

# ПОТЕНЦИАЛЫ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ЯДЕРНОЙ ФИЗИКЕ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

*Л. Н. Савушкин, В. Н. Фоменко*

Ленинградский электротехнический институт связи им. проф. М. А. Бонч-Бруевича  
ВНИИ электроизмерительных приборов, г. Ленинград

В настоящем обзоре рассматриваются некоторые аспекты современной мезонной теории  $NN$ -взаимодействий и ее приложение к описанию ядерной материи и конечных ядер. Вводится потенциал однобозонного обмена (ОВЕР), и на основе введенного потенциала рассматривается описание нуклон-нуклонного рассеяния, свойств дейтона и квазиядерных резонансов. Описывается приложение ОВЕ-потенциала к ядерной материи, а также конечными ядрам в рамках релятивистских теорий Хартри и Хартри — Фока.

In the present survey we consider some aspects of modern meson theory of  $NN$  interactions and its applications to description of nuclear matter and finite nuclei. One boson exchange potential (OBER) is presented, description of nucleon-nucleon scattering, deuteron properties and quasinuclear resonances being considered on the basis of the potential introduced. The application of OBER to nuclear matter is shown and finite nuclei are described in the framework of the relativistic Hartree and Hartree—Fock theory.

## ВВЕДЕНИЕ

Попытка описать взаимодействие между нуклонами и свойства ядер в рамках единого подхода на базе мезонного обмена представляет собой старую, но привлекательную идею. Интерес к указанной проблеме в последние годы возродился в связи с построением моделей нуклон-нуклонного взаимодействия (потенциалов однобозонного обмена — ОВЕР), учитывающих обмен мезонами и резонансами с различными пространственно-временными трансформационными свойствами. Этот интерес вполне понятен, ибо использование мезонных потенциалов ставит теорию структуры ядра на новую ступень, устраняя феноменологию на этапе выбора межнуклонного взаимодействия, отселяя ее в область описания элементарных частиц и их взаимодействий. Тем самым теории структуры ядра и элементарных частиц становятся тесно связанными, так что в каждой из них можно получить новые

результаты, используя закономерности, установленные в сопредельной области.

Имеется ряд обзорных работ, посвященных обсуждению свойств ОВЕ-потенциалов. В обзорах, выполненных В. В. Бабиковым [1], в лаконичной и ясной форме рассматривается состояние проблемы до 1970 г., причем обсуждаются в этих работах как мезонная теория ядерных сил и основные тенденции ее развития, так и перспективы приложения мезонной теории нуклон-нуклонных взаимодействий к тяжелым ядрам. Следует отметить также обзор Эркеленца [2], в котором рассматривается положение дел к 1974 г. Некоторые другие работы будут рассмотрены ниже.

Предлагаемый обзор посвящен обсуждению результатов, достигнутых к настоящему времени в реализации указанной выше программы, причем авторы ставили перед собой задачу объединить в одной работе обсуждение теории ядерной материи и теории конечных ядер на единой основе мезонной теории ядерных взаимодействий.

#### 1. ПОТЕНЦИАЛЫ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА

Рассмотрим систему двух нуклонов, взаимодействующих с мезонным полем. Пока не будем конкретизировать, поле какого именно мезона будем рассматривать (это может быть скалярное, векторное или псевдоскалярное поле).

Пусть состояние рассматриваемой системы описывается волновой функцией

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; Q; t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  — координаты первого и второго нуклонов;  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — их спиновые и изотопспиновые переменные;  $Q$  — переменная поля мезонов.

Запишем уравнение Шредингера для волновой функции (1):

$$\begin{aligned} & [H_D(\mathbf{r}_1, \xi_1) + H_D(\mathbf{r}_2, \xi_2) + H_{\text{int}}(\mathbf{r}_1, \xi_1) + \\ & + H_{\text{int}}(\mathbf{r}_2, \xi_2) + H_{\text{mes}}] \Psi(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; Q; t) = \\ & = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; Q; t), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$H_D(\mathbf{r}_i, \xi_i) = \alpha_i p_i + \beta_i M c^2 \quad (3)$$

операторы Дирака для первого и второго нуклонов (при  $i = 1$  и  $2$  соответственно);  $H_{\text{int}}(\mathbf{r}_i, \xi_i)$  — оператор взаимодействия  $i$ -го нуклона с мезонным полем. Вид  $H_{\text{int}}(\mathbf{r}, \xi)$  зависит от того, с какого вида мезонами рассматривается взаимодействие. При взаимодействии нуклонов со скалярными мезонами оператор взаимо-

действия

$$H_{\text{int}}^S(\mathbf{r}_i, \xi_i) = -\sqrt{2\pi} g_S \beta_i Q(\mathbf{r}_i), \quad (4)$$

при взаимодействии с векторными мезонами

$$H_{\text{int}}^V(\mathbf{r}_i, \xi_i) = -\sqrt{2\pi} \left\{ g_V \left[ \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} Q_k(\mathbf{r}_i) + i Q_0(\mathbf{r}_i) \right] + \frac{m}{4M^2} f_V \sigma_{\mu\nu}^i Q_{\mu\nu}(\mathbf{r}_i) \right\}, \quad (5)$$

где  $m$  — масса мезона;  $M$  — масса нуклона.

Оператор взаимодействия нуклона с псевдоскалярным мезонным полем имеет вид \*

$$H_{\text{int}}^P(\mathbf{r}_i, \xi_i) = -\sqrt{2\pi} g_P i \beta_i \gamma_{5,i} Q(\mathbf{r}_i), \quad (6)$$

где  $Q(\mathbf{r}_i)$  — амплитуда скалярного или псевдоскалярного поля в точке нахождения  $i$ -го нуклона;  $Q_k(\mathbf{r}_i)$  и  $Q_0(\mathbf{r}_i)$  — три пространственные и временная компоненты векторного поля;

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} [\gamma_\mu \gamma_\nu]; \quad Q_{\mu\nu}(\mathbf{r}) = \partial_\mu Q_\nu - \partial_\nu Q_\mu.$$

Константы  $g$  характеризуют интенсивность взаимодействия, в случае векторного поля (5) для характеристики взаимодействия необходима еще одна константа  $f_V$ .

Отметим, что наряду с приведенными выше возможны и другие виды оператора взаимодействия нуклонов с мезонными полями, но формулы (4) — (6) дают наиболее простые формы взаимодействия. Оператор  $H_{\text{mes}}$  в (2) описывает свободное мезонное поле. Матрицы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma_5$ ,  $\gamma_\mu$  — традиционные матрицы релятивистской теории.

Используя метод функционалов Фока, можно показать, что задачу о взаимодействии двух нуклонов через мезонное поле, определяемую уравнениями (2) — (6), в рамках однобозонного приближения можно свести (см., например, работу [4]) к следующей задаче:

$$\begin{aligned} & [H_D(\mathbf{r}_1, \xi_1) + H_D(\mathbf{r}_2, \xi_2) + V^D] \Phi_0(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; t) = \\ & = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_0(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; t), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\Phi_0(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; t)$  — волновая функция системы двух нуклонов;  $V^D$  — потенциал однобозонного обмена (ОБЕР).

\* Взаимодействие нуклона с псевдоскалярным мезонным полем рассматривается также в виде  $-(f/m) \beta \gamma_5 \gamma_\mu \partial_\mu Q(\mathbf{r})$ . В настоящее время не ясно, какая из этих двух форм взаимодействия реализуется на самом деле, однако выражение (6) нашло более широкое применение.

Если взаимодействие между нуклонами осуществляется через посредство скалярных мезонов, то (см. работу [4]):

$$V_S^D = V^S(r) \beta_1 \beta_2. \quad (8)$$

Для векторных мезонов имеем

$$V_V^D = V^V(r) (\alpha_1 \cdot \alpha_2 - 1). \quad (9)$$

Наконец, для псевдоскалярных мезонов

$$V_P^D = -V^P(r) \beta_1 \gamma_{5.1} \beta_2 \gamma_{5.2}. \quad (10)$$

Потенциалы (8) — (10) выписаны для случая, когда обмен между нуклонами осуществляется изоскалярными, т. е. имеющими нулевой изотопспин, мезонами.

Потенциалы взаимодействия, возникающие от обмена изовекторными мезонами, имеют вид:

$$V_{S\tau}^D = V^{S\tau}(r) \beta_1 \beta_2 (\tau_1 \cdot \tau_2); \quad (11)$$

$$V_{V\tau}^D = V^{V\tau}(r) (\alpha_1 \cdot \alpha_2 - 1) \tau_1 \cdot \tau_2; \quad (12)$$

$$V_{P\tau}^D = -V^{P\tau}(r) \beta_1 \gamma_{5.1} \beta_2 \gamma_{5.2} \tau_1 \cdot \tau_2. \quad (13)$$

Взаимодействие  $V^D$  в уравнении (7) содержит сумму взаимодействий по всем учитываемым при описании взаимодействия мезонам.

Отметим, что при получении потенциалов однобозонного обмена (ОБЕР) проводится процедура обрезания и вводятся так называемые форм-факторы взаимодействия  $F(k^2)$ , где  $\mathbf{k}$  — импульс мезона обмена. Смысл введения этой величины заключается в том, чтобы сделать получающийся из мезонной теории потенциал конечным при нулевых расстояниях между нуклонами. Тем самым обходятся трудности, связанные с расходимостями потенциала в нуле. Введение  $F(k^2)$  соответствует «размазыванию» точечных нуклонов по конечной области пространства и тем самым является феноменологическим способом учета конечных размеров нуклонов.

Мезон-нуклонные форм-факторы вводятся в значительной мере произвольно: так, форм-фактор в виде  $[\Lambda^2/(k^2 + \Lambda^2)]^{1/2}$  (где  $\Lambda$  — параметр обрезания) использовался в работах [4, 5] для упругого рассеяния и в работе [6] для неупругого  $p-p$ -рассеяния. Форм-фактор в виде  $\Lambda^2/(k^2 + \Lambda^2)$ , соответствующем так называемой дипольной регуляризации, использовался, например, в работе [7]. Проблема форм-факторов обсуждается в работах [1, 2, 4, 8]. Отметим, что в приближенных релятивистских расчетах (с точностью до  $v^2/c^2$ ) с использованием ОБЕ-потенциалов (в качестве межнуклонных взаимодействий) введение форм-факторов приводит

к устранению сингулярностей ( $1/r^3$ ) тензорных и спин-орбитальных сил.

Выбор форм-фактора в виде  $F(\mathbf{k}^2) = \Lambda^2/(\Lambda^2 + \mathbf{k}^2)$  приводит функции к  $V(r)$  следующему виду:

$$V(r) = -g^2 [\Lambda^2/(\Lambda^2 - m^2)]^2 \{ \exp(-mr)/r - [\exp(-\Lambda r)/r] [1 + (\Lambda^2 - m^2)r/2\Lambda] \}. \quad (14)$$

Отметим, что в настоящем обзоре используются функции  $V(r)$ , отличающиеся знаком от функций  $J(r)$ , которые использовались в работах [4, 7, 9, 10]; вид функций  $V(r)$ , соответствующий различным типам регуляризации, приведен, например, в работе [10].

Процедура получения ОВЕ-потенциала (8) — (13) в координатном представлении включает два приближения: используется адиабатическое приближение  $\mathbf{q}^2 \ll M^2$ , где  $\mathbf{q}$  — относительный импульс нуклонов в начальном состоянии;  $M$  — его масса и игнорируются эффекты запаздывания (см., например, работы [2, 11]).

Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать энергии в лабораторной системе координат, не превышающие 450 Мэв, уравнение Дирака (7) для двух нуклонов 1 и 2 можно редуцировать к уравнению типа Брейта — Паули, учитывающему релятивистские поправки с точностью до  $(v^2/c^2)$ .

В настоящем обзоре не будем останавливаться на этих преобразованиях (они изложены, например, в работе [4]) и приведем только окончательный результат. В приближении  $(v^2/c^2) \ll 1$  уравнение (7) принимает вид [4]:

$$[p_1^2/2M + p_2^2/2M + \sum_{\text{mesons}} V_{\text{tot}}(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2)] \Psi(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; t) = i\hbar \partial \Psi(\mathbf{r}_1, \xi_1; \mathbf{r}_2, \xi_2; t)/\partial t, \quad (15)$$

где взаимодействие  $V_{\text{tot}}$  между двумя нуклонами массой  $M$  имеет вид

$$V_{\text{tot}} = V_C(r) + V_\sigma(r) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) + V_{LS}(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} + V_T(r) S_{12} + V_\Delta(r) \nabla^2 + V_V(r) (\mathbf{r} \cdot \nabla), \quad (16)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  — радиус-вектор, соединяющий нуклоны;  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{12} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$  — относительный импульс нуклонов;  $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  — угловой момент относительного движения;  $\mathbf{S} = (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)/2$  — оператор полного спина двух нуклонов;  $S_{12} = [(3/r^2) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r}) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)]$  — тензорный оператор; вид функций  $V_C(r)$ ,  $V_\sigma(r)$ ,  $V_{LS}(r)$ ,  $V_T(r)$ ,  $V_\Delta(r)$ ,  $V_V(r)$  определяется пространственно-временными свойствами мезонов обмена. Приведем вклады в каждую компоненту (16) различных мезонов. Скалярные

МЕЗОНЫ:

$$V_C(r) = V^S(r) + a^2 \langle \nabla^2 V^S(r) \rangle / 4; \quad (17)$$

$$V_\sigma(r) = V_T(r) = 0; \quad V_{LS}(r) = -\frac{1}{2} a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^S}{dr}; \quad (18)$$

$$V_\Delta(r) = a^2 V^S(r); \quad (19)$$

$$V_\nabla(r) = a^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V^S(r). \quad (20)$$

Векторные мезоны:

$$\left. \begin{aligned} V_C(r) &= -V^V(r) - \frac{1}{2} a^2 \frac{f}{g} \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle; \\ V_\sigma(r) &= -\frac{1}{6} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle; \\ V_{LS}(r) &= -\frac{3}{2} a^2 \left(1 + \frac{4}{3} \frac{f}{g}\right) \frac{1}{r} \frac{dV^V(r)}{dr}; \\ V_T(r) &= \frac{1}{2} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV^V(r)}{dr}\right); \\ V_\Delta(r) &= a^2 V^V(r); \\ V_\nabla(r) &= a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^V(r)}{dr}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Псевдоскалярные мезоны:

$$\left. \begin{aligned} V_C(r) &= V_{LS}(r) = V_\Delta(r) = V_\nabla(r) = 0; \\ V_\sigma(r) &= -\frac{1}{12} a^2 \langle \nabla^2 V^P(r) \rangle; \\ V_T(r) &= -\frac{1}{12} a^2 r^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV^P(r)}{dr}\right), \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $a^2 = \hbar^2/Mc^2$ ; скобки  $\langle \rangle$  указывают на то, что действие оператора  $\nabla^2$  не распространяется на функции, стоящие вне этих скобок;  $f$  и  $g$  — константы соответственно тензорной и векторной связи векторного мезона с нуклонами [см. (5)]. Отметим, что отдельные слагаемые в выражении (16) не эрмитовы, хотя этот оператор в целом эрмитов. Это следует из того, что для скалярных мезонов оператор (16) с учетом (17) — (20) можно свести к следующему виду:

$$\begin{aligned} &V^S(r) - \frac{1}{2} a^2 [p^2 V^S(r) + V^S(r) p^2] - \\ & - \frac{1}{4} a^2 \langle \nabla^2 V^S(r) \rangle - \frac{1}{2} a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^S(r)}{dr} \mathbf{1} \cdot \mathbf{S}, \end{aligned}$$

все компоненты которого эрмитовы.

Для векторных мезонов вместо (16) и (21) имеем

$$\begin{aligned}
 & -V^V(r) - \frac{1}{2} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right) \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle - \\
 & - \frac{1}{2} a^2 [p^2 V^V(r) + V^V(r) p^2] - \frac{1}{6} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \times \\
 & \times \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \frac{1}{12} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \left( \frac{d^2 V^V}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dV^V}{dr} \right) S_{12} - \\
 & - \frac{3}{2} a^2 \left(1 + \frac{4}{3} \frac{f}{g}\right) \frac{1}{r} \frac{dV^V}{dr} \mathbf{l} \cdot \mathbf{S}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Отметим, что потенциалы (8) — (10) в статическом пределе ( $v/c \rightarrow 0$ ) сводятся к очень простым взаимодействиям:

$$V_S = V^S(r), \quad V_V = -V^V(r); \quad V_P = 0, \quad (24)$$

а оператор (16) представлен в виде суммы статической части (24), не зависящей от скорости и релятивистских поправок (порядка  $v^2/c^2$ ), причем структура оператора (16) такова, что для каждого типа мезона при заданных  $g$ ,  $f$ ,  $m$  и  $\Lambda$  все релятивистские поправки (спин-орбитальные и тензорные силы в том числе) однозначно определяются статическим пределом соответствующего ОБЕ-потенциала и не требуют дополнительных подгоночных параметров при использовании этого оператора для описания нуклон-нуклонного рассеяния или в многочастичной задаче.

В качестве мезонной координаты  $Q$  в (1) были рассмотрены псевдоскалярное, векторное и скалярное поля, соответствующие бозонам со спином  $J$ , равным 0 и 1. В настоящее время обнаружены также мезоны с  $J \geq 2$  (аксиально-векторные, тензорные), однако их массы настолько велики, что обмен такими мезонами представляется несущественным для нуклон-нуклонных взаимодействий низких энергий. Поэтому, как правило, рассматриваются так называемые PVS-модели  $NN$ -потенциала, включающие в рассмотрение псевдоскалярные ( $J^P = 0^-$ ), векторные ( $J^P = 1^-$ ) и скалярные ( $J^P = 0^+$ ) мезоны и резонансы.

В настоящее время открыто [12] тринадцать мезонов и резонансов с  $J \leq 1$ . Однако не все они имеют однозначно установленные квантовые числа. Основной набор мезонов и резонансов с  $J \leq 1$ , наблюдающихся экспериментально, приведен в табл. 1.

В схему ОБЕР-моделей из основного набора включается обмен  $\pi$ -,  $\eta$ -,  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\Phi$ -мезонами (некоторые авторы не рассматривают обмен  $\Phi$ -мезонами, учитывая вклад этого мезона косвенно через эффективную константу  $\omega N$ -связи).

Все ОБЕР-модели включают обмен скалярными мезонами, который вводится для объяснения притяжения в  $NN$ -потенциале на промежуточных расстояниях. Однако рядом авторов [13—15]

Таблица 1

Мезоны и резонансы с  $J \leq 1$  ( $I$  — изотопин)

$I \backslash J^P$	0-	0+	1-
0	$\eta$ (549 $M\text{эв}$ )	$\varepsilon$ (800—1000 $M\text{эв}$ ), $S^*$ (1000 $M\text{эв}$ )	$\omega$ (784 $M\text{эв}$ ) $\Phi$ (1019 $M\text{эв}$ )
1	$\pi$ (140 $M\text{эв}$ )	$\pi_N$ (950—1020 $M\text{эв}$ )	$\rho$ (765 $M\text{эв}$ )

было дано более физическое объяснение этого притяжения, связанное с включением двухпионного обмена. В силу этого обстоятельства, усиленного еще тем фактом, что для лучшей подгонки  $NN$ -данных, как правило, требуется скалярный-изоскалярный мезон с массой около 500  $M\text{эв}$  (а не 800—1000  $M\text{эв}$ ), следует считать введение скалярных изоскалярных мезонов в ОВЕР-модели искусственной процедурой, аппроксимирующей двухпионные силы; трехмезонный обмен в некоторых моделях имитируется скалярным изовекторным мезоном. Однако отметим, что в работе [9] подгонка  $NN$ -рассеяния осуществлена с использованием скалярных мезонов  $\varepsilon$  (782,8  $M\text{эв}$ ) и  $\delta$  (963  $M\text{эв}$ ) с массами, близкими к массам экспериментально установленных скалярных мезонов; наиболее существенным достижением этой работы (см. также работу [16]) является введение большой ширины  $\varepsilon$ -мезона, что позволяет избавиться от фиктивного скалярного мезона с маленькой массой.

Существование отталкивания на малых межнуклонных расстояниях, так называемый мягкий кор, в настоящее время может считаться установленным фактом. В свете новой релятивистской трактовки  $NN$ -взаимодействия [17, 18] вклад в это отталкивание дает также однопионный обмен.

Наконец,  $\pi$ -мезоны определяют дальнедействующую часть  $NN$ -потенциала, эта компонента  $NN$ -взаимодействия (ОРЕР) очень хорошо изучена и включалась ранее в качестве одной из компонент феноменологических моделей  $NN$ -потенциала.

Все PVS-модели содержат такую комбинацию скалярных и векторных потенциалов, что имеет место частичная компенсация сильных притягивательного, создаваемого скалярными мезонами, и отталкивательного, создаваемого векторными мезонами, статических членов (идея такого типа модели была высказана впервые Грином [19]), так что результирующий (притягивательный) статический потенциал относительно мал. Эта комбинация приводит также к резкому увеличению роли релятивистских эффектов в нуклон-нуклонном взаимодействии (релятивистские поправки порядка  $v^2/c^2$ , связанные с обменом скалярными и векторными



мезонами, определяются очень сильными статическими частями соответствующих ОВЕ-потенциалов и, в отличие от статических частей, имеют одинаковые знаки), такое проявление релятивистских эффектов принято характеризовать как «максимальный релятивизм».

Существуют релятивистские эффекты другой категории, определяемые термином минимальный релятивизм, эти релятивистские эффекты связаны с учетом релятивистского соотношения между энергией и импульсом, условия лоренцевой ковариантности и т. п. Наконец, релятивистские эффекты включают учет запаздывания (конечности времени распространения мезона обмена), которое по-видимому, весьма существенно при использовании этих потенциалов в схеме Хартри — Фока при решении многочастичной задачи; в частности, в настоящее время предполагается, что именно пренебрежение запаздыванием в потенциале однопимезонного обмена в форме (13) приводит к коллапсу ядра при проведении релятивистской процедуры самосогласования (см. ниже). Тем не менее все модели ОВЕ-потенциалов в координатном представлении, предложенные до настоящего времени [5, 7, 20, 21], запаздывания не учитывали, более того, считалось, что учет эффектов запаздывания в координатном представлении в принципе невозможен. Однако в работе [22] было показано, что учет запаздывания можно осуществить и в координатном представлении, хотя использование импульсного представления для этих целей обладает некоторыми преимуществами [23] (в последней работе построен ОВЕР в импульсном представлении, учитывающий запаздывание). К настоящему времени построен ряд ОВЕ-потенциалов в импульсном и координатном представлении (в этой связи отметим еще работы [24—26]); различные PVS-модели ОВЕ-потенциалов кроме представления (координатное или импульсное) отличаются также массами и константами связи некоторых мезонов обмена, процедурой регуляризации и качеством воспроизведения экспериментальных данных и свойств ядерной материи.

Потенциалы однобозонного обмена содержат небольшое по сравнению с феноменологическими потенциалами число подгоночных параметров  $5 \div 10$ , имеющих четкий физический смысл (подгоночными параметрами являются: параметры обрезания, константы связи скалярных,  $\rho$ -,  $\omega$ - и  $\phi$ -мезонов и массы скалярных мезонов), и описывают большую совокупность экспериментальных данных; сводка мезонов и параметров некоторых современных моделей ОВЕР приведена в табл. 2 (см. работы [4, 7, 9]). В этой таблице приведены в качестве примера параметры моделей ОВЕР, развитых Грином с сотр., параметры других моделей можно найти в работе [2]. Подгоночные параметры, как правило, во всех моделях определяются из описания  $NN$ -рассеяния в широком диапазоне энергий (0—450 Мэв) и свойств дейтона (энергии связи, квад-

Мезон	Тип потенциала	Параметры		
		$\pi$	$\eta$	$\rho$
Константа связи $g^2$ ; $f/g$ безразмерная	а [4]	14,7	—	—
	б [7, модель II]	14,37	—	0,84; 4,70
	в [7, модель III]	14,61	—	0,65; 5,06
	г [9]	14,26	2,53	0,583; 5,18
Масса мезона $m$ , $M_{\pi\pi}$	а [4]	138,7	—	—
	б [7, модель II]	138,7	—	763
	в [7, модель III]	138,7	—	763
	г [9]	138,7	548,7	763
Параметр обрезания $\Lambda$ , $M_{\pi\pi}$	а [4]	600	—	—
	б [7, модель II]	2293	—	1200
	в [7, модель III]	1299	—	1299
	г [9]	1879,1	1879,1	1879,1

рупольного момента, примеси  $D$ -состояния и т. д. [2]), при этом качество описания [23] не уступает качеству описания, полученному с одним из лучших феноменологических потенциалов — потенциалом Рейда с мягким кором [27] (причем последний не определен для  $J \geq 3$ ). Здесь не будем подробно останавливаться на описании свойств  $NN$ -системы в моделях однобозонного обмена (полный обзор см. в работе [2]). Отметим, что удобным аппаратом для решения этой задачи является квазипотенциальный подход, развитый А. А. Логуновым и А. Н. Тавхелидзе [28], который позволяет единым образом рассмотреть двухнуклонную задачу при низких и высоких энергиях. Особенность этого подхода заключается в том, что его уравнения записываются в виде, который позволяет включить релятивистские кинематические эффекты в двухнуклонное уравнение и  $NN$ -потенциалы, т. е. с самого начала формулировать задачу с полным учетом релятивизма. Следует отметить также вариант квазипотенциальной теории рассеяния, развитый В. Г. Кадышевским с сотр. [29, 30]; обзор основных идей квазипотенциального подхода дан в работе [31]. Плодотворность применения квазипотенциального подхода к проблеме межнуклонных сил отмечается В. В. Бабиковым и Пак Бен Гиrom в [32] (см. также работу [33]). Партови и Ломон [14] в рамках такого подхода [28, 34] вычислили  $NN$ -потенциал, учитывающий двухпионный обмен. В работе [35] (см. также работу [36]) уравнение Кадышевского — Матеева [29, 30] используется в рам-

Таблица 2

ОВЕ-потенциалов

$\omega$	$\sigma_1$	$\pi_D, \pi_N, \delta$	$\sigma_c$	$\sigma_0$	$\varepsilon$	$\eta_0, \eta_0^+$
25	—	—	—	—	14,7	—
7,83	—	4,47	1,97	—	—	3,98
9,68	1,01	—	1,52	7,32	—	—
10,00	—	1,39	—	—	13,9	—
783	—	—	—	—	600	—
782,8	—	1016	416,1	—	—	1070
782,8	763	—	416,1	782,8	—	—
782,8	—	963	—	—	782,8	—
1880	—	—	—	—	1880	—
1200	—	1200	1200	—	—	1200
1299	1299	—	1299	1299	—	—
1879,1	—	1879,1	—	—	416,1	—

как схемы однобозонного обмена для описания нуклон-нуклонного рассеяния (см. также работу [24, 37]).

Отметим, что ОВЕ-потенциалы допускают непосредственный переход в  $N\bar{N}$ -канал (нуклон-антинуклон), при этом связь между  $NN$ - и  $N\bar{N}$ -потенциалами определяется  $G$ -четностью ( $G$ -четность тех компонент потенциала, которые связаны с обменом несколькими мезонами, определяется как произведение  $G$ -четностей отдельных мезонов). Оказывается, что потенциал, связанный с обменом векторными изоскалярными мезонами при переходе в  $N\bar{N}$ -канал меняет знак, а потенциал, связанный с обменом скалярными-изоскалярными мезонами, сохраняет знак, что приводит к резкому увеличению потенциальной энергии взаимодействия в  $N\bar{N}$ -системе, поэтому следует ожидать, что спектр связанных  $N\bar{N}$ -состояний должен быть гораздо богаче, чем спектр в  $NN$ -системе. Спектр состояний в  $N\bar{N}$ -системе с маленьким дефектом массы изучался в работах [38, 39] с ОВЕ-потенциалами Брайена и Филлипса [40], расчеты привели к появлению в этой системе большого числа резонансов и связанных состояний с неравным нулю орбитальным моментом, причем резонансы характеризуются сравнительно большими значениями отношения  $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$  ( $\Gamma_{N\bar{N}}$  — ширина распада состояния по упругому каналу,  $\Gamma$  — аннигиляционная ширина). В работе [41] была сделана попытка (для различных вариантов

ОВЕР) получить в качестве связанных  $N\bar{N}$ -состояний те мезоны, которые передают взаимодействия в  $NN$ -канале (модель Ферми — Янга). Эти вопросы подробно обсуждаются в обзоре [42].

Во многих моделях ОВЕ-потенциалов константы связи векторных мезонов (в основном это относится к  $\omega$ -мезону) получаются больше их экспериментальных значений. От этого недостатка свободна модель, предложенная в работе [43] (см. также работу [44]), в которой получаются реальные значения всех мезон-нуклонных констант связи. Авторы работ [43, 44] ставят своей целью построить ОВЕР, описывающий одновременно низкоэнергетическое нуклон-нуклонное ( $NN$ ) и гиперон-нуклонное рассеяния. В работе [43] предложена такая модель, построенная в соответствии с  $SU(3)$ -симметрией, что позволяет переход в  $YN$ -канал. В этой модели  $\epsilon$ - и  $\rho$ -мезоны рассматриваются как мезоны, обладающие шириной; потенциал, связанный с обменом такого типа мезоном, можно представить в виде суммы потенциалов двух эффективных узких мезонов с различными массами, причем мезон с меньшей массой ( $\approx 510 M_{\text{эв}}$ ) в этом двухполюсном приближении соответствует традиционному фиктивному  $\sigma$ -мезону. Взаимодействие на очень малых расстояниях ( $r \lesssim 0,5$  ферми) описывается в работе [43] феноменологически с помощью жестких отталкивательных коров, радиусы которых являются подгоночными параметрами. Фазовые сдвиги в работе [43] описываются очень хорошо, хотя сохраняются трудности получения количественного согласия при подгонке  ${}^3D_2$  фаз, присущие всем мезонным потенциалам, хорошее описание получается в этой работе также для длин рассеяния, эффективных радиусов, параметров дейтона (результаты подгонки  $YN$ -рассеяния еще не опубликованы).

В работах [45, 46] ОВЕ-потенциалы используются для описания трехнуклонной системы, в частности, для вычислений энергии связи тритона ( $E_T$ ); в работе [47] исследуется вклад в энергию связи тритона трехчастных сил, основанных на мезонной теории (см. ниже).

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ ОВЕ-ПОТЕНЦИАЛОВ В РАСЧЕТАХ СВОЙСТВ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Наряду с задачами о рассеянии свободных нуклонов, дейтоне и тритоне расчеты свойств бесконечной ядерной материи дают значительную (и дополнительную к двухнуклонной задаче) информацию о межнуклонных силах, так как можно сказать, что существует теория ядерной материи, в которой, исходя из взаимодействия свободных нуклонов, можно приближенно вычислить плотность и энергию связи на нуклон ядерной материи, допуская при этом сравнительно небольшие погрешности, поддающиеся оценке. Такая сравнительно благоприятная ситуация в теории ядерной

материи возникла после того, как была установлена сходимость разложений Бракнера — Голдстоуна по числу независимых дырочных состояний\*, участвующих в процессе [48]. Иначе говоря, оказалось, что при определении свойств ядерной материи достаточно ограничиться рассмотрением лишь диаграмм первого порядка по эффективному взаимодействию между нуклонами, которое вычисляется в теории. Это следует из того, что процессы более высокого порядка содержат не менее трех независимых дырочных состояний и, следовательно, дают сравнительно небольшой вклад (процессы второго порядка по эффективному взаимодействию отсутствуют в теории Бракнера — Голдстоуна).

Отметим, что критерий сходимости по числу независимых дырочных состояний совпадает с критерием сходимости по степеням плотности ядерной материи. Действительно,  $n$  независимых дырок может образовываться в результате взаимодействия не менее чем  $n$  частиц, что возможно при сближении частиц одновременно до достаточно малого расстояния. Мерой этого расстояния служит не радиус действия ядерных сил, а, скорее, радиус отталкивательного (в случае ОВЕ-потенциалов — мягкого) кора, так как именно большое кóровое взаимодействие ведет в основном к сильным корреляционным эффектам в ядерной материи. Но вероятность для  $n$  частиц оказаться в области, размеры которой порядка радиуса кора, пропорциональна  $\rho^n$ , где  $\rho$  — плотность ядерной материи.

Обсудим вкратце природу эффективного взаимодействия. Физический смысл его введения в теорию заключается в учете так называемых «лестничных» диаграмм, отвечающих процессу рассеяния пары частиц выше границы Ферми\*\*, взаимодействующих через исходный двухнуклонный потенциал. На рис. 1 приведена лестничная диаграмма, которая может являться составной частью различных диаграмм. Последовательности диаграмм двух типов, содержащие в себе лестничные диаграммы, приведены на рис. 2 и 3. Диаграммы, являющиеся суммой последовательностей диаграмм, изображенных на рис. 2 и 3, соответственно приведены на рис. 4. Эти две диаграммы являются единственными диаграммами перво-

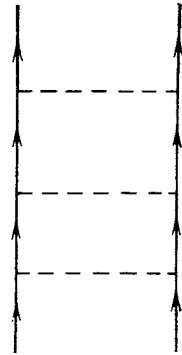


Рис. 1. Лестничная диаграмма

\* Под независимыми дырочными состояниями будем понимать такие состояния, импульс которых может произвольно выбираться внутри сферы Ферми без нарушения закона сохранения импульса в целом для процесса.

\*\* Под рассеянием в ядерной материи будем понимать любое изменение состояния частиц, при котором не происходит сдвига фаз при удалении частиц на бесконечное расстояние друг от друга. Из-за запрета Паули сдвиг фаз в результате акта взаимодействия невозможен в ядерной материи [48].

го порядка по эффективному взаимодействию. Нетрудно видеть, что они представляют собой не что иное, как хартри-фоковские прямую и обменную диаграммы, в которых в качестве взаимодействия берется эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие.

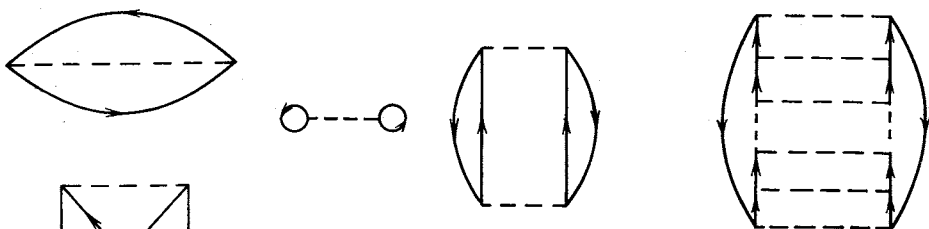
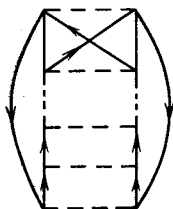


Рис. 2. Двухдырочные необменные диаграммы: сплошная линия обозначает частицы, если стрелки направлены вверх, и дырки, если стрелки направлены вниз; пунктирная линия — взаимодействие посредством исходных двухнуклонных сил



← Рис. 3. Двухдырочные обменные диаграммы: обозначения те же, что на рис. 2

Запишем энергию ядерной материи в виде

$$E = \sum_{m < k_F} \left\{ \langle m | \hat{T} | m \rangle + \frac{1}{2} \sum_{n < k_F} [\langle mn | G | mn \rangle - \langle mn | G | nm \rangle] \right\}, \quad (25)$$

где  $m$  и  $n$  — состояния нуклона (его импульс, проекции спина и изотопспина), суммирование ограничено лишь состояниями

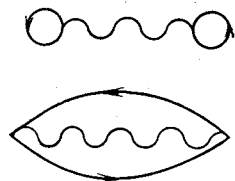


Рис. 4. Прямая и обменная диаграммы первого порядка по эффективному взаимодействию: волнистая линия — взаимодействие через эффективные нуклон-нуклонные силы, которые включают и соответствующие лестничные процессы

внутри поверхности Ферми, импульс Ферми  $k_F$  связан с плотностью ядерной материи  $\rho$  соотношением  $\rho = 2k_F^3/3\pi^2$ .  $G$  в (25) обозначает эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие, матричные элементы от него удовлетворяют уравнению Бете —

Голдстоуна:

$$\langle \mathbf{q}' | G(\mathbf{P}) | \mathbf{q} \rangle = \langle \mathbf{q}' | V | \mathbf{q} \rangle - \int \frac{Q(\mathbf{k}, \mathbf{P}) \langle \mathbf{q}' | V | \mathbf{k} \rangle \langle \mathbf{k} | G(\mathbf{P}) | \mathbf{q} \rangle}{E(\mathbf{P} + \mathbf{k}) + E(\mathbf{P} - \mathbf{k}) - W(\mathbf{q}, \mathbf{P})} d^3k. \quad (26)$$

Здесь  $V$  — исходный межнуклонный потенциал;  $\mathbf{q}$  — относительный импульс взаимодействующих нуклонов;  $\mathbf{P} = (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)/2$  — их средний импульс;  $E(\mathbf{P} \pm \mathbf{k})$  — энергии обоих нуклонов рассматриваемой пары с импульсами вне сферы Ферми:

$$E(\mathbf{k}_m) = k_m^2/2M; \quad (27)$$

$Q(\mathbf{k}, \mathbf{P})$  — оператор Паули, он равен 1, если оба импульса  $\mathbf{k} + \mathbf{P}$  и  $\mathbf{k} - \mathbf{P}$  лежат вне сферы Ферми, и 0 — в противном случае;  $W(\mathbf{q}, \mathbf{P})$  — так называемая начальная энергия. Для процессов, изображенных на рис. 2 и 3:

$$W(\mathbf{q}, \mathbf{P}) = \tilde{E}(\mathbf{P} + \mathbf{q}) + \tilde{E}(\mathbf{P} - \mathbf{q}), \quad (28)$$

где  $\tilde{E}(\mathbf{P} \pm \mathbf{q})$  — хартри-фокковские энергии нуклонов ниже границы Ферми:

$$\tilde{E}(\mathbf{k}_m) = \frac{k_m^2}{2M} + \sum_{n < k_F} [\langle mn | G(\mathbf{P}) | mn \rangle - \langle mn | G(\mathbf{P}) | nm \rangle]. \quad (29)$$

Как видно из (26), эффективное взаимодействие зависит от среднего импульса  $\mathbf{P}$  пары нуклонов и, следовательно, не является галилеево-инвариантным, каковым является в нерелятивистском пределе ( $v/c \rightarrow 0$ ) исходное взаимодействие нуклонов. Это объясняется наличием среды, которая выделяет систему, покоящуюся относительно среды, в которой суммарный импульс всех частиц среды равен нулю. Зависимость от суммарного импульса частиц приводит к тому, что эффективное взаимодействие зависит также от угла между относительным импульсом и вектором  $\mathbf{P}$ . Это означает нарушение изотропности в пространстве относительного импульса, что приводит к несохранению относительного углового момента пары нуклонов, взаимодействующих эффективными силами. Однако зависимость  $G$  от  $\mathbf{P}$  довольно слабая, поэтому упомянутое нарушение симметрии незначительно и им обычно пренебрегают (см. ниже).

Заметим, что соотношения (26), (28), (29) образуют систему связанных уравнений — одночастичные энергии  $\tilde{E}(\mathbf{k}_m)$  зависят, согласно (29), от эффективного взаимодействия  $G$ , которое, в свою очередь, зависит от одночастичных энергий через начальную энергию (28). Следовательно, для нахождения эффективного взаимодействия должна решаться задача на самосогласование. Отметим, что в данном случае нет необходимости в нахождении

одночастичных волновых функций, так как из симметрии задачи (трансляционная инвариантность) ими могут быть только плоские волны. Тем не менее задача на самосоглашение возникла из-за того, что в качестве взаимодействия рассматривается не фиксированное межнуклонное пустотное взаимодействие, а эффективное, которое само зависит от состояния нуклонов.

Уравнение Бете — Голдстоуна обычно решается приближенно с использованием следующих двух упрощающих предположений:

1) оператор Паули  $Q(\mathbf{k}, P)$  усредняется по углу между векторами  $\mathbf{k}$  и  $P$ :

$$\bar{Q}(\mathbf{k}, P) = \frac{1}{2} \int_0^\pi Q'_i(\mathbf{k}, P) \sin \theta d\theta,$$

где  $\theta$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $P$ . Учитывая, что в интеграл дают вклад только углы  $\theta$ , для которых

$$|\cos \theta| < (P^2 + k^2 - k_F^2)/(2kP),$$

получаем

$$\bar{Q}(\mathbf{k}, P) = \begin{cases} 0, & \text{если } P^2 + k^2 \leq k_F^2; \\ 1, & \text{если } k - P \geq k_F; \\ (P^2 + k^2 - k_F^2)/2kP & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (30)$$

причем мы приняли во внимание, что средний импульс  $P \leq k_F$  в силу сохранения импульса пары нуклонов в однородной ядерной материи;

2) хартри-фоковские энергии принимаются в виде

$$\tilde{E}(\mathbf{k}_m) = k_m^{2*}/2M^* + A, \quad (31)$$

где  $M^*$  и  $A$  — подгоночные параметры, причем  $M^*$  играет роль эффективной массы.  $M^*$  и  $A$  выбираются из условия самосоглашения: по начальному приближению для  $M^*$  и  $A$  вычисляется  $G$ , затем по (29) вычисляются  $\tilde{E}(\mathbf{k}_m)$  ( $k_m < k_F$ ) и находятся новые значения  $M^*$  и  $A$ , наилучшим образом аппроксимирующие  $\tilde{E}(\mathbf{k}_m)$ ; такие итерации повторяются до сходимости процесса.

Оба приближения приводят лишь к незначительным погрешностям при вычислении энергии ядерной материи: в отношении первого приближения на это указывается в работе [2], второе приближение обсуждается в статье [49].

Уравнение Бете — Голдстоуна (26) при сделанных приближениях решается в представлении парциальных волн. В этом представлении можно записать матрицы взаимодействия  $V$  и эф-



эффективного взаимодействия  $G$  в виде (см., например, работу [50]):

$$\langle \mathbf{q}' | G(\mathbf{P}) | \mathbf{q} \rangle = \frac{2}{\pi} \sum_{\alpha l l' M} i^{l-l'} G_{ll'}^\alpha(P, q', q) \mathcal{Y}_{lS}^{JM}(\hat{q}') \mathcal{Y}_{l'S}^{JM+}(\hat{q}); \quad (32)$$

$$\langle \mathbf{q}' | V | \mathbf{q} \rangle = \frac{2}{\pi} \sum_{\alpha l l' M} i^{l-l'} V_{ll'}^\alpha(q', q) \mathcal{Y}_{lS}^{JM}(\hat{q}') \mathcal{Y}_{l'S}^{JM+}(\hat{q}), \quad (33)$$

где  $\alpha$  обозначает набор квантовых чисел:  $J, S, T$  — угловой момент, спиновый момент и изотопический спин пары нуклонов в данной парциальной волне;  $\mathcal{Y}_{lS}^{JN}(\hat{q})$  — сферические спиноры:

$$\mathcal{Y}_{lS}^{JM}(\hat{q}) = \sum_{m_l m_S} \langle l S m_l m_S | J M \rangle Y_{l m_l}(\hat{q}) | S m_S \rangle. \quad (34)$$

Подставляя выражения (32) и (33) в уравнение (26), получаем следующее интегральное уравнение для матрицы эффективного взаимодействия в представлении парциальных волн:

$$G_{ll'}^\alpha(P, q', q) = V_{ll'}^\alpha(q', q) - \frac{2}{\pi} \sum_{l''} \int_0^\infty \frac{V_{ll''}^\alpha(q', k) \bar{Q}(k, P) G_{l'l''}^\alpha(P, k, q)}{P^2/2M + k^2/2M - W(q, P)} k^2 dk, \quad (35)$$

где учтено, что согласно (28) и при приближении (31) начальная энергия  $W(q, P)$  не зависит от угла между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{P}$ .

Рассмотрим результаты численных расчетов на основе уравнения (35) при использовании в нем ОВЕ-потенциалов, приведенных в работе [49]. В этой работе уравнение (35) еще несколько упрощено заменой в нем среднего импульса  $P$ , который может изменяться в интервале  $[0, k_F]$  некоторым средним значением  $P_{av}$ . Это не сильно искажает решение уравнения, так как относительный импульс  $\mathbf{k}$  пары нуклонов в среднем значительно превосходит граничный импульс  $k_F$ , а следовательно, и  $P$ . Последнее связано с тем, что короткодействующий отталкивательный кор приводит к выбрасыванию пар нуклонов высоко над сферой Ферми (среднее значение относительного импульса  $\approx 1/(\text{радиус кора})$ , что соответствует энергии  $\geq 300$  Мэв, которая значительно больше энергии Ферми  $\approx 50$  Мэв).

С учетом сделанного замечания уравнение (35) решается методом обращения матрицы, который заключается в замене интеграла суммой по конечному числу значений импульса  $k$ , что превращает интегральное уравнение в систему линейных алгебраических уравнений относительно  $G_{ll'}^\alpha(P, q', q)$ , где  $q'$  входит во множество значений импульса, по которым проводится суммирование.

Эмпирическое значение плотности ядерной материи берется равным значению плотности нуклонов в центре тяжелых ядер.

Энергия связи на нуклон извлекается из формулы Вайцекера ее экстраполяцией при  $A = 2N = 2Z \rightarrow \infty$  и пренебрежением в ней кулоновским взаимодействием протонов.

Результаты расчета энергии связи ядерной материи на нуклон по изложенной выше схеме для ОВЕ-потенциала в импульсном представлении, введенном в работе [23], приведены в табл. 3.

Таблица 3  
Энергия связи ядерной материи в зависимости от граничного импульса Ферми  $k_F$

$k_F$ , ферми <sup>-1</sup>	1,20	1,36	1,50	1,55	1,60	1,70	1,80
Потенциальная энергия, Мэв	-27,63	-34,51	-40,33	-42,28	-44,15	-47,57	-50,38
Кинетическая энергия, Мэв	17,92	23,01	27,99	29,89	31,85	35,95	40,31
Энергия связи, Мэв	-9,72	-11,50	-12,33	-12,40	-12,30	-11,61	-10,07

Эти расчеты были проделаны в работе [49]. Насыщение (минимальная энергия) соответствует импульсу Ферми  $k_F \approx 1,55$  ферми<sup>-1</sup> и энергии связи на нуклон 12,4 Мэв. Эмпирические значения этих величин составляют соответственно 1,4 ферми<sup>-1</sup> и 15,7 Мэв. Если недостаточную энергию связи можно увеличить благодаря учету трех-, четырех- и т. д. частичных диаграмм, то слишком большое значение плотности при учете  $n$ -частичных диаграмм ( $n \geq 3$ ) только ухудшается. Это связано с тем, что при увеличении плотности относительная роль многочастичных корреляций возрастает, так как их вклад содержит более высокую степень плотности, чем вклад от основных, двухчастичных диаграмм.

Потенциал, использованный в уравнении Бете — Голдстоуна в описанных только что расчетах, в импульсном представлении имеет следующий вид:

$$V(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sqrt{M/E_p} V_{OBE}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \sqrt{M/E_q}, \quad (36)$$

где  $V_{OBE}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  — потенциал однобозонного обмена; факторы  $(M/E_{p,q})^{1/2}$  — поправки на «минимальный релятивизм». Обсудим смысл этой поправки, будем при этом следовать работе [51]. Амплитуда рассеяния  $\tilde{R}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  свободных релятивистских нуклонов подчиняется уравнению [28, 34]:

$$\tilde{R}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V_{OBE}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') - \frac{2M^2}{(2\pi)^3} \int \frac{V_{OBE}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \tilde{R}(\mathbf{q}, \mathbf{k}')}{(q^2 - k'^2 + i\epsilon)(M^2 + q^2)^{1/2}} d^3q. \quad (37)$$

Нерелятивистское же уравнение Липпмана — Швингера для амплитуды рассеяния имеет вид

$$R(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = V_{OBE}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') - \frac{2M}{(2\pi)^3} \int \frac{V_{OBE}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) R(\mathbf{q}, \mathbf{k}')}{q^2 - k'^2 + i\epsilon} d^3q. \quad (38)$$

Амплитуда  $R(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ , получающаяся из уравнения (38), не удовлетворяет релятивистскому условию унитарности, что означает нарушение общего релятивистского соотношения между амплитудой рассеяния вперед и полным сечением рассеяния. Однако если в уравнении (38) вместо  $V_{OBE}$  использовать потенциал (36) и считать релятивистской амплитудой величину

$$\tilde{R}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sqrt{M/E_p} R(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \sqrt{M/E_q},$$

то уравнение (37) для  $\tilde{R}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  будет удовлетворено и релятивистская унитарность восстановлена. Следовательно, можно считать, что если использовать нерелятивистское уравнение, то в нем нужно брать не сам ОВЕ-потенциал, а потенциал вида (36). Это только что было продемонстрировано для уравнения Липпмана — Швингера, описывающего две свободные частицы. Этот вывод экстраполируется и на уравнение Бете — Голдстоуна (26), которое описывает пару частиц в ядерной среде.

Отметим, что наряду с учетом релятивизма за счет изменения потенциала, согласно соотношению (36), существует и другой способ, который заключается в замене нерелятивистского оператора кинетической энергии (27) в знаменателе уравнения (26) его релятивистской формой

$$E(\mathbf{k}_m) = (M^2 + k_m^2)^{1/2} - M.$$

Такой учет релятивизма был предложен Ли и Табакиным [50].

В работе [51] влияние поправки на минимальный релятивизм, согласно (36), выяснялось с помощью численных расчетов, причем оказалось, что энергия связи при отбрасывании этой поправки изменяется на  $0,5 M\epsilon v$ , т. е. не очень значительно. Причина столь слабого влияния минимального релятивизма, однако, может объясняться не малой его существенностью, а тем, что параметры использованного в работе [51] потенциала с поправкой на этот релятивизм и без нее подгонялись независимо из данных для  $NN$ -систем, и следовательно, в одном случае поправка на минимальный релятивизм учитывалась эффективно в выборе параметров потенциала.

В пользу важности релятивистских поправок и, в частности, поправок на минимальный релятивизм можно привести следующее качественное соображение: нуклон-нуклонные корреляции, обусловленные кором, приводят к состояниям с относительным

импульсом, отвечающим энергиям  $300 \text{ Мэв}$ , при которых проявление релятивистских эффектов вполне естественно.

Калоджеро и Леви [10] приводят следующий аргумент, говорящий в пользу учета релятивизма при использовании релятивистских уравнений в исходной, а не редуцированной форме. В работе [10] проведено вычисление энергии связи ядерной материи в нерелятивистском одночастичном приближении для ОВЕ-потенциала в координатном представлении, параметры которого подбирались Миллером и Грином [52] так, чтобы получить правильное значение энергии связи дважды магических ядер. Миллер и Грин тоже работали в одночастичном приближении, но применяли релятивистское уравнение Дирака. Энергия связи, полученная Калоджеро и Леви, оказалась очень большой ( $-38,9 \text{ Мэв}$  на нуклон). Вряд ли это различие в энергиях связи можно приписать конечности ядер или эффектам обмена, которые не были учтены Миллером и Грином. Скорее всего, разница возникла из-за недостаточно полного учета релятивистского характера движения нуклонов в расчетах Калоджеро и Леви.

Однако обоснованность этого вывода сильно снижается тем, что в обоих случаях вычисления проводились в одночастичном приближении.

Расчеты свойств ядерной материи с рядом различных ОВЕ-потенциалов были проведены Холинде и Махлайдтом [11]. В табл. 4

Таблица 4

Энергия связи ядерной материи для различных ОВЕ-потенциалов, полученных некоторыми авторами

ОВЕ-потенциал	Холинд- Махлайдт [11]	Ширхольц [26]	Герстен, Томпсон, Грин [24]	Уеда, Накк, Грин [53]
Энергия связи, $\text{Мэв}$	-11,83	-17,84	-18,82	-19,23
Энергия связи при насыщении, $\text{Мэв}$	-11,9	-21,4	-22,2	-23,3
Импульс Ферми при насыщении, $\text{ферми}^{-1}$	1,48	1,88	1,83	1,87

приведены некоторые из полученных ими результатов для энергии связи ядерной материи. Вычисления для энергии связи проведены при  $k_F = 1,5 \text{ ферми}^{-1}$ .

Из приведенных данных можно заключить, что потенциал Холинде — Махлайдта дает наилучшие результаты, если учесть, что поправки к теории Бракнера — Бете — Голдстоуна, связанные с трех- и более частичными диаграммами, приведут к увели-

чению энергии связи и плотности (см. работу [3]), а обе эти величины и так превышают эмпирические значения для всех потенциалов, кроме первого.

Отметим, что в последние годы в связи с тем, что расчеты энергии связи ядерной материи все более и более совершенствуются, в мезонной теории возродился интерес к проблеме трехчастичных сил, связанных с обменом двумя  $\pi$ -мезонами (взаимодействия, вызываемые обменом двумя более тяжелыми мезонами, пренебрежимо малы). Трехчастичное взаимодействие может осуществляться как за счет непосредственного обмена, так и за счет рассеяния  $\pi$ -мезона на третьем нуклоне через промежуточное состояние  $N^*$  [через хорошо известный резонанс  $\Delta$  (1236)]. Эта проблема обсуждается в обзорах [3, 32]. Соответствующую литературу, имеющуюся в них, следует дополнить тремя более поздними работами [54—56]. Трехчастичные силы дают вклад в энергию связи ядерной материи, равный, согласно [57],  $1,7$  Мэв энергии притяжения на нуклон, но ее нельзя считать окончательной [54—56]; знак этого вклада также говорит в пользу потенциала [49]. Отметим, что ОВЕ-потенциал, введенный в работе [11], дает наилучшее количественное описание  $NN$ -рассеяния и свойства дейтона.

В работе [10] проводились расчеты свойств ядерной материи в приближении ферми-газа. Это означает, что волновая функция нуклонов бралась в виде слейтеровского детерминанта. Ясно, что в приближении ферми-газа должна получиться меньшая энергия связи, так как корреляции, учитываемые теорией Бракнера — Бете — Голдстоуна, в значительной степени связаны с затуханием двухчастичной волновой функции при сближении нуклонов на расстояния порядка радиуса кора и меньше, в то время как в модели ферми-газа такое затухание в области кора отсутствует, что приводит к дополнительному положительному вкладу в энергию ядерной материи. Действительно, в работе [10] для всех ОВЕ-потенциалов, параметры которых были получены из данных для двух свободных нуклонов, получилась вовсе несвязанная ядерная материя. Это говорит о неудовлетворительности модели ферми-газа в применении к ядерной материи.

В заключение раздела отметим, что в работе [36] предлагается расширение стандартной теории Бракнера с ОВЕ-силами, включающее мезонные степени свободы, т. е. теория, в которой гильбертово пространство включает состояния нуклонов и мезонов. В этом подходе основой является полевой гамильтониан типа Чу и Лоу, который рассматривается в рамках нековариантной теории возмущений (игнорирующей антинуклонные состояния). Вначале рассматривается двухнуклонная проблема, решение которой приводит к уравнению Кадышевского — Матева [29, 30], а затем развивается теория ядерной материи, переходящая в адиабатиче-

ском приближении (см., например, работу [36]) в традиционную теорию Бракнера. Численные расчеты ядерной материи в рамках развитого формализма должны быть опубликованы\*.

### 3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ САМОСОГЛАСОВАННАЯ ТЕОРИЯ ЯДРА

Будем здесь использовать релятивистские потенциалы, введенные в работах [4, 7, 9] и в работах [23, 25]. Изложим два подхода к задаче многих тел с использованием ОВЕ-потенциалов.

Рассмотрение первого подхода начнем с обсуждения работ [52, 58—60]. В работе [52] для построения мезонной теории структуры ядра используется релятивистская самосогласованная теория, основывающаяся на ОВЕ-потенциалах в форме (8) — (13) (см., например, работу [4]).

Рассмотрим систему  $A$  нуклонов, взаимодействующих друг с другом посредством обмена скалярными, векторными и псевдоскалярными мезонами (как изоскалярными, так и изовекторными). Оператор Гамильтона этой системы имеет вид

$$\begin{aligned}
 H = & \left[ \sum_{i=1}^A (\alpha_i \cdot \mathbf{p}_i + \beta_i M c^2) + \right. \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i, k=1}^A \left\{ -\beta_i \beta_k \left( \sum_S V_{ik}^S + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k \sum_{S\boldsymbol{\tau}_i} V_{ik}^{S\boldsymbol{\tau}_i} \right) + \right. \\
 & + (1 - \alpha_i \cdot \alpha_k) \left( \sum_V V_{ik}^V + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k \sum_{V\boldsymbol{\tau}_i} V_{ik}^{V\boldsymbol{\tau}_i} \right) + \\
 & \left. \left. + \beta_i \gamma_5 \cdot \beta_k \gamma_5 \cdot k \left( \sum_P V_{ik}^P + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_k \sum_{P\boldsymbol{\tau}_i} V_{ik}^{P\boldsymbol{\tau}_i} \right) \right\} \right], \quad (39)
 \end{aligned}$$

где  $\Sigma_S$ ,  $\Sigma_V$  и  $\Sigma_P$  — суммирование по изоскалярным, скалярным, векторным и псевдовекторным мезонам, а  $\Sigma_{S\boldsymbol{\tau}_i}$ ,  $\Sigma_{V\boldsymbol{\tau}_i}$  и  $\Sigma_{P\boldsymbol{\tau}_i}$  — по изовекторным мезонам с теми же пространственно-временными трансформационными свойствами. В работе [52] применяется «дипольная» регуляризация функций  $V_{ik}$ .

Для получения из (39) одночастичных самосогласованных релятивистских уравнений в работе [52] используется вариационная процедура, которая приводит к локальному уравнению Дирака наиболее общего вида:

$$\begin{aligned}
 & \{\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta [M c^2 + U_S(\mathbf{r}) + \gamma^\mu U_V^\mu(\mathbf{r}) + \\
 & + \gamma^5 \gamma^\mu U_A^\mu(\mathbf{r}) + \gamma^5 U_P(\mathbf{r}) + \gamma^\mu \gamma^5 U_T^{\mu\nu}(\mathbf{r})]\} \Phi = \\
 & = E' \Phi, \quad E' = E + M c^2, \quad (40)
 \end{aligned}$$

\* Эти результаты опубликованы в работе К. Kotthoff, R. Machleidt, D. Schütte. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 264, p. 484.

где  $U_S(\mathbf{r})$ ,  $U_V^\mu(\mathbf{r})$ ,  $U_A^\mu(\mathbf{r})$ ,  $U_P(\mathbf{r})$ ,  $U_T^{\mu\nu}(\mathbf{r})$  — соответственно скалярные, векторные, псевдовекторные, псевдоскалярные и тензорные релятивистские одночастичные потенциалы. Все эти компоненты хотя и локальные, но зависят от состояния (вид их определяется также функциями  $V(ik)$ ). Объектом приложения уравнения (40) в работах [52, 59] являются ядра с заполненными оболочками. В этом случае однонуклонные состояния

$$\Phi(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} if_\kappa(\mathbf{r}) \mathcal{Y}_{IS}^{jm} \\ g_\kappa(\mathbf{r}) \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r})}{r} \mathcal{Y}_{IS}^{jm} \end{pmatrix}, \quad (41)$$

где  $f_\kappa(\mathbf{r})$  и  $g_\kappa(\mathbf{r})$  — большая и малая компоненты радиальной волновой функции соответственно;  $\mathcal{Y}_{IS}^{jm}$  — шаровой спинор;  $\kappa = \pm(j + 1/2)$  для  $j = (l \mp 1/2)$  являются собственными состояниями операторов углового момента  $\mathbf{J}$  и четности  $P$ , поэтому должны выполняться следующие коммутационные соотношения:

$$[U(\mathbf{r}), \mathbf{J}] = [U(\mathbf{r}), P] = 0, \quad (42)$$

здесь  $U(\mathbf{r})$  — полный потенциал уравнения (40), а

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}, \quad P = \beta P_0$$

( $P_0$  — нерелятивистский оператор четности).

Требование (42) значительно упрощает уравнение Дирака (40), приводя его к виду

$$\{c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta [Mc^2 + U(\mathbf{r})]\} \Phi = E' \Phi \quad (43)$$

с потенциалом

$$U(\mathbf{r}) = [U_S(\mathbf{r}) + \gamma^0 U_V^0(\mathbf{r}) - \gamma^i U_V^i(\mathbf{r}) - \gamma^0 \gamma^i U_T^i(\mathbf{r})], \quad (44)$$

в котором все присутствующие компоненты не зависят от углов; псевдоскалярный и псевдовекторный потенциалы отсутствуют; только радиальные компоненты двух 3-векторов  $U_V^i(\mathbf{r})$  и  $U_T^{0j}(\mathbf{r})$  ( $j = 1, 2, 3$ ), обозначенные как  $U_V^i(\mathbf{r})$  и  $U_T^i(\mathbf{r})$ , отличны от нуля. Появление операторов  $U_V^i(\mathbf{r})$  и  $U_T^i(\mathbf{r})$  связано с учетом обменных фоковских эффектов.

При проведении численных расчетов в работе [52] обменные эффекты игнорировались, в этом случае для ядер с замкнутыми оболочками только скалярное взаимодействие и нулевая компонента векторного взаимодействия дают вклад в прямой потенциал (подчеркнем, что в этом случае  $\pi$ -мезоны не дают вклада в одночастичный самосогласованный релятивистский потенциал).

В работе [52] проводились расчеты полных энергий связи и среднеквадратических радиусов дважды магических ядер. Результаты расчетов [52], приведенные в табл. 5, сравниваются с результатами хартри-фоковских феноменологических расчетов Дэвиса и Маккарти [61], Келера [62], Нежеля [63], Немета и Вотерена [64].

Таблица 5

**Расчеты полной энергии связи и среднеквадратических радиусов  
дважды магических ядер**

Ядро	Энергия связи/ <i>A</i> , <i>Мэв</i>						Среднеквадратический радиус, <i>ферми</i>					
	[61]	[62]	[63]	[64]	[52]	Эксп.	[63]	[61]	[62]	[64]	[52]	Эксп.
<sup>16</sup> O	6,76	8,10	6,75	7,73	7,35	7,98	2,71	2,59	2,84	2,76	2,60	2,73
<sup>40</sup> Ca	4,99	8,53	7,49	8,32	8,25	8,55	3,41	3,19	3,67	3,45	3,49	3,49
<sup>48</sup> Ca	4,00	8,70	7,48	7,87	8,55	8,67	3,45	3,25	3,75	3,52	3,49	3,48
<sup>90</sup> Zr	—	8,59	7,85	8,00	8,87	8,71	4,18	—	4,58	4,23	4,30	4,30
<sup>208</sup> Pb	2,49	7,90	7,53	7,31	8,05	7,87	5,37	4,87	5,94	5,44	5,54	5,50

Как видно из табл. 5, наилучшие среднеквадратические радиусы получаются в расчетах Миллера и Грина, в то время как расчеты Келера дают лучшие значения полной энергии связи. В работе [52] рассчитывались также собственные значения энергий различных одночастичных состояний дважды магических ядер, которые разумно согласуются с экспериментальными энергиями отделения даже для глубоких состояний. В этом заключается еще одно преимущество релятивистского подхода по сравнению с нерелятивистскими феноменологическими расчетами, которые требуют включения сил, зависящих от плотности или феноменологических трехчастичных сил.

Успех релятивистской теории Хартри в воспроизведении свойств насыщения и одночастичных уровней ядер с замкнутыми оболочками [58] в значительной мере связан с тем обстоятельством, что математическое ожидание релятивистского оператора кинетической энергии  $\hat{T} = \alpha \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + (\beta - 1) Mc^2$  значительно отличается от его нерелятивистского аналога. Действительно, вычисление математического ожидания оператора  $\hat{T}$  с релятивистскими волновыми функциями (41) приводит к следующему выражению [58]:

$$\langle \Phi_k | \hat{T} | \Phi_k \rangle = \int_0^\infty [E_k - U_S(r) - U_V^0(r)] f_k^2(r) r^2 dr + \\ + \int_0^\infty [U_S(r) - U_V^0(r) + E_k] g_k^2(r) r^2 dr.$$



Второе слагаемое дает существенный релятивистский эффект, связанный с взаимным усилением очень глубоких потенциалов  $U_S(r)$  и  $U_V^0(r)$  в этом слагаемом (в то время как в первом слагаемом их комбинация оказывается в значительной мере ослабленной). Вклад второго слагаемого составляет  $-(5-10) Mэв$ . Именно с этой перенормировкой кинетической энергии и связан отмеченный выше успех релятивистского подхода [52, 59].

Работа [52] выполнена с использованием четырехпараметрической модели потенциалов однобозонного обмена с включением мезонов, представленных в табл. 6.

Равенство параметров  $\omega$ - и  $\epsilon$ -мезонов служит для полной компенсации статических частей векторного и скалярного потенциалов. Притяжение между ну-

клонами обеспечивается в работе [52] легким скалярным  $\sigma$ -мезоном с массой, равной двум массам  $\pi$ -мезона. Векторный-изовекторный  $\rho$ -мезон ответствен за создание энергии симметрии, хотя члены, соответствующие связи с производной [см. (5)] в [52], не рассматриваются; используется дипольная регуляризация, подгоночными параметрами являются константы связи  $\omega$ -,  $\sigma$ - и  $\rho$ -мезонов и параметр регуляризации  $\Lambda$ , равный удвоенной массе нуклона.

Отметим, что модель ОВЕ-потенциала, применяемая в работе [52] для расчета свойств ядер, для подгонки нуклон-нуклонного рассеяния не использовалась, хотя она обладает всеми основными свойствами «реалистических» ОВЕ-потенциалов. Различие между эффективным взаимодействием [52] и свободными ОВЕ-потенциалами [4, 7, 9] проявляется в некотором различии подгоночных параметров и связано частично с различием схем описания  $NN$ -рассеяния и ядерной структуры: параметры реалистических ОВЕ-потенциалов [4, 7, 9] были получены из подгонки  $NN$ -рассеяния и свойств дейтона в рамках уравнения Шредингера с учетом релятивистских поправок порядка  $v^2/c^2$  (уравнения Брейта — Паули) [4], в то время как параметры эффективных ОВЕ-потенциалов получались в работе [52] при решении релятивистских хартриевских уравнений Дирака с формой записи ОВЕ-потенциалов в виде (8) — (13). Оставшееся различие приписывается корреляциям. Корреляционные эффекты очень существенны для нерелятивистских локальных  $NN$ -потенциалов (с жесткими отталкивательными корами, которые ответственны за большую часть корреляционных эффектов нерелятивистских моделей).

Таблица 6  
Мезоны ОВЕ-потенциала Миллера и Грина [52] и его параметры

Мезон	$IJP$	Масса, $Mэв$	$g^2$
$\omega$	01-	782,8	25,0
$\epsilon$	00+	782,8	25,0
$\sigma$	00+	277,4	0,675
$\rho$	11-	763,0	2,5
		$\Lambda = 2 M$	

Прежде чем перейти к обсуждению роли корреляций в рассматриваемой релятивистской самосогласованной теории, отметим, что реализация в работе [52] релятивистского формализма с формой записи однобозонного потенциала в виде (8)—(13) приводит к отсутствию сложной зависимости эффективных потенциалов, содержащейся в эффективных взаимодействиях нерелятивистских теорий [62], от относительных двухчастичных состояний и локальной плотности. Это обстоятельство связано с тем, что зависимость от состояний несут на себе  $\gamma$ -матрицы Дирака, идентифицирующие тип мезона обмена.

Релятивистские эффекты ОВЕР-моделей устраняют необходимость введения жесткого кора. Возможность точной подгонки  $S$  фаз без введения жестких коров в моделях однобозонного обмена — непосредственное следствие наличия зависящих от скорости компонент. Далее, ослабление корреляционных эффектов при использовании релятивистской самосогласованной теории связано, как утверждается в работе [58], с одним из проявлений эффектов «максимального релятивизма», который уже рассматривался выше, — перенормировкой математического ожидания одночастичного релятивистского оператора кинетической энергии. Ослабленная по сравнению с нерелятивистскими феноменологическими расчетами роль корреляционных эффектов при использовании ОВЕР-моделей была установлена также в расчетах бесконечной ядерной материи в работах [65, 66], в которых получено сильное уменьшение «интеграла от раны» (см., например, работу [48]) для моделей однобозонного обмена.

Однако корреляционные эффекты важны и в рассматриваемом подходе, это обстоятельство было показано в разд. 2. Корреляционные эффекты в ядре учитывались в работе [52] косвенно, изменением параметров ОВЕ-потенциала по сравнению с параметрами свободных ОВЕР, а также частным выбором самой модели потенциала однобозонного обмена, которая, как уже отмечалось, сохраняет все основные свойства реалистических ОВЕ-моделей.

В работе [59] осуществляется развитие релятивистского самосогласованного формализма, учитывающего обменное (фоковское) взаимодействие. Исходными в этом формализме являются релятивистские хартри-фоковские уравнения для набора занятых однонуклонных состояний  $\{\Phi_i\}$  в ядре:

$$\begin{aligned}
 (\alpha\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p} + \beta Mc^2)\Phi_i(\mathbf{r}_1) + \sum_{j=1}^A \int \Phi_j^\dagger(\mathbf{r}_2)V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)\Phi_j \times \\
 \times (\mathbf{r}_2) d^3r_2 \Phi_i(\mathbf{r}_1) - \sum_{j=1}^A \int \Phi_j^\dagger(\mathbf{r}_2)V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)\Phi_i \times \\
 \times (\mathbf{r}_2) d^3r_2 \Phi_j(\mathbf{r}_1) = E_i \Phi_i(\mathbf{r}_1),
 \end{aligned}$$

содержащие прямой потенциал

$$U(\mathbf{r}_1) = \sum_{j=1}^A \int \Phi_j^+(\mathbf{r}_2) V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \Phi_j(\mathbf{r}_2) d^3r_2 \quad (45)$$

и обменный потенциал с нелокальным ядром

$$K(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = - \sum_{j=1}^A \Phi_j^+(\mathbf{r}_2) V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \Phi_j(\mathbf{r}_1). \quad (46)$$

Нелокальный обменный потенциал можно свести к локальному, но зависящему от состояния (умножая и деля на  $\Phi_i^+(\mathbf{r}_1) \Phi_i(\mathbf{r}_1)$ ):

$$\begin{aligned} U_{\text{ex}}^i(\mathbf{r}_1) &= \\ &= - \sum_{j=1}^A \frac{\int \Phi_j^+(\mathbf{r}_2) V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \Phi_i(\mathbf{r}_2) d^3r_2 \{\Phi_j(\mathbf{r}_1) \Phi_i^+(\mathbf{r}_1)\}}{\Phi_i^+(\mathbf{r}_1) \Phi_i(\mathbf{r}_1)}. \end{aligned} \quad (47)$$

Наиболее интересная особенность релятивистского обменного потенциала заключается в том, что множитель  $\{\Phi_j(\mathbf{r}_1) \Phi_i^+(\mathbf{r}_1)\}$  является матрицей Дирака. Чтобы преобразовать эту величину, используем общее разложение

$$M = \sum_A \text{Tr}(M \gamma_A) \gamma^A / 4$$

и получим

$$\{\Phi_j(\mathbf{r}_1) \Phi_i^+(\mathbf{r}_1)\} = \sum_A [\Phi_i^+(\mathbf{r}_1) \gamma_A \Phi_j(\mathbf{r}_1)] \gamma^A / 4,$$

где  $\gamma^A$  — шестнадцать линейно-независимых матриц, образованных из произведений матриц Дирака.

Из уравнения (47) видно, что если двухчастичное взаимодействие  $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$  имеет частный закон преобразования (например, скалярный), то даже в этом случае одночастичный обменный потенциал будет содержать компоненты, преобразующиеся, как все возможные дираковские тензоры: скаляр, вектор, псевдоскаляр, псевдовектор и тензор. Таким образом, мы приходим к уравнению Дирака типа (40), сводящемуся для ядер с заполненными оболочками к уравнениям (43) и (44). Выражения отдельных компонент потенциала (44) через волновые функции (41) и ОВЭ-потенциалы приведены в работе [59]. Расчеты в этой работе проводились с использованием той же векторно-скалярной модели  $NN$ -взаимодействия, что и в работе [52]. Сравнение хартри-фоковских расчетов [59] с хартриевскими расчетами [52] показывает, что учет обменного взаимодействия увеличивает энергию связи на нуклон в легких ядрах на 1,5  $M\text{эв}$  и уменьшает среднеквадрати-

ческий радиус на  $0,03$  ферми (в работе [67] указывается, что в работе [59] допущена погрешность, не меняющая, однако, этот результат существенно). Интересно, что обменный вклад в энергию связи в работе [59] соответствует притяжению, в то время как в атомных хартри-фоковских расчетах обменная энергия, связанная с электрон-электронным взаимодействием, имеет противоположный знак по отношению к прямой энергии для этого взаимодействия. Это соотношение имеет место и в работе [59], однако значительная компенсация двухчастичных матричных элементов скалярного и векторного взаимодействий является причиной того, что обменная энергия в работе [59] соответствует притяжению: прямая энергия в работе [59] получается в результате компенсации скалярных (притягивательных) и векторных (отталкивательных) матричных элементов, причем скалярные матричные элементы несколько большие, чем векторные; обменная энергия связана с такой же компенсацией, однако в этом случае векторные матричные элементы несколько больше.

Достоинство подхода, изложенного в работах [52, 59], заключается в его элегантности, связанной с релятивистской формой записи самосогласованных уравнений, на которые этот подход опирается; однако он не лишен некоторых трудностей.

Первая проблема состоит в корректном включении однопимезонного обмена. Псевдоскалярное взаимодействие в форме (6) не дает вклада в прямые (хартриевские) потенциалы для ядер с замкнутыми оболочками. Однако в работе [59] показывается, что вклад однопионного обмена в обменное (фоковское) взаимодействие, вычисленный в первом порядке теории возмущений, может быть достаточно большим.

К сожалению, попытки включения однопимезонного взаимодействия в координатном представлении в форме (13) в релятивистскую самосогласованную хартри-фоковскую схему оказались безуспешными: учет последующих хартри-фоковских итераций приводит к коллапсу ядра. Это обстоятельство связано, по-видимому, с игнорированием эффектов запаздывания в координатной форме представления потенциала однопионного обмена (13). Таким образом, в подходе, изложенном в работе [59], существует проблема нахождения формы потенциала однопионного взаимодействия, пригодной для использования в релятивистской хартри-фоковской теории.

Вторая трудность состоит в том, что формализм, развитый в работе [59], не подходит для использования мезон-нуклонных связей с производной. Этот недостаток лишает возможности реалистически описать вклад  $\rho$ -мезона в рамках теории, развитой в работах [52, 59] (тензорная связь Паули  $\rho$ -мезонов с нуклонами исключалась в работах [52, 59]). От двух перечисленных трудностей свободны работы [68—70].

В работе [69] проводятся расчеты по методу Хартри — Фока ядер с замкнутыми оболочками. В качестве исходного взаимодействия используются два ОВЕ-потенциала в импульсном представлении, введенные в работах [23, 25]. Параметры обоих ОВЕР приведены в табл. 7. В этой работе благодаря использованию

Таблица 7

Параметры ОВЕ-потенциалов

Мезон	$I$	$J^P$	Масса, Мэв	$g^2$	$f/g$	$\Lambda$ , Мэв	$\Lambda_V$ , Мэв	Литература
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>	138,5	13	—	1950	—	} [23]
$\eta$	0	0 <sup>-</sup>	548,5	6	—	1950	—	
$\sigma_0$	0	0 <sup>+</sup>	500	4,63	—	1950	—	
$\delta$	1	0 <sup>+</sup>	960	4,74	—	1950	—	
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>	763	1,5	3,5	1950	1250	
$\omega$	0	1 <sup>-</sup>	782,8	14	0	1950	1250	
$\Phi$	0	1 <sup>-</sup>	1020	7	0	1950	1250	
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>	138,5	14	—	2500	—	} [25]
$\eta$	0	0 <sup>-</sup>	548,5	2	—	2500	—	
$\sigma_0$	0	0 <sup>+</sup>	500	5,04	—	2000	—	
$\delta$	1	0 <sup>+</sup>	960	6,12	—	2500	—	
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>	763	0,7	4,5	1300	2500	
$\omega$	0	1 <sup>-</sup>	782,8	9,8	0	1300	2500	
$\Phi$	0	1 <sup>-</sup>	1020	4,9	0	1300	2500	

Примечание. Для скалярных и псевдоскалярных мезонов форм-факторы имеют вид  $\Lambda^4/(\Lambda^2 - \Delta^2)^2$ , для векторных мезонов —  $[\Lambda^4/(\Lambda^2 - \Delta^2)^2](\Lambda_V^2 - m^2)/(\Lambda_V^2 - \Delta^2)$ , где  $\Delta^2 = (\Delta E)^2 - (\Delta q)^2$ ,  $\Delta E$  и  $\Delta q$  — переданные энергия и импульс.

импульсного представления учитываются эффекты запаздывания. Кроме того, отпадает необходимость экстраполяции координатной зависимости потенциала, полученного на энергетической поверхности (при малых переданных импульсах), на область вне этой поверхности, которая важна для многонуклонных задач. Преимущества импульсного представления ОВЕР перед их координатным представлением изложены в работе [2].

Отметим, что в отличие от рассмотренных выше работ Миллера и Грина [52, 58, 59], расчеты Хартри — Фока [69] основывались не на релятивистском одночастичном уравнении (уравнении Дирака), а на уравнении Шредингера, в котором, однако, использовался не непосредственно ОВЕ-потенциал, а потенциал в виде (36). Эта процедура — применение нерелятивистского уравнения и модифицированного потенциала — в известном смысле эквивалентна рассмотрению релятивистского уравнения с исходным потенциалом (подробнее этот вопрос обсуждался в разд. 2).

В работе [69] используется приближение локальной плотности, исследованное в работах [71, 72]. Изложим суть этого приближения. Запишем потенциальную энергию ядра в следующем виде:

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \langle \alpha\beta | G(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta) | \alpha\beta \rangle, \quad (48)$$

где сумма берется по заполненным состояниям;  $G(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)$  — эффективное взаимодействие, вычисленное по методу Бракнера, т. е. так же, как в бесконечной ядерной материи (см. разд. 2). Начальная энергия  $(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)$  складывается из хартри-фоковских энергий.

Ясно, что запись (48) приближенная, она основывается на допущении, что при вычислении эффективного взаимодействия ядро в каждом небольшом его объеме можно с достаточной точностью рассматривать как кусочек бесконечной ядерной материи с плотностью, равной некоторому среднему от фактической плотности нуклонов в точках нахождения взаимодействующих частиц (это может быть, в частности, средняя геометрическая плотность, как было принято в работах [71, 72]). Запишем формулу (48) в виде

$$\begin{aligned} \langle V \rangle = & \int d^3r \tilde{D}[\rho(r)] + \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | G(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta) | \alpha\beta \rangle - \right. \\ & \left. - \int d^3r D[\rho(r), \omega(r)] \right\} + \\ & + \left\{ \int d^3r D[\rho(r), \omega(r)] - \int d^3r \tilde{D}[\rho(r)] \right\}. \quad (49) \end{aligned}$$

Здесь  $D[\rho(r), \omega(r)]$  — плотность потенциальной энергии ядерной материи с плотностью  $\rho(r)$  и начальной энергией  $\omega(r)$ , общей для всех двухчастичных состояний;  $\tilde{D}[\rho(r)]$  — та же величина, вычисленная для самосогласованных начальных энергий  $\tilde{\omega}(r)$ . Величину  $\omega(r)$  в формуле (49) можно выбрать произвольно. Используя это, возьмем в качестве  $\omega(r)$  функцию, аппроксимирующую самосогласованные начальные энергии конечного ядра  $(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)$ . Введение зависящих от координат, но не зависящих от двухчастичных состояний начальных энергий согласуется с основным предположением о возможности рассмотрения ядер в виде ядерной материи с локальными значениями параметров  $\rho(r)$  и  $\omega(r)$  в каждой точке.

Исходя из определения величин  $\tilde{\omega}(r)$  и  $\omega(r)$ , естественно считать, что

$$\omega(r) - \tilde{\omega}(r) = 2[U^F(r) - U^M(r)], \quad (50)$$

где  $U^F(r)$  и  $U^M(r)$  — поля Хартри — Фока конечного ядра и бесконечной ядерной материи соответственно.

Эффективное взаимодействие  $G$  удовлетворяет уравнению Бете—Голдстоуна (26), которое в операторной форме можно записать в виде

$$G = V - V \frac{Q}{e} G, \quad (51)$$

где  $V$  — исходное двухчастичное взаимодействие;  $e = E - \omega$  — разность между оператором кинетической энергии пары нуклонов выше границы Ферми и оператором начальной энергии. Исходя из (51), нетрудно после алгебраических преобразований над операторами получить соотношение

$$\frac{dG}{d\omega} = -G \frac{Q}{e} \frac{Q}{e} G. \quad (52)$$

Вычислим матричный элемент от оператора  $dG/d\omega$  по плоским волнам:

$$\left\langle kk' \left| \frac{dG}{d\omega} \right| kh' \right\rangle = \langle \chi_{kk'} | \chi_{kh'} \rangle, \quad (53)$$

где  $\chi_{kk'} = |kk'\rangle - \psi_{kk'}$  — дефект-функция, т. е. разность между плоской волной  $|kk'\rangle$  и искаженной волновой функцией  $\psi_{kk'}$ , учитывающей двухчастичные корреляции:

$$G |kk'\rangle = V \psi_{kk'}. \quad (54)$$

Соотношение (53) следует из совместного использования уравнений (51) и (54).

Рассмотрим член во вторых квадратных скобках в уравнении (49). Используя соотношения (50) и (53), получаем

$$\begin{aligned} D[\rho(r), \omega(r)] - \tilde{D}[\rho(r)] &= \frac{1}{2\Omega} \sum_{kk'} \langle kk' | G[\omega(r)] - \\ &- G[\tilde{\omega}(r)] | kk' \rangle = -[\omega(r) - \tilde{\omega}(r)] \frac{1}{2\Omega} \sum_{kk'} \langle \chi_{kk'} | \chi_{kk'} \rangle = \\ &= -[U^F(r) - U^M(r)] \kappa(r) \rho(r), \end{aligned} \quad (55)$$

где

$$\kappa(r) = \frac{1}{\Omega \rho(r)} \sum_{kk'} \langle \chi_{kk'} | \chi_{kk'} \rangle$$

— так называемый «интеграл от ран». Согласно работе [71], эквивалентный локальный потенциал для конечной системы определяется следующим образом:

$$U^F(r) = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \int d^3r' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi_{\alpha}(\mathbf{r}') / \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \varphi_{\alpha}(\mathbf{r}), \quad (56)$$

причем для нелокального потенциала  $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  выполняется по определению соотношение:

$$\langle \alpha | U | \alpha \rangle = \sum_{\beta} \langle \alpha \beta | G(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}) | \alpha \beta \rangle. \quad (57)$$

Из (56) и (57) получаем

$$\int d^3r \rho(r) U^F(r) = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha \beta | G(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}) | \alpha \beta \rangle, \quad (58)$$

$$\int d^3r \rho(r) \kappa[\rho(r)] U^F(r) = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha \beta | \kappa(r_1) G(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}) | \alpha \beta \rangle. \quad (59)$$

Учитывая соотношение

$$\rho(r) U^M(r) = 2D[\rho(r), \omega(r)],$$

напишем формулу (49) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle V \rangle = \int d^3r \tilde{D}[\rho(r)] + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha \beta | [1 - \\ - 2\kappa(r_1)] G(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}) | \alpha \beta \rangle - \int d^3r [1 - \\ - 2\kappa(r)] D[\rho(r), \omega(r)] = \int d^3r \tilde{D}[\rho(r)] + (RST), \end{aligned} \quad (60)$$

где член  $(RST)$  дает поправку к потенциальной энергии ядра за счет его конечных размеров и называется остаточным поверхностным членом. Запишем  $(RST)$  приближенно, заменив в нем эффективное взаимодействие с самосогласованными начальными энергиями  $(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta})$  конечной системы на эффективное взаимодействие с локальной начальной энергией  $\omega(r)$ , введенной выше:

$$\begin{aligned} (RST) \approx \frac{1}{2} \int d^3r_1 d^3r_2 \{ \rho(r_1) \rho(r_2) V[r, \rho(r_1) \rho(r_2)] - \\ - \rho^2(r_1) V[r, \rho^2(r_1)] \} + \\ + \frac{1}{2} \int d^2r_1 d^3r_2 \{ |\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 V[r, \rho(r_1) \rho(r_2)] - \\ - |\rho_M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 V[r, \rho^2(r_1)] \}, \end{aligned}$$

где  $\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}^*(\mathbf{r}_1) \varphi_{\alpha}(\mathbf{r}_2)$  — обменная плотность;  $\rho_M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  — обменная плотность для бесконечной ядерной материи:

$$\rho_M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{2}{\pi^2} \frac{\sin[k_F(r_1)r] - k_F(r_1)r \cos[k_F(r_1)r]}{r^3}; \quad (61)$$

здесь

$$r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|, \quad k_F(r) = [(3/2)\pi^2\rho(r)]^{1/3}.$$



Далее,

$$V[r, \rho(r_1) \rho(r_2), \omega(r_1)] = [1 - 2\kappa(r_1)] G[r, k_F(r_1) k_F(r_2), \omega(r_1)]. \quad (62)$$

Нетрудно видеть, что вклад в  $(RST)$  дает лишь дальнедействующая часть эффективного взаимодействия: действительно, при подстановке в качестве  $G$   $\delta$ -образных сил  $(RST)$  обращается в нуль. С другой стороны, Спранг и Банерджи [73] показали, что небольшое изменение начальной энергии эквивалентно введению дополнительного, очень короткодействующего взаимодействия. Учитывая это, можно в выражении (60) заменить начальную энергию  $\omega(r)$  конечной системы на начальную энергию  $\tilde{\omega}(r)$  бесконечной ядерной материи, что приводит к соотношению

$$\langle V \rangle = \frac{1}{2} \int d^3r_1 d^3r_2 \{ \rho(r_1) \rho(r_2) W + |\rho(r_1, r_2)|^2 W \}, \quad (63)$$

где

$$\left. \begin{aligned} W &= \Gamma[r_1, \rho(r_1)] \delta(r_1 - r_2)/2 + \tilde{V}[r, \rho(r_1) \rho(r_2)]; \\ \Gamma[r_1, \rho(r_1)] &= 2\tilde{D}[\rho(r_1)]/\rho^2(r_1) - \int d^3r_2 \tilde{V}[r, \rho^2(r_1)] - \\ &- \int d^3r_2 [|\rho_M(r_1, r_2)|^2/\rho^2(r_1)] \tilde{V}[r, \rho^2(r_1)], \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

причем взаимодействие  $\tilde{V}$  определяется по формуле

$$\tilde{V}[r, \rho(r_1) \rho(r_2)] = [1 - 2\kappa(r_1)] \tilde{G}[r, k_F(r_1) k_F(r_2)], \quad (65)$$

здесь  $\tilde{G}[r, k_F(r_1) k_F(r_2)]$  — эффективное взаимодействие для бесконечной ядерной материи, вычисленное для самосогласованных начальных энергий.

В работе [69] расчеты Хартри — Фока основывались на взаимодействии, представленном формулой (64). Плотность потенциальной энергии ядерной материи как функцию плотности можно записать в виде [72]:

$$\left. \begin{aligned} D_{nn} &= a\hat{\rho}_n^{5/3} + b\hat{\rho}_n^2 + c\hat{\rho}_n^{7/3} + d\hat{\rho}_n^{8/3}; \\ D_{np} &= \hat{\rho}_n \hat{\rho}_p (\alpha\hat{\rho}^{-1/3} + \beta) + \gamma\hat{\rho}^{1/3} + \delta\hat{\rho}^{2/3}; \\ \hat{\rho} &= \rho/\rho_{NM}, \quad \hat{\rho}_n = \rho_n \frac{1}{\rho_{NM}/2}, \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

где  $\rho_{NM}$  — плотность ядерной материи при насыщении.

Эффективное взаимодействие  $V[r, \rho(r_1) \rho(r_2)]$  находится интерполяцией эффективного взаимодействия, полученного в расчетах ядерной материи по формуле:

$$V^{ST}[r, \rho(r_1) \rho(r_2)] = V_1^{ST}(r) - [(k_F^3(r_1) + k_F^3(r_2))/2]^{1/3} V_2^{ST}(r), \quad (67)$$

где  $S$  и  $T$  — суммарный спин и изотоспин взаимодействующих нуклонов. Функции  $V_{1,2}^{ST}(r)$  находятся подгонкой эффективного взаимодействия в форме (67), записанного для случая ядерной материи:

$$V_{NM}^{ST}(r, k_F) = V_1^{ST}(r) + k_F V_2^{ST}(r), \quad (68)$$

при двух значениях импульса Ферми  $k_F = 1,0$  ферми<sup>-1</sup> и  $1,4$  ферми<sup>-1</sup>, которые соответствуют наиболее вероятным плотностям нуклонов в ядре. Радиальная зависимость  $V_{1,2}^{ST}(r)$  принималась в виде

$$V_i^{ST}(r) = \sum_{m=1}^7 V_{mi}^{ST} \frac{\exp(-\mu r)}{\mu r} \quad (69)$$

с  $\mu = 0,7$  ферми<sup>-1</sup>. Параметры  $V_{mi}^{ST}$  выбирались так, чтобы наилучшим образом аппроксимировать радиальную зависимость эффективного взаимодействия, полученного из расчетов ядерной материи. Как отмечалось выше, вклад в эффективное взаимодействие (64) дает лишь дальнедействующая часть  $V(r, \rho(r))$ , поэтому проводится обрезание эффективного взаимодействия по радиусу:  $V_i^{ST}(r) = 0$ , если  $r < 0,5$  ферми.

В работе [69] были проведены две серии расчетов по методу Хартри — Фока: без дополнительной подгонки плотности потенциальной энергии  $\tilde{D}[\rho]$  ядерной материи и с подгонкой ее к «эмпирическим» значениям (энергии связи и плотности ядерной материи).

В табл. 8 и 9 приведены результаты расчетов по методу Хартри — Фока энергии связи на нуклон и среднеквадратических радиусов распределения заряда в ядре без дополнительной подгонки  $\tilde{D}[\rho(r)]$  (см. табл. 8) и с такой подгонкой (см. табл. 9). Расчеты проведены для двух ОВЕ-потенциалов (см. табл. 7), а также для феноменологического потенциала Рейда с мягким кором (см., например, работу [27]).

Как видно из табл. 8 и 9, расчеты, основанные на ОВЕ-потенциалах без дополнительной подгонки, дают лучшие результаты, чем расчеты с феноменологическим потенциалом Рейда. ОВЕ-потенциалы приводят к большему притяжению, что выражается энергией связи и радиусом распределения зарядов. Хотя ОВЕ-потенциалы тоже дают недосвязанность ядер, меньшее значение недосвязанности позволяет надеяться на то, что учет высших порядков устранил расхождение с экспериментальными значениями. Отметим, что расчеты вклада трехчастичных корреляций для <sup>16</sup>O с использованием потенциала Рейда [74] не дают достаточной энергии связи.

В расчетах с дополнительной подгонкой  $\tilde{D}[\rho(r)]$  получаются одинаково хорошие результаты для всех трех потенциалов.

Таблица 8

Энергия связи на нуклон и среднеквадратический радиус  
распределения заряда по методу Хартри—Фока без подгонки  $\tilde{D}[\rho(r)]$

Ядро	Параметр	ОВЕР I [23]	ОВЕР II [25]	Рейд	Эксперимент
$^{16}\text{O}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-4,78 2,86	-4,34 2,85	-3,77 3,03	-7,98 2,73
$^{40}\text{Ca}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-5,13 3,47	-4,67 3,51	-3,82 3,76	-8,55 3,49
$^{48}\text{Ca}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-5,23 3,49	-4,76 3,54	-3,80 3,79	-8,67 3,48
$^{90}\text{Zr}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-5,31 4,13	-4,77 4,22	-3,63 4,54	-8,71 4,23
$^{208}\text{Pb}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-4,46 5,19	-3,89 5,36	-2,67 5,68	-7,87 5,50

Таблица 9

Энергия связи на нуклон и среднеквадратический радиус  
распределения заряда по методу Хартри—Фока с подгонкой  $\tilde{D}[\rho(r)]$

Ядро	Параметр	ОВЕР I [23]	ОВЕР II [25]	Рейд	Эксперимент
$^{16}\text{O}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-7,98 2,87	-7,98 2,74	-7,96 2,78	-7,98 2,73
$^{40}\text{Ca}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-8,47 3,40	-8,50 3,41	-8,43 3,50	-8,55 3,49
$^{48}\text{Ca}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-8,56 3,45	-8,61 3,46	-8,49 3,57	-8,67 3,48
$^{90}\text{Zr}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-8,70 4,13	-8,73 4,14	-8,58 4,30	-8,71 4,23
$^{208}\text{Pb}$	$E/A, Mэв$ $r_c, ферми$	-7,86 5,20	-7,87 5,29	-7,75 5,51	-7,87 5,50

Однако эти расчеты представляют меньший физический интерес, так как в них в значительной степени сведено на нет преимущество ОВЕ-потенциалов, заключающееся в их связи с мезонными параметрами. Процедура дополнительной подгонки, вероятно, не очень осмыслена и для феноменологических потенциалов, таких, как потенциал Рейда. Действительно, основанием для подгонки плотности потенциальной энергии  $\tilde{D} [\rho(r)]$  является предположение, что такая подгонка может эффективно учесть вклад от многонуклонных корреляций. Тем не менее прямой учет такого вклада не дает согласия с эмпирической потенциальной энергией для потенциала Рейда [74].

В расчетах обоих типов и для всех потенциалов получаются слишком малыми радиусы распределения заряда. В то же время учет высших порядков в теории Бракнера приведет, как следует ожидать, к еще меньшим радиусам. Выход из этого положения, возможно, будет найден именно для потенциалов мезонного обмена при учете нуклонных изобар  $\Delta$  (1236) и корректном включении обмена  $2\pi$  (см., например, работу [75]).

В духе теории Бракнера — Хартри — Фока выполнены расчеты основного состояния  $^{16}\text{O}$  в работе [68]; качество согласия с экспериментом в этой работе такое же, как в работе [69]. В работе [70] используется расширение теории Бракнера — Хартри — Фока (см., например, работу [36]) за счет включения мезонных степеней свободы; результаты расчетов, выполненных по этому методу для  $^{16}\text{O}$ , демонстрируют заметное улучшение согласия с экспериментом.

В следующем разделе изложим подход к исследованию некоторых вопросов теории ядра с использованием ОВЕ-потенциалов, основывающийся на приближенном (с точностью до  $v^2/c^2$ ) учете релятивистских эффектов в нуклон-нуклонном взаимодействии; такой подход теряет элегантность, связанную с использованием релятивистских уравнений, но зато обладает большей наглядностью описания и позволяет учесть мезон-нуклонную связь с производной на равном основании с прямой связью [см. формулу (5)].

Основной темой обсуждения в следующем разделе будет вопрос о происхождении спин-орбитального взаимодействия в ядре.

#### 4. ОВЕР И СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ЯДРЕ

Спин-орбитальное взаимодействие в ядре было впервые введено в рамках модели оболочек [76, 77], однако до настоящего времени вопрос о происхождении спин-орбитального взаимодействия в ядре не вполне ясен, хотя его величина явно указывает на важную роль релятивистских эффектов в возникновении таких сил в ядре.

Вначале было естественно попытаться объяснить происхождение этих сил в ядре по аналогии со случаем атома, где большая часть наблюдаемой спин-орбитальной связи объясняется как релятивистская поправка к движению электрона в поле ядра (тома-совская связь). Фарри [78] предложил объяснить разные знаки дублетных расщеплений в атомных и ядерных спектрах как следствие разного типа взаимодействий частиц: электростатический потенциал, в котором движется электрон в атоме, преобразуется как нулевая (временная) компонента 4-вектора электромагнитного поля. Фарри обратил внимание на то, что если рассматривать ядерное среднее поле как мировой скаляр, то в этом случае получится томасовский оператор спин-орбитальной связи, отличающийся только знаком от аналогичного оператора атомной задачи. Однако эти ранние попытки приписать спин-орбитальному взаимодействию в ядре релятивистское происхождение были оставлены после того, как расчеты показали, что томасовская связь дает дублетные расщепления примерно в 30 раз меньшие, чем наблюдаемые на эксперименте.

В работе [79] была рассмотрена феноменологическая модель с компенсирующими вкладами двух релятивистских полей — скалярного и векторного, приводившая к большой спин-орбитальной связи.

В работах [80, 81] показано, что в ядре можно получить сильную спин-орбитальную связь релятивистского происхождения при использовании в рамках теории Хартри и Хартри — Фока двухчастичных спин-орбитальных сил, порождаемых релятивистскими ОВЕ-потенциалами.

Соотношения (16) и (18), (21) определяют галилеево-инвариантную компоненту спин-орбитальных сил ОВЕ-потенциала, зависящую только от относительного импульса  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$ . Полный оператор двухчастичных спин-орбитальных сил, вклад в который дают только скалярные и векторные мезоны как изоскалярные, так и изовекторные, имеет более сложную структуру. Итоговый двухчастичный оператор спин-орбитального взаимодействия можно представить в виде суммы двух операторов [80, 81]:

$$V_{ik}^{so} = -\frac{\hbar}{8M^2c^2} \mathbf{r}_{ik} \times \mathbf{p}_{ik} (\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_h) \frac{1}{r_{ik}} \frac{d}{dr_{ik}} \left\{ \left( \sum_S V_{ik}^S + 3 \sum_V V_{ik}^V \right) + \right. \\ \left. + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_h \left[ \sum_{S\tau} V_{ik}^{S\tau} + \sum_{V\tau} \left( 3 + 4 \frac{f}{g} \right) V_{ik}^{V\tau} \right] \right\}; \quad (70a)$$

$$\delta V_{ik}^{so} = -\frac{\hbar}{8M^2c^2} \mathbf{r}_{ik} \times (\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_h) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i - \boldsymbol{\sigma}_h) \frac{1}{r_{ik}} \times \\ \times \frac{d}{dr_{ik}} \left[ \left( \sum_S V_{ik}^S - \sum_V V_{ik}^V \right) + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_h \left( \sum_{S\tau} V_{ik}^{S\tau} - \sum_{V\tau} V_{ik}^{V\tau} \right) \right], \quad (70b)$$

галилеево-инвариантного  $V_{ik}^{so}$ , определяемого относительным импульсом ( $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k$ ), и галилеево-неинвариантного  $\delta V_{ik}^{so}$ , зависящего от суммарного импульса двух нуклонов ( $\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_k$ ).

Галилеево-неинвариантные поправки релятивистского происхождения впервые рассматривались в работах [82, 83]. В системе, состоящей из двух нуклонов в свободном пространстве, галилеево-неинвариантные силы отсутствуют в силу принципа относительности, тогда как в многочастичной системе галилеево-неинвариантные силы присутствуют, так как каждая пара частиц движется в поле других частиц, т. е. принцип относительности более не приложим отдельно к каждой паре частиц.

Отметим, что  $\pi$ -мезоны не дают вклада в двухчастичный оператор спин-орбитального взаимодействия, по крайней мере, в приближении однобозонного обмена.

На основе операторов (70) в [80] определяется одночастичный спин-орбитальный оператор для дважды магических плюс один нуклон ядер, при этом вычисляется математическое ожидание операторов (70) с несимметризованной волновой функцией остова ядра, расчет производится в приближении короткодействия, т. е. действие оператора (70) ограничивается  $P$ -состояниями, в этом пункте процедура эквивалентна той, которая используется при вычислении одночастичного спин-орбитального потенциала из феноменологических двухчастичных спин-орбитальных сил [84]. В результате получается следующий одночастичный спин-орбитальный оператор:

$$\begin{aligned}
 V_{so}(i) = & \frac{\pi}{3} \frac{\hbar^2}{M^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{d\rho}{dr} \int_0^\infty \frac{d}{dx} \left[ \left( \sum_S V_{ik}^S(x) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_V V_{ik}^V(x) \right) - \tau_3^i \frac{N-Z}{A} \left\{ \sum_{S\tau} V_{ik}^{S\tau}(x) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{V\tau} \left( 1 + 2 \frac{f}{g} \right) V_{ik}^{V\tau}(x) \right\} \right] x^3 dx \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (71)
 \end{aligned}$$

где  $A - 1 = N + Z$ ;  $\tau_3^i$  — проекция изоспина  $i$ -го нуклона  $\tau_3^i/2 = \pm 1/2$  (положительный знак соответствует протону);  $\rho(r)$  — плотность вещества в ядре.

Среднее ядерное поле вычисляется в работе [80] с использованием только статической части ОВЕ-потенциала. Расчет проводился без учета правильной симметрии волновой функции в приближении короткодействия, в этом случае среднее поле получилось в виде локального, не зависящего от состояния потенциала, с формой, повторяющей форму распределения плотности (см.

также работу [85]):

$$V_{av}(\mathbf{r}) = 4\pi\rho(\mathbf{r}) \int_0^\infty \left\{ \left( \sum_S V_{ih}^S(x) - \sum_V V_{ih}^V(x) \right) - \right. \\ \left. - \tau_3^i \frac{N-Z}{A} \left( \sum_{S\tau} V_{ih}^{S\tau}(x) - \sum_{V\tau} V_{ih}^{V\tau}(x) \right) \right\} x^2 dx. \quad (72)$$

Отметим следующее важное обстоятельство: вклады векторных и скалярных мезонов в спин-орбитальный потенциал (71) имеют одинаковые знаки, а их вклады в среднее поле (72) — разные, при этом получается такая ситуация, что подобные вклады компенсируют друг друга в значительной мере в среднем поле и усиливают друг друга в спин-орбитальном потенциале. Именно это обстоятельство и приводит к резкому увеличению спин-орбитальной связи в ядре. Отметим также, что оператор  $\delta V_{ih}^{so}$  (70б) играет менее важную роль, чем галилеево-инвариантный оператор  $V_{ih}^{so}$  (70а), так как  $\delta V_{ih}^{so}$  определяется разностью вкладов скалярных и векторных мезонов. Поэтому вклад  $\delta V_{ih}^{so}$  в спин-орбитальные расщепления имеет примерно такой же порядок, что и одночастичная томасовская связь в старом релятивистском подходе, т. е. на порядок меньше, чем вклад  $V_{ih}^{so}$ .

Таким образом, в работе [80] получен одночастичный спин-орбитальный потенциал (71) томасовского вида, радиальная зависимость которого, так же как в феноменологическом подходе [84], определяется градиентом плотности, однако, в отличие от феноменологического подхода, в работе [80] в  $MN$ -взаимодействии не вводились дополнительные, требующие специальных подгоночных параметров, спин-орбитальные силы (в (71) функции  $V_{ih}$  не более чем знаком отличаются от статических пределов ОВЕР, так что все величины в этой формуле определяются из не зависящих от спин-орбитального взаимодействия данных).

В работе [80] с полученным потенциалом (71) производились расчеты спин-орбитальных расщеплений  $\Delta E_{nl}$  ряда одночастичных состояний  $|nl = j \mp 1/2\rangle$  ядер  $^{41}\text{Ca}$  и  $^{209}\text{Pb}$ . Результаты расчетов спин-орбитальных расщеплений, обусловленных оператором (71), и глубин среднего поля (72) приведены в табл. 10.

В работе [81] исследуется влияние принципа Паули на спин-орбитальные расщепления и среднее ядерное поле, рассмотрение проводится с учетом волновой функции правильной симметрии. Спин-орбитальные расщепления выражаются через вклады спин-орбитального оператора в энергии одночастичных состояний следующим образом:

$$\Delta E_{nl}^{so} = \varepsilon_i^{so}(j = l - 1/2) - \varepsilon_i^{so}(j = l + 1/2), \quad (73a)$$

Спин-орбитальные расщепления  $\Delta E_{nl}^{so}$  и глубина среднего ядерного поля  $V_{av}^0$  для нейтронов, полученные с учетом принципа Паули (верхняя строка) и без его учета (нижняя строка) для различных вариантов двухчастичных сил (см. табл. 2)

Расщепление	[4]	Модель II	Модель III	[9]	Экспе- римент
		[7]			
$\Delta E_{1f}^{so} (^{41}\text{Ca}), Mэв$	13,8 9,32	7,65 4,25	9,45 5,56	10,1 5,98	6,50
$\Delta E_{2p}^{so} (^{41}\text{Ca}), Mэв$	3,30 2,22	1,82 1,01	2,25 1,32	2,37 1,41	2,00
$\Delta E_{2g}^{so} (^{209}\text{Pb}), Mэв$	3,53 2,22	2,62 1,16	2,88 1,43	2,94 1,52	2,47
$\Delta E_{1i}^{so} (^{209}\text{Pb}), Mэв$	11,2 7,08	8,33 3,70	9,22 4,59	9,37 4,82	4,57
$\Delta E_{3d}^{so} (^{209}\text{Pb}), Mэв$	2,03 1,28	1,49 0,677	1,66 0,830	1,69 0,874	0,98
$V_{av}^0 (^{41}\text{Ca}), Mэв$	-34,0 -45,3	+6,79 -40,8	-56,9 -87,1	-70,9 -103	-46,1
$V_{av}^0 (^{209}\text{Pb}), Mэв$	-31,7 -45,3	-4,53 -51,2	-56,3 -89,4	-68,3 -105	-53,4

где в приближении Хартри — Фока

$$\varepsilon_i^{so} = \sum_{k \leq A} (\langle ik | V_{ik}^{so} | ik \rangle - \langle ik | V_{ik}^{so} | ki \rangle). \quad (736)$$

Учитывая, что оператор (70а) действует только в триплетных состояниях, а в принятом приближении короткодействия — только в триплетных  $P$ -состояниях, обменные матричные элементы можно свести к прямым матричным элементам [81]. В этом случае для ядер с одним нуклоном сверх заполненных оболочек получаем одночастичный спин-орбитальный оператор следующего



вида [81]:

$$\begin{aligned}
 V_{so}^{HF}(i) = & \frac{\pi}{4} \frac{\hbar^2}{M^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{d\rho}{dr} \int_0^\infty \frac{d}{dx} \left\{ \left( \sum_S V_{ih}^S(x) + \right. \right. \\
 & + 3 \sum_V V_{ih}^V(x) \left. \right) + \left[ \sum_{S\tau} V_{ih}^{S\tau}(x) + \sum_{V\tau} \left( 3 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + 4 \frac{f}{g} \right) V_{ih}^{V\tau}(x) \right] \left. \right\} x^3 dx \left( 1 - \tau_3^i \frac{N-Z}{3A} \right) 1 \cdot \sigma, \quad (74)
 \end{aligned}$$

где предположено также, что нейтронная плотность  $\rho_n(r)$  и протонная плотность  $\rho_p(r)$  связаны с полной плотностью соотношениями:

$$\rho_n(r) = (N/A) \rho(r); \quad \rho_p(r) = (Z/A) \rho(r). \quad (75)$$

В тех же приближениях среднее поле получается локальным и имеет следующий вид [81]:

$$\begin{aligned}
 V_{av}^{HF}(r) = & 3\pi\rho(r) \int_0^\infty \left[ \left( \sum_S V_{ih}^S(x) - \sum_V V_{ih}^V(x) \right) - \right. \\
 & \left. - \left( \sum_{S\tau} V_{ih}^{S\tau}(x) - \sum_{V\tau} V_{ih}^{V\tau}(x) \right) \right] x^2 dx. \quad (76)
 \end{aligned}$$

Результаты расчетов [81] приведены в табл. 10 наряду с результатами, полученными без учета принципа Паули.

Как видно из табл. 10, учет правильной симметрии волновой функции приводит к улучшению согласия между теорией и экспериментом (плохие результаты для  $V_{av}^0$ , полученные для модели II работы [7] связаны со слишком большим вкладом скалярных-изовекторных и векторных-изовекторных мезонов в этой модели). Подобное обстоятельство демонстрирует, что корректное описание свойств ядерной структуры с помощью той или иной модели  $NN$ -взаимодействия может служить важным фактором при выборе ее среди других моделей, дающих одинаковое описание свойств двухнуклонной системы.

Прежде чем перейти к обсуждению возможных источников расхождения теории и эксперимента и путей усовершенствования теории, остановимся еще на работе [86], в которой указывается, как можно было бы проверить справедливость идеи скалярно-векторного усиления в спин-орбитальном потенциале ядра, т. е. проверить проявление этой же идеи в таком экзотическом объекте, как антипротонные атомы, которые, однако, в настоящее время интенсивно изучаются. В частности, в работах [87, 88] отмечается, что в последние годы были обнаружены рентгеновские переходы в  $\bar{p}$ -атомах. Эти измерения интересны тем, что дают

непосредственную и пока единственную информацию о взаимодействии  $\bar{p}$  — ядро при низких энергиях и в частности о взаимодействии  $\bar{p}N$ -системы при низких энергиях [89]. С теоретической точки зрения потенциал взаимодействия  $\bar{p}$  и ядра должен определяться из взаимодействия нуклонов в ядре и их взаимодействия с антипротоном. Если бы эти элементарные взаимодействия были в настоящее время точно определены, потенциал взаимодействия системы  $\bar{p}$  — ядро можно было бы построить. Автор работы [86] рассматривает процедуру построения такого потенциала (точнее, его действительной и спин-орбитальной частей), используя ОВЕ-потенциалы, обсуждавшиеся выше, считая при этом, что последние можно использовать для перехода в  $N\bar{N}$ -канал [42]; характер поведения потенциала при переходе в  $N\bar{N}$ -канал определен квантовыми числами мезонов обмена.

Если говорить о действительной части потенциала взаимодействия антипротона и ядра, то следует иметь в виду, что в этом случае компоненты (72), соответствующие обмену векторными изоскалярными и скалярными изовекторными мезонами, изменяют свой знак, а компоненты, соответствующие обмену скалярными изоскалярными и векторными изовекторными мезонами, сохраняют знак. Это приводит к тому, что потенциал взаимодействия антипротона с ядром (см. расчеты, проведенные в работе [86]) оказывается значительно глубже, чем потенциал (72).

При получении на основе (70а) и (70б) одночастичного оператора спин-орбитального взаимодействия для антипротонного атома следует также учесть изменение знаков векторного скалярного и скалярного изовекторного компонент в (70а) и (70б), что приведет к тому, что в этом случае вклад в одночастичный спин-орбитальный потенциал будет давать и галилеево-неинвариантная часть спин-орбитальных сил (70б). Однако итоговый оператор спин-орбитальной связи в антипротонном атоме оказывается примерно в 30 раз слабее, чем аналогичный оператор в ядре; это обстоятельство должно проявиться в рентгеновских спектрах антипротонных атомов и может служить подтверждением правильности идеи скалярно векторной компенсации статических компонент ОВЕ-потенциалов (и сопутствующего усиления скалярного и векторного вкладов в релятивистских поправках), характерной для всех потенциалов однобозонного обмена.

До сих пор мы рассматривали только вклад двухчастичных спин-орбитальных сил в одночастичный оператор спин-орбитальной связи в ядре. Однако известно [90—92], что одночастичный спин-орбитальный оператор в ядре определяется полностью вкладом двухчастичных спин-орбитальных сил только в случае спиново-насыщенных ядер, т. е. ядер, для которых два уровня дублета  $j = l \mp 1/2$  или оба заполнены, или оба пусты. Для окончатель-

ного выяснения вопроса о происхождении спин-орбитальной связи в ядре в рамках схемы ОВЕ-потенциала авторы настоящего обзора рассмотрели вклады всех компонент ОВЕ-потенциала (16) в спин-орбитальные расщепления одночастичных состояний в сферических и деформированных ядрах.

Остановимся сначала на примере дваждымагических плюс один нуклон ядер. В этом случае рассмотрение проведем в рамках техники, развитой в работе [92]. Потенциалы нуклон-нуклонного взаимодействия, использованные в работе [92], возникают при разложении матричных элементов потенциалов конечного радиуса действия в ряд Тэйлора. Если радиус действия потенциала мал по сравнению с  $k_F$ , в этом разложении можно ограничиться членами, квадратичными по относительным импульсам (начального и конечного состояний). Применяя такое разложение к потенциалу однобозонного обмена (отметим, что в данном случае оно тем более оправдано, что сам ОВЕР (16) определен с точностью до операторов, квадратичных по относительному импульсу нуклонов), оператор (16) приведем к виду

$$\begin{aligned}
 & t_0 \{1 + x_0 P_\sigma\} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \frac{1}{8} \{t_1 + P_\sigma x_1\} [(\nabla'_1 - \nabla'_2)^2 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \\
 & \quad + \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\nabla_1 - \nabla_2)^2] + \\
 & \quad + \frac{1}{4} \{t_2 + P_\sigma x_2\} (\nabla'_1 - \nabla'_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) (\nabla_1 - \nabla_2) + \\
 & \quad + (-i) \frac{1}{2} V^{so} \frac{\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{r^2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\nabla_1 - \nabla_2) \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) + \\
 & \quad + [V_0^T + V_\tau^T (\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)] \frac{\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{r^2} S_{12}, \quad (77)
 \end{aligned}$$

где  $P_\sigma$  — оператор спинового обмена; оператор  $\nabla'$  действует только налево, оператор  $\nabla$  — направо;  $t_0, x_0, t_1, x_1, t_2, x_2, V^{so}, V_0^T, V_\tau^T$  — константы, определяемые ОВЕР-параметрами. Появление слагаемых с  $x_1$  и  $x_2$  в (77) связано или с наличием изовекторных мезонов, или с наличием операторов  $\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$  в ОВЕР-компонентах, или с той и другой причинами одновременно.

После того как взаимодействие представлено в форме (77), можно использовать непосредственно технику, развитую в работах [92, 93], в частности, можно показать, что все ОВЕР-компоненты (77), кроме спин-орбитальных сил, приводят для дважды магических плюс один нуклон ядер к одночастичному спин-орбитальному потенциалу вида [94]:

$$U_q^{so}(r) = \frac{1}{8} \left[ (t_1 - t_2) \frac{1}{r} J_q(r) - (x_1 + x_2) \frac{1}{r} J(r) \right] \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (78)$$

где индекс  $q$  различает протоны и нейтроны;  $J(r)$  — спиновая плотность, определяемая с помощью соотношения [92]:

$$J(r) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_{\alpha} (2j_{\alpha} + 1) [j_{\alpha}(j_{\alpha} + 1) - l_{\alpha}(l_{\alpha} + 1) - 3/4] R_{\alpha}^2(r), \quad (79)$$

где  $R_{\alpha}(r)$  — радиальная волновая функция;  $\alpha$  — полный набор квантовых чисел, характеризующих сферически-симметричное одночастичное состояние;  $j_{\alpha}$  — полный угловой момент;  $l_{\alpha}$  — орбитальный угловой момент этого состояния.

Вклад различных ОВЕР-компонент в спин-орбитальные расщепления одночастичных состояний определялся на примере ядра  $^{209}\text{Pb}$ , имеющего две (протонную —  $1h_{11/2}$  и нейтронную —  $1i_{13/2}$ ) спиново-ненасыщенные оболочки. Расчеты проводились с волновыми функциями модели, обсужденной в работах [80, 81]. Результаты расчетов расщеплений трех состояний ядра  $^{209}\text{Pb}$  приведены в табл. 11 для двух PVS моделей Уеды и Грина [7] (модель II

Таблица 11

Вклад различных компонент ОВЕ-потенциала в спин-орбитальные расщепления для ядра  $^{209}\text{Pb}$ 

Параметр	$\Delta E_{1i}^{80}, \text{ Мэв}$		$\Delta E_{2g}^{80}, \text{ Мэв}$		$\Delta E_{3d}^{80}, \text{ Мэв}$	
	модель II	модель III	модель II	модель III	модель II	модель III
Конечный радиус действия статических ОВЕР-компонент	-3,02	-2,54	-1,23	-1,02	-0,548	-0,456
$-\frac{1}{2M^2} [p^2V + Vp^2]$	-0,546	-0,571	-0,226	-0,232	-0,100	-0,103
$-\frac{1}{4M^2} \langle \nabla^2 V \rangle$	1,18	1,17	0,501	0,493	0,22	0,217
$-\frac{1}{12M^2} \langle \nabla^2 V \rangle \sigma_1 \cdot \sigma_2$	1,42	1,42	0,568	0,576	0,253	0,258
Тензорные силы	-3,55	-3,62	-1,42	-1,44	-0,633	-0,646
Спин-орбитальные силы	8,33	9,22	2,62	2,88	1,49	1,66
Итоговое расщепление	3,81	5,11	0,813	1,26	0,682	0,93
Эксперимент	4,57		2,47		0,98	

и модель III, см. табл. 2). Из табл. 11 видно, что отдельные ОВЕР-компоненты дают для ядра  $^{209}\text{Pb}$  существенный вклад в итоговое спин-орбитальное расщепление, сравнимый в некоторых случаях с вкладом двухчастичных спин-орбитальных сил. Однако двух-

частичные спин-орбитальные силы являются тем не менее выделенной ОБЕР-компонентой (и всех нуклон-нуклонных потенциалов), поскольку в случае спиново-насыщенных ядер итоговое спин-орбитальное расщепление полностью определяется двухчастичными спин-орбитальными силами (последнее утверждение справедливо с той точностью, с какой радиальные волновые функции спин-орбитального дублета  $j = l \mp 1/2$  можно считать совпадающими). Из табл. 11 видно, что итоговые спин-орбитальные расщепления, созданные всеми ОБЕР-компонентами, находятся в разумном согласии с экспериментом.

Отметим следующие возможные источники расхождения изложенной теории и эксперимента: 1) ограничение нулевым шагом процедуры самосогласования; 2) использование приближения короткодействия при получении оператора (74) из двухчастичных спин-орбитальных сил; 3) пренебрежение остаточными взаимодействиями; 4) приближенный характер использовавшихся одночастичных волновых функций; 5) ограниченность схемы однобозонного обмена.

Для деформированных ядер (см., например, работу [95]) удобно использовать следующее [эквивалентное (77)] разложение ОБЕР-потенциалов по степеням относительного импульса

$$\begin{aligned}
 & [V_0 + V_\tau(\tau_1 \cdot \tau_2)] \delta(\mathbf{r}) + \left\{ [V_0^\nabla + V_\tau^\nabla(\tau_1 \cdot \tau_2) + V_\sigma^\nabla(\sigma_1 \cdot \sigma_2) + \right. \\
 & \quad \left. + V_{\sigma\tau}^\nabla(\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2)] \frac{\delta(\mathbf{r})}{r^2} \mathbf{r} \cdot \nabla + \text{э.с.} \right\} + \\
 & + (-i) V^{so} \frac{\delta(\mathbf{r})}{r^2} \mathbf{r} \times \nabla (\sigma_1 + \sigma_2) + [V_0^T + V_\tau^T(\tau_1 \cdot \tau_2)] \frac{\delta(\mathbf{r})}{r^2} S_{12}. \quad (80)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим аксиально-симметричные ядра, причем четно-четный остов предполагается инвариантным относительно операции обращения времени. Для описания нуклонов будем использовать асимптотическое представление Нильссона.

Спин-орбитальное расщепление состояния нечетного нуклона с квантовыми числами  $n, \tilde{n}, \Lambda, \tau$  ( $|n\tilde{n}\Lambda\tau\rangle \equiv |Nn\Lambda\tau\rangle$ , где  $\tau$  — изотоп-спиновая переменная;  $\Lambda$  — проекция орбитального момента на ось квантования) от оператора (80), отдельные компоненты которого обозначим  $V^i(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \sigma_1, \sigma_2; \tau_1, \tau_2)$  с ( $i = so, T, \nabla$ ), можно представить в следующей форме:

$$\Delta E_{so}^i(n\tilde{n}\Lambda\tau) = E^i(n\tilde{n}\Lambda\tau = -1) - E^i(n\tilde{n}\Lambda\tau = +1),$$

где  $E^i$  — вклад от потенциала  $V^i$  в одночастичную энергию нуклона и с учетом антисимметризации волновой функции

$$\begin{aligned}
 E^i = \sum_2 [\langle \Phi_1(1) \Phi_2(2) | V^i | \Phi_1(1) \Phi_2(2) \rangle - \\
 - \langle \Phi_1(1) \Phi_2(2) | V^i | \Phi_2(1) \Phi_1(2) \rangle], \quad (81)
 \end{aligned}$$

где  $\Phi_1(k) \equiv \langle r_k, \sigma_k, \tau_k | n\tilde{n}\Lambda\tau \rangle$  — волновая функция нечетного нуклона;  $\Phi_2(k) \equiv \langle r_k, \sigma_k, \tau_k | n'\tilde{n}'\Lambda'\tau'\sigma' \rangle$  — волновая функция нуклона остова ( $k = 1, 2$ ). Сумма  $\Sigma_2$  распространяется на все нуклоны остова. После выделения переменной центра тяжести и относительной переменной проблема вычисления двухчастичных матричных элементов (81) сводится к вычислению «одночастичных» матричных элементов по функциям относительных переменных. Не останавливаясь на технике вычисления матричных элементов, приведем результаты для спин-орбитальных расщеплений от всех компонент ОВЕ-потенциала (80) (вклад в расщепление дают все компоненты (80), кроме первых двух, определяемых константами  $V_0$  и  $V_\tau$ ):

$$\Delta E_{so}^{so}(n\tilde{n}\Lambda\tau) = -\frac{\tilde{V}_{so}}{3\pi} \Lambda \sum_{\substack{n'\tilde{n}'\Lambda'\sigma'\tau' \\ (\Omega' > 0)}} (1 + \delta_{\tau\tau'}) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dl (J_n(l) J_{n'}(l))^2 \int_0^{\infty} dx \varphi_{\tilde{n}|\Lambda|} \varphi_{\tilde{n}'|\Lambda'|} (\varphi'_{\tilde{n}'|\Lambda|} \varphi_{\tilde{n}'|\Lambda'|} - \varphi_{\tilde{n}|\Lambda|} \varphi'_{\tilde{n}'|\Lambda'|}); \quad (82a)$$

$$\Delta E_{so}^T(n\tilde{n}\Lambda\tau) = -\frac{2}{15\pi} \Lambda \sum_{\substack{n', \tilde{n}'\Lambda'\sigma'\tau' \\ (\Omega' > 0)}} [(\tilde{V}_0^T - \tilde{V}_\tau^T) \delta_{\tau\tau'} + \\ + 2\tilde{V}_\tau^T] \sigma'\Lambda' \int_{-\infty}^{\infty} dl (J_n(l) J_{n'}(l))^2 \int_0^{\infty} dx \frac{(\varphi_{\tilde{n}|\Lambda|} \varphi_{\tilde{n}'|\Lambda'|})^2}{x}; \quad (82b)$$

$$\Delta E_{so}^\nabla(n\tilde{n}\Lambda\tau) = \frac{1}{3\pi} \Lambda \sum_{\substack{n'\tilde{n}'\Lambda'\sigma'\tau' \\ (\Omega' > 0)}} [(\tilde{V}_0^\nabla - \tilde{V}_\sigma^\nabla - \tilde{V}_\tau^\nabla + \\ + \tilde{V}_{\sigma\tau}^\nabla) \delta_{\tau\tau'} + 2(\tilde{V}_\tau^\nabla - \tilde{V}_{\sigma\tau}^\nabla)] \sigma'\Lambda' \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} dl (J_n(l) J_{n'}(l))^2 \int_0^{\infty} dx \frac{(\varphi_{\tilde{n}|\Lambda|} \varphi_{\tilde{n}'|\Lambda'|})^2}{x}. \quad (82b)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} J_n(l) &= \left( \frac{1}{\pi^{1/2} 2^n n!} \right)^{1/2} \exp(-l^2/2) H_n(l); \\ \varphi_{\tilde{n}|\Lambda|}(x) &= \left[ \frac{2^{\tilde{n}} \tilde{n}!}{(\tilde{n} + |\Lambda|)!} \right]^{1/2} \exp(-x/2) x^{|\Lambda|/2} L_{\tilde{n}}^{|\Lambda|}(x); \\ \tilde{V}^i &= \left( \frac{M\omega_0}{\hbar} \right)^{3/2} \frac{M\omega_\perp}{\hbar} V^i; \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

$H_n(l)$  — полином Эрмита;  $L_n^{|\Lambda|}(x)$  — полином Лагерра.

Результаты расчетов спин-орбитального расщепления нейтронного уровня  $|Nn\Lambda\sigma\rangle = |202 \pm\rangle$  в ядрах  $^{25}\text{Mg}$  и  $^{27}\text{Si}$  [по (82a) — (82в)] приведены в работе [95].

Из (82a) — (82 б) следует, что для насыщенных по спину ядер (среди занятых состояний каждое пространственно-изоспиновое состояние встречается дважды — для обоих спиновых состояний) вклад в спин-орбитальное расщепление (как и для сферических ядер) дают только двухчастичные спин-орбитальные силы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход к проблеме нуклон-нуклонного взаимодействия, изложенный в настоящем обзоре, интенсивно разрабатывается в течение последних десяти лет. Сейчас ясны его достоинства и недостатки, он описывает большую совокупность экспериментальных данных и устанавливает связи между различными направлениями физики ядра и элементарных частиц. Дальнейшее развитие этого подхода требует учета роли мезонного обмена, эффектов запаздывания, трехчастичных сил; детальное знание мезон-нуклонных форм-факторов и вклада нуклонных изобар также важно для построения мезонной теории ядерных сил.

Применение мезонных потенциалов в многочастичных задачах приводит к описанию ядерной материи и конечных ядер, по крайней мере, не уступающему тому, которое получается при использовании чисто феноменологических моделей. Развитие этого аспекта релятивистской теории предполагает включение многочастичных сил и корреляций в теории ядерной материи и выход за рамки одночастичного описания в теории конечных ядер.

В заключение авторы хотели бы выразить глубокую благодарность И. Н. Михайлову за обсуждения и полезные советы на разных этапах работы над статьей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабинов В. В. «Изв. АН СССР, сер. физика», 1968, т. 32, с. 299; Бабиков В. В. «Изв. АН СССР, сер. физика», 1970, т. 34, с. 2034.
2. Erkelenz K. «Phys. Reports C», 1974, v. 13, p. 191.
3. Беге Г. Теория ядерной материи. Пер. с англ. М., «Мир», 1974.
4. Green A. E. S., Sawada T. «Rev. Mod. Phys.», 1967, v. 39, p. 594.
5. Bryan R., Scott B. «Phys. Rev.», 1969, v. 177, p. 1435.
6. Ueda T. «Progr. Theor. Phys.», 1963, v. 29, p. 829.
7. Ueda T., Green A. E. S. «Phys. Rev.», 1968, v. 174, p. 1304.
8. Ueda T., Green A. E. S. «Nucl. Phys. B», 1969, v. 10, p. 289.
9. Stagat R., Riewe F., Green A. E. S. «Phys. Rev. C», 1971, v. 3, p. 552.
10. Calogero F., Levi D. «Phys. Rev.», 1973, v. 8, p. 83.
11. Holinde K., Machleidt R. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 247, p. 495.

12. Particle Data Group. «Phys. Lett. B», 1972, v. 39.
13. Chemtob M., Durso J., Riska D. «Nucl. Phys. B», 1972, v. 38, p. 141.
14. Partovi M., Lomin E. «Phys. Rev. D», 1970, v. 2, p. 1999.
15. Cottingham W., Vinh Mau R. «Phys. Rev.», 1963, v. 130, p. 735.
16. Bryan R. A., Gersten A. «Phys. Rev. D», 1972, v. 6, p. 341.
17. Erkelenz K., Holinde K. «Z. Naturforsch», 1973, Bd 28, s. 353.
18. Gross F. «Phys. Rev. D», 1974, v. 10, p. 223.
19. Green A. E. S. «Phys. Rev.», 1949, v. 76, p. A 460 and p. L870.
20. Ingber L. «Phys. Rev.», 1968, v. 174, p. 1250.
21. Erkelenz K., Holinde K., Bleuler K. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 139, p. 308.
22. Obinata T., Wada M. «Progr. Theor. Phys.», 1975, v. 53, p. 732.
23. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 194, p. 161.
24. Gersten A., Thompson R., Green A. E. S. «Phys. Rev. D», 1971, v. 3, p. 2076.
25. Erkelenz K., Holinde K., Machleidt R. «Phys. Lett. B», 1974, v. 49, p. 209.
26. Schierholz G. «Nucl. Phys. B», 1972, v. 40, p. 335.
27. Reid R. V. «Ann. Phys. (N. Y.)», 1968, v. 50, p. 411.
28. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. «Nuovo cimento», 1963, v. 29, p. 380.
29. Kadyshesky V. G. «Nucl. Phys. B», 1968, v. 6, p. 125.
30. Kadyshesky V. G., Mateev M. D. «Nuovo cimento A», 1968, v. 55, p. 275.
31. Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н. В кн.: Проблемы теоретической физики. М., «Наука», 1969, с. 261; Кадышевский В. Г., Мир-Касимов Р. М., Скачков Н. Б. «ЭЧАЯ», т. 2, вып. 3. М., Атомиздат, 1971.
32. Бабиков В. В., Пак Бен Гир. Препринт ИТФ 71-77Р. Киев, 1971.
33. Бабиков В. В. Вопросы теории ядерных взаимодействий. Дубна, 1974.
34. Blankenbecler R., Sugar R. «Phys. Rev.», 1966, v. 142, p. 1051.
35. Kotthoff K. e. a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 242, p. 429.
36. Schütte D. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 221, p. 450.
37. Schierholz G. «Nucl. Phys. B», 1968, v. 7, p. 432.
38. Dalkarov O. D., Mandelzweig V. B., Shapiro I. S. «Nucl. Phys. B», 1970, v. 21, p. 88.
39. Далькаров О. Д., Мандельцвейг В. Б., Шапиро И. С. «ЖЭТФ», 1970, т. 59, с. 889.
40. Bryan R. A., Phillips R. J. M. «Nucl. Phys. B», 1968, v. 5, p. 201.
41. Schierholz G., Wagner S. «Nucl. Phys. B», 1971, v. 32, p. 306.
42. Шапиро И. С. «УФН», 1973, т. 109, с. 431.
43. Nagels M. M., Rijken T. A., de Swart J. J. «Phys. Rev. D», 1975, v. 12, p. 744.
44. Nagels M. M., Rijken T. A., de Swart J. J. «Ann. Phys. (N. Y.)», 1973, v. 79, p. 338.
45. Afnan I. R., Read J. M. «Phys. Rev. C», 1975, v. 12, p. 293.
46. Harper E. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 34, p. 677.
47. Shin Nan Yang. «Phys. Rev. C», 1974, v. 10, p. 2067.
48. Day B. «Rev. Mod. Phys.», 1967, v. 39, p. 719.
49. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 198, p. 598.



50. Lee T. S. H., Tabakin F. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 191, p. 332.
51. Brown G. E., Jackson A. D., Kuo T. T. S. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 133, p. 481.
52. Miller L. D., Green A. E. S. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 241.
53. Ueda T., Nack M., Green A. E. S. «Phys. Rev. C», 1973, v. 8, p. 2061.
54. Green A. M., Dahlblom T. K., Kouki T. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 206, p. 52.
55. Blatt D. W. E., McKellar B. H. J. «Phys. Lett. B», 1974, v. 52, p. 10.
56. Coon S. A., Scadron M. D., Barrett B. R. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 242, p. 467.
57. Loiseau B. A., Nogami Y., Ross C. K. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 165, p. 601.
58. Miller L. D. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 1281.
59. Miller L. D. «Phys. Rev. C», 1974, v. 9, p. 537.
60. Miller L. D. «Ann. Phys. (N. J.)», 1975, v. 91, p. 1.
61. Davies K. T. R., McCarthy R. J. «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 81.
62. Köhler H. S. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 162, p. 385.
63. Negele J. W. «Phys. Rev. C», 1970, v. 1, p. 1260.
64. Németh J., Vautherin D. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 561.
65. Haftel M. I., Tabakin F., Richards K. C. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 154, p. 1.
66. Wong C. W., Sawada T. «Ann. Phys. (N. Y.)», 1972, v. 72, p. 107.
67. Miller L. D. «Phys. Rev. C», 1975, v. 12, p. 710.
68. Machleidt R., Mütter H., Faessler A. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 241, p. 18.
69. Machleidt R., Holinde K., Németh J. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 251, p. 93.
70. Faessler A. e. a. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 262, p. 389.
71. Németh J., Ripka G. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 194, p. 329.
72. Fáí G., Németh J. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 208, p. 463.
73. Sprung D. W. L., Banerjee P. K. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 168, p. 273.
74. Zabolitzky J. G. «Phys. Lett. B», 1973, v. 47, p. 487.
75. Green A. M., Haapakoski P. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 221, p. 429.
76. Haxel O., Jensen J. H. D., Suess H. E. «Phys. Rev.», 1949, v. 75, p. 1766; «Z. Phys.», 1950, Bd 128, S. 295.
77. Goerpert-Mayer M. «Phys. Rev.», 1949, v. 75, p. 1969; «Phys. Rev.», 1950, v. 78, p. 16.
78. Furry W. H. «Phys. Rev.», 1936, v. 50, p. 784.
79. Duerr H. P. «Phys. Rev.», 1956, v. 103, p. 469.
80. Krutov V. A., Savushkin L. N. «J. Phys. A», 1973, v. 6, p. 93.
81. Krutov V. A., Fomenko V. N., Savushkin L. N. «J. Phys. A», 1974, v. 7, p. 372, p. 2093.
82. Широков Ю. М. «ЖЭТФ», 1959, т. 36, с. 474.
83. Живописцев Ф. А., Переломов А. М., Широков Ю. М. «ЖЭТФ», 1959, т. 36, с. 478.
84. Blin-Stoyle R. J. «Phyl. Mag.», 1955, v. 46, p. 973.
85. Бальбуцев Е. Б., Михайлов И. Н. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 1096.
86. Савушкин Л. Н. «Изв. АН СССР, сер. физика», 1975, т. 39, с. 167.
87. Backenstoss G. e. a. «Phys. Lett. B», 1972, v. 41, p. 552.

88. Barnes P. D. e. a. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 29, p. 1132.
89. Deloff A., Law J. «Phys. Rev. C», 1974, v. 10, p. 2657.
90. Wong C. W. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 108, p. 481.
91. Tarbutton R. M., Davies K. T. R. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 120, p. 1.
92. Vautherin D., Brink D. M. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 626.
93. Negele J. W., Vautherin D. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 1472.
94. Савушкин Л. Н. В кн.: Программа и тезисы докладов 25 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1975, с. 233.
95. Митропольский И. А., Савушкин Л. Н., Фоменко В. Н. В кн.: Программа и тезисы докладов 25 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1975, с. 216.