_8 = 0,011$. Они неплохо согласуются с вычислениями по рекуррентной формуле

$$N_n = N_{n-1} / [1 + (n-1)/\Omega] \quad (33)$$

при $\Omega = 5$: $N_1 = 1$; $N_2 = 0,833$; $N_3 = 0,595$; $N_4 = 0,372$; $N_5 = 0,206$; $N_6 = 0,103$; $N_7 = 0,047$; $N_8 = 0,020$.

Таким образом, при малых значениях n вполне можно использовать полученные выше выражения для нормировочных множителей, а для больших значений n — выражения типа (33).

5. ПЕРЕХОД ОТ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР К ДЕФОРМИРОВАННЫМ

Рассмотрим здесь вопрос о типах переходов от сферических ядер к деформированным, которые можно описать с помощью гамильтониана (7). Чтобы упростить рассмотрение, положим $h_{4L} = 0$, и исследуем зависимость спектра коллективных возбуждений от h_2 и h_3 . Полагая $h_3 = 0$ и увеличивая $|h_2|$ (h_2 при этом отрицательно), получаем спектр коллективных возбуждений, приведенный на рис. 6. Он совпадает со спектром коллективных возбуждений в модели Жаана — Вилетса. С увеличением $|h_2|$ растет отношение $E(4_1^+)/E(2_1^+)$. Это означает, что $|h_2|$ играет роль параметра $\beta_{\text{эфф}}$ и с ростом $|h_2|$ растет $\beta_{\text{эфф}}$.

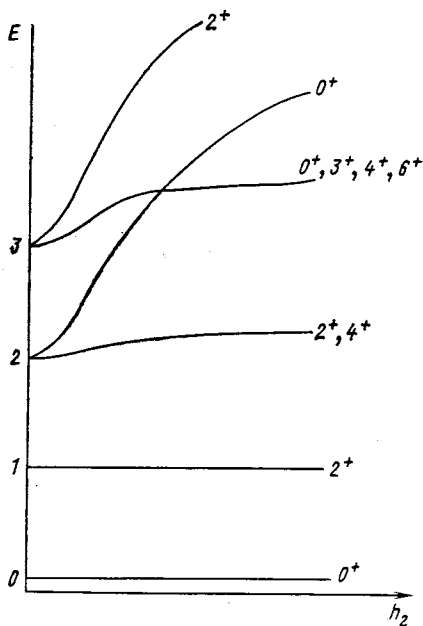


Рис. 6. Спектр коллективных возбужденных состояний гамильтониана (7) при $h_3 = h_{4L} = 0$

Полагая $h_2 = 0$ и увеличивая h_3 , получаем спектр коллективных возбуждений, приведенный на рис. 7. Из рисунка видно, что с ростом h_3 опускается 0_2^+ -состояние, так что в переходной области оно находится вблизи 2_1^+ -состояния. При дальнейшем увеличении h_3 это состояние становится основным и мы получаем спектр возбуждения, характерный для деформированных ядер. Но среди возбужденных состояний появляется сферическое 0^+ -состояние. Ситуация такого рода реализуется в изотопах $^{96}, ^{98}, ^{100}, ^{102}\text{Mo}$. Из

этого примера видно, что h_3 играет в гамильтониане (7) ту же роль, что и параметр $\gamma_{3\phi\phi}$ в феноменологической коллективной модели ядра.

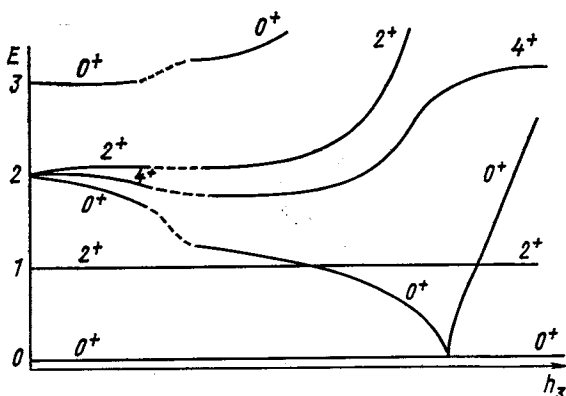


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но при $h_2 = h_{4L} = 0$

При одновременном увеличении h_2 и h_3 происходит плавный переход от типично вибрационного спектра коллективных возбуждений к типично ротационному. Именно такой переход описан в работе [10].

6. E2-ПЕРЕХОДЫ МЕЖДУ УРОВНЯМИ ДВУХФОННОГО ТРИПЛЕТА

Интересные экспериментальные данные о E2-переходе $4_1^+ \rightarrow 2_2^+$ получены в работе [11], где найдена нижняя граница отношения $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+) > 80$ в ^{108}Pd . Этот результат характеризует сильный запрет для E2-переходов между уровнями двухфонного триплета 2_2^+ , 4_1^+ . Объяснить его и одновременно большое значение квадрупольного момента 2_1^+ -состояния и малое значение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, оставаясь в рамках модели, учитывающей лишь смешивание компонент с небольшими числами фононов, весьма затруднительно. Это видно из следующего рассмотрения [12].

1. Данные по неупругому рассеянию протонов на сферических ядрах и квадрупольным моментам $Q(2_2^+)$ 2_1^+ -состояний можно объяснить [13], предположив, что 2_1^+ - и 2_2^+ -состояния являются смесью одно- и двухфонной компонент. Однако при этом пред-

положении теоретические значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ в несколько раз превосходят экспериментальные. Большими получаются и вероятности $E2$ -переходов между уровнями триплета $0_2^+, 2_2^+, 4_1^+$.

2. Учет в гамильтониане обоих типов ангармонических членов третьего порядка

$$\left\{ \sum_{\mu} (b_2^+ b_2^+)_{2\mu} b_{2\mu} + \text{h. c.} \right\} \text{ и}$$

$$\left\{ \sum_{\mu} (b_2^+ b_2^+)_{2\mu} (-1)^{\mu} b_{2-\mu}^+ + \text{h. c.} \right\}$$

позволяет объяснить [14] малое значение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и большой квадрупольный момент 2_1^+ -состояния. Но при этом отношение $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ получается в 2—3 раза большим, чем в эксперименте. Вероятности $E2$ -переходов между членами триплета $0_2^+, 2_2^+, 4_1^+$ предсказываются большими.

3. Одновременно описать корректным образом данные по $Q(2_1^+)$ и $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, не нарушая согласия с экспериментом для других величин, удалось в работах [15], где было показано, что наряду с коллективной частью оператора квадрупольного момента $Q_{2\mu}$ нужно учитывать и его одночастичную часть, т. е. ту часть, которая не меняет числа квазичастиц. Оба слагаемых $Q_{2\mu}$ дают когерентный вклад, если вычисляются матричные элементы между состояниями, разность энергий которых меньше энергии 2_1^+ -состояния $E(2_1^+)$, что имеет место при вычислении $Q(2_1^+)$. Вклады этих слагаемых $Q_{2\mu}$ имеют разные знаки и компенсируют друг друга при вычислении матричных элементов между состояниями, разность энергий которых больше $E(2_1^+)$, как при расчете $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$. К сожалению, в работах [15] не приведены результаты для $E2$ -переходов между уровнями триплета $0_2^+, 2_2^+, 4_1^+$. Отношение $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ вычислено в модели, где учтено смешивание одно- двух- и трех-фононных состояний и приняты во внимание и одночастичная, и коллективная части $Q_{2\mu}$. Это отношение оказалось порядка 25—30, что заметно ниже экспериментального значения.

4. Если наряду с ангармоническими членами третьего порядка учесть и члены четвертого порядка [16], то можно достичь удовлетворительного согласия с экспериментом для многих значений. Но отношение $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ получается порядка 10, что значительно меньше экспериментального значения.

5. Для ^{114}Cd имеется расчет [17], который выполнен в рамках модели, где наряду с коллективными возбуждениями учтены состояния неколлективной природы, и в котором удалось согласовать с экспериментальными значениями $Q(2_1^+)$ и $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ и получить для отношения

$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ значение 85, что соответствует большому значению фактора запрета для перехода между уровнями 4_1^+ и 2_2^+ . Однако специфика этой модели такова, что в ее рамках можно рассматривать лишь ядра, в которых протоны или нейтроны имеют сверх заполненной оболочки только две частицы или две дырки. Интересующее нас ядро ^{108}Pd нельзя рассматривать с помощью такой модели.

6. Для полноты рассмотрения отметим, что в феноменологической модели Давыдова — Чабана [18] при значениях параметров μ и γ , типичных для сферических ядер ($\mu = 0,6$; $\gamma = 20^\circ - 25^\circ$), отношение $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ принимает значение примерно равное 30, что много меньше, чем найдено для ^{108}Pd .

Остается предположить, что учет смешивания только одно-, двух- и трехфононных состояний недостаточен при рассмотрении ^{108}Pd . Метод, в котором нет такого ограничения, развит в работе [2и]. Используя этот метод, рассчитаем энергию, вероятность $E2$ -переходов, относящуюся к 2_1^+ -состоянию и уровням триплета

Таблица 3

Энергии коллективных состояний, вероятности $E2$ -переходов и квадрупольный момент 2_1^+ -состояния в ^{106}Pd

Параметр	Теория	Эксперимент
$E(2_2^+)/E(2_1^+)$	2,18	2,15
$E(0_2^+)/E(2_1^+)$	2,41	2,43
$E(4_1^+)/E(2_1^+)$	2,22	2,415
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	1,52	$1,8 \pm 0,2$ $1,3 \pm 0,3$
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	1,09	$1,6 \pm 0,4$
$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	0,68	$0,9 \pm 0,2$
$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	0,008	0,022
$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$	121	> 80
$B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	$6 \cdot 10^{-4}$	$< 6 \cdot 10^{-3}$
$\langle 2_1^+ \parallel Q_2 \parallel 2_1^+ \rangle \langle 2_1^+ \parallel Q_2 \parallel 0_1^+ \rangle$	-0,68	$-0,9 \pm 0,1$; $-0,55 \pm 0,08$
$B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_2^+)$	1	—

0_2^+ , 2_2^+ , 4_1^+ , а также квадрупольный момент 2_1^+ -состояния. Расчеты показывают, что: а) ядро ^{108}Pd нельзя рассматривать в рамках модели, учитывающей только смешивание одно-, двух- и трехфононных состояний, так как существенны примеси состояний с большим числом фононов; б) потенциальная энергия квадру-

полных колебаний, которую можно выделить из полного коллективного гамильтониана (как это показано в работе [24]), имеет при $\beta = 0$ не минимум, а максимум. Поэтому ^{108}Pd в принципе нельзя рассматривать в рамках RPA. Минимум потенциальной энергии находится при $\beta \neq 0$. Глубина его значительно меньше энергии нулевых колебаний, и поэтому свойства ^{108}Pd резко отличаются от свойств деформированных ядер.

Результаты расчета приведены в табл. 3. Все рассчитанные величины находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными [19]. Отметим, что учет вклада одночастичной части

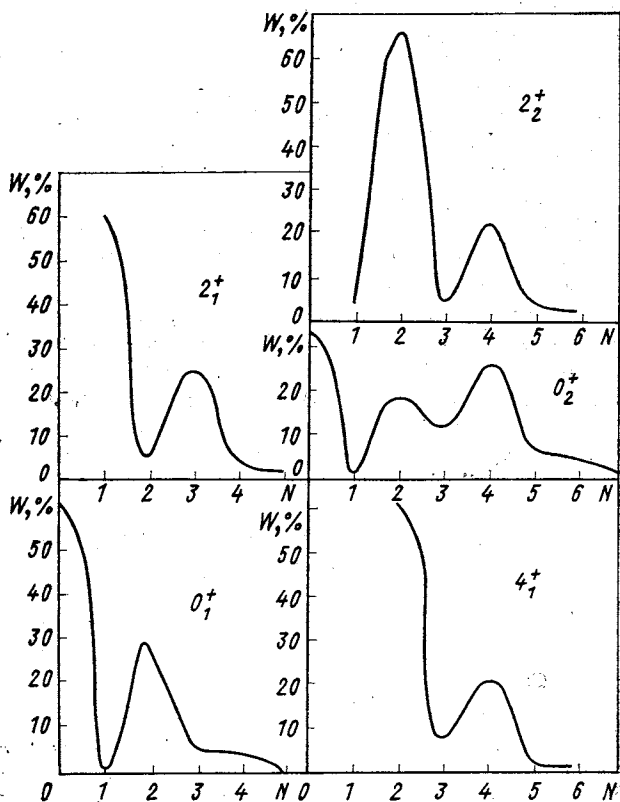


Рис. 8. Вклады WN -фоонных компонент в волновые функции $0_1^+, 2_1^+, 4_1^+, 0_2^+, 2_2^+$ ^{108}Pd

$Q_{2\mu}$ важен для расчета квадрупольного момента 2_1^+ -состояния. Величина $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ также чувствительна к вкладу этой части $Q_{2\mu}$. Небольшим изменением параметров, без заметного ухудшения согласия с экспериментом для остальных

величин, можно увеличить $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$ от 10^2 до 10^3 .

Экспериментально осталось пока неизвестно отношение $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_2^+)$. В расчетах оно получилось значительно меньше, чем $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)$, что говорит о слабом запрете для перехода $0_2^+ \rightarrow 2_2^+$. Для проверки теории весьма важно получить об этом отношении экспериментальную информацию. Аналогичный результат для отношения $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ был получен в работе [20] для ^{78}Se и в работе [16] для ряда сферических ядер, но на основе коллективного гамилтониана иного вида, чем (7).

Понять полученные выше результаты можно, рассмотрев структуру волновых функций коллективных состояний ^{108}Pd , найденную в этих расчетах (рис. 8). Графики весьма похожи для 0_1^+ , 2_{1-}^+ и 4_1^+ -состояний. Они лишь сдвинуты по оси абсцисс друг относительно друга на $\Delta N = 1$. Так как главная часть оператора квадрупольного момента меняет число фононов на единицу, то этим и объясняется выделенность $E2$ -переходов: $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$ и $2_1^+ \rightarrow 0_4^+$. Структура 2_2^+ -состояния совпадает со структурой 4_1^+ -состояния. В обоих случаях главными являются двух- и четырехфононные компоненты, которые составляют 85% нормы состояния. Так как главная часть оператора квадрупольного момента меняет число фононов на единицу, переход $4_1^+ \rightarrow 2_2^+$ оказывается запрещенным.

Рассмотрим теперь 0_2^+ -состояние. В нем ни одна из компонент не дает в норму вклада больше 30%. Весьма заметны вклады бесфононной, двух-, трех- и четырехфононной компонент. Этим 0_2^+ -состояние резко отличается от других двухфононных состояний.

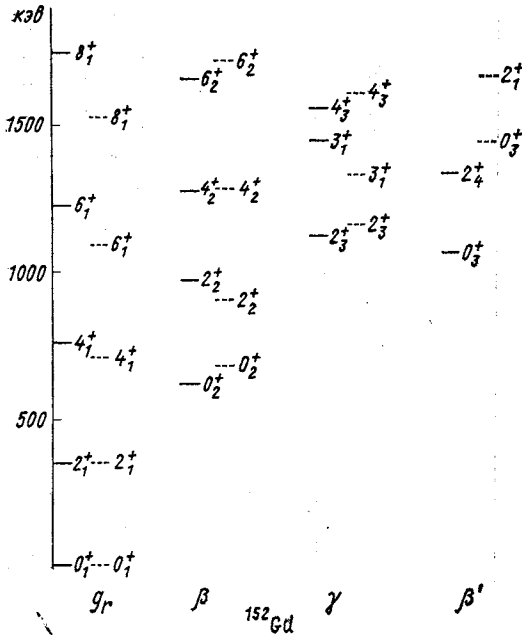
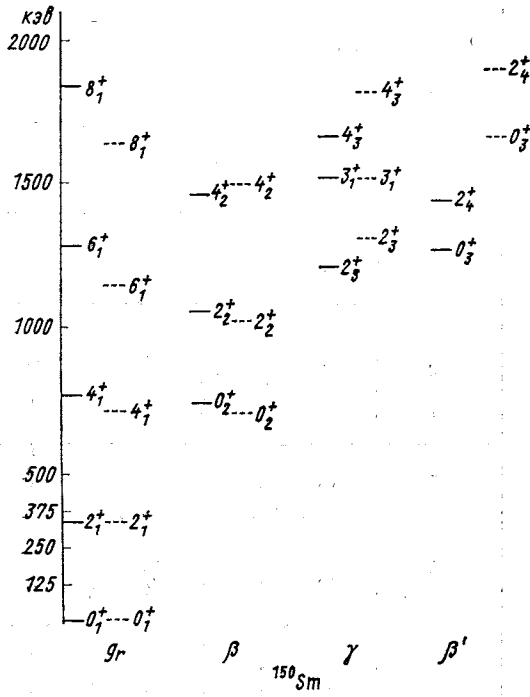
7. КОЛЛЕКТИВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ИЗОТОПОВ Sm и Gd [21]

Свойства коллективных состояний изотопов многих элементов плавно меняются с изменением числа нуклонов от типично вибрационных до типично ротационных. Можно было бы объяснить, по крайней мере качественно, основные свойства переходных ядер, интерполируя между вибрационным и ротационным пределами. Однако ряд фактов не укладывается в эту схему. Один из примеров — свойства низколежащих состояний в изотопах ^{150}Sm и ^{152}Gd . В этих изотопах энергии 0_2^+ - и 4_1^+ -состояний близки к предсказаниям вибрационной модели, тогда как отношение $E(2_2^+)/E(2_1^+) = 2,7 \div 3,0$ резко противоречит этой модели. В ^{152}Gd отношение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 4_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) = 2,0$ хорошо согласуется с предсказанием ротационной модели 1,8. В то же время отношение $B(E2^+; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) = 52$ типично для сферических ядер.

Таблица 4

Отношение приведенных вероятностей $E2$ -переходов в ^{150}Sm и ^{152}Gd (Rot — предсказания ротационной модели; Vib — предсказания вибрационной модели)

$B(E2; I \rightarrow I')$ $B(E2; J \rightarrow J')$	^{152}Gd		^{150}Sm				^{152}Sm			Rot	Vib
	Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория	[29]	[28]	Эксперимент	Теория	[29]		
$2\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$	52 ± 5	48	12 ± 1	42	0,7	0,5	$6,2 \pm 0,9$	3,7	9,1	1,43	∞
$2\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}$											
$2\frac{1}{2} \rightarrow 4\frac{1}{2}$	$2,0 \pm 0,3$	2,2	$3,8 \pm 0,5$	3,2	45	66	$2,7 \pm 0,9$	6,3	4,9	1,8	0
$2\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$2\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}$	107 ± 11	141	28 ± 4	197	48	65	—	—	—	—	0
$2\frac{3}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$2\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{3}{2}$	2,05	2,96	2,3	4,7	69	127	—	—	—	—	—
$2\frac{3}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}$											
$4\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$	—	—	0,002	0,001	0,28	—	$0,10 \pm 0,03$	0,22	0,08	1,1	0
$4\frac{1}{2} \rightarrow 4\frac{1}{2}$	$6,8 \pm 1,1$	8,9	$5,9 \pm 0,8$	17,9	75,4	—	41 ± 18	103	41	—	1,1
$4\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$4\frac{1}{2} \rightarrow 4\frac{1}{2}$	—	—	$4 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-3}$	—	0,002	0,004	0,0002	—	0
$4\frac{1}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$2\frac{1}{2} \rightarrow 0\frac{1}{2}$	$0,14 \pm 0,01$	0,36	$0,23 \pm 0,03$	0,33	0,08	0,06	$0,39 \pm 0,03$	0,10	0,43	0,78	—
$2\frac{3}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$2\frac{3}{2} \rightarrow 4\frac{1}{2}$	—	—	$0,6 \pm 0,2$	0,01	0,27	0,01	$0,09 \pm 0,01$	0,02	0,05	0,05	∞
$2\frac{3}{2} \rightarrow 2\frac{1}{2}$											
$(2\frac{1}{2} \parallel Q_2 \parallel 2\frac{1}{2})$ $(2\frac{1}{2} \parallel Q_2 \parallel 0\frac{1}{2})$	—	—	$-1,4 \pm 0,2$	-1,5	—	—	—	—	—	—	0



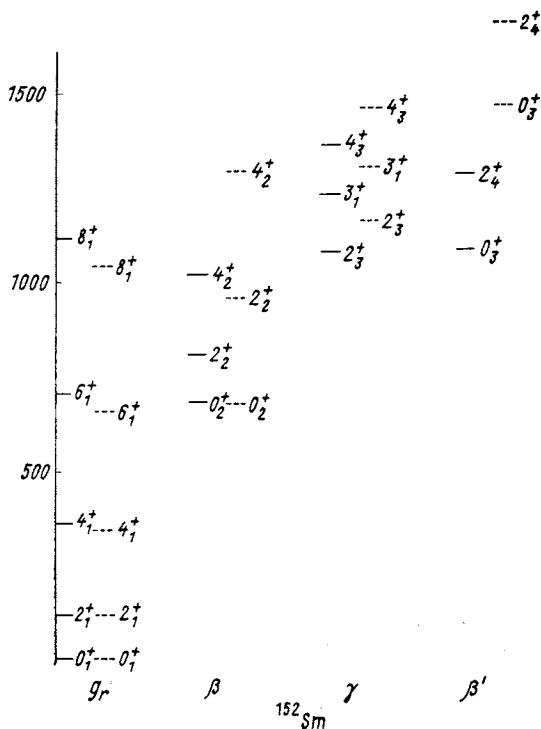


Рис. 9. Спектр низколежащих коллективных состояний $^{150}, ^{152}\text{Sm}$ и ^{152}Gd : сплошные линии — эксперимент; штриховые линии — теория

Проанализируем эти экспериментальные данные, основываясь на коллективном гамильтониане (7). Чтобы упростить анализ, предположим, что $h_{\alpha I} = 0$. Оставшиеся параметры фиксируем так, чтобы описать экспериментальную ситуацию в $^{150}, ^{152}\text{Sm}$ и ^{152}Gd . Так как ^{150}Sm и ^{152}Gd близки по своим свойствам, то полагаем N одинаковым для этих ядер и равным семи (несколько меньше числа пар нуклонов в незаполненных оболочках). В ^{152}Sm фиксируем $N = 9$, поскольку это ядро близко по своим свойствам к деформированным ядрам и вклад в коллективное квадрупольное движение могут дать нуклоны заполненных оболочек. Небольшие изменения N не влияют существенно на теоретические результаты. Экспериментальные и рассчитанные энергии коллективных состояний $^{150}, ^{152}\text{Sm}$ и ^{152}Gd приведены на рис. 9. Общее согласие теоретических результатов с экспериментальными хорошее. Удаётся правильно описать энергии как 0_2^- - и 4_1^+ -состояний в ^{150}Sm и ^{152}Gd , которые близки к предсказанным вибрационной моделью, так и

2_2^+ -состояний в тех же ядрах, которые резко отличаются от предсказанных по этой модели значений.

Результаты расчета вероятностей $E2$ -переходов приведены в табл. 4 вместе с экспериментальными и теоретическими результатами, взятыми из работ [22, 23]. Интересны следующие результаты. Экспериментальные значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 4_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ в ^{150}Sm и ^{152}Gd , равные соответственно $3,8 \pm 0,5$ и $2,0 \pm 0,3$ и близкие к предсказанным ротационной моделью значениям, хорошо согласуются с нашими расчетами. В то же время нам удалось объяснить большие экспериментальные значения отношения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в ^{150}Sm и ^{152}Gd , равные соответственно 12 ± 1 и 52 ± 5 . Для этого отношения ротационная модель предсказывает значение 1,43.

Таким образом, удается объяснить тот факт, что в одном и том же переходном ядре значения одних величин близки к полученным из ротационной модели, тогда как значения других типичны для сферических ядер. Как следует из наших расчетов, причина этого явления заключена в следующем. Волновые функции основных состояний ^{150}Sm и ^{152}Gd на 75—90% состоят из бесфононной компоненты. В то же время волновые функции возбужденных состояний имеют более сложную структуру. В них ни одна из компонент не дает вклада, превышающего 50%. И, как правило, заметный вклад в волновые функции дают три-четыре компоненты. Поэтому можно сказать, что основные состояния ^{150}Sm и ^{152}Gd являются сферическими, тогда как возбужденные по своей структуре занимают промежуточное положение между сферическими и деформированными. Отношение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 4_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ зависит только от структуры возбужденных состояний и поэтому близко к предсказанию ротационной модели. Отношение $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ зависит от структуры основного состояния, и его величина типична для сферических ядер.

Хорошо известно, что в сильнодеформированных ядрах спектр коллективных состояний состоит из ротационных полос, построенных на состояниях, имеющих различную внутреннюю структуру. При этом $E2$ -переходы между уровнями одной полосы значительно интенсивнее $E2$ -переходов между уровнями разных ротационных полос. Причина этого хорошо известна и связана с тем, что в сильнодеформированных ядрах ротационное движение отделяется от внутреннего (по крайней мере при малых моментах вращения).

В переходных ядрах ротационное движение не отделяется от внутреннего. Но и для этих ядер экспериментальные данные показывают, что уровни можно группировать в квазиротационные полосы [10], вероятности $E2$ -переходов внутри которых будут заметно превосходить вероятности $E2$ -переходов между уровнями разных квазиротационных полос. В чем причина этого явления?

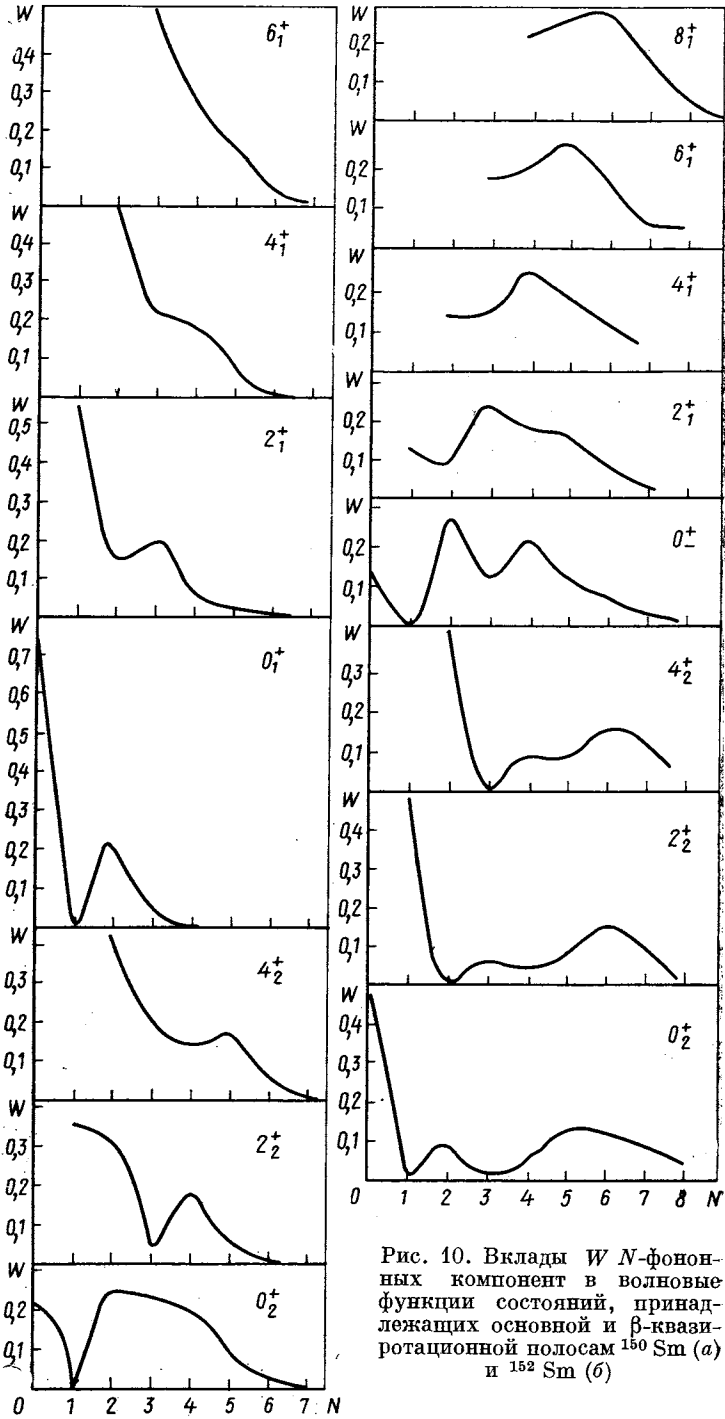


Рис. 10. Вклады W N -фононных компонент в волновые функции состояний, принадлежащих основной и β -квази-ротационной полосам ^{150}Sm (а) и ^{152}Sm (б)

Фононные структуры уровней различных квазиротационных полос в $^{150, 152}\text{Sm}$ приведены на рис. 10. Видно, что фононные структуры уровней одной и той же квазиротационной полосы подобны друг другу и их можно приближенно описать одной и той же кривой, которая лишь сдвигается вдоль шкалы чисел фононов на единицу при переходе от одного уровня какой-либо квазиротационной полосы к соседнему, что обеспечивает большую вероятность $E2$ -переходов между уровнями квазиротационной полосы. Если сравнить фононные структуры уровней различных квазиротационных полос, то они резко отличаются друг от друга. Это и

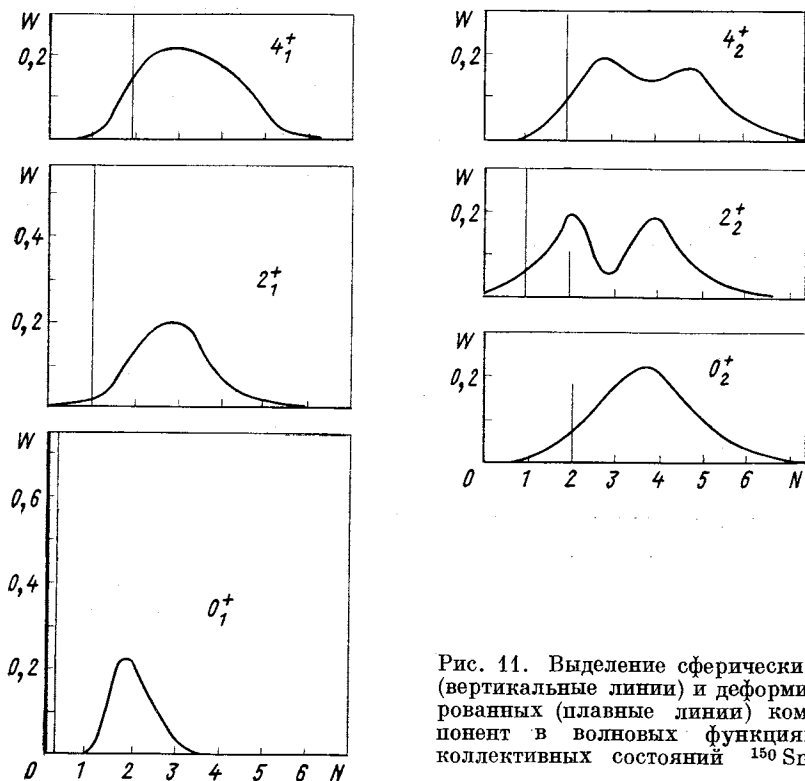


Рис. 11. Выделение сферических (вертикальные линии) и деформированных (плавные линии) компонент в волновых функциях коллективных состояний ^{150}Sm

объясняет относительную малость вероятностей $E2$ -переходов между уровнями различных полос.

При качественном рассмотрении коллективных квадрупольных возбуждений в переходных ядрах часто очень удобно представление этих возбуждений в виде суперпозиции сферических и деформированных компонент. Такая модель позволяет понять в грубых чертах поведение энергий и вероятностей $E2$ -переходов между

коллективными состояниями. При этом схема вычислений очень проста. Желательно получить какие-либо аргументы в пользу такой модели, основываясь на более микроскопическом рассмотрении, где с самого начала предполагается только, что коллективные степени свободы слабо смешиваются с неколлективными, по крайней мере при малых энергиях возбуждения.

Такие расчеты выполнены в работе [21] для переходных изотопов Sm и Gd. Информация о структуре волновых функций приведена в работе [21] в виде графиков, где по оси абсцисс откладываются числа фононов N , а по оси ординат — вклады соответствующих N -фононных компонент в норму волновой функции. Ясно, что чисто сферическое состояние с фиксированным числом фононов будет представлено на таком графике вертикальной линией. Деформированные состояния представляются главными кривыми. Основное состояние — кривой с максимумом при $N = N_0 \neq 0$, а β -вибрационное состояние — кривой с двумя максимумами и одним узлом. Анализ показал, что если у волновых функций (рис. 11) выделить большие сферические компоненты (например, бесфононную компоненту у 0_1^+ -состояния, бесфононную и двухфононную компоненты у 0_2^+ -состояния), то оставшиеся компоненты можно представить в виде суперпозиции кривых, характерных для деформированных состояний. Таким образом, волновые функции можно

Таблица 5

Вероятности $E2$ -переходов между состояниями основной и β -квазиротационных полос в ^{150}Sm

$\frac{B(E2; I \rightarrow I')}{B(E2; J \rightarrow J')}$	Эксперимент	Теория	Rot	Vib	$\frac{B(E2; I \rightarrow I')}{B(E2; J \rightarrow J')}$	Эксперимент	Теория	Vib	Rot
$\frac{2_2^+ \rightarrow 4_1^+}{2_2^+ \rightarrow 2_1^+}$	3,8±0,5	1,8	1,8	0	$\frac{2_2^+ \rightarrow 2_1^+}{2_2^+ \rightarrow 0_1^+}$	12±1	13	1,43	∞
$\frac{4_2^+ \rightarrow 4_1^+}{4_2^+ \rightarrow 2_1^+}$					$\frac{2_2^+ \rightarrow 0_2^+}{2_2^+ \rightarrow 0_1^+}$				
	400	100	0,91	∞		28±4	64	$\frac{\beta_2^2}{\langle(\Delta\beta)^2\rangle}$	$\frac{0}{0}$

представить в виде суперпозиции сферических и деформированных компонент. Ниже приводятся результаты такого рассмотрения для волновых функций ^{150}Sm :

$$|0_1^+\rangle = 0,86 |0\rangle + 0,5 | \text{деф}, k=0, n_\beta=0, I=0 \rangle;$$

$$\begin{aligned}
 |2_1^+, \mu\rangle &= 0,74b_{\frac{1}{2}\mu}^+ |0\rangle + 0,67 |деф, k=0, n_\beta=0, I=2, \mu\rangle; \\
 |4_1^+, \mu\rangle &= 0,6 \frac{[b_{\frac{1}{2}}^+ b_{\frac{1}{2}}^+]_{4\mu}}{\sqrt{2}} |0\rangle + 0,8 |деф, k=0, n_\beta=0, I=4, \mu\rangle; \\
 |0_2^+\rangle &= 0,46 \left(|0\rangle - \frac{[b_{\frac{1}{2}}^+ b_{\frac{1}{2}}^+]_0}{\sqrt{2}} |0\rangle \right) - 0,76 |деф, k=0, n_\beta=0, I=0\rangle; \\
 |2_2^+(\mu) &= 0,55b_{\frac{1}{2}\mu}^+ |0\rangle - 0,30 \frac{[b_{\frac{1}{2}}^+ b_{\frac{1}{2}}^+]_{2\mu}}{\sqrt{2}} |0\rangle - 0,62 |деф, k=0, n_\beta= \\
 &= 0, I=2, \mu\rangle + 0,45 |деф, k=0, n_\beta=1, I=2, \mu\rangle; \\
 |4_2^+(\mu) &= 0,55 \frac{[b_{\frac{1}{2}}^+ b_{\frac{1}{2}}^+]_{4\mu}}{\sqrt{2}} - 0,4 |деф, k=0, n_\beta=0, I=4, \mu\rangle + \\
 &+ 0,75 |деф, k=0, n_\beta=1, I=4, \mu\rangle.
 \end{aligned}$$

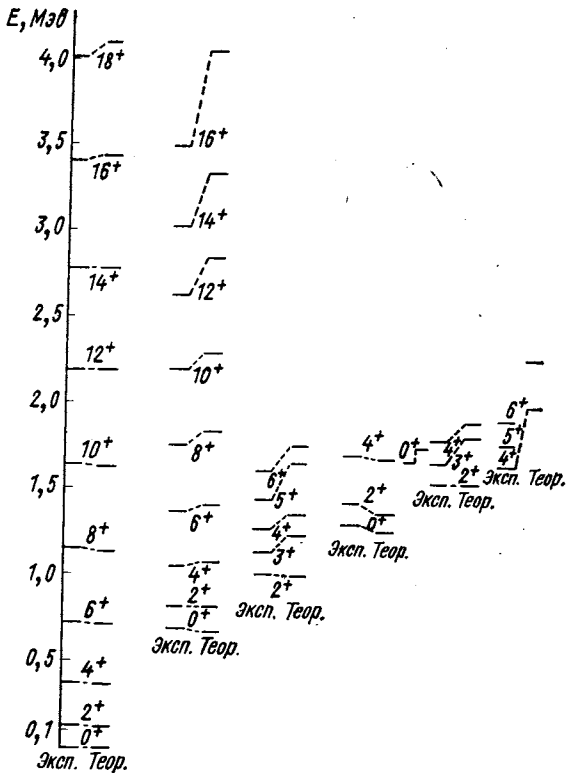


Рис. 12. Спектр коллективных возбуждений ^{154}Gd

Результаты, полученные с такими модельными волновыми функциями при весьма грубом предположении об ортогональности

сферических и деформированных компонент, приведены в табл. 5. Видно, что в грубых чертах модель воспроизводит экспериментальную ситуацию.

В заключение этого раздела приведем результаты расчета энергий коллективных состояний с большими значениями спина. В качестве примера было взято ядро ^{154}Gd . Результаты расчета энергий коллективных состояний ^{154}Gd со значениями спина до $I = 18$ показаны на рис. 12. Согласие теоретических результатов с экспериментальными удовлетворительное, особенно для состояний основной квазиротационной полосы.

8. СФЕРИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ В ПЕРЕХОДНЫХ ЯДРАХ

В работе [24] в (α, xn) -реакциях исследуются спектры коллективных возбуждений изотопов $^{190}, ^{192}, ^{194}\text{Pt}$. Из результатов, полученных в работе [24], наиболее интересны следующие:

1) при значениях углового момента $I = 12$ в $^{190}, ^{192}\text{Pt}$ и $I = 10$ в ^{194}Pt нарушается плавный рост с ростом I разности энергий $E(I + 2) - E(I)$ -уровней основной квазиротационной полосы;

2) $E2$ -переходы $12^+ \rightarrow 10^+$ в $^{190}, ^{192}\text{Pt}$ и $E2$ -переход $10^+ \rightarrow 8^+$ в ^{194}Pt замедлены по сравнению с чисто коллективными переходами. В ^{194}Pt это замедление значительно;

3) в $^{190}, ^{192}\text{Pt}$ вблизи 12^+ -состояния обнаружено несколько почти вырожденных по энергии уровней с $I^\pi = 10^+$.

Проанализируем эту ситуацию, основываясь на коллективной модели ядра. Рассмотрим коллективный квадрупольный гамильтониан, содержащий члены до четвертого порядка по степеням фононных операторов. Потребуем, чтобы сеньорити ν было хорошим квантовым числом. Это означает, что в коллективном гамильтониане должны отсутствовать ангармонические члены третьего порядка:

$$\begin{aligned}
 H_{\text{колл}} = & c_1 \sum_{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu} + c_2 \sum_{\mu} (-1)^{\mu} (b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} + \\
 & + b_{2-\mu} b_{2\mu}) + c_{41} \left(\sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} \sum_{\nu} (-1)^{\nu} b_{2\nu}^{\dagger} b_{2-\nu}^{\dagger} + \right. \\
 & \left. + \text{h. c.} \right) + c_{43} \left(\sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} \sum_{\nu} b_{2\nu}^{\dagger} b_{2\nu} + \text{h. c.} \right) + \\
 & + \sum_{L=0, 2, 4} c_{4L} ([b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu}^{\dagger}]_L [b_2 b_2]_L)_{00}.
 \end{aligned} \quad (34)$$

С помощью линейного канонического преобразования операторов $b_{2\mu}^{\dagger}$, $b_{2\mu}$ гамильтониан можно преобразовать так, что в терминах новых фононных операторов в нем будет отсутствовать член $\sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} \sum_{\nu} (-1)^{\nu} b_{2\nu}^{\dagger} b_{2-\nu}^{\dagger} + \text{h. c.}$ Поэтому без потери общности можно полагать $c_{41} = 0$.

Собственные состояния гамильтониана (34) характеризуются квантовыми числами: I , M — угловой момент и его проекция; ν — сеньорити; Ω — дополнительное квантовое число. При этом спектр вырожден относительно Ω , и кратность вырождения [8]

$$k_{\Omega} = \left[\frac{1}{6} \left(2\nu - I - 3 \frac{1 - (-1)^I}{2} \right) \right] - \left[\frac{1}{3} (\nu - I + 2) \right] + 1 - \delta_{I, 2\nu-1},$$

где $[A]$ — целая часть числа A .

В общем случае собственные состояния гамильтониана (34) представляют собой суперпозицию состояний с различными числами фононов n . Но при определенных значениях коэффициентов c_2 и c_{43} среди собственных состояний появятся и состояния с фиксированным числом фононов n_0 :

$$|n = n_0, \nu = n_0, \Omega, IM\rangle. \quad (35)$$

Покажем, что состояния (35) являются собственными состояниями (34). В гамильтониане (34) число фононов меняют следующие члены:

$$c_2 \left(\sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} + \sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2-\mu} b_{2\mu} \right) + c_{43} \left(\sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} \sum_{\nu} b_{2\nu}^{\dagger} b_{2\nu} + \text{h. c.} \right). \quad (36)$$

Так как n_0 — минимальное число фононов для состояния с $\nu = n_0$, то результат действия оператора (36) на вектор состояния (35) записывается следующим образом:

$$(c_2 + c_{43} n_0) \sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} |n = n_0, \nu = n_0, \Omega, IM\rangle.$$

Если $n_0 = -c_2/c_{43}$, то (35) будет собственным вектором гамильтониана с собственным значением

$$E_{n_0, I} = \left(c_1 + \frac{2}{7\sqrt{5}} c_{42} - \frac{3}{7} c_{44} \right) n_0 + \left(\frac{4}{7\sqrt{5}} c_{42} + \frac{1}{7} c_{44} \right) n_0^2 + \left(\frac{1}{21} c_{44} - \frac{1}{7\sqrt{5}} c_{42} \right) I(I+1). \quad (37)$$

Отношение c_2/c_{43} может и не быть целым числом, тогда у состояния $|n_0, \nu = n_0, \Omega, IM\rangle$ появятся примеси компонент с другими числами фононов. Но они будут малыми благодаря фактору $(n_0 + c_2/c_{43}) < 1$.

В ядрах, у которых потенциальная энергия квадрупольных колебаний имеет максимум при $\beta = 0$ и минимум при $\beta \neq 0$, коэффициент c_2 отрицателен, а c_{43} положителен. Если в этих ядрах потенциальная энергия не зависит от γ , то в них могут реализоваться состояния типа (35). Это чисто сферические состояния с фиксиро-

рованным числом фононов. Причем появляется целая совокупность таких состояний с различными значениями момента I . Чем глубже минимум при $\beta \neq 0$, тем при большем значении n_0 появятся такие состояния. Таким образом, появляется целая полоса сферических состояний в противоположность большинству других собственных состояний (34), волновые функции которых сосредоточены в области минимума при $\beta \neq 0$. Как видно из (37), энергии состояний сферической полосы зависят от I так же, как и энергии состояний деформированной ротационной полосы. Если коэффициент $(c_{44}/21 - c_{42}/7\sqrt{5})$ достаточно мал, то сферическая полоса пересечется с основной квазиротационной полосой и будет наблюдаться явление «обратного загиба». Если значение сеньорити для сферической полосы значительно превышает сеньорити для основной полосы в точке пересечения, то благодаря запрету по сеньорити для $E2$ -переходов возникает состояние с большим временем жизни, т. е. изомерное состояние. Кроме того, состояния сферической полосы при достаточно больших значениях n_0 и I вырождены с кратностью k_Ω .

Для расчета энергий коллективных квадрупольных возбуждений в изотопах $^{190}, ^{192}, ^{194}\text{Pt}$ используем гамильтониан (7). Как указывалось в работе [24], максимальное число фононов N можно полагать приблизительно равным числу пар нуклонов в незаполненных оболочках. Для ^{190}Pt получаем $N = 9$. В дальнейшем будем использовать это значение в расчетах для $^{192}, ^{194}\text{Pt}$. Проверка показала, что небольшие изменения не влияют принципиальным образом на результаты вычислений. Численные значения коэффициентов h_1, h_2, h_3, h_{4I} фиксировались так, чтобы сделать минимальными отклонения теоретических значений энергий от экспериментальных для первых шести низколежащих состояний $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+, 3_1^+, 0_2^+$ (табл. 6). Из таблицы видно, что коэффициент h_3

Таблица 6

Допустимые значения спина и кратность вырождения состояний сферической полосы с $N = v = 9$

I^π	0^+	3^+	4^+	6^+	7^+	8^+	9^+	10^+	11^+	12^+	13^+	14^+	15^+	16^+	18^+
k_Ω	1	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1

значительно меньше, чем h_2 , и поэтому его влиянием можно пренебречь. Если, кроме того, в (7) под корнем будем пренебрегать величиной $1/N = 1/9$ по сравнению с единицей, то (7) можно будет

переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 H_{\text{колл}} = & h_0 + h_1 \sum_{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2\mu} + \\
 & + h_2 \left\{ \sum_{\mu} (-1)^{\mu} b_{2\mu}^{\dagger} b_{2-\mu}^{\dagger} \left(1 - \frac{\sum_{\nu} b_{2\nu}^{\dagger} b_{2\nu}}{N} \right) + \text{h. c.} \right\} + \\
 & + \sum_I h_{4I} [[b_2^{\dagger} b_2]_I [b_2 b_2]_I]_0.
 \end{aligned} \tag{38}$$

Это выражение эквивалентно гамильтониану (43), и сферическая полоса с $n_0 = 9$ является собственным состоянием гамильтониана (34) с энергией

$$\begin{aligned}
 E_I = 9 \left(h_1 + \frac{2}{7\sqrt{5}} h_{42} - \frac{3}{7} h_{44} \right) + 81 \left(\frac{4}{7\sqrt{5}} h_{42} + \frac{1}{7} h_{44} \right) + \\
 + \left(\frac{1}{21} h_{44} - \frac{1}{7\sqrt{5}} h_{42} \right) I(I+1).
 \end{aligned}$$

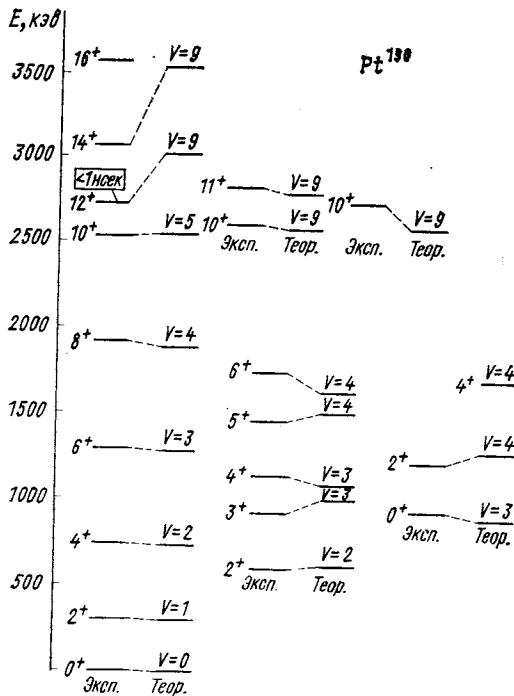
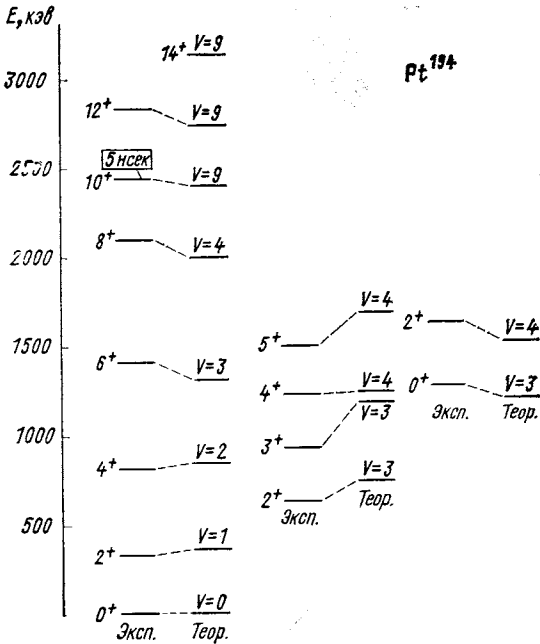
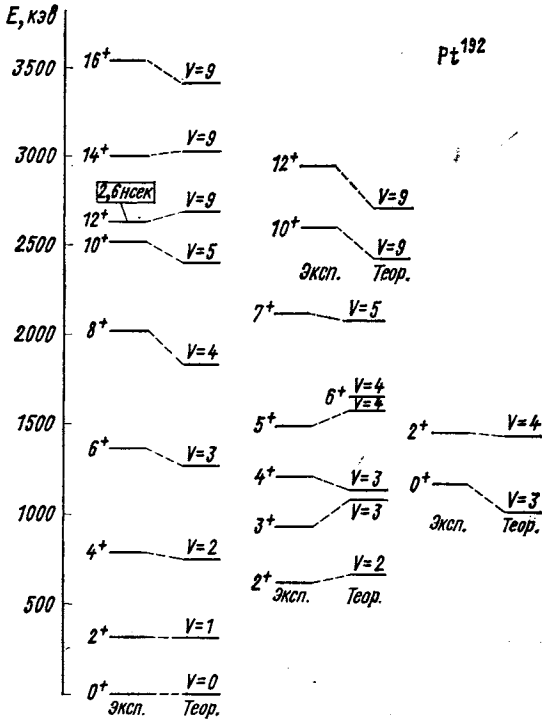


Рис. 13. Теоретические и экспериментальные значения энергий коллективных состояний $^{190}, ^{192}, ^{194}\text{Pt}$



Кратности вырождения состояний сферической полосы приведены в табл. 6.

Чтобы ответить на вопрос, пересекается ли сферическая полоса с основной для изотопов $^{190}, ^{192}, ^{194}\text{Pt}$, были найдены собственные значения гамильтониана (7) для состояний с большими спинами. Значения коэффициентов были взяты из табл. 7. Результаты расчета показаны на рис. 13, где приведены только те состояния сферической полосы, которые принадлежат ираст-линии. На рис. 14 показаны волновые функции состояний, принадлежащих ираст-линии в изотопе ^{190}Pt . Видно, что до спина $I^\pi = 10^+$ ираст-линия построена из состояний основной квазиротационной полосы, но со спина $I^\pi = 12^+$ начинается сферическая полоса. Из-за большой разности в значениях сеньорити между состояниями $I^\pi = 10^+$ и $I^\pi = 12^+$ $E2$ -переход $12^+ \rightarrow 10^+$ замедлен. Однако если

Таблица 7

Значения коэффициентов h_1, h_2, h_3, h_{4L} (h_{4L} в эв) и величины

$$\chi = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \frac{(E_{\text{эксп}}^i - E_{\text{теор}}^i)^2}{(E_{\text{эксп}}^i)^2}}$$

в изотопах $^{190}, ^{192}, ^{194}\text{Pt}$

Ядро	^{190}Pt	^{192}Pt	^{194}Pt
h_1	14,3	-73,3	123,0
h_2	-1505,9	-1828,4	-1682,7
h_3	-23,3	-4,7	-1,56
h_{40}	57,7	97,7	-146,9
h_{42}	-121,6	-105,2	-122,1
h_{44}	39,1	-10,3	-22,3
χ	0,11	0,26	0,32

N_0 — не целое число, то у сферического состояния появляются примеси состояний с меньшим значением сеньорити и фактор запрета на $E2$ -переход уменьшается. В ^{190}Pt экспериментальный фактор составляет две-три единицы. Интересно, что в ^{190}Pt дополнительно обнаружено еще два почти вырожденных 10^+ -состояния. Энергии этих состояний практически совпадают с энергиями соответствующих состояний сферической полосы. Экспериментально обнаружено и 11^+ -состояние сферической полосы.

Аналогичные результаты получены для изотопов $^{192}, ^{194}\text{Pt}$. Теория объясняет появление дополнительных состояний с $I^\pi = 10^+, 12^+$ в ^{192}Pt и резкий

скачок в изменении разности энергий $[E(I+2) - E(I)]$ с ростом I в основной квазиротационной полосе.

Из результатов для состояний с небольшими значениями углового момента следует, что в рассматриваемых ядрах нарушено правило соответствия, предложенное в работе [9] для описания квазиротационных полос в переходных ядрах. Состояние, лежащее в основании β -вибрационной полосы, имеет сеньорити $\nu = 3$, а не $\nu = 0$, как предсказывалось в работе [10]. Большое значение сеньорити состояний β -вибрационной полосы приводит к резкому уменьшению вероятностей $E2$ -переходов из этой полосы в основ-

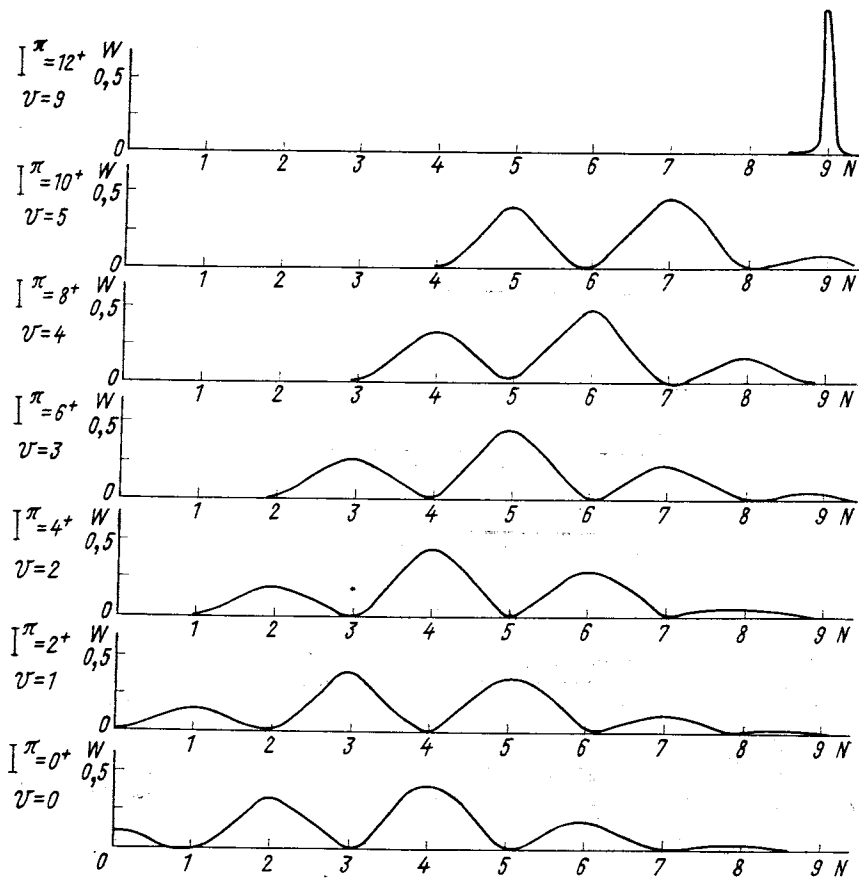


Рис. 14. Фононная структура волновых функций коллективных состояний основной квазиротационной полосы:

N — число фононов; W — относительный вклад в норму волновой функции

нулю. Этот эффект обнаружен экспериментально. Отношение $B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_3^+ \rightarrow 0_2^+)$ в изотопах $^{190}, ^{192}\text{Pt}$ равно $2 \cdot 10^{-4}$, тогда как в таких переходных ядрах, как ^{150}Sm , ^{152}Gd и ^{98}Mo , оно составляет 0,4—0,5.

Приложение 1

$$\langle I+2, U+1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \langle I+2, U+1, N+1 | b_{2\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \times \\ \times \sqrt{(1-N/L) [1-(N+U)/2k] (1-2I/R)};$$

$$\langle I+1, U+1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \langle I+1, U+1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \times \\ \times \sqrt{(1-N/L) [1-(N+U)/2k] [1-(2I-1)/2R]};$$

$$\begin{aligned}
& \langle I, U+1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \\
& = \langle I, U+1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \sqrt{(1-N/L) [1-(N+U)/2k]}; \\
& \langle I-1, U+1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \\
& = \langle I-1, U+1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \sqrt{(1-N/L) [1-(N+U)/2k] [1-(2I-3)/2R]}; \\
& \langle I-2, U+1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \\
& = \langle I-2, U+1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \sqrt{(1-N/L) [1-(N+U)/2k] [1-(2I-4)/R]}; \\
& \langle I+2, U-1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \langle I+2, U-1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \times \\
& \quad \times \sqrt{(1-N/L) [1-(N-U-3)/2k] (1-2I/R)}; \\
& \langle I, U-1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \\
& = \langle I, U-1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \sqrt{(1-N/L) [1-(N-U-3)/2k]}; \\
& \langle I-1, U-1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \langle I-1, U-1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \times \\
& \quad \times \sqrt{(1-N/L) [1-(N-U-3)/2k] [1-(2I-3)/R]}; \\
& \langle I-2, U-1, N+1 | A_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle = \langle I-2, U-1, N+1 | b_{\mu}^{\dagger} | IUN \rangle \times \\
& \quad \times \sqrt{(1-N/L) [1-(N-U-3)/2k] [1-(2I-4)/R]}.
\end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 1195.
2. а) Беляев С. Т., Зелевинский В. Г. «ЖЭТФ», 1962, т. 42, с. 1590.
 б) Marumori T., Yamamura M., Tokunaga A. «Prog. Theor. Phys.», 1964, в. 31, р. 1009.
 в) Janssen D. e.a. «Nucl. Phys. A», 1971, в. 172, р. 145.
 г) Джонос Р. В., Рыбарска В. «ЭЧАЯ», 1972, т. 3, с. 739.
 д) Marshalek E. R. «Nucl. Phys. A», 1971, в. 161, р. 401; Marshalek E. R., Holzwarth G. «Nucl. Phys. A», 1972, в. 99, р. 438.
 е) Sorensen B. «Nucl. Phys. A», 1967, в. 97, р. 1; 1968, в. 119, р. 65; 1970, в. 142, р. 392.
 ж) Holzwarth G. «Nucl. Phys. A», 1970, в. 156, р. 511; 1971, в. 174, р. 97; 1972, в. 185, р. 268.
3. а) Dreizler R. M. Proc. Summer School on Frontier Problems in Nuclear and Solid State Physics at Predeal. Rumania, 1973.
 и) Джонос Р. В., Данау Ф., Янссен Д. «ТМФ», 1974, т. 20, с. 112.
 к) Джонос Р. В., Янссен Д. Препринт ОИЯИ Р4-9339, Дубна, 1975.
 л) Pang S. C., Klein A., Dreizler R. M. «Ann. Phys.», 1968, в. 49, р. 477; Lie S. Y., Dreizler R. M., Klein A. «Phys. Rev. C», 1971, в. 4, р. 1571; Dreizler R. M., Klein A. «Phys. Rev. C», 1973, в. 7, р. 512.
 м) Feshbach H., Iachello F. «Ann. Phys.», 1974, в. 84, р. 211.
3. а) Kumar H., Baranger M. «Nucl. Phys. A», 1967, в. 92, р. 608; 1967, в. 92, р. 653; 1968, в. 122, р. 241; 1968, в. 122, р. 273.
 б) Gneuss G., Greiner W. «Nucl. Phys. A», 1971, в. 171, р. 449.
 в) Gneuss G., Mosel U., Greiner W. «Phys. Lett. B», 1969, в. 30, р. 397; 1970, в. 31, р. 269.
4. Soloviev V. G. Nucl. Structure Dubna Symp., 1968. IAEA, Vienna, 1968, р. 101.
5. Holstein T., Primakoff H. «Phys. Rev.», 1940, в. 58, р. 1098.
6. Зелевинский В. Г., Штокман М. Препринт ИЯФ 88-73, 1973.

7. Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янссен Д. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 965.
8. Гай Е. В. «Ядерная физика», 1974, т. 19, с. 83; Harvey M. *Advances in Nuclear Physics*. V. 1. N. Y., Plenum Press, 1968.
9. Janssen D., Jolos R. V. *Communications JINR E4-8692*, Dubna, 1975.
10. Sakai M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 104, p. 301.
11. Stelson P. H. e.a. «Phys. Rev.», 1973, v. 8, p. 368.
12. Джолос Р. В. и др. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1975, т. 39, с. 532.
13. Tamura T., Udagawa T. «Phys. Rev. Lett», 1965, v. 15, p. 765; Balbutzev E. B., Jolos R. V. *Preprint JINR E4-3286*, Dubna, 1967.
14. Sips L., Лорас В. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 649.
15. а) Birbrair B. L. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 165.
б) Алага Г. Структура ядра. ОИЯИ Д-6465, Дубна, 1972.
в) Троицкий М. А., Ходель В. А. «Письма в ЖЭТФ», 1974, т. 20, с. 520.
16. Степанов Б. Е. «Ядерная физика», 1973, т. 18, с. 999.
17. Alaga C., Krmpotic F., Лорас В. «Phys. Lett. B», 1967, v. 24, p. 537.
18. Давыдов А. С. *Возбужденные состояния атомных ядер*. М., Атомиздат, 1967.
19. Robinson R. L. e.a. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 124, p. 553.
20. Holzwarth G. «Z. Phys.», 1972, Bd 249, S. 332.
21. Джолос Р. В. и др. «Изв. АН СССР, сер. физ.», 1975, т. 38, с. 2059.
22. Будник А. П., Серегин А. А. «Ядерная физика», 1973, т. 18, с. 495.
23. Kumar K. «Phys. Rev. Lett», 1971, v. 26, p. 269.
24. Hjorth S. A. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 436.