

УДК 539.184.5

## СТРУКТУРА ВЫСОКОСПИНОВЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМНЫХ ЯДЕР ИЗ КУЛОНОВСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

*Ш. Бриансон,*

Центр ядерной спектроскопии и масс-спектрометрии, ОРСЭ (Франция)

*И. Н. Михайлов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Приведен обзор экспериментальных данных, накопленных в последние годы, о состояниях с угловыми моментами до  $30 \hbar$  в ядрах из области актиноидов. Кратко освещены новейшие экспериментальные методы, используемые для изучения высокоспиновых состояний в экспериментах по многократному кулоновскому возбуждению. Описаны теоретические модели, позволяющие проанализировать экспериментальную информацию в терминах выстраивания внутреннего углового момента вдоль направления оси вращения ядра. Обсуждены ротационные характеристики выстроенных ядерных состояний.

The experimental data on the states in actinide nuclei with angular momentum up to  $30 \hbar$  obtained in the last few years are reviewed. The recent experimental techniques used for studying the high-spin states in the multiple Coulomb experiments are shortly summarized. The description is given of the theoretical models which allow to analyse the experimental information in terms of an amount of angular momentum aligned to the axis of rotation of a nucleus. The radiative properties of aligned nuclear states are discussed.

### ВВЕДЕНИЕ

Ротационные полосы в атомных ядрах, открытые около 25 лет назад [1], послужили отправным пунктом в развитии важного направления в изучении структуры ядра. Обобщенная модель ядра [2] позволила объяснить многие закономерности в спектрах и электромагнитных свойствах «вращающихся», т. е. деформированных ядер, и оказалась удобной для детального изучения квазичастичных и коллективных степеней свободы в атомных ядрах. Однако и сейчас актуальность этих проблем не убывает. Причина состоит в быстром развитии экспериментальных возможностей, которое позволяет изучать состояния со все большими и большими угловыми моментами, а также уточнять информацию, относящуюся к области умеренных и малых угловых моментов. Кулоновское возбуждение ядер по-прежнему является важным экспериментальным методом накопления информации о высокоспиновых состояниях атомных ядер [3—6]. Использование этого

важного механизма генерации высокоспиновых состояний на базе ускорителей тяжелых ионов в сочетании с современной техникой регистрации излучения порождает поток новых данных о структуре ядер.

Довольно долго информацию о деформированных атомных ядрах удавалось интерпретировать в рамках предположений, со-

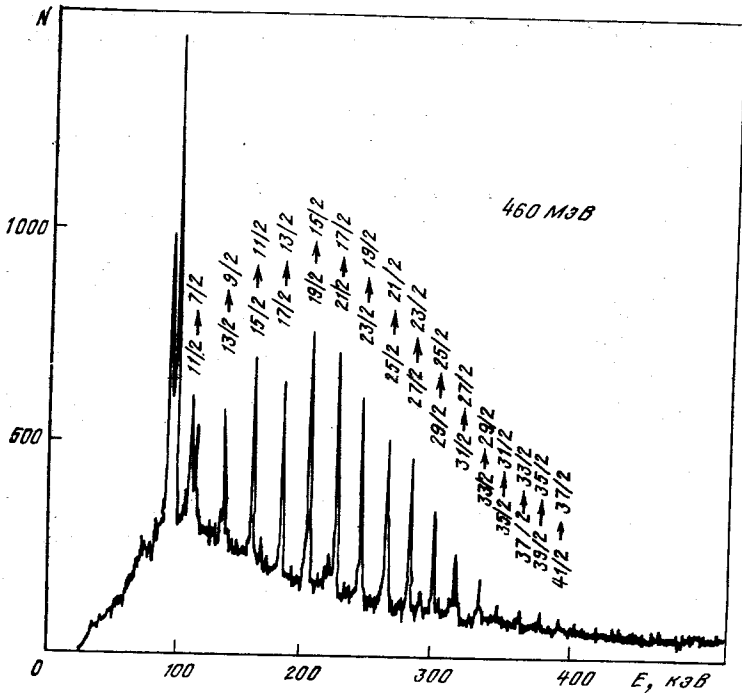


Рис. 1. Кулоновское возбуждение  $^{233}\text{U}$  ядрами  $^{84}\text{Kг}$  при энергии в лабораторной системе  $E = 460$  МэВ.

γ-Излучение регистрировалось в совпадении с рассеянной частицей [9]

гласно которым такие ядра обладают достаточно большой жесткостью по отношению к возбуждению внутренних степеней свободы. Иными словами, вращение рассматривалось как медленное по сравнению с движениями, ассоциируемыми с внутренним возбуждением. Взаимное влияние вращения и внутреннего возбуждения (связь вращения и внутренних возбуждений) не принималось во внимание вовсе или учитывалось по теории возмущений [7, 8]. Очевидно, что такие предположения могут соответствовать действительности только в области не очень больших угловых моментов, при которых центробежные и кориолисовы силы

недостаточно велики, чтобы повлиять на структуру ядра. Пример спектра  $\gamma$ -излучения хорошего ротатора приведен на рис. 1 [9]: спектр  $^{233}\text{U}$ , возбужденного кулоновским полем тяжелого иона ( $^{84}\text{Kг}$ ,  $E_{\text{лаб}} = 460$  МэВ). Совокупность примерно эквидистантно расположенных линий на рис. 1 соответствует коллективным  $E2$ -переходам в основной полосе ( $K = 7/2$ ) ядра  $^{233}\text{U}$ . В каждом переходе угловой момент состояния ядра  $I$  уменьшается на две единицы Планка. Имея в виду очевидное соответствие с классической механикой, выражение, содержащее энергии  $E(I)$ -состояний:

$$\omega^{\text{rot}}(I) = (E(I+1) - E(I-1))/2 \approx dE(I)/dI \quad (1)$$

называют угловой частотой вращения, соответствующей угловому моменту  $I$ , а отношение

$$(I + 1/2)/\omega^{\text{rot}} = J \quad (2)$$

— эффективным моментом инерции состояния. Эквидистантному расположению линий в спектрах  $\gamma$ -излучения соответствует линейная зависимость  $\omega^{\text{rot}}$  от углового момента  $I$  и постоянное значение момента инерции  $J$  для всех состояний соответствующей части спектра ядра.

При более внимательном изучении рис. 1 можно заметить, что момент  $J$  увеличивается в основной полосе  $^{233}\text{U}$  с увеличением углового момента, что говорит о наличии связи между вращением и внутренней структурой ядра. Возможность существования ярких проявлений такой связи была замечена в 1960 г. [10, 11], когда было предсказано ослабление парных корреляций силами Кориолиса. Примерно десятью годами позже яркие проявления связи вращения с внутренними возбуждениями были наблюдаемы экспериментально [12]: оказалось, что в ряде ядер зависимость момента инерции (2) от угловой частоты вращения перестает быть монотонной. Спектр  $\gamma$ -излучения ядра  $^{158}\text{Er}$  с аномальной зависимостью момента инерции от угловой частоты вращения изображен на рис. 2 [13]. Как теперь хорошо известно, первая аномалия момента инерции не имеет отношения к фазовому переходу из состояния со спариванием в состояние без парных корреляций [14, 15], хотя и была обнаружена в результате поиска подобного рода фазового перехода. Аномалия оказалась связанной с изменением конфигурации квазичастиц в нижайших состояниях ядер с увеличением  $I$  в условиях, когда спаривание еще не подавлено существенным образом силами Кориолиса.

Обнаружение аномальной зависимости момента инерции служило указанием на то, что вращение ядер может сильно влиять на структуру ядра, и стимулировало проведение систематических исследований в высокоспиновой области. Результаты изучения структуры ядра при больших угловых моментах свидетельствуют,

что структура атомных ядер действительно претерпевает серьезные изменения с увеличением углового момента. Данный обзор посвящен наиболее хорошо изученным изменениям структуры в высокоспиновой области. Фактически центральной темой в нем являются эффекты, которые порождаются выстраиванием угловых моментов, связанных с внутренними степенями свободы ядра, вдоль направления полного (коллективного) углового момента.

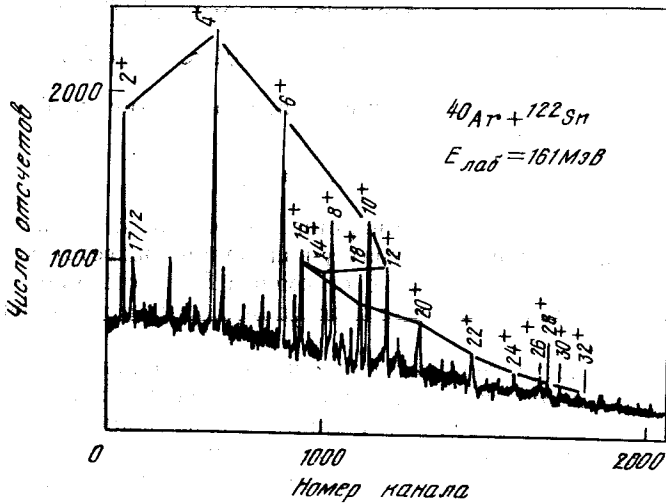


Рис. 2. Спектр  $\gamma$ -излучения продуктов реакции  $^{122}\text{Sn} (^{40}\text{Ar}, xn) ^{162-x}\text{Er}$  при  $E(^{40}\text{Ar}) = 161$  МэВ, полученный с использованием Ge — Li-детектора [13]. Отмечены линии известных переходов  $I \rightarrow I - 2$  вдоль ирраст-линии  $^{162}\text{Er}$  (до  $I = 32$ ). Четко видна аномалия в зависимости энергии перехода от  $I$  в районе  $12 \leq I \leq 16$ , следующее пересечение полос соответствует нарушению регулярности в расположении линии около  $I = 28$

Выстраивание угловых моментов приводит к изменениям функции распределения нуклонов в пространстве импульсов или угловых моментов. При этом меняется тип симметрии волновой функции состояния ядра, а также правила отбора для электромагнитных переходов. В обзоре делается попытка проследить за характерными изменениями в правилах отбора для электромагнитных переходов, связанными с выстраиванием.

Ограниченный объем публикации не позволил отразить в ней данные об изменении формы ядер, вызванном вращением. Эта тема, как нам кажется, требует освещения в рамках отдельной работы.

Структура обзора следующая:

В разд. 1 даны элементы теории, на основании которой проводится в дальнейшем анализ структуры выстроенных состояний.

Разд. 2 содержит материал по выстраиванию углового момента квазичастичного состояния в нечетных ядрах.

В разд. 3 изучается выстраивание коллективного углового момента в состояниях отрицательной четности. Здесь представлена простая феноменологическая модель октупольных полос, искаженных силами Кориолиса. Эта модель позволяет, в частности, дать простую геометрическую интерпретацию правилам отбора для электрических дипольных переходов из состояний выстроенной октупольной полосы в состояние основной полосы.

### 1. СИММЕТРИЯ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ ВЫСОКОСПИНОВЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для изучения структуры высокоспиновых состояний полезно несколько видоизменить обычную формулировку коллективной модели ядра с тем, чтобы

1) иметь возможность адекватного выбора внутренних состояний квазичастичного и коллективного типа, и

2) получить выражения для матричных элементов от физических наблюдаемых и на этой основе сформулировать правила отбора для различных ядерных переходов.

Трудность, с которой приходится сталкиваться при решении этих вопросов, заключается в том, что условие адиабатически медленного вращения:  $\omega^{\text{rot}} \ll \omega^{\text{intr}}$ , где  $\omega^{\text{intr}}$  — частота возбуждений неротационного типа, перестает выполняться, когда  $I \gg 1$ .

Приближенное выражение для вычисления матричных элементов, которое можно использовать, по-видимому, в весьма широких условиях при  $I \gg 1$ , можно сформулировать с привлечением слабых предположений [16]. Основное предположение, приводящее к асимптотической формуле для матричных элементов, выражается следующим образом. Пусть в ядерных состояниях, расположенных в окрестности иррадиальной линии, угловой момент имеет достаточно четкую и постоянную во времени ориентацию в подходящим образом выбранной внутренней системе координат. Такое предположение основывается на опыте изучения вращения макроскопических объектов. «Вековое равновесие» вращающегося тела достигается, когда угловой момент направлен вдоль самой длинной оси его тензора инерции. Это предположение не ново для ядерной физики: оно используется при анализе формы вращающихся ядер; на его основе анализируется спектр трехосного жесткого ротатора О. Бором и Моттельсоном [17]. Сформулированное предположение имеет квазиклассический характер, поскольку некоммутативность операторов углового момента приводит к соотношениям неопределенности для вероятности всех трех его проекций в любой системе

координат. Однако, при  $I \gg 1$  такие соотношения неопределенности не должны быть существенны.

Для того чтобы формализовать высказанное предположение, введем в рассмотрение угловые переменные  $\Omega$ , фиксирующие ориентацию ядра в пространстве, и внутренние переменные  $\xi$ , составляющие вместе с  $\Omega$  полный набор переменных, определяющих конфигурацию ядра. Явный вид формул, связывающих  $\Omega$  и  $\xi$  с координатами нуклонов ядра, нам не требуется; для наглядности можно считать, что эти переменные определены как в работах киевской группы [18] (тогда ориентация ядра в пространстве задается направлением главных осей его тензора инерции). Волновую функцию ядра представим в виде разложения

$$|\alpha I M\rangle = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2}\right)^{1/2} \sum_{\tau=0}^{2I} c_{\tau}^{\alpha I} D_{MI-\tau}^I(\Omega) \Phi_{\alpha I \tau}(\xi), \quad (3)$$

где нормированные функции  $\Phi_{\alpha I \tau}$  зависят только от внутренних переменных;  $c_{\tau}^{\alpha I}$  — весовые коэффициенты ( $\sum_{\tau} |c_{\tau}^{\alpha I}|^2 = 1$ ) и, на-

конец,  $D_{MM}^I(\Omega)$  — обобщенные сферические функции [19]. Выберем в качестве оси квантования во внутренней системе координат ту ось, вдоль которой угловой момент имеет преимущественное направление в состояниях иррадиации. Тогда должны выполняться следующие условия:

$c_{\tau}^{\alpha I}$  — существенно отличается от нуля, если  $\tau \ll I$ .

Рассмотрим теперь мультипольный оператор  $\hat{\mathcal{M}}(\lambda, \mu)$ , причем под  $\lambda$  и  $\mu$  будем понимать индексы, определяющие трансформационные свойства оператора по отношению к группе вращений в лабораторной системе координат. Мультипольность оператора будем считать небольшой, так что условие  $\lambda \ll I$  выполнено. Выражая координаты нуклонов в терминах переменных  $\Omega$  и  $\xi$ , приходим к обычному выражению для операторов [17]:

$$\hat{\mathcal{M}}(\lambda, \mu) = \sum_{\tau=-\lambda}^{\lambda} D_{\mu\tau}^{\lambda}(\Omega) \hat{\mathcal{M}}'(\lambda, \tau; \xi), \quad (4)$$

в котором фигурируют операторы внутренних мультипольных моментов  $\hat{\mathcal{M}}'(\lambda, \tau; \xi)$ . Формула (4) соответствует оператору «электрического типа», не зависящему от импульсов нуклонов. Рассмотрение операторов магнитного типа можно провести аналогичным образом.

Используя формулы (3) и (4), напишем выражение для матричного элемента  $\langle \alpha_2 I_2 M_2 | \hat{\mathcal{M}}(\lambda, \mu) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle$  и проинтегрируем по

угловым переменным  $\Omega$ . В результате получим

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 M_2 | \hat{\mathcal{N}} (\lambda \mu = M_2 - M_1) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle = \\ & = \sum_{\tau_1 \tau_2 \tau_3} c_{\tau_2}^{\alpha_2 I_2} c_{\tau_1}^{\alpha_1 I_1} (\lambda \mu I_1 M_1 | I_2 M_2) (\lambda \tau_3 I_1 - \tau_1 | I_2 - \tau_2) \times \\ & \times \langle \Phi_{\alpha_2 I_2 \tau_2} (\xi) | \hat{\mathcal{N}}' (\lambda \tau_3) | \Phi_{\alpha_1 I_1 \tau_1} (\xi) \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициенты Клебша — Гордона  $(\lambda \mu I - \tau M - \mu | IM)$  в формуле (5) можно заменить их асимптотическими выражениями, справедливыми при  $\lambda \ll I$  [19]:

$$(\lambda \mu I - \tau M - \mu | IM) \approx (-1)^{\lambda - \tau} D_{\mu \tau}^{\lambda} (0, \arccos (M/I), 0). \quad (6)$$

Принимая во внимание условие малости коэффициентов  $c_{\tau}^{\alpha I}$  для больших значений  $\tau$ , получаем

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 M_2 | \hat{\mathcal{N}} (\lambda M_2 - M_1) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle \approx \\ & \approx D_{\mu I_2 - I_1}^{\lambda} (0, \arccos (M/I), 0) \langle \alpha_2 I_2 | \hat{\mathcal{N}}' (\lambda, \tau = I_2 - I_1) | \alpha_1 I_1 \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где введено обозначение для внутреннего матричного элемента

$$\begin{aligned} \langle \alpha_2 I_2 | \hat{\mathcal{N}}' (\lambda \tau) | \alpha_1 I_1 \rangle & = \sum_{\tau'} c_{\tau'}^{\alpha_2 I_2} c_{\tau'}^{\alpha_1 I_1} \times \\ & \times \langle \Phi_{\alpha_2 I_2 \tau'} (\xi) | \hat{\mathcal{N}}' (\lambda \tau; \xi) | \Phi_{\alpha_1 I_1 \tau'} (\xi) \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Формулы (7) и (8) полезно записать в несколько ином виде, для чего введем новые обозначения для вектора состояния

$$|\alpha I\rangle = \begin{pmatrix} \vdots \\ c_{\tau}^{\alpha I} \\ \vdots \\ c_{\tau+1}^{\alpha I} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (9)$$

и для оператора внутреннего мультипольного момента

$$\mathfrak{M}' (\lambda \tau) = D [ \dots \langle \Phi_{\alpha_2 I_2 \tau'} (\xi) | \hat{\mathcal{N}}' (\lambda \tau; \zeta) | \Phi_{\alpha_1 I_1 \tau'} (\xi) \rangle \dots ], \quad (10)$$

где  $D [ \ ]$  — диагональная матрица. Формула (7) принимает вид

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 M_2 | \hat{\mathcal{N}} (\lambda, \mu = M_2 - M_1) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle \approx \\ & \approx D_{\mu, I_2 - I_1}^{\lambda} (0, \arccos (M/I), 0) \langle \alpha_2 I_2 | \mathfrak{M}' (\lambda, \tau = I_2 - I_1) | \alpha_1 I_1 \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

В такой форме выражение для матричных элементов можно использовать и для операторов более общего вида, чем в (4). Формула (10), однако, теряет силу, если операторы  $\hat{\mathcal{N}}' (\lambda, \tau)$  зависят от угловых моментов. В частности, для операторов проекции углового мо-

мента на внутренние оси  $J'_0, J'_{\pm 1}$ , определенных, как в монографии [19 с. 66], легко получить приближенные выражения

$$J'_0 = -(I - b^*b);$$

$$J'_{+1} = -J'_{-1} = \sqrt{I}b = \sqrt{I} \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\tau'} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

известные, например, как высокоспиновой предел бозонного представления операторов углового момента [20].

Формула (11) представляет собой искомое выражение для матричного элемента, пригодное при  $I \gg 1$ . Чтобы ее использовать, вовсе не обязательно знать разложение волновой функции в ряд (4), и можно брать любое удобное представление для вектора состояния (9). В разд. 3 это выражение мы применим для анализа электрических переходов из «выстроенных» состояний.

Для анализа свойств симметрии ядерных состояний при  $I \gg 1$  нужны дополнительные гипотезы. Если точная зависимость функций  $\Phi_{\alpha I \tau}(\xi)$  от  $\tau$  не является чрезвычайно важной, то можно ввести как базисные функции во внутреннем пространстве собственные функции оператора [21]

$$\hat{H}_{\xi}^I = \int d\Omega u_{IM}^*(\Omega) \hat{H} u_{IM}(\Omega), \quad (13)$$

где  $\hat{H}$  — полный гамильтониан ядра, определяемый во всем пространстве переменных:

$$u_{IM}(\Omega) = ((2I + 1)/8\pi^2)^{1/2} \sum_M D_{MM'}^I(\Omega) D_{M',I}^I(\Omega_0) \quad (14)$$

— так называемая когерентная функция квантового ротатора [22].

Когерентные функции обладают тем свойством, что минимизируют неопределенность ориентации углового момента  $\sum_{i=1}^3 \langle (\hat{J}_i - \langle \hat{J}_i \rangle)^2 \rangle$ .

Когерентные функции обладают точными значениями квантовых чисел углового момента  $I, M$  и полностью определяются заданием угловых параметров  $\Omega_0 \equiv (\Phi, \theta, 0)$  ( $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \Phi \leq 2\pi$ ). Те же параметры  $\Phi, \theta$  характеризуют и ориентацию углового момента во внутренней системе координат:

$$\left( \sum_{i=1}^3 n_i \hat{J}_i \right) u_{IM}(\Omega) = I u_{IM}(\Omega), \quad (15)$$

если

$$n_1 = \cos \Phi \sin \theta, \quad n_2 = \sin \Phi \sin \theta, \quad n_3 = \cos \theta. \quad (16)$$



Для нерелятивистского гамильтониана

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^3 (A_i(\xi) \hat{J}_i^2 + \hat{B}_i(\xi) \hat{J}_i) + \hat{\mathcal{H}}(\xi) \quad (17)$$

«внутренний» гамильтониан, определенный формулой (13), принимает вид

$$\hat{H}_\xi^I = \sum_{i=1}^3 [(I(I-1/2)n_i + I/2) A_i(\xi) + I n_i \hat{B}_i(\xi)] + \hat{\mathcal{H}}(\xi). \quad (18)$$

Проведенная ранее аналогия с классической механикой дает основание полагать, что угловой момент в состояниях ираст-линии направлен вдоль одной из главных осей тензора инерции, которую в таком случае можно принять за первую ось. Тогда  $n_i = (1, 0, 0)$  и

$$\hat{H}_\xi^I = I^2 A_1(\xi) + I \hat{B}_1(\xi) + \hat{\mathcal{H}}(\xi). \quad (19)$$

Последний оператор имеет те же свойства симметрии, что и гамильтониан ядра в модели принудительного вращения: он инвариантен относительно преобразования, соответствующего повороту системы координат на угол  $\pi$  вокруг оси вращения, т. е. вокруг оси 1:

$$\hat{R}_1^{-1}(\pi) \hat{H}_\xi^I \hat{R}_1(\pi) = \hat{H}_\xi^I. \quad (20)$$

Тогда и собственные функции  $\Phi_{\alpha I}(\xi)$  оператора  $\hat{H}_\xi^I$  такие, что

$$\hat{H}_\xi^I \Phi_{\alpha I}(\xi) = \varepsilon_{\alpha I} \Phi_{\alpha I}(\xi), \quad (21)$$

можно наделять квантовым числом  $\sigma$  (сигнатурой), так что

$$\hat{R}_1(\pi) \Phi_{\alpha I}(\xi) = \sigma_\alpha \Phi_{\alpha I}(\xi) \quad (|\sigma_\alpha| = 1). \quad (22)$$

Задание координат нуклонов не определяет однозначно ориентацию тензора инерции ядра [18]. В частности, при повороте тензора инерции на угол  $\pi$  вокруг любой из его осей расположение нуклонов остается неизменным. Волновая функция ядра, являющаяся однозначной функцией координат нуклонов, не меняется при таком преобразовании. Записав волновую функцию ядра в виде

$$\Psi_{\alpha IM} = u_{IM}(\Omega) \Phi_{\alpha I}(\xi) \quad (23)$$

и учитывая трансформационные свойства когерентных функций

$$\hat{R}_1(\pi) u_{IM}(\Omega) = (-1)^I u_{IM}(\Omega), \quad (24)$$

приходим к важному правилу отбора

$$(-1)^I \sigma_\alpha = 1. \quad (25)$$

Правило отбора (25) означает, что внутренние состояния с заданной сигнатурой могут встретиться лишь при значениях  $I$ , удов-

летворяющих этому уравнению. Если  $\Phi_{\alpha I}(\xi)$  медленно изменяются с  $I$ , ядерные состояния при этом образуют серии, которые включают вместе с состоянием, имеющим некоторое значение углового момента  $I$ , также состояния с

$$I' = I \pm 2, \quad I \pm 4 \quad (26)$$

и т. д. Такие серии состояний (полосы) четко видны в спектрах нечетных ядер (рис. 3) [23].

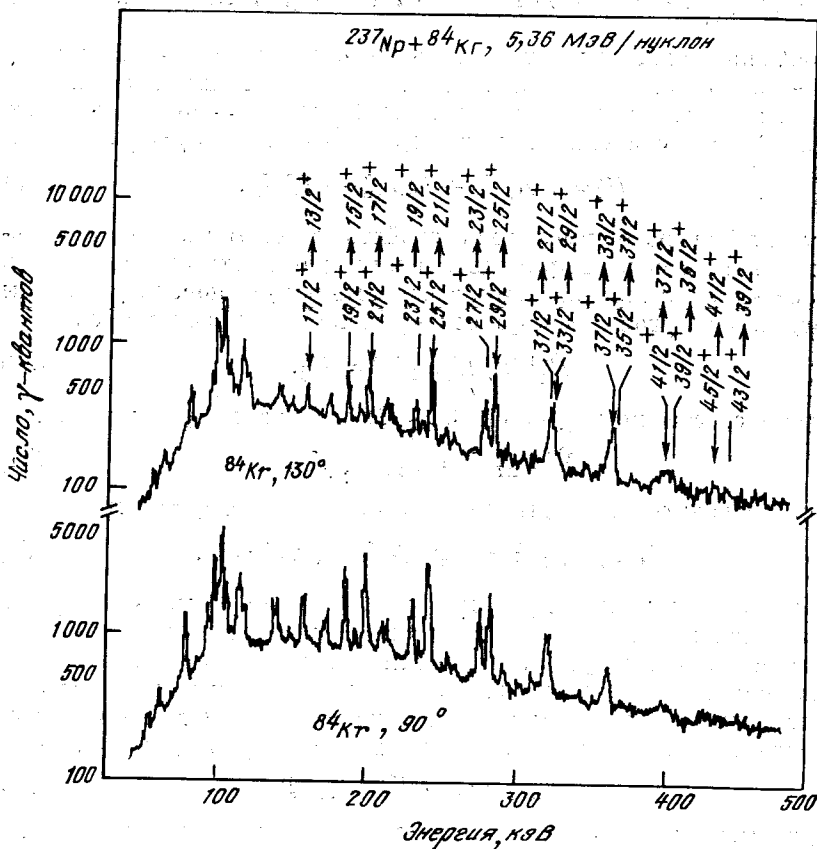


Рис. 3. Кулоновское возбуждение  $^{237}\text{Np}$  ядрами  $^{84}\text{Kr}$  ( $E_{\text{лаб}} = 5,36$  МэВ/нуклон);  $\gamma$ -спектр в совпадении с частицей, рассеянной на  $130$  и  $90^\circ$  [23]

Построение коллективной модели, представленной в этой главе, можно продолжить, определив полный базис состояний типа (23), по которому можно разлагать волновую функцию ядра [21]. На таком пути можно изучать смешивание состояний с разными внут-

ренными функциями  $\Phi_{\alpha I}(\xi)$ . Рассмотрение, проведенное в [21], показывает, что сигнатура является асимптотическим квантовым числом, описывающим состояния при

$$I \gg 1, \quad (27)$$

если внутренние функции  $\Phi_{\alpha I}(\xi)$  достаточно медленно меняются с ростом углового момента. Смешивание состояний по сигнатуре можно ожидать, по-видимому, лишь в исключительных условиях, пример которых рассмотрен в [15].

## 2. ВЫСТРАИВАНИЕ УГЛОВОГО МОМЕНТА В КОНФИГУРАЦИЯХ ОСНОВНЫХ СОСТОЯНИЙ НЕЧЕТНЫХ И ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР

**Экспериментальные методы изучения высокоспиновых состояний.** В течение нескольких последних лет было получено много новых экспериментальных результатов, относящихся к хорошо деформированным ядрам. Основой для этого явилась разработка весьма тонкой экспериментальной методики, а также возможность использования пучков тяжелых ионов.

Большой угловой момент (до  $70\hbar$  для ядер редкоземельных элементов) можно сообщить ядру в результате реакции, вызванной тяжелым ионом, например  $(HI, xn)$ -реакцией. Однако состояния, образованные непосредственно после слияния тяжелых ионов, расположены вдали от ираст-линии, и они распадаются по огромному числу различных каналов. Поэтому  $\gamma$ -кванты, которые испускаются при распаде высокоспиновых состояний, полученных в реакции с тяжелыми ионами, образуют квази-непрерывный спектр, состоящий из большого числа перекрывающихся дискретных линий. Отдельные линии в таких спектрах удается наблюдать только при

$$I \lesssim 35\hbar. \quad (28)$$

При изучении спектров  $\gamma$ -квантов из продуктов реакции с тяжелыми ионами успешно использовались различные фильтры  $\gamma$ -квантов, например, такие, как фильтр с отбором по множественности квантов [13] или по их суммарной энергии [24].

При многократном кулоновском возбуждении ядрам можно передать угловой момент примерно до  $30\hbar$ , если использовать очень тяжелые ионы, такие, как  $^{208}\text{Pb}$ . Многократное кулоновское возбуждение (МКВ) является в настоящее время наиболее перспективным средством генерации высокоспиновых состояний в особенности в ядрах области актиноидов, на которой мы концентрируем свое внимание: в стандартных условиях реакции с тяжелыми ионами для этих ядер доминирует канал деления.

Многократное кулоновское возбуждение и  $(HI, xn)$ -реакции являются наиболее удобными источниками информации о высо-

коспиновых состояниях ядер. Эти два процесса дополняют друг друга. В ( $HI, \alpha n$ )-реакциях после испускания нескольких частиц и  $\gamma$ -квантов заселяются состояния на праст-линии или вблизи от нее, причем метод применим в основном для изучения нейтронно-дефицитных ядер. В МКВ кроме состояний праст-линии возбуждается много других состояний, сильно связанных электромагнитными взаимодействиями с состояниями основной ротационной полосы. Конечно, этот метод применим только для стабильных или очень долго живущих ядер, т. е. ядер с большим числом нейтронов.

В экспериментах с кулоновским возбуждением тяжелого иона оказывается трудно наблюдать  $\gamma$ -спектры с хорошим энергетическим разрешением, поскольку  $\gamma$ -кванты, испущенные движущимся рассеянным ядром ( $v/c \approx 0,1$ ), обладают значительным доплеровским сдвигом, и их спектр размазан из-за распределения ядер по скорости отдачи и углу рассеяния, а также из-за конечного размера  $\gamma$ -детектора. Для преодоления этих трудностей существуют две возможности:

1) использование толстых мишеней с подложкой, в которой ядра отдачи останавливаются в течение нескольких пикосекунд;

2) использование тонких мишеней и идентификация обеих сталкивающихся частиц в детекторах, чувствительных к положению регистрируемых частиц в пространстве.

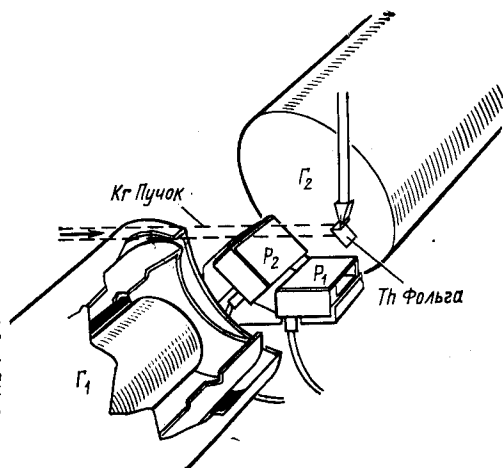
*Эксперименты с толстыми мишенями.* В экспериментах с тяжелыми ионами, такими, как криптон, в которых в многократном кулоновском возбуждении могут заселяться состояния с угловыми моментами до  $20\hbar$ , время замедления ядра отдачи меньше или сравнимо с временем жизни последних генерируемых состояний. Это обстоятельство позволяет проводить прямые измерения  $\gamma$ -квантов и измерения на совпадении с очень хорошим разрешением при помощи экспериментальной установки (рис. 4), которая использовалась в ОРСЭ в систематических исследованиях структуры ядер из области антиноидов [9, 25—30].

Эту установку использовали на ускорителе тяжелых ионов ALICE, причем она позволила наблюдать  $\gamma$ -кванты в совпадении с рассеянными ионами пучка  $^{84}\text{Kr}$ , регистрируемыми в двух кремниевых детекторах с имплантированными ядрами бора, а также  $\gamma$  —  $\gamma$ -совпадений в двух Ge — Li-детекторах, расположенных под углами  $\pm 90^\circ$  по отношению к оси пучка и перпендикулярно плоскости реакции, фиксируемой детектором частиц. Детекторы регистрируют частицы в интервале углов от  $70$  до  $150^\circ$  и имеют средние угловые координаты соответственно при  $90$  и  $130^\circ$ . Зависимость интенсивности  $\gamma$ -квантов от угла рассеяния частиц содержит ценную информацию о положении  $\gamma$ -перехода в ядерном каскаде. Кроме того, высокий уровень статистики и хорошее разрешение  $\gamma$  —  $\gamma$ -совпадений оказываются важными характеристиками уста-

новки для однозначного определения состояний ядра со спинами до  $20\hbar$ , принадлежащими основной и возбужденным полосам.

Рис. 4. Установка для изучения кулоновского возбуждения актиноидов с пучком  $^{84}\text{Kг}$  в экспериментах на совпадениях  $\gamma$ -квантов.

Толстая мишень наклонена под углом  $45^\circ$  по отношению к пучку. Каждый из двух детекторов частиц  $P_1$  и  $P_2$  (бор имплантированный в кремний) имеет эффективную поверхность  $25 \times 22$  мм и покрывают углы рассеяния от  $70$  до  $150^\circ$ . Два Ge — Li-детектора  $\gamma$ -квантов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  расположены под углом  $90^\circ$  с двух сторон пучка падающих ионов [5, 25]



Пример  $\gamma$ -спектра в совпадении с рассеянной частицей приведен на рис. 5, где представлен спектр возбуждения ядра  $^{232}\text{Th}$

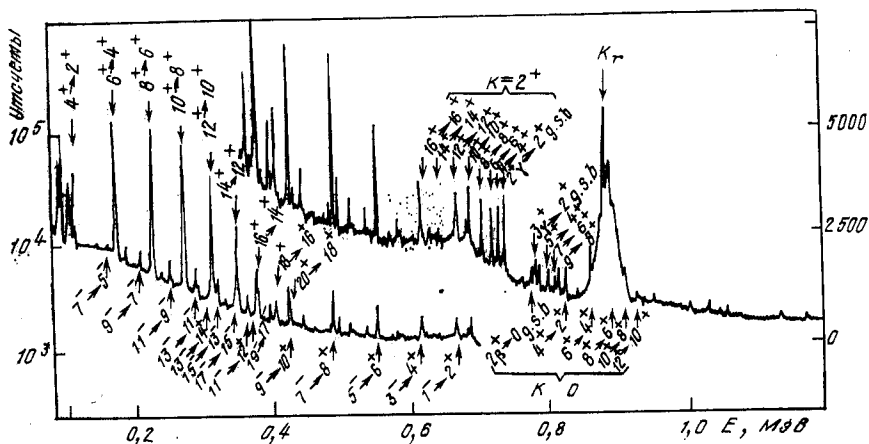


Рис. 5. Кулоновское возбуждение  $^{232}\text{Th}$  ионами  $^{84}\text{Kг}$  при  $E = 5,35$  МэВ/нуклон:

$\gamma$ -спектр в совпадении с частицей, рассеянной назад [27]

при энергии налетающего иона ( $^{84}\text{Kг}$ ), равной  $5,35$  МэВ/нуклон [27]. Здесь наблюдаются переходы как в основной ротационной подосе, так и в вибрационных октупольной,  $\beta$ - и  $\gamma$ -полосах.

Состояния с большой энергией возбуждения и спинами (до  $30\hbar$ ) можно наблюдать, используя более тяжелые ионы, такие, как  $^{208}\text{Pb}$ . При этом идентификация наиболее возбужденных состояний затруднена из-за большой скорости отдачи возбужденного ядра и связанного с этим возрастания времени замедления. Линии  $\gamma$ -переходов содержат доплеровскую компоненту, по которой можно определять времена жизни соответствующих состояний, если

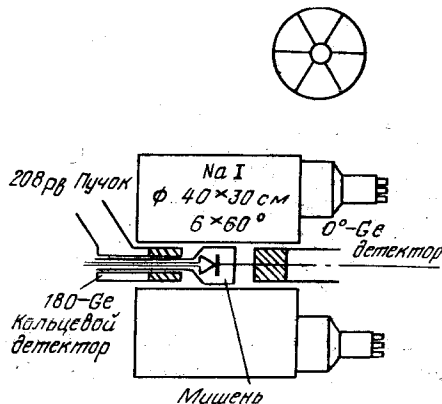


Рис. 6. Установка для изучения кулоновского возбуждения на пучке тяжелых ионов с шестисекторным суммарным спектрометром (I).

Мишень помещается в центр большого ( $40 \times 30$  см) кольцевого NaI-детектора, состоящего из шести секторов по  $60^\circ$ . Индивидуальные  $\gamma$ -кванты регистрируют стандартным Ge-детектором и кольцевым Ge-детектором, помещенными соответственно под углом  $0$  и  $180^\circ$  по отношению к пучку. Подробно установка и эксперимент описаны в работе [23]

расположенными соответственно под углами  $0$  и  $180^\circ$  по отношению к пучку. Обеспечивая совпадения с импульсом суммарного спектрометра желаемой интенсивности, можно выбрать начало  $\gamma$ -распада, наблюдаемого обоими Ge-детекторами. Тем самым осуществить контроль за подпиткой изучаемого состояния. Конкретнее устройство позволяет отбирать события, связанные с большими спинами, обеспечивая высокую множественность  $\gamma$ -квантов с той целью, чтобы только последние заселяемые уровни распадались, испуская  $\gamma$ -кванты, линии которых уширены из-за доплеровского сдвига. Пример  $\gamma$ -спектра с отбором для изучения высокоспиновых событий приведен на рис. 7. В данном эксперименте изучали спектр возбуждения  $^{232}\text{Th}$ , причем ядра тория использовали как ионы

организовать измерения так, чтобы было можно контролировать подпитку изучаемых состояний  $\gamma$ -переходами из более возбужденной части спектра. Методика, использующая фильтр по суммарной энергии  $\gamma$ -квантов (суммарный спектрометр), представлена на рис. 6. Этот прибор применялся на UNILAC в GSI в ряде экспериментов с ядрами редкоземельной и актиноидной областей [23, 30–34].

Экспериментальное устройство состоит из кольцевого NaI-детектора размером  $40 \times 30$  см, радиально разделенного на шесть сегментов по  $60^\circ$ . Мишень помещают в центре кристалла, поглощающего основную долю  $\gamma$ -излучения, а отдельные  $\gamma$ -кванты регистрируют стандартным Ge-детектором и кольцевым Ge-детектором,

пучка, замедляемые в мишени из  $^{208}\text{Pb}$  [32]. Такой эксперимент преимуществен из-за того, что время замедления сокращается при замене ролей снаряда и мишени.

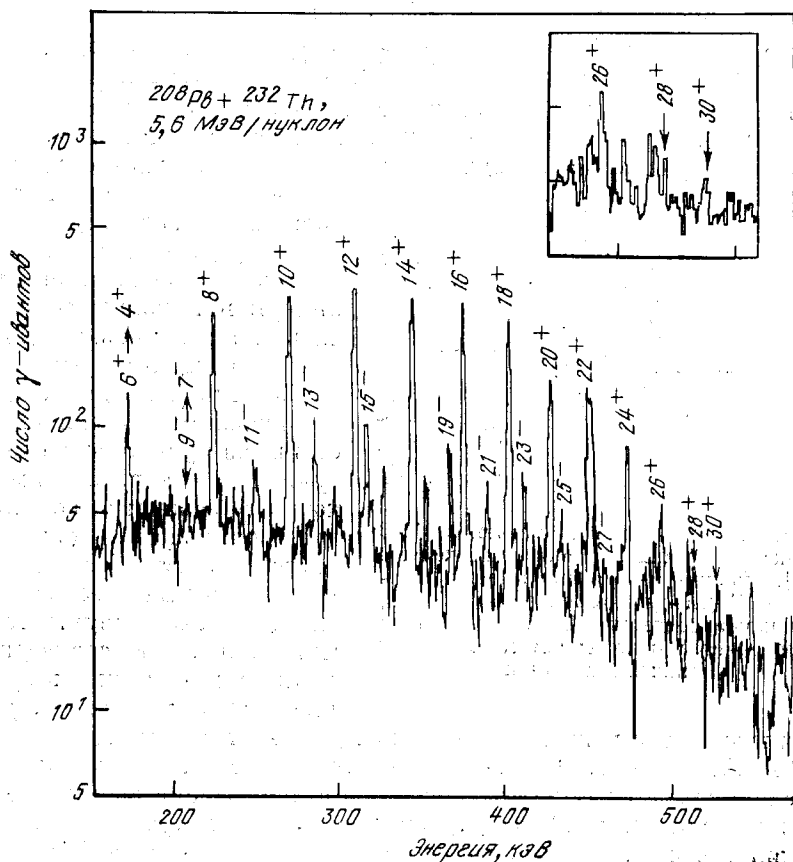


Рис. 7. Кулоновское возбуждение ядер пучка  $^{232}\text{Th}$ , наблюдаемое в заднем Ge-детекторе.

Выбранные события соответствуют большой суммарной энергии и требованию, чтобы сработали пять или шесть секторов спектрометра [32]

*Эксперименты с тонкими мишенями.* В экспериментах с МКВ в тонких мишенях без подложки ( $\leq 1 \text{ мг/см}^2$ ) ядра отдачи вылетают в вакуум с такими большими скоростями, что измерение спектров при наблюдении единичных  $\gamma$ -квантов невозможно. Метод корректировки доплеровского сдвига  $\gamma$ -излучения был разработан в [6, 34, 35]. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 8.  $\gamma$ -Кванты наблюдают в совпадении с кулоновски возбуж-

денными ядрами отдачи, которые регистрируются в лавинном, чувствительном к положению частицы детекторе, который покрывает телесный угол

$$15^\circ \leq \theta \leq 60^\circ; \quad (29)$$

$$-25^\circ \leq \varphi \leq 25^\circ \quad (30)$$

(угол  $\varphi$  определяет положение в плоскости, перпендикулярной рисунку). Катод детектора разделен на узкие полоски, которые соответствуют кривым с одинаковым углом рассеяния и соединены

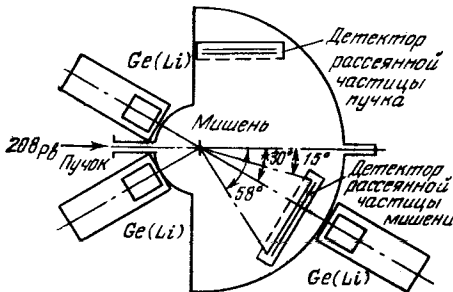


Рис. 8. Установка для изучения МКВ в экспериментах с тонкими мишенями [35]. Положение детектора частиц пучка и Ge(Li)-детекторов фиксировано, а положение детектора частиц мишени определяется отношением масс частиц мишени и пучка

так, что образуется линия задержки, позволяющая получать информацию об угле рассеяния. На основании этой информации можно осуществить коррекцию доплеровского сдвига. Для того чтобы отличить ядро отдачи из мишени от рассеянной частицы из пучка, используют другой детектор, положение которого зависит от комбинации ядер, участвующих в реакции. Таким образом, используя кинематические корреляции между двумя регистрируемыми в совпадении частицами, а также информацию о времени пролета, различ-

ного для частиц пучка и мишени, удается разделить оба типа событий. На рис. 9 даны различные стадии числового анализа экспериментальных данных, начиная с наблюдения спектров единичных  $\gamma$ -квантов (а), затем, ниже, спектра  $\gamma$ -излучения в совпадении с частицей, регистрируемой в детекторе частиц (б); затем представлен тот же спектр, скорректированный с учетом доплеровского сдвига (в) и, наконец, показан скорректированный спектр  $\gamma$ -квантов (г), соответствующий только ядрами отдачи Dy [6].

Этот метод использовали для изучения деформированных ядер редкоземельных элементов [36] и ядер из области актиноидов [31, 33, 34, 37, 38]. Примеры спектров, полученных таким образом, приведены на рис. 10 и 11. Скорректированный на доплеровский сдвиг спектр, полученный при кулоновском возбуждении  $^{248}\text{Sm}$  ионами  $^{208}\text{Pb}$  [38], приведен на рис. 10. Пример спектров нечетных ядер  $^{235}\text{U}$  и  $^{237}\text{Np}$  дан на рис. 11 [34]. В верхней части рисунка изображен спектр  $^{237}\text{Np}$  с коррекцией доплеровского сдвига, в середине — аналогичный спектр  $^{235}\text{U}$ , а в нижней показан для срав-



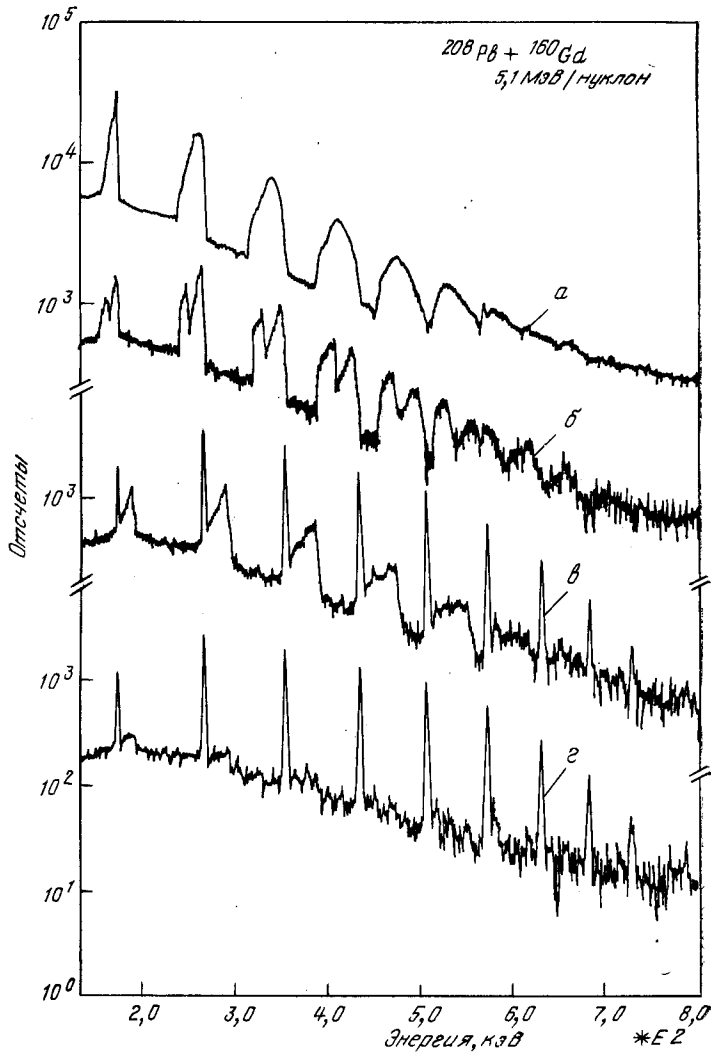


Рис. 9. Пример анализа экспериментальных [данных, полученных на установке с тонкими мишенями при кулоновском возбуждении  $^{164}\text{Dy}$  ионами  $^{208}\text{Pb}$  при  $E = 4,7$  МэВ/нуклон [6]

нения спектр  $^{235}\text{U}$ , который получен в эксперименте с толстой мишенью при использовании суммарного спектрометра с лучшим разрешением.

Подобные экспериментальные результаты, найденные с помощью дополняющих друг друга методов, позволили получить весьма

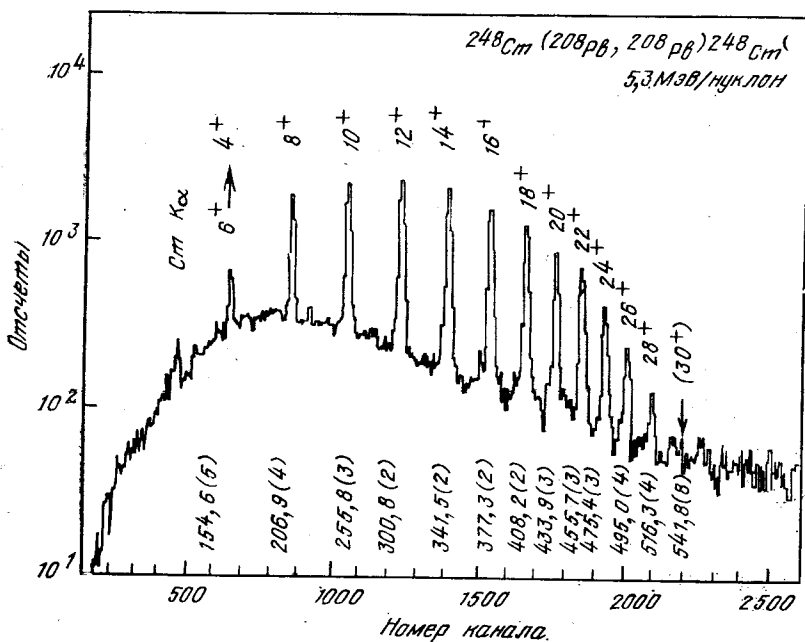


Рис. 10. Спектр с коррекцией на доплеровский сдвиг, соответствующий  $\gamma$ -излучению  $^{248}\text{Cm}$  после рассеяния с малым прицельным параметром [38]

полную информацию об ираст-конфигурациях и о полосах возбужденных состояний в ядрах актиноидной области. В последующих частях обзора будет дан обзор теоретических методов, используемых для изучения структуры ядер на основе этих результатов.

**Изучение выстраивания угловых моментов в рамках кренкин-модели.** Изучение структуры ядер при небольших значениях углового момента показало, что внутреннее движение определяется в основном средним полем (и корреляциями сверхпроводящего типа). В основе теоретического анализа спектров при  $I \gg 1$  лежит соображение о том, что даже в экстремальных условиях, когда угловой момент настолько велик, что начинает доминировать канал деления в процессе девозбуждения ядра, условия, в которых находится основная часть нуклонов (остов ядра), весьма мало меня-

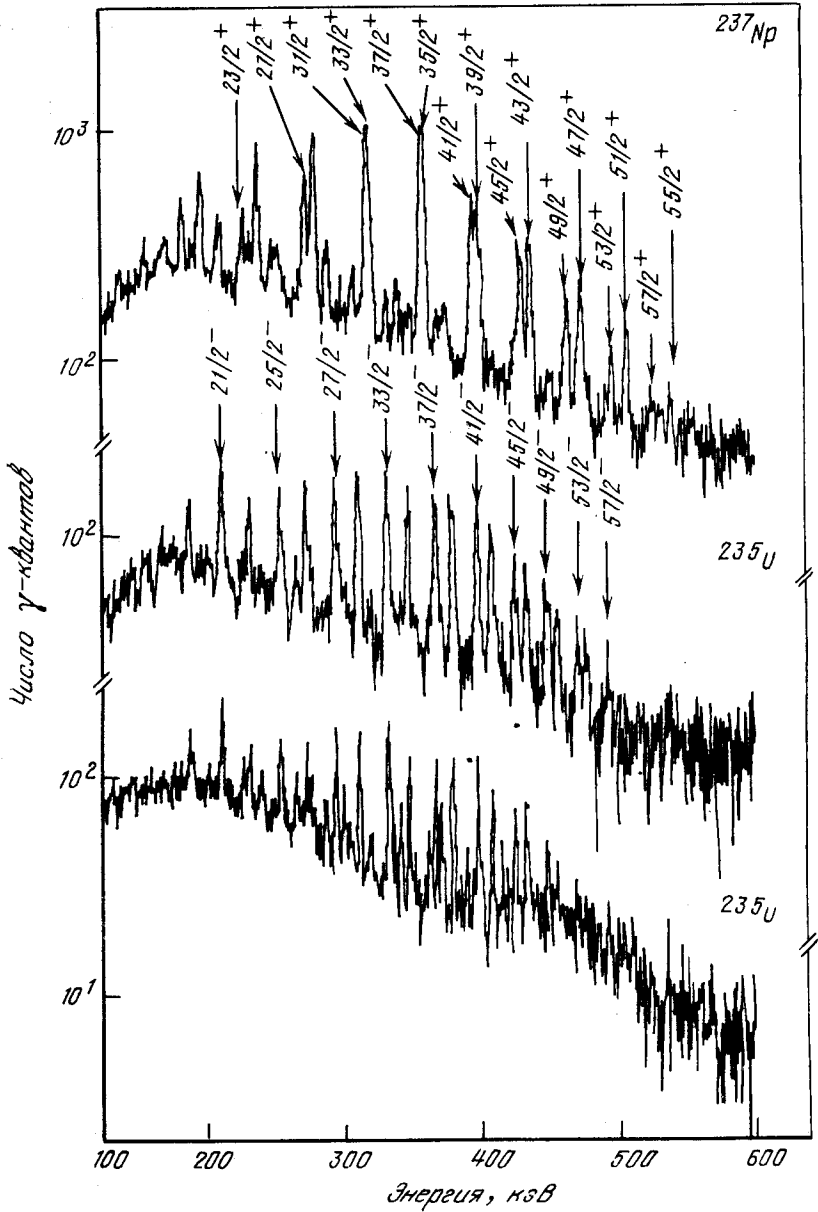


Рис. 11.  $\gamma$ -Излучение в результате кулоновского возбуждения  $^{235}\text{U}$  и  $^{237}\text{Np}$  [34]

ются по сравнению с тем, что имеет место при малых спинах [15, 39]. Поэтому естественно думать, что не сильно изменяется и среднее поле ядра, и можно использовать в теоретических исследованиях структуры ядер модели, родственные нашедшим подтверждение при малых спинах. Одной из таких является кренкинг-модель, в которой считается, что коллективный ротационный угловой момент выделяет в пространстве некоторое направление, относительно которого среднее поле ядра вращается с неизменной во времени угловой частотой. Физически такое предположение близко к предположениям, сформулированным в разд. 1. На основании их введен внутренний гамильтониан вращающегося ядра  $\hat{H}'_{\xi}$ . Заметим, что и тип симметрии оператора  $\hat{H}'_{\xi}$  совпадает с таковым для оператора энергии во вращающейся системе координат

$$\hat{H}' = \hat{H} - \omega \hat{J}_x, \quad (31)$$

определяющим вращающиеся конфигурации в кренкинг-модели. На этом основании, рассматривая вращающиеся конфигурации как приближение к собственным функциям оператора  $\hat{H}'_{\xi}$  и используя общие выражения для матричных элементов, а также правила отбора, обсуждавшиеся в разд. 2, можно надеяться получить разумную интерпретацию явлений.

Для изучения ядерных ротационных полос удобно пользоваться диаграммами одночастичных уровней, на которых одночастичные энергии рассматриваются как функции угловой частоты вращения  $\omega$ , определяющей гамильтониан кренкинг-модели (31), подобные тем, которые применяют при изучении низкоспиновых состояний и на которых вместо  $\omega$  выступают параметры деформации. Такой подход с вращающимся нильссоновским потенциалом успешен при анализе ротационных полос ядер редкоземельных элементов. Описание подхода дано Бором и Моттельсоном [40] в применении к спектру  $^{164}\text{Er}$ ; Бенгтссон и Фрауендорф [41] применили его для систематизации имеющихся экспериментальных данных о ядрах редкоземельных элементов. Здесь ограничимся лишь краткими замечаниями относительно метода, отсылая читателя к обзорным работам [42, 43], где в частности, содержится подробная библиография, и концентрируем внимание на ядрах области актиноидов. Эта область ядер представляет большой интерес, поскольку в них оказываются близкими к границе Ферми одновременно протонные уровни оболочки  $i_{13/2}$  и нейтронные уровни  $j_{15/2}$ . Быстрое вращение может вызвать сильные изменения в структуре состояний и расщеплении в результате пересечения основной и  $S$ -полос, построенных на конфигурациях, в которых нуклоны занимают уровни с большими  $j$  и внутренним угловым моментом, выстроенным вдоль коллективного углового момента вращения остова.

*Квазичастичные конфигурации вращающегося ядра.* Гамильтониан вращающегося ядра определяется формулой (31), где  $\hat{H}$  — гамильтониан, включающий среднее поле и парные корреляции, учитываемые в рамках метода  $u-v$ -преобразования, а угловая частота вращения  $\omega$  связана с угловым моментом  $I$  состояния ротационной полосы каноническим соотношением (1). В  $\hat{H}$  входят параметры деформации поля и химический потенциал, обеспечивающий описание системы с желаемым числом нуклонов. Собственные функции гамильтониана (31) определяют конфигурации независимых квазичастиц, а собственные значения — энергии возбуждения квазичастичных состояний, рассчитываемые как функции ротационной частоты  $\omega$ . Поскольку  $\hat{H}'$  инвариантен относительно отражения и поворота на угол  $180^\circ$  вокруг оси  $x$ , одночастичные состояния обладают квантовыми числами четности  $\pi$  и сигнатуры (см. разд. 1). Правило отбора состояний определенной сигнатуры по угловому моменту [формула (25)] накладывает ограничение на угловые моменты состояний полосы. Квантовое число сигнатуры  $\alpha$ , данное в работе [40], отличается знаком от введенного ранее числа  $\sigma$ ; при этом  $I_\alpha = \alpha \bmod 2$ .

Диаграмма квазичастичных энергий вращающегося ядра в зависимости от угловой скорости вращения  $\omega$  дана на рис. 12. Диаграмма соответствует параметрам гамильтониана  $\hat{H}$ , описывающим ядро  $^{160}\text{Yb}$  [44]. Аналогичные диаграммы для ядер актиноидов [45] изображены на рис. 13 (протонная система,  $Z \approx 91$ ) и на рис. 14 (нейтронная система,  $N \approx 143$ ). Уровни на диаграммах обозначены также квантовыми числами гармонического осциллятора, которые в данной модели являются точными квантовыми числами при  $\omega = 0$ . Однако их использование удобно и при нулевых значениях угловой частоты вращения.

Для классификации вращающихся конфигураций (особенно при пересечении уровней с положительной и отрицательной энергией) оказывается удобным представление чисел заполнения, формализм которого несколько отличается от обычно используемого для классификации фермионных уровней. Каждому уровню с энергией  $E'_{\alpha m}$  на диаграммах рис. 13, 14 соответствует сопряженный уровень  $-E'_{\alpha m}$ , так что нижняя часть диаграмм получается отражением верхней относительно линии  $E' = 0$ . Если уровень  $E'_{\alpha m}$  занят, то сопряженный уровень с энергией  $-E'_{\alpha m}$  свободен, так что во всех конфигурациях половина уровней занята и половина свободна. При малых значениях  $\omega$  в четно-четных ядрах основной конфигурации нуклонов (основной ротационной полосе) соответствует диаграмма со всеми свободными уровнями, имеющими положительную энергию. Возбужденные конфигурации четно-четного ядра получаются при заполнении одной или нескольких пар уровней  $E'_{\alpha m} > 0$ , квазичастицами и освобождении сопряженных уров-

ней с  $E'_{\alpha\mu} < 0$ . Энергия возбуждения относительно вакуума квазичастиц равна сумме энергий  $E'_{\alpha\mu}$ , занятых квазичастицами уровней с положительной энергией. Аналогично вычисляют значения других аддитивных величин (таких как угловой момент  $I$ , сигнатура  $\alpha_t$ , число частиц  $N$  и т. п.): они равны полусумме вкладов от всех занятых уровней, включая уровни с положительной и отрицательной энергией.

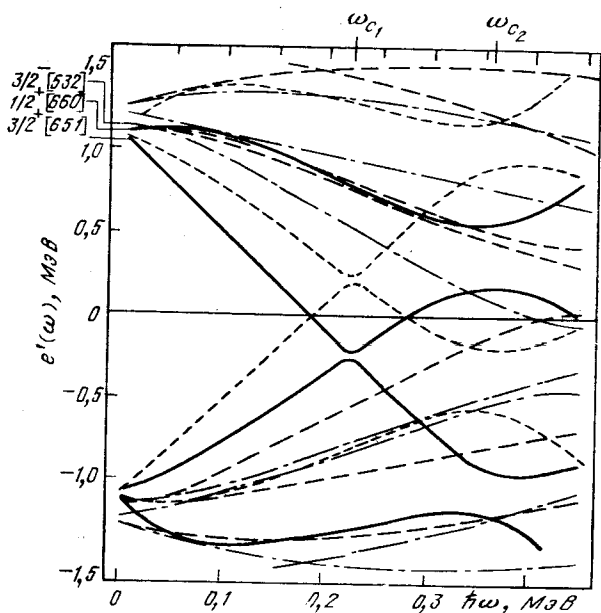


Рис. 12. Зависимость квазичастичных энергий во вращающейся системе отсчета от ротационной частоты  $\omega$ .

Расчеты проведены в рамках кранкинг-модели [44] и при следующих значениях параметров:  $\epsilon_2 = 0,2$ ;  $\epsilon_4 = -0,02$ ;  $\Delta = 1,06$  МэВ;  $\lambda = 6,38\hbar\omega_0$ ;  $N = 90$

В нечетных ядрах вакуум определяется как нижайшая конфигурация со всеми занятыми уровнями отрицательной энергии (как и в четно-четных ядрах). Нижайшим конфигурациям нечетных ядер при таком определении соответствуют одноквазичастичные состояния.

Когда  $\omega$  увеличивается настолько, что уровни с положительной и отрицательной энергией пересекаются, определение вакуума меняется: ему соответствует конфигурация, описывающая четную систему, с минимальной суммарной энергией занятых состояний. Число частиц в системе связано с сигнатурой конфигурации соотношением  $N = 2\alpha_t \bmod 2$ ; угловой момент состояний, соответствующих данной конфигурации, ограничен условием  $I = \alpha_t \bmod 2$ .

Важное свойство диаграмм следует из общего соотношения для собственных значений

$$dE/d\omega = \langle \partial H' / \partial \omega \rangle. \quad (32)$$

Правая часть уравнения (32) равна взятой с противоположным

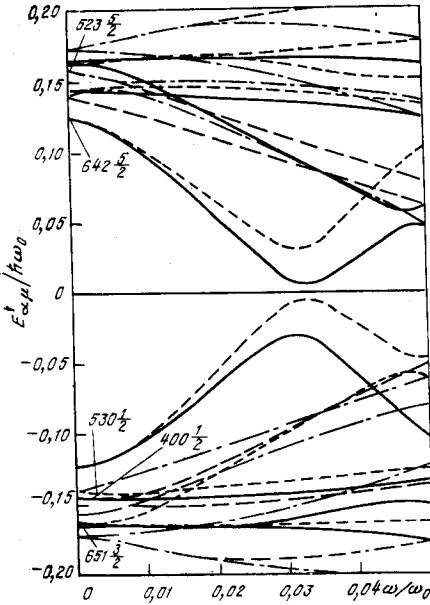


Рис. 13. То же, что на рис. 12, для протонных уровней при  $Z = 91$  [45]:  $\lambda = 6,32h\omega_0$ ;  $\epsilon_2 = 0,24$ ;  $\epsilon_4 = -0,04$ ;  $\Delta = 0,12h\omega_0$ .

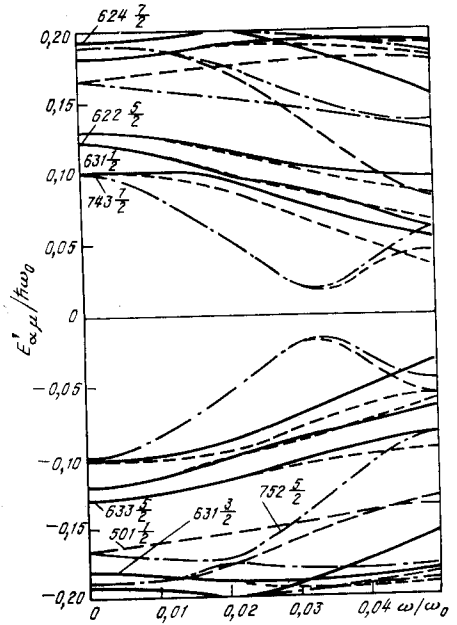


Рис. 14. То же, что на рис. 13, для нейтронных уровней при  $N = 143$  [45]:  $\lambda = 7,42h\omega_0$ ;  $\epsilon_2 = 0,24$ ;  $\epsilon = -0,04$ ;  $\Delta = 0,1h\omega_0$ .

знаком величине  $i = \langle J_x \rangle$ . Таким образом, наклон кривых на диаграммах рис. 12—14 равен «выстроенному угловому моменту», т. е. компоненте углового момента вдоль оси  $x$ :

$$i_{\alpha\mu} = -dE'_{\alpha\mu}/d\omega. \quad (33)$$

Принимая буквально постулаты модели независимых квазичастиц, можно было бы считать, что сумма выстроенных моментов всех занятых состояний равна полному угловому моменту состояния ядра. Такое допущение было бы справедливым, если модель была бы достаточно точной для описания инерционных характеристик системы в целом. Имея в виду возможные неточности в описании остова ядра, обычно в теорию вводят феноменологические параметры, описывающие момент инерции остова. Бенгтссон и

Фраундорф [41] предлагают определить остов для четно-четного ядра в соответствии с методом переменного момента инерции, вводя эффективный момент инерции

$$J_{\text{ост}}(\omega) = I_x(\omega)/\omega = J_0 + \omega^2 J_1. \quad (34)$$

Используя линейную по  $\omega^2$  интерполяцию для момента инерции четно-четного ядра в области малых значений  $\omega$ , можно фиксировать параметры  $J_0$  и  $J_1$ . Для нечетных ядер параметры можно определить, беря средние значения  $J_0$  и  $J_1$  для четно-четных соседей.

Для энергии остова при этом получаем выражение

$$E'_{\text{ост}}(\omega) = -\omega^2 J_0/2 - \omega^4 J_1/4 + (1/8) \hbar^2/J_0. \quad (35)$$

Энергию возбуждения внутреннего движения в ядре, определенную во вращающейся системе координат, можно записать в виде

$$e'(\omega) \equiv E'(\omega) - E'_{\text{ост}}(\omega), \quad (36)$$

где

$$E'(\omega) = [E(I+1) + E(I-1)]/2 - \omega I_x. \quad (37)$$

Экспериментальные значения угловой частоты вращения рассчитывают по формуле

$$\omega(I) = [E(I+1) - E(I-1)]/[I_x(I+1) - I_x(I-1)], \quad (38)$$

в которой  $E(I+1)$  и  $E(I-1)$  — энергии смежных уровней полосы с одинаковым значением сигнатуры;  $I_x(I)$  — «проекция углового момента на ось  $x$ »:

$$I_x(I) = \sqrt{(I+1/2)^2 - K^2} \quad (39)$$

( $K$  — угловой момент головного состояния полосы).

Выражения в (37) и (36) можно сравнить непосредственно с экспериментальными данными. Такое представление экспериментальных данных для энергий состояний ираст-линии ядра  $^{184}\text{Os}$  дано на рис. 15. Квазичастичные энергии  $e'(\omega)$  состояний основной полосы оказываются равными нулю вследствие удачного выбора остова; в то же самое время энергия состояний  $S$ -полосы резко зависит от  $\omega$  и пересекает прямую  $e' = 0$  при угловой частоте вращения  $\hbar\omega \approx 0,32$  МэВ.

Бор и Моттельсон [40] предложили интерпретировать разность

$$i(\omega) = I_x(\omega) - I_{\text{ост}}(\omega) \quad (I_{\text{ост}}(\omega) \equiv \omega J_{\text{ост}}(\omega)), \quad (40)$$

как выстроенный угловой момент внутренних степеней свободы ядра. При этом имеется в виду, что гладкая зависимость от  $\omega$  момента инерции, определенного формулой (34), описывает малые примеси от высоколежащих конфигураций ядра. Физический смысл



величины  $i(\omega)$  выясняется при рассмотрении рис. 16. Обычный график, изображающий аномальную зависимость момента инерции от  $\omega^2$ , приведен на рис. 16, а. Пересечение полос отражается на рисунке резким увеличением эффективного момента инерции.

Несколько отличаются значения  $I_x(\omega)$  при одинаковых значениях угловой частоты в основной и  $S$ -полосах, показано на рис. 16, б.

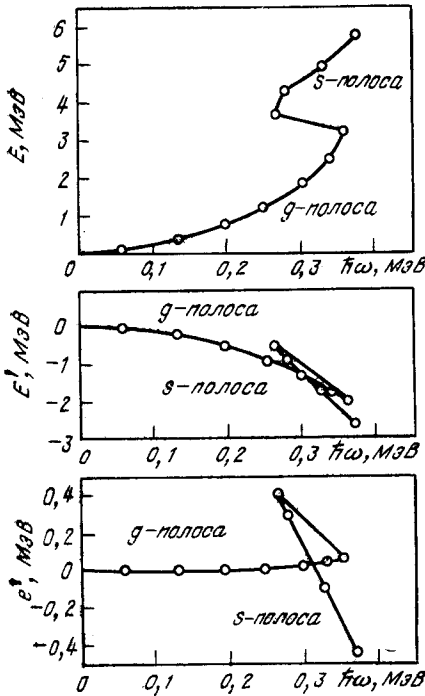


Рис. 15. Зависимость от ротационной частоты для экспериментальных уровней вращающейся системы координат ( $E$ ), уровней во вращающейся системе координат, найденных по данным эксперимента ( $E'$ ) и квазичастичных энергий во вращающейся системе координат ( $e'$ ).

Параметры остова:  $J_0=24,7$  Мэв<sup>-1</sup>,  $J_1=102,9$  Бэв<sup>-3</sup> [43]

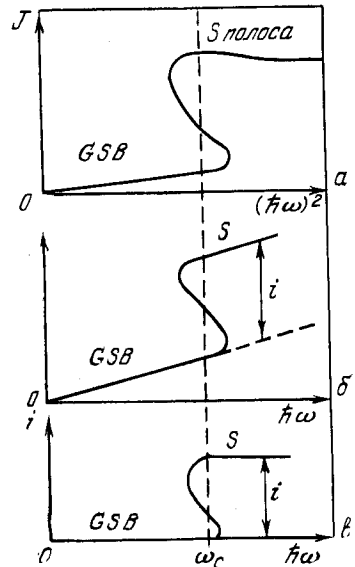


Рис. 16. Схематическое представление пересечения  $S$ -полосы и полосы основного состояния ( $i$  — выстроенный угловой момент;  $\omega_c$  — угловая частота вращения, при которой происходит пересечение) [42]

Именно эта разница рассматривается как выстроенный угловой момент  $i(\omega)$   $S$ -полосы, пересекающей основную полосу (см. 16,б).

Пример, изображенный на рис. 16, показывает, что большое значение эффективного момента инерции  $S$ -полосы вызывается в данном случае ничем иным как выстраиванием квазичастичного углового момента. Подобная ситуация является, по-видимому,

весьма общей, что видно из рис. 17, на котором ираст-линия ядра схематически представлена как огибающая парабол, отвечающих коллективным полосам конфигураций со значениями выстроенного углового момента, увеличивающимися с увеличением спина.

В этой связи полезно напомнить дискуссию о причинах аномальной зависимости эффективного момента инерции, возникшую сразу после обнаружения эффекта [14, 46]. Дискутировавшаяся ранее интерпретация аномальной зависимости как следствие резкого изменения спаривания и деформации не оправдывается в области спинов  $\leq 15\hbar$ , однако такие эффекты также проявляются при больших спинах [47].

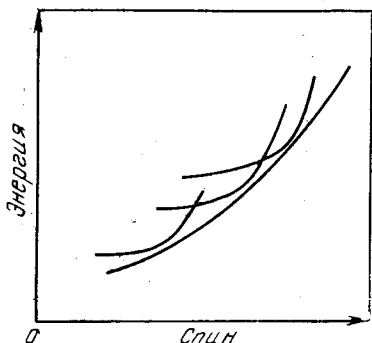


Рис. 17. Схематическое изображение ираст-линии в условиях пересечения полос с разными значениями выстроенного углового момента

Второе замечание, которое следует сделать в связи с интерпретацией экспериментальных данных в терминах выстроенного углового момента, связано с определением эффективного момента инерции [см. формулу (34)]. В определении «остова» вращающегося ядра имеется большая доля неопределенности, отражающаяся, естественно, и на оценках выстроенного углового момента внутреннего движения. В отдельных случаях (например, для ядра  $^{238}\text{U}$ ) имеется

некоторая неопределенность в выборе численных значений параметров  $J_0$  и  $J_1$  в формуле (34), которая не сказывается, правда, на качественных характеристиках  $i(\omega)$ , но влияет все-таки на количественные оценки квазичастичного выстроенного углового момента. Важным в этой связи является то, что выстроенный угловой момент, определенный написанными выше соотношениями, является характеристикой, очень чувствительной к деталям спектра ядер, и поэтому может служить для уточнения параметров микродеталей, используемых для описания ядерной структуры.

Более физически обоснованное определение остова требует детализации представлений о ядерной структуре. Интерпретация ядерных состояний в рамках модели «остов + внутренние возбуждения», связанные с ним силами Кориолиса», накладывает связи на значения выстроенного углового момента в разных полосах. Так, если остов жесткий, то сумма выстроенных угловых моментов во всех связанных с остовом полосах одной сигнатуры при любом фиксированном значении углового момента равна нулю в силу соотношения  $\text{tr } \hat{J}_x = 0$ . Подобные связи можно использо-

вать, в принципе, для экспериментального определения инерционных свойств остова (конечно, при наличии данных по основной и  $S$ -полосам ядер). Трудно представить основания для того, чтобы надеяться получить на таком пути эффективный момент инерции, который совпадает с определенным по представленным выше рецептам. Этот вывод подтверждает параметризация  $J_{\text{ост}}$  по данным о  $K = 1/2$  полосах, основанных на конфигурациях с маленькими  $j$  в нечетных ядрах  $Kg$ , отличающаяся от описанной выше [48].

Главной причиной, которая может привести к перенормировке эффективного момента инерции, является изменение спаривания в состояниях нечетного ядра, а также и в возбужденных состояниях четно-четных ядер по сравнению со спариванием в основной полосе (эффект блокировки). Проявление эффектов блокировки отмечается в работе [49] для  $^{171}\text{Hf}$ . Различия деформации соседних ядер, а также возбужденных конфигураций четных ядер по отношению к деформации основной конфигурации также могут привести к перенормировке эффективного момента инерции. Систематика данных об основных полосах четно-четных ядер показывает, что параметр  $J_1$  в формуле (34) зависит от деталей структуры ядра (деформации и /или спаривания). Поэтому можно думать, что перенормировка эффективного момента инерции (параметр  $J_1$ ) может сложным образом зависеть от спина ядра, так как различные ядра проявляют значительную индивидуальность в отношении изменения деформации и спаривания с вращением.

Отметим, что эффективный момент инерции нечетных ядер, найденный из соотношений (1) и (2) без учета сил Кориолиса, систематически превышает момент инерции четно-четных соседей. Однако, для полос, основанных на квазичастичных возбуждениях с большими  $j$ , большая часть разницы в эффективных моментах инерции связана с кориолисовым взаимодействием, которое эффективно учитывается в кренкинг-модели. В справедливости последнего утверждения можно убедиться, написав

$$\omega \hat{J}_x = (I/J_{\text{ост}}) (\hat{R} + \hat{j}_{\text{вн}}), \quad (41)$$

где  $\hat{R}$  — коллективный угловой момент остова;  $\hat{j}_{\text{вн}}$  — угловой момент внутреннего (квазичастичного) движения. Вторая часть выражения в правой стороне формулы (41) представляет собой высокоспиновое приближение к члену кориолисова взаимодействия из оператора  $(\hat{I} - \hat{j}_{\text{вн}}) 2/2 J_{\text{ост}}$ , полученное по способу, описанному в разд. 1 (см. разд. 3).

Заканчивая дискуссию о выборе параметров остова, подчеркнем, что качественные выводы о структуре ядер, которые следуют из анализа выстроенного углового момента, устойчивы по отношению к небольшим вариациям момента инерции.

Зависимость выстроенного углового момента от  $\omega$  содержит информацию еще об одной важной характеристике структуры ядра: взаимодействии между различными конфигурациями. Аномалия в зависимости момента инерции от частоты вращения (бек-бэндинг), объяснение которой в терминах пересечения основной полосы и полосы возбужденного состояния было впервые предложено в работе [50], определяется значением матричного элемента взаимодействия полос  $|V|$ . Схематически пересечение полос показано на рис. 18 [51]. Расстояние между возбужденными полосами (штрихованные линии) в точке пересечения невозмущенных полос

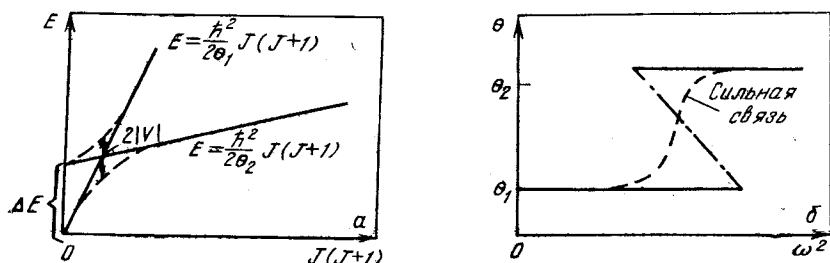


Рис. 18. Зависимость энергии от спина для уровней пересекающихся основной и  $S$ -полосы (а) и зависимость от  $\omega^2$  эффективного момента инерции иррадиации ядра (б) [51].

штрихпунктир — слабое взаимодействие с типичной для бек-бэндинга аномальной зависимостью от частоты вращения; штрихованная линия — сильное взаимодействие полос

(сплошные линии) равно удвоенному значению матричного элемента взаимодействия  $|V|$  (см. рис. 18, а). Схематическая картина бек-бэндинга, возникающего при слабой связи полос и вырождающегося в резкий подъем кривой момента инерции при сильном взаимодействии, показана на рис. 18, б. Условием возникновения бек-бэндинга при пересечении основной полосы и  $S$ -полосы с выстроенным угловым моментом  $i_s$  является неравенство  $|V| < < i_s^2/4J_c$ , где  $J_c$  — момент инерции невозмущенных полос в точке пересечения [52].

Систематическое изучение вариаций силы взаимодействия между полосой основного состояния и выстроенными полосами в ядрах редкоземельных элементов было предпринято в работе [53] на основе расчетов по теории Хартри — Фока — Боголюбова вращающихся конфигураций, образованных нейтронами оболочки  $i_{13/2}$ . Такие расчеты, выполненные для различных значений химического потенциала нейтронов, показали, что абсолютная величина матричного элемента взаимодействия осциллирует как функция числа нейтронов и имеет пять нулей, в районе которых можно ожидать обнаружение бек-бэндинга.

Расчеты по кренкинг-модели для ядер редкоземельных элементов представлены в большом числе публикаций [54—58]. Бенгтссон и Фраундорф [41, 52] проанализировали имеющиеся экспериментальные данные в этой области ядер и сравнили информацию о силе взаимодействия полос, извлекаемую из экспериментальных данных, с результатами теоретического рассмотрения. Такое сравнение показывает, что кренкинг-модель качественно согласуется с экспериментом. Теория, представленная в этих работах, вряд ли может претендовать на полное количественное соответствие с экспериментом, так как она не учитывает изменение с вращением щели парных корреляций и деформации, однако она хорошо воспроизводит экспериментально наблюдаемые осцилляции в силе взаимодействия полос ядер редкоземельных элементов. Более сложные расчеты, в которых введены исправления, учитывающие кроме нуклонов на уровнях  $i_{13/2}$ , также нуклоны остова, и точно учтено сохранение числа частиц и углового момента, опубликованы в работе [51].

В области актиноидов расчеты показали наличие следующей интересной особенности: как видно из рис. 13 и 14, значения ротационной частоты  $\omega_c$ , при которой происходит пересечение уровней над и под поверхностью Ферми для протонной и нейтронной компонент, практически совпадают. Это обстоятельство вызвано компенсацией двух эффектов: ближайшим к поверхности Ферми протонным уровнем здесь является уровень  $i_{13/2}$ ,  $K = 5/2$ , в то время как аналогичный нейтронный уровень принадлежит  $j_{15/2}$  оболочке, но имеет  $K$  число, равное  $7/2$ . Меньшее значение  $K$  протонного уровня должно было бы привести к более быстрому выстраиванию, которое компенсируется большим значением  $j$ -числа нейтронного уровня. Расчеты в рамках кренкинг-модели [59], подобные описанным выше [41, 52], приводят к ряду предсказаний, относящихся к ядрам актиноидной области\*. Результаты этих расчетов представлены на рис. 19 и 20.

На этих рисунках представлены характеристики первых трех пересечений уровней протонной  $i_{13/2}$  и нейтронной  $j_{15/2}$  оболочек. Первое пересечение уровней может наблюдаться в последовательности ираст-уровней при пересечении основной ротационной полосы четно-четных ядер с двухквaziчастичной  $S$ -полосой; два других пересечения могут проявиться в спектрах нечетных ядер, когда первое пересечение блокируется из-за принципа Паули. В последнем случае две ветви полосы основной конфигурации нечетного

\* Заметим, что в расчетах [59] пренебрегают эффектами влияния вращения на характеристики ядерного поля: деформация, параметр щели  $\Delta$  и химический потенциал сохраняются неизменными при расчетах. Однако учтено уменьшение  $\Delta$  из-за эффекта блокировки. Параметр  $\Delta$  уменьшен на 20% по сравнению со значением, определенным из нечетно-четной разности масс.

ядра ( $\alpha = \pm 1/2$ ) пересекаются с трехквазичастичными конфигурациями. На рисунках представлены значения матричного элемента взаимодействия полос  $|V|$ , проявляющие осциллирующий характер как функции числа нуклонов, а также значения параметра  $i_s^2/4J_c$ , определяющие наличие или отсутствие бек-бэндинга

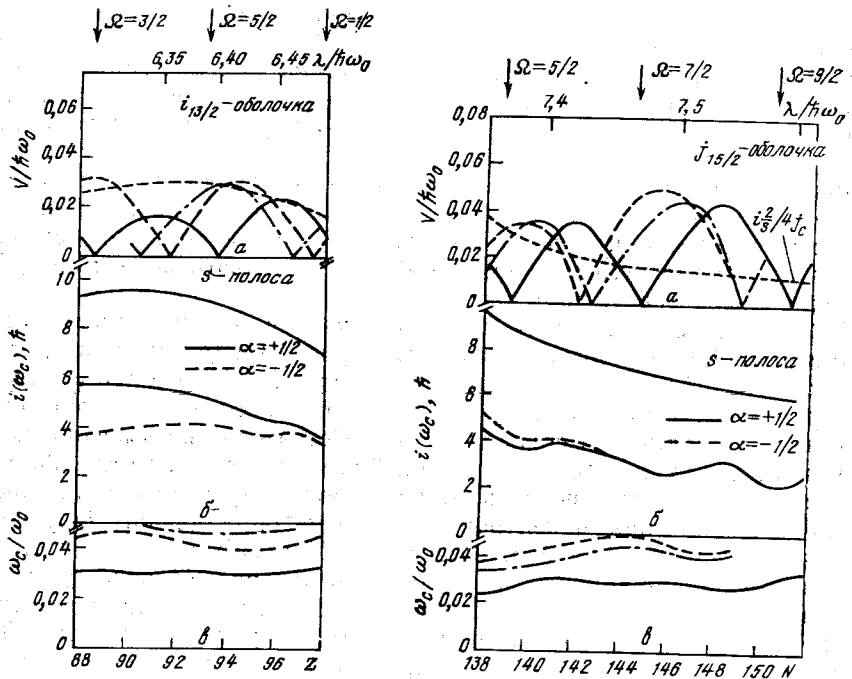


Рис. 19. Зависимость ротационной частоты  $\omega_c$  в точках первого пересечения уровней (сплошная кривая) и двух следующих уровней ( $\alpha = 1/2$  — штрихованная линия и  $\alpha = -1/2$  — штрихпунктирная линия) для протонных уровней  $i_{13/2}$  от  $Z$  (а); соответствующих значений матричного элемента взаимодействия  $|V|$  (а) и выстроенного углового момента  $i(\omega_c)$  квазичастицы на уровнях, участвующих в первом пересечении (б) [59]

Рис. 20. Зависимость аналогичных рис. 19 кривых для нейтронной системы  $i_{15/2}$  от числа нейтронов  $N$  [59]

(см. выше). Сравнение рис. 19 и 20 показывает, что ротационные частоты в точках пересечения протонных и нейтронных уровней весьма близки друг к другу. Выстраивание в нейтронной  $S$ -конфигурации несколько меньше, чем в протонной, что подтверждается анализом эксперимента, описание которого будет дано ниже (см. рис. 21).

Следует отметить, что в актиноидах из-за относительно большого значения момента инерции  $J_c$  по сравнению с ядрами редкоземельных элементов при примерно одинаковых значениях выстроенного углового момента  $i$ , предельное для бек-бэндинга значение  $V = i^2/4 J_c$  оказывается численно довольно малым. Поэтому проявление бек-бэндинга в ядрах актиноидов должно быть достаточно редким. Аргументы, приведенные в работе [59], показывают, что указанные на рис. 19, 20 предельные значения завышены, так что, например, в ядрах Th, U, Cm следует ожидать монотонного увеличения момента инерции в области пересечения конфигураций (бек-бэндинг можно ожидать в ядрах Ra и Pu). Монотонную зависимость момента инерции от  $\omega$  следует ожидать и в большинстве нейтронных ирраст-линий за исключением  $N \approx 138-140$  и  $Z = 144$ . Указанные особенности позволяют интерпретировать протонные и нейтронные конфигурации деформированных ядер в начале области актиноидов.

На рис. 21 приведены результаты анализа экспериментальных данных в терминах выстроенного углового момента в ирраст-конфигурациях ядер  $^{237}\text{Np}$  и  $^{235}\text{U}$  [23, 33, 34], а также в соседних четно-четных ядрах  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$ . Как видно из рисунка, ротационное выстраивание в протонной конфигурации  $i_{13/2}$  быстро возрастает при малых частотах вращения. При  $\hbar\omega \geq 0,1$  МэВ увеличение выстроенного углового момента замедляется сначала в ветке  $\alpha = -1/2$ , а затем и в ветке  $\alpha = +1/2$  и практически останавливается при  $\hbar\omega \geq 0,18$  МэВ. Параметры остова были фиксированы усреднением данных по основным полосам соседних четно-четных ядер:

$$J_0 = 66,9\hbar^2/\text{МэВ}; J_1 = 306\hbar^4/\text{МэВ}^3.$$

Нечетно-нейтронный случай ( $^{235}\text{U}$ ) представлен второй парой кривых на рисунке. При малых  $\omega$  ветки с различными значениями сигнатуры практически совпадают. Это связано с заметно меньшей, чем для  $^{237}\text{Np}$ , примесью компоненты уровня  $j_{15/2} \Omega = 1/2$ ,

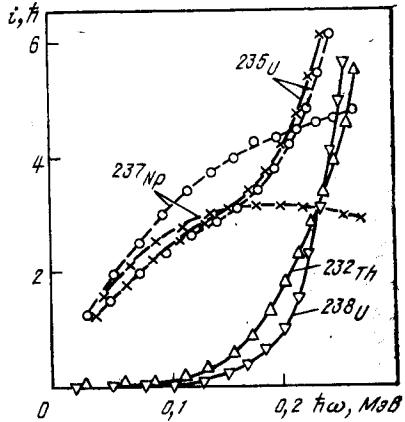


Рис. 21. Выстраивание углового момента в ирраст-состояниях нечетно-протонного ядра  $^{237}\text{Np}$  и нечетного нейтронного ядра  $^{235}\text{U}$  до значения спина  $I = 57/2$  в сравнении с соседними четно-четными ядрами  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$  ( $I \leq 30 \hbar$ ).

Параметры остова:  $^{237}\text{Np} - J_0 = 66,9 \hbar^2/\text{МэВ}, J_1 = 306 \hbar^4/\text{МэВ}^3; ^{235}\text{U} - J_0 = 67,3 \hbar^2/\text{МэВ}, J_1 = 354 \hbar^4/\text{МэВ}^3; ^{232}\text{Th} - J_0 = 60,4 \hbar^2/\text{МэВ}, J_1 = 429 \hbar^4/\text{МэВ}^3; ^{238}\text{U} - J_0 = 66,6 \hbar^2/\text{МэВ}, J_1 = 380 \hbar^4/\text{МэВ}^3$

определяющей при малых  $\omega$  различие двух веток, к основной конфигурации  $^{235}\text{U}$  ( $7/2^-$  [743]). Однако при больших значениях  $\omega$  расщепление веток становится хорошо выраженным. В области значений  $0,12 \text{ МэВ} \leq \hbar\omega \leq 0,18 \text{ МэВ}$  устанавливается насыщение, за которым следует быстрый рост  $i$ , начинающийся при  $\hbar\omega \approx 0,18 \text{ МэВ}$ . Остов нейтронной системы фиксирован взвешенным средним значением параметров  $^{232}\text{U}$  и  $^{236}\text{U}$  для того, чтобы исключить из определения остова эффекты сильного взаимодействия конфигураций в  $^{234}\text{U}$ , приводящие к локальному максимуму в значении параметра  $J_1$ . [Значения инерционных параметров  $^{235}\text{U}$ , использованные при построении рисунка, равны:

$$J_0 = 67,3\hbar^2/\text{МэВ};$$

$$J_1 = 354\hbar^4/\text{МэВ}^3.$$

Дополнительное выстраивание углового момента в  $^{235}\text{U}$  при  $\hbar\omega \approx 0,18 \text{ МэВ}$  связано со взаимодействием основной полосы и протонной  $S$ -полосы (из-за принципа Паули нейтрон в состоянии  $7/2^-$  [743], определяющий ирраст-конфигурацию  $^{235}\text{U}$ , блокирует нейтронный  $S$ -уровень). По данным о выстроенном угловом моменте в промежуточной области  $\hbar\omega$ , где намечается насыщение выстроенного углового момента

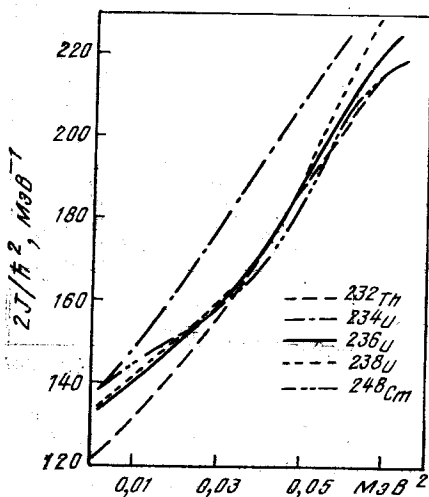


Рис. 22. Зависимость эффективных моментов инерции нескольких ядер области актиноидов от  $(\hbar\omega)^2$  [37]

конфигураций  $i_{13/2}$ , можно заключить, что пересечение конфигураций происходит при частоте  $\hbar\omega \approx 0,25 \text{ МэВ}$  ( $i_c \approx 7\hbar$ ) в согласии с теоретическими оценками, описанными ранее.

На рис. 21 приведены значения выстроенного углового момента в ядрах  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$ . В  $^{238}\text{U}$  зависимость  $i(\omega)$  оказывается очень близкой к тому, что дает протонное выстраивание в  $^{235}\text{U}$ . Это наблюдение подтверждает вывод о том, что первое пересечение в легких актиноидах связано с протонной  $S$ -полосой, о том же свидетельствует тот факт, что кривые выстроенного углового момента в  $^{237}\text{Np}$  при этих значениях ротационной частоты все еще проявляют насыщение.

Кроме  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$  изучались также спектры ядер  $^{234},^{236}\text{U}$  [37] и  $^{248}\text{Cm}$  [38] при высоких спинах. Ни в одном из этих случаев не наблюдался бек-бэндинг: кривые эффективного момента инерции



испытывают монотонный подъем как функции квадрата ротационной частоты (рис. 22). Это свидетельствует, как отмечалось выше, о сильном взаимодействии конфигураций. Кривые выстроенного углового момента в четно-четных ядрах указывают на то, что частоты пересечения протонной и нейтронной  $S$ -полосы и  $g$ -полосы весьма близки (об этом говорит, например, отсутствие насыщения в самых последних состояниях ядер  $^{232}\text{Th}$  и  $^{238}\text{U}$ , представленных на рис. 21, в которых протонные конфигурации вносят примерно  $6\hbar$  в выстроенный угловой момент). В  $^{237}\text{Np}$  дополнительное выстраивание не наблюдается вплоть до  $\hbar\omega \approx 0,28$  МэВ, что можно истолковать как результат слабого взаимодействия полос, предсказываемого теорией (см. рис. 19, 20): при слабом взаимодействии полос, кулоновское возбуждение приводит к заселению уровней  $g$ -полосы за точкой пересечения, а соответствующие уровни иррадиационные не проявляются.

### 3. ВЫСТРАИВАНИЕ УГЛОВОГО МОМЕНТА ОКТУПОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

При низжайших значениях углового момента ротационные полосы отрицательной четности в деформированных ядрах можно схематически разделить на две категории: октупольные вибрационные полосы и двухквазичастичные полосы. Изучение коллективных эффектов в состояниях отрицательной четности продолжается примерно с 1963 г. [60, 61]. Большая степень коллективности состояний  $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$  была найдена в результате расчетов по методу случайной фазы [60—62].

Октупольные вибрации характеризуются низкими значениями энергии возбуждения; они не сильно влияют на инерционные свойства ядер, так что момент инерции остова в октупольных состояниях примерно такой же, как и в состояниях  $g$ -полосы (см. ниже). Двухквазичастичные состояния при малых спинах лежат выше по энергии возбуждения, однако из-за эффекта блокировки и выстраивания квазичастичного углового момента, который может быть весьма значительным, среди таких состояний имеются состояния со значительно большими моментами инерции, чем момент инерции состояний  $g$ -полосы. С увеличением углового момента внутренние угловые моменты вибрационного и квазичастичного движения приобретают тенденцию выстраиваться вдоль направления коллективного ротационного углового момента, чтобы уменьшить кинетическую энергию вращения за счет потенциальной энергии связи внутреннего движения со средним полем вращающегося остова.

Эффекты связи с вращением оказывают сильное влияние на все свойства вибрационных октупольных состояний. Кориолисова

связь октупольных полос оказывается сильной в масштабе разности энергии возбуждения октупольных вибрационных состояний с разными значениями  $K$  уже при очень умеренных значениях полного углового момента [63, 64]. Поэтому выстраивание вибрационного углового момента в полосах отрицательной четности начинается раньше, чем выстраивание внутреннего углового момента, связанного с квазичастичным движением. Однако при больших значениях углового момента двухквазичастичные степени свободы также оказываются активизированными силами Кориолиса.

В настоящее время имеется обширный экспериментальный [25—28, 66—70] и теоретический материал [63—65, 71—75], относящийся к ротационным полосам отрицательной четности в ядрах редкоземельной и актиноидной области. Проведенный теоретический анализ содержит исследования в рамках простейших коллективных моделей [63, 71, 73, 74], позволяющие проследить за интересными предельными ситуациями, расчеты в модели взаимодействующих бозонов [68], а также расчеты в рамках сложных микроскопических схем, включающих построение фононов деформированного ядра в приближении случайной фазы и учет кориолисовой связи большого числа однофононных состояний [65, 72, 75].

Дадим здесь описание выстраивания углового момента в полосах отрицательной четности в рамках очень простой феноменологической модели [76]. Эта модель, как будет показано далее, позволяет проследить за качественными изменениями структуры состояний отрицательной четности в ядрах области актиноидов, а также оказывается полезной и при рассмотрении результатов более фундаментальных расчетов, основанных на микроскопической теории. При обсуждении результатов существенное место будет уделено описанию электромагнитных характеристик атомных ядер в состояниях с выстроенным угловым моментом.

**Феноменологическая модель для анализа выстраивания октупольного углового момента.** Рассмотрим модель ядра с гамильтонианом [76]

$$\hat{H} = a \sum_{i=1}^3 (\hat{J}_i - \hat{j}_i)^2 + \mathcal{H}_{\text{intr}}, \quad (42)$$

где  $\hat{J}_i$  и  $\hat{j}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) обозначают соответственно проекции полного и вибрационного углового момента на внутренние оси ядра;  $a = 1/2 J$  — инерционный параметр, характеризующий остов деформированного ядра, и, наконец,

$$\mathcal{H}_{\text{intr}} = \sum_{|K| \leq \lambda} \omega_{|K|} b_{\lambda K}^{\dagger} b_{\lambda K} - \quad (43)$$

внутренняя часть гамильтониана, описывающая фононные возбуждения. Операторы фононов в (43) наделены индексами  $\lambda$ ,  $K$ ,

определяющими их трансформационные свойства по отношению к поворотам внутренней системы координат. Трансформационные свойства фононов считаем совпадающими с таковыми для тензоров ранга  $\lambda$ . При этом выполняются коммутационные соотношения

$$[\hat{j}_3, b_{\lambda K}^{\dagger}] = K b_{\lambda K}^{\dagger}; \quad (44)$$

$$[\hat{j}_{\pm}, b_{\lambda K}^{\dagger}] = \sqrt{(\lambda + 1/2)^2 \mp (K + 1/2)^2} b_{\lambda, K \pm 1}^{\dagger}.$$

Ситуация, которую описывает гамильтониан (42) — (44), соответствует ядру со стабильной деформацией аксиальной симметрии, фононные степени свободы которого не искажены деформацией. Внутренний гамильтониан, определенный в соответствии с формулой (19), в рассматриваемом случае имеет вид

$$\hat{H}_{\xi}^I = aI(I + 1) - 2aI\hat{j}_1 + \mathcal{H}_{\text{intr}}. \quad (45)$$

Для анализа  $H_{\xi}^I$  удобно перейти в представление, где диагонален оператор проекции углового момента на ось вращения:

$$(\hat{j}_1)_{\tau\tau'} = \tau \delta_{\tau\tau'} \quad (-\lambda \leq \tau \leq \lambda). \quad (46)$$

Такое представление будем называть в дальнейшем  $\tau$ -представлением, отличая его от  $K$ -представления, в котором диагонален внутренний гамильтониан [(см. формулу (43)]. Переход от  $K$ -представления к  $\tau$ -представлению достигается поворотом внутренней системы координат на угол  $\pi/2$  вокруг второй из внутренних осей. Это дает

$$(\mathcal{H}_{\text{intr}})_{\tau\tau'} = \sum_{K \geq 0} d_{K\tau}^{\lambda} \left( \frac{\pi}{2} \right) d_{K\tau'}^{\lambda} \left( \frac{\pi}{2} \right) \frac{\omega_K (1 + (-1)^{\tau + \tau'})}{(1 + \delta_{K,0})}, \quad (47)$$

где  $d_{K\tau}^{\lambda}(\pi/2)$  — средняя часть  $D$ -функции при  $\theta = \pi/2$  (см. с. 109 в [79]). Формула (47) показывает, что  $\mathcal{H}_{\text{intr}}$  и вместе с ним  $H_{\xi}^I$  имеют блок-диагональную структуру: смешиваются лишь те внутренние состояния, у которых четность квантового числа  $\tau$  одинакова. Замечая, что при повороте вокруг первой оси на угол  $\pi$ , оператор фонона

$$b_{\lambda\tau}^{\dagger} = \sum_K d_{K\tau}^{\lambda} \left( \frac{\pi}{2} \right) b_{\lambda K}^{\dagger} \quad (48)$$

приобретает фазу, равную  $(-1)^{\tau}$ , видим, что квантовое число сигнатуры, обсуждавшееся ранее, действительно сохраняется в данном приближении. Соответственно, анализ состояний с разной сигнатурой можно проводить независимым образом.

Перейдем теперь к описанию выстраивания октупольного вибрационного момента. Октупольным колебаниям соответствует  $\lambda = 3$ . Модель октупольных полос с гамильтонианом, определенным выше,

весьма близка по физическому содержанию модели, описанной в [71].

Блок гамильтоновской матрицы, соответствующий состояниям положительной сигнатуры, содержит матричные элементы, связывающие базисные состояния  $\tau = 0, \pm 2$ . Эту часть гамильтониана можно представить в виде

$$(H_{\xi}^I)_+ = aI(I+1) + \begin{pmatrix} -4aI + \mathcal{H}_{22} & \mathcal{H}_{20} & \mathcal{H}_{2-2} \\ \mathcal{H}_{20} & \mathcal{H}_{00} & \mathcal{H}_{20} \\ \mathcal{H}_{2-2} & \mathcal{H}_{20} & 4aI + \mathcal{H}_{22} \end{pmatrix}, \quad (49)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_{2\pm 2} &= (3/16)\omega_3 \pm (8/16)\omega_2 + (5/16)\omega_1; \\ \mathcal{H}_{20} &= (1/8)\sqrt{15/2}(\omega_3 - \omega_1); \\ \mathcal{H}_{00} &= (5/8)\omega_3 + (3/8)\omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Гамильтоновская матрица, соответствующая состояниям отрицательной сигнатуры, имеет вид

$$(H_{\xi}^I)_- = aI(I+1) + \begin{pmatrix} -6aI + \mathcal{H}_{33} & \mathcal{H}_{31} & \mathcal{H}_{3-1} & \mathcal{H}_{3-3} \\ \mathcal{H}_{31} & -2aI + \mathcal{H}_{11} & \mathcal{H}_{1-1} & \mathcal{H}_{3-1} \\ \mathcal{H}_{3-1} & \mathcal{H}_{1-1} & 2aI + \mathcal{H}_{11} & \mathcal{H}_{31} \\ \mathcal{H}_{3-3} & \mathcal{H}_{3-1} & \mathcal{H}_{31} & 6aI + \mathcal{H}_{33} \end{pmatrix}. \quad (51)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_{3,\pm 3} &= (1/32)\omega_3 \pm (3/16)\omega_2 + (15/32)\omega_1 \pm (5/16)\omega_0; \\ \mathcal{H}_{3,\pm 1} &= (\sqrt{15/32})[\omega_3 - \omega_1 \pm 2(\omega_2 - \omega_0)]; \\ \mathcal{H}_{1,\pm 1} &= [15\omega_3 + \omega_1 \pm 2(5\omega_2 + 3\omega_0)]/32. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Из уравнения Шредингера

$$(\mathcal{H}_{\xi}^I)_{\sigma} \psi_{\sigma\lambda} = E_{\sigma\lambda}^I \psi_{\sigma\lambda} \quad (53)$$

на собственные энергии состояний  $E_{\sigma\lambda}^I$  и собственные векторы

$$\psi_+ = \begin{pmatrix} \psi_2 \\ \psi_0 \\ \psi_2 \end{pmatrix}; \quad \psi_- = \begin{pmatrix} \psi_3 \\ \psi_1 \\ \psi_{-1} \\ \psi_{-3} \end{pmatrix} \quad (54)$$

получаем уравнения для определения  $E_{\sigma\lambda}^I$  в виде

$$F_{I,\sigma}(E_{\sigma\lambda}^I) = 0, \quad (55)$$

где  $F_{I, \sigma}(x)$  — полиномы третьего ( $\sigma = +$ ) или четвертого ( $\sigma = -$ ) порядка, решение которых можно записать в аналитическом виде [79].

При последующем изложении ограничимся рассмотрением специального случая, когда

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_0 + \Delta. \quad (56)$$

Много интересных заключений удается получить даже при такой экономной параметризации гамильтониана. Основные тенденции развития выстраивания можно увидеть на основании рассмотрения квазивырожденного случая (56) даже в тех случаях, когда уравнения (56) не выполняются тождественно. С другой стороны, он представляет возможность весьма полного анализа физических явлений, поскольку решения уравнений в этом случае зависят лишь от одной переменной  $\chi = aI/\Delta$ .

Матрица гамильтониана  $(\mathcal{H}_I^I)_+$  при выполнении уравнений (56) диагональна в  $\tau$ -представлении. Поэтому проекция углового момента на ось вращения является точным квантовым числом в рамках данной модели. Энергии состояний положительной сигнатуры определяют формулой

$$E_{+, \tau}(I) = \omega_0 + \Delta + a [R(R+1) - \tau(\tau-1)], \quad (57)$$

где  $R = I - \tau$  — коллективный ротационный угловой момент. Выстроенный угловой момент в таких состояниях  $\tau \equiv \langle \hat{j}_1 \rangle$  ( $\tau = 0, \pm 2$ ). Как следует из разд. 1, полный угловой момент в состояниях положительной сигнатуры принимает четные значения (вместе со значением  $R$ ). Из формулы (57) видно, что нижайшая полоса положительной сигнатуры подобна основной ротационной полосе, сдвинутой на две единицы Планка в шкале углового момента и поднятой на  $\omega_0 + \Delta - 6a$  по энергии.

Состояниям отрицательной сигнатуры соответствуют нечетные значения углового момента  $I$ . Энергии таких состояний могут быть определены из выражения

$$E_{-, \lambda}(I) = \omega_0 + aI(I+1) + \Delta \chi \varepsilon_\lambda(\chi), \quad (58)$$

в котором  $\varepsilon_\lambda(\chi)$  представляют собой решения уравнений

$$\begin{aligned} z \{ z \{ z \{ z - 1/\chi \} - 40 \} + 16/\chi \} + 144 = 0, \\ z = 1/\chi - \varepsilon. \end{aligned} \quad (59)$$

Решения уравнений (59) определяют четыре семейства состояний; зависимость  $\varepsilon_\lambda(\chi)$  для этих решений показана на рис. 23. Нижайшая из кривых соответствует  $K^\pi = 0^-$  — вибрационной октупольной полосе, искаженной связью вращения и колебаний. При небольших значениях углового момента ( $\chi \ll 1$ ) состояния этой полосы имеют

энергии возбуждения, примерно равные  $E_{0^-}(I) = \omega_0 + aI(I + 1)$ . При больших спинах ( $\chi \gg 1$ )  $\epsilon_{\min} \approx -6$ , и для энергий этой полосы получаем выражение  $E(I) = \omega_0 + a(I + 1/2 - 3)^2$ , откуда следует, что это семейство состояний в пределе больших спинов трансформируется в семейство состояний с вибрационным угловым моментом, направленным вдоль коллективного ротационного состояния, т. е. в полностью выстроенное состояние.

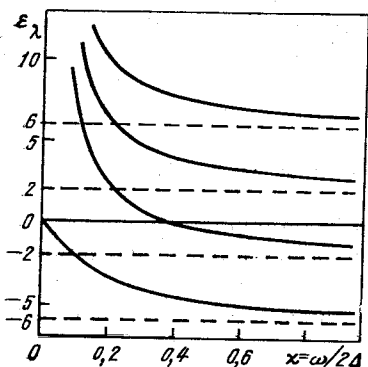


Рис. 23. Решения уравнений (59) для  $\epsilon_\lambda(\chi)$ , определяющих энергии оккупольных состояний отрицательной сигнатуры

частоты вращения ядра, находящегося в состоянии  $\lambda$  с угловым моментом  $I$ .

Поскольку  $E_\lambda^I$  — собственное значение гамильтониана  $H_\xi^I$ , имеем [80]:

$$\frac{dE_\lambda}{dI} = \langle \psi_\lambda | \frac{\partial H_\xi^I}{\partial I} | \psi_\lambda \rangle = 2a [(I + 1/2) - j_x^\lambda], \quad (61)$$

где

$$j_x^\lambda = \langle \psi_\lambda | \hat{j}_1 | \psi_\lambda \rangle - \quad (62)$$

проекция колебательного углового момента на ось вращения. Определив момент инерции остова  $J_\lambda = 1/2a$  и учитывая уравнение (60), напишем соотношение (61) в виде

$$j_x^\lambda = I + 1/2 - \omega_\lambda^{\text{rot}}(I) J_\lambda. \quad (63)$$

Полученное выражение совпадает с тем, которое использовалось в разд. 2 при анализе выстраивания квазичастичного углового момента в нечетных ядрах. Степень общности формулы (63) очевид-

Другие решения уравнений (59) соответствуют ротационным полосам, энергия возбуждения которых при малых  $I$  равна  $\omega_0 + \Delta$ . Из-за вырождения [(см. (56)] эти полосы нельзя наделить определенными значениями  $K$ -числа даже при малых спинах.

Если угловой момент велик, энергетические интервалы между соседними состояниями, принадлежащими одному и тому же семейству, можно аппроксимировать выражением

$$E_\lambda(I+1) - E_\lambda(I-1) \equiv \delta E_\lambda(I) \approx \approx 2 dE(I)/dI = 2\omega_\lambda^{\text{rot}}(I). \quad (60)$$

Величина  $\omega_\lambda^{\text{rot}}(I)$ , как говорилось выше, имеет смысл угловой

на: она справедлива для любой модели, в которой зависимость оператора  $H_{\xi}^I$  от  $I$  определяется формулой (46).

Выстроенный вибрационный угловой момент  $j_x^{\lambda}$  можно вычислить в рамках рассматриваемой модели, либо дифференцируя энергии  $E_{\lambda}^I$  по  $I$ :

$$j_x^{\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{d}{d\chi} [\chi \varepsilon_{\lambda}(\chi)], \quad (64)$$

либо находя среднее от  $\hat{j}_1$  по (62). Зависимость  $j_x^{\lambda}$  от  $\chi$  для четырех ветвей октупольных состояний отрицательной сигнатуры показана на рис. 24. В пределе больших  $\chi$  (больших значений  $I$ )  $j_x^{\lambda}$  асимптотически приближается к значениям 3, 1, -1, -3 для ветвей с энергиями  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3 < \varepsilon_4$  соответственно. Как уже

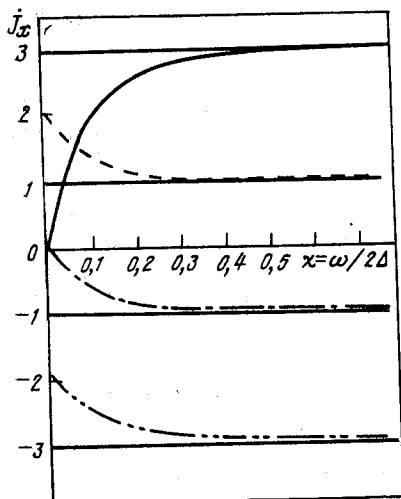


Рис. 24. Выстроенный вибрационный угловой момент однофононных октупольных состояний отрицательной сигнатуры

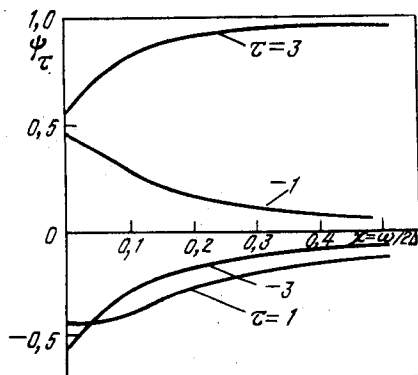


Рис. 25. Зависимость структуры волновой функции состояний нижней октупольной полосы в  $\tau$ -представлении от ротационного параметра  $\chi = aI/\Delta$

отмечалось ранее, ротационная полоса  $0^-$  при больших  $I$  превращается в полосу с полностью выстроенным октупольным моментом ( $j_x \rightarrow 3$ ). Вибрационный угловой момент остается лишь частично выстроенным вдоль оси вращения в состояниях других полос даже при больших угловых моментах. Предельное значение выстроенного углового момента в полосе совпадает со значением  $\tau$  той компоненты волновой функции, вес которой доминирует при больших угловых моментах. Структура волнового вектора  $\psi$  [см. формулу (54)] для состояний  $0^-$  полосы в зависимости от  $\chi$  представлена на рис. 25. Как видно из рис. 24 и 25, величины  $j_x^{\lambda}$

и  $\psi_\tau$  очень близки к своим предельным значениям уже при  $\chi = 0,5$  ( $I = J_\lambda \Delta$ ). При этом значении  $\chi$  в нижней октупольной полосе  $j_x = 2,73$ ;  $\psi_{\tau=3} = 0,904$ .

**Анализ спектра 0-полосы в актиноидах.** Изучение ротационных полос отрицательной четности в актиноидах представляет особый интерес в связи с тем, что в этих ядрах активизация вращением двухквантовых состояний становится важной при довольно больших угловых моментах ( $I \approx 20$ ), в то время как ротационная связь коллективных полос проявляется существенно раньше [65, 77]. Поэтому выстраивание вибрационного углового момента должно проявляться достаточно четко. С другой стороны, в последнее время удалось получить довольно обширную экспериментальную информацию о спектрах 0-полос в ядрах этой области [25, 27, 28, 66, 67].

Наличие связи вращения и октупольных колебаний в ядрах четко проявляется на диаграммах, подобных представленной на рис. 26 [27] (адиабатический предел октупольной полосы жесткого ротатора отмечен на рисунке пунктирными линиями). Полное выстраивание октупольного углового момента в ядрах актиноидной области отвечает спином  $I \geq 10 \div 15$ . Асимптотика больших угловых моментов в ядрах  $^{232}\text{Th}$  и  $^{236,238}\text{U}$ , судя по положению экспериментальных точек, искажена эффектами иного характера, чем выстраивание октупольного углового момента [72].

Еще более наглядное представление о изменениях в структуре ядер, происходящих при увеличении углового момента состояния, можно получить, изучая зависимость от угловой частоты вращения остова для выстроенного углового момента, найденного в соответствии с (60), (63). При построении графиков выстроенного углового момента приходится делать предположения о моменте инерции остова  $J_\lambda$ . Обычный выбор  $J_\lambda$  соответствует подгонке с помощью формулы Харриса первых уровней  $g$ -полосы рассматриваемого ядра (см. разд. 2). Для сравнения с приведенной выше феноменологической моделью вместо угловой скорости вращения целесообразно использовать:

$$\chi = \omega_\lambda^{\text{rot}} / 2\Delta; \quad \Delta = (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) / 3 - \omega_0. \quad (65)$$

Пример такого построения показан на рис. 27, где представлен выстроенный угловой момент в 0-полосе  $^{238}\text{U}$ . Экспериментальные данные, использованные при построении рис. 27 и следующих за ним в данном разделе, взяты из работ [27, 28]. Параметры  $J_0$ ,  $J_1$ , определяющие момент инерции, и значение параметра  $\Delta$  указаны на рисунке. Выбранное значение  $\Delta$  соответствует положению головных состояний октупольных полос, определенному в работе [75] из условий наилучшего описания экспериментальных энергий 0-полосы в рамках микроскопической модели. Из рисунка видно,



что простая модель в состоянии довольно хорошо описать выстраивание углового момента в широкой области спинов. На рис. 27 представлен также «выстроенный момент» в  $g$ -полосе, определяющий роль внутренних возбуждений остова. Видно, что расхождение теории с экспериментом в описании  $0^-$ -полосы возникает в той области угловых моментов, в которой важное значение приобретает возбуждения остова.

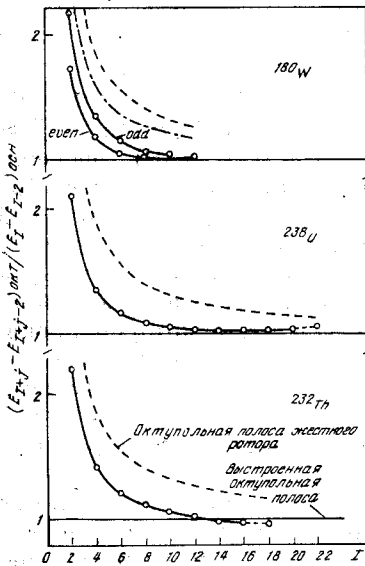
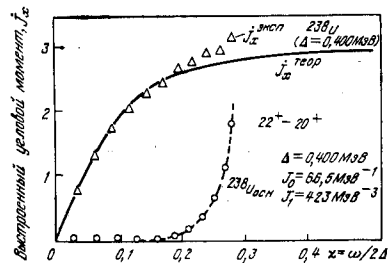


Рис. 26. Отношение интервалов энергии между состояниями выстроенной оккупольной и  $g$ -полос в трех ядрах ( $^{180}\text{W}$ ,  $K^{\pi} = 2^-$  - полоса,  $j = 2$ ;  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$ ,  $K^{\pi} = 0^-$ -полоса  $j = 3$ ) [27].

Отмечены предельные ситуации адиабатически медленного вращения и полного выстраивания оккупольного углового момента вдоль оси вращения

Рис. 27. Выстроенный угловой момент в  $0^-$ -полосе  $^{238}\text{U}$ , определенный по данным работ [27, 29].

Сплошная кривая построена по уравнениям модели, описанной в тексте. «Экспериментальные» точки получены по методу Бенгтссона — Фраундорфа [52] с использованием параметров  $J_0$  и  $J_1$ , указанных на рис. 21. Пунктиром представлен «выстроенный угловой момент» в иррациональной конфигурации, рассчитанный в той же схеме



Более систематизированная информация о выстроенном угловом моменте в  $0^-$ -полосе ядер актиноидов содержится на рис. 28. При построении рисунка не было использовано подгоночных параметров. Инерциальные параметры остова найдены по энергии возбуждения нижайших состояний  $g$ -полосы соответствующего ядра. Параметр  $\Delta$  определен в соответствии с формулой (65) по энергии возбуждения состояний  $K^- = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$ , рассчитанной в рамках микроскопической теории [81]. Изменение  $\Delta$  по сравнению с использованными на рис. 27 отразилось на согласовании эксперимента и феноменологической модели. В области небольших спинов выстроенный угловой момент во всех трех ядрах следует более или менее универсальной зависимости от  $\chi$ . Однако простая феноменологическая модель предсказывает большее зна-

чение выстроенного углового момента, чем следует из эксперимента. Можно сказать, что в ядрах, указанных на рис. 28, наблюдается ослабление кориолисова смешивания состояний отрицательной четности по сравнению с пределом «сферических» октапольных фононов. Такое явление можно было бы ожидать из наблюдения за мерой коллективности нижайших  $K^-$ -состояний: расчеты по методу случайной фазы [60, 62, 81] свидетельствуют, что нижайшие  $3^-$ -состояния практически не коллективизированы, т. е., что «сферический»  $3^-$  фонон либо фрагментирует по состояниям, расположенным в широкой области энергии возбуждения, либо поднимается высоко над поверхностью Ферми.

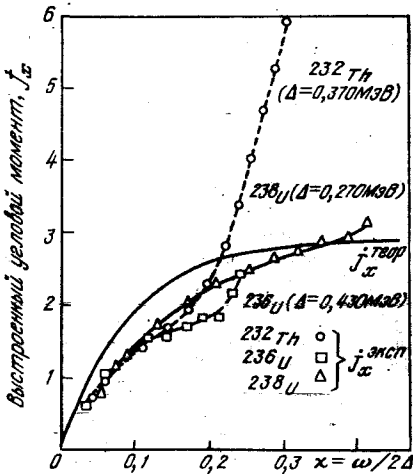


Рис. 28. То же, что на рис. 27 для ядер  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ .

Экспериментальные данные ядра  $^{238}\text{U}$  из работы [37]. Параметр  $\Delta$  для каждого из ядер определен по данным расчета головных состояний полос отрицательной четности в квазибозонном приближении [81]

дует из формул (60), (61). Угловая частота вращения ядра для заданного значения спина в состоянии без внутреннего возбуждения определяется формулами (1) и (2), где  $J$  — момент инерции для ирраст-линии. Полагая  $J_\lambda = J$ , для отношения энергетических интервалов, определяющего функцию, изображенную на рис. 26, можно получить соотношение

$$\left\{ \frac{(E(I+3) - E(I+1))_{\text{ост}}}{(E(I) - E(I-2))_{\text{гр}}} - 1 \right\} 2J\Delta = \frac{3 - j_x(\chi)}{\chi}. \quad (66)$$

При малых значениях  $\chi$  выстроенный угловой момент в  $0^-$ -полосе стремится к нулю, так что отношение энергетических интервалов приближается к адиабатическому пределу. В пределе больших спинов ( $\chi \gtrsim 0,5$ ) выстроенный угловой момент приближается к

В области угловых моментов, соответствующей  $\chi \approx 0,25$  ( $\omega_\lambda^{\text{rot}} \approx 0,15 \div 0,20$  МэВ), экспериментальные точки начинают быстро удаляться от теоретической кривой. Эта область угловых частот лишь немного сдвинута в сторону меньших значений  $\omega^{\text{rot}}$ , чем та, в которой проявляется возбуждение остова в выстраивании квазичастичного углового момента в нечетных ядрах области актиноидов (см. гл. 3).

Информация о выстроенном угловом моменте, содержащаяся на рис. 26 и 28, по сути дела совпадает. Это непосредственно сле-

трем единицам Планка, и величина, стоящая в числителе правой части равенства (66), стремится к нулю.

Функция  $(3 - j_x(\chi))/\chi$ , рассчитанная по формулам предыдущего раздела, сравнивается на рис. 29 и 30 с экспериментальными данными для  $^{238}\text{U}$  и  $^{232}\text{Th}$ . Как отмечалось выше, определение встроеного углового момента  $j_x^{\text{экс}}$  связано с гипотезами об инерциальных параметрах  $g$ -полосы. Используемая параметризация момен-

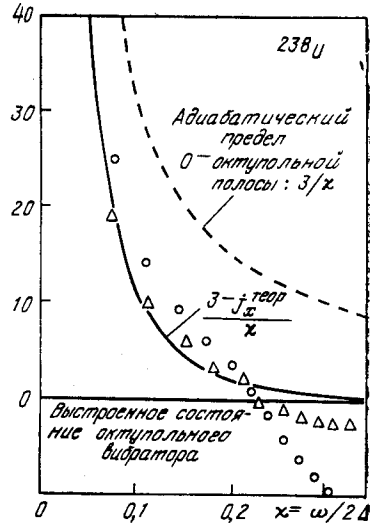
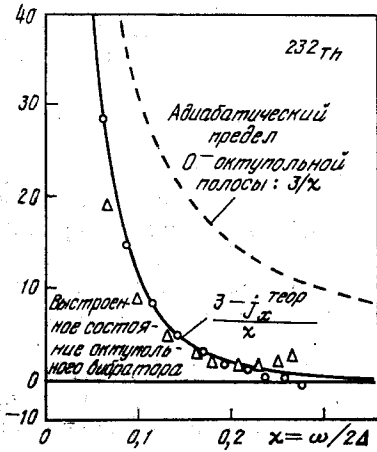


Рис. 29. Зависимость отношения интервалов энергии, изображенного на рис. 26, от ротационного параметра  $\chi = \omega/2\Delta$ :

Сплошная кривая —  $(3 - j_x(\chi))/\chi$ , построенная по уравнениям модели; кружки  $(3 - j_x(\chi)^{\text{экс}})/\chi^{\text{экс}}$ ; треугольники —  $2J_{\text{гр}}\Delta(\delta E_{\text{окт}}^{\text{экс}}/\delta E_{\text{оск}}^{\text{экс}} - 1)$ ;  $\Delta = 0,4$  МэВ

Рис. 30. То же, что на рис. 29 для  $^{232}\text{Th}$ . Параметры такие же, как на рис. 28

та инерции не обеспечивает точного воспроизведения энергетических интервалов в ирст-полосе. Напротив, при больших угловых моментах отклонения  $(E(I) - E(I - 2))_{\text{гр}}^{\text{экс}}$  от рассчитанного по формуле Харриса становится значительным. Ввиду этого расчет экспериментальных значений правой и левой части уравнения (66) дает разные результаты, причем различие начинает быстро возрастать в той области спинов, где формула Харриса плохо аппроксимирует спектр ирст-полосы. Однако в области угловых моментов примерно до  $11 - 13\hbar$  простая модель, разобранный выше, неплохо воспроизводит экспериментальную ситуацию, отражаемую диаграммами на рис. 26, 29, 30. Это обстоятельство уже отмечалось в [76].

В предыдущем обсуждении неоднократно возникал вопрос определения момента инерции остова. В теории Бенгтссона — Фраундорфа [41, 52] и рассмотренной здесь феноменологической модели этот вопрос решается более или менее произвольным образом, привлекая данные по основной ротационной полосе и соображения о плавной зависимости момента инерции остова от угловой частоты вращения. Для более обоснованного выбора инерционных параметров остова необходима более полная информация, чем спектр одной полосы ядра. Это обстоятельство очень ярко проявляется при описании состояний отрицательной четности в рамках модели разд.

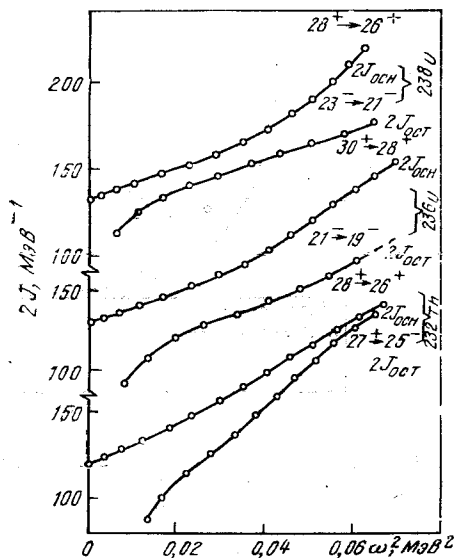


Рис. 31. Момент инерции октупольного остова, найденный из условия точного воспроизведения теоретической кривой  $j_x(\chi)$  экспериментальных результатов. Указаны для сравнения значения момента инерции в прастр-конфигурациях

4.1. Мы уже видели раньше, что описание экспериментальных данных по энергиям состояний прастр-полосы существенно зависит от выбора энергетического интервала между полосами  $\Delta$  (ср. рис. 27 и 28). Поскольку все физические величины в рамках модели выражаются функциями одной переменной  $\chi = (I + 1/2)/(2\Delta J_\lambda)$ , выбор  $J_\lambda$  также влияет на соотношение теоретических и экспериментальных данных. Можно определить  $J_\lambda$  так, чтобы спектр 0-полосы был точно описан формулами данной модели. Для этого следует записать уравнение (61) в виде

$$j_x(\chi) = \left(I + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{\chi} \frac{1}{2\Delta} \left(\frac{dE}{dI}\right)^{\text{эксп}}\right) \quad (67)$$

и разрешить его относительно  $\chi$ . Полученные таким путем значения момента инерции для  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{236,238}\text{U}$  показаны на рис. 31 вместе с моментом инерции основной полосы для каждого из этих ядер. Различие моментов инерции, найденных таким образом, и моментов инерции основной полосы можно понимать как результат перенормировки из-за поляризационных эффектов, связанных с возбуждением  $K^-$  состояний. Используемый подход, по-видимому, завышает перенормировку моментов инерций, которая, как следует из рисунка, невелика. Рисунок интересен еще с одной точ-

ки зрения: момент инерции  $J_\lambda$ , представленный здесь, можно сравнить с эффективным моментом инерции, определенным формулами (1), (2) для  $0^-$ -полосы в соответствующих ядрах [27, 28]. Эффективный момент инерции уменьшается с ростом  $\omega^{\text{rot}}$  в начале  $0^-$ -полосы. Мы видим, что это уменьшение возможно описать как эффект кориолисова смешивания состояний в системе, момент инерции которой имеет нормальное поведение, т. е. является возрастающей функцией частоты [7].

**Электрические характеристики выстроенных состояний.** Описанная в разделе 4.1 простая модель октупольных состояний, связанных силами Кориолиса, является удобным средством для изучения эффектов выстраивания углового момента на электромагнитные характеристики атомных ядер. Как следует из анализа имеющихся экспериментальных данных по энергиям низлежащих состояний отрицательной четности в актиноидах (см. выше), такая модель в состоянии качественно описать спектр  $0^-$ -полосы, сильно искаженной связью колебаний и вращения. Поэтому можно думать, что и выводы, полученные на основе такой модели по отношению к электромагнитным переходам, также имеют предсказательную силу.

Теоретически влияние выстраивания на электромагнитные свойства ядер проще всего описать на примере октупольных  $\gamma$ -переходов из однофононных состояний в состояния основной полосы. Написав выражение для внутренней части оператора электрического октупольного момента [см. (4)]

$$\hat{M}'(E3, \tau) = m_0 (b_\tau^+ - (-1)^\tau b_{-\tau}^-) + \begin{array}{l} \text{Члены, не дающие вклад} \\ \text{в oct} \rightarrow \text{gr переходы} \end{array}, \quad (68)$$

и воспользовавшись приближенной формулой для матричных элементов (8), применимой при  $I \gg 1$ , получим

$$B(E3, \text{oct } I \rightarrow \text{gr } I') = |\langle I'_{\text{gr}} | \hat{M}'(3, I - I) | I_{\text{oct}} \rangle|^2 = m_0^2 (\psi_{\tau=I-I'})^2. \quad (69)$$

В формуле (69)  $\psi_\tau$  — вес компоненты состояния с проекцией колебательного углового момента на ось вращения равной  $\tau$  [см. формулы (53), (54)]. Увеличение веса компоненты  $\tau = 3$  в состояниях  $0^-$ -полосы с возрастанием углового момента (см. рис. 25) приводит к тому, что доминирующими октупольными переходами  $0^-I \rightarrow \text{gr } I'$  при  $I \gg 1$  являются те, для которых  $I - I' = 3$ , т. е. «направленные» октупольные переходы, уменьшающие максимальным образом и энергию и угловой момент ядра. В пределе больших угловых моментов величина  $\tau$  является квантовым числом состояния:

$$\psi_\tau \rightarrow \delta_{\tau, j} \quad (-3 \leq j \leq 3), \quad (70)$$

и для октупольных переходов из полосы  $j$  в основную полосу возникает простое правило отбора

$$B(E3; jI \rightarrow gr I') = m_0^2 \delta_{j, I-I'}, \quad (71)$$

так что выстроенный угловой момент является в этом пределе мерой углового момента, уносимого из данного состояния октупольным  $\gamma$ -квантом.

Хорошо известно, что вероятность октупольного перехода с энергией порядка или менее 1 МэВ чрезвычайно мала. Поэтому такие переходы почти никогда не наблюдаются экспериментально. В действительности октупольные состояния с очень большими угловыми моментами разряжаются коллективными квадрупольными  $\gamma$ -квантами в состояния с меньшими угловыми моментами без изменения типа внутреннего возбуждения, которые в свою очередь переходят в состояния основной полосы, излучая дипольные  $\gamma$ -кванты. Структура октупольного состояния влияет на «правила ветвления» дипольных переходов, т. е. на относительную вероятность переходов ост  $I \rightarrow gr I'$  с разными значениями  $I'$ . Теоретическое описание таких переходов требует дальнейшего развития модели, поскольку операторы октупольных фононов  $b_\mu^+$ ,  $b_{-\mu}$  и операторы дипольного момента  $\hat{M}(1\mu)$  имеют различные трансформационные свойства по отношению к группе вращений. Поэтому представление дипольного оператора формулой, подобной (68), невозможно. Для того чтобы описать дипольные переходы, введем «идеальные» дипольные операторы  $d_\mu^+$ ,  $d_\mu$  ( $\mu = 0, \pm 1$ ), которые будем считать векторными бозонными операторами. По определению будем полагать, что дипольные фононы  $d_\mu^+$  представляют степени свободы ядра, иные, чем степени свободы октупольных колебаний, так что операторы  $d_\mu^+$ ,  $d_\mu$  коммутируют с операторами октупольных фононов  $b_\mu^+$ ,  $b_\mu$ . Дипольный электрический момент представим в виде

$$\hat{M}(E1, \mu) = m_d (d_\mu^+ - (-1)^\mu d_{-\mu}) + \text{Члены, не существенные при данном рассмотрении.} \quad (72)$$

Дипольные переходы из октупольных состояний будем рассматривать как результат связи между октупольными и дипольными степенями свободы, причем гамильтониан взаимодействия представим в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{d,0} = & \sum_{\lambda=2;4} h_\lambda \sum_{\mu\mu'\mu''} (-1)^{\mu+\mu''} C_{1\mu'3\mu}^{\lambda\mu''} \times \\ & \times (d_\mu^+ b_{-\mu} + b_\mu^+ d_{-\mu'} (-1)^{\mu-\mu'}) \hat{Q}_{\lambda\mu}. \end{aligned} \quad (73)$$

Оператор  $\mathcal{H}_{d,0}$  написан в лабораторной системе координат, чтобы подчеркнуть его скалярность. Оператор мультипольного момента  $\hat{Q}_{\lambda\mu}$  действует в пространстве переменных остова; в дальнейшем

нам потребуется знать лишь средние значения

$$q_{\lambda\tau} = \langle \text{ост} | \hat{Q}_{\lambda\tau}^d | \text{ост} \rangle. \quad (74)$$

Выражение (73) представляет собой самый общий вид оператора, приводящего в первом порядке по константам связи  $h_\lambda$  к смешиванию однофононных состояний дипольного и октупольного типа. Констант связи, таким образом, оказывается две:  $h_2$  и  $h_4$ , и в дальнейшем рассмотрим два предельных случая, когда доминирует роль одной из них. Об этих случаях будем говорить как о вариантах с квадрупольной и гексадекапольной связью возбуждений дипольного и октупольного типа.

Внутренняя часть гамильтониана ядра в  $K$ -представлении теперь имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{intr}} = \sum_K \omega_{|K|} b_K^\dagger b_K + \sum_{K'} \omega_{|K'|}^d d_{K'}^\dagger d_{K'} + \mathcal{H}_{d,0}. \quad (75)$$

Полагая, что взаимодействие  $\mathcal{H}_{d,0}$  является слабым ( $B(E1)$ -факторы переходов из октупольных состояний составляют, как правило, малые доли одночастичной единицы), связь (73) можно учесть в первом порядке по  $h_\lambda$ , введя перенормированные операторы фононов

$$\sigma_\mu^\dagger = b_\mu^\dagger + \sum_{\lambda=2,4} \frac{h_\lambda}{\Delta\omega} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{7}} \sum_{\mu'} C_{1\mu', \lambda\mu-\mu'}^{3\mu} Q_{\lambda\mu-\mu'} d_{\mu'}^\dagger. \quad (76)$$

В (76)  $\Delta\omega = \omega_K^d - \omega_K^{\text{ост}}$ , причем считается, что  $\Delta\omega$  от  $K$  и  $K'$  не зависит.

Используя опять высокоспиновое приближение для матричных элементов, описанное в разд. 1, находим

$$\begin{aligned} & \langle I_2 \text{ gr} | \mathcal{H}(E1, \tau = I_2 - I_1) | I_1 \text{ ост} \rangle = \\ & = (-1)^{\tau+1} m_d \sum_{\lambda=2,4} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{7}} \frac{h_\lambda}{\Delta\omega} \sum_{\tau'} C_{1, -\tau; \lambda\tau+\tau'}^{3\tau'} q_{\lambda\tau+\tau'} \psi_{\tau'}, \end{aligned} \quad (77)$$

где опять  $\psi_{\tau'}$  — веса компонент с разными проекциями колебательного углового момента на ось вращения.

Средние значения (моменты)  $q_{\lambda\tau}$  [формула (74)] могут зависеть от углового момента состояния. Если внутренняя система координат выбрана так, что тензор инерции в ней имеет диагональный вид

$$q_{2K} = q_2 \left( \cos \gamma \delta_{K0} + \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}} (\delta_{K,2} + \delta_{K,-2}) \right). \quad (78)$$

Как свидетельствуют расчеты, правила ветвления переходов слабо зависят от угла неаксимальности  $\gamma$ . Поэтому для изучения правил

ветвления из состояний со спинами порядка  $(10-20) \hbar$  достаточно рассмотреть аксиальный случай  $\gamma = 0$ .

Для аксиального ядра имеем также

$$q_{4K} = q_4 \delta_{K,0}. \quad (79)$$

Рассмотрим отдельно параметризацию (79), а также вариант, в котором гексадекапольная связь дипольных и октупольных степеней свободы возникает вследствие вращения. Если силы Кориолиса существенны в формировании мультипольных моментов (74), можно надеяться их учесть, полагая

$$q_{4K} = q'_4 (\delta_{K,1} - \delta_{K,-1}). \quad (80)$$

В общем случае, очевидно, возможна и иная параметризация моментов  $q_{4K}$ .

Выражения для  $B(E1)$ -факторов переходов из октупольных состояний отрицательной сигнатуры для вариантов (78), (79) и (80) имеют вид:

а)  $\lambda = 2$

$$B(E1; \text{oct } I \rightarrow \text{gr } I \mp 1) = B_2 \frac{1}{3} \left\{ \frac{\sqrt{15}}{2} \psi_{\pm 3} - \psi_{\pm 1} + \frac{1}{2} \psi_{\mp 1} \right\},$$

$$B_2 = \frac{9}{14} \left( \frac{m_d h_2 q_2}{\Delta \omega} \right)^2; \quad (81)$$

б)  $\lambda = 4, K = 0$

$$B(E1; \text{oct } I \rightarrow \text{gr } I \mp 1) = B_4 \left\{ \frac{1}{16} [\psi_{\mp 3} 7\sqrt{5} - \right.$$

$$\left. - \psi_{\mp 1} 5\sqrt{3} + \psi_{\pm 1} 3\sqrt{3} - \psi_{\pm 3} \sqrt{5}] \right\},$$

$$B_4 = \frac{81}{14} \left( \frac{m_d h_4 q_4}{\Delta \omega} \right)^2; \quad (82)$$

в)  $\lambda = 4, |K| = 1$

$$B(E1; \text{oct } I \rightarrow \text{gr } I \mp 1) = B'_4 \left\{ \psi_{\pm 3} \frac{1}{4\sqrt{5}} - \right.$$

$$\left. - \psi_{\mp 1} \frac{\sqrt{3}}{4} + \psi_{\mp 3} \frac{7}{2\sqrt{5}} \right\}, \quad B'_4 = \frac{5}{14} \left( \frac{h_4 q'_4 m_d}{\Delta \omega} \right)^2. \quad (83)$$

В отсутствие выстраивания  $\chi = 0$  выражения в фигурных скобках в формулах (81) — (83) обращаются в единицу для  $B(E1; 0^- \rightarrow \text{gr})$ .

Приведенные вероятности переходов, рассчитанные по формулам (81) — (83) для векторов состояний  $\psi_{\tau}$ , определенных выше, показаны на рис. 32—34 соответственно для вариантов а), б) и в). Приведенные вероятности указаны в единицах  $B_{\lambda}$ , определенных выше. Из рисунков четко видна селективность дипольных



переходов по отношению к угловому моменту конечного состояния. Особенно ярко эта селективность проявляется в переходах из 0<sup>-</sup>-полосы, искаженной действием кориолисовых сил. В отличие от того, что мы имели для октупольных переходов, селективность дипольных переходов зависит от типа связи дипольных и октупольных степеней свободы. Довольно сложные соотношения между вероятностями различных дипольных переходов при  $I \gg 1$ ,

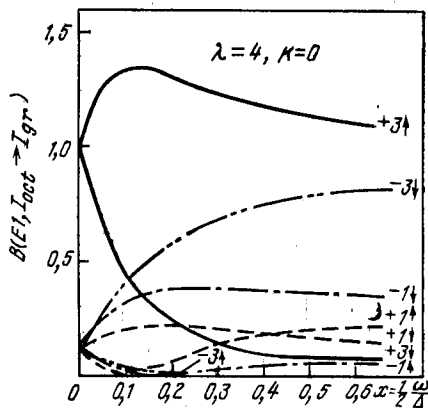
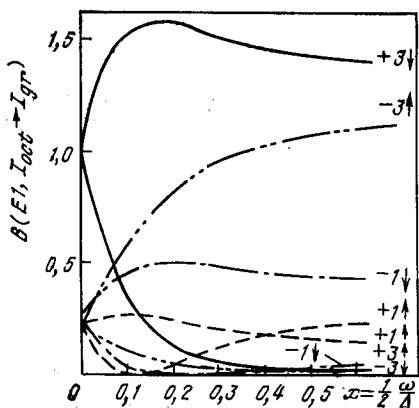


Рис. 32. Приведенные вероятности  $B(E1, j_x I \rightarrow gr I')$  для переходов из октупольных полос отрицательной сигнатуры  $j_x$  в основную полосу для варианта  $\lambda = 2$ .

Справа указаны асимптотические значения выстроенного углового момента  $j_x$  в соответствующей полосе и тип перехода:  $\downarrow - I' = I - 1$ ;  $\uparrow - I' = I + 1$ . Нормировка  $B(E1)$ -факторов соответствует  $B = 1$  при  $x = 0$

Рис. 33. То же, что на рис. 31 для варианта теории  $\lambda = 4, K = 0$

следующие из представленного теоретического рассмотрения, имеют весьма простую геометрическую интерпретацию. В нижайшем октупольно возбужденном состоянии с большим угловым моментом вибрационный угловой момент направлен параллельно угловому моменту вращения остова (см. левую часть рис. 35). Для того чтобы получить такое состояние в первом порядке теории возмущений в результате влияния дипольного электрического момента (средняя часть рис. 35) на волновую функцию основной полосы остова (правая часть рис. 35), следует учесть квантовомеханические правила сложения моментов. При  $I \gg 1$  эти правила упрощаются, и «кинематически» наиболее вероятным переходам соответствуют классические правила сложения моментов. Поскольку дипольный оператор, участвующий в переходе, имеет сложную структуру и действует на остов ядра и на фононную часть волно-

вой функции, правила сложения моментов затрагивают колебательную и вращательную функции и приводят для выстроенных состояний к правилу отбора  $0-I \rightarrow gr I - 3 + \lambda$ , где  $\lambda$  — характеристика типа связи дипольных и октупольных степеней свободы. При  $\lambda = 2$  разрядка октупольного возбуждения выстроенной полосы связана с уменьшением углового момента состояния, в то время как при  $\lambda = 4$  излучение дипольного фотона из состояния выстроенной полосы приводит к увеличению углового момента системы.

Рассуждения, подобные приведенным выше в связи с рис. 35, можно применить для анализа дипольных переходов из других

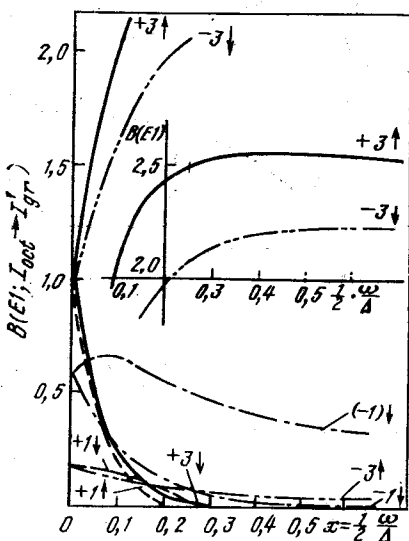


Рис. 34. То же, что на рис. 31 для варианта теории  $\lambda = 4, |K| = 1$

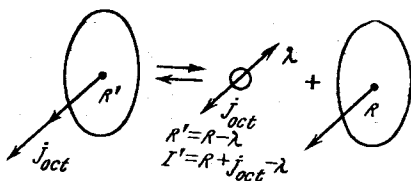


Рис. 35. Геометрическая интерпретация правил отбора для дипольных переходов из октупольных полос

октупольных полос. Очевидную геометрическую интерпретацию имеют тенденции для переходов из «антивыстроенной» полосы  $j = -3$  в основную полосу. Отметим, что классические правила сложения угловых моментов не допускают формирования состояний  $|j| \neq 3$  из состояния ядра (без возбуждения движения нуклатонного типа). Поэтому  $B(E1)$ -факторы для переходов из полос  $j = \pm 3$  выделены по своей величине среди всех остальных дипольных переходов.

Переходя к сопоставлению теоретических выводов с экспериментальными данными, заметим, что отклонения в ветвлении  $E1$ -переходов от правил Алага [7] в ядрах, спектр которых искажен действием сил Кориолиса, давно отмечаются в литературе [66]. Можно полагать, что связь октупольных и дипольных степеней свободы в ядрах в основном определяется статической деформацией

цией среднего поля ядра [82]. Ввиду выделенной роли квадрупольной статической деформации по отношению к деформациям большей мультипольности, следует ожидать, что эффекты квадрупольной связи доминируют и в вероятностях переходов. Однако нет оснований исключить возможность гексадекапольной связи, в особенности в тех случаях, когда кориолисовы силы вызывают искажение остова: роль кориолисовых сил растет с увеличением внутреннего углового момента, ассоциируемого с внутренним возбуждением.

Как следует из анализа спектров  $0^-$ -полосы в актиноидах, представленного выше, выстраивание колебательного углового момента заметно уже в состояниях с угловым моментом  $I = 5$  (для  $^{238}\text{U}$  значение  $\chi$ , определенное по данным, приведенным на рис. 27 для  $\tilde{I} = (I_1 + I_2)/2 = 6$  равно  $\chi = 0,093$ ; при этом  $j_x = 1,74$ ,  $\psi_{\tau=3} = 0,81$ ). Селективность дипольных переходов по отношению к угловому моменту конечного состояния, судя по рис. 32—34, должна быть при таких значениях  $\chi$  уже ярко выраженной. Данный вывод соответствует существующим экспериментальным данным. Как правило, дипольные переходы  $I \rightarrow I \pm 1$  из состояний  $0^-$ -полосы удается одновременно измерить лишь при  $I \leq 5 \div 7\hbar$ . При более высоких спинах регистрируется только половина кинематически возможных переходов. Пример спектра излучения кулоновски возбужденного ядра дан на рис. 1 в [66]. В данном примере, относящемся к ядру  $^{238}\text{U}$ , четко прослеживаются переходы  $0^-I \rightarrow g I - 1$  для состояний октупольной полосы до  $I \leq 17\hbar$ . Последний экспериментально разрешенный переход типа  $0^-I \rightarrow g I + 1$  соответствует  $I = 3$ . Не исключена регистрация переходов  $5^- \rightarrow 6^+$  и  $7^- \rightarrow 8^+$ , энергия которых совпадает с энергией других переходов. Во всяком случае вероятность переходов  $5^- \rightarrow 6^+$ ,  $7^- \rightarrow 8^+$  существенно меньше вероятности  $5^- \rightarrow 4^+$  и  $7^- \rightarrow 6^+$ . Заметим, что для варианта с квадрупольной связью соотношение  $B(E1; 7^- \rightarrow 8^+)/B(E1; 7^- \rightarrow 6^+) \approx 0,2$  и быстро уменьшается с ростом углового момента. Таким образом, разобранный пример спектра удается качественно объяснить наличием квадрупольной связи октупольных и дипольных степеней свободы. К сожалению, количественный анализ экспериментальных данных невозможен из-за отсутствия данных, относящихся к интенсивности  $\gamma$ -излучения.

Пример, разобранный выше, можно назвать типичным: подобное усиление переходов  $I^- \rightarrow (I - 1)^+$  отмечается в ядрах редкоземельных элементов. Однако экспериментально зарегистрирована и иная ситуация. На рис. 5 [27] приведен спектр  $\gamma$ -излучения  $^{232}\text{Th}$ . Спектр излучения в данном ядре ближе всего соответствует варианту  $K = 4$ ,  $\lambda = 1$ , в котором выстраивание приводит к быстрому увеличению относительной вероятности переходов  $I^- \rightarrow (I + 1)^+$ . Этот вариант теории дает значение  $B(E1; 5^- \rightarrow$

$\rightarrow 6^+)/B(E1; 5^- \rightarrow 4^+) \approx 20$ , близкое к экспериментальному значению, а для больших значений  $I$  приводит к столь малым вероятностям переходов  $I^- \rightarrow (I-1)^+$ , что регистрация их в условиях эксперимента [27] невозможна. Действительно, такие переходы в спектре на рис. 5 не видны, в то время как линии  $I^- \rightarrow (I+1)^+$  прослеживаются до  $I = 13$ .

Таким образом, выводы теории относительно влияния выстраивания на электрические свойства ядер также находят некоторое экспериментальное подтверждение. Интерпретация результатов расчета  $B(E1)$ -факторов по формулам феноменологической модели, данная при помощи рис. 35, позволяет сформулировать общие тенденции для вероятностей переходов, которые можно ожидать в условиях, когда имеет место выстраивание углового момента, связанного с отдельной степенью свободы ядра  $\alpha$ . Обозначим  $j_\alpha$  выстроенный угловой момент в состоянии  $\alpha$ . В переходе  $j_\alpha, I \rightarrow \text{gr}, I'$  проекция внутреннего углового момента на ось вращения должна измениться на  $j_\alpha$  единиц. При этом полный угловой момент изменяется так, что  $I - I' = j_\alpha + \Delta R$ , где  $\Delta R$  — изменение коллективного ротационного углового момента  $R$ . Изменения  $R$  ограничены неравенством  $|j_\alpha - l| \leq \Delta R \leq j_\alpha + l$ , где  $l$  — мультипольность перехода и, как мы видели на примере, разобранном выше, связаны со взаимодействием между различными степенями свободы ядра. Следовательно, вероятности переходов могут содержать ценную информацию о связи различных степеней свободы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Накопление экспериментальной информации о высокоспиновых состояниях атомных ядер открыло новые возможности изучения их структуры. На этом пути удалось увидеть ограниченность адиабатической картины структуры деформированных ядер и получить представление о границах ее применимости. Вращение ядер приводит к связи ротационных полос и проявляется в отклонениях энергии состояний и вероятностей переходов между ними от предсказаний адиабатической теории. Такие отклонения подчас имеют очень яркий характер (бек-бэндинг, правила ветвления  $E1$ -переходов).

По-видимому, наиболее важный результат теоретического анализа высокоспиновых состояний — возможности обобщения методов, развитых для описания адиабатических характеристик ядер (момента инерции,  $B(\lambda)$ -факторов и т. п.) без существенной перестройки основных представлений о ядерной структуре с тем, чтобы описать многочисленные экспериментальные данные о высокоспиновых состояниях. Главным элементом в таком обобщении теории является переход к квазичастичным конфигурациям во вращающемся среднем поле. Основную роль при умеренно быстром вра-

щении ядер ( $I \lesssim 30\hbar$ ) играет смешивание адиабатических полос силами Кориолиса, эффекты которого подробно обсуждались выше.

Еще раз полезно отметить, что эффекты кориолисова взаимодействия в некоторых случаях проявляются очень ярко и приводят тогда к качественным изменениям в тех закономерностях, обнаружение которых положено в основу представлений о структуре деформированных ядер. Одно из таких ярких проявлений связи силами Кориолиса, приводящей к выстраиванию внутреннего углового момента в направлении коллективного вращения, заключается в селективности в дипольных переходах из высокоспиновых состояний отрицательной четности — явление, которое обсуждено в разд. 3.

Один из авторов обзора (Ш. Бриансон) пользуется возможностью выразить свою признательность дирекции и персоналу ОИЯИ и, в особенности, проф. В. Г. Соловьеву за гостеприимство в Лаборатории теоретической физики, где была выполнена данная работа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alder K. e.a.— Rev. Mod. Phys., 1956, v. 28, p. 432. (См. пер. в кн.: Деформация атомных ядер. Пер. с англ. Под редакцией Л. А. Слива. М., Изд-во иностр. литературы, 1958.)
2. Bohr Å.— Mat-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1952, Bd 26, № 14; Bohr A., Mottelson B. R.— Ibid., 1953, Bd 27, № 16. (См. пер. в кн.: Проблемы современной физики. Вып. 9. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. литературы, 1955.)
3. Alder K., Winther A. Coulomb excitation. Acad. Press, 1966.
4. Alder K., Winther A. Electromagnetic excitation. N. M., Amsterdam, 1975.
5. Brianc̄on Sh.— Proc. Summer School. Predeal, 1978.
6. Schwalm D. GSI Preprint, 80-26, 1980.
7. Alaga G. e.a.— Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1955, v. 29, № 9.
8. Kerman A. K.— Math. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 1956, v. 30, № 15.
9. де Беттанкур Ж. и др.— Изв. АН СССР (Сер. физ.), 1976, т. 40, с. 2044; Bettancourt J. e.a. Rapport d'Activite CSNSM (Orsay) 1976—1977, p. 28.
10. Mottelson B. R., Valatin J. P.— Phys. Rev. Lett., 1960, v. 5, p. 511.
11. Гринь Ю. Т.— ЖЭТФ; 1964, т. 41, с. 445.
12. Johnson A., Ryde M., Sztarkier J.— Phys. Rev. B, 1971, v. 34, p. 605.
13. Hillis D. L. e.a.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 325, p. 216.
14. Stephens F. S.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 43.
15. Михайлов И. Н., Неергор К. и др.— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 6, с. 1338.
16. Михайлов И. Н. Сообщение ОИЯИ P4-7862, Дубна, 1974.
17. Бор О., Мотгельсон Б. Р. Структура атомного ядра. Т. 2. Пер. с англ. М., Мир, 1977.
18. Филиппов Г. Ф.— ЭЧАЯ, т. 4, вып. 4, с. 992.
19. Варшалович Д. А., Москалев Л. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. М., Мир, 1975.
20. Holstein T., Primakoff M.— Phys. Rev., 1940, v. 58, p. 1098.
21. Михайлов И. Н. Сообщение ОИЯИ P4-11424, 1978.
22. Янссен Д.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 897.
23. Simon R. e.a. Z. Phys. A, 1980, Bd 298, S. 121; Simon R.S. e.a. GSI Annual Report, 1978, p. 164.

24. Tjøm P. O. e.a. Phys. Lett. B, 1978, v. 72, p. 439.
25. Бриансон Ш. и др.— Изв. АН СССР. (Сер. физ. 1977, т. 41, с. 1986.
26. Briançon Ch. e.a. Ann. Report CSNSM.
27. Briançon Ch. e.a.— In: Proc. of Symp. on High-Spin Phenomena in Nuclei. Argonne, 1979, ANL/PNY-79-4; Orsay Ann. Report 1976-78.
28. Lefebvre A. These de 3-m Cycle. Orsay, 1980.
29. Simon R. S. e.a.— Z. Phys. A, 1980, Bd 298, S. 121.
30. Briançon Ch. e.a.—In: Cont. Intern. Conf. Nucl. Structure in Heavy Ion Reactions. Bucarest, 1981.
31. Grosse E. e.a. GSI Preprint 81-5; Proc. Nobel Sympos. Nucl. at Very High Spins. 1980 (to be published be Physica Scripta).
32. Simon R. S. e.a. Ann. Report GSI and CSNSM (1978-80).
33. Lefebvre A. e.a. Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gessellschaft Physikal. Hamburg, 1981 — Kern-bundteichen Physik, S. 804.
34. Kullessa R. e.a.— GSI Ann. Report 1980; GSNSM (Orsay) Ann. Report (1978-1980).
35. Fuchs P. e.a. GSI Ann. Report 1977, GSI-J-I-78, p. 195.
36. Grosse E. In: Symp. on High Spin Phenom in Nuclei. Argonne, 1979, ANL-PHY-79-4.
37. Ower. M. e.a. In: Proc. Intern. Conf. Nucl. Behaviour at High Ang. Mom. Strassbourg, 1980; J. de Phys. C, 1980, v. 10, p. 119.
38. Piercey R. S. Phys. Rev. Lett., 1981, v. 46, p. 415.
39. Мюхов Л., Шульц Х. — ЭЧАЯ, т. 12, вып. 4, с. 1001.
40. Bohr A., Mottelson B. R. In: Intern. Conf. Nucl. Structure. Tokyo, 1977; J. Phys. Soc. Japan, Suppl., 1978, v. 44, p. 157.
41. Bengtsson R., Frauendorf S.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 327, p. 139.
42. Riedinger L. L.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 347, p. 141.
43. Lieder R. M.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 347, p. 69.
44. Riedinger L. L. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 568.
45. Bengtsson R. In: Proc. Int. Conf. on Nucl. Behaviour at High Spins, Strassbourg, 1980 (to be published Phys.).
46. Гринь Ю. Т.— ЭЧАЯ, 1975, т. 6, вып. 4, с. 1105.
47. Byrski T. e.a. In: Intern. Conf. on Nucl. Behaviour at High Ang. Mom. Strassbourg, 1980. Contributions, p. 87.
48. Funke L. e.a.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 355, p. 228.
49. Garret J. D. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, N 2, p. 75.
50. Stephens F. S., Simon R. S.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 138, p. 257.
51. Faessler A. In: Intern. Conf. on Nucl. Behaviour at High Spins. J. Phys. C, 1980, v. 10, p. 143.
52. Bengtsson R., Frauendorf S.— Nucl. Phys. A, 1979, v. 314, p. 27.
53. Bengtsson R., Hamamoto I., Mottelsson B. R.— Phys. Lett. B, 1978, v. 73, p. 259.
54. Ring P., Mang H. J., Banerjee B.— Nucl. Phys. A, 1974, v. 225, p. 141.
55. Faessler A. e.a.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 256, p. 106.
56. Faessler A., Sandhya Devi K. R., Barroso A.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 286, p. 101.
57. Faessler A., Ploszajczak M., Sandhya Devi K. R.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 301, p. 529.
58. Goodman A. L.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 256, p. 113.
59. Frauendorf S., Simon R. S.— GSI Preprint 80-25.
60. Soloviev V. G., Vogel P.— Phys. Lett., 1963, v. 6, p. 126.
61. Соловьев В. Г., Фогель П., Корнейчук А. А.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1964, т. 28, с. 1599.
62. Faessler A., Plastino A.— Z. Phys., 1967, Bd 203, S. 333.
63. Kochbach J., Vogel P.— Phys. Lett. B, 1970, v. 32, p. 434.
64. Neergård K., Vogel P.— Nucl. Phys. A, 1970, v. 145, p. 33; 1970, v. 149, p. 209; et p. 217.

65. Vogel P.— Phys. Lett. B, 1976, v. 60, p. 431.
66. Grosse E. e.a.— Phys. Lett., 1975, v. 35, p. 565.
67. Fuchs P. e.a. Ann. Report, 1978, p. 195.
68. Fenzl M. e.a.— Z. Phys. A, 1975, Bd 273, S. 163.
69. Walker P. M. e.a.— Phys. Lett. B, 1979, v. 87, p. 339.
70. Dracoulis G. D. In: Proc. Intern. Conf. on Nucl. Behaviour at High Spins. Strassbourg, 1980.
71. Zolnowski D. R. e.a.— Phys. Lett. B, 1975, v. 55, p. 453.
72. Ploszajczak M., Faessler A.— Z. Phys. A, 1977, Bd 283, S. 349.
73. de Boer F. W. N. e.a.— Z. Phys. A, 1978, Bd 284, S. 267.
74. Konijn J. e.a.— Z. Phys. A, 1978, v. 284, p. 233.
75. Бержанов Р. Б. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, с. 1027.
76. Михайлов И. Н.— В кн.: Лекции Международной летней школы по структуре ядра. Алушта, 1980. ОИЯИ, Д4-80-385.
77. De Boer F. W. e.a. In: Proc. Symp. on High-Spin Phenomena in Nuclei. Argonne, 1979, ANL/PHY-79-4.
78. Sheline R. K. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 374.
79. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979, с. 27.
80. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Наука, 1977.
81. Иванова С. П., Комов А. Л., Малов Л. А., Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1975, т. 39, с. 1286.
82. Базнат М. И., Пятов Н. И., Саламов Д. И.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 1155.