

## ПРЕДАСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ УПРУГОМ РАССЕЯНИИ АДРОНОВ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

*С. В. Голоскоков, А. В. Кудинов, С. П. Кулешов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзоре приводятся результаты исследований в рамках квазипотенциального подхода предасимптотических эффектов в процессах упругого рассеяния адронов на большие углы при высоких энергиях.

A review of some results of the quasipotential approach to the preasymptotic effects in high-energy large-angle elastic hadron scattering is given

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение упругого рассеяния адронов при высоких энергиях является одной из актуальных задач физики элементарных частиц. Надежным базисом для ее решения продолжают оставаться общие принципы квантовой теории поля, среди которых следует особо отметить развитое в основополагающих работах Н. Н. Боголюбова [1, 2] представление об амплитуде рассеяния как единой аналитической функции кинематических переменных, связывающей физические процессы в разных каналах. Дальнейшее развитие этой концепции А. А. Логуновым [3, 4] привело к доказательству асимптотических соотношений для полных и дифференциальных сечений. Эти фундаментальные положения должны учитываться при формулировке конкретных моделей и помогают найти пути их возможного уточнения. При этом одним из наиболее универсальных подходов, позволяющих рассматривать различные модели единым образом, является квазипотенциальный подход Логунова — Тавхелидзе [5]. Он сочетает строгость основных положений квантовой теории поля с наглядностью физической интерпретации и допускает эффективное использование эвристических соображений о характере взаимодействия частиц при высоких энергиях.

В отсутствие последовательной теории сильных взаимодействий наибольшее распространение получили два основных подхода к описанию динамики взаимодействия в различных областях передач импульса. Первый из них исходит из предположения о том, что структура сильных взаимодействий адекватно описывается гладким локальным квазипотенциалом [6, 7]. Это позволя-

ет на единой основе рассматривать рассеяние во всем интервале передач импульса. В области малых углов следствием гипотезы гладкости является эйкональный характер рассеяния адронов [8—10]. При рассеянии же на большие углы гладкие квазипотенциалы приводят к экспоненциальному убыванию дифференциальных сечений с ростом передач импульса [9—13]:

$$d\sigma/dt \sim (1/s^2) \exp[-\sqrt{c(s)} |t|], \quad (1)$$

где  $c(s)$  — медленно меняющаяся функция.

Такое поведение характерно для большинства моделей, в которых адроны рассматриваются как протяженные объекты с конечными размерами. Типичным примером таких моделей является дроплетная модель [14] (см. также [15]).

Другой подход основан на предположении о существенном различии механизмов сильного взаимодействия на малых и больших расстояниях. Причем процессы с малыми передачами импульса по-прежнему определяются глобальной структурой адрона как «рыхлого» протяженного объекта. В процессах же с большими переданными импульсами проявляется внутренняя точечноподобная структура адрона, а рассеяние на большой угол — следствие однократного жесткого рассеяния составляющих. При этом для моделей жесткого соударения в предположении об автомоделном характере взаимодействия точечных составляющих адронов на малых расстояниях имеют место правила размерного кваркового счета для энергетических зависимостей дифференциальных сечений рассеяния адронов на большие углы [16, 17]:

$$d\sigma/dt \sim (1/s^N) f(t/s), \quad (2)$$

где  $N = k - 2$ ;  $k$  — полное число точечных составляющих начальных и конечных частиц.

Каждый из перечисленных подходов позволяет строить модельные представления, которые удовлетворительно передают основные черты имеющихся экспериментальных данных по высокоэнергетическому упругому рассеянию адронов на углы вблизи  $90^\circ$  в системе центра масс (см., например, [15, 18, 19]). Однако модели жесткого соударения являются более предпочтительными, так как последние экспериментальные данные [19] указывают на значительное отличие от  $s^{-2}$ -зависимости дифференциальных сечений при фиксированных передачах импульса, что не согласуется с (1). Поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением именно таких моделей.

Различие механизмов взаимодействия на малых и больших расстояниях, определяющих рассеяние на большие и малые углы соответственно, приводит к естественной проблеме учета вклада взаимодействия на больших расстояниях в рассеяние на большие углы. Подчеркнем, что для решения поставленной проблемы необ-

ходим формализм, позволяющий единым образом описывать взаимодействие на малых и больших расстояниях. Такую возможность дает квазипотенциальный подход Логунова — Тавхелидзе, а наличие квазипотенциального уравнения для амплитуды рассеяния позволяет построить последовательную схему вычисления поправок к главному асимптотическому члену амплитуды. Это чрезвычайно важно, так как с уточнением экспериментальных данных становится очевидным, что при достигнутых в настоящее время энергиях автомодельное поведение (2) является приближенным [19]. Возможным источником наблюдаемых отклонений от автомодельности могут быть поправки, обусловленные взаимодействием на больших расстояниях. Подчеркнем, что оценка поправок необходима также для более или менее надежного определения границ асимптотической области и для проверки самосогласованности различных моделей. Кроме того, следует отметить, что квазипотенциальные оценки поправок могут дополнить результаты вычислений в рамках квантовой хромодинамики, где использование теории возмущений для описания взаимодействия адронов, в частности, на больших расстояниях, представляется проблематичным.

В настоящем обзоре приведем ряд результатов, которые являются следствиями последовательного учета вклада взаимодействия на больших расстояниях в процессы упругого рассеяния на большие углы при высоких энергиях. Нами будут рассмотрены различные подходы к изучению асимптотических угловых зависимостей процессов двухчастичного рассеяния. В рамках квазипотенциального подхода Логунова — Тавхелидзе будет проведено изучение поправок низших порядков по  $1/\sqrt{s}$  к главному асимптотическому члену амплитуды рассеяния. Подчеркнем, что свойства определяющей поправки мягкой компоненты квазипотенциала могут быть с достаточной степенью точности восстановлены на основе изучения процессов рассеяния на малые углы. Таким образом, учет преасимптотических эффектов позволяет установить корреляцию асимптотик амплитуды рассеяния в областях малых и больших углов.

В обзоре будет дано сравнение асимптотических и преасимптотических представлений дифференциальных сечений рассеяния, полученных в рамках различных моделей с экспериментальными данными.

## 1. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ УГЛОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

Одна из основных проблем, связанных с правилами кваркового счета (2), заключается в определении не только энергетических, но и угловых зависимостей дифференциальных сечений, т. е. явно-

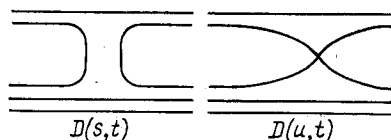
го вида функций  $f(t/s)$ . Существование степенных автомодельных асимптотик рассеяния позволяет сделать вывод, что асимптотические инвариантные амплитуды бинарных процессов имеют простой степенной вид:

$$T_{ab \rightarrow cd} = \sum_i \frac{A_i}{s^{\alpha_i} t^{\beta_i} u^{\gamma_i}},$$

причем  $\alpha_i + \beta_i + \gamma_i = (n_a + n_b + n_c + n_d)/2 - 2$ ; где  $n_i$  — число элементарных составляющих — кварков адрона  $i$ . Таким образом, необходимо найти показатели степени  $\alpha, \beta, \gamma$  и установить связь между коэффициентами  $A_i$ .

Одно из решений этой задачи было предложено в [20—22] на основе динамической интерпретации дуальных кварковых диаграмм, характеризующих кварковые процессы, протекающие на малых расстояниях.

Существенную роль играет топология кварковых диаграмм, которая определяется следующим образом. Топология диаграммы типа  $D(s, t)$  задается числом кварков  $n_s$ , обменявшихся в  $s$ -канале, и числом кварков  $n_t$ , обменявшихся в  $t$ -канале. Аналогичным образом определяется топология диаграммы  $D(u, t)$ :



Гипотеза обобщенного размерного анализа кварковых амплитуд состоит в том, что каждой кварковой диаграмме с топологией  $D^{n_s, n_t}(s, t)$  или  $D^{n_u, n_t}(u, t)$  соответствует определенный вклад в асимптотику амплитуды рассеяния адронов на большие углы, являющийся однородной функцией двух инвариантных переменных  $(s, t)$  или  $(u, t)$  соответственно:

$$D^{n_s, n_t}(s, t) \sim 1/s^{n_s-1} t^{n_t-1}; \quad D^{n_u, n_t}(u, t) \sim 1/u^{n_u-1} t^{n_t-1}.$$

В результате можно получить угловые зависимости различных бинарных процессов. Для пион-протонного рассеяния асимптотические представления дифференциальных сечений рассеяния имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) &= (1+z) \left| \frac{A_1}{s^2 t^2} + \frac{A_2}{t^2 u^2} \right|^2; \\ \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) &= (1+z) \left| \frac{A_1}{t^2 u^2} + \frac{A_2}{s^2 t^2} \right|^2, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $z = \cos \theta$  — косинус угла рассеяния в с. ц. м. Для  $pp$ -рассеяния в рамках этой модели имеем

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) = \left[ (1+z)^2 \left| \frac{B_1}{u^2 t^3} + \frac{B_2}{u^4 t} \right|^2 + (z \rightarrow -z) \right] + \\ + 4 \left| \left( \frac{B_3}{u^2 t^3} + \frac{B_4}{u^4 t} \right) + (z \rightarrow -z) \right|^2. \quad (4)$$

Другой метод исследования асимптотических угловых зависимостей исходит из модели обмена составляющими [23, 18], основанной на предположениях о конечной плотности кварков в адроне и о том, что масштабнo-инвариантное взаимодействие составляющих различных адронов не дает существенного вклада в амплитуду рассеяния на большие углы. Размерный анализ получаемых при этом кварк-глюонных диаграмм позволяет восстановить угловые зависимости различных процессов рассеяния. Для мезон-нуклонного рассеяния эта модель приводит к тем же результатам, что и модель, рассмотренная в [21—23].

В [24] предложен метод исследования угловых зависимостей, основанный на использовании представления Мандельштама для амплитуды рассеяния. Учет спиновой структуры процессов, а также асимптотик эффективных редже-траекторий, полученных в модели с обменом составляющими [25], позволили найти следующие представления дифференциальных сечений пион-протонного и протон-протонного рассеяния [26]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) &= (1+z) \left| \frac{A_1}{s^2 t^2} + \frac{A_2}{t^2 u^2} + A_3 \left( \frac{1}{st^3} + \frac{1}{t^3 u} \right) \right|^2; \\ \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) &= (1+z) \left| \frac{A_1}{t^2 u^2} + \frac{A_2}{s^2 t^2} + A_3 \left( \frac{1}{st^3} + \frac{1}{t^3 u} \right) \right|^2; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) = \frac{4B_1^2}{s^2 t^4 u^4}. \quad (6)$$

Близкий метод был использован в [27]. Однако несколько иной способ учета кроссинг-симметрии и  $SU(3)$ -симметрии позволил получить отличные от приведенных выше представления дифференциальных сечений рассеяния. Для пион-протонного рассеяния они имеют следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) = \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) = \\ = (1+z) \left| A_1 \left( -\frac{2}{st^3} + \frac{1}{s^2 t^2} - \frac{1}{2s^2 u^2} \right) + \right. \\ \left. + A_2 \left( \frac{1}{s^3 t} + \frac{1}{2su^3} - \frac{1}{2s^2 u^2} + \frac{1}{2s^3 u} \right) \right|^2. \quad (7)$$

Единые асимптотические представления можно записать и для двух нуклонных реакций:

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) = [(1+z)^2 |T_1|^2 + (z \rightarrow -z)] + 4 |T_1 + (z \rightarrow -z)|^2; \quad (8)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(pn \rightarrow pn) = [(1+z)^2 + 4] |T_1|^2, \quad (9)$$

где

$$T_1 = B_1 \left( \frac{3}{st^4} - \frac{1}{s^2 t^3} - \frac{1}{s^2 u^3} \right) + B_2 \left( -\frac{3}{st^4} + \frac{2}{s^2 t^3} - \frac{1}{s^3 t^2} + \frac{1}{s^3 u^2} \right) + B_3 \left( \frac{1}{st^4} - \frac{1}{s^2 t^3} + \frac{1}{s^3 t^2} - \frac{1}{s^4 t} - \frac{1}{s^4 u} \right). \quad (10)$$

В рамках квазипотенциального подхода были получены следующие параметризации дифференциальных сечений мезон-нуклонных [28] и нуклон-нуклонных [29] процессов:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) &= \frac{(1+z)}{s^8} \left[ A_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1} + A_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2} \right]^2; \\ \frac{d\sigma}{dt}(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) &= \frac{(1+z)}{s^8} \left[ A_3 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_3} + A_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

и

$$\frac{d\sigma}{dt}(pp \rightarrow pp) = \frac{1}{s^{10}} \left\{ \left[ (1+z)^2 \left( B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1} + B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2} \right)^2 + (z \rightarrow -z) \right] + 4 \left[ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1} - B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2} + (z \rightarrow -z) \right]^2 \right\}; \quad (12)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(pn \rightarrow pn) = \frac{1}{s^{10}} \left[ (1+z)^2 \left( B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1} + B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2} \right)^2 + 4 \left( B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1} - B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Следует отметить, что все перечисленные выше модели использовали принцип автомодельности, т. е. предположение об отсутствии существенных размерных параметров, определяющих динамику взаимодействия на малых расстояниях. При таких условиях можно пренебречь массами взаимодействующих частиц, что приводит к  $\gamma_5$ -инвариантности амплитуды рассеяния при высоких энергиях и больших передачах импульса [30].

Модель с массивными кварками, приводящая к  $\gamma_5$ -неинвариантной амплитуде рассеяния, была предложена в [31]. Полученные в ней асимптотические амплитуды удовлетворяют правилам кваркового счета, предсказываемые же угловые зависимости отличаются от приведенных выше. При анализе угловых зависимостей эксклюзивного рассеяния адронов на большие углы некоторые

авторы использовали и другие модели взаимодействия (см., например, [32-35], а также [15, 18, 36]).

Рассмотреть перечисленные модели единым образом и найти поправки, обусловленные взаимодействием на больших расстояниях, позволяет квазипотенциальный подход Логунова — Тавхелидзе. При этом возникает проблема нахождения критерия точечноподобности описываемой квазипотенциалом структуры, аналогичного принципу гладкости локального квазипотенциала для процессов с малыми передачами импульса. Для рассеяния скалярных частиц такой критерий сформулирован в [37] и обобщен на случай рассеяния частиц со спином в [38, 39].

Следуя этим работам, выберем широкий класс квазипотенциалов, удовлетворяющих представлению:

$$\hat{V}(s, \Delta) = g(s) \int_0^{\infty} dx \hat{\rho}(s, x) \exp(-x\Delta^2); \quad t = -\Delta^2 \quad (14)$$

и являющихся аналитическими функциями  $t$  в полуплоскости  $\text{Re } t \leq 0$ . Основная зависимость от энергии выделена здесь в виде фактора  $g(s)$ , степенным образом зависящего от  $s$ . Функция плотности  $\hat{\rho}(s, x)$  — некоторая матрица, ранг которой зависит от спина взаимодействующих частиц. При фиксированных  $x$  вне некоторой окрестности  $x = 0$ ,  $\hat{\rho}(s, x)$  — медленно меняющаяся функция энергии. Критерием точечноподобности внутренней структуры частиц, взаимодействие которых описывается квазипотенциалом (14), является существование ненулевого слабого предела:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s^{M-1} \hat{\rho}(s, x = \eta/s) = \hat{\psi}(\eta); \quad M > 0; \quad 0 < \eta < \infty. \quad (15)$$

Рассмотрим задачу квазипотенциального описания асимптотической амплитуды упругого рассеяния частиц с произвольным спином на большие углы. Квазипотенциальное уравнение для матричной амплитуды рассеяния запишем в виде

$$\hat{G}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{k}) + \int d\mathbf{q} \hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{\hat{A}(s, \mathbf{q})}{E^2(\mathbf{q}) - E^2 - i0} \hat{G}(s, \mathbf{q}, \mathbf{k}), \quad (16)$$

где  $E(\mathbf{q}) = \sqrt{m_1^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{m_2^2 + \mathbf{q}^2}$ ;  $E = \sqrt{s} = E(\mathbf{p}) = E(\mathbf{k})$  — полная энергия частиц в с. ц. м.;  $m_1$  и  $m_2$  — массы первой и второй частиц соответственно;  $\hat{A}(s, \mathbf{q})$  — некоторая матрица, форма которой зависит от спина взаимодействующих частиц. Явный вид ее здесь несуществен. Считая, что квазипотенциал задан представ-

лением (14), ищем решение уравнения (16) итерациями:

$$\left. \begin{aligned} \hat{G}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{G}_{n+1}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}); \quad \hat{G}_1(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{k}); \\ \hat{G}_{n+1}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \int \prod_{i=1}^n \frac{d\mathbf{q}_i}{E^2(\mathbf{q}_i) - E^2 - i0} \hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{q}_1) \hat{A}(s, \mathbf{q}_1) \times \\ &\times \hat{g}(s, \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \hat{A}(s, \mathbf{q}_2) \dots \hat{A}(s, \mathbf{q}_n) \hat{g}(s, \mathbf{q}_n - \mathbf{k}). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

После замены переменных

$$\mathbf{q}_i \rightarrow \Delta_i + \lambda_i; \quad \lambda_i = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{k}}{2} + \left[ 1 - 2 \left( \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j} \right) / \left( \sum_{j=1}^{n+1} \frac{1}{x_j} \right) \right] \frac{\mathbf{p} - \mathbf{k}}{2}$$

преобразуем (17) к виду

$$\hat{G}_{n+1}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \int dx_1 \dots dx_n \exp \left\{ t / \sum_{j=1}^{n+1} \frac{1}{x_j} \right\} \hat{J}_n(x_1, \dots, x_n), \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{J}_n(x_1, \dots, x_n) &= [g(s)]^{n+1} \int \sum_{j=1}^n \frac{d\Delta_j}{E^2(\Delta_j + \lambda_j) - E^2 - i0} \exp(-C_{ij} \Delta_i \Delta_j) \times \\ &\times \hat{\rho}(s, x_1) \hat{A}(s, \Delta_1 + \lambda_1) \hat{\rho}(s, x_2) \dots \hat{\rho}(s, x_n) \hat{A}(s, \Delta_n + \lambda_n) \hat{\rho}(s, x_{n+1}). \end{aligned}$$

Здесь

$$C_{ij} \Delta_i \Delta_j = \sum_{h=1}^{n+1} (\Delta_h - \Delta_{h-1})^2 x_h; \quad \Delta_0 = \Delta_{n+1} = 0.$$

Введем существенное для дальнейшего понятие асимптотического квазипотенциала как предельной формы квазипотенциала  $\hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{k})$  в определенной области изменения его аргументов. В частности, кинематическим областям рассеяния на большие и малые углы сопоставим «жесткий» и «мягкий» асимптотические квазипотенциалы, а их функции плотности обозначим  $\hat{\rho}_h(s, x)$  и  $\hat{\rho}_s(s, x)$ . Существенным свойством «мягкого» асимптотического квазипотенциала является гладкость, а его функция плотности удовлетворяет условию

$$\text{supp } \hat{\rho}_s(s, x) \subset \{x; x \geq a_0\}; \quad (19)$$

где  $a_0$  — квадрат эффективного радиуса протяженной частицы. Функция плотности «жесткого» асимптотического квазипотенциала должна иметь ненулевой предел (15); тем самым существенно поведение асимптотической функции плотности в области:

$$0 < x < \varepsilon \ll a_0. \quad (20)$$



Можно показать, что основной вклад в асимптотику интеграла (18) в области высокоэнергетического рассеяния на большие углы:

$$s \rightarrow \infty; \quad |t|/s = (1-z)/2 - \text{фиксированно}$$

определяется борновским приближением по жесткому асимптотическому квазипотенциалу [37]. При этом  $(n + 1)$ -член итерационного разложения амплитуды рассеяния можно представить в виде

$$\hat{G}_{n+1}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \sum_{m=1}^{n+1} \hat{G}_{n+1, m}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}),$$

где

$$\hat{G}_{n+1, m}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \underbrace{\hat{g}_s \otimes \dots \otimes \hat{g}_s}_{m-1} \otimes \hat{g}_h \otimes \underbrace{\hat{g}_s \otimes \dots \otimes \hat{g}_s}_{n+1-m}. \quad (21)$$

С учетом соотношений (19), (20) имеем приближенно:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i &\approx \begin{cases} \mathbf{p}; & i < m; \\ \mathbf{k}; & i \geq m; \end{cases} \quad \sum_{j=1}^{n+1} \frac{1}{x_j} \approx \frac{1}{x_m}; \\ C_{ij} \Delta_i \Delta_j &\approx x_1 \Delta_1^2 + \sum_{\substack{i=2 \\ i \neq m}}^n x_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 + x_{n+1} \Delta_n^2; \\ \frac{\hat{A}(s, \Delta_i + \lambda_i)}{E^2(\Delta_i + \lambda_i) - E^2 - i0} &\approx \begin{cases} \frac{\hat{A}(s, \mathbf{p})}{8p(\Delta_i \mathbf{n}_p - i0)}, & i < m; \\ \frac{\hat{A}(s, \mathbf{k})}{8p(\Delta_i \mathbf{n}_k - i0)}, & i \geq m, \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где  $p = |\mathbf{p}|$ ;  $\mathbf{n}_p$  и  $\mathbf{n}_k$  — единичные векторы вдоль направлений импульсов  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{k}$ .

Подставляя приближения (22) в выражение (21), получаем [40]

$$\hat{G}_{n+1, m}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = g(s) \int_0^\infty dx \exp(xt) \hat{I}_{m-1} \hat{\rho}_h(s, x) \hat{I}_{n-m+1}, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{I}_{m-1} &= \left( \frac{g(s)}{8p} \right)^{m-1} \int_0^\infty \prod_{i=1}^{m-1} dx_i \prod_{j=1}^m \frac{d\Delta_j}{\Delta_j \mathbf{n}_p - i0} \times \\ &\times \exp \left( -x_1 \Delta_1^2 - \sum_{l=2}^{m-1} x_l (\Delta_l - \Delta_{l-1})^2 \right) \times \\ &\times \hat{\rho}_s(s, x_1) \hat{A}(s, \mathbf{p}) \hat{\rho}_s(s, x_2) \dots \hat{\rho}_s(s, x_{m-1}) \hat{A}(s, \mathbf{p}) = \\ &= [i\hat{\chi}_s(0) \hat{B}(\mathbf{p})]^{m-1} / (m-1)!; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_{n-m+1} &= \left(\frac{g(s)}{8p}\right)^{n-m+1} \int_0^\infty \prod_{i=m+1}^{n+1} dx_i \int \prod_{j=m}^n \frac{d\Delta_j}{\Delta_j n_k - i0} \times \\ &\times \exp\left(-\sum_{l=m+1}^n x_l (\Delta_l - \Delta_{l-1})^2 - x_n \Delta_n^2\right) \times \\ &\times \hat{A}(s, \mathbf{k}) \hat{\rho}_s(s, x_{m+1}) \hat{A}(s, \mathbf{k}) \dots \hat{A}(s, \mathbf{k}) \hat{\rho}_s(s, x_{n+1}) = \\ &= [i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}_s(0)]^{n-m+1} / (n-m+1)!. \end{aligned}$$

Выше использованы обозначения:

$$\begin{aligned} \hat{B}(\mathbf{p}) &= \hat{A}(s, p) g(s) / 16p; \\ \hat{\chi}_s(0) &= \int_{-\infty}^\infty dz \hat{g}_s(s, r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2}) / g(s) |_{\mathbf{b}=0}; \end{aligned}$$

$\hat{g}(s, r)$  — фурье-образ квазипотенциала.

Суммируя по  $n$  и  $m$ , получаем следующее выражение для асимптотической амплитуды рассеяния на большие углы:

$$\hat{G}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \exp[i\hat{\chi}_s(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \hat{g}_h(s, \mathbf{p} - \mathbf{k}) \exp[i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}_s(0)]. \quad (24)$$

Рассмотрим теперь вклад в рассеяние обменных сил, для этого запишем квазипотенциал в виде [41]:

$$\hat{V}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \hat{g}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) + \hat{h}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}), \quad (25)$$

причем для  $\hat{g}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k})$  справедливо представление (14) и

$$\hat{h}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = h(s) \int_0^\infty dy \hat{\sigma}(s, y) \exp(-y(\mathbf{p} + \mathbf{k})^2). \quad (26)$$

Квазипотенциалы  $\hat{g}(s, \mathbf{p} - \mathbf{k})$  и  $\hat{h}(s, \mathbf{p} + \mathbf{k})$  будем называть прямой и обменной компонентами полного квазипотенциала  $\hat{V}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k})$ . При этом предполагается, что плотности  $\hat{\rho}$  и  $\hat{\sigma}$  удовлетворяют слабым пределам типа (15) с одинаковыми  $M$ .

Представим амплитуду рассеяния для квазипотенциала в виде суммы двух величин:  $\hat{T} = \hat{G} + \hat{H}$ , для которых справедлива система квазипотенциальных уравнений

$$\hat{G} = \hat{g} + \hat{g} \otimes \hat{G} + \hat{h} \otimes \hat{H}; \quad (27)$$

$$\hat{H} = \hat{h} + \hat{h} \otimes \hat{G} + \hat{g} \otimes \hat{H}. \quad (28)$$

Для рассеяния нетождественных частиц пик при рассеянии вблизи направления назад подавлен. Следовательно, обменный

мягкий асимптотический квазипотенциал много меньше прямого мягкого асимптотического квазипотенциала:

$$|\hat{h}_s(s, \Delta_u \sim 0)/\hat{g}_s(s, \Delta_t \sim 0)| \sim 1/(\sqrt{s})^\alpha \quad \text{при } s \rightarrow \infty,$$

причем  $\alpha > 2$  (см., например, [42]). Это означает, что при вычислении главного асимптотического члена амплитуды рассеяния на большие углы можно пренебречь вкладом мягкого обменного квазипотенциала. Кроме того, так как вклад жестких асимптотических квазипотенциалов достаточно учитывать в борновском приближении, то последний член в (27) можно отбросить. Действительно, этот член либо содержит мягкий обменный квазипотенциал, либо он квадратичен по жесткому обменному квазипотенциалу. Таким образом, система уравнений (27) и (28) расщепляется. Отметим, что первое уравнение для амплитуды  $\hat{G}$  было решено выше. Остается изучить вклад жесткого обменного квазипотенциала  $\hat{h}$ . Решая (28) итерациями, представим  $\hat{H}$  в виде:

$$\hat{H} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{n+1} \hat{H}_{n+1, m}; \quad \hat{H}_{n+1, m} = \underbrace{\hat{g}_s \otimes \dots \otimes \hat{g}_s}_{m-1} \otimes \hat{h}_h \otimes \underbrace{g_s \otimes \dots \otimes g_s}_{n+1-m}$$

Подставляя представления (14), (26) и производя замену переменных, диагонализующую квадратичную форму в экспоненте

$$\mathbf{q}_i = \Delta_i + \lambda_i;$$

$$\lambda_i = \begin{cases} \frac{\mathbf{p}-\mathbf{k}}{2} + \left(1 - 2 \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j}\right) / \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^{n+1} \frac{1}{x_j} + \frac{1}{y_m}\right) \frac{\mathbf{p}+\mathbf{k}}{2}, & i < m; \\ -\frac{\mathbf{p}-\mathbf{k}}{2} + \left(1 - 2 \sum_{j=i+1}^{n+1} \frac{1}{x_j}\right) / \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^{n+1} \frac{1}{x_j} + \frac{1}{y_m}\right) \frac{\mathbf{p}+\mathbf{k}}{2}, & i \geq m; \end{cases}$$

после вычислений, которые аналогичны проведенным при выводе представления (24), получаем для главного асимптотического члена амплитуды  $\hat{H}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k})$ :

$$\hat{H}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \exp[i\hat{\chi}_s(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \hat{h}_h(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) \exp[i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}_s(0)].$$

Тогда для полной амплитуды рассеяния на большой угол имеем выражение

$$\hat{T}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \exp[i\hat{\chi}_s(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \{ \hat{g}_h(s, \mathbf{p}-\mathbf{k}) + \hat{h}_h(s, \mathbf{p}+\mathbf{k}) \} \times \\ \times \exp[i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}_s(0)]. \quad (29)$$

Для выбранного класса аналитических квазипотенциалов, удовлетворяющих условию (15), можем написать

$$g(s) \int_0^g dx \exp[(-x |t|)] \hat{\rho}_h(s, x) \rightarrow \frac{g(s)}{s^M} \int_0^\infty d\eta \exp\left(-\eta \frac{|t|}{s}\right) \hat{\psi}(\eta).$$

Таким образом, асимптотическая амплитуда рассеяния имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{T}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) \sim & \frac{1}{s^M} \exp i\hat{\chi}_s(0) \hat{B}(\mathbf{p}) \left\{ g(s) \int_0^\infty d\eta \exp\left(-\eta \frac{|t|}{s}\right) \hat{\psi}(\eta) + \right. \\ & \left. + h(s) \int_0^\infty d\xi \exp\left(-\xi \frac{|u|}{s}\right) \hat{\sigma}(\xi) \right\} \exp [i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}_s(0)]; \end{aligned}$$

что приводит к степенному падению дифференциальных сечений рассеяния в области больших углов при выполнении условия  $\lim_{p \rightarrow \infty} \hat{B}(p) = \hat{B}(p/|p|)$ , которое справедливо как для скалярных частиц, так и частиц со спином.

Полученные результаты приводят к наглядному представлению о процессе высокоэнергетического рассеяния на большие углы. В начале и конце процесса происходят многократные перерассеяния на малые углы, благодаря чему набегают эйкональная фаза, а в дифференциальном сечении появляется эйкональный фактор, характеризующий прозрачность частиц при нулевых прицельных расстояниях. Эйкональный фактор определяется только гладкой компонентой квазипотенциала. Отклонение частиц на большой угол связано с жестким рассеянием на точечных составляющих адрона. Эта стадия описывается борновским приближением по жесткому ядру квазипотенциала, задаваемому функциями  $\hat{\psi}(\eta)$  и  $\hat{\sigma}(\xi)$ . Таким образом, при асимптотически высоких энергиях вклады взаимодействия на малых и больших расстояниях факторизуются. Описание предасимптотических эффектов, связанных с большими расстояниями, соответствует более точному учету вклада мягких перерассеяний. Возникающие при этом поправки не факторизуются, а зависят от характеристик обоих механизмов взаимодействия.

Использованные выше квазипотенциалы  $\hat{g}$  и  $\hat{h}$  являются при рассеянии частиц со спинами 0, 1/2 матрицами  $4 \times 4$ , а при рассеянии двух частиц со спинами 1/2 — матрицами  $16 \times 16$ . Полное описание возможных спиновых эффектов требует введения нескольких инвариантных амплитуд, каждой из которых можно сопоставить определенную матричную структуру квазипотенциала. Чтобы уменьшить число независимых инвариантных амплитуд, в дальнейшем будем пользоваться требованием  $\gamma_5$ -инвариантности взаимодей-

ствия при высоких энергиях и больших передачах импульса [30]. Это позволяет однозначно фиксировать матричную структуру квазипотенциала при рассеянии частиц со спинами 0, 1/2 и выделить две допустимые структуры при рассеянии частиц со спином 1/2.

Учет поправок, связанных с взаимодействием на больших расстояниях, нарушает  $\gamma_5$ -инвариантность амплитуды рассеяния на большие углы. Возможные источники нарушения  $\gamma_5$ -инвариантности этим не исчерпываются; сам асимптотический жесткий квазипотенциал может содержать  $\gamma_5$ -неинвариантные компоненты, степенным образом подавленные по отношению к главной  $\gamma_5$ -инвариантной компоненте. Таким образом,  $\gamma_5$ -неинвариантные поправки можно связать с взаимодействием на больших расстояниях и с подавленными компонентами взаимодействия на малых расстояниях. Но в то время как следующие члены разложения жесткого асимптотического  $\gamma_5$ -инвариантного квазипотенциала можно в какой-то мере учесть, вводя обрезание для жестких асимптотических функций плотности, для  $\gamma_5$ -неинвариантных поправок к жесткому асимптотическому квазипотенциалу такого простого способа описания не существует, и в дальнейшем они рассматриваться не будут.

Следовательно, в то время как для дифференциальных сечений возможные поправочные вклады будут учтены достаточно полно, поляризационные эффекты, тесно связанные с нарушением  $\gamma_5$ -инвариантности, будут описаны лишь качественно.

## 2. УЧЕТ ПОПРАВОК К АМПЛИТУДЕ РАССЕЯНИЯ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

Представление (29) дает асимптотику амплитуды рассеяния на большие углы. Обсудим возможные источники поправок к главному асимптотическому члену амплитуды. Таких источников три:

Во-первых, приближения (22). Их уточнение соответствует более корректному описанию вклада взаимодействия на больших расстояниях. Как будет показано ниже, параметр разложения — величина  $1/p$ .

Во-вторых, источником поправок являются следующие члены асимптотического жесткого квазипотенциала. Аргументы, основанные на использовании дисперсионных соотношений [24], позволяют предполагать, что разложение жесткого квазипотенциала будет идти по обратным степеням больших инвариантных переменных  $s$ ,  $t$ ,  $u \sim p^2$ . Эффективно такие поправки можно учесть, введя некоторое обрезание для жесткой функции плотности:

$$\hat{\rho}_h(s, x) \rightarrow \hat{\rho}_h(s, x) \exp(-dx),$$

что эквивалентно сглаживанию угловых зависимостей с помощью замен:

$$t \rightarrow t - d; \quad u \rightarrow u - d. \quad (30)$$

В-третьих, источником поправок могут служить высшие борновские приближения по жесткому асимптотическому квазипотенциалу. Но, как показано в [37], они сильно подавлены по сравнению с главным асимптотическим членом (29), и при вычислении поправок низших порядков их можно не учитывать.

Степень убывания амплитуды с ростом энергии определяется показателем  $M$  в (15). Отсюда очевидно, что переход от  $\hat{\rho}_h(s, x)$  к  $\hat{\rho}'_h(s, x) = x\rho_h(s, x)$  приводит к увеличению степени убывания амплитуды с ростом  $s, t, u \sim p^2$  на единицу. Таким образом, с точки зрения асимптотического поведения амплитуды справедливо следующее соотношение эквивалентности для  $x$ -параметра жесткого асимптотического квазипотенциала:  $x \sim 1/p^2$ .

Отметим также, что для чисто мнимых мягких асимптотических квазипотенциалов поправки порядка  $1/p$  чисто мнимые по сравнению с главным асимптотическим членом амплитуды. Поэтому для корректного описания низших поправок к дифференциальному сечению рассеяния необходимо учесть поправки к амплитуде двух порядков по  $1/p$ .

Вычисление поправок начнем с уточнения соотношений (22). Полагая  $x_m = x$  для импульсов сдвига  $\lambda_i$ , имеем:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i &\approx p - x \left( \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j} \right) (p - k); & i < m; \\ \lambda_i &\approx k - x \left( \sum_{j=i+1}^{n+1} \frac{1}{x_j} \right) (k - p), & i \geq m. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

В дальнейшем будем использовать обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_i &= q_i n_p + \Delta_{\perp i}, & i < m; \\ \Delta_i &= q_i n_k + \Delta_{\perp i}, & i \geq m; \\ \alpha_i &= \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j}; \Delta_{\parallel} = (p - k, n_p) = (k - p, n_k); (n_p, n_k) = \cos \theta = z. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

С учетом (31) и (32) нетрудно получить для  $i < m$ :

$$\frac{1}{(\Delta_i + \lambda_i)^2 - p^2 - i0} \approx \frac{1}{2p(q_i - i0)} \left[ 1 + \frac{x\alpha_i \Delta_{\parallel} - \Delta_{\perp i}^2 / 2p}{q_i - i0} + \frac{(x\alpha_i \Delta_{\parallel} - \Delta_{\perp i}^2 / 2p)^2}{(q_i - i0)^2} + \frac{\Delta_{\perp i}^2}{2p^2} - \frac{q_i}{2p} + \frac{q_i^2}{4p^2} \right]. \quad (33)$$

Соответствующие выражения для  $i \geq m$  получаются с помощью замены  $\alpha_i \rightarrow \tilde{\alpha}_i = \sum_{j=i+1}^{n+1} 1/x_j$ . Экспоненциальные факторы, завися-

щие от  $x$ , приводят к следующим разложениям:

$$\exp[-x(\Delta_{m-1} - \Delta_m)^2] \approx 1 - xq_{m-1}^2 - xq_m^2 + 2xzq_{m-1}q_m - x\Delta_{\perp m-1}^2 - x\Delta_{\perp m}^2 + 2x(\Delta_{\perp m-1}, \Delta_{\perp m}); \tag{34}$$

$$\exp[t(1/x + \alpha_{m-1} + \tilde{\alpha}_m)^{-1}] \approx \exp(tx) [1 - tx^2(\alpha_{m-1} + \tilde{\alpha}_m)]. \tag{35}$$

Для рассеяния тождественных бесспиновых частиц

$$\hat{A}(s, \mathbf{q}) = 4/\sqrt{q^2 + m^2}; \quad g(s) = 4ip^2;$$

причем разложение для  $\hat{A}(s, \Delta_i + \lambda_i)$  имеет вид ( $i < m$ ):

$$\frac{2}{\sqrt{(\Delta_i + \lambda_i)^2 + m^2}} \approx \frac{4}{p} \left[ 1 - \frac{q_i}{p} + \frac{1}{p} \left( x\alpha_i \Delta_{\parallel} - \frac{\Delta_{\perp i}^2}{2p} \right) - \frac{m^2}{2p^2} + \frac{q_i^2}{p^2} \right]. \tag{36}$$

Взяв в разложениях (33) — (36) главные члены, приходим к представлению (24), которое удобно переписать в виде

$$G_{n+1, m}^{(0)}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = 4ip^2 \int_0^\infty dx \rho_h(s, x) \exp(xt) \int dF_{m-1} \int dF_{n, m}$$

где

$$\int dF_{m-1} = (2i)^{m-1} \int \prod_{j=1}^{m-1} \left[ dx_j \rho_s(s, x_j) \frac{dq_j}{q_j - i0} d\Delta_{\perp j} \right] \times \\ \times \exp(-\Gamma_m(q) - \Gamma_m(\Delta_{\perp}));$$

$$\Gamma_m(q) = x_1 q_1^2 + \sum_{i=2}^{m-1} x_i (q_i - q_{i-1})^2;$$

$$\int d\tilde{F}_{n, m} = (2i)^{n-m} \int \prod_{j=m}^n \left[ dx_{j+1} \rho_s(s, x_{j+1}) \frac{dq_j}{q_j - i0} d\Delta_{\perp j} \right] \times \\ \times \exp(-\tilde{\Gamma}_{n, m}(q) - \tilde{\Gamma}_{n, m}(\Delta_{\perp}));$$

$$\tilde{\Gamma}_{n, m}(q) = x_{n+1} q_n^2 + \sum_{i=m+1}^n x_i (q_i - q_{i-1})^2.$$

Поправки порядка  $1/p$  к  $G_{n+1, m}^{(0)}(s, p, k)$  получим, взяв в одном из разложений (33), (36) поправочный член порядка  $1/p$  и используя главные асимптотики для всех остальных разложений. Чтобы вычислить поправки второго порядка по  $1/p$ , необходимо либо взять в одном из разложений (33) — (36) поправочный член порядка  $1/p^2$ , либо дважды учесть поправочные члены порядка  $1/p$  в разложениях (33), (36). При этом каждую из поправок мож-

но представить в виде суммы факторизующихся интегралов:

$$G_{n+1,m}^{(1,2)} = 4ip^2 \int_0^\infty dx \rho_h(s, x) \exp(xt) \times \\ \times \sum_i W_{1,i}^{(1,2)} \int dF_{m-1} W_{2,i}^{(1,2)} \int d\tilde{F}_{n,m} W_{3,i}^{(1,2)},$$

где для коэффициентных функций  $W_{i,j}^{(1,2)}$  имеем:

$$W_{1,i}^{(1,2)} = W_{1,i}^{(1,2)}(x, z, p); \\ W_{2,i}^{(1,2)} = W_{2,i}^{(1,2)}(q_j; \Delta_{\perp j}; x_j); \quad j = 1, 2, \dots, m-1; \\ W_{3,i}^{(1,2)} = W_{3,i}^{(1,2)}(q_j; \Delta_{\perp j}; x_k); \quad j = m, m+1, \dots, n; \\ k = m+1, m+2, \dots, n+1,$$

причем встречаются функции  $W_{2,3}$  вида  $q_i$ ;  $q_i q_j$ ;  $\alpha_i/(q_i - i0)$ ;  $\alpha_i \alpha_j/(q_i - i0)(q_j - i0)$ ;  $\Delta_{\perp i}^2/(q_i - i0)$  и т. п. Вычисление поправочных интегралов упрощается при переходе к оценке поправок к полной амплитуде:

$$G^{(1,2)}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \sum_{n=1}^\infty \sum_{m=1}^{n+1} G_{n+1,m}^{(1,2)}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}),$$

чему соответствуют интегралы вида:

$$I_j^{(1,2)} = \sum_i \sum_{m=2}^\infty \int dF_{m-1} W_{j,i}^{(1,2)}; \quad j = 2, 3.$$

Подробности вычисления и таблица значений таких интегралов для основных встречающихся функций  $W_{j,i}$  приведены в приложении.

Суммируя все вклады, окончательно получаем для поправок первого и второго порядков по  $1/p$  к асимптотической амплитуде рассеяния на большие углы [43]:

$$G^{(1)}(s, t) = 4p \exp[2i\chi_s(0)] \int_0^\infty dx \rho_h(s, x) \exp(xt) \times \\ \times [4a_2 x p^2 (1-z) + a_2 - 6b_1]; \tag{37}$$

$$G^{(2)}(s, t) = 4i \exp[2i\chi_s(0)] \int_0^\infty dx \rho_h(s, x) \exp(xt) \times \\ \times [4p^4 x^2 (1-z)^2 (a_3 - 8a_2^2) + \\ + 2p^2 x (1-z) (48a_2 b_1 - 24a_2^2 - a_3) - 13a_2^2 + 24a_2 b_1 - 72b_1^2 + \\ + 64c - 14b_2 + 4b_3 + 2m^2 a_1 + 4a_3 p^2 (x + tx^2)], \tag{38}$$



где

$$\left. \begin{aligned}
 a_1 &= \pi^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x} \rho_s(s, x) = -\frac{i}{2} \chi_s(0); \\
 a_2 &= \pi^{3/2} \int_0^\infty \frac{dx}{x^{3/2}} \rho_s(s, x); \quad a_3 = \pi^2 \int_0^\infty \frac{dx}{x^2} \rho_s(s, x); \\
 b_1 &= \pi^{7/2} \int_0^\infty \frac{dx_1 dx_2}{x_1 x_2 \sqrt{x_1 + x_2}} \rho_s(s, x_1) \rho_s(s, x_2); \\
 b_2 &= \pi^3 \int_0^\infty \frac{dx_1 dx_2}{x_1 \sqrt{x_1 x_2 (x_1 + x_2)}} \rho_s(s, x_1) \rho_s(s, x_2); \\
 b_3 &= \pi^3 \int_0^\infty \frac{dx}{x^{5/2}} \frac{dy}{y^{3/2}} \rho_s(s, x) \rho_s(s, y) \times \\
 &\quad \times \int_0^\infty dz_1 dz_2 \theta(z_1 - z_2) \exp\left(-\frac{z_1^2}{4x} - \frac{z_2^2}{4y}\right); \\
 c &= \pi^5 \int_0^\infty \frac{dx_1 dx_2 dx_3}{x_1 x_2 x_3 \sqrt{x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1}} \rho_s(s, x_1) \rho_s(s, x_2) \rho_s(s, x_3).
 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Следует отметить две особенности полученных формул (37)—(39). Во-первых, поправочные коэффициенты зависят от усредненных характеристик функции плотности мягкого асимптотического квазипотенциала типа взвешенных средних. Следовательно, влияние деталей структуры мягкой компоненты сглаживается и для сравнительно точного определения поправочных коэффициентов достаточно знать, например, эффективный радиус мягкого асимптотического квазипотенциала и значение эйкональной фазы при нулевом прицельном параметре.

Во-вторых, малость поправок связана со свойством гладкости локального мягкого квазипотенциала. Так, коэффициент  $a_3$  пропорционален производной эйкональной фазы по квадрату прицельного параметра в нуле. Значения же коэффициентов, описывающих высшие поправки, будут связаны с высшими производными мягкого асимптотического квазипотенциала. Поэтому свойство его гладкости, зафиксированное соотношением (19), весьма существенно для самосогласованности построенной схемы учета поправок к асимптотической амплитуде рассеяния на большие углы, обусловленных взаимодействием на больших расстояниях.

Рассмотрение реальных процессов начнем с мезон-нуклонного рассеяния. Квазипотенциальное уравнение, описывающее такую систему, было получено в [44] и его можно записать в виде (16) с:

$$\hat{A}(s, \mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{m_1^2 + \mathbf{q}^2}} \left\{ \gamma_0 E - \left( 1 + \sqrt{\frac{m_1^2 + \mathbf{q}^2}{m_2^2 + \mathbf{q}^2}} \right) (\gamma \mathbf{q} + m_2) \right\};$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — массы мезона и нуклона соответственно. Для плотности прямого мягкого асимптотического квазипотенциала выберем:

$$\hat{\rho}_s(s, x) = \gamma_0 \rho_s(s, x); \quad g(s) = h(s) = 4ip,$$

что позволяет правильно воспроизвести основные закономерности мезон-нуклонного рассеяния на малые углы. Поправки, связанные с взаимодействием на больших расстояниях, вычисляются аналогично скалярному случаю. Отличие состоит в том, что для обменного жесткого квазипотенциала аналог разложения (31) имеет вид:

$$\lambda_i \approx \mathbf{p} - y \left( \sum_{j=1}^i \frac{1}{x_j} \right) (\mathbf{p} + \mathbf{k}); \quad i < m;$$

$$\lambda_i \approx \mathbf{k} - y \left( \sum_{j=i+1}^{n+1} \frac{1}{x_j} \right) (\mathbf{p} + \mathbf{k}), \quad i \geq m.$$

Для фактора  $\sqrt{m_1^2 + \mathbf{q}^2} \hat{A}(s, \mathbf{q})$  получаем в обозначениях (32) и в случае прямого жесткого взаимодействия:

$$\sqrt{m_1^2 + (\lambda_i + \Delta_i)^2} \hat{A}(s, \lambda_i + \Delta_i) \approx 2p \left\{ \hat{n}_p - \frac{qi}{p} \gamma \mathbf{n}_p - \frac{1}{p} \gamma \Delta_{\perp i} + \frac{m_2}{p} + \frac{1}{p} \alpha \alpha_i \gamma (\mathbf{p} - \mathbf{k}) + \frac{m_1}{4p^2} \hat{n}_p + \frac{m_2}{4p^2} \hat{n}(-\mathbf{p}) \right\}, \quad i < m; \quad \hat{n}_p = \gamma_0 - \gamma \mathbf{n}_p.$$

Разложения для  $i \geq m$  и для обменного взаимодействия получаются с помощью очевидных замен типа  $\alpha_i \rightarrow \tilde{\alpha}_i$ ;  $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ . Еще одно отличие от процессов со скалярными частицами состоит в том, что уравнение (16) описывает матричную амплитуду рассеяния. Скалярные же значения дифференциальных сечений и поляризаций выражаются через ее матричные элементы для определенных поляризационных состояний нуклона:

$$T_{\sigma_1, \sigma_2}(s, t) = \langle \bar{\psi}^{\sigma_1}(\mathbf{p}) | \hat{T}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) | \psi^{\sigma_2}(\mathbf{k}) \rangle.$$

Удобно заранее выделить массовые зависимости векторов состояния  $|\psi^\sigma(\mathbf{p})\rangle$ , которые с точностью до членов порядка  $1/p^2$  имеют вид:

$$|\psi^\sigma(\mathbf{p}, m)\rangle = \left( 1 + \frac{m}{2p} \gamma_0 - \frac{m^2}{8p^2} \right) |\psi^\sigma(\mathbf{p}, 0)\rangle$$

и будут ниже учтены как поправки к матричной амплитуде  $\hat{G}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k})$ .

Использование требования  $\gamma_5$ -инвариантности при высоких энергиях и больших передачах импульса позволяет в рассматриваемом случае однозначно фиксировать матричную структуру жесткого асимптотического квазипотенциала:

$$\hat{\rho}_h(s, x) = \gamma_0 \rho_h(s, x); \quad \hat{\sigma}_h(s, x) = \gamma_0 \sigma_h(s, x).$$

Тогда, суммируя все поправочные вклады и переходя к спиральным амплитудам, получаем следующие предасимптотические представления спиральных амплитуд мезон-нуклонного рассеяния на большие углы с точностью до членов порядка  $1/p^2$  [45, 46]:

$$\left. \begin{aligned} T_{++}(s, t) &= 4ip \exp(2i\chi_s(0)) \sqrt{\frac{1+z}{2}} \int_0^\infty dx \{ \rho_h(s, x) \exp(xt) \times \\ &\times f_1(x, z) + \sigma_h(s, x) \exp(xu) (f_1(x, -z) + 4a_3 x) \}; \\ T_{+-}(s, t) &= -4ip \exp(2i\chi_s(0)) \sqrt{\frac{1-z}{2}} \int_0^\infty dx \{ \rho_h(s, x) \exp(xt) \times \\ &\times f_2(x, z) + \sigma_h(s, x) \exp(xu) f_2(x, -z) \}, \end{aligned} \right\} (40)$$

где

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, z) &= 1 + \frac{1}{ip} [8xp^2(1-z)a_2 - 8b_1] + \frac{1}{p^2} [x^2 p^4(1-z)^2 \times \\ &\times (4a_3 - 32a_2^2) + xp^2(1-z)(64a^2 b_1 - 8a_2^2 + 6a_3) - 4a_2^2 - \\ &- 32b_1^2 - 8b_2 + 4b_3 + 32c + 4xp^2 a_3 - 8x^2 p^4(1-z)a_3 + \\ &+ a_1(m_1^2 - m_2^2)]; \\ f_2(x, z) &= m_2/p + m_2 [8xp^2(1-z)a_2 + 2a_2 - 8b_1]/(ip^2), \end{aligned} \right\} (41)$$

а коэффициенты  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c$  в (40), (41) определены формулами (39).

В дальнейшем для описания экспериментальных данных будут использованы либо степенные жесткие асимптотические квазипотенциалы, либо представляемые в виде суммы степенных. Поэтому выпишем явные предасимптотические представления для конкретных параметризаций жестких плотностей:

$$\left. \begin{aligned} \rho_h(s, x) &= \frac{A_1}{2\sqrt{2}ip\Gamma(n_1+1)} s^{M-n_1-1} x^{n_1}; \\ \sigma_h(s, x) &= \frac{A_2}{2\sqrt{2}ip\Gamma(n_2+1)} s^{M-n_2-1} x^{n_2}. \end{aligned} \right\} (42)$$

Подставляя (42) в (40), находим:

$$\left. \begin{aligned} T_{++}(s, t) &= \exp(2i\chi_s(0)) \sqrt{1+z} s^{-M} \left\{ A_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{f}_1(n_1, z) + \right. \\ &+ A_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{f}_1(n_2, -z) + \frac{2a_3(n_2+1)}{(1+z)p^2} \right] \Big\}; \\ T_{+-}(s, t) &= -\exp(2i\chi_s(0)) \sqrt{1-z} s^{-M} \left\{ A_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{f}_2(n_1) + \right. \\ &+ A_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \tilde{f}_2(n_2) \Big\}, \end{aligned} \right\} (43)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1(n, z) &= 1 + (1/ip)(4na_2 + 4a_2 - 8b_1) + (1/p^2)[n^2(a_3 - 8a_2) + \\ &+ n(32a_2b_1 - 28a_2^2) - 24a_2^2 - 32b_1^2 + 32a_2b_1 - a_3 - 8b_2 + \\ &+ 4b_3 + 32c + (m_1^2 - m_2^2)a_1 - 2a_3(n+1)^2/(1-z); \\ \tilde{f}_2(n) &= m_2/p + m_2(4na_2 + 6a_2 - 8b_1)/(ip^2). \end{aligned}$$

Экспериментальные данные по мезон-нуклонному рассеянию на малые углы удовлетворительно описываются простыми гауссовыми мягкими асимптотическими квазипотенциалами с функциями плотности  $\rho_s(s, x) = g\delta(x - a)$ .

Обработка данных по мезон-нуклонному рассеянию на малые углы приводит к следующим типичным значениям эйкональной фазы в нуле и параметра  $a$  [47, 48]:  $i\chi_s(0) = -0,5$ ;  $a = 2,5$  (ГэВ/с)<sup>-2</sup>.

Для них поправочные функции имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{f}_1(n, z) &= 1 - i(p_0/p)(0,357n + 0,231) + (p_0/p)^2 \times \\ &\times [0,0363n^2 - 0,174n - 0,410 - 0,200(n+1)^2/(1-z)]; \\ \tilde{f}_2(n) &= 0,938(p_0/p) - i(p_0/p)^2(0,335n + 0,402); \\ p_0 &= 1 \text{ (ГэВ/с)}. \end{aligned} \right\} (44)$$

Перейдем теперь к рассмотрению нуклон-нуклонного рассеяния. В этом случае матрица  $\hat{A}(s, \mathbf{q})$  имеет вид [49]

$$\begin{aligned} \hat{A}(s, \mathbf{q}) &= \left[ \frac{E^2 - (1/2)E^2(\mathbf{q})}{E} + \hat{H}_1(\mathbf{q}) + \hat{H}_2(-\mathbf{q}) + \right. \\ &\left. + \frac{2}{E} \hat{H}_1(\mathbf{q}) \hat{H}_2(-\mathbf{q}) \right] \gamma_0^{(1)} \gamma_0^{(2)}; \end{aligned}$$

где  $\hat{H}_{1,2}(\mathbf{q})$  — операторы энергии первой и второй частиц соответственно:

$$\hat{H}_{1,2}(\mathbf{q}) = m\gamma_0^{(1,2)} + \gamma_0^{(1,2)}\gamma^{(1,2)}\mathbf{q}.$$

При высоких энергиях и малых передачах импульса амплитуды с переворотом спина малы по сравнению с амплитудами без пе-

реворота спина. Этому условию удовлетворяет, например, следующая функция плотности мягкого асимптотического квазипотенциала [50]:

$$\hat{\rho}_s(s, x) = \gamma_0^{(1)} \gamma_0^{(2)} \rho_s(s, x); \quad g(s) = 4i. \quad (45)$$

Рассмотрим сначала рассеяние тождественных частиц. Действие в системе обменных сил учтено, если полученные для рассеяния на локальном квазипотенциале величины антисимметризованы по состояниям конечных частиц:

$$\begin{aligned} T_{\sigma_1 \sigma_2; \sigma'_1 \sigma'_2}(s, t) = & \\ = & \langle \bar{\psi}_1^{\sigma_1}(\mathbf{p}) \bar{\psi}_2^{\sigma_2}(-\mathbf{p}) | \hat{G}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) | \psi_1^{\sigma'_1}(\mathbf{k}) \psi_2^{\sigma'_2}(-\mathbf{k}) \rangle - \\ - & \langle \bar{\psi}_1^{\sigma_1}(\mathbf{p}) \bar{\psi}_2^{\sigma_2}(-\mathbf{p}) | \hat{G}(s, \mathbf{p}, -\mathbf{k}) | \psi_1^{\sigma'_2}(-\mathbf{k}) \psi_2^{\sigma'_1}(\mathbf{k}) \rangle. \end{aligned} \quad (46)$$

Для определения матричной структуры жесткого асимптотического квазипотенциала воспользуемся требованием  $\gamma_5$ -инвариантности. Оно позволяет утверждать, что в асимптотической области рассеяния на большие углы доминируют вектор-векторная и аксиал-аксиальная матричные амплитуды. Поэтому функцию плотности жесткого асимптотического квазипотенциала представим в виде

$$\hat{\rho}_h(s, x) = \gamma_\mu^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \rho_{1h}(s, x) + \gamma_\mu^{(1)} \gamma_5^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \gamma_5^{(2)} \rho_{2h}(s, x). \quad (47)$$

Тогда, суммируя все поправочные вклады и переходя к спиральным амплитудам, окончательно получаем [45, 46]:

$$\begin{aligned} T_{++, ++}(s, t) &= 4i(1+z) \exp(2i\chi_s(0)) \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) + \rho_{2h}(s, x)) \times \\ &\quad \times [F_1(x, z) \exp(xt) - (m^2/2p^2) \exp(xu)]; \\ T_{++, --}(s, t) &= 4i(1-z) \exp(2i\chi_s(0)) \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) + \rho_{2h}(s, x)) \times \\ &\quad \times [F_1(x, -z) \exp(xu) - (m^2/2p^2) \exp(xt)]; \\ T_{+-, +-}(s, t) &= 8i \exp(2i\chi_s(0)) \int_0^\infty dx \{(\rho_{1h}(s, x) - \rho_{2h}(s, x)) \times \\ &\quad \times [F_1(x, z) \exp(xt) + F_1(x, -z) \exp(xu)] + [(2xa_3 - m^2/4p^2) \rho_{1h}(s, x) - \\ &\quad - (2xa_3 + m^2/4p^2) \rho_{2h}(s, x)] [(1-z) \exp(xt) + (1+z) \exp(xu)]\}; \quad (48) \\ T_{++, +-}(s, t) &= -4i \sqrt{1-z^2} \exp(2i\chi_s(0)) \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) + \\ &\quad + \rho_{2h}(s, x)) [F_2(x, z) \exp(xt) - F_2(x, -z) \exp(xu)], \end{aligned}$$

где

$$F_1(x, z) = 1 + (8/ip)(xp^2(1-z) - 1/2)a_2 + \\ + (1/p^2)[x^2p^4(1-z^2)(4a_3 - 32a_2^2) + xp^2(1-z)(4a_3 - 24a_2^2 - 8b_3) + \\ + 8b_3 - 3a_3 - m^2(2a_1 + 1/2) + 4xp^2a_3 - 8x^2p^4(1-z)a_3]; \quad (49)$$

$$F_2(x, z) = m/2p + (2m/ip^2)(2xp^2(1-z) - 1/2)a_2.$$

Амплитуда  $T_{+-, -+}(s, t)$  в рассматриваемом приближении равна нулю. Параметризуем функции плотности  $\rho_{1h}(s, x)$  и  $\rho_{2h}(s, x)$  аналогично мезон-нуклонному случаю:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{1h}(s, x) &= \frac{B_1}{4i\Gamma(n_1+1)s^{M-n_1-1}} x^{n_1}; \\ \rho_{2h}(s, x) &= \frac{B_2}{4i\Gamma(n_2+1)s^{M-n_2+1}} x^{n_2}. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Тогда для спиральных амплитуд рассеяния тождественных частиц будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} T_{++, ++}(s, t) &= \exp(2i\chi_s(0)) \frac{(1+z)}{s^M} \left[ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, z) + \right. \\ &+ B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_1(n_2, z) - \frac{m^2}{2p^2} \left( B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} + B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \right) \Big]; \\ T_{++, --}(s, t) &= \exp(2i\chi_s(0)) \frac{(1-z)}{s^M} \left[ B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, -z) + \right. \\ &+ B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_1(n_2, -z) - \frac{m^2}{2p^2} \left( B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} + B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \right) \Big]; \\ T_{+-, +-}(s, t) &= \exp(2i\chi_s(0)) \frac{2}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \left[ \tilde{F}_1(n_1, z) + \right. \right. \\ &+ \frac{a_3}{p^2}(n_1+1) - \frac{m^2}{4p^2}(1-z) \Big] + B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \left[ \tilde{F}_1(n_1, -z) + \right. \\ &+ \frac{a_3}{p^2}(n_1+1) - \frac{m^2}{4p^2}(1+z) \Big] - B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{F}_1(n_2, z) + \right. \\ &+ \frac{a_3}{p^2}(n_2+1) + \frac{m^2}{4p^2}(1-z) \Big] - B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{F}_1(n_2, -z) + \right. \\ &+ \left. \left. \frac{a_3}{p^2}(n_2+1) + \frac{m^2}{4p^2}(1+z) \right] \right\}; \\ T_{+-, +-}(s, t) &= -\exp(2i\chi_s(0)) \frac{\sqrt{1-z^2}}{s^M} \left[ B_1 \left( \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} - \right. \right. \\ &- \left. \left. \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \right) \tilde{F}_2(n_1) + B_2 \left( \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} - \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \right) \tilde{F}_2(n_2) \right], \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(n, z) &= 1 + \frac{4}{ip} na_2 + \frac{1}{p^2} [n^2 (a_3 - 8a_2^2) + n (2a_3 - 4a_2^2 - 4b_3) - \\ &\quad - 4a_2^2 + 4b_3 - m^2 (2a_1 + 1/2) - 2a_3 (n + 1)^2 / (1 - z)]; \quad (52) \\ \tilde{F}_2(n) &= m/2p + (2m/ip^2) (n + 1/2) a_2. \end{aligned}$$

Аппроксимируя мягкий асимптотический квазипотенциал гауссовым, имеем следующие оценки для  $\chi_s(0)$  и параметра  $a$  [9]:  $i\chi_s(0) = -0,5$ ;  $a = 2,5$  (ГэВ/с) $^{-2}$ . Для поправочных функций тогда находим:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(n, z) &= 1 - i(p_0/p) 0,365n + \\ &\quad + (p_0/p)^2 [0,0363n^2 + 0,0182n - 0,9617 - 0,200(n + 1)^2 / (1 - z)]; \\ \tilde{F}_2(n) &= 0,469(p_0/p) - i(p_0/p)^2 0,167(n + 1/2). \end{aligned}$$

Перейдем к описанию рассеяния нетождественных спинорных частиц равной массы. В качестве мягкого асимптотического квазипотенциала выберем локальный квазипотенциал с функцией плотности (45). Что касается жесткого асимптотического квазипотенциала, необходимо явно учитывать его прямую и обменную компоненты. Принимая во внимание требование  $\gamma_5$ -инвариантности, параметризуем их функции плотности следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_h(s, x) &= \gamma_\mu^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \rho_{1h}(s, x) + \gamma_\mu^{(1)} \gamma_5^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \gamma_5^{(2)} \rho_{2h}(s, x); \\ \hat{\sigma}_h(s, y) &= \gamma_\mu^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \sigma_{1h}(s, y) + \gamma_\mu^{(1)} \gamma_5^{(1)} \gamma^{\mu(2)} \gamma_5^{(2)} \sigma_{2h}(s, y). \end{aligned}$$

После вычислений, аналогичных проведенным выше, и перехода к спиральным амплитудам получаем [51, 52]:

$$\begin{aligned} T_{++, ++}(s, t) &= 4i(1 + z) \exp(2i\chi_s(0)) \left\{ \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) + \rho_{2h}(s, x)) \times \right. \\ &\quad \left. \times F_1(x, z) \exp(xt) + \int_0^\infty dy (\sigma_{1h}(s, y) + \sigma_{2h}(s, y)) F_1(y, -z) \exp(yt) \right\}; \\ T_{+-, +-}(s, t) &= 8i \exp(2i\chi_s(0)) \left\{ \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) - \rho_{2h}(s, x)) \times \right. \\ &\quad \left. \times F_1(x, z) \exp(xt) + \int_0^\infty dy (\sigma_{1h}(s, y) - \sigma_{2h}(s, y)) F_1(y, -z) \exp(yt) + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty dx \left[ \left( 2xa_3 - \frac{m^2}{4p^2} \right) \rho_{1h}(s, x) - \left( 2xa_3 + \frac{m^2}{4p^2} \right) \rho_{2h}(s, x) \right] \times \right. \end{aligned}$$

$$\times (1-z) \exp(xt) + \int_0^\infty dy \left[ (2ya_3(1+z) - \frac{m^2}{4p^2}(1-z))\sigma_{1h}(s, y) - \right. \\ \left. - (2ya_3(1+z) + \frac{m^2}{4p^2}(1-z))\sigma_{2h}(s, y) \right] \exp(yu) \} ;$$

$$T_{++,-}(s, t) = -4i \sqrt{1-z^2} \exp(2i\chi_s(0)) \left\{ \int_0^\infty dx (\rho_{1h}(s, x) + \right. \\ \left. + \rho_{2h}(s, x)) F_2(x, z) \exp(xt) + \int_0^\infty dy (\sigma_{1h}(s, y) + \sigma_{2h}(s, y)) \times \right. \\ \left. \times F_2(y, -z) \exp(yu) \right\} .$$

Функции  $F_1(x, z)$  и  $F_2(x, z)$  определены (49). Выбирая степенные параметризации для компонент жесткого асимптотического квазипотенциала (50) для прямых и

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1h}(s, y) &= \frac{B_3}{4i\Gamma(n_3+1) s^{M-n_3-1}} y^{n_3}; \\ \sigma_{2h}(s, y) &= \frac{B_4}{4i\Gamma(n_4+1) s^{M-n_4-1}} y^{n_4} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

для обменных компонент, находим спиральные амплитуды рассеяния нетождественных частиц:

$$T_{++,+}(s, t) = \exp(2i\chi_s(0)) \frac{(1+z)}{s^M} \left[ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, z) + \right. \\ \left. + B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_1(n_2, z) + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} \tilde{F}_1(n_3, -z) + \right. \\ \left. + B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \tilde{F}_1(n_4, -z) \right] ;$$

$$T_{+,-,-}(s, t) = \exp(2i\chi_s(0)) \frac{2}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \left[ \tilde{F}_1(n_1, z) + \right. \right. \\ \left. + \frac{1}{p^2} \left( a_3(n_1+1) - \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] - B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{F}_1(n_2, z) + \right. \\ \left. + \frac{1}{p^2} \left( a_3(n_2+1) + \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} \left[ \tilde{F}_1(n_3, -z) + \right. \\ \left. + \frac{1}{p^2} \left( a_3(n_3+1) - \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] - B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \left[ \tilde{F}_1(n_4, -z) + \right. \\ \left. + \frac{1}{p^2} \left( a_3(n_4+1) + \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] \} ; \quad (54)$$



$$T_{++,+-}(s, t) = -\exp(2i\chi_s(0)) \frac{\sqrt{1-z^2}}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_2(n_1) + \right. \\ \left. + B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_2(n_2) + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} \tilde{F}_2(n_3) + B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \tilde{F}_2(n_4) \right\}.$$

Явный учет обменных сил в виде нелокальной компоненты жесткого асимптотического квазипотенциала позволяет написать единые формулы для амплитуд рассеяния дублета нуклонов. Действительно, предполагая, что взаимодействие тождественных и нетождественных нуклонов зарядово-независимо, оба процесса рассеяния опишем с помощью одного квазипотенциала и одной матричной амплитуды рассеяния. Для спиральных же амплитуд двух процессов будем иметь различные представления. Спиральные амплитуды рассеяния тождественных нуклонов определены (46), а для нетождественных нуклонов будем иметь:

$$T_{\sigma_1, \sigma_2; \sigma'_1, \sigma'_2}(s, t) = \langle \bar{\psi}_1^{\sigma_1}(\mathbf{p}) \bar{\psi}_2^{\sigma_2}(-\mathbf{p}) | \hat{T}(s, \mathbf{p}, \mathbf{k}) | \psi_1^{\sigma'_1}(\mathbf{k}) \psi_2^{\sigma'_2}(-\mathbf{k}) \rangle. \quad (55)$$

Тогда для жесткого асимптотического квазипотенциала с функциями плотности прямой и обменной компонент (50) и (53) представление (54) спиральных амплитуд рассеяния нетождественных нуклонов останется без изменения, а спиральные амплитуды рассеяния тождественных частиц будут иметь вид:

$$T_{++,++}(s, t) = \exp(2i\chi_s(0)) \frac{(1+z)}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, z) + \right. \\ \left. + B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_1(n_2, z) + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} \tilde{F}_1(n_3, -z) + \right. \\ \left. + B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \tilde{F}_1(n_4, -z) - \frac{m^2}{2p^2} \left[ B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} + B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} + \right. \\ \left. + B_3 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_3+1} + B_4 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_4+1} \right] \right\}; \\ T_{++,--}(s, t) = \exp(2i\chi_s(0)) \frac{(1-z)}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, -z) + \right. \\ \left. + B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \tilde{F}_1(n_2, -z) + B_3 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_3+1} \tilde{F}_1(n_3, z) + \right. \\ \left. + B_4 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_4+1} \tilde{F}_1(n_4, z) - \frac{m^2}{2p^2} \left[ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} + B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} + \right. \\ \left. + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} + B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \right] \right\}; \quad (56)$$

$$T_{+-,+-}(s, t) = \exp(2i\chi_s(0)) \frac{2}{s^M} \left\{ B_1 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} \tilde{F}_1(n_1, z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_1+1) a_3 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{m^2}{4} (1-z) \right) \right\} + B_1 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \left[ \tilde{F}_1(n_1, -z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_1+1) a_3 - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{m^2}{4}(1+z) \Big] - B_2 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{F}_1(n_2, z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_2+1) a_3 + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] - B_2 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \left[ \tilde{F}_1(n_2, -z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_2+1) a_3 + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \frac{m^2}{4}(1+z) \right) \right] + B_3 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_3+1} \left[ \tilde{F}_1(n_3, z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_3+1) a_3 - \right. \right. \\
 & - \left. \left. \frac{m^2}{4}(1+z) \right) \right] + B_3 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} \left[ \tilde{F}_1(n_3, -z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_3+1) a_3 - \right. \right. \\
 & - \left. \left. \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] - B_4 \left| \frac{s}{t} \right|^{n_4+1} \left[ \tilde{F}_1(n_4, z) + \frac{1}{p^2} \left( (n_4+1) a_3 + \right. \right. \\
 & + \left. \left. \frac{m^2}{4}(1+z) \right) \right] - B_4 \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} \left[ \tilde{F}_1(n_4, -z) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{p^2} \left( (n_4+1) a_3 + \frac{m^2}{4}(1-z) \right) \right] \Big] \Big\} ; \\
 T_{++,-}(s, t) = & -\exp(2i\chi_s(0)) \frac{\sqrt{1-z^2}}{s^M} \left\{ B_1 \left( \left| \frac{s}{t} \right|^{n_1+1} - \left| \frac{s}{u} \right|^{n_1+1} \right) \times \right. \\
 & \times \tilde{F}_2(n_1) + B_2 \left( \left| \frac{s}{t} \right|^{n_2+1} - \left| \frac{s}{u} \right|^{n_2+1} \right) \tilde{F}_2(n_2) + \\
 & \left. + B_3 \left( \left| \frac{s}{u} \right|^{n_3+1} - \left| \frac{s}{t} \right|^{n_3+1} \right) \tilde{F}_2(n_3) + B_4 \left( \left| \frac{s}{u} \right|^{n_4+1} - \left| \frac{s}{t} \right|^{n_4+1} \right) \tilde{F}_2(n_4) \right\} .
 \end{aligned}$$

### 3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Детально проследить различие предсказаний перечисленных во втором разделе подходов к определению асимптотических угловых зависимостей упругого рассеяния адронов на большие углы, а также оценить роль предасимптотических эффектов позволяет сравнение теоретических формул с экспериментальными данными.

Для  $\pi^\pm p$ -рассеяния имеем четыре асимптотических представления дифференциальных сечений [формулы (3), (5), (7) и (11)], которые в дальнейшем будем называть моделями I—IV. Для каждой из них, исходя из формул разд. 2, можно выписать предасимптотические представления, учитывающие поправки, обусловленные взаимодействием на больших расстояниях.

Модели I—IV были использованы для описания экспериментальных данных по упругому  $\pi^\pm p$ -рассеянию в области энергий  $E_{л.с} \gtrsim 8$  ГэВ и углов рассеяния  $|\cos \theta| < 0,8$  [53, 54]. Для каждой модели было просчитано два варианта. В варианте *a* обработка велась с помощью асимптотических формул, вариант *b* учитывал поправки, обусловленные взаимодействием на больших расстояниях. Полученные результаты приведены в табл. 1.

Следует отметить, что для моделей I и II учет предасимптотических эффектов приводит к ухудшению согласия теоретических

Таблица 1

Модель	Вариант	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$d$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$\chi^2/d.f.$
I	a	$11,8 \pm 0,7$	$14,0 \pm 0,7$	—	—	—	—	—	—	—	1,8
	b	$15,7 \pm 1,1$	$18,2 \pm 0,14$	—	—	$0,3 \pm 0,2$	—	—	—	—	3,5
II	a	$14,6 \pm 1,5$	$16,8 \pm 1,4$	$-6,3 \pm 2,8$	—	—	—	—	—	—	1,75
	b	$1,1 \pm 1,6$	$3,6 \pm 1,5$	$38,2 \pm 3,6$	—	$0 \pm 0,28$	—	—	—	—	1,83
III	a	$2,10 \pm 0,06$	$-6,7 \pm 0,3$	—	—	—	—	—	—	—	4,16
	b	$17,2 \pm 1,2$	$-17,4 \pm 1,4$	—	—	$1,58 \pm 0,16$	—	—	—	—	1,4
IV	a	$5,1 \pm 0,2$	$3,5 \pm 0,2$	$30,5 \pm 1,3$	$3,6 \pm 0,4$	—	3	3	2	3	3,77
	b	$44,2 \pm 4,4$	$11,8 \pm 1,6$	$124,4 \pm 8,6$	$3,9 \pm 1,8$	$1,78 \pm 0,20$	3	3	2	3	1,03

кривых с экспериментом, в то время как для моделей III и IV имеет место обратная ситуация. Для них учет поправок, которые в этой энергетической области имеют существенные значения, поз-

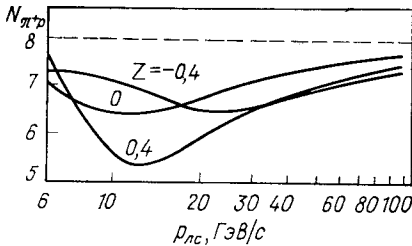


Рис. 1. Эффективная степень  $N(s, z)$  для  $\pi^+p$ -рассеяния

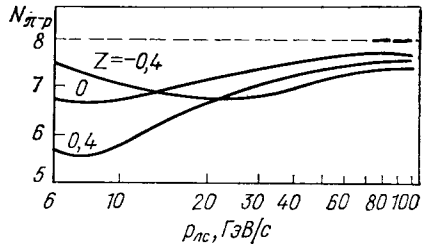


Рис. 2. Эффективная степень  $N(s, z)$  для  $\pi^-p$ -рассеяния

воляет улучшить описание по сравнению с обработками, использующими главные асимптотические члены амплитуды. Предасимптотические формулы позволяют также расширить рассматриваемую угловую область и продвинуться в сторону более низких энергий.

Учет поправок, связанных с взаимодействием на больших расстояниях, приводит к отклонению поведения дифференциальных сечений от строгой автомодельности (2), т. е. к появлению зависимости показателя  $N$  от  $s$  и  $z$ :

$$d\sigma/dt|_{z=\text{const}} \sim 1/s^{N(s, z)},$$

причем эффективная степень  $N(s, z) \rightarrow N$  при  $s \rightarrow \infty$  и служит естественной количественной характеристикой предасимптотических эффектов.

Полученные нами гладкие аппроксимации дифференциальных сечений позволяют сделать предсказания относительно эффективных степеней  $N(s, z)$ , причем разность  $\Delta N(s, z) = N(s, z) - N$  тем больше, чем больше вклад поправок. Эффективные степени  $\pi^\pm p$ -рассеяния, предсказываемые моделью IV, обеспечивающей наилучшее согласие с экспериментом, приведены на рис. 1 и 2.

Пунктиром показаны асимптотические предсказания правил кваркового счета. Отметим также, что величины эффективных степеней являются в достаточной мере устойчивыми по отношению к выбору параметризации асимптотических амплитуд. Это подтверждает рис. 3, где приведены предсказания моделей III и IV.

Учет массы взаимодействующих частиц нарушает  $\gamma_5$ -инвариантность амплитуды рассеяния, что приводит к появлению поляризации, падающей с ростом энергии как  $s^{-1}$ . Предсказываемые моделью IV поляризации для процессов  $\pi^\pm p$ -рассеяния приведены на рис. 4 и 5.

Перейдем к анализу экспериментальных данных по упругому  $p\bar{p}$ -рассеянию для энергий  $E_{п.с} \geq 7$  ГэВ [55, 56]. Здесь мы также рас-

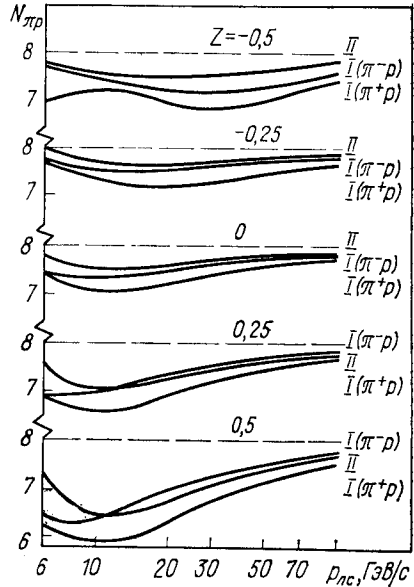


Рис. 3. Модельная зависимость эффективных степеней  $\pi^\pm p$ -рассеяния: I—предсказание модели IV; II, III—модели III

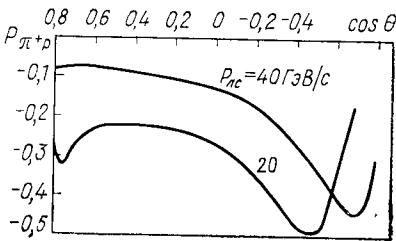


Рис. 4. Предсказание для поляризации в  $\pi^+ p$ -рассеянии

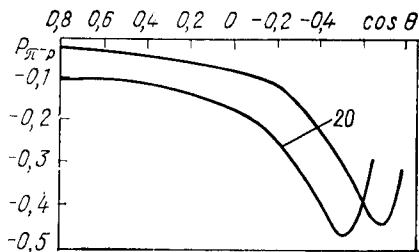


Рис. 5. Предсказание для поляризации в  $\pi^- p$ -рассеянии: верхняя кривая  $p_{п.с} = BB/c$

смотрим четыре модели: I дается формулой (4); II—(6), III—(8)—(10); IV—(12), (13). Подчеркнем, что модели III и IV допускают

Таблица 2

Модель	Вариант	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$d$	$n_1$	$n_2$	$\chi^2/d.f.$
I	$a$	0	0	$198,6 \pm 1,7$	$3,7 \pm 0,7$	—	—	—	8,47
	$b$	$-60 \pm 83$	$777 \pm 24$	$964 \pm 46$	$-706 \pm 69$	$2,3 \pm 0,1$	—	—	1,8
II	$a$	$492,2 \pm 2,0$	—	—	—	—	—	—	19,8
	$b$	$690,0 \pm 3,0$	—	—	—	$0 \pm 0,1$	—	—	30,0
III	$a$	$437,7 \pm 3,9$	$669,1 \pm 3,5$	$668,5 \pm 6,1$	—	—	—	—	6,5
	$b$	$631 \pm 5,2$	$1539 \pm 38$	$2106 \pm 44$	—	$2,49 \pm 0,07$	—	—	1,58
IV	$a$	$-34,4 \pm 0,4$	3559	—	—	—	4	1	7,25
	$b$	$589 \pm 15$	$8071 \pm 48$	—	—	$2,33 \pm 0,03$	4	1	2,76

совместную обработку данных по  $pp$ - и  $pn$ -рассеянию. Полученные результаты приведены в табл. 2. Самосогласованными с учетом

предасимптотических эффектов оказываются модели I, III и IV. На примере последней модели и проведем анализ количественных характеристик предасимптотических эффектов. Отметим, что для  $pn$ -рассеяния эта модель без изменения параметров правильно воспроизводит имеющиеся данные [57] ( $\chi^2/d.f. \approx 1,2$ ; см. также рис. 6 и 7). Это свидетельствует о

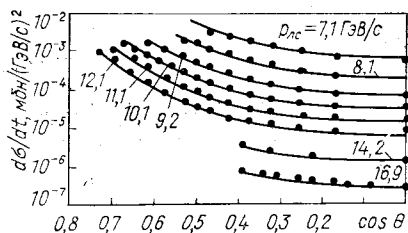


Рис. 6. Зависимость  $d\sigma/dt$  для  $pp$ -рассеяния

дугу амплитудами двух реакций, зафиксированном соотношениями (46), (55).

К тому же выводу приводит сравнение предсказываемого моделью отношения

$$R(90^\circ) = \frac{d\sigma^{pn}}{dt}(90^\circ) / \frac{d\sigma^{pp}}{dt}(90^\circ)$$

с определяемым непосредственно из экспериментальных данных. Соответствующие зависимости приведены на рис. 8. Пунктиром показаны предсказания: 1 — статистической модели [58]; 2 — модели Фишбейна и Квигга [59]; 3 — Ву и Янга [60], 4 — нижний предел отношения для зарядовой симметрии взаимодействия.

Зависимости эффективных степеней нуклон-нуклонного рассеяния от лабораторного импульса для различных углов рассеяния приведены на рис. 9 и 10. При этом рост эффективных степеней при малых лабораторных импульсах (на рисунках эти части

кривых показаны пунктиром) связан с увеличением поправок, которые в этой области становятся сравнимыми с главным асимптотическим членом. Угловые зависимости эффективной степени  $pp$ -рассеяния при различных энергиях показаны на рис. 11, из которого видно, что лишь при достаточно высоких энергиях используемое приближение корректно во всей области больших углов. Тем не менее полученные формулы хорошо описывают форму дифференциальных сечений и при  $p_{л.с} \approx 7$  (ГэВ/с).

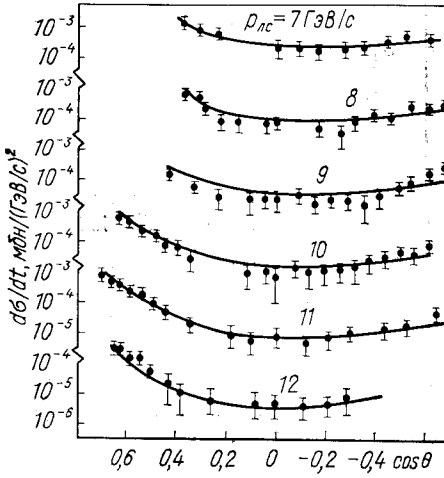


Рис. 7. Зависимость  $d\sigma/dt$  для  $pp$ -рассеяния

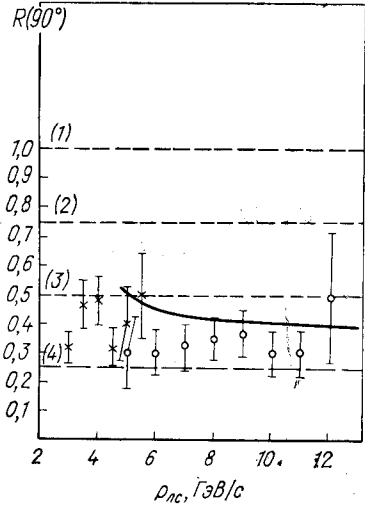


Рис. 8. Энергетическая зависимость отношения сечений  $pp$ - и  $pp$ -рассеяния на угол  $90^\circ$

Что касается численных значений эффективных степеней, отклонения от строгой автомодельности больше для  $pp$ -рассеяния, в то время как для  $pp$ -рассеяния поправки к разным спиральным амплитудам в значительной мере компенсируются. Для  $pp$ -рассеяния на угол  $90^\circ$  отклонения эффективной степени  $N(s, z)$  от асимптотического значения  $N = 10$  малы для всех энергий, начиная с  $E_{л.с} = 6$  ГэВ, что соответствует наблюдаемому в эксперименте [19].

Отметим, что степенное поведение наблюдается и для сечений инклюзивного образования адронов с большими поперечными импульсами. В [61] было показано, что зависимость эффективных степеней от энергии, подобная рассмотренной выше, возникает при учете отклонений от бьеркеновского скейлинга в глубоконеупругих лентон-адронных процессах.

Ненулевая масса взаимодействующих частиц нарушает  $\gamma_5$ -инвариантность амплитуды рассеяния, что приводит к появлению поляризации, падающей с ростом энергии как  $s^{-1}$ . Предсказывае-

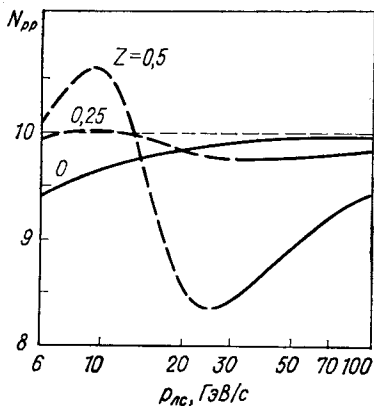


Рис. 9. Эффективная степень  $N(s, z)$  для  $pp$ -рассеяния

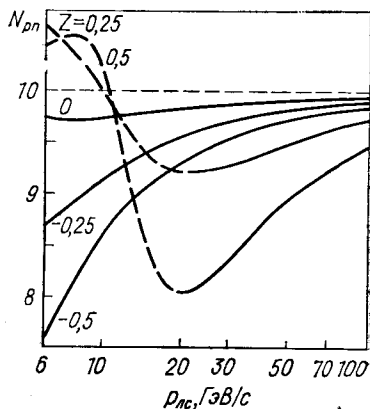


Рис. 10. Эффективная степень  $N(s, z)$  для  $pn$ -рассеяния

мые рассматриваемой моделью поляризации для процессов  $pp$ - и  $pn$ -рассеяния приведены на рис. 12 и 13. По порядку величины они соответствуют наблюдаемым экспериментально.

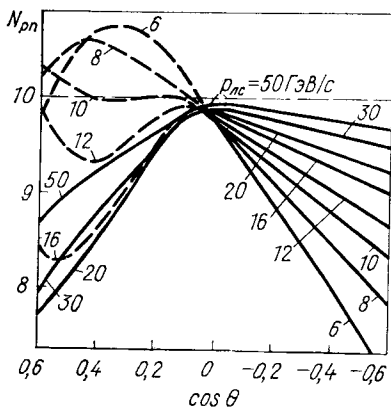


Рис. 11. Угловые зависимости эффективной степени  $pn$ -рассеяния

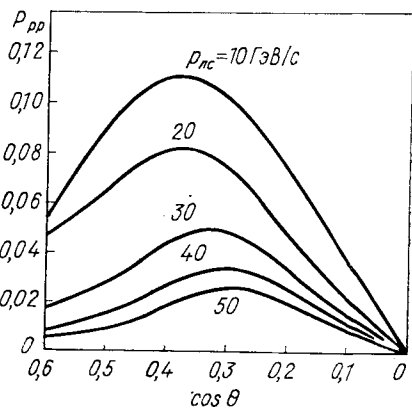


Рис. 12. Предсказание для поляризации в  $pp$ -рассеянии

В заключение остановимся на применении полученных предасимптотических представлений для анализа результатов недавнего эксперимента, выполненного в Аргоннской национальной ла-

боратории (США) [49]. Там были измерены дифференциальные сечения упругого  $pp$ - и  $\pi^{\pm}p$ -рассеяния на большие углы в интервале импульсов  $4 \text{ ГэВ}/c < p_{\text{л.с}} < 10 \text{ ГэВ}/c$ . Всего получено около двух тысяч экспериментальных точек, и хотя погрешности иногда достигали 40%, для рассеяния на большие углы при высоких энергиях впервые получен столь большой экспериментальный материал.

Совместная обработка этих данных и уже имеющихся [53—56] на основе квазипотенциальных моделей (11), (12) для энергий  $E_{\text{л.с}} \geq 6 \text{ ГэВ}$  показывает, что значения целых степеней  $n_i$ , приведенные в табл. 1 и 2, остаются без изменения. Для параметров  $A_i, d$  получаем следующие значения:

для  $\pi^{\pm}p$ -рассеяния

$$A_1 = 46,0 \pm 1,6; \quad A_3 = 124,5 \pm 2,3; \quad d = 1,62 \pm 0,08$$

$$A_2 = 14,6 \pm 0,8; \quad A_4 = 8,1 \pm 0,6$$

с  $\chi^2/\text{d.f.} = 1,62$  для 778 экспериментальных точек;

для  $pp$  рассеяния

$$B_1 = 604 \pm 15; \quad B_2 = 7953 \pm 45; \quad d = 2,41 \pm 0,03$$

с  $\chi^2/\text{d.f.} = 1,66$  для 568 экспериментальных точек. Эти значения параметров согласуются с приведенными в табл. 1, 2.

Таким образом, приведенный выше анализ показывает, что в той области энергий, для которой имеются в настоящее время данные по дифференциальным сечениям упругого адрон-адронного рассеяния на большие углы, учет поправок, связанных с взаимодействием адронов на больших расстояниях, приводит к существенному улучшению согласия с экспериментом. Подобных результатов можно достичь с помощью введения логарифмических зависимостей параметров жесткого асимптотического квазипотенциала от энергии [62], что приводит к увеличению числа свободных параметров модели. В развитом нами подходе возникающий при учете поправок произвол сведен до минимума, так как поправочные параметры определяются из экспериментальных данных в совсем другой области передач импульса, где динамика взаимодействия адронов носит иной характер. Тем самым рассмотренные предасимптотические эффекты отражают корреляцию между асимптотическим поведением амплитуды рассеяния на малые углы и

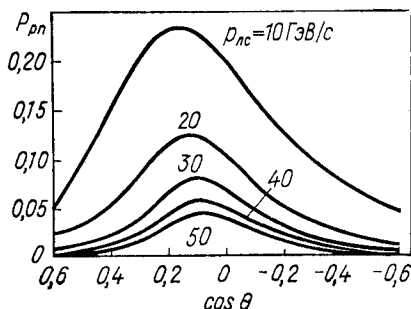


Рис. 13. Предсказание для полярности в  $pp$ -рассеянии



предасимптотическим поведением амплитуды рассеяния на большие углы. По величине же они таковы, что их учет при анализе и интерпретации имеющихся в настоящее время экспериментальных данных по упругому адрон-адронному рассеянию с большими передачами импульса, безусловно, необходим.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим основные выводы, которые позволяют сделать приведенные в обзоре результаты.

Во-первых, учет поправочных членов позволяет проверить самосогласованность применяемых методов исследования асимптотических угловых зависимостей рассеяния.

Во-вторых, величина поправок остается значительной вплоть до энергий  $E_{л.с} \approx 60$  ГэВ. Поэтому, учитывая, что в настоящее время имеются экспериментальные данные по рассеянию на большие углы лишь для энергий  $E_{л.с} < E_{л.с \text{ макс}} \approx 15-30$  ГэВ в зависимости от реакции, нельзя пользоваться асимптотическими методами без учета поправок.

В-третьих, наблюдаемые экспериментально отклонения от строгой автомодельности и ненулевые поляризации в процессах упругого рассеяния на большие углы могут интерпретироваться как предасимптотические эффекты.

В-четвертых, найденные для дифференциальных сечений рассеяния предасимптотические представления, обусловленные взаимодействием адронов на больших расстояниях, позволяют получить хорошее количественное описание всего имеющегося набора экспериментальных данных по  $\pi^{\pm}p$ ,  $pp$ - и  $p\bar{p}$ -рассеянию на большие углы.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В. А. Матвееву и А. Н. Тавхелидзе за внимание к работе и ценные замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Вычисление поправочных интегралов

Рассмотрим вычисление поправочных интегралов вида  $I = \int dF_m W_2$ . Выбрав, например,  $W_2$ ,  $i = \alpha_i / (q_i - i0)$  [члены такого вида есть в разложении (33)], получим

$$I_{m, i} = \int dF_m \frac{\alpha_i}{q_i - i0} = (2i)^m \int \prod_{j=1}^m \left[ dx_j \rho_s(s, x_j) \frac{dq_j}{q_j - i0} d^2 \Delta_{\perp j} \right] \times \\ \times \exp(-\Gamma_{m+1}(q) - \Gamma_{m+1}(\Delta_{\perp})) \frac{\alpha_i}{q_i - i0}.$$

Интеграл по  $\Delta_{\perp j}$  — гауссов и легко вычисляется:

$$\int \prod_{j=1}^m d^2\Delta_{\perp j} \exp(-\Gamma_{m+1}(\Delta_{\perp})) = \int \prod_{j=1}^m d^2\Delta_{\perp j} \exp(-\tilde{C}_{ij}\Delta_{\perp i}\Delta_{\perp j}) = \\ = \pi^m / \det \tilde{C} = \pi^m \left( \prod_{j=1}^m 1/x_j \right).$$

Для интегрирования по  $q_j$  используем представление

$$\exp(-x_k(q_k - q_{k-1})^2) = \frac{1}{2\sqrt{\pi x_k}} \int_{-\infty}^{\infty} dz_k \exp(iz_k(q_k - q_{k-1}) - \frac{z_k^2}{4x_k}).$$

Тогда, принимая во внимание, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{\exp(iqz)}{q-i0} = 2\pi i \Theta(z); \quad \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{\exp(iqz)}{(q-i0)^2} = -2\pi z \Theta(z);$$

получаем

$$I_{m, i} = i (-2\pi^{3/2})^m \int_0^{\infty} \prod_{j=1}^m \frac{dx_j}{x_j^{3/2}} \rho_s(s, x_j) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{j=1}^m dz_j \exp\left(-\frac{z_j^2}{4x_j}\right) \Theta(z_1 - z_2) \dots \Theta(z_{m-1} - z_m) \Theta(z_m) \alpha_i(z_i - z_{i+1}). \tag{57}$$

Поправки к полной амплитуде описываются суммой интегралов вида (57). Таким образом, с учетом соотношения

$$\sum_{i=1}^{m-1} \alpha_i(z_i - z_{i+1}) + \alpha_m z_m = \sum_{j=1}^m \frac{z_j}{x_j}$$

приходим к окончательному результату

$$I = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^m I_{m, i} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^m (-2\pi^{3/2}i) \int_0^{\infty} \frac{dy}{y^{5/2}} \rho_s(s, y) \int_0^{\infty} z dz \times \\ \times \exp\left(-\frac{z^2}{4y}\right) \frac{1}{(i-1)!} \left[ -2\pi^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{3/2}} \rho_s(s, x) \int_z^{\infty} d\xi \exp(-\xi^2/4x) \right]^{i-1} \times \\ \times \frac{1}{(m-i)!} \left[ -2\pi^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{3/2}} \rho_s(s, x) \int_0^z d\xi \exp(-\xi^2/4x) \right]^{m-i} = \\ = -2\pi^{3/2}i \int_0^{\infty} \frac{dy}{y^{5/2}} \rho_s(s, y) \int_0^{\infty} z dz \exp(-z^2/4y) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left[ -2\pi^{3/2} \int_0^\infty \frac{dx}{x^{3/2}} \rho_s(s, x) \int_0^\infty d\xi \exp(-\xi^2/4x) \right] = \\ & = -4i\pi^{3/2} \exp(i\chi_s(0)) \int_0^\infty \frac{dx}{x^{3/2}} \rho_s^-(s, x) = -4i \exp(i\chi_s(0)) a_2. \end{aligned}$$

Аналогично вычисляются остальные поправочные интегралы, их значения для различных функций  $W_2$  приведены в табл. 3.

Таблица 3

$m$	$W_2^{(m)}$	$I = \sum_m \int dF_m W_2^{(m)}$
1	$\sum_{i=1}^m \frac{\alpha_i}{q_i - i0}$	$-4ia_2 \exp(i\chi_s(0))$
2	$\sum_{i=1}^m q_i$	$i(2a_2 - 4b_1) \exp(i\chi_s(0))$
3	$\sum_{1 \leq i < j \leq m} \frac{\alpha_i \alpha_j}{(q_i - i0)(q_j - i0)} + \sum_{j=1}^m \frac{\alpha_j^2}{(q_j - i0)^2}$	$(-8a_2^2 + 2a_3) \exp(i\chi_s(0))$
4	$\sum_{1 \leq i < j \leq m} q_i q_j$	$(-4a_2^2 + 8a_2 b_1 + 8c - 8b_1^2) \exp(i\chi_s(0))$
5	$\sum_{i=1}^m q_i^2$	$(-4a_2 - 4b_2 + 8c) \exp(i\chi_s(0))$
6	$\sum_{i, j=1, i \neq j}^m \frac{\alpha_i q_j}{(q_i - i0)}$	$(16a_2^2 - 16a_2 b_1) \exp(i\chi_s(0))$
7	$\sum_{i=1}^m \alpha_i$	$(-2a_3 + 4b_3) \exp(i\chi_s(0))$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. П., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей, 3-е изд. М., Наука, 1976.
2. Боголюбов Н. П., Медведев Б. В., Поливанов М. К. Вопросы теории дисперсионных соотношений, М., Физматгиз, 1958.
3. Logunov A. A., Nguen Van Hieu, Todorov I. T., Khrustalev O. A.— Phys. Lett., 1963, v. 7, p. 69.
4. Логунов А. А., Нгуен Ван Хьеу, Тодоров И. Т., Хрусталеv О. А.— ЖЭТФ, 1964, т. 46, с. 1079.

5. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N.— Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 380.
6. Alliluyev S. P., Gershtein S. S., Logunov A. A.— Phys. Lett., 1965, v. 18, p. 195.
7. Логунов А. А., Хрусталев О. А. В кн.: ЭЧАЯ, т. I, М., Атомиздат, 1970, с. 73.
8. Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н. В кн.: Проблемы теоретической физики. М., Наука, 1969.
9. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А., Слепченко Л. А. В кн.: ЭЧАЯ, т. 1, М., Атомиздат, 1970, с. 91.
10. Garsevanishvili V. R., Matveev V. A., Slepchenko L. A.— Phys. Rev. D, 1971, v. 1, p. 849.
11. Саврин В. И., Турин Н. Е., Хрусталев О. А.— «Ядерная физика», 1970, т. 12, с. 1049.
12. Мествиришвили М. А., Рчеулишвили Г. Л.— ТМФ, 1971, т. 8, с. 206.
13. Голоскоков С. В., Матвеев В. А. В кн.: Труды II Международного симпозиума по физике высоких энергий и элементарных частиц. ОИЯИ, Д-6840, Дубна, 1966.
14. Byers N., Yang C. N.— Phys. Rev., 1966, v. 142, p. 979.
15. Sivers D.— Ann. Phys., 1975, v. 90, p. 71.
16. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1973, v. 7, p. 779.
17. Brodsky S. J., Farrar G. R.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1153.
18. Brodsky S. J., Sivers D., Blankenbecler R.— Phys. Repts. C, 1976, v. 23, p. 1.
19. Jenkins K. A. e.a. ANL preprint, ANL-HEP-PR-79-39, 1979.
20. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. JINR preprint, E2-8048, 1974.
21. Матвеев В. А. В кн.: Высокие энергии и элементарные частицы, ОИЯИ, Д1, 2-840Б, Дубна, 1974, с. 8.
22. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. В кн.: Труды IV Международного семинара по проблемам физики высоких энергий, ОИЯИ, Д1, 2-9224, Дубна, 1975.
23. Gunion J. F., Brodsky S. J., Blankenbecler R.— Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 287.
24. Uematsu T.— Progr. Theor. Phys., 1976, v. 55, p. 1224.
25. Blankenbecler R., Brodsky S. J.— Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 2973.
26. Pire B.— Nucl. Phys. B, 1976, v. B114, p. 11.
27. Goloskokov S. V., Koudinov A. V., Kuleshov S. P.— JINR preprint E2-12627, 1979.
28. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Матвеев В. А., Смондырев М. А. Препринт ОИЯИ P2-9897, 1976.
29. Голоскоков С. В., Кулинов А. В., Кулешов С. П.— Ядерная физика, 1980, т. 31, с. 751.
30. Логунов А. А., Мещеряков В. А., Тавхелидзе А. Н.— Докл. АН СССР, 1962, т. 142, с. 317.
31. Preparata G. CERN preprint, TH-1836, 1974.
32. Kinoshita K., Muzyo Y.— Progr. Theor. Phys., 1974, v. 52, p. 1873.
33. Freund P. G. O., Nandi S.— Nuovo cimento A, 1975, v. 25A, p. 295.
34. Kavaguchi M., Yokomi S.— Progr. Theor. Phys., 1977, v. 57, p. 470.
35. Пашков А. Ф., Скачков Н. Б., Соловцов И. Л.— Письма ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 452.
36. Matveev V. A. In: Rapporteur's Talk at the XVIII Int. Conf. on High Energy Phys., Tbilisi, 1976; JINR, D1, 2-10400, Dubna, 1977.
37. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Матвеев В. А., Смондырев М. А.— ТМФ, 1975, т. 24, с. 24.
38. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Матвеев В. А., Смондырев М. А. Препринт ОИЯИ, P2-8337, 1974.

39. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Матвеев В. А., Смондырев М. А.— Ядерная физика, 1976, т. 24, с. 448.
40. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Матвеев В. А., Смондырев М. А.— ЭЧАЯ, т. 8, вып. 2, с. 969.
41. Гарсеванишвили В. Р. и др.— Ядерная физика, 1969, т. 10, с. 627.
42. Dzhgarkava M. I. e.a.— Nucl. Phys. B, 1974, v. 79, p. 396.
43. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П.— ТМФ, 1979, т. 39, с. 185.
44. Гарсеванишвили В. Р. и др.— ТМФ, 1972, т. 12, с. 384.
45. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П.— Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 1070.
46. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П.— В кн.: Проблемы физики высоких энергий и квантовая теория поля. Серлухов, 1978, с. 228.
47. Dzhgarkava M. I. e.a.— Nucl. Phys. B, 1973, v. 67, p. 232.
48. Гарсеванишвили В. Р. и др. Препринт ОИЯИ, P2-9947, 1976.
49. Хелашвили А. А. Препринт ОИЯИ, P2-4327, 1969.
50. Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Митрюшкин В. К., Смондырев М. А.— ТМФ, 1975, т. 24, с. 147.
51. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П.— Ядерная физика, 1980, т. 31, с. 751.
52. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П.— ТМФ, 1979, т. 40, с. 379.
53. Bracci E. e.a. Compilation of Differential Cross Sections.  $\pi$ -Indiced Reaction. CERN preprint, CERN-HERA, 75-2, 1975.
54. Baglin C. e.a.— Nucl. Phys. B, 1975, v. 98, p. 365.
55. Benary O. e.a. NN and ND Interactions. A Compilation. Berkeley preprint, UCRL-20000, 1970.
56. Cocconi G. e.a.— Phys. Rev. B, 1965, v. 138, p. 165.
57. Stone J. L. e.a.— Nucl. Phys. B, 1979, v. 143, p. 1.
58. Eilam G. e.a.— Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 2871.
59. Fishbane P., Quigg C.— Nucl. Phys. B, 1973, v. 61, p. 469.
60. Wu T. T., Yang C. N.— Phys. Rev., 1965, v. 137, p. 708.
61. Matveev V. A., Slepchenko L. A., Tavkhelidze A. N. JINR preprint, E2-11894, 1978.
62. Голоскоков С. В. и др. Препринт ОИЯИ, P2-10142, Дубна, 1976.