

К ИССЛЕДОВАНИЮ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ И РАСПАДОВ С ПОМОЩЬЮ АНАЛИЗА ИХ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ

В. С. Ольховский

Институт ядерных исследований АН УССР, Киев

Дан обзор теоретических исследований длительностей процессов столкновений, рассеяния, реакций и распадов, а также экспериментальных методов измерения длительностей ядерных реакций в интервале 10^{-20} — 10^{-14} с. Анализируется связь длительности ядерной реакции с S -матрицей и сечением. Рассматривается эволюция распада компаунд-ядер. Особое внимание уделено изучению длительности столкновений в области перекрывающихся резонансов и в пороговой области. Выяснена возможность извлечения из данных измерений времен жизни составных ядер информации о плотностях и ширинах неразрешенных резонансов, не наблюдаемых в сечениях.

The review is given of the theoretical investigations of the durations and the evolution of the collision, scattering, reaction and decay processes and also of the experimental methods of nuclear reaction duration measurements in the interval 10^{-20} — 10^{-14} sec. The connection between nuclear reaction duration and the S -matrix and also the cross section is analyzed. The special attention is given to the collision duration at the range of overlapping resonances and at the threshold region. The possibility is cleared up of obtaining information on the densities and widths of unresolved resonances which are unobserved in the cross sections from the data on compound-nucleus lifetime measurements.

ВВЕДЕНИЕ

Наряду с измерением сечений, корреляций, поляризаций и других величин, не связанных явно с эффектами длительности и эволюции ядерных реакций и распадов*, в ядерной физике давно известен и другой тип экспериментов — прямые измерения длительности ядерных процессов (распадов) и тех величин, которые явно зависят от характера их эволюции во времени. Простейшими экспериментами такого типа являются исследования, установившие экспоненциальную форму закона эволюции распада, и измерения времен жизни радиоактивных ядер, живущих достаточно долго (от 10^{-9} с до 10^{14} лет, а в отдельных случаях до 10^{18} лет и более).

Возбужденные состояния ядер с энергиями ниже порога испускания нуклонов распадаются за счет электромагнитных переходов с характерными временами 10^{-15} — 10^{-9} с. К настоящему времени для

* Распад ядер можно рассматривать как заключительную стадию ядерных реакций.

измерений времен в этом диапазоне уже разработан ряд экспериментальных методов, основанных на использовании кулоновского возбуждения ядер, эффекта Доплера, задержанных совпадений, резонансного рассеяния γ -квантов и т. д.

Что же касается времени жизни ядер в возбужденном состоянии, энергия которых превышает энергию диссоциации ядер (т. е. составных систем и составных ядер), то их характерные значения заполняют интервал от 10^{-23} до, по крайней мере, 10^{-15} с. Методы измерения длительностей таких масштабов начали развиваться только около 20 лет тому назад.

Хотя временные измерения фактически столь же обычны в экспериментальной практике ядерно-физических исследований, как измерения других фундаментальных величин (энергии, импульса и т. д.), развитие систематических теоретических исследований длительностей и эволюции ядерных реакций и распадов долго тормозилось серьезными пробелами в математическом аппарате квантовой теории. Поскольку в последовательной теории столкновений невозможно обойтись без временного представления и в основе каждой модели механизма ядерных реакций по существу используется та или иная картина эволюции процессов, происходящих в системе сталкивающихся частиц, в теоретических исследованиях ядерных реакций затрагивались и проблемы, связанные с анализом их длительности и эволюции. Постепенно по мере изучения длительности процессов столкновений, а в общетеоретическом плане и свойств времени как наблюдаемой в квантовой механике выяснилось, что длительность столкновения может представлять многосторонний интерес:

- 1) как наблюдаемая, непосредственно связанная с другими наблюдаемыми и характеристиками квантовых систем: с S -матрицей, T -матрицей, амплитудой рассеяния, сечением, статистической плотностью состояний континуума и, даже более того, с числом связанных состояний составной системы;
- 2) как наблюдаемая, являющаяся источником информации о свойствах квантовых систем, которую не всегда практически возможно извлечь из других наблюдаемых;
- 3) как одна из важнейших характеристик механизма ядерных реакций;
- 4) как величина, используемая в условии причинности, существенно влияющем на аналитическую (в частности, полюсную) структуру S -матрицы.

1. ВРЕМЯ КАК НАБЛЮДАЕМАЯ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Еще в те годы, когда завершалось создание основ квантовой механики, было замечено одно отличие времени от других фундаментальных физических величин (энергии, импульса, момента импульса, пространственных величин). Согласно общепринятым положениям квантовой механики всем физическим величинам (наблюдаемым)

сопоставлялись линейные самосопряженные операторы, для которых определены вещественные собственные значения и существует полный набор ортогональных собственных функций. Единственность спектральной функции (ортогонального разложения единицы) такого оператора гарантирует однозначность (эквивалентность) расчетов средних значений и дисперсий соответствующих величин, вероятностей переходов и т. д. во всех возможных представлениях, а также универсальность фундаментальных соотношений неопределенностей для пар канонически сопряженных величин. Однако построение линейного самосопряженного оператора времени оказалось невозможным. Впервые на невозможность построения в нерелятивистской квантовой механике самосопряженного оператора времени, канонически сопряженного оператору энергии, указал еще Паули [1]. В конечном счете эта невозможность обусловлена ограниченностью спектра энергий снизу для любой реальной физической системы (подробнее по этому вопросу см., например, [2—5]).

Это обстоятельство привело к тому, что в литературе по квантовой механике, по атомной и ядерной физике с тех пор и вплоть до недавнего времени отсутствовал четкий подход к определению длительности процессов соударения, столкновения, рассеяния, реакции, распада и т. д. Более того, в стандартных, ортодоксальных изложениях квантовой механики время даже не рассматривалось как наблюдаемая, а использовалось лишь в качестве параметра эволюции систем. Интерпретация его фактически оставалась классической и во всяком случае не доводилась до того же уровня ясности и строгости, как в случае других фундаментальных величин. Тем не менее в большинстве работ преобладало убеждение в существовании соотношения неопределенностей энергии и времени $\Delta E \cdot \Delta t \sim h$ или, более строго,

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2, \quad (1)$$

которое до 70-х годов так и не было выведено с такой же строгостью и в такой же универсальной степени, как соотношение неопределенностей координаты и импульса *

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2, \quad (2)$$

вытекающее непосредственно из следующего соотношения между двумя линейными самосопряженными операторами координаты \hat{x} и импульса \hat{p}_x :

$$[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar. \quad (3)$$

Соотношение (1) неоднократно обсуждалось, иллюстрировалось и подтверждалось с помощью частных примеров, мысленных экспериментов и рассуждений, не обладавших достаточной степенью строгости,

* Несмотря на, казалось бы, прямую возможность перехода от (2) к (1) или простой подстановке $\Delta p_x = (\mu/p_x) \Delta E$, $\Delta x = (p_x/\mu) \Delta t$ для свободно движущихся волновых пакетов (μ — масса частицы).

четкости и универсальности. Наиболее общее (косвенное) обоснование соотношения (1) до 1973 г. было дано в [6]. Однако оно не обладало еще достаточной степенью универсальности. Смысл самого времени в квантовой механике тогда еще освещения не получил. Вывод [6] был взят в [7] за основу фундаментальной интерпретации соотношения (1).

Неудовлетворенность состоянием вопроса об интерпретации времени в квантовой механике породила многочисленные попытки решения этой проблемы. Появлялись работы, где обсуждалась роль времени в квантовой механике и анализировался ряд предположений относительно свойств времени [8, 9], в той или иной мере предвосхитивших дальнейшие исследования свойств времени в квантовой механике. В ряде работ рассматривались разные примеры и свойства тех форм оператора времени \hat{T} , которые получались из постулирования операторного соотношения

$$[\hat{T}, \hat{H}] = i\hbar \quad (4)$$

(\hat{H} — оператор гамильтониана системы) [2, 10—17], причем некоторые авторы (например, [14]) заявляли о невозможности интерпретации времени как наблюдаемой в рамках традиционной концепции измерения, другие (например, [2]) уже указывали на возможность расширения семейства наблюдаемых с включением в него, в частности, времени. Однако даже в тех работах, где утверждалось, что время можно считать наблюдаемой [2, 10—13, 15—17], не приводилось еще достаточного обоснования этого утверждения и, кроме того, не обсуждалось либо не давался достаточно строгий вывод соотношения неопределенностей энергии и времени (1). Более того, в них совсем не рассматривались конкретные применения к реальным физическим процессам с вычислением их средних длительностей, дисперсий длительностей и других временных характеристик. Наконец, во всех этих работах [2, 10—17] рассматривался оператор

$$\hat{T} = i\hbar \partial / \partial E \quad (0 < E < \infty), \quad (5)$$

который удовлетворяет соотношению (4) и, как было показано в [3—5], при применении к реальным квантовым процессам приводит к неверному знаку в выражении для средней длительности.

В свою очередь, такое состояние проблемы времени в квантовой механике, естественно, не могло дать основы для разработки методов расчета длительностей квантовых процессов на таком же уровне строгости, что и в случаях средних значений других наблюдаемых. Отсутствие надежной теоретической основы объясняет появление большого числа приемов, рецептов, алгоритмов, процедур и моделей определения времен рассеяния, соударения, столкновения, реакции, распада и т. д., далеко не всегда согласующихся между собой. Так, в [18—20] с самого начала исключалось время, входящее в нестационарный аппарат квантовой механики (временное уравнение Шредингера).

гера), и в рамках стационарного (безвременного) подхода с помощью искусственных приемов или квазиклассических параметров постулировалось некое умозрительное «время», применимое для ограниченного класса задач. Попытки обобщения таких процедур для определения длительности более широких классов столкновений (с учетом, например, процессов столкновений на конечных расстояниях внутри областей взаимодействия, с вылетом более двух конечных частиц и т. д.) встречаются с серьезными трудностями. Вызывает затруднение и уяснение смысла такого времени *. Наконец, в рамках стационарного подхода вообще неразрешима проблема обоснования соотношения неопределенностей (4).

Первые оценки длительности простейших процессов рассеяния в рамках временного уравнения Шредингера были даны в [21—23]. В [21—23], а также в [24] длительность рассеяния волновых пакетов вычислялась, исходя из определения местонахождения центров пакетов сходящихся и расходящихся волн (или падающего пакета плоских волн и конечного пакета рассеянных волн) по условию интерференционного максимума. В [25—28] приводилось несколько более детальное, но тем не менее явно ограниченное рассмотрение времени задержки рассеиваемых пакетов.

В [29, 30], а затем и в других работах (например, в [31, 32]) длительность простейших процессов двухчастичных столкновений определялась уже на основе усреднения по переменной временной координаты (рассматриваемой как параметр). Эффективный момент прохождения начального и конечного волнового пакетов через произвольную точку пространства, далекую от области взаимодействия падающей частицы и рассеивателя, определялся с помощью усреднения момента времени по длительности прохождения пакета. Эффективная длительность столкновения определялась как разность эффективных моментов прохождения конечного и начального моментов через сферу радиуса, значительно превышающего радиус области взаимодействия сталкивающихся частиц.

В [3, 4] при обосновании однозначности определения длительности столкновения был введен оператор времени \hat{t} , сводящийся во временном (t) представлении к умножению на t и имеющий вид

$$\hat{t} = -i\hbar\partial/\partial E \quad (0 < E < \infty) \quad (6)$$

в энергетическом (E) представлении. В частности,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1^*(x, t) t \varphi_2(x, t) dt =$$

* В частности, определение времени рассеяния в [19] через отношение угла поворота θ спина рассеиваемой частицы в магнитном поле, умозрительно вводимом в область ядерного взаимодействия, к частоте прецессии оказывается внутренне противоречивым [5]: в нем содержится предположение о равномерном росте θ со временем, что опровергается результатом анализа того же предположения даже в случае равномерного движения свободной частицы.

$$= \int_0^{\infty} g_1^*(x, E) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial E} \right) g_2(x, E) dE \equiv (g_1, \hat{t}g_2), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{1,2}(x, t) &= \int_0^{\infty} g_{1,2}(x, E) \exp(-iEt/\hbar) dE \equiv \\ &\equiv \int_0^{\infty} G_{1,2}(E) \exp(ikx - iEt/\hbar) dE \end{aligned}$$

— квадратично интегрируемый одномерный волновой пакет, описывающий движение частицы в направлении оси x ($E = \hbar^2 k^2/2\mu$, μ — масса частицы). Очевидно, оператор (6) является эрмитовым, т. е. имеет место соотношение

$$(g_1, \hat{t}g_2) = (\hat{t}g_1, g_2)$$

только при условии, что все квадратично интегрируемые функции $G(E)$, в пространстве которых он определен, обращаются в 0 вместе со своими производными при $E = 0$. Иначе говоря, эрмитов оператор (6) определен в подпространстве $B \subset \mathcal{L}^2$, где \mathcal{L}^2 — гильбертово пространство всех квадратично интегрируемых функций. В соответствии с результатами математической теории операторов (с м., например, [33]), он является не самосопряженным оператором с равными между собой индексами дефекта, а максимальным эрмитовым (симметрическим) оператором с индексами дефекта (0,1) и обладает единственной обобщенной (неортогональной) спектральной функцией (обобщенным разложением единицы). Из последнего свойства следует однозначность результатов вычисления выражений типа (7) (в том числе и усреднения по длительности волнового пакета), т. е. эквивалентность таких выражений в t - и E -представлениях. Используя свойства оператора (6), нетрудно обосновать соотношение неопределенностей энергии и времени (1) с такой же степенью строгости и общности, как это было сделано для соотношения (2), например в [34, 35] (см. также приложение А). Оператор (6), определяемый в отличие от (5) процедурой вычисления длительности реальных квантовых процессов, удовлетворяет коммутационному соотношению

$$[\hat{H}, \hat{t}] = i\hbar \quad (8)$$

вместо (4).

С помощью простых вычислений с использованием свойств оператора времени (6) нетрудно показать [4], что при движении волнового пакета выполняется теорема Эренфеста в следующей форме $\langle \Delta t \rangle = \Delta x / \langle v \rangle$, где $\Delta x = x_2 - x_1$ — расстояние между точками (или поверхностями), через которые последовательно проходит пакет $v = \hbar k / \mu$, $\langle \Delta t \rangle = \langle t(x_2) \rangle - \langle t(x_1) \rangle$ — интервал между значениями мо-

ментов прохождения пакета через точки (поверхности) x_2 и x_1 , усредненными по длительности его прохождения.

Для оператора (6), как всякого максимального эрмитова оператора, не определены точные собственные значения и ортогональные собственные функции. Если непрерывный спектр энергий физических систем был бы неограниченным снизу, то оператор (6) был бы самосопряженным на оси $-\infty < E < \infty$ и для него существовали бы точные непрерывные собственные значения и ортогональные собственные функции. В случае, если бы спектр энергий был ограничен не только снизу, но и сверху ($0 < E < E_m$), то оператор (6) был бы также самосопряженным и, аналогично оператору импульса в ограниченном ящике с жесткими стенками, имел бы дискретные собственные значения (с шагом дискретности $t_0 = 2\pi\hbar/E_m$). Обобщенное разложение единицы оператора (6) можно, оказывается, с любой степенью точности аппроксимировать ортогональным разложением единицы [36]. Более того, для него можно построить приближенные собственные значения и приближенные ортогональные собственные функции с любой степенью точности (см. приложение Б).

Единственность спектральной функции оператора (6) позволяет обосновать однозначность вычисления не только средних длительностей и дисперсий длительностей квантовых процессов в любом возможном представлении (временном, энергетическом, импульсном), но и средних значений любой аналитической функции времени при разложении последней в сходящийся ряд типа $\sum_n c_n t^n$.

Таким образом, введение и применение свойств оператора (6) позволяет обосновать положение о том, что время является наблюдаемой в квантовой механике, и следующим образом расширить вероятностную интерпретацию волновой функции: величина $|\varphi(x, t)|^2 dt$ характеризует вероятность нахождения частицы в точке (на поверхности) x в интервал времени от t до $t + dt$, а величина $j_x dt$, где $j_x(x, t) = \text{Re } \varphi^*(x, t) \left(-\frac{i\hbar}{2\mu} \frac{\partial}{\partial x} \right) \varphi(x, t)$, характеризует вероятность прохождения частицы через поверхность $x = \text{const}$ в направлении оси x в интервал времени от t до $t + dt$. В этом свете получает, в частности, естественное объяснение известный эмпирический факт статистического распределения времен жизни радиоактивных ядер как проявление вероятностного распределения длительностей квантовых процессов.

Изложенные здесь результаты [3, 4] были использованы в дальнейшем развитии математического аппарата оператора времени в [37, 38], а также в обзорах [39, 40]. Независимо в [41, 42] также установлено, что время является наблюдаемой в квантовой механике.

В [43, 44] и затем в [45] развивался альтернативный подход к определению длительности столкновений, основанный на усреднении координат по пространственным размерам волновых пакетов. Возможность такого способа определения длительности столкновений

обсуждалась еще в [46—48] и следует по существу из теоремы Эренфеста в форме $\langle \Delta x \rangle = \langle v \rangle \Delta t$, где $\Delta t = t_2 - t_1$ — интервал времени, $\langle \Delta x \rangle = \langle x(t_2) \rangle - \langle x(t_1) \rangle$ — расстояние между двумя положениями пространственного центра волнового пакета в моменты t_2 и t_1 , усредненными по протяженности пакета в направлении средней скорости его движения. Эффективная длительность столкновения в этом подходе определялась как разность между моментом расхождения пространственных центров разлетающихся пакетов конечных частиц и моментом сближения центров сталкивающихся пакетов начальных частиц (в направлениях средних скоростей их относительного движения) до некоторого расстояния, превышающего радиус области взаимодействия. Полученные в [43—48] результаты при больших расстояниях и при малых разбросах импульсов практически совпадают с результатами вычисления длительностей с помощью усреднения по времени. В то же время такой подход более ограничен, поскольку встречается с трудностями в применении к малым расстояниям (вблизи границы и тем более внутри области взаимодействия).

2. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ

В случае короткодействующих взаимодействий, полностью исчезающих вне области радиуса R , и в пренебрежении спинами частиц эффективная (средняя) длительность реакции $i \rightarrow j$ согласно [3—5, 29, 49] определяется выражением

$$\begin{aligned} \langle \tau_{j(n)(i)} \rangle &= \langle t_{j(n)} \rangle_{j(n)} - \langle t_i \rangle_i \equiv \int_{-\infty}^{\infty} t J_{j(n)}(z_{j(n)}, t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} J_{j(n)}(z_{j(n)}, t) dt - \\ &- \int_{-\infty}^{\infty} t J_i(z_i, t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} J_i(z_i, t) dt \equiv \\ &\equiv \langle |T_{ji}(E, \Omega_j)|^2 [\hbar \partial \arg G_{j(n)} T_{ji} / \partial \epsilon_{j(n)} + \\ &+ z_{j(n)} / v_{j(n)}] \rangle_{j(n)} / \langle |T_{ji}(E, \Omega_j)|^2 \rangle_{j(n)} - \langle [\hbar \partial \arg G_i / \partial \epsilon_i + z_i / v_i] \rangle_i, \quad (9) \end{aligned}$$

где $J_\nu(z_\nu, t) = \text{Re} \left(\varphi_\nu, (-i\hbar/2\mu_\nu \frac{\partial}{\partial z_\nu} \varphi_\nu) \right)_\nu$ — z_ν -я компонента потока вероятности; скобки $(\dots)_\nu$ означают интегрирование по всем координатам, входящим в волновые функции φ_ν , кроме z_ν , ось z_ν выбрана вдоль средней скорости $\langle v_\nu \rangle$ относительного движения пары частиц с приведенной массой μ_ν , радиусом-вектором относительного движения r_ν , волновой функцией и энергией внутреннего движения $| \nu \rangle$ и $\epsilon_\nu, v_\nu = \hbar k_\nu / \mu_\nu, \epsilon_\nu = \hbar^2 k_\nu^2 / 2\mu_\nu = E - \epsilon_\nu$; скобки

$\langle \dots \rangle_\nu$ означают усреднение вида

$$\langle A \rangle_\nu = \int |G_\nu|^2 AdE d\omega_\nu / \int |G_\nu|^2 dE d\omega_\nu, \nu = i, j^{(n)};$$

$$\varphi_i = |i\rangle (2\pi)^{-3/2} \int G_i(E, \omega_i) \exp(ik_i r_i - iEt/\hbar) dE d\omega_i; \quad (10)$$

$$\varphi_{j^{(n)}} = |j^{(n)}\rangle (2\pi)^{-3/2} \int G_{j^{(n)}}(E, \omega_{j^{(n)}}) T_{ji}(E, \Omega_j) \times$$

$$\times \exp(ik_{j^{(n)}} r_{j^{(n)}} - iEt/\hbar) dE d\omega_{j^{(n)}} \quad (11)$$

(для простоты опущен индекс i при $\varphi_{j^{(n)}}$ и $J_{j^{(n)}}$), n — индекс, который в выходном канале и нумерует различные пары конечных частиц, $G_{j^{(n)}} = \Lambda_{j^{(n)}}(\epsilon_{j^{(n)}}, \omega_{j^{(n)}}) G_i(E, \omega_i)$, $G_i(E, \omega_i)$ — весовая функция начального волнового пакета сталкивающихся частиц, функция $\Lambda_{j^{(n)}}(\epsilon_{j^{(n)}}, \omega_{j^{(n)}})$, которую без ограничения общности можно выбрать вещественной, описывает разрешающие свойства детекторов конечных частиц, ω_ν — угловые переменные, описывающие разбросы направлений скоростей \mathbf{v}_ν , вокруг средних значений $\langle \mathbf{v}_\nu \rangle$, $T_{ji}(E, \Omega_j)$ — элемент T -матрицы, E — полная энергия системы, Ω_j — набор угловых координат, характеризующих направления вылета продуктов реакции $i \rightarrow j$ (в с. ц. и.), $z_{j^{(n)}} \geq R$, $z_i \leq -R$. Как обычно, будем полагать, что разброс энергий ΔE в пакетах сталкивающихся и разлетающихся частиц удовлетворяет условию $\Delta E = \Delta \epsilon_\nu \ll \epsilon_\nu$, а разбросы $\Delta \omega_i$ и $\Delta \omega_{j^{(n)}}$ настолько малы, что переменные ω_i и $\omega_{j^{(n)}}$ в функциях G_i и $G_{j^{(n)}}$, а также интегрирование по $d\omega_i$ и $d\omega_{j^{(n)}}$ можно опустить. Тогда индекс ν в $\langle \dots \rangle_\nu$ можем также опустить и впредь будем пользоваться символом $\langle \dots \rangle$. Вместо (9) часто пользуются понятием эффективного (среднего) времени задержки (или опережения) в реакции $i \rightarrow j$, определяемым выражением

$$\langle \Delta \tau_{j^{(n)} i} \rangle = + \langle \tau_{j^{(n)} i} \rangle - \langle \tau_{j^{(n)} i}^{(0)} \rangle, \quad (12)$$

где $\langle \tau_{j^{(n)} i}^{(0)} \rangle$ отличается от $\langle \tau_{j^{(n)} i} \rangle$ подстановкой $|T_{ji}|$ вместо T_{ji} в подынтегральных выражениях и описывает суммарное время свободного пролета частицы с массой μ_i и скоростью $\langle \mathbf{v}_i \rangle$ вдоль расстояния $|z_i|$ и частицы с массой $\mu_{j^{(n)}}$ и скоростью $\mathbf{v}_{j^{(n)}}$ вдоль расстояния $z_{j^{(n)}}$. При

$$|\langle \partial \arg G_i / \partial \epsilon_i \rangle| \ll |\partial \arg T_{ji} / \partial \epsilon_{j^{(n)}}| \quad (13)$$

величина $\langle \Delta \tau_{j^{(n)} i} \rangle$, определяемая соотношением (12), оказывается равной

$$\langle \Delta \tau_{j^{(n)} i}(E, \Omega_j) \rangle = \langle |T_{ji}(E, \Omega_j)|^2 \hbar \partial \arg T_{ji} / \partial \epsilon_{j^{(n)}} \rangle / \langle |T_{ji}(E, \Omega_j)|^2 \rangle. \quad (14)$$

Условие (13) физически означает, что при заметном преобладании $\langle \Delta \tau_{j^{(n)} i} \rangle$ над $\langle \tau_{j^{(n)} i}^{(0)} \rangle$ влиянием искажения формы сталкивающихся пакетов в процессе реакции на величину $\langle \Delta \tau_{j^{(n)} i} \rangle$ можно пренебречь.

В тех случаях, когда взаимодействия, строго говоря, не исчезают вне области конечного радиуса и, более того, заряженные частицы

имеют кулоновский потенциал, вместо (10) и (11) следует пользоваться более общими выражениями, где фигурируют не плоские, а искаженные волны, или вместо T -матрицы необходимо вводить понятие оператора эволюции [5, 30, 49].

В таком случае правые части (9) и (14) значительно усложняются *. Если же перейти к пределу $z_j \rightarrow \infty$, $z_i \rightarrow -\infty$ в соответствии с граничными условиями в опытах по измерению сечений и длительностей ядерных реакций, то получим прежний результат (14). Таким образом, в общем случае реальным физическим смыслом при характеристике процесса реакции в целом обладает не величина (9), а время задержки (14).

В действительности следует еще учитывать то обстоятельство, что в экспериментах по исследованию столкновений обычно имеют дело не с единичным актом столкновения двух частиц, а с совокупностью большого числа столкновений, происходящих при бомбардировке большого числа ядер мишени пучком налетающих частиц. Для учета этого, а также спинов частиц можно применить формализм матрицы плотности [5]. В случае макроскопического ансамбля пар неполяризованных сталкивающихся частиц, средние энергии которых распределены в интервале $\Delta_m E$, а начальные фазы не коррелированы, выражение (14) сохраняет свой вид при условии, что символ $\langle \dots \rangle$ описывает усреднение по разбросу E и $\omega_{j(n)}$, как в отдельном пакете, так и в некогерентной смеси пакетов, а также усреднение по начальным и суммирование по конечным спиновым состояниям.

В случае двухчастичных реакций (индекс n отпадает) при обычных упрощениях (центральные взаимодействия, пренебрежение спинами) часто пользуются понятиями парциальных и интегральных времен задержек $\langle \Delta\tau_{ji}^{(j)}(E) \rangle$ и $\langle \Delta\tau_{ji}^{\text{int}}(E) \rangle$, определяемых с помощью следующих выражений:

$$\langle \Delta\tau_{ji}^{(j)}(E) \rangle = \hbar \langle |T_{ji}^{(j)}(E)|^2 d \arg T_{ji}^{(j)}(E) / dE \rangle / \langle |T_{ji}^{(j)}(E)|^2 \rangle \quad (15)$$

и

$$\begin{aligned} \langle \Delta\tau_{ji}^{\text{int}}(E) \rangle &= \hbar \frac{\int |G_i T_{ji}(E, \vartheta_j)|^2 (\partial \arg T_{ji}(E, \vartheta_j) / \partial \epsilon_j) dE d\Omega_j}{\int |G_i T_{ji}(E, \vartheta_j)|^2 dE d\Omega_j} \\ &= \hbar \frac{\sum_j \langle \sigma_{ji}^{(j)}(E) \rangle d \arg T_{ji}^{(j)} / dE}{\sum_j \langle \sigma_{ji}^{(j)}(E) \rangle} \end{aligned} \quad (16)$$

* Удобным методом оценок длительностей рассеяния на малых расстояниях может служить метод фазовых функций Калоджеро [50]. Применение этого метода позволило получить аналитическое выражение для времени задержки простого процесса потенциального рассеяния, справедливое при любых значениях r [4].

где $T_{ji}^{(J)}$ и $\sigma_{ji}^{(J)}$ определяются разложениями

$$T_{ji}(E, \vartheta_j) = -\frac{\hbar^2}{4\pi\mu_j} f_{ji}(E, \vartheta_j) = \sum_J T_{ji}^{(J)}(E) \sqrt{4\pi(2J+1)} Y_{J0}(\vartheta_j) \equiv \\ \equiv -\frac{\hbar^2}{8\pi i \mu_j (k_j k_i)^{1/2}} \sum_J [S_{ji}^{(J)} - \delta_{ji}] \sqrt{4\pi(2J+1)} Y_{J0}(\vartheta_j), \quad (17)$$

$$\vartheta_j = \arccos k_j k_i / k_j k_i,$$

$$\sigma_{ji} = \sum_J \sigma_{ji}^{(J)} \equiv \frac{\pi}{k_i^2} \sum_J (2J+1) |S_{ji}^{(J)} - \delta_{ji}|^2. \quad (18)$$

Среднее время задержки в канале i определяется как [51]

$$\langle \Delta\tau_i^{(int)} \rangle = \frac{\sum_j \int d\Omega_j \langle \Delta\tau_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle \langle |T_{ji}(E, \vartheta_j)|^2 \rangle}{\sum_j \int d\Omega_j \langle |T_{ji}(E, \vartheta_j)|^2 \rangle} = \\ = \hbar \frac{\sum_j \sum_J \langle \sigma_{ji}^{(J)}(E) d \arg T_{ji}^{(J)}(E) / dE \rangle}{\sum_j \sum_J \langle \sigma_{ji}^{(J)}(E) \rangle} \equiv \frac{\sum_J \langle \Delta\tau_i^{(J)}(E) \rangle \sum_j \langle \sigma_{ji}^{(J)}(E) \rangle}{\sum_j \sum_J \langle \sigma_{ji}^{(J)}(E) \rangle}. \quad (19)$$

3. ДИСПЕРСИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ

Для описания эволюции процессов столкновений кроме средней длительности используется еще понятие дисперсии распределений длительностей. Определяя дисперсию длительности как

$$\mathcal{D}\tau_{ji} = \langle (t_j - \langle t_i \rangle)^2 \rangle - \langle t_j \rangle - \langle t_i \rangle^2 = \langle t_j^2 \rangle - \langle t_j \rangle^2, \quad (20)$$

можно, применяя технику оператора времени (6), получить следующее выражение:

$$\langle t_j^2 \rangle = \langle [(\hbar \partial \arg G_j T_{ji} / \partial \varepsilon_j + z_j / v_j)^2 + \hbar^2 (\partial |G_j T_{ji}| / \partial E)^2] \rangle / \langle |T_{ji}|^2 \rangle.$$

При достаточно большой длительности столкновения, когда $|\partial \arg G_j / \partial \varepsilon_j| \ll |\partial \arg T_{ji} / \partial \varepsilon_j|$, $z_j / v_j \ll \hbar \partial \arg T_{ji} / \partial \varepsilon_j$ и $|\partial |G_j| / \partial \varepsilon_j| \ll \partial \arg T_{ji} / \partial \varepsilon_j$, дисперсия длительности принимает вид:

$$\mathcal{D}\tau_{ji} \approx \hbar^2 \{ \langle |T_{ji}|^2 (\partial \arg T_{ji} / \partial \varepsilon_j)^2 + (\partial |T_{ji}| / \partial \varepsilon_j)^2 \rangle / \langle |T_{ji}|^2 \rangle - \\ - [\langle |T_{ji}|^2 \partial \arg T_{ji} / \partial \varepsilon_j \rangle / \langle |T_{ji}|^2 \rangle]^2 \}. \quad (21)$$

4. ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ПРОЦЕССОВ ОДНОКАНАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ И РАСПАДА

В простейшем случае одноканального рассеяния, когда доминирует одна парциальная J -волна [например, для медленных частиц ($J=0$) и в области J -резонансов], согласно (15) при $\Delta E \ll \tilde{\Delta E} \ll E$ ($\tilde{\Delta E}$ — интервал заметного изменения $T_{ii}^{(J)}(E)$)

$$\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle \approx \Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) = \hbar d\delta_J(E) / dE. \quad (22)$$

где δ_J — вещественная фаза рассеяния, определяемая соотношением $S_{ii}^{(J)}(k_i) \equiv S_J(k) = \exp(2i\delta_J)$. Для широкого класса взаимодействий, полностью исчезающих или достаточно быстро убывающих вне конечной области $r \leq R$, $S_{ii}^{(J)}$ может быть представлена в виде [52, 53]

$$S_J(k) = e^{-2i\alpha\hbar} \prod_{\lambda} \frac{1+k/k_{\lambda J}}{1-k/k_{\lambda J}} \prod_{\mu} \frac{1+k/k_{\mu J}}{1-k/k_{\mu J}} \prod_{\nu} \frac{(1+k/k_{\nu J})(1-k/k_{\nu J}^*)}{(1-k/k_{\nu J})(1+k/k_{\nu J}^*)}, \quad (23)$$

где $\alpha \leq R$; $k_{\lambda J} = i\chi_{\lambda J}$ ($\chi_{\lambda J} > 0$); $k_{\mu J} = i\chi_{\mu J}$ ($\chi_{\mu J} < 0$); $k_{\nu J}$ ($\text{Re} k_{\nu J} > 0$, $\text{Im} k_{\nu J} < 0$) — полюсы, отвечающие связанным, виртуальным и резонансным состояниям соответственно, или при достаточном удалении от точки $E = 0$ в следующем упрощенном виде:

$$S_J(k) \simeq \tilde{S}_J(k) \prod_{\nu} \frac{E - E_{\nu}^{(J)} - i\Gamma_{\nu}^{(J)}/2}{E - E_{\nu}^{(J)} + i\Gamma_{\nu}^{(J)}/2}, \quad (24)$$

где $\tilde{S}_J = \exp(2i\delta_J)$ — «фоновая» (нерезонансная) S -матрица; $E_{\nu}^{(J)} = \hbar^2 |k_{\nu J}|^2/2\mu$; $\Gamma_{\nu}^{(J)} = -2k \text{Im} k_{\nu J} \hbar^2/2\mu$ (при $J = 0$).

При учете представления (23) выражение (22) можно переписать в виде

$$\Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) = \left[-\alpha - \sum_{\lambda} \frac{\chi_{\lambda J}}{k^2 + \chi_{\lambda J}^2} - \sum_{\mu} \frac{\chi_{\mu J}}{k^2 + \chi_{\mu J}^2} - \sum_{\nu} \frac{2 \text{Im} k_{\nu J} (k^2 + |k_{\nu J}|^2)}{(k^2 - |k_{\nu J}|^2)^2 + 4k^2 (\text{Im} k_{\nu J})^2} \right] / \nu; \quad \nu = \hbar k/\mu. \quad (25)$$

Из (25), принимая во внимание результаты [52, 53], можно видеть, что для значений r , превышающих некоторое минимальное значение $\tilde{R} \geq R/2 + \chi_{\lambda_0 J}/4$, где $\chi_{\lambda_0 J}$ отвечает связанному состоянию системы «рассеиватель + падающая частица» с наименьшей по абсолютной величине энергией связи, выполняется условие причинности вида

$$\Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) + 2r/\nu \geq 0. \quad (26)$$

Далее, из (25) прямо следует, что для одного лишь связанного или виртуального состояния системы при $E \rightarrow 0$

$$\Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) \xrightarrow{E \rightarrow 0} -a/\nu [1 + k^2 a^2], \quad (27)$$

где a — длина рассеяния, равная $(\chi_{\lambda J})^{-1} > 0$ или $(\chi_{\mu J})^{-1} < 0$.

В области одного изолированного резонанса

$$\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle = \begin{cases} \hbar/\Gamma_r & \text{при } \Gamma_r \ll \Delta E, \\ \hbar\Gamma_r/2 [(E - E_r)^2 + \Gamma_r^2/4] & \text{при } \Delta E \ll \Gamma_r. \end{cases} \quad (28)$$

При этом расчет по формуле (21) показывает, что в случае $\Gamma_r \ll \Delta E$ дисперсия $\mathcal{D}\tau_{ii}^{(J)} \approx \langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle^2 = (\hbar/\Gamma_r)^2$. Переходя к временному представлению, получаем в приближениях распространения интервала интегрирования в $\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle$ на всю вещественную ось ($-\infty < E < \infty$) и $\Gamma_r = \text{const}$ экспоненциальную форму закона распада такого резонансного состояния вида $\exp(-\Gamma_r t/\hbar)$. Более детальное рассмотрение (см., например, [54—57]) показывает, что даже для одиночного резонанса экспоненциальная форма закона распада является приближением, которое выполняется в промежутке времени, ограниченном снизу величиной $t_1 \sim t_0 \Gamma_r/E_r$ и сверху — величиной $t_2 \sim t_0 \ln(E_r/\Gamma_r)$, где $t_0 \sim \hbar/\Gamma_r$, а точность описания экспоненциальной формой тем лучше, чем меньше отношение Γ_r/E_r . При временах, меньших t_1 и больших t_2 , могут наблюдаться заметные отклонения от экспоненциального закона. В конечном счете отклонения от экспоненциального закона распада обусловлены, во-первых, ограниченностью непрерывного спектра энергий снизу нулем, во-вторых, наличием полюсов S -матрицы, отвечающих другим резонансам, и других особенностей S -матрицы, и, в-третьих, зависимостью $\Gamma_r(E)$, отличной от \sqrt{E} .

Как известно, при энергиях ниже кулоновского барьера во взаимодействии протонов, α -частиц и тяжелых ионов с ядрами могут появиться долгоживущие состояния. Это дает возможность использования данных по времени жизни соответствующих радиоактивных составных ядер для установления сверхтонкой структуры сечений. Эксперименты по исследованию отклонений от экспоненциального закона распада таких ядер при $t \gg t_0$ могут послужить в принципе источником информации о плотности распределения энергии в волновых пакетах, описывающих распадающиеся ядра, и, более того, о начальной стадии соответствующих реакций.

Если интервал ΔE содержит множество резонансов и

$$\Delta E \gg \Gamma_J \gg D_J \tag{29}$$

(Γ_J и D_J — средняя ширина и расстояние между J -резонансами), то расчет $\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle$ на основе (15) с учетом (24) дает:

$$\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle = \hbar \sum_{\nu} \frac{\Gamma_{\nu}^{(J)}/2}{(E - E_{\nu}^{(J)})^2 + (\Gamma_{\nu}^{(J)}/2)^2} \approx \pi \hbar \rho_J; \tag{30}$$

где $\rho_J = D_J^{-1}$. Таким образом, среднее время задержки в упругом рассеянии в области (29) определяется не шириной, а плотностью резонансов. Отметим, что выражение (30) получено в приближении континуума ($\sum_{\nu} \rightarrow \int dE_{\nu}^{(J)} \rho_J$). Когда интервал ΔE содержит множество хорошо разделенных резонансов, т. е. $\Delta E \gg D_J \gg \Gamma_J$, нетрудно видеть, что при условии одинаковых ширин $\Gamma_{\nu}^{(J)} = \Gamma_J$ всех уровней

$$\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle \approx \hbar/\Gamma_J, \tag{31}$$

как и в случае одиночного резонанса той же ширины.

При очень сильном перекрытии резонансов, когда

$$D_J \ll \Delta E < \Gamma_J, \quad (32)$$

$$\langle \Delta \tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle \sim \hbar \int_{E_{\min}}^{\infty} dE' \rho_J E' \frac{\Gamma_J(E')/2}{(E-E')^2 + [\Gamma_J(E')/2]^2}, \quad (33)$$

где нижний предел должен удовлетворять очевидным условиям: $E_{\min} \leq E - \Gamma_J$ и $\rho_J(E_{\min}) < (\rho_J)_{\min}$ [58]. Очевидно, в случае эквидистантного распределения резонансов ($\rho_J = \text{const}$) и не зависящих от энергии ширин ($\Gamma_J = \text{const}$) для всех возможных значений энергии $\langle \Delta \tau_{ii}^{(J)}(E) \rangle \sim \pi \hbar \rho_J$, т. е. снова получаем равенство (30).

Длительность рассеяния иногда связывают с плотностью состояний континуума [59]. В сущности последняя, будучи бесконечной, лишена реального физического смысла. Однако, рассматривая рассеяние частиц в большом, но конечном объеме и накладывая условие равенства нулю волновых функций на границах объема, нетрудно получить следующее выражение для плотности состояний dn_J/dE [60]: $dn_J/dE = [R/\hbar v + d\delta_J/dE]/\pi$. При $R \rightarrow \infty$ эта величина расходится. Тем не менее, поскольку при свободном движении $\delta_J = 0$, изменение плотности состояний континуума системы частиц, обусловленное их взаимодействием, остается конечным и имеет вид: $\Delta(dn_J/dE) = (d\delta_J/dE)/\pi = \Delta \tau_{ii}^{(J)}/\pi \hbar$. Однако все же плотность состояний континуума фактически не имеет физического смысла и, по-видимому, целесообразнее пользоваться понятием плотности резонансных состояний ρ_J , которая также связана с временем задержки соотношением (30) или (33).

Наконец, с помощью времени задержки в упругом рассеянии можно придать прямой физический смысл теореме Левинсона, связав время задержки с числом N_J связанных состояний системы [59]:

$$\int_0^{\infty} \Delta \tau_{ii}^{(J)}(\epsilon_t) d\epsilon_t = \hbar [\delta_J(\infty) - \delta_J(0)] = -\pi \hbar N_J. \quad (34)$$

Из такого варианта формулировки теоремы Левинсона, в частности, следует, что если в некоторой области энергий $\mathcal{D}E$ имеется весьма узкий резонанс или весьма плотная группа сильно перекрывающихся резонансов, где величина $\Delta \tau_{ii}^{(J)}$ очень велика и положительна, то, поскольку правая часть равенства (34) неположительна, в других энергетических областях, далеких от $\mathcal{D}E$, должно иметь место соответствующее возрастание времени опережения (с учетом, разумеется, ограничений, накладываемых условием причинности).

5. ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПРОЦЕССОВ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

Длительность рассеяния в пороговых областях

В идеализированном случае строго определенных уровней возбужденных состояний ядра-мишени вблизи порога неупругого рассеяния (например, в области $k_1 \approx 0$) нейтронов [5, 56]

$$S_{ii}^{(J)}(k_0, k_1) = \tilde{S}_J(k_0) [1 + 2\alpha(k_0) k_1^{2J+1}],$$

где k_0 и k_1 связаны соотношением $E = e_0 + \hbar^2 k_0^2 / 2\mu = e_1 + \hbar^2 k_1^2 / 2\mu$, e_0 и e_1 — уровни основного и первого возбужденного состояния ядра-мишени, величина $\tilde{S}_J(k_0)$ обладает теми же аналитическими свойствами, что и одноканальная функция $S_{ii}^{(J)}(k_0)$ в приближении одного канала, $\alpha(k_0)$ — регулярная на вещественной оси функция k_0 , вещественная для вещественных потенциалов, и

$$\Delta\tau_{ii}^{(J)} \xrightarrow{k_1 \rightarrow 0} \begin{cases} \Delta\tilde{\tau}_{ii}^{(J)} - \hbar (-1)^J \alpha d |k_1|^{2J+1} / dE \\ \text{при } k_0^2 < 2\mu (e_1 - e_0) / \hbar^2, \\ \Delta\tilde{\tau}_{ii}^{(J)} \text{ при } k_0^2 > 2\mu (e_1 - e_0) / \hbar^2, \end{cases} \quad (35)$$

где $\Delta\tilde{\tau}_{ii}^{(J)} = (\hbar/2) d \arg \tilde{S}_{ii}^{(J)} / dE$. В случае плавной зависимости $\arg \tilde{S}_{ii}^{(J)}(E)$, т. е. малой величины $\Delta\tilde{\tau}_{ii}^{(J)}$, для $J = 0$ величина $\Delta\tau_{ii}^{(0)}$ при подходе к порогу рассеяния снизу ведет себя как $\Delta\tau_{ii}^{(0)} \sim \sim -\alpha_\mu / \hbar |k_1|$, т. е. при $\alpha \neq 0$ в точке $k_1 = 0$ время жизни такого «порогового состояния» неограниченно возрастает при приближении к пороговой точке снизу (величина α не может быть положительной в силу условия причинности).

В действительности, однако, возбужденные состояния ядра-мишени являются метастабильными. Если уровни таких состояний представить в виде комплексных величин $\tilde{e}_n = e_n - i\gamma_n/2$, где $\gamma_n > 0$ — ширина, отвечающая распаду состояния (обычно радиационному), то вместо точки порога следует ввести понятие пороговой области ширины $\sim \gamma_n$ и, следуя [61], в (35) заменить величины e на \tilde{e}_n , причем в пороговой области $k_1 \rightarrow [2\mu (E - e_1 + i\gamma_0/2) / \hbar^2]^{1/2}$. Тогда в пороговой области функция $\Delta\tau_{ii}^{(J)}(E)$ остается конечной и непрерывной и, в частности, для s -нейтронов получим:

$$\Delta\tau_{ii}^{(0)}(E) \simeq \hbar b_0 \frac{1 - (E - E_n) / d_n}{[d_n - (E - E_n)]^{1/2}}, \quad (36)$$

где $b_0 = (1 - \text{Re } \tilde{S}_J)^{-1} \text{Re } \tilde{S}_J \alpha \sqrt{\mu / \hbar^2}$; $E_n = e_1 - e_0$, $d_n = = [(E - E_n)^2 + \gamma_1^2 / 4]^{1/2}$ в предположении, что $|1 - \text{Re } \tilde{S}_J| \gg \gg |\alpha| \sqrt{\mu / \hbar^2} |E - E_n|^{1/2}$ и $\gamma_1 \rightarrow 0$. Очевидно, $0 < \Delta\tau_{ii}^{(0)}(E_n) < < \hbar / \gamma_1$ при $(2\gamma_1)^{-1/2} > b_0 > 0$.

Длительность резонансных процессов многоканального рассеяния. При значениях энергии, удаленных от пороговых областей, можно воспользоваться представлением многоканальной S -матрицы [62]:

$$\hat{S}^{(J)}(E) = \hat{U}^{(J)} \prod_{\nu=1}^N \left(1 - \frac{i\Gamma_{\nu}^{(J)} \hat{P}_{\nu}^{(J)}}{E - E_{\nu}^{(J)} + i\Gamma_{\nu}^{(J)}/2} \right) \hat{U}^{(J)T}, \quad (37)$$

где унитарная матрица $\hat{U}^{(J)}$ и матрицы проектирования $P_{\nu}^{(J)}$ ($\hat{P}_{\nu}^{(J)} = \hat{P}_{\nu}^{(J)+} = \hat{P}_{\nu}^{(J)2}$, $\text{Tr } \hat{P}_{\nu}^{(J)} = 1$) практически не зависят от энергии, $(\hat{U}^{(J)T})_{ij} = U_{ij}^{(J)}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$), n — число открытых каналов, причем $\tilde{S}^{(J)} = \hat{U}^{(J)} \hat{U}^{(J)T}$ — симметричная унитарная фоновая (нерезонансная) S -матрица, причем $\tilde{S}_{ij}^{(J)} = \tilde{S}_{ji}^{(J)T}$, $\sum_{k=1}^n \tilde{S}_{ik}^{(J)} \tilde{S}_{jk}^{(J)*} = \delta_{ij}$. Представление (37) пригодно, строго говоря, только для бинарных (двухчастичных) реакций. Оно обладает тем преимуществом, что в нем, в отличие от представлений с аддитивными наборами резонансных членов явно учтено свойство унитарности

$$\sum_{k=1}^n S_{ik}^{(J)} S_{jk}^{(J)*} = \delta_{ij}, \quad (38)$$

а в отличие от представлений вида $\hat{S}^{(J)} = (1 + i\hat{K}^{(J)})(1 - i\hat{K}^{(J)})^{-1}$ нет обратных матриц, операции с которыми сильно затрудняют анализ.

Используя эрмитову матрицу

$$\hat{Q}^{(J)}(E) = i\hbar \hat{S}^{(J)}(E) \frac{d\hat{S}^{(J)+}(E)}{dE},$$

введенную в [18], нетрудно показать с учетом (37) справедливость следующего соотношения:

$$\text{Tr } \hat{Q}^{(J)}(E) = \sum_{\nu=1}^N \frac{\Gamma_{\nu}^{(J)}}{(E - E_{\nu}^{(J)})^2 + (\Gamma_{\nu}^{(J)}/2)^2}, \quad (39)$$

которое не зависит от матриц $\hat{U}^{(J)}$ и $\hat{P}_{\nu}^{(J)}$, т. е. от плавного (практически постоянного) фона, связанного с потенциальным рассеянием и прямыми реакциями [51]. Усредняя равенство (39) внутри области, в которой расположены резонансы, в соответствии с процедурой $\langle \rangle$ и в предположении условий (29) получаем:

$$\text{Tr } \langle \hat{Q}^{(J)}(E) \rangle = \mathcal{F}_J, \quad (40)$$

где $\mathcal{T}_J = 2\pi\hbar/D_J$ — время цикла Пуанкаре *. Используя преобразования

$$\begin{aligned} i\hbar \langle S_{ij}^{(J)} dS_{ij}^{(J)*}/dE \rangle &= \hbar \langle |S_{ij}^{(J)}|^2 \rangle \langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle + i\hbar \langle d|S_{ij}^{(J)}|^2/dE \rangle / 2, \quad i \neq j, \\ i\hbar \langle S_{ii}^{(J)} (dS_{ii}^{(J)*}/dE) \rangle &= \hbar \langle |1 - S_{ii}^{(J)}|^2 \rangle \langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle + \\ &+ \hbar \operatorname{Im} \langle dS_{ii}^{(J)}/dE \rangle + i\hbar \langle d|S_{ii}^{(J)}|^2/dE \rangle / 2, \end{aligned}$$

где величиной $\operatorname{Im} \langle dS_{ii}^{(J)}/dE \rangle$ при достаточно больших ΔE в приближении случайных фаз можно пренебречь, и равенство $\sum_j \langle d|S_{ji}^{(J)}|^2/dE \rangle = 0$, прямо следующее из условия унитарности

$$(38), \text{ получаем из (40) следующие правила сумм для } \langle \Delta\tau_i^{(J)} \rangle \text{ и } \langle \Delta\tau_c^{(J)} \rangle:$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i,j} \langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle \langle |S_{ij}^{(J)} - \delta_{ij}|^2 \rangle &= \mathcal{T}_J, \\ \sum_i \langle \Delta\tau_i^{(J)} \rangle [1 - \operatorname{Re} \langle S_{ii}^{(J)} \rangle] &= \mathcal{T}_J / 2, \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

впервые найденные в [51]. С учетом определений (15) и (16) правила сумм (41) можно переписать в виде

$$\sum_{i,j} \int d\Omega_j \langle \Delta\tau_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle k_j k_i \langle \sigma_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle = \sum_J \pi (2J+1) \mathcal{T}_J.$$

Если предположить одинаковые длительности во всех каналах, т. е. $\langle \Delta\tau_i^{(J)} \rangle = \langle \Delta\tau_j^{(J)} \rangle = \langle \Delta\tau^{(J)} \rangle$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$), то в приближении $\langle S_{ii}^{(J)} \rangle \approx 0$ (что, как будет видно ниже, может иметь место при $\Gamma_J \gg nD_J/2\pi$ в так называемом приближении эквивалентных входных каналов [51]) получаем [51]:

$$\langle \Delta\tau^{(J)} \rangle \simeq \mathcal{T}_J / 2n. \quad (42)$$

Если же $\sum_i \operatorname{Re} \langle S_{ii}^{(J)} \rangle = n - 1$, что возможно в так называемом ньютоновском случае полной корреляции между амплитудами распада всех резонансов в приближении одинаковых матриц проектирования $\hat{P}_v^{(J)} = \hat{P}_J$ ($v = 1, 2, \dots, N$) и $\hat{U}^{(J)} = 1$, когда унитарная S -матрица имеет вид $\hat{S}^{(J)} = \hat{1} + [\exp(2i\delta_J) - 1] \hat{P}_J$, то

$$\langle \Delta\tau^{(J)} \rangle = \mathcal{T}_J / 2. \quad (43)$$

Результат (43) был получен в [63].

Если $\operatorname{Re} \langle S_{ii}^{(J)} \rangle = 1 - \pi\Gamma_J/nD_J$, что, как будет видно ниже, может иметь место при $\Gamma_J \ll nD_J/2\pi$, то $\langle \Delta\tau^{(J)} \rangle = \hbar/\Gamma_J$, как и в случае одного изолированного резонанса с полной шириной $\Gamma_J \ll \Delta E$.

Если исходить из прямого определения (15) для $\langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle$, то в

* Точнее, время цикла Пуанкаре для такой системы с эквидистантным расположением чисто дискретных уровней, для которой $|E_{v+1}^{(J)} - E_v^{(J)}| = D_J$ и $\Gamma_v^{(J)} = 0$.

приближении $\hat{P}_v^{(J)} = \hat{P}_J$ ($v = 1, 2, \dots, N$) нетрудно показать, что при условии (29)

$$\hat{S}^{(J)} = \tilde{S}^{(J)} - \hat{\alpha}^{(J)} + \hat{\alpha}^{(J)} \prod_v \frac{E - E_v^{(J)} - i\Gamma_v^{(J)}/2}{E - E_v^{(J)} + i\Gamma_v^{(J)}/2}$$

и

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle &= |\alpha_{ij}^{(J)}|^2 \mathcal{F}_J / [|\tilde{S}_{ij}^{(J)} - \alpha_{ij}^{(J)}|^2], \quad i \neq j; \\ \langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle &= |\alpha_{ii}^{(J)}|^2 \mathcal{F}_J / [1 - \tilde{S}_{ii}^{(J)} + \alpha_{ii}^{(J)}]^2, \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

где $\alpha_{ij}^{(J)} = (\hat{U}^{(J)} \hat{P}_J \hat{U}^{(J)T})_{ij}$, причем $\sum_{i,j} |\alpha_{ij}^{(J)}|^2 = 1$. Это прямо следует из унитарности $\hat{U}^{(J)}$ и свойства $\text{Tr} \hat{P}_J = 1$. Поскольку $|\alpha_{ij}^{(J)}| = \frac{1}{n}$ в приближении одинаковых $|\alpha_{ij}^{(J)}|$, а $|\tilde{S}_{ij}^{(J)}| = \frac{1}{\sqrt{n}}$ в приближении одинаковых $|\tilde{S}_{ij}^{(J)}|$, то

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle &\approx \mathcal{F}_J / n, \quad i \neq j; \\ \langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle &\approx \mathcal{F}_J / n^2. \end{aligned} \right\} \quad (44a)$$

Результат (44a) был впервые получен в [58].

Если же положить $|\alpha_{ij}^{(J)}| = \frac{1}{\sqrt{2n}} \delta_{ij} + \frac{1}{\sqrt{2n(n-1)}} (1 - \delta_{ij})$ и $|\tilde{S}_{ij}^{(J)}| = \frac{1}{\sqrt{n}}$, то

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle &= \mathcal{F}_J / 2n, \quad i \neq j; \\ \langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle &\approx \mathcal{F}_J / 2n^2. \end{aligned} \right\} \quad (44b)$$

В обоих последних случаях $\langle \Delta\tau_{ij}^{(J)} \rangle$ при $i \neq j$ равны друг другу, $\langle \Delta\tau_{ii}^{(J)} \rangle$ в n раз меньше каждого из них. Последнее обстоятельство можно объяснить неизбежным наличием практически мгновенного диффракционного рассеяния в каждом входном канале, доля которого в полной вероятности (полном сечении) всех процессов реакций (за счет члена δ_{ij} в $T_{ij}^{(J)}$) равна суммарной доле всех прямых процессов ($\sum_j |\tilde{S}_{ji}|^2 = \sum_j \delta_{ji} = 1$).

В области (32)

$$\mathcal{F}_J = \text{Tr} \langle \hat{Q}^{(J)}(E) \rangle \sim \hbar \int_{E_{\min}}^{\infty} \rho_J(E') \frac{\Gamma_J(E')}{(E - E')^2 + [\Gamma_J(E')/2]^2} dE', \quad (45)$$

а выражения (41)—(44) сохраняют свой вид.

Обсудим теперь, какие из результатов (42), (43), (44a) и (44b) не противоречат экспериментальным данным по поведению полных

сечений реакций

$$\langle \sigma_i \rangle = \sum_j \langle \sigma_{ji} \rangle = \frac{2\pi}{k_i^2} \sum_J (2J + 1) [1 - \text{Re} \langle S_{ii}^J \rangle].$$

В соответствии с экспериментом при большом числе каналов ($n \gg 1$) с ростом энергии сечение $\sigma_i \sim 2\pi R^2$, где в данном случае R — радиус взаимодействия бомбардирующей частицы и ядра-мишени в i -м входном канале [64]. Поскольку основной вклад в сечение дают волны с $J \sim k_i R \gg 1$, то результат $2\pi R^2$ получается только при условии $|\text{Re} S_{ii}^{(J)}| \ll 1$, что выполняется тогда, когда справедливы результаты (42), (44а) и (44б), и не выполняется в случае (43), когда, как отмечено в [65], только одно из собственных значений матрицы $\langle \hat{S}^{(J)} \rangle$ равно нулю, а остальные $n - 1$ значений равны единице. Таким образом, из-за противоречия с экспериментальными данными приближения, приводящие к результату (43), должны быть отвергнуты.

6. ДЛИТЕЛЬНОСТЬ СТОЛКНОВЕНИЯ И МЕХАНИЗМ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Прямые и компаундные процессы. Согласно давно распространенным представлениям (см., например, [66], [67]) в теории ядерных реакций рассматриваются два предельных типа механизма — прямые процессы, происходящие практически мгновенно, и компаундные процессы, отвечающие запаздывающему распаду компаунд-ядерных состояний. Более точно, прямые процессы следует характеризовать временами порядка времени свободного пролета бомбардирующей частицы через область ядра диаметром около 10^{-13} — 10^{-12} см. При энергии налетающих нуклонов $\epsilon_0 \geq 1$ МэВ

$$\langle \tau_{ij}^d \rangle \leq 10^{-23} \div 10^{-21} \text{ с.} \tag{46}$$

Компаундные процессы характеризуются временами

$$\langle \tau_{ij}^c \rangle \gg \langle \tau_{ij}^d \rangle. \tag{47}$$

Для ориентировочных оценок времени $\langle \tau^c \rangle$ в области изолированных компаунд-резонансов ($\Gamma_J \ll D_J$) пользуются в соответствии с соотношением неопределенностей (1) выражением $\langle \tau_{ij}^{c(J)} \rangle \sim \hbar / \Gamma_J$. В области перекрывающихся резонансов еще в [68, 69] было предложено использовать выражение, существенно зависящее от плотности ρ_J резонансных уровней. При этом предполагалось следующее. Если допустить, что состояние составного ядра можно описать линейной комбинацией возбужденных состояний некоторого гамильтониана с одинаковым расстоянием D_J между уровнями, то время цикла Пуанкаре (промежуток времени, за который система возвращается в исходное состояние) равно $\mathcal{T}_J = 2\pi\hbar / D_J$. Поскольку при образовании составного ядра в процессе реакции с некоторым входным каналом i через время, приблизительно равное \mathcal{T}_J , система может вернуться в исходное состояние и далее распасться по тому же

каналу i , то время жизни составного ядра при условии, что открыт только один канал i , можно определить с помощью соотношения $\tau_i^{(J)} \sim \mathcal{F}_J / t_i^{(J)}$, где $t_i^{(J)}$ — проницаемость центробежного и кулоновского барьеров на поверхности ядра при вылете конечной частицы во внешнюю область. В предположении экспоненциального закона распада составного ядра вероятность распада по каналу i в единицу времени $P_i^{(J)}(t) = \frac{1}{\tau_i^{(J)}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^{(J)}}\right)$, где $\tau_i^{(J)}$ — время жизни составного ядра, распадающегося по всем открытым каналам. Поскольку

$\mathcal{F}_i^{(J)} \equiv \int_0^{\infty} P_i^{(J)}(t) dt = \frac{\tau_i^{(J)}}{\tau_i^{(J)}}$ и $\sum_i \mathcal{F}_i^{(J)} = 1$, то $\frac{1}{\tau^{(J)}} = \sum_i \frac{1}{\tau_i^{(J)}}$ и, следовательно,

$$\tau^{(J)} = \mathcal{F}_J / \sum_i t_i^{(J)}. \quad (48)$$

В более поздних работах (см., например, [70]) было предложено в качестве $t_i^{(J)}$ в (48) использовать выражение $1 - |S_{ii}^{(J)\text{ом}}|$, где $S_{ii}^{(J)\text{ом}}$ — элемент S -матрицы упругого рассеяния, получаемый в рамках оптической модели.

Обычно полагали, что компаундные процессы в отличие от прямых обусловлены рядом последовательных столкновений нуклонов внутри составной системы (см., например, [69]). Развитие теоретических исследований привело к ряду уточнений и к существенной детализации первоначальных упрощенных представлений.

В частности, поскольку каждый акт соударения сопровождается ненулевой вероятностью распада составной системы, должен иметь место широкий интервал времен, удовлетворяющий условию (47) и, более того, характеризующий непрерывный переход от (46) к (47). Такие соображения были положены в основу ряда вариантов моделей так называемых предкомпаундных процессов и предравновесного распада составных систем (см., например, [71—73]). Более того, развитие полумикроскопических моделей многоступенчатых прямых и компаундных процессов (см. [74—76]) приводит к выводу о необходимости пересмотра роли таких характеристик механизма реакций, как число степеней свободы и длительность процесса.

Действительно, если ранее (см., например, [77]) полагали, что для прямых процессов характерно участие малого числа степеней свободы, то в рамках современных представлений в них может участвовать столько же степеней свободы, сколько и в компаундных. Минимальное число степеней свободы участвует лишь в одноступенчатых прямых реакциях. Многоступенчатые прямые процессы отличаются от многоступенчатых компаундных процессов характером спектра состояний участвующих частиц: первые происходят в нерезонансной области (или в области гигантских резонансов), вторые — в резонансной (квазидискретной) области континуума.

Здесь мы ограничимся анализом эволюции ядерных реакций в рамках более простой модели. Согласно известной трактовке Фридмана и Вайскопфа [66], обобщенной в [72] в случае произвольного числа открытых каналов и некогерентного ансамбля пар сталкивающихся начальных частиц с разбросом ΔE средних энергий отдельных пар, взаимодействие налетающей частицы с ядром при $\Delta E \gg \gg \Gamma_J$ и $\Delta E \gg D_J$ (для всех реально учитываемых значений J) можно разделить во времени на практически мгновенную стадию дифракционного (потенциального) рассеяния и прямых процессов и стадию образования составного ядра, а сечение реакции $\langle \sigma_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle$ представить в виде некогерентной суммы

$$\langle \sigma_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle \simeq \sigma_{ji}^d(E, \vartheta_j) + \langle \sigma_{ji}^c(E, \vartheta_j) \rangle, \quad (49)$$

где $\sigma_{ji}^d(E, \vartheta_j) = |\langle f_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle|^2$ и $\langle \sigma_{ji}^c(E, \vartheta_j) \rangle = \langle |f_{ji}^c(E, \vartheta_j)|^2 \rangle \equiv \langle |f_{ji}(E, \vartheta_j)|^2 \rangle - |\langle f_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle|^2$ — сечения прямых и компаундных процессов соответственно. В приближении случайных фаз флукутационных амплитуд $f_{ji}^c(E, \vartheta_j) = f_{ji}^{c(J)} - \langle f_{ji}^{c(J)} \rangle$ можно положить

$$\langle \sigma_{ji}^c(E, \vartheta_j) \rangle \simeq \sum_J \langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j) \rangle \equiv \sum_J \langle |f_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j)|^2 \rangle.$$

После простых преобразований, полагая $\tau_{ji}^{d(J)} = \hbar \partial \arg \langle f_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j) \rangle / \partial E = 0$, нетрудно показать, что

$$\left. \begin{aligned} \langle \Delta \tau_{ji}^{(J)}(E) \rangle &= \langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)}(E) \rangle \langle |S_{ji}^{c(J)}(E)|^2 \rangle / \langle |S_{ji}^{(J)} - \delta_{ji}|^2 \rangle, \\ \langle \Delta \tau_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle &= \sum_j \langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)}(E) \rangle \langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j) \rangle / \langle \sigma_{ji}(E, \vartheta_j) \rangle, \\ \langle \Delta \tau_{ji}^c(E, \vartheta_j) \rangle &= \sum_j \langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)}(E) \rangle \langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j) \rangle / \sum_j \langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \vartheta_j) \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

где времена жизни компаундных состояний $\langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle$ и $\langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)} \rangle$ определяются на основе соотношения (14) при замене T_{ji} на f_{ji}^c и $f_{ji}^{c(J)}$ или $S_{ji}^{c(J)} = S_{ji}^{(J)} - \langle S_{ji}^{(J)} \rangle$ соответственно.

Среднее время жизни и эволюция распада составного ядра. Учитывая первое из равенств (50), первое из правил сумм (41) можно переписать в виде

$$\sum_{i,j=1}^n \langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)} \rangle \langle |S_{ji}^{c(J)}|^2 \rangle = \mathcal{T}_J, \quad (51)$$

откуда прямо следует, что в приближении одинаковых $\langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)} \rangle = \langle \Delta \tau^{c(J)} \rangle$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) последние определяются соотношением

$$\langle \Delta \tau^{c(J)} \rangle = \mathcal{T}_J / \sum_j T_j^{(J)}, \quad (52)$$

где $T_j^{(J)} = 1 - \sum_{j'} |\langle S_{j'}^{(J)} \rangle|^2$ — коэффициенты пропускания [65, 78].

Согласно [79] величины $\langle S_{ji}^{(J)} \rangle$ могут быть представлены в виде $\langle \hat{S}^{(J)}(E) \rangle = \hat{U}_0^{(J)} \hat{S}_0^{(J)} \hat{U}_0^{(J)T}$, где унитарная матрица $\hat{U}_0^{(J)}$ в предположении, что при отсутствии постоянного фона резонансная S -матрица не описывает прямых реакций, совпадает с $\hat{U}^{(J)}$, а $\hat{S}_0^{(J)}$ — диагональная матрица, элементы которой удовлетворяют соотношению $\prod_{j=1}^n |S_{0,jj}^{(J)}| = \exp(-\pi\Gamma_J/D_J)$. В приближении равноправных входных каналов [51]

$$|\langle S_{ii}^{(J)}(E) \rangle| = \delta_{ji} \exp(-\pi\Gamma_J/nD_J); \quad T_j^{(J)} = 1 - \exp(-2\pi\Gamma_J/nD_J)$$

и

$$\langle \Delta\tau^{c(J)} \rangle = \mathcal{F}_J/n [1 - \exp(-2\pi\Gamma_J/nD_J)].$$

Если к тому же $\Gamma_J \gg nD_J/2\pi$, т. е. $\langle S_{ii}^{(J)} \rangle \simeq 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), то *

$$\langle \Delta\tau^{c(J)} \rangle = \mathcal{F}_J/n. \quad (53)$$

В приближении одинаковых матриц проектирования $\hat{P}_v^{(J)}$ в (37) ($\hat{P}_v^{(J)} = \hat{P}_J$, $v = 1, 2, \dots, N$) [58], когда

$$S_{ji}^{c(J)} = \alpha_{ji}^{(J)} \left[\prod_v \frac{E - E_v^{(J)} - i\Gamma_v^{(J)}/2}{E - E_v^{(J)} + i\Gamma_v^{(J)}/2} - \exp(-\pi\Gamma_J/D_J) \right], \quad (54)$$

нетрудно видеть, что при $\Gamma_J \gg D_J$

$$\sum_{i,j=1}^n \langle |S_{ji}^{c(J)}|^2 \rangle \simeq \sum_{i,j=1}^n |\alpha_{ji}^{(J)}|^2 = 1$$

и

$$\langle \Delta\tau^{c(J)} \rangle = \mathcal{F}_J. \quad (55)$$

Если же при $\Gamma_J \gg D_J/2\pi$ окажется, что $\Gamma_J \ll nD_J/2\pi$, то при условии, что постоянный фон отсутствует, оправдано полюсное представление Бете с действительными вычетами и некоррелированными по знаку амплитудами распада разных уровней (см., например, [64]). Тогда в приближении одинаковых полных ширин всех уровней (т. е. $\Gamma_v^{(J)} = \Gamma_J$, $v = 1, 2, \dots, N$) $|\langle S_{ii}^{(J)} \rangle| = \text{Re} \langle S_{ii}^{(J)} \rangle \simeq 1 - \pi\Gamma_J/nD_J$, и в соответствии с (52) $\langle \Delta\tau^{c(J)} \rangle \simeq \langle \Delta\tau^{(J)} \rangle = \hbar/\Gamma_J$, т. е. точно имеем такой же результат, что и при $\Gamma_J \ll D_J$.

В области (32) результаты (51)—(55) сохраняют свой вид при учете соотношения (45) вместо $2\pi\hbar/D_J$. При грубой оценке интеграла в (45) можно ограничиться простейшими приближениями типа $\Gamma_v^{(J)}(E) \neq \Gamma_{0,J} [(E - e_i)/(E_v^{(J)} - e_i)]^{J+1/2}$ или даже $\Gamma_J = \text{const}$ при $E > E_{\text{мин}}$. В последнем случае интеграл в (45) в основном определяется функцией $\rho_J(E)$. В различных вариантах модели составного

* См. также [65, 80].

ядра с однопуклонным распадом часто пользуются выражением

$$\rho_J(E) \sim \rho_{J, \min} \exp(\sqrt{\alpha_J E^*}), \quad (56)$$

где $E^* = E - e_i + B_n$ — энергия возбуждения составного ядра; B_n — энергия связи нуклона в основном состоянии составного ядра. Однако (56) справедливо лишь для не очень больших возбуждений (вблизи поверхности Ферми). В любой реалистической модели дискретная область спектра должна быть ограничена сверху континуумом. В связи с этим рост плотности $\rho_J(E)$ состояний составного ядра, формирующихся, например, из одночастичных состояний в усредненном поле ядра, с энергией должен замедлиться и при определенной энергии \mathcal{E}_J перейти в спад [81, 82] по закону:

$$\rho_J(E) \sim \rho_{\max, J} \exp(-\sqrt{\alpha'_J E^*}), \quad E > \mathcal{E}_J. \quad (57)$$

В соответствии с [81, 82] для двухчастичных реакций упругого и неупругого рассеяния нуклонов ядрами и реакций типа (n, p) и (p, n) значение $\mathcal{E}_J - e_0$ находится в интервале между нулем и энергией выбивания нуклона из нижнего одночастичного уровня ядра. Элементарная оценка (45) с учетом (56) и (57) приводит к результату:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_J \xrightarrow{E \rightarrow \infty} \hbar \Gamma_J \left[\frac{2\rho_{J, \min} x}{(E - \mathcal{E}_J)^2 + \Gamma_J^2/4} + \frac{\rho_{J, \max}}{E^2 (\alpha'_J)} \right]; \quad (58) \\ x \sim [V \overline{\mathcal{E}_J} \exp \sqrt{\alpha_J \mathcal{E}_J} - \sqrt{E} \overline{E_{J, \min}} \exp \sqrt{\alpha_J E_{J, \min}}] / \sqrt{\alpha_J} - \\ - [\exp \sqrt{\alpha_J \mathcal{E}_J} - \exp \sqrt{\alpha_J E_{J, \min}}] / \alpha_J \end{aligned}$$

при $E \gg \mathcal{E}_J$.

Таким образом, при $E \rightarrow \infty$ время жизни $\langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle$ должно асимптотически убывать по закону E^{-2} в приближении одинаковых $\hat{P}^{(j)}$ ($v = 1, 2, \dots, N$) или $[E^2 n(E)]^{-1}$ в приближении равноправных входных каналов.

Когда при разных значениях наблюдаются различные соотношения величин ΔE , Γ_J , D_J и $nD_J/2\pi$, времена задержек $\langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle$ будут принимать различные значения в интервале от \hbar/Γ_J до $2\pi\hbar/D_J$ или до значений, определяемых (58), принимая значения $2\pi\hbar/nD_J$ для равноправных входных каналов при $\Gamma_J \gg nD_J/2\pi$.

Рассмотрим эволюцию распада составного ядра, используя определение (21). В приближении достаточно большого времени жизни и случайных фаз $f_{ji}^{c(J)}$, когда $\langle \sin(\cos) \arg f_{ji}^{c(J)} \rangle \approx 0$, получаем

$$\langle (\Delta \tau_{ji}^c)^2 \rangle \approx \hbar^2 \langle (|f_{ji}^{c(J)}|^2 (\partial \arg f_{ji}^{c(J)} / \partial E)^2 + (\partial |f_{ji}^{c(J)}| / \partial E)^2) / \langle |f_{ji}^{c(J)}|^2 \rangle \rangle.$$

Если

$$|\partial |f_{ji}^{c(J)}| / \partial E| \ll |f_{ji}^{c(J)}| |\partial \arg f_{ji}^{c(J)} / \partial E|, \quad (59)$$

то $\langle (\Delta \tau_{ji}^c)^2 \rangle \approx \hbar^2 \langle |f_{ji}^{c(J)}|^2 (\partial \arg f_{ji}^{c(J)} / \partial E)^2 / \langle |f_{ji}^{c(J)}|^2 \rangle \rangle$.

Приближение (59) автоматически выполняется в области (29) при условии одинаковых $\hat{P}_v^{(J)} = \hat{P}_J$ ($v = 1, 2, \dots, N$), когда $|S_{ji}^{c(J)}| \simeq \simeq |\alpha_{ji}^{(J)}| = \text{const}$. Поскольку в силу (54)

$$\hbar \partial \arg f_{ji}^{c(J)} / \partial E = \sum_v \frac{\Gamma_v^{(J)}}{(E - E_v^{(J)})^2 + (\Gamma_v^{(J)})^2/4} \approx \mathcal{F}_J, \text{ то}$$

$$\langle (\Delta \tau_{ji}^{c(J)})^2 \rangle \approx \langle \mathcal{F}_J \rangle^2, \quad (60)$$

$$\mathcal{D} \tau_{ji}^{c(J)} \approx 0. \quad (61)$$

Как показано в [65], в случае n равноправных входных каналов при $\Gamma_J \gg nD_J/2\pi$ имеет место (59) и дисперсия длительности также оказывается близкой к нулю (будучи величиной порядка D_J/Γ_J по сравнению с $\langle \Delta \tau_{ji}^{c(J)} \rangle^2$). Таким образом, при этом распад составного ядра происходит не по экспоненциальному закону, а в течение весьма короткого интервала времени $[\mathcal{D} \tau_{ij}^{c(J)}]^{1/2}$ спустя время $\langle \Delta \tau_{ij}^{c(J)} \rangle$ после первой практически мгновенной стадии прямых процессов. Поскольку все величины $\langle S_{ij}^{(J)}(E) \rangle \approx 0$, $i, j = 1, 2, \dots, n$ (как в случае с дифракцией на черной сфере) и $\sum_j \sigma_{ji}^d = \sigma_{ii}^d = \sum_j \langle \sigma_{ji}^c \rangle$, в любом входном канале i половина всех актов взаимодействия относится к стадии мгновенного упругого рассеяния, а другая половина — к запаздывающей стадии флуктуационных процессов, связанных с распадом составного ядра. Нетрудно показать, что такой же результат с подстановкой (45) для \mathcal{F}_J вместо $2\pi\hbar/D_J$ имеет место и при более высоких энергиях в области (32).

Если же при выполнении условия (29) $\Gamma_J \ll nD_J/2\pi$, а полные ширины всех уровней одинаковы и постоянный фон отсутствует, в приближении эквивалентных входных каналов распад составного ядра будет описываться экспоненциальной формой [51, 65].

Для полноты рассмотрения упомянем работу [83], где в рамках одноканальной модели эквидистантного расположения полюсов с одинаковыми ширинами и вычетами S -матрицы получено явное аналитическое выражение, описывающее эволюцию распада составной системы. Любопытно, что для такой частной модели имеет место не одна запаздывающая стадия, а целый ряд кратковременных «импульсов» распада составного ядра, которые отстоят друг от друга на промежутки времени, равные времени цикла Пуанкаре, причем интенсивность каждого последующего «импульса» распада меньше предшествующего на множитель $\exp(-2\pi\Gamma_J/D_J)$.

7. КРАТКИЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Определение длительностей реакций на основе энергетической зависимости сечений. В [5, 84] был рассмотрен метод практического определения длительностей, исходя из данных по измеренным зави-

симостям сечений реакций от энергии в области $\Gamma_j < D_j$. В тех случаях, когда основной вклад в амплитуду и сечение двухчастичной реакции дает член с одним значением J (например, в области $k_j R \ll \ll 1$ ($J = 0$) или J -резонансов), выражений (17) и (18) совместно с соотношением унитарности (38) оказывается достаточно, чтобы, используя определение (15) длительности $\langle \Delta\tau_{ii}^{(j)} \rangle \approx \Delta\tau_{ii}^{(j)}$ при $\Delta E \ll \ll \Gamma_j < D_j$, выразить $|\Delta\tau_{ii}^{(j)}|$ через $k_i^2 \sigma_{ji}^{(j)}$ и $dk_i^2 \sigma_{ji}^{(j)} / dE$. Например, в области энергий ниже порога неупругих процессов, когда $\sigma_{ji}^{(j)} = 0$ при $j \neq i$,

$$|\Delta\tau_{ii}^{(j)}| = (\hbar/2) (dB_i^{(j)} / dE) [B_i^{(j)} (4 - B_i^{(j)})]^{1/2},$$

где $B_i^{(j)} = k_i^2 \sigma_{ii}^{(j)} / 4\pi (2J + 1)$, причем $0 \leq B_i^{(j)} \leq 4$.

В [5, 84] приведены результаты расчетов длительностей рассеяния нейтронов ядрами ^{12}C в области энергий 1—500 кэВ, ^{19}F (55—130 кэВ), ^{24}Mg (150—500 кэВ), ^{27}Al (10—60 кэВ) и ^{32}S (10—160 кэВ) на основе экспериментальных данных о сечениях, взятых из [85—89]. В нерезонансной области $\Delta\tau_{ii}^{(j)} \approx 10^{-21} - 10^{-20}$ с, а в области резонансных пиков $\Delta\tau_{ii}^{(j)} = 0,5 \cdot 10^{-19} \div 10^{-18}$ с. Детальный анализ кривых $\Delta\tau_{ii}^{(L)}(E)$ приведен в [5]. Следует отметить, что при таких расчетах $\Delta\tau_{ii}^{(j)}(E)$ требования к точности исходных экспериментальных данных по $\sigma_{ji}(E)$ повышены, поскольку расчеты включают операцию дифференцирования. Если бы условия эксперимента позволяли проводить измерения с разрешением $\Delta E < D_j$, то в принципе данный метод можно было бы применять и в области перекрывающихся резонансов, когда $\Gamma_j > D_j$.

Принципиальная возможность определения длительности на основе дифференциальных сечений реакций с двумя и тремя частицами в выходном канале рассмотрена в [5, 49, 84].

Определение длительности ядерной реакции на основе изучения флуктуаций сечения. В области $\Gamma_j \gg D_j$ можно воспользоваться анализом флуктуаций в сечениях реакций, обусловленных случайным характером распределения значений резонансных параметров.

Важной особенностью флуктуаций является существование корреляции между значениями амплитуды f для двух значений энергии, разделенных достаточно малым интервалом ϵ (когда в f значительный вклад вносит одна и та же группа уровней). Ее характеризуют коэффициентами автокорреляции амплитуд и сечений *

$$r(\epsilon) = [\langle f(E) f^*(E + \epsilon) \rangle - \langle f(E) \rangle \langle f^*(E + \epsilon) \rangle] / [\langle |f(E)|^2 \rangle - |\langle f(E) \rangle|^2]$$

и

$$R(\epsilon) = [\langle \sigma(E) \sigma(E + \epsilon) \rangle - \langle \sigma(E) \rangle \langle \sigma(E + \epsilon) \rangle] / [\langle \sigma^2(E) \rangle - \langle \sigma(E) \rangle^2].$$

* Для простоты ограничимся рассмотрением реакций с единственным значением J и индекс J опустим.

В теории Эриксона [90] $r(\epsilon) = [1 + i\epsilon/\Gamma_{\text{corr}}]^{-1}$, $R(\epsilon) = [1 + (\epsilon/\Gamma_{\text{corr}})^2]^{-1}$, причем интервал корреляции Γ_{corr} , который в [90] принимался равным полной ширине Γ , обычно связывали, используя соотношение (1), с характерным временем жизни составного ядра $\tau^c \sim \hbar/\Gamma_{\text{corr}}$.

В [71, 91] при моделировании ядерных матричных элементов, описывающих компаунд-переходы, методом случайных матриц с учетом условия унитарности S -матрицы, представляемой в виде $\hat{S} = (1 + i\hat{K})(1 - i\hat{K})^{-1}$, $K_{ji} = K_{ji}^{(0)} + \sum_k \gamma_{kj}\gamma_{ki}(E_k - i\Gamma_k/2 - E)^{-1} [\hat{K}^{(0)} - \text{«фононая» } K\text{-матрица, } \sum_j (\gamma_{kj})^2 = \Gamma_k]$, при условии $\Gamma \gg D$ было получено следующее выражение для коэффициента корреляции $R(\epsilon)$:

$$R_{ji}(\epsilon) = \frac{\langle \sigma_{ji}(E) \sigma_{ji}(E + \epsilon) \rangle - \langle \sigma_{ji}(E) \rangle^2}{\langle \sigma_{ji}^c(E) \rangle [\langle \sigma_{ji}^c(E) \rangle + 2\sigma_{ji}^d(E)]} = \frac{(\text{Tr } \hat{T})^2}{(\text{Tr } \hat{T})^2 + \epsilon^2 (2\pi/D)^2}, \quad (62)$$

где $\langle \sigma^{cji}(E) \rangle \sim \langle |S_{ji}^c(E)|^2 \rangle$; $\sigma_{ji}^d \sim \langle |S_{ji}|^2 \rangle$; $T_{ji} = \delta_{ji} - \sum_k \langle S_{jk} \rangle \langle S_{ki}^* \rangle$.

В соответствии с (62) интервал корреляции оказывается величиной порядка $\Gamma_{\text{corr}} \approx D \text{Tr } \hat{T}/2\pi$, а характерное время жизни составного ядра $\tau^c \approx 2\pi\hbar\rho/\text{Tr } \hat{T}$, что совпадает с (52). В [92] в рамках определенного обобщения K -матричной модели Вайскопфа — Вигнера и эйконоальной модели с использованием приближения равноправных каналов (т. е. $\langle |S_{ji}|^2 \rangle = 1/n$, $i, j = 1, 2, \dots, n$) был сделан вывод, что $\Gamma_{\text{corr}} \approx nD/2\pi$, откуда следует оценка $\tau^c \approx 2\pi\hbar/nD$, что совпадает с (54).

В [93] для одноканальных реакций и в [51] для многоканальных столкновений в области $\Gamma \gg nD/2\pi$ при использовании унитарного представления S -матрицы (37) в предположении статистически независимых уровней E_ν и шири Γ_ν было получено следующее выражение для $\hat{R}(\epsilon)$:

$$R_i(\epsilon) = \frac{\langle \sigma_i(E) \sigma_i(E + \epsilon) \rangle - \langle \sigma_i(E) \rangle^2}{\langle \sigma_i^2(E) \rangle - \langle \sigma_i(E) \rangle^2} = \cos\left(-\frac{2\pi\Gamma_\epsilon^2}{nD(\Gamma^2 + \epsilon^2)}\right) \exp\left(-\frac{2\pi\Gamma\epsilon^2}{nD(\Gamma^2 + \epsilon^2)}\right),$$

откуда также следует, что $\Gamma_{\text{corr}} \simeq nD/2\pi$ и $\tau^c \simeq 2\pi\hbar/nD$.

Трудности определения длительностей компаундных процессов на основе анализа флуктуаций в сечениях усугубляются тем обстоятельством, что определение Γ_{corr} возможно при условии, когда экспериментальное разрешение $\Delta_{\text{экс}}E$ бомбардирующих пучков частиц не превышает по порядку величины Γ_{corr} (подробнее по этому поводу — см. [94]). Более того, прямые измерения плотности уровней ρ в сечениях пока возможны только при ограничении $\Delta_{\text{экс}}E \ll \ll D$.

Измерение времен жизни составных ядер с помощью эффекта теней (блокировки). Поскольку этот метод уже описан детально в обзорной литературе (см., в частности, [94, 95], здесь остановимся на изложении только его сути и тех особенностей, которые требуются в свете результатов (50), (51), (60) в области сильно перекрывающихся резонансов.

Идея использования такого эффекта для измерения времен жизни составных ядер была впервые предложена Тулиновым [96] и в [97] и заключается в следующем. В процессе реакции составное ядро под действием импульса от падающей частицы смещается из узла решетки. Небольшие смещения источника конечных частиц сказываются на форме теней в угловых распределениях. Если же составное ядро перед распадом успеет сместиться на расстояние, значительно большее амплитуды колебаний ядер, эффект расстроится и картина теней практически исчезнет.

Ясно, что диапазон измеримых времен существенно зависит от скорости, приобретенной составным ядром, т. е. в конечном счете от энергии первичных частиц и масс ядер мишени. Оценки, приведенные в [94] для различных первичных частиц от протонов до ионов ^{40}Ag с энергией порядка кулоновского барьера слияния и ядер со средними и большими массовыми числами, показали, что такой метод позволяет в принципе измерять времена жизни в диапазоне $10^{-15} - 10^{-18}$ с.

Согласно [98, 99], относительная интенсивность χ_{ji} вылетающих частиц в области теней при малых смещениях ядер описывается выражением:

$$\chi_{ji} = (C / \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle) \int_0^{\infty} P_{ji}(\tau / \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle) \ln [1 - (V_{\perp}^{(i)})^2 \tau^2 / r_0^2]^{-1} d\tau \approx \approx 2C\pi N d (V_{\perp}^{(i)} \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle)^2, \quad (63)$$

где множитель C связан с приближением непрерывного потенциала цепочки атомов (при смещениях составных ядер, малых по сравнению с расстоянием между цепочками атомов, $C \approx 2 \div 3$; с увеличением смещения ядер значение уменьшается до 1); $P(\tau / \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle)$ — вероятность распада составного ядра по определенному каналу реакции ($i \rightarrow j$) в момент τ после его образования; $V_{\perp}^{(i)}$ — нормальная к кристаллографической оси компонента скорости смещения составного ядра; $r_0 = [\pi N d]^{-1/2}$; N — плотность атомов в кристалле; d — расстояние между атомами вдоль кристаллографической оси. При переходе к правой части (63) используется экспоненциальный закон распада $P(\tau / \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle) = \exp(-\tau / \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle)$, когда $\langle (\Delta \tau_{ji}^c)^2 \rangle = 2 \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle^2$, и разложение логарифмической функции в ряд по степеням $(V_{\perp}^{(i)} \langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle)^2 / r_0^2$.

Отметим, что определение длительности $\langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle$ на основе выражения (70) или более сложных выражений в области теней связано,

кроме всего прочего, и с использованием теоремы Эренфеста в форме $\langle \Delta x \rangle = \langle v_{\perp}^{(i)} \rangle \tau$.

По данным результатов измерений, опубликованных в [94, 100—113], времена протекания реакций деления ядер ^{235}U , ^{238}U под действием нейтронов, протонов и легких ионов (^2H , ^3He , ^4He) с энергиями в области 0,2—50 МэВ и рассеяния протонов энергии 5—7 МэВ ядрами Ni и Ge принимают значения 10^{-17} — 10^{-15} с, а реакций деления ядер Ta, W и U под действием тяжелых ионов (^{12}C , ^{16}O , ^{20}Ne , ^{22}Ne) с энергиями 80—200 МэВ — в интервале 10^{-18} — 10^{-17} с. В [114] показано, что неэкспоненциальность формы закона распада в области (29) приводит к необходимости корректировки (63) и, следовательно, получаемых результатов для $\langle \Delta \tau_{ji}^c \rangle$. Действительно, поскольку в этом случае имеет место соотношение (61), в правой части (63) следует вычеркнуть множитель 2. Такую же поправку по той же причине надо вводить и в области (32).

Измерение времен жизни составных ядер с помощью рентгеновской спектроскопии. Еще в [115] было предложено использовать рентгеновское излучение, сопровождающее перестройку электронной оболочки атома, в качестве «часов» для измерения времени жизни составного ядра, образующегося при столкновении заряженной частицы с атомом. В [116] изложены принципиальные основы метода и описаны первые эксперименты такого рода. Время жизни τ^K образующейся вакансии в K -оболочке можно определить из измерения естественной ширины линии рентгеновского излучения. В соответствии с данными рентгеновской спектроскопии, приведенными в [116], при изменении атомного номера Z в интервале от 20 до 90 время τ^K изменяется от $5 \cdot 10^{-16}$ до $\sim 5 \cdot 10^{-18}$ с. Отсюда ясно, что время заполнения электронной вакансии сравнимо с временем жизни составного ядра τ^c . Если $\tau^K \ll \tau^c$, вакансия заполняется еще в электронной оболочке составного ядра. Если $\tau^K \gg \tau^c$, вакансия заполняется уже в оболочке конечного ядра. Если же $\tau^K \sim \tau^c$, заполнение вакансии происходит одновременно с распадом составного ядра. Поскольку при испускании заряженных конечных частиц составные и конечные ядра различаются атомными номерами, рентгеновские линии, сопровождающие заполнение вакансии, имеют разные энергии. Это обстоятельство позволяет определить время жизни составного ядра при измерении рентгеновского спектра в совпадении с конечными частицами ядерной реакции.

В [116, 117] τ^c в предположении экспоненциальной формы закона распада атомных и ядерных состояний и $\tau^c \ll \tau^K$ определялось на основе выражения типа $\tau^K/\tau^c = (J_p J_{r,el}^t / J_r^c J_{p,el}) r_{in}^K - 1$, где J_p и $J_{p,el}$ — интенсивности регистрируемых конечных частиц для исследуемой реакции и для упругого рассеяния соответственно; J_r^c и $J_{r,el}^t$ — интенсивности рентгеновского излучения K -оболочкой составного атома в совпадении с продуктами ядерной реакции и атома мишени в совпадении с упруго рассеянными частицами соответственно; $r_{in}^K = p_{in}^K/p^K$ (p_{in}^K и p^K — вероятности ионизации K -оболочки

в процессе упругого рассеяния и исследуемой реакции соответственно).

Хотя основной принцип метода довольно прост, при практических измерениях возникают большие экспериментальные трудности, а точность измерений еще невелика.

В [116] были определены времена жизни состояний составного ядра ^{107}In с энергиями возбуждения 13,6 и 15,6 МэВ, образующихся в реакции $^{106}\text{Cd}(p, p')$ при энергии протонов 10 и 12 МэВ. Их значения оказались соответственно равными $(6,5 \pm 5) \cdot 10^{-17}$ с и $(5 \pm 2,5) \cdot 10^{-17}$ с. В [117] подобный метод был применен для измерения средних ширин Γ (а точнее, Γ_{corr}) состояний составного ядра ^{113}Sb с энергиями возбуждения 10,1; 13 и 15 МэВ, образующихся в реакциях $^{112}\text{Sn}(p, p)$ и $^{112}\text{Sn}(p, p')$ при энергиях протонов 7, 138; 10 и 12 МэВ соответственно. В результате были получены значения $\Gamma \geq 3,9$ эВ, $(16,5 \pm 15,1)$ эВ и $(19,1 \pm 11,1)$ эВ соответственно, которым отвечают значения τ^c порядка $\leq 1,8 \cdot 10^{-16}$, $4,2 \cdot 10^{-17}$ и $3,6 \cdot 10^{-17}$ с. При этом в [117] оговаривалось, что в области сильно перекрывающихся резонансов, как это имеет место для данных по ^{107}In и ^{113}Sb (в этих случаях оценки на основе ядерной модели ферми-газа дают $\Gamma/D \sim 10^4$), величина Γ в соответствии с [117, 118] должна фактически иметь смысл интервала корреляции эриксонских флуктуаций.

Метод рентгеновской спектроскопии применялся также для измерения времени жизни ядер ^{69}As [119] и ^{73}Br [120], нестабильных по отношению к протонному распаду и образующихся при электронном захвате ядер ^{69}Se и ^{73}Kr соответственно. Этот же метод можно в принципе использовать и для определения длительностей реакций тяжелых ионов с ядрами.

В [118] дан квантовомеханический анализ процесса взаимодействия налетающего протона с ядром и электронной оболочкой атома мишени. Вычисление отношения R интенсивностей рентгеновского излучения до него и после распада составного ядра в случаях как изолированного компаунд-резонанса, так и сильно перекрывающихся резонансов привело к результату

$$R \approx \Gamma_{Z+1}^K / (\Gamma_{Z+1}^K + 2\Gamma_{\text{corr}}),$$

где Γ_{Z+1}^K — ширина линии рентгеновского излучения, сопровождающего заполнение вакансий K -оболочки атома с атомным номером $Z + 1$.

Измерения длительностей ядерных реакций с помощью эффекта интерференции тормозного излучения заряженных частиц. Суть этого метода изложена в [121, 122]. В процессе рассеяния заряженной частицы ядром возникает эмиссия тормозного излучения. Одна из компонент амплитуды эмиссии тормозного излучения возникает в связи с прекращением тока, отвечающего падающей частице, другая обусловлена возникновением тока, отвечающего вылетающей

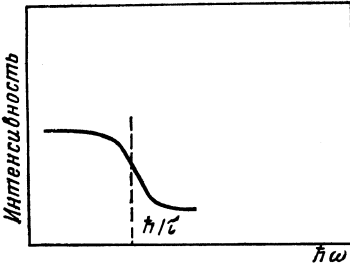


Рис. 1. Качественный вид тормозного излучения

частице. Эта амплитуда зависит от заряда и скорости частиц, от угла рассеяния, от угла испускания тормозного излучения, а также от времени протекания реакции τ . Зависимость от τ приводит к интерференционному члену двух компонент с характерным множителем $\exp(i\omega\tau)$ (ω — частота излучения). При малых значениях $\omega\tau$ обе компоненты взаимодействуют когерентно (усиливают или подавляют друг друга в зависимости от углов рассеяния частицы и испускания тормозного излучения), давая в результате обычный тормозной спектр. С увеличением $\omega\tau$ взаимодействие между компонентами изменяется. Таким образом, эффект может быть наблюдаем для той части спектра, где $\omega\tau \sim 1$. Такая картина наблюдается, когда или падающая, или вылетающая частица не заряжена, или они обе не заряжены, поскольку ядро отдачи заряжено.

На рис. 1 приведен спектр тормозного излучения для случая, когда углы рассеяния и испускания тормозного излучения таковы, что две компоненты без временной задержки усиливают друг друга. Отсюда ясно, что измерение формы спектра тормозного излучения в области $\omega\tau \sim 1$ может дать информацию о времени τ .

В [123] в рамках квантовомеханического стационарного описания процесса тормозного излучения было получено следующее выражение для дифференциального сечения тормозного излучения в процессе упругого рассеяния протона:

$$\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \Omega_\gamma \partial \Omega_f \partial \epsilon_\gamma} \simeq \frac{\alpha}{(2\pi)^2} (1 - Z/A)^2 \frac{p^2}{\epsilon_\gamma} [(\hat{k}_\gamma \times \hat{p}_f)^2 |f(\epsilon_f)|^2 + (\hat{k}_\gamma \times p_i)^2 |f(\epsilon_i)|^2 - 2(\hat{k}_\gamma \times \hat{p}_f)(\hat{k}_\gamma \times \hat{p}_i) \operatorname{Re} f^*(\epsilon_i) f(\epsilon_f)], \quad (64)$$

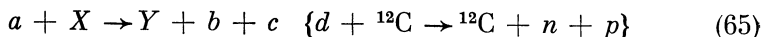
где α — постоянная тонкой структуры; $\mathbf{p}_{f,i} = \hat{\mathbf{p}}_{f,i} p$ — вектор импульса относительного движения протона и ядра-мишени, ϵ_γ — энергия излучаемого фотона; ϵ_i — энергия налетающего протона; $\epsilon_f = \epsilon_i - \epsilon_\gamma$; $\hat{\mathbf{k}}_\gamma = c\mathbf{k}_\gamma/\epsilon_\gamma$ (\mathbf{k}_γ — импульс фотона); $f(\epsilon)$ — амплитуда упругого рассеяния протона; $\partial \Omega_\gamma$ и $\partial \Omega_f$ — элементы телесных углов, характеризующих направление вылета фотона и рассеянного протона соответственно. Выражение (64) получено в приближении $k_\gamma R \ll 1$ (R — радиус ядра-мишени). В случае рассеяния нейтрона в выражении (64) следует заменить множитель $(1 - Z/A)^2$ на $(Z/A)^2$. Разность фаз амплитуд $f(\epsilon_i)$ и $f(\epsilon_f)$ в последнем, интерференционном члене (64) зависит от времени протекания ядерной реакции.

Различные аспекты теоретического описания спектра тормозного излучения, его зависимости от коэффициента корреляций при наличии эрксонских флуктуаций и от времени протекания ядерной

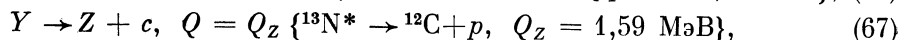
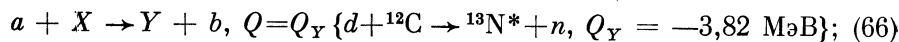
реакции рассматривались также в [124—127]. Экспериментальные возможности метода и первые результаты измерений времен протекания ядерных реакций рассмотрены в [128—131]. Согласно [129—131] время задержки в процессе упругого рассеяния протонов с энергией $\sim 1,7$ МэВ ядрами ^{12}C , измеренное таким методом, оказалось равным $\sim 10^{-20}$ с.

Измерения времени жизни составных ядер с помощью эффекта «окрестностного рассеяния». В [132] был предложен метод измерения времен жизни составных ядер $\geq 10^{-20}$ с, основанный на учете эффекта «окрестностного рассеяния» (перерассеяния) двух вылетающих частиц в области, удаленной от конечного ядра. Сущность метода можно легко понять в рамках следующего простого квазиклассического рассмотрения [133], совпадающего в основных чертах с [132].

Рассмотрим реакцию



(в фигурных скобках будем записывать конкретные данные измерений, описанных в [133]). Предположим, что реакция (65) проходит через две такие стадии:



где Y — промежуточное составное ядро, распадающееся за время τ^Y , большое по сравнению с временем пролета каждой из частиц через область ее взаимодействия с любой другой частицей; Q — теплота реакции.

Если частицы b и c вылетают в одном направлении и скорость v_c частицы c больше скорости v_b частицы b , то частица c может догнать частицу b на расстоянии D_{bc} от ядра Z , что приведет к их «окрестностному рассеянию» друг другом. Обозначив τ_0 промежуток времени между моментом вылета частицы b и началом процесса окрестностного рассеяния, а τ — интервал времени между моментами вылета частиц b и c , легко видеть, что $D_{bc} = v_b \tau_0 = v_c (\tau_0 - \tau)$, откуда, исключая τ_0 , находим:

$$D_{bc} = \frac{v_b v_c}{v_b - v_c} \tau \{340 \text{ фм}\}. \quad (68)$$

Полагая распределение вылетающих частиц c по отношению к v_b изотропным, вероятность W возникновения процесса окрестностного рассеяния можно описать выражением

$$W \approx \frac{\sigma(\epsilon_{bc}^{(Y)})}{4\pi D_{bc}^2} = \frac{\sigma(\epsilon_{bc}^{(Y)})}{4\pi} \left(\frac{v_b - v_c}{v_b v_c} \right)^2 \frac{1}{\tau^2} \{9 \cdot 10^{-4}\}, \quad (69)$$

где $\sigma(\epsilon_{bc}^{(Y)})$ — интегральное сечение рассеяния частиц b и c друг другом в системе покоя ядра Y ;

$$\epsilon_{bc}^{(Y)} = \frac{1}{2} \frac{m_b m_c}{m_b + m_c} (v_b - v_c)^2 \{0,04 \text{ МэВ}\}.$$

Разумеется, такое квазиклассическое описание явно упрощено и было использовано только в качестве начального приближения к квантовомеханической картине процесса перерасеяния. На основе этого подхода в [133] была предложена и опробована следующая схема измерения τ . Измеряются энергетические спектры частиц b и c с помощью двух детекторов, работающих в режиме совпадений. Из этих спектров вычисляются скорости v_b и v_c . Измеряется также доля W частиц, испытавших «окрестностное рассеяние» (см. ниже). Если сечение $\sigma(\epsilon_{bc})$ известно из других экспериментов, можно, исходя из (69), определить τ (или, вернее, $\langle \tau^Y \rangle$).

Вследствие окрестностного рассеяния изменяются кинетические энергии частиц b и c , принимая значения ϵ'_b и ϵ'_c в следующих интервалах: $\epsilon_b^{(Y)} < \epsilon'_b < (\epsilon_b^{(Y)})_{\max}$ и $(\epsilon_c^{(Y)})_{\min} < \epsilon'_c < \epsilon_c^{(Y)}$, где

$$(\epsilon_b^{(Y)})_{\max} = \frac{1}{2} m_b \left[\frac{(m_b - m_c) v_b + 2m_c v_c}{m_b + m_c} \right]^2 \{0,85 \dots 1,47 \text{ МэВ}\};$$

$$(\epsilon_c^{(Y)})_{\min} = \frac{1}{2} m_c \left[\frac{(m_c - m_b) v_c + 2m_b v_b}{m_b + m_c} \right]^2 \{1,47 \dots 0,85 \text{ МэВ}\}.$$

В пренебрежении конечными размерами частиц (пакетов) можно получить следующее выражение для максимального угла (в Y -системе) между направлениями вылета частиц b и c после процесса окрестностного рассеяния

$$(\theta_{bc}^{(Y)})_{\max} = \arcsin \frac{(v_c - v_b)(m_b v_b + m_c v_c)}{2(\epsilon_b^{(Y)} + \epsilon_c^{(Y)})} \{15^\circ\}.$$

В экспериментальной аппаратуре, описанной в [133], измерялся спектр частиц b и c в направлениях θ_b , Φ_b и θ_c , Φ_c двумя детекторами, работающими в режиме совпадений. В спектре следовало найти сравнительно узкую линию интенсивности I^0 при энергии, соответствующей $\epsilon_b^{(Y)}$ или $\epsilon_c^{(Y)}$. Ширина этой линии определяется величиной $\Gamma = \hbar / \langle \tau^Y \rangle$ и экспериментальным разрешением. При $\theta_{bc}^{(Y)} < (\theta_{bc}^{(Y)})_{\max}$ следует ожидать непрерывного расширения этой линии вплоть до энергий $(\epsilon_b^{(Y)})_{\max}$ или $(\epsilon_c^{(Y)})_{\max}$ (см. далее рис. 4).

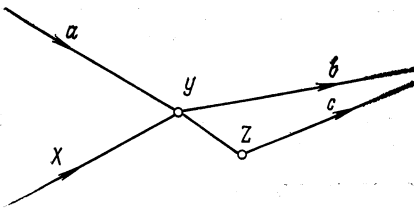


Рис. 2. Двухстадийный распад без окрестностного рассеяния

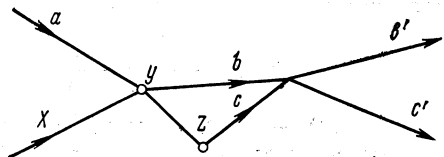


Рис. 3. Двухстадийный распад с окрестностным рассеянием

Рис. 4. Дифференциальное сечение $\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \Omega_n \partial \Omega_p \partial \epsilon_p}$ (в относительных единицах): сплошная кривая описывает теоретические значения для $\langle \tau^Y \rangle = 0,7 \cdot 10^{-20}$ с; пунктирная построена в пренебрежении процессом окрестностного рассеяния

Интенсивность I^N такого непрерывного расширения должна удовлетворять соотношению

$$\int_{[\theta_{bc} < (\theta_{bc})_{\text{макс}}]} I^N d\Omega = 4\pi W I^0.$$

Общее сечение реакции (65) в [133] рассчитывалось приближенно с учетом интерференции амплитуд, отвечающих диаграммам, изображенным на рис. 2 и 3.

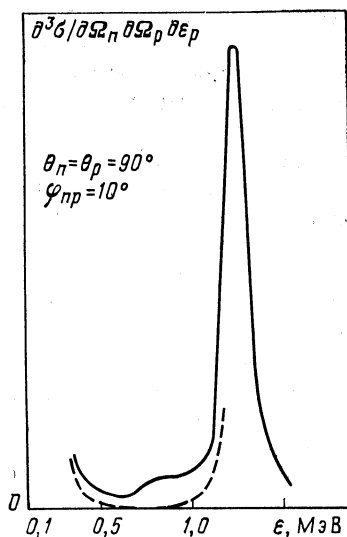
На рис. 4 представлены результаты таких расчетов в сопоставлении с экспериментальными данными для энергий дейтронов 5,39 МэВ при одном выбранном значении набора углов θ_n, θ_p и $\varphi_{np} = \phi_n - \phi_p$, учитывался при этом такой двухстадийный распад: $^{12}\text{C} + d \rightarrow ^{13}\text{N}^* (3,5 \text{ МэВ}) + n, ^{13}\text{N}^* \rightarrow ^{12}\text{C} + p$. Возбужденное ядро $^{13}\text{N}^*$ имеет два уровня с энергиями 3,51 МэВ ($\Gamma = 55 \text{ кэВ}$) и 3,56 МэВ ($\Gamma = 61 \text{ кэВ}$), которые в данном эксперименте не были достаточно хорошо разделены и рассматривались как один резонанс.

Наилучшее согласие расчетов с экспериментальными данными было получено при $\langle \tau^Y \rangle = (0,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-20}$ с. На рис. 4 можно заметить появление выступа, характерного для процесса окрестностного рассеяния и определяемого кинематическим допустимым переданным импульсом [133, 134].

Однако анализ, проведенный в [133], является слишком упрощенным и требует значительного уточнения и заметного усложнения в случае большого числа тесно расположенных компаунд-резонансов. Поэтому представляет интерес другой тип эксперимента — измерение зависимости угловой корреляции частиц b и c в области малых углов $\theta_{bc} = \theta_b - \theta_c$ от $\langle \tau^Y \rangle$. Впервые этот эффект в упрощенном виде рассмотрен в [132]. В [5, 49] дан его более полный квантовомеханический анализ.

8. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ В ОБЛАСТИ СИЛЬНО ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ РЕЗОНАНСОВ — ПРИНЦИПАЛЬНО НОВЫЙ ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ О СВОЙСТВАХ КОМПАУНД-СОСТОЯНИЙ

Еще в [135] было указано на то, что анализ эволюции распада составного ядра на основе эксперимента с использованием эффекта теней в области слабого перекрытия резонансов ($\Gamma \ll D$) может



дать определенную информацию о средних парциальных ширинах, а также с учетом данных по силовым функциям и о плотности уровней составного ядра. В [105, 106, 136] результаты исследования распада составных ядер, образующихся в процессе рассеяния протонов ядрами M_0 в области энергий 5,89, 6,09 и 6,55 МэВ, ^{58}Ni в области энергий 5,65 и 6,50 МэВ и $^{70}, ^{72}, ^{74}\text{Ge}$ в области энергий 5,035, 5,110 МэВ, были использованы для получения информации о средней ширине компаунд-резонансов.

Третье из соотношений (50) и правило сумм (51) дают принципиально простую возможность извлечения информации о плотности резонансов, которую нельзя получить из данных только по сечениям в области сильно перекрывающихся резонансов [137].

Действительно, усредненные сечения $\langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \theta_j) \rangle$ можно рассчитать в рамках оптико-статистического анализа. Для этого, в частности, можно воспользоваться статистической моделью Хаузера-Фешбаха компаундных процессов с привлечением оптической модели упругого рассеяния или метода связанных каналов (обобщенной оптической модели) упругого и неупругого рассеяния для расчета $T_j^{(J)}$. Определив таким образом $\langle \sigma_{ji}^{c(J)}(E, \theta_j) \rangle$, можно на основе данных измерений $\langle \Delta\tau_{ji}^c(E, \theta_j) \rangle$ и третьего из соотношений (53) путем простых приемов решения системы линейных алгебраических уравнений вычислить $\langle \Delta\tau_{ji}^{c(J)}(E) \rangle$. Затем, используя правило сумм (51), можно прямо вычислить D_J , т. е. плотность компаунд-резонансов. Для этого требуется, конечно, достаточно полный набор $\langle \Delta\tau_{ji}^c(E, \theta_j) \rangle$ для всех открытых каналов и различных значений углов θ_j . Число последних достаточно выбрать равным конечному числу реально учитываемых значений J . Этот метод определения плотности сильно перекрывающихся резонансов, в свою очередь, может послужить ориентацией для измерений $\langle \tau_{ji}^c(E, \theta_j) \rangle$ с целью обеспечить требуемую полноту набора данных.

Более того, используя оптическую модель (или метод связанных каналов), можно вычислить с помощью теоремы Мольдауэра — Симониуса [79]

$$|\det(\hat{S}^{(J)})| = \exp(-\pi\Gamma_J/D_J) \quad \text{или} \quad \prod_{j=1}^n |\langle S_{jj}^{(J)} \rangle| \simeq \exp(-\pi\Gamma_J/D_J)$$

и средние ширины Γ_J сильно перекрывающихся резонансов.

Такой метод определения D_J и Γ_J применим не только в области (29), но и при более высоких энергиях в области (32). Поскольку в последнем случае $\langle \Delta\tau_{ji}^{c(J)} \rangle$ определяются с помощью интегральных соотношений типа (33) и (45) функциями $D_J(E)$ и $\Gamma_J(E)$, в расчетах необходимо использовать модели, описывающие такие функции в достаточно широком диапазоне энергий.

9. ВЫВОДЫ

Представленный обзор позволяет сделать следующие выводы:

1. Время является наблюдаемой в квантовой механике. Эрмитов оператор времени эволюции квантовой системы канонически сопряжен самосопряженному оператору энергии системы.

2. Получены общие выражения для средних длительностей и дисперсий длительностей практически всех типов столкновений и ядерных реакций.

3. Современное состояние исследований длительностей и эволюции ядерных реакций и распадов имеет вполне надежный теоретический фундамент и однозначно указывает на возможность получать новую информацию о свойствах квантовых систем.

В заключение сформулируем некоторые проблемы, которые представляются важными и перспективными для дальнейшего развития исследований длительностей и эволюции процессов столкновений, а также для извлечения новой информации о свойствах ядерных составных систем с помощью анализа длительностей и эволюции ядерных реакций:

1. Исследование корреляций зависимостей $\Delta\tau_{ji}^{(j)}(E)$, $\tilde{S}_{ji}^{(j)}(E)$ и $D_j(E)$ в разных областях энергий на основе обобщения теоремы Левинсона для многоканального рассеяния.

2. Обобщение выражений (50) и (51) для длительностей в области перекрывающихся резонансов в случае каналов с тремя и более частицами в континууме. Для каналов с N частицами в континууме ($N > 2$) индекс j канала должен характеризовать помимо соответствующего набора дискретных квантовых чисел (j_0) непрерывные компоненты $N - 2$ векторов импульсов относительного движения частиц. Обозначая последние символом Q , можно записать $j = \{j_0, Q\}$. Если для начала ограничиться предельно упрощенной задачей и предположить ту же структуру представления (37), полагая элементы $\hat{U}_{ji}^{(j)}$, $(\hat{P}_v^{(j)})_{ji}$ и $S_{ji}^{(j)}$ одинаковыми для разных допустимых значений Q (при одних и тех же наборах дискретных квантовых чисел), то результаты (50) — (61), полученные для двухчастичных реакций, сохраняют свой вид и смысл для каналов с произвольным числом частиц в континууме. Только при этом при подсчете числа каналов n следует под «каналом» понимать набор сталкивающихся или разлетающихся частиц с определенными энергетическими уровнями гамильтонианов их внутреннего движения.

3. Дальнейшие исследования дисперсий длительностей и эволюции распада составных ядер в области перекрывающихся резонансов. В частности, интересно было бы выяснить, в каких реально встречающихся случаях неприменимо приближение $|\partial |S_{ji}^c|/\partial E| \ll \partial \arg S_{ji}^c/\partial E$. Явный интерес представляют исследования вне рамок приближений, рассмотренных в разд. 6.

4. Поиск и разработки новых методов измерения длительностей и эволюции ядерных реакций. Например, в [138] предложено исполь-

зовать эффект осцилляций энергетического спектра δ -электронов, сопровождающих ядерную реакцию глубоконеупругого взаимодействия сложных ядер. Такого рода эффект дает принципиальную возможность измерения времен протекания ядерных реакций $\gtrsim 10^{-21}$ с*. Интересный вариант применения эффекта перерасеяния в кулоновских полях взаимодействующих осколков деления для определения времени жизни делящегося продукта реакции дан в [139]. Более того, до сих пор не изучены возможности использования эффекта резонансного перехода нуклонов и кластеров между эквивалентными состояниями ядер, предложенного еще в [140].

5. Поиски экспериментальных возможностей измерения длительностей пороговых состояний и рассеяния нейтронов и, возможно, γ -квантов.

6. Экспериментальные исследования отклонений от экспоненциальной формы закона распада ядерных состояний. Начало таких исследований уже положено в [141, 142].

Приложение А

Вывод соотношения неопределенностей энергии и времени

Определим дисперсии $\mathcal{Z}t = \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{t} - \langle t \rangle)^2 \varphi^* \varphi dt = \int_0^{\infty} g^* (\hat{t} - \langle t \rangle)^2 g dE =$
 $= (g, (\hat{t} - \langle t \rangle)^2 g) = \| (\hat{t} - \langle t \rangle) g \|^2$ и $\mathcal{Z}E = \| (\hat{E} - \langle E \rangle) g \|^2$ и выберем в качестве мер неопределенностей величин t и E среднеквадратичные флуктуации $\Delta t = \sqrt{\mathcal{Z}t}$ и $\Delta E = \sqrt{\mathcal{Z}E}$. В соответствии с неравенством Шварца $|(f, g)| \leq \|f\| \|g\|$, где знак равенства выполняется только тогда, когда вектор f параллелен вектору g , т. е. $f = cg$, имеем:

$$\Delta E \Delta t \geq |(\hat{E} - \langle E \rangle) g, [\hat{t} - \langle t \rangle] g|.$$

Учитывая, что $|x| \geq |\operatorname{Im} x|$ и $\operatorname{Im}(f, g) = \{(f, g) - (g, f)\}/2i$, получаем:

$$\Delta E \Delta t \geq |\operatorname{Im} \{(\hat{E} - \langle E \rangle) g, [\hat{t} - \langle t \rangle] g\}| = \frac{1}{2} |(\hat{E}, \hat{t})| = \hbar/2$$

и т. д.

Для строго стационарных, связанных состояний, когда уровни энергии точно определены и $\Delta E = 0$, в соответствии с (1) $\Delta t = \infty$, т. е. время жизни состояния становится полностью неопределенным.

* Недавно появилась работа [143], в которой изложены первые результаты определения длительностей τ_c процессов глубоконеупругих столкновений ядер $U + U$ и $U + Cm$ с энергией в области 5,9 – 8,4 МэВ с помощью анализа экспериментальных спектров δ -электронов и позитронов, рожденных в этих процессах. Предварительные оценки дали значения $\tau_c \sim 10^{-21}$ с.

Выяснилось также, что выражение (14) для времени задержки оказывается справедливым и при более широком по сравнению с (13) условии, когда

$$| \langle |T_{ji}|^2 \partial \arg G_i / \partial v_i \rangle / \langle |T_{ji}|^2 \rangle - \langle \partial \arg G_i / \partial v_i \rangle \ll | \langle \Delta E \tau_i(E, \Omega_j) \rangle |.$$

Выражение (21) для дисперсии распределения длительностей столкновений тоже оказывается справедливым для широкого класса столкновений, когда изменением формы пакетов в процессе столкновений можно пренебречь.

Приложение Б

Приближенные собственные значения и приближенные ортонормированные собственные функции оператора времени

Воспользовавшись примером, приведенным в третьей ссылке [2], можно задать следующие приближенные собственные значения и собственные функции операторов \hat{t} и \hat{t}^2

$$\hat{t}\varphi_t^{\delta, \eta}(E) \approx t\varphi_t^{\delta, \eta}(E); \tag{B1}$$

$$\hat{t}^2\varphi_t^{\delta, \eta}(E) \approx t^2\varphi_t^{\delta, \eta}(E), \tag{B2}$$

где

$$\varphi_t^{\delta, \eta}(E) = C \exp(iEt/\hbar) f_{\delta}(E) g_{\eta}(E); \tag{B3}$$

C — произвольная константа; t — непрерывное вещественное собственное значение оператора \hat{t} ;

$$f_{\delta}(E) = 2 \frac{\sin \delta E/\hbar}{E/\hbar},$$

$$g_{\eta}(E) = \begin{cases} 3(E/\eta)^2 - 2(E/\eta)^3 & \text{при } 0 \leq E \leq \eta; \\ 1 & \text{при } \eta \leq E, \end{cases}$$

δ — положительный параметр, описывающий ширину волнового пакета, составленного из функций $\exp(iEt/\hbar)$; предел последовательности функций $g_{\eta}(E)$ при $\eta \rightarrow 0$ представляет собой обобщенную функцию $\theta(E)$. Как легко убедиться прямым вычислением левых частей выражений (B1) и (B2), функции $\varphi_t^{\delta, \eta}(E)$ тем точнее аппроксимируют собственные функции операторов \hat{t} и \hat{t}^2 и тем точнее ортогональны друг другу при равных t , чем лучше выполняются соотношения

$$\delta/t \ll (\delta\eta/\hbar)^{1/2} \ll 1 \tag{B4}$$

и

$$(\delta/t)^2 \ll (\delta\eta/\hbar)^{3/2} \tag{B5}$$

при $\delta \rightarrow 0$ и $\eta \rightarrow 0$. Далее, при $\delta \rightarrow 0$ и $\eta \rightarrow 0$ и выполнении условия (B4) дисперсия

$$\mathcal{D}t = \langle \varphi_t^{\delta, \eta} | \hat{t}^2 | \varphi_t^{\delta, \eta} \rangle - |\langle \varphi_t^{\delta, \eta} | \hat{t} | \varphi_t^{\delta, \eta} \rangle|^2$$

в состоянии $\varphi_t^{\delta, \eta}$ стремится к 0. Константу C можно выбрать такой, чтобы норма $\|\varphi_t^{\delta, \eta}(E)\|$ равнялась единице.

Отметим, что функция (B3) отличается от простых волновых пакетов вида

$$\varphi_t^{\delta}(E) = 2C \exp(iEt/\hbar) f_{\delta}(E),$$

типичных для «собственных дифференциалов» в непрерывном спектре линейных самосопряженных операторов [34], только наличием множителя

$$g_{\eta}(E) \rightarrow \theta(E).$$

Аналогично можно сконструировать приближенные собственные значения и собственные функции других максимальных симметрических операторов: оператора импульса $-i\hbar \partial/\partial x$ в полупространстве с жесткой стенкой при $x = 0$ ($0 < x < \infty$), оператора радиального импульса $-i\hbar (\partial/\partial r + 1/r)$ ($0 < r < \infty$) и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pauli W.— In: Handbuch der Physik. Berlin, 1958, p. 60.
 2. Engelman F., Fick E.— Nuovo cimento, 1959, Suppl. al. v. 12, № 1, p. 63; Z. Phys., 1963, v. 175, p. 271; 1964, v. 178, p. 551.

3. Ольховский В. С.— Укр. физ. журн., 1973, т. 18, с. 1910.
4. Olkhovsky V. S. e.a.— Nuovo cimento, 1974, v. A22, p. 263.
5. Ольховский В. С. Препринт КИЯИ-81-3, Киев, 1981.
6. Мандельштам Л. И., Тамм И. Е.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1945, т. 9, с. 122.
7. Крылов Н. С., Фок В. А.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1947, т. 17, с. 93; Фок В. А. Там же, 1962, т. 42, с. 1135.
8. Bayard R.— J. Math. and Phys., 1965, v. 6, p. 1057.
9. Shirokov M. I. Preprint JINR, E-2478, Dubna, 1965.
10. Lippmann V. A.— Phys. Rev., 1966, v. 151, p. 1023.
11. Razavy M.— Nuovo cimento, 1969, v. B63, p. 271.
12. Gien T. T.— Canad. J. Phys., 1969, v. 47, p. 278; 1970, v. 48, p. 639.
13. Rosenbaum D. M.— J. Math. and Phys., 1969, v. 10, p. 1127.
14. Alcock G. R.— Ann. Phys., 1969, v. 53, p. 253.
15. Baldo M., Recami E.— Nuovo cimento, 1969, v. 2, p. 643.
16. Fujiwara I.— Progr. Theor. Phys., 1979, v. 62, p. 1179; 1980, v. 64, p. 18.
17. Goto T. e.a.— Ibid., 1980, v. 64, p. 1; Goto T. e.a.— Ibid., 1981, v. 66, p. 1525, 1915.
18. Smith F. T.— Phys. Rev., 1960, v. 118, p. 349; v. 119, p. 2098; J. Chem. Phys., 1962, v. 36, p. 254.
19. Бязь А. И.— Ядерная физика, 1967, т. 5, с. 229; в сб.: Физика атомного ядра (Материалы XIII Зимней школы ЛИЯФ). Л., 1978, с. 5.
20. Рыбаченко В. Ф.— Ядерная физика, 1967, т. 5, с. 685.
21. Wigner E.— Phys. Rev., 1955, v. 98, p. 145.
22. Бом Д. Квантовая теория. М.: Наука, 1965.
23. Goldberger M. L., Watson K. M.— Phys. Rev., 1962, v. 127, p. 2284.
24. Ольховский В. С.— Вісник Київського держ. університету, 1967, № 8, с. 68; Укр. физ. журн., 1968, т. 13, с. 143.
25. Jauch J. M., Marchand J. P.— Helv. Phys. Acta, 1967, v. 40, p. 217.
26. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений: Пер. с англ. М., Мир, 1967.
27. Nussenzweig H. M.— Phys. Rev., 1972, v. D6, p. 1534.
28. Martin A.— Acta Phys. Austr., Suppl., 1981, v. 23, p. 157.
29. Ohmura T.— Progr. Theoret. Phys., Suppl., 1964, v. 12, № 29, p. 108.
30. Fong R.— Phys. Rev., 1965, v. B140, p. 762.
31. Olkhovsky V. S.— Nuovo cimento, 1967, v. 48, p. 178.
32. Olkhovsky V. S.— Ibid., 1971, v. A4, p. 605.
33. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966.
34. Давыдов А. С. Квантовая механика. М.: Наука, 1973.
35. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
36. Наймарк М. А.— Изв. АН СССР. Сер. матем., 1940, т. 4, с. 277.
37. Nowicki A. A.— Bull. Acad. Polon. sci. ser. math., astron. et phys., 1974, v. 22, p. 1069; Haba Z., Nowicki A. A.— Phys. Rev., 1976, v. D13, p. 523.
38. Bez H.— J. Phys., 1976, v. A9, p. 1045.
39. Recami E.— In: Proc. of XIII-th Winter School of Theor. Phys., Wrocław, v. 2, 1976, p. 253; in: The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics. London, 1977, p. 21.
40. Papp E.W.R.— In: The Unvertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics. London, 1977, p. 29.
41. Holevo A. S.— Repor. Math. Phys., 1978, v. 13, p. 379.
42. Холєво А. С. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980.
43. Olkhovsky V. S., Recami E.— Nuovo cimento, 1969, v. A63, p. 814.
44. Ольховский В. С. Общая теория взаимодействия нерелятивистских нейтронов с атомными ядрами. Киев; Изд-во Киевского гос. универс., 1972.
45. Bollé D., Osborn T. A.— Phys. Rev., 1976, v. D13, p. 299.
46. Froissart M., Goldberger M. L., Watson K. M.— Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 2820.

47. Olkhovsky V. S., Recami E.— *Nuovo cimento*, 1968, v. A53, p. 610.
48. Vedrinski R.— *Nuovo cimento*, 1967, v. B51, p. 487.
49. Ольховский В. С., Прокопец Г. А. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1980, т. 44, с. 1063.
50. Калоджеро Ф. Метод фазовых функций в теории потенциального рассеяния: Пер. с англ. М.: Мир, 1972.
51. Любошиц В. Л. Препринт ОИЯИ, РЧ-10618, Дубна, 1977; *Ядерная физика*, 1978, т. 27, с. 948.
52. Ольховский В. С.— *Теорет. и матем. физ.*, 1974, т. 20, с. 211.
53. Olkhovsky V. S., Zaichenko A. K.— *Nuovo cimento*, 1981, v. A63, p. 155.
54. Халфин Л. А.— Докл. АН СССР, 1956, т. 111, с. 345; *Журн. эксперим. и теорет. физ.*, 1957, т. 33, с. 1371.
55. Rosenfeld L.— *Nucl. Phys.*, 1965, v. 70, p. 1.
56. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971.
57. Arthur M. D. e.a.— *Nuovo cimento*, 1981, v. B63, p. 565.
58. Olkhovsky V. S. Preprint KINR-81-30, Kiev, 1981.
59. Tsang T. Y., Osborn T. A.— *Nucl. Phys.*, 1975, v. A247, p. 43.
60. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Статистическая физика. Ч. 1.* М.: Наука, 1976.
61. Kamal A. N., Kreuzer H. J.— *Canad. J. Phys.*, 1974, v. 52, p. 608.
62. Simonius M.— *Nucl. Phys.*, 1974, v. A218, p. 53.
63. Базь А. И.— Письма в ЖЭТФ, 1978, т. 27, с. 142.
64. Thomas R. G.— *Phys. Rev.*, 1955, v. 97, p. 224; Лейн А., Томас Р. Теория ядерных реакций при низких энергиях. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
65. Любошиц В. Л.— Письма в ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 32.
66. Фридман Ф., Вайскопф В.— В сб.: Нильс Бор и развитие физики: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1958, с. 177.
67. Mahaux C., Weidenmuller H. A. *Shell-model approach to nuclear reactions.* Amsterdam—London, 1969.
68. Weisskopf V. F.— *Helv. phys. Acta*, 1950, v. 23, p. 187.
69. Блатт Дж., Вайскопф В. *Теоретическая ядерная физика.* Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
70. Кадменский С. Г. и др.— В сб.: Тезисы докл. 32-го Совещ. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., 1982, с. 377.
71. Agassi D., Weidenmuller H. A., Mantzouranis G.— *Phys. Rept. C*, 1975, v. 22, p. 145.
72. Бунаков В. Е.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, с. 1285.
73. Зелигер Д., Сасонов С.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, с. 967.
74. Feshbach H., Kerman A. K., Koonin S. E.— *Ann. Physics*, 1980, v. 125, p. 429.
75. Friedman W. A.— *Phys. Rev.*, 1980, v. C22, p. 1.
76. Friedman W. A., Hussein M. S., McVoy K. W., Mello P. A.— *Phys. Rept. C*, 1981, v. 77, p. 47.
77. Шапиро И. С.— *Успехи физ. наук.*, 1967, т. 92, с. 549.
78. Mantzouranis G.— *Z. Phys.*, 1981, v. A301, p. 51.
79. Simonius M.— *Phys. Lett.*, 1974, v. B52, p. 279.
80. Bauer M., Mello P. A.— *J. Phys.*, 1979, v. G5, p. 199; Bauer M., Mello P. A., McVoy K. W.— *Z. Phys.*, 1979, v. A293, p. 151.
81. Mello P. A. e.a.— In: *Proc. of the Intern. on the Interaction of Neutrons with Nuclei.* Lowell, 1976, p. 495.
82. Ольховский В. С., Зайченко А. К.— В сб.: *Нейтронная физика. Ч. 1.* М.: ЦНИИатоминформ, 1980, с. 177.
83. Rosengaus E., Mello P. A., Bauer M.— *Amer. J. Phys.*, 1978, v. 46, p. 1170.
84. Ольховский В. С., Прокопец Г. А.— *Вісник Київського держ. університету*, 1967, № 8, с. 74; *Ядерная физика*, 1979, т. 30, с. 95; Изв. АН СССР. Сер. физ., 1980, т. 44, с. 1510.

85. Rae E.— In: Proc. of the Symposium held at Argonne National Laboratory. Argonne, Illinois, October 21—23, 1970, p. 505.
86. Singh V. N. e.a.— Phys. Rev., 1974, v. C10, p. 2147, 2150.
87. Singh V. N. e.a.— Ibid., 1975, v. C11, p. 1117.
88. Adair R. K. e.a.— Ibid., 1949, v. 76, p. 308.
89. Peterson R. E. e.a.— Ibid., 1950, v. 79, p. 593.
90. Ericson T.— Phys. Rev. Lett., 1960, v. 5, p. 430; Ann. Phys., 1963, v. 23, p. 390; Эрикссон Т., Майер-Куккук Т.— Успехи физ. наук, 1967, т. 92, с. 271.
91. Richert J., Simbel M. M., Weidenmuller H. A.— Z. Phys., 1975, v. A273, p. 195.
92. Hamer C. J.— Nucl. Phys., 1976, v. B105, p. 153.
93. Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И.— Ядерная физика, 1976, т. 24, с. 214.
94. Карамян С. А., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф.— ЭЧАЯ, 1973, т. 4, с. 456.
95. Yoshida S.— Ann. Rev. Nucl. Science, 1974, v. 24, p. 1.
96. Тулинов А. Ф.— Докл. АН СССР, 1965, т. 162, с. 546.
97. Gemmell D. S., Holland R. E.— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 14, p. 945.
98. Gibson W., Nielsen K.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. A180, p. 114.
99. Melikov Yu. V. e.a.— Nucl. Phys., 1972, v. A180, p. 241.
100. Воротников П. Е., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф. и др.— Ядерная физика, 1973, т. 17, с. 901.
101. Andersen J. U. e.a.— Nucl. Phys., 1975, v. A241, p. 295.
102. Andersen J. U. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 1539.
103. Vorotnikov P. E. e.a.— Nucl. Phys., 1977, v. A281, p. 295.
104. Бугров В. Н., Каманин В. В., Карамян С. А.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 713.
105. Kanter P. E. e.a.— Nucl. Phys., 1978, v. A299, p. 230.
106. Gibson W. M. e.a.— Ibid., 1979, v. A317, p. 313.
107. Бугров В. Н. и др. Препринт ОИЯИ P15-12894. Дубна, 1979.
108. Воротников П. Е., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1980, т. 44, с. 99.
109. Меликов Ю. В. и др.— Ядерная физика, 1980, т. 32, с. 907.
110. Бугров В. Н. и др.— Там же, 1981, т. 33, с. 611.
111. Бугров В. Н., Карамян С. А.— Там же, 1981, т. 34, с. 577.
112. Бугров В. Н., Карамян С. А.— Там же, 1982, т. 35, с. 558.
113. Воротников П. Е., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф. и др.— Там же, 1982, т. 36, с. 1073.
114. Ольховский В. С.— Там же, 1982, т. 36, с. 630.
115. Гугело П.— В сб.: Прямые процессы в ядерных реакциях. М.: Атомиздат, 1965, с. 134.
116. Chemin J. F. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. A331, p. 407.
117. Röhl S. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1300; Nucl. Phys., 1981, v. A369, p. 301.
118. McVoy K. W. e.a.— Z. Phys., 1981, v. A299, p. 195.
119. Hardy J. C. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 133.
120. Hardy J. C. e.a.— Phys. Lett., 1978, v. B77, p. 363.
121. Айсберг Р.— В сб.: Прямые процессы в ядерных реакциях. М.: Атомиздат, 1965, с. 114.
122. Eisberg R. M. e.a.— Nucl. Phys., 1960, v. 18, p. 338.
123. Feshbach H., Yennie D.— Nucl. Phys., 1962, v. 37, p. 150.
124. Massa I., Uguzzoni A., Vannini G.— Lett. Nuovo cimento, 1976, v. 16, p. 257.
125. Копылов Г. И., Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Сообщение ОИЯИ P2-9688. Дубна, 1976; Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Сообщение ОИЯИ P4-9903. Дубна, 1976.
126. Еремин Н. В., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф.— Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 897.
127. Uguzzoni A., Vannini G.— Lett. Nuovo cimento, 1979, v. 25, p. 389.

128. Хансен Л.— В сб.: Прямые процессы в ядерных реакциях. М.: Атомиздат, 1965, с. 124.
129. Maroni C., Massa I., Vannini G.— Nucl. Phys., 1976, v. A273, p. 429.
130. Trail C. C., Lesser P. M. e.a.— Phys. Rev., 1980, v. C21, p. 2131.
131. Lesser P. M., Trail C. C. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 45, p. 308.
132. Fox R.— Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 311.
133. Lang J. e.a.— Nucl. Phys., 1966, v. 88, p. 576.
134. Lang J. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, p. 248.
135. Malaguti F., Uguzzoni A., Verondini E.— Lett. Nuovo cimento, 1971, v. 2, p. 629; Uguzzoni A.— Ibid., 1975, v. 13, p. 453.
136. Yoshida S., Yazaki K.— Nucl. Phys., 1975, v. A255, p. 173.
137. Olkhovsky V. S.— Phys. Lett., 1982, v. B116, p. 305; Ядерная физика, 1983, т. 37, с. 859.
138. Soff G.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 1981; Soff G. e.a.— Z. Phys., 1979, v. A292, p. 211.
139. Glässel P. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1089, 1093.
140. Теммер Г.— В сб.: Прямые процессы в ядерных реакциях: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1965, с. 130.
141. Давыдов А. В., Ромашева П. И.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1981, т. 45, с. 1874.
142. Гопыч П. М. и др.— Пробл. ядер. физ. и космич. лучей, 1982, № 17, с. 48.
143. Backe H. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 1838.