

ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПОДХОДЕ

*В. Р. Гарсеванишвили, З. Р. Ментешашвили,
Д. Г. Мирианшвили, М. С. Ниорадзе*

Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного
университета, Тбилиси

Обзор посвящен изложению основных моментов релятивистского подхода в теории ядерных взаимодействий и некоторых его приложений. Подход основан на масштабнo-инвариантной релятивизации ядерных волновых функций, что приводит к ряду предсказаний для наблюдаемых величин, подтвержденных анализом экспериментальных данных по взаимодействию высокоэнергетических ядер. Рассмотрена кинематика глубоконеупругих лептон-ядерных процессов на совпадение и предсказаны масштабные свойства структурных функций (формфакторов) таких процессов.

This review is devoted to the description of main moments of relativistic approach to the theory of nuclear interactions. The approach is based on the scale-invariant relativization of nuclear wave functions. This leads to some predictions for observable quantities which are verified by analysis of experimental data on high energy nuclear interactions. Kinematics of deep inelastic lepton-nucleus coincidence processes is considered and scaling properties of structure functions (formfactors) of such processes are predicted.

ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты с пучками ядер высоких энергий, проводящиеся с начала 70-х годов в Дубне, Беркли и ряде других лабораторий, стимулировали интерес к изучению ядер как релятивистских составных систем и процессам взаимодействия между ними (см., например, [1—15] и цитированную там литературу). В настоящее время получены пучки ядер с различными атомными номерами (от дейтрона до железа) в диапазоне энергий 0,4—10 ГэВ/нуклон. Отметим, что энергии выше 2 ГэВ/нуклон были впервые достигнуты на дубненском синхрофазотроне. Эксперименты с встречными пучками дейтронов и α -частиц с энергиями до 16 ГэВ/нуклон проводились также на накопительных кольцах в ЦЕРНе [16]. Указанный диапазон энергий соответствует релятивистской физике и для описания процессов столкновения ядер нерелятивистская теория ядерных реакций, основанная на шредингеровском формализме квантовой механики, уже неприменима. В этой области энергий нужно учитывать релятивистские эффекты, и для адекватного описания процессов взаимодействия ядер высоких энергий необходимо использовать релятивистский формализм. Соответственно представляется более целесооб-

разным представлением экспериментальных данных в терминах переменных, имеющих релятивистское происхождение. Стимулом к развитию исследований в области релятивистской ядерной физики послужило предсказание А. М. Балдиным [17] эффекта кумулятивного рождения частиц в ядро-ядерных соударениях.

В обзоре намечены основные моменты релятивистского подхода в теории ядерных взаимодействий при высоких энергиях, даны некоторые его приложения и сравнение некоторых теоретических расчетов с экспериментальными данными. Вопросы нерелятивистской теории ядерных реакций изложены довольно подробно, например, в [18].

В большинстве экспериментов с участием релятивистских ядер [19—24] измерялись одночастичные инклюзивные спектры вторичных частиц (пионов, протонов, легких ядер) в широкой области кинематических переменных и для различных падающих ядер и ядер-мишеней. Первоначально исследовались реакции рождения π -мезонов в столкновении релятивистских дейтронов с медной мишенью в кинематической области, выходящей за границы нуклон-нуклонной кинематики [19].

В последующих экспериментах [25] изучалось кумулятивное рождение протонов и легких ядер. Энергию вторичной частицы можно связать с величиной кумулятивности $N_{\text{мин}}$ — эффективным числом нуклонов фрагментирующего ядра, участвующим в процессе. Эта переменная является сложной комбинацией импульса и угла вылета родившейся частицы и при больших энергиях сталкивающихся ядер имеет вид [4, 7, 8, 26]:

$$N_{\text{мин}} = \begin{cases} (E - p_z)/m & \text{— в системе покоя пучка;} \\ (E + p_z)/(E^0 + p_z^0) & \text{— в системе покоя мишени.} \end{cases}$$

Здесь E и p_z — энергия и z -компонента импульса кумулятивной частицы; m — масса протона; E^0 и p_z^0 — энергия и импульс на нуклон падающего ядра. Переменная $N_{\text{мин}}$ аналогична переменным «светового фронта», о которых речь пойдет ниже. Переменные светового фронта для описания процессов с участием ядер высоких энергий впервые были введены в работе [27] в связи с релятивизацией ядерных волновых функций.

Простая экспоненциальная зависимость сечения рождения кумулятивных частиц от переменной $N_{\text{мин}}$

$$E \frac{d\sigma}{dp} \sim C \exp(-aN_{\text{мин}})$$

(параметры a и C не зависят от свойств мишени в области фрагментации пучка) удовлетворительно описывает не только импульсные, но и угловые распределения. Область кумулятивного рождения соответствует значениям $N_{\text{мин}} > 1$. Это означает, что рождение происходит в результате взаимодействия с группой нуклонов фрагментирующего ядра.

Поскольку процесс рождения кумулятивных частиц должен проходить на малых межнуклонных расстояниях, следует учитывать кварковые степени свободы в ядрах. На необходимость учета кварковой структуры ядер указывают и эксперименты по упругому рассеянию электронов на легких ядрах [28], в которых получены указания на изменение характера падения формфакторов от экспоненциального при малых q^2 на степенное падение при больших переданных импульсах, в согласии с теоретическими предсказаниями правил кваркового счета [29]. Правила кваркового счета впервые были введены в работах В. А. Матвеева, Р. М. Мурадяна, А. Н. Тавхелидзе [30] и С. Бродского и Г. Фаррара [31]. Они успешно объясняют степенной характер убывания сечений рассеяния адронов с большими передачами импульса. В работе В. А. Матвеева и П. Сорбы [32] в рамках модели кваркового мешка был оценен вклад шестикварковых состояний в волновую функцию дейтрона, и вероятность туннельного перехода дейтрона из состояния двух нуклонов в шестикварковое состояние была получена равной 7%. Учету кварковых степеней свободы в ядрах посвящен ряд работ (см., например, [33] и цитированную в них литературу).

Для описания экспериментальных закономерностей процессов с участием релятивистских ядер были разработаны различные теоретические модели, однако теоретической схемы, удовлетворительно описывающей всю совокупность экспериментальных данных, пока не существует. В экспериментах с пучками ядер высоких энергий нередко возникают ситуации, требующие учета малых межнуклонных расстояний, что соответствует большим относительным импульсам составляющих ядро частиц. Возникает проблема адекватного описания ядер при произвольных импульсах нуклонов в ядре. Поскольку ядра высоких энергий являются релятивистскими составными системами, то для описания процессов с их участием удобнее пользоваться не обычными квантово-механическими ядерными волновыми функциями, которые соответствуют движению нуклонов с малыми внутренними импульсами, а волновыми функциями, в которых будет учтен релятивистский характер движения нуклонов внутри ядра. В этом случае следует использовать формализм квантовой теории поля [34], в рамках которого составная система описывается с помощью фоковского столбца [8, 26], определенного в некоторый момент времени.

Один из методов описания релятивистских связанных состояний состоит в использовании различных уравнений квантовой теории поля (уравнение Бете — Солпитера [35], квазипотенциальные уравнения [36]) для двух- и многочастичных релятивистских составных систем. Но построение ядра соответствующего интегрального уравнения для релятивистской волновой функции является сложной задачей, и решение этой проблемы в ближайшем будущем не вполне реально. Поэтому представляется эффективным эвристический путь введения релятивистских волновых функций ядер. Можно построить

такие релятивистские волновые функции, которые будут хорошо воспроизводить экспериментальные закономерности и обладать правильным нерелятивистским пределом, т. е. в нерелятивистском пределе будут переходить в хорошо известные волновые функции ядер.

При анализе следствий теоретических моделей и сравнении их с экспериментом важно выделить класс экспериментально наблюдаемых явлений, в которых предполагается проявление различных закономерностей, характерных для релятивистского рассмотрения вопроса о связанных состояниях. Одним из относительно выделенных типов процессов с падающими релятивистскими ядрами являются процессы с выходом спектаторных фрагментов. Процессы подобного рода будут рассмотрены нами в рамках многочастичного [37] релятивистского формализма в переменных светового фронта [38], который в применении к процессам с участием ядер высоких энергий дает ряд масштабно-инвариантных закономерностей для наблюдаемых величин. Отметим, что возможность построения релятивистской динамики с коммутационными соотношениями на гиперповерхности светового фронта указывалась Дираком еще в 1949 г. [39].

В этом подходе релятивистское ядро из A частиц с полным 4-импульсом P_A описывается с помощью релятивистской волновой функции $\Phi_{P_A}^{(A)}(\{x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i,\perp}\})$, в которой «продольное движение» составляющих внутри релятивистского ядра параметризуется с помощью масштабно-инвариантных переменных:

$$x_i^{(A)} = (p_{i,0} + p_{i,z}) / (P_{A,0} + P_{A,z}), \quad (1)$$

где $p_{i,\mu}$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$ — лоренцев индекс) и $P_{A,\mu}$ — индивидуальный 4-импульс i -й частицы внутри составной системы и полный 4-импульс системы соответственно. Величины $x_i^{(A)}$ являются отношениями переменных светового фронта. Волновая функция составной системы в терминах этих переменных отражает, в частности, зависимость внутреннего движения составляющих от полного импульса релятивистской составной системы. Здесь же находит свое естественное отражение характерная для физики высоких энергий «неэквивалентность» продольных и поперечных степеней свободы [40].

Предполагая, что нуклоны являются довольно хорошими «квази-частицами» для описания свойств атомных ядер, можно приписать индекс i индивидуальным нуклонам в ядре. Здесь и далее заглавные буквы будут обозначать характеристики (импульсы, массы и т. д.) составных систем, а строчные — характеристики отдельных нуклонов. Квадратные скобки в аргументе волновой функции $\Phi_{P_A}^{(A)}$ означают набор соответствующих переменных $x_i^{(A)}$ и $\mathbf{p}_{i,\perp}$, удовлетворяющих условиям

$$\sum_{i=1}^A x_i^{(A)} = 1; \quad 0 < x_i^{(A)} < 1; \quad \sum_{i=1}^A \mathbf{p}_{i,\perp} = \mathbf{P}_{A,\perp} \quad (2)$$

Верхний индекс у переменной $x_i^{(A)}$ означает, что эта переменная определена в системе частиц, число которых совпадает с этим индексом.

Формализм непосредственно обобщается на случай учета кварковых степеней свободы в ядрах.

1. ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ ЯДЕР ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ И ПРОБЛЕМА РЕЛЯТИВИЗАЦИИ ЯДЕРНЫХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Масштабно-инвариантная параметризация релятивистской волновой функции дейтрона. Начнем рассмотрение с простейшего случая двухнуклонного ядра-дейтрона. Для построения релятивистской волновой функции дейтрона используем тот факт, что в рамках релятивистского формализма в переменных светового фронта [38] лоренц-инвариантная комбинация $(\mathbf{p}_\perp^2 + m^2)/x(1-x)$ [где \mathbf{p}_\perp — относительный поперечный импульс составляющих, $x = 1/2 + (p_0 + p_z)/(P_0 + P_z)$, p_μ и P_μ являются относительным 4-импульсом внутреннего движения составляющих и полным 4-импульсом движения составной системы как целого соответственно, m — масса составляющей] играет роль, аналогичную роли инвариантного относительно трехмерных вращений квадрата трехмерного относительного импульса \mathbf{p}^2 в нерелятивистской теории. Релятивистские волновые функции могут быть получены из соответствующих нерелятивистских выражений заменой

$$\mathbf{p}^2 \rightarrow \frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m^2}{x(1-x)}$$

и естественной при этом заменой нерелятивистских численных параметров релятивистскими.

Таким путем можно получить, например, релятивистский аналог волновой функции Хюльгена [27]:

$$\Phi_R(x, \mathbf{p}_\Delta) = C_R \left[\frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m^2}{x(1-x)} - \alpha_R \right]^{-1} \left[\frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m^2}{x(1-x)} - \beta_R \right]^{-1}, \quad (3)$$

записанный в произвольной системе координат при произвольных импульсах движения дейтрона как целого и произвольных внутренних импульсах составляющих его нуклонов. Нахождение релятивистских аналогов более точных волновых функций дейтрона не встречается при этом принципиальных трудностей. В частности, в дальнейшем будет использован релятивистский аналог функции Гартенхауса — Моравчика. Мы не будем описывать здесь другие возможные пути релятивизации волновых функций. Некоторые из них могут быть найдены в [41—47].

В системе покоя дейтрона при импульсах его внутреннего движения, удовлетворяющих условию $|\mathbf{p}|/m \ll 1$, волновая функция (3) переходит в известную нерелятивистскую волновую функцию Хюльгена:

$$\Phi_{NR}(\mathbf{p}) = C_{NR} (\mathbf{p}^2 + \alpha_{NR}^2)^{-1} (\mathbf{p}^2 + \beta_{NR}^2)^{-1}. \quad (4)$$

В (4) и (3) α_R , β_R и α_{NR} , β_{NR} — варьируемые параметры релятивистской и нерелятивистской волновых функций соответственно, C_R и C_{NR} — нормировочные коэффициенты.

Переходя к нерелятивистскому пределу в выражении (3) и пренебрегая энергией связи дейтрона в числителе выражения для переменной x , получаем следующую связь между параметрами волновых функций Φ_R и Φ_{NR} :

$$\alpha_R = \frac{m_d}{m} (2m^2 - \alpha_{NR}^2), \quad \beta_R = \frac{m_d}{m} (2m^2 - \beta_{NR}^2). \quad (5a)$$

Здесь m_d — масса дейтрона.

Если будем полностью пренебрегать энергией связи в выражении для x , то из условия перехода волновой функции Φ_R в функцию Φ_{NR} получим следующую связь между параметрами:

$$\alpha_R = 4(m^2 - \alpha_{NR}^2), \quad \beta_R = 4(m^2 - \beta_{NR}^2). \quad (5b)$$

Нормируя волновую функцию (4) условием

$$\int d\mathbf{p} |\Phi_{NR}(\mathbf{p})|^2 = 1, \quad (6)$$

получаем следующее выражение для нормировочного коэффициента:

$$C_{NR} = \frac{1}{\pi} (\alpha_{NR} + \beta_{NR})^{3/2} \alpha_{NR}^{1/2} \beta_{NR}^{1/2}. \quad (7)$$

Для нормировки волновой функции (3) необходимо знать, вообще говоря, вид всех взаимодействий внутри двухчастичной составной системы. Предполагая, однако, что полный квазипотенциал взаимодействия не зависит от 4-импульса дейтрона как целого, получим следующее условие нормировки *:

$$\int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)} \int d\mathbf{p}_\perp |\Phi_R(x, \mathbf{p}_\perp)|^2 = 8\pi. \quad (8)$$

Подставляя сюда волновую функцию (3), получаем выражение для нормировочного коэффициента C_R :

$$C_R = 2^{3/2} (\alpha_R - \beta_R) [f(\alpha_R, \beta_R) + f(\beta_R, \alpha_R)]^{-1/2}, \quad (9)$$

где

$$f(\alpha_R, \beta_R) = \frac{4[m^2(\alpha_R - \beta_R) + \alpha_R(4m^2 - \alpha_R)]}{(\alpha_R - \beta_R)\alpha_R^{3/2}(4m^2 - \alpha_R)^{1/2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\alpha_R}{4m^2 - \alpha_R} \right)^{1/2} - \frac{1}{\alpha_R}.$$

* Общие вопросы нормировки трехмерных релятивистских волновых функций рассматривались Р. Н. Фаустовым и А. А. Хелашвили [48].

Приведем здесь также связь в нерелятивистском пределе между волновыми функциями Φ_R и Φ_{NR} , полученную с учетом формул (5а) и (5б):

$$\begin{aligned}\Phi_R(x, \mathbf{p}_\perp) &\rightarrow 2^{7/4} \pi^{1/2} m^{1/2} \Phi_{NR}(\mathbf{p}); \\ \Phi_R(x, \mathbf{p}_\perp) &\rightarrow 2\pi^{1/2} m^{1/2} \Phi_{NR}(\mathbf{p}).\end{aligned}$$

Здесь релятивистская волновая функция Φ_R нормирована условием (8), а нерелятивистская волновая функция Φ_{NR} нормирована условием (6).

Реакция развала релятивистского дейтрона. Для изучения динамики релятивистского дейтрона наиболее удобными являются эксперименты с водородными мишенями, поскольку в этом случае отсутствуют эффекты, связанные с развалом мишени, и отбор спектаторных нуклонов позволяет получить прямую информацию о волновой функции дейтрона.

В работе [49] отмечалось удобство рассмотрения d -реакции в кинематике, где дейтрон падает, а протон покоится, так как в этом случае продукты фрагментации дейтрона имеют скорости, близкие к скорости падающего ядра, и они хорошо видны в пузырьковой камере.

Рассмотрим процесс $d + p \rightarrow p_{SP} (n_{SP}) + X_N$, в котором релятивистский дейтрон взаимодействует с водородной мишенью и рождаются нуклон-спектатор и система адронов X_N . Одним из простейших процессов такого типа является процесс прямого развала дейтрона $d \rightarrow pp$.

Предполагая, что нуклон-спектатор не взаимодействует с мишенью, можно получить для него следующее инвариантное распределение [27, 50]:

$$E_{SP} \frac{d\sigma}{dp_{SP}} \sim \frac{\lambda^{1/2}(s_{NN}, m^2, m^2)}{\lambda^{1/2}(s, m^2, m_d^2)} \sigma_{in}(s_{NN}) \left| \frac{\Phi_R(x, \mathbf{p}_\perp)}{1-x} \right|^2. \quad (10)$$

Здесь s — обычная мандельштамовская переменная для системы дейтрон — протон, s_{NN} — аналогичная переменная для подсистемы взаимодействующий нуклон дейтрона — протон мишени. Сохранение энергии-импульса приводит к следующему соотношению между этими переменными:

$$s_{NN} = s(1 - X_{SP}) + m^2 - \frac{p_{SP, \perp}^2 + m^2}{X_{SP}},$$

$\sigma_{in}(s_{NN})$ — неупругое интегральное сечение нуклон-нуклонного взаимодействия в данном канале $NN \rightarrow X_N$, m_d — масса дейтрона, m — масса нуклона. Поточковый фактор определен так: $\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz$. Переменная X_{SP} определена следующим образом:

$$X_{SP} = \frac{(E_{SP} + p_{SP, z})}{(E_d + p_d) + (E_p + p_p)}. \quad (11)$$

Здесь E_{SP} , E_d , E_p и $p_{SP,z}$, $P_{d,z}$, $p_{p,z}$ — энергии и z -компоненты импульсов спектаторного нуклона и сталкивающихся дейтрона и протона соответственно. Отметим, что переменная X_{SP} обладает свойством масштабной инвариантности и является лоренц-инвариантной при преобразованиях систем отсчета вдоль оси столкновения (ось z).

Аргументы волновой функции $\Phi_R(x, \mathbf{p}_\perp)$ связаны с переменными X_{SP} и $\mathbf{p}_{SP,\perp}$ следующим образом:

$$x = 1 - \left(1 + \frac{E_p + p_{p,z}}{E_d + P_{d,z}} \right) X_{SP};$$

$\mathbf{p}_\perp = -\mathbf{p}_{SP,\perp}$ в системе отсчета, где $\mathbf{P}_{d,\perp} = 0$. Из этих формул следует, что наблюдая экспериментально за распределениями спектаторного нуклона, можно получить информацию о внутреннем движении нуклонов внутри релятивистского дейтрона.

В пределе высоких энергий распределение спектатора, просуммированное по всем возможным адронным системам X_N , принимает вид:

$$\frac{1}{\sigma_{\text{tot}}(\infty)} \frac{d\sigma}{dp_{SP}/E_{SP}} \Big|_{s \rightarrow \infty} \sim \frac{|\Phi_R(X_{SP}, p_{SP,\perp})|^2}{1 - X_{SP}}.$$

Обращает на себя внимание аналогия этого выражения с предсказаниями для инклюзивных распределений, полученными в рамках гипотезы предельной фрагментации [51], партонной модели [52] и принципа автомодельности для сильных взаимодействий [53]. Отклонения от автомодельного поведения могут происходить из-за возможной слабой зависимости параметров волновой функции от энергии. В этой связи представляет несомненный интерес экспериментальное изучение процессов с пучками дейтронов различных энергий. Мы вернемся еще раз к обсуждению этого момента при сравнении наших расчетов с экспериментальными данными.

Характерной особенностью распределения (10) для нуклонов-спектаторов в системе, в которой протон мишени покоится, является предсказание максимума в точке

$$\tilde{X}_{SP} = \frac{1}{2[1 + m/(E_d + P_{d,z})]} \quad (12)$$

которая с ростом энергии приближается к своему предельному значению $\tilde{X}_{SP} = 1/2$. Как будет видно из дальнейшего, положения максимумов экспериментальных X_{SP} -распределений совпадают со значениями \tilde{X}_{SP} , предсказанными формулой (12).

Для сравнения релятивистской параметризации (3) с нерелятивистской волновой функцией Хюльгена (4) рассмотрим импульсные распределения нуклонов-спектаторов в системе покоя дейтрона

[54]. Импульсное распределение нуклонов-спектаторов связано с инвариантным дифференциальным сечением (10) следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dp_{SP}} = \frac{2\pi p_{SP}^2}{(p_{SP}^2 + m^2)^{1/2}} \int_{-1}^1 d \cos \theta_{SP} \left(E_{SP} \frac{d\sigma}{dp_{SP}} \right).$$

На рис. 1 теоретические расчеты с релятивистской волновой функцией (3) и с нерелятивистской волновой функцией Хьюльтена (4) сравнены с экспериментальным распределением нейтронов-спектаторов в системе покоя дейтрона в процессе прямого развала дейтрона $d + p \rightarrow p + p + n_{SP}$. Экспериментальные данные получены на однометровой водородной пузырьковой камере ЛВЭ ОИЯИ, облученной дейтронами с импульсом 3,3 ГэВ/с [55] и пересчитаны в антилабораторную систему, в которой импульс налетающего протона равен 1,65 ГэВ/с. Экспериментально спектатор выбирался как частица, обладающая наименьшим импульсом в системе покоя дейтрона. Небольшая примесь других нуклонов, присутствующая при отборе спектаторов, не может, по-видимому, существенным образом повлиять на наше рассмотрение (более детально см. [55]). Значения параметров α_R и β_R релятивистской волновой функции дейтрона рассчитывались по формулам (5а) из значений $\alpha_{NR} = 0,0456$ ГэВ/с и $\beta_{NR} = 0,26$ ГэВ/с [56] параметров нерелятивистской волновой функции Хьюльтена. Формулы (5б) дают весьма близкие значения для параметров α_R и β_R . Сечение упругого протон-протонного рассеяния в этой области энергий постоянно и равно 24 мб [57]. Сплошная кривая на рис. 1 соответствует теоретическому расчету с релятивистской волновой функцией (3) с параметрами $\alpha_R = 3,521$ (ГэВ/с)² и $\beta_R = 3,390$ (ГэВ/с)² ($\chi^2/N_p = 27/20$). Пунктирная кривая соответствует расчету с нерелятивистской волновой функцией (4) с параметрами $\alpha_{NR} = 0,0456$ ГэВ/с и $\beta_{NR} = 0,26$ ГэВ/с ($\chi^2/N_p = 65/20$). Видно, что в области импульсов $P_{SP} < 0,2$ ГэВ/с релятивистская волновая функция несколько лучше описывает данные, чем нерелятивистская.

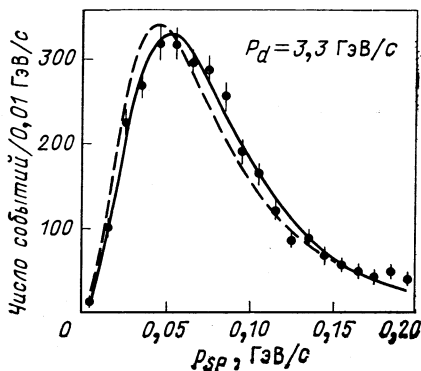


Рис. 1. Распределение по импульсу нейтрона-спектатора в системе покоя дейтрона в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$: сплошная кривая — расчет с использованием релятивистской; пунктир — расчет с использованием нерелятивистской волновых функций

Во избежание загромождения рисунков на остальных графиках приведены только кривые, полученные с помощью релятивистских волновых функций.

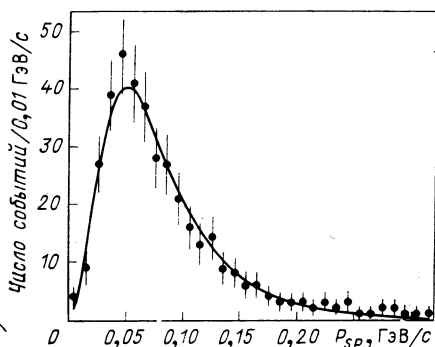


Рис. 2. Распределение по импульсу протона-спектатора в системе покоя дейтрона в реакции $dp \rightarrow p(p\pi^-)p_{SP}$

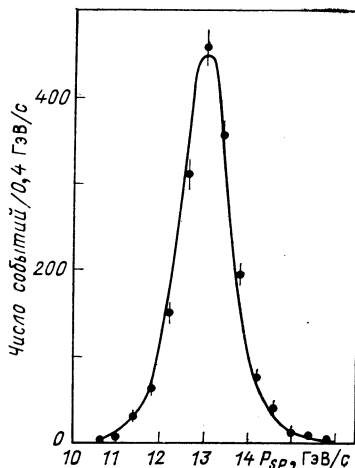


Рис. 3. Распределение по импульсу прото а-спектатора в системе встречных пучков в реакции $dp \rightarrow p(p\pi^-)p_{SP}$

На рис. 2 приведено импульсное распределение протонов спектаторов в системе покоя дейтрона в реакции $d + p \rightarrow p + (p\pi^-) + p_{SP}$ при энергии $\sqrt{s} = 52$ ГэВ. Данные получены в эксперименте на накопительных кольцах ЦЕРНа с встречными дейтрон-протонными пучками [16]. На рис. 3 приведено импульсное распределение протонов-спектаторов в системе встречных пучков в той же реакции при той же энергии. Кривые на рис. 2 и 3 соответствуют расчету с волновой функцией (3). Сечение $\sigma_{in}(s_{NN})$ дифракционной диссоциации нейтрона $n + p \rightarrow (p\pi^-) + p$ при рассматриваемых энергиях бра-лось постоянным и равным 185 мкб [16]. Значения параметров α_R и β_R , полученные подгонкой экспериментальных данных, и соответствующие значения χ^2/N_p приведены в табл. 1. Согласие теоретических расчетов с данными эксперимента подтверждает правомерность применения релятивистской параметризации (3) волновой функции для описания как покоящегося, так и движущегося дейтрона.

С целью проверки масштабных свойств, присущих релятивистским волновым функциям, было проведено сравнение теоретических расчетов с экспериментальными распределениями нуклонов-спектаторов и при других значениях импульса падающего дейтрона [58]. Распределение спектаторных нейтронов, вычисленное с использованием волновой функции (3), сравнивалось с экспериментальными распределениями нейтронов от стриппинга дейтронов [59].

На рис. 4—7 приведены нормированные на единицу в точках соответствующих максимумов теоретические (сплошные кривые) и экспериментальные распределения $\left. \frac{d\sigma}{dX_{SP}d\Omega_{SP}} \right|_{P_{SP,\perp}=0}$ для четырех значений энергии падающего дейтрона. Связь между приведен-

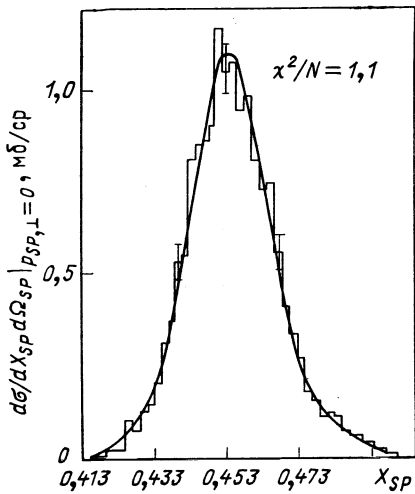


Рис. 4. $d\sigma/dX_{SP}d\Omega_{SP}|_{p_{SP,\perp}=0}$ при импульсе падающего дейтрона $P_d = 3,46$ ГэВ/с

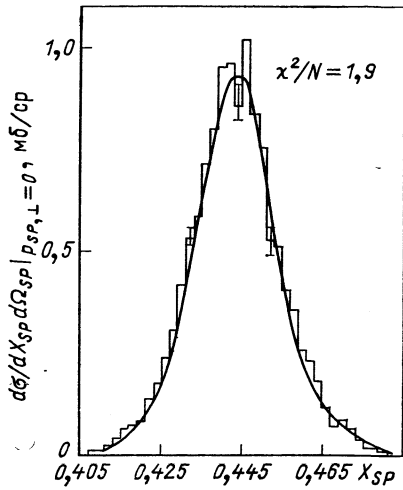


Рис. 5. $d\sigma/dX_{SP}d\Omega_{SP}|_{p_{SP,\perp}=0}$ при импульсе падающего дейтрона $P_d = 4,46$ ГэВ/с

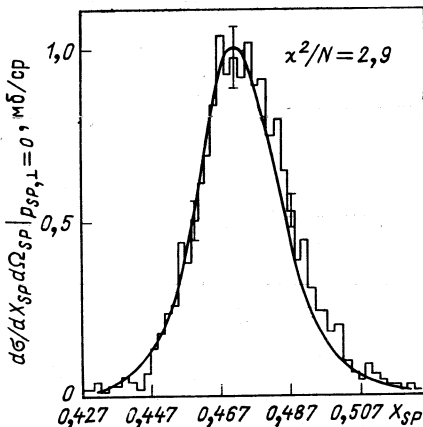


Рис. 6. $d\sigma/dX_{SP}d\Omega_{SP}|_{p_{SP,\perp}=0}$ при импульсе падающего дейтрона $P_d = 7,66$ ГэВ/с

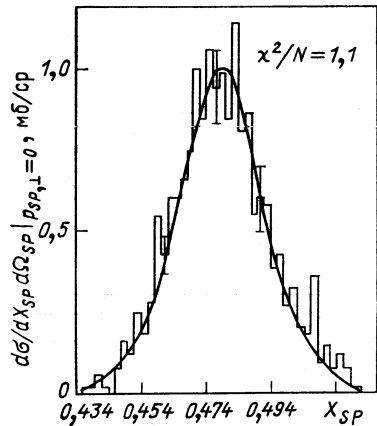


Рис. 7. $d\sigma/dX_{SP}d\Omega_{SP}|_{p_{SP,\perp}=0}$ при импульсе падающего дейтрона $P_d = 10,2$ ГэВ/с

ным на графике распределением и инвариантным распределением (10) при нулевых значениях поперечного импульса спектатора имеет вид [58]:

$$\left. \frac{d\sigma}{dX_{SP}d\Omega_{SP}} \right|_{p_{SP,\perp}=0} = \frac{[(m + P_d + E_d) X_{SP}]^2 - m^2}{4(m + P_d + E_d)^2 X_{SP}^3} \left(E_{SP} \frac{d\sigma}{dp_{SP}} \right) \Big|_{SP,\perp=0}.$$

Анализ показывает, что в рассматриваемой области импульсов падающего дейтрона параметры α_R и β_R слабо зависят от энергии падающего пучка (табл. 1). Этот факт можно рассматривать как указание на то, что в довольно широком диапазоне энергий в волновой функции дейтрона Φ_R нет другой зависимости от энергии, кроме зависимости от переменной x , и считать, что релятивистский дейтрон довольно хорошо описывается волновой функцией с масштабной инвариантной параметризацией «продольного движения» в переменных светового фронта.

Для изучения распределений спектров по поперечному импульсу были использованы данные по взаимодействию дейтронов с импульсом 3,3 ГэВ/с с водородной камерой [60]. С экспериментальной точки зрения существуют довольно полные данные для канала прямого развала $dp \rightarrow ppn$. В этом случае $\sigma_{in}(s_{NN})$ в формуле (10) должно быть заменено полным упругим сечением $\sigma_{el}(s_{NN})$ нуклон-нуклонного взаимодействия. Мы ограничились случаем нейтрона-спектратора, поскольку по сечению σ_{el}^{pp} существует гораздо больше экспериментальных данных, чем по сечению σ_{el}^{pn} (см., например, [57]). В нашем случае s_{pp} меняется в таком интервале, где σ_{el}^{pp} практически постоянно и равно 24 мб.

Анализировались экспериментальные распределения $d\sigma/dX_{SP}$ и $d\sigma/dp_{SP,\perp}$ в системе покоя протона-мишени. Они связаны с инвариантным дифференциальным сечением следующим образом:

$$\frac{d\sigma}{dX_{SP}} = \int_{p_{SP,\perp, \text{мин}}}^{p_{SP,\perp, \text{макс}}} \frac{d\sigma}{dX_{SP} dp_{SP,\perp}} dp_{SP,\perp}; \quad (13a)$$

$$\frac{d\sigma}{dp_{SP,\perp}} = \int_{X_{SP, \text{мин}}}^{X_{SP, \text{макс}}} \frac{d\sigma}{dX_{SP} dp_{SP,\perp}} dX_{SP}; \quad (13б)$$

$$\frac{d\sigma}{dX_{SP} dp_{SP,\perp}} = 2\pi \frac{p_{SP,\perp}}{X_{SP}} \left(E_{SP} \frac{d\sigma}{dp_{SP}} \right). \quad (13в)$$

Экспериментальные распределения $d\sigma/dX_{SP}$ ($d\sigma/dp_{SP,\perp}$), проинтегрированные в трех различных интервалах $p_{SP,\perp}$ (X_{SP}), сравнивались с результатами изложенной теоретической схемы.

Результаты анализа приведены на рис. 8—13. Теоретические кривые на этих рисунках соответствуют значениям параметров релятивистской волновой функции (3), приведенным в табл. 1. Значения χ^2/N_p (где N_p — число экспериментальных точек) позволяют считать согласие модели с экспериментальными данными удовлетворительным. Максимум в X_{SP} -распределении в соответствии с предсказанием (12) находится в точке $\tilde{X}_{SP} \approx 0,44$.

Более сложные ядра. Представляет несомненный интерес попытка релятивизации волновых функций более сложных ядер, сравне-

Т а б л и ц а 1. Значения параметров релятивистской волновой функции Хюльтена

Реакция	$\alpha_R, (\text{ГэВ}/c)^2$	$\beta_R, (\text{ГэВ}/c)^2$	χ^2/N_P
Расчет по формуле (5)	3,521	3,390	—
$d + p \rightarrow p + (p\pi^-) + p_{SP}$ $\sqrt{s} = 52 \text{ ГэВ}$ Система покоя дейтрона	$3,522 \pm 0,006$	$3,383 \pm 0,033$	11/32
$d + p \rightarrow p + (p\pi^-) + p_{SP}$ $\sqrt{s} = 52 \text{ ГэВ}$ Система встречных пучков	$3,513 \pm 0,005$	$3,476 \pm 0,019$	28/14
$d + A1 \rightarrow n_{SP} + X$ $P_d = 3,46 \text{ ГэВ}/c$ $P_d = 4,46 \text{ ГэВ}/c$ $P_d = 7,66 \text{ ГэВ}/c$ $P_d = 10,2 \text{ ГэВ}/c$	3,5156 — фиксировано 3,5156 — фиксировано 3,5156 — фиксировано 3,5156 — фиксировано	$3,5240 \pm 0,0004$ $3,5222 \pm 0,0006$ $3,5203 \pm 0,0010$ $3,5170 \pm 0,0021$	1,9 1,2 2,9 1,1
$d + p \rightarrow p + p + n_{SP}$ $P_d = 3,3 \text{ ГэВ}/c$ $d\sigma/dX_{SP}$ в трех интервалах $p_{SP, \perp}$	3,5156 — фиксировано	$3,4572 \pm 0,0005$	232/150
$d + p \rightarrow p + p + n_{SP}$ $P_d = 3,3 \text{ ГэВ}/c$ $d\sigma/dp_{SP, \perp}$ в трех интервалах X_{SP}	3,5156 — фиксировано	$3,4579 \pm 0,0005$	311/150

ние соответствующих результатов с экспериментальными данными и тем самым проверка универсальности масштабнo-инвариантных свойств релятивистских волновых функций в развиваемом формализме.

Рассмотрим в рамках импульсного приближения процесс выбивания нуклона из релятивистского ядра A при столкновении с водородной мишенью. Считая, что с мишенью взаимодействует только выбиваемый нуклон, а остальные ($A - 1$) нуклонов начального ядра продолжают существование в виде ядра-фрагмента (будем называть его фрагментом-спектатором), можно рассчитать распределения этих фрагментов.

Падающее ядро и ядро-спектатор будем описывать с помощью волновых функций многочастичного релятивистского формализма в переменных светового фронта. Ядро из A нуклонов с полным 4-импульсом P_A будет описываться с помощью волновой функ-

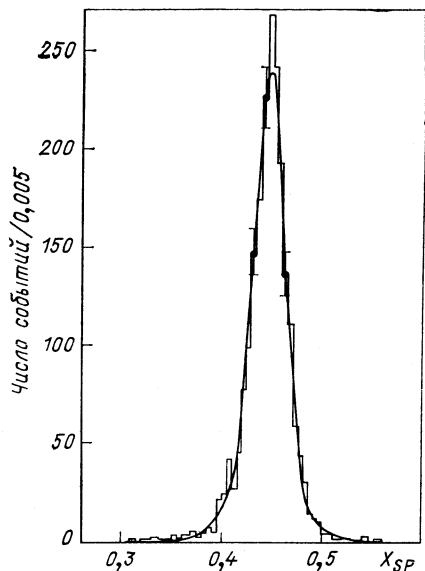


Рис. 8. Распределение $d\sigma/dX_{SP}$ нейтрон-спектров в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,01 < p_{SP, \perp} < 0,04$ ГэВ/c

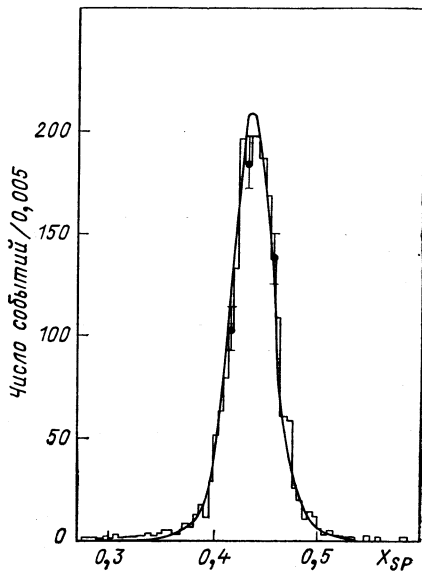


Рис. 9. Распределение $d\sigma/dX_{SP}$ нейтрон-спектров в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,04 < p_{SP, \perp} < 0,07$ ГэВ/c

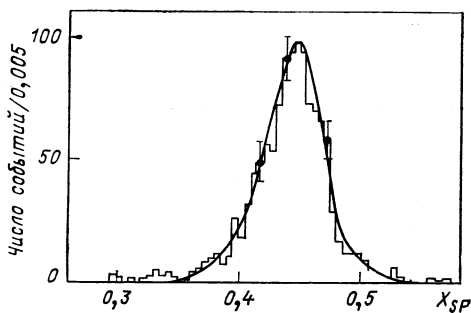


Рис. 10. Распределение $[d\sigma/dX_{SP}]$ нейтрон-спектров в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,07 < p_{SP, \perp} < 0,1$ ГэВ/c

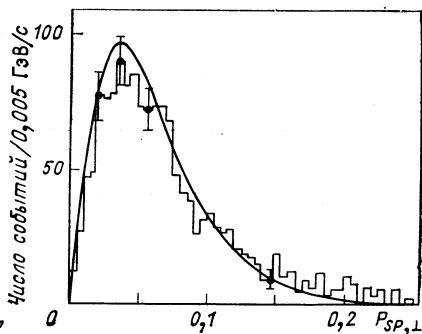


Рис. 11. Распределение $d\sigma/dp_{SP, \perp}$ нейтрон-спектров в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,40 < X_{SP} < 0,43$

ции $\Phi_{PA}^{(A)}([x_i^{(A)}, p_{i, \perp}])$, в которой «продольное движение» составляющих параметризуется с помощью масштабно-инвариантных переменных $x_i^{(A)}$, определенных как отношение «+»-компонент 4-им-

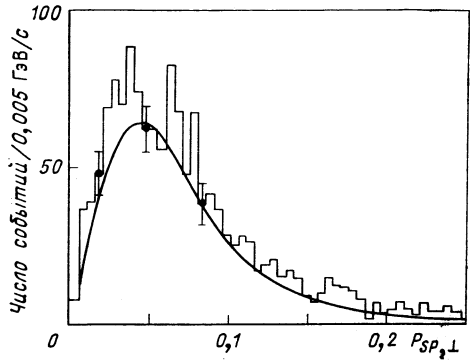
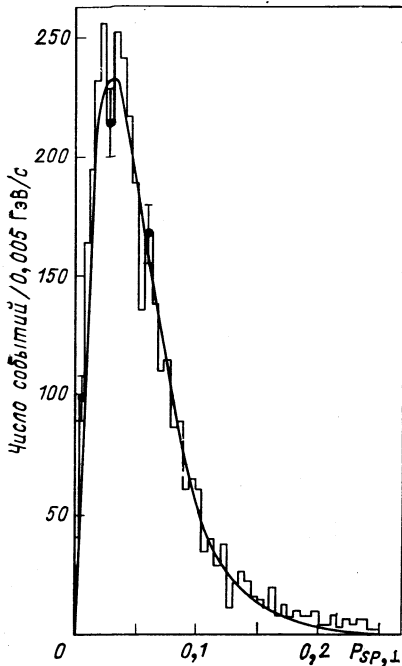


Рис. 12. Распределение $d\sigma/dp_{SP, \perp}$ нейтронов-спектаторов в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,43 < X_{SP} < 0,46$

Рис. 13. Распределение $d\sigma/dp_{SP, \perp}$ нейтронов-спектаторов в реакции $dp \rightarrow ppn_{SP}$ в интервале $0,46 < X_{SP} < 0,49$

пульсов i -го нуклона и ядра A [см. формулу (1)]. Аргументы волновой функции $\Phi_{P_A}^{(A)}$ удовлетворяют условиям (2).

Распределение фрагментов-спектаторов в процессе выбивания нуклона из ядра в лабораторной системе отсчета (ядро A падает вдоль оси z , протон мишени покоится) имеет вид [61, 62]:

$$E_{SP} \frac{d\sigma}{dP_{SP}} \sim \frac{\lambda^{1/2}(s_{NN}, m^2, m^2)}{\lambda^{1/2}(s, m^2, M_A^2)} \sigma_{NN}^{el}(s_{NN}) \left| \frac{I(X_{SP}, P_{SP, \perp})}{1 - \alpha X_{SP}} \right|^2. \quad (14)$$

Здесь s — обычная мандельштамовская переменная для системы падающее ядро A — нуклон мишени, s_{NN} — аналогичная переменная для подсистемы провзаимодействовавший нуклон — нуклон мишени:

$$s_{NN} = s(1 - X_{SP}) + M_{SP}^2 - \frac{P_{SP, \perp}^2 + M_{SP}^2}{X_{SP}};$$

$\sigma_{NN}^{el}(s_{NN})$ — полное упругое сечение взаимодействия выбитого нуклона с мишенью, $\lambda(x, y, z)$, как и прежде, — потоковый фактор,

m — масса нуклона, M_A — масса падающего ядра, M_{SP} — масса фрагмента-спектатора, величина α определяется соотношением

$$\alpha = 1 + m/(E_A + P_{A,z}),$$

а переменная

$$X_{SP} = \frac{E_{SP} + P_{SP,z}}{m + E_A + P_{A,z}}, \quad (15)$$

$P_{A,z}$, E_A и $P_{SP,z}$, E_{SP} — z -компоненты импульса и энергии падающего ядра A и спектаторного фрагмента ($A - 1$) соответственно.

$I(X_{SP}, \mathbf{P}_{SP, \perp})$ является интегралом перекрытия релятивистских волновых функций падающего ядра и фрагмента-спектатора и определяется формулой:

$$I(X_{SP}, \mathbf{P}_{SP, \perp}) = \int_0^1 \prod_{i=1}^{A-1} \frac{dy_i^{(A-1)}}{y_i^{(A-1)}} \delta\left(1 - \sum_{i=1}^{A-1} y_i^{(A-1)}\right) \times \\ \times \int \prod_{i=1}^{A-1} d\mathbf{q}_{i, \perp} \delta^{(2)}\left(\mathbf{P}_{SP, \perp} - \sum_{i=1}^{A-1} \mathbf{q}_{i, \perp}\right) \times \\ \times \Phi_{f, \mathbf{P}_{SP, \perp}}^{+(A-1)}([y_i^{(A-1)}, \mathbf{q}_{i, \perp} - y_i^{(A-1)}\mathbf{P}_{SP, \perp}]) \Phi_i^{(A)}([x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i, \perp}]). \quad (16)$$

Переменные $x_i^{(A)}$ и $y_i^{(A-1)}$ определены следующим образом:

$$x_i^{(A)} = \frac{p_{i,0} + p_{i,z}}{P_{A,0} + P_{A,z}}, \quad 0 < x_i^{(A)} < 1, \quad \sum_{i=1}^A x_i^{(A)} = 1; \\ y_i^{(A-1)} = \frac{q_{i,0} + q_{i,z}}{P_{SP,0} + P_{SP,z}}, \quad 0 < y_i^{(A-1)} < 1, \quad \sum_{i=1}^{A-1} y_i^{(A-1)} = 1.$$

Интеграл перекрытия волновых функций имеет свой прямой аналог в нерелятивистской теории ядерных реакций (см., например, [18] и цитированную там литературу).

Аргументы волновой функции $\Phi_i^{(A)}$ падающего ядра связаны с переменными интегриации и наблюдаемыми величинами X_{SP} и $\mathbf{P}_{SP, \perp}$ следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} x_i^{(A)} &= \alpha X_{SP} y_i^{(A-1)}, \quad \mathbf{p}_{i, \perp} = \mathbf{q}_{i, \perp}, \quad i = 1, 2, \dots, A-1, \\ x_A^{(A)} &= 1 - \alpha X_{SP}, \quad \mathbf{p}_{A, \perp} = -\mathbf{P}_{SP, \perp}. \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

Таким образом, наблюдение за фрагментом-спектатором позволяет получить информацию о характере «продольных» и поперечных импульсных распределений нуклонов в падающем ядре A . В формуле (16) фигурируют релятивистские волновые функции $\Phi_i^{(A)}$ и $\Phi_j^{(A-1)}$ начального и конечного ядер в системах отсчета, где их полные

поперечные импульсы равны нулю. Их связь с волновыми функциями с произвольным полным 4-импульсом P имеет вид [37]:

$$\Phi_{p_{\perp}=0}^{(A)}([x_i^{(A)}, p_{i,\perp} - x_i^{(A)} P_{\perp}]) = \Phi_P^{(A)}([x_i^{(A)}, p_{i,\perp}]). \quad (18)$$

Рассмотрим в качестве примера следующую простейшую параметризацию релятивистских волновых функций начального ядра и ядра-фрагмента

$$\Phi^{(A)}([x_i^{(A)}, p_{i,\perp}]) = C_A \exp\left(-a_A^R \sum_{i=1}^A \frac{p_{i,\perp}^2 + m_i^2}{x_i^{(A)}}\right) \quad (19)$$

и аналогично для $\Phi^{(A-1)}$ с заменой $A \rightarrow (A - 1)$.

Такая параметризация представляется разумной для легких ядер ($A \leq 4$). В формуле (19) C_A — нормировочный коэффициент, a_A^R — варьируемый численный параметр. Если масштабно-инвариантная параметризация, заложенная в волновую функцию $\Phi^{(A)}$, справедлива, то при сравнении теории с экспериментом параметр a_A^R должен получаться приблизительно одинаковым при аппроксимации данных при различных энергиях падающего ядра.

Поскольку в нашем рассмотрении мы не отличаем протонов от нейтронов, то волновая функция $\Phi^{(A)}([x_i^{(A)}, p_{i,\perp}])$ является симметричной функцией своих аргументов $x_i^{(A)}$ и $p_{i,\perp}$. Решая задачу условного экстремума при условиях (2), получаем, что волновая функция (19) имеет максимум при нулевых значениях поперечных импульсов составляющих нуклонов и при значениях переменных $x_i^{(A)}$, равных:

$$x_i^{(A)} = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^A m_i} = \frac{1}{A}.$$

Учитывая связь переменных $x_i^{(A)}$ с X_{SP} [см. формулы (17)], получаем, что в распределении спектаторных фрагментов по X_{SP} должен наблюдаться максимум при

$$\tilde{X}_{SP} = \frac{A-1}{A \left(1 + \frac{m}{E_A + P_{A,z}}\right)}. \quad (20)$$

Отметим, что такие свойства, как масштабная инвариантность волновых функций и положение максимума в X_{SP} -распределении спектаторных фрагментов, остаются в силе при произвольной параметризации релятивистских волновых функций.

Нормировку релятивистских волновых функций произведем, как и в двухчастичном случае, в предположении о независимости

полного квазипотенциала взаимодействия от полного 4-импульса связанной системы. В этом случае имеем [62]:

$$\int_0^1 \prod_{i=1}^A \frac{dx_i^{(A)}}{x_i^{(A)}} \delta \left(1 - \sum_{i=1}^A x_i^{(A)} \right) \int \prod_{i=1}^A d\mathbf{p}_{i, \perp} \delta^{(2)} \left(\mathbf{P}_{A, \perp} - \sum_{i=1}^A \mathbf{p}_{i, \perp} \right) \times \\ \times |\Phi^{(A)}(x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i, \perp})|^2 = 2(4\pi)^{A-1}. \quad (21)$$

Подставляя в условие нормировки (21) волновую функцию $\Phi^{(A)}([x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i, \perp}])$ в виде (19), получаем следующее приближенное выражение для нормировочного коэффициента C_A :

$$C_A \simeq 2^{1/2} (4\pi)^{\frac{A-1}{2}} \left(\sum_{i=1}^A m_i \right)^{\frac{3(A-1)+1}{4}} \left(\prod_{i=1}^A m_i \right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{2a_A^R}{\pi} \right)^{\frac{3(A-1)}{4}} \times \\ \times \exp \left[a_A^R \left(\sum_{i=1}^A m_i \right)^2 \right]. \quad (22)$$

Одним из соображений, по которым выбираются релятивистские волновые функции, является переход их в нерелятивистском пределе в известные нерелятивистские ядерные волновые функции. Нерелятивистская волновая функция $\Phi_{NR}^{(A)}([\mathbf{p}_i])$, релятивистским аналогом которой является функция (19), имеет гауссов вид:

$$\Phi_{NR}^{(A)}([\mathbf{p}_i]) = \left(\frac{4a_A^{NR}}{\pi} \right)^{\frac{3(A-1)}{4}} \exp \left(-a_A^{NR} \sum_{i=1}^A \mathbf{p}_i^2 \right) \quad (23)$$

и нормирована условием

$$\int \prod_{i=1}^A d\mathbf{p}_i \delta^{(3)} \left(\sum_{i=1}^A \mathbf{p}_i \right) |\Phi_{NR}^{(A)}([\mathbf{p}_i])|^2 = 1. \quad (24)$$

Из условия совпадения в нерелятивистском пределе волновой функции (19) с нерелятивистской волновой функцией (23) получим следующую связь между параметрами релятивистской и нерелятивистской волновых функций:

$$a_A^R = \frac{m_i}{A} a_A^{NR} = \frac{1}{A} a_A^{NR}. \quad (25)$$

Для нормированных волновых функций нерелятивистский предел выглядит следующим образом:

$$\Phi^{(A)}([x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i, \perp}]) \rightarrow 2^{1/2} (2\pi^2 m^2)^{\frac{A-1}{4}} A^{1/4} \Phi_{NR}^{(A)}([\mathbf{p}_i]).$$

Подставляя теперь релятивистские волновые функции $\Phi^{(A)}$ и $\Phi^{(A-1)}$ в выражение для интеграла перекрытия (16), учитывая соотношение (18) и интегрируя по поперечным импульсам, получаем:

$$I(X_{SP}, \mathbf{P}_{SP}, \perp) = C_A C_{A-1} \left(\frac{\pi}{a_{A-1}^R + \frac{a_A^R}{\alpha X_{SP}}} \right)^{A-2} \exp \left(- \frac{a_A^R m_A^2}{1 - \alpha X_{SP}} \right) \times \\ \times \exp \left[- \frac{a_A^R \mathbf{P}_{SP, \perp}^2}{\alpha X_{SP} (1 - \alpha X_{SP})} \right] J(X_{SP}), \quad (26)$$

где

$$J(X_{SP}) = \int_0^1 \prod_{i=1}^{A-1} dx_i^{(A-1)} \delta \left(1 - \sum_{i=1}^{A-1} x_i^{(A-1)} \right) \times \\ \times \exp \left[- \left(a_{A-1}^R + \frac{a_A^R}{\alpha X_{SP}} \right) \left(\sum_{i=1}^{A-1} \frac{m_i^2}{x_i^{(A-1)}} \right) \right]. \quad (27)$$

Интеграл по переменным $x_i^{(A-1)}$ можно вычислить приближенно с помощью многомерного метода перевала [63] в виде асимптотического разложения по обратным степеням большого параметра $(a_{A-1}^R + a_A^R/\alpha X_{SP})$. Главный член разложения имеет вид:

$$J_0(X_{SP}) = \left(\prod_{i=1}^{A-1} m_i \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^{A-1} m_i \right)^{-\frac{3(A-2)+1}{2}} \times \\ \times \left(\frac{\pi}{a_{A-1}^R + \frac{a_A^R}{\alpha X_{SP}}} \right)^{\frac{A-2}{2}} \exp \left[- \left(a_{A-1}^R + \frac{a_A^R}{\alpha X_{SP}} \right) \left(\sum_{i=1}^{A-1} m_i \right)^2 \right]. \quad (28)$$

Подставляя в (26) выражения для нормировочных коэффициентов C_A и C_{A-1} из формулы (22) и выражение для интеграла $J_0(X_{SP})$, окончательно для интеграла перекрытия получаем:

$$I(X_{SP}, \mathbf{P}_{SP}, \perp) = 2(4\pi)^{\frac{2A-3}{2}} \left(\frac{2a_A^R}{\pi} \right)^{\frac{3(A-1)}{4}} \left(\frac{2a_{A-1}^R}{\pi} \right)^{\frac{3(A-2)}{4}} \times \\ \times \left(\sum_{i=1}^A m_i \right)^{\frac{3(A-1)+1}{4}} \left(\sum_{i=1}^{A-1} m_i \right)^{-\frac{3(A-2)+1}{4}} \left(\prod_{i=1}^A m_i \right)^{-\frac{1}{4}} \left(\prod_{i=1}^{A-1} m_i \right)^{\frac{1}{4}} \times \\ \times \left(\frac{\pi}{a_{A-1}^R + \frac{a_A^R}{\alpha X_{SP}}} \right)^{\frac{3(A-2)}{2}} \exp \left[- \frac{a_A^R \mathbf{P}_{SP, \perp}^2}{\alpha X_{SP} (1 - \alpha X_{SP})} \right] \times \\ \times \exp \left\{ - a_A^R \frac{[(\sum_{i=1}^A m_i) \alpha X_{SP} - (\sum_{i=1}^{A-1} m_i)]^2}{\alpha X_{SP} (1 - \alpha X_{SP})} \right\}. \quad (29)$$

Из выражения (29) видно, что распределение по поперечному импульсу спектаторного фрагмента $P_{SP, \perp}$ должно иметь гауссов вид, а X_{SP} -распределение будет иметь максимум в точке, предсказываемой формулой (20).

Теперь уже формула (14) для дифференциального сечения с интегралом перекрытия (29) может быть использована для сравнения с экспериментальными данными.

Для проверки масштабных свойств релятивистских волновых функций и извлечения информации о значениях их параметров были использованы экспериментальные данные по ${}^4\text{He}$ p -взаимодействиям при импульсах налетающего ядра ${}^4\text{He}$ 8,56 ГэВ/с и 13,5 ГэВ/с и ${}^3\text{He}$ p -взаимодействиям при импульсе ${}^3\text{He}$ 13,5 ГэВ/с, полученные на однометровой водородной пузырьковой камере ЛВЭ ОИЯИ [64, 65]. Были использованы также данные по импульсному распределению ядер ${}^3\text{He}$, вылетевших под углом $0,65^\circ$, в реакции ${}^4\text{He}$ $p \rightarrow {}^3\text{He}$ X при импульсе падающего ядра ${}^4\text{He}$ 6,85 ГэВ/с [66].

Анализировались экспериментальные распределения $d\sigma/dX_{SP}$ и $d\sigma/dP_{SP, \perp}$ фрагментов-спектаторов ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ в реакциях ${}^4\text{He}$ $p \rightarrow {}^3\text{H}pp$ и ${}^4\text{He}$ $p \rightarrow {}^3\text{He}pn$ в системе покоя протона мишени. (Спектаторами считались фрагменты, имевшие наименьший импульс среди продуктов реакции в системе покоя ядра ${}^4\text{He}$.)

Эти распределения связаны с инвариантным дифференциальным сечением соотношениями типа (13), где $E_{SP}d\sigma/dP_{SP}$ дается выражением (14) с интегралом перекрытия (29) с $A = 4$.

Границы интегрирования $X_{SP, \text{мин}}$ и $X_{SP, \text{макс}}$ брались из соответствующих экспериментальных распределений фрагментов спектаторов по переменной X_{SP} . Граница $P_{SP, \perp, \text{макс}}$ представляет собой кинематическую границу, определяемую из условия положительности фактора λ (s_{NN} , m^2 , m^2) в формуле (14). Она имеет вид:

$$(P_{SP, \perp, \text{макс}})^2 = (sX_{SP} - M_{SP}^2)(1 - X_{SP}) - 4m^2X_{SP}. \quad (30)$$

Полное упругое сечение NN -взаимодействия в формуле (14) в рассматриваемом диапазоне энергий можно считать практически постоянным и равным приблизительно 24 мб [57].

Интеграл перекрытия (29) слабо зависит от значений параметра ядра-спектатора. Поэтому параметры релятивистских волновых функций конечных ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ при подгонке данных определялись с весьма большими погрешностями. По этой причине подгонка проводилась при фиксированном значении параметра волновой функции трехнуклонного ядра. Выбиралось значение $a_3^R = 8$ (ГэВ/с) $^{-2}$, полученное с помощью формулы (25) из значения параметра $a_3^{NR} \approx 24$ (ГэВ/с) $^{-2}$ нерелятивистской волновой функции (23). Следует отметить, что параметры даже нерелятивистских гауссовых волновых функций ядер ${}^4\text{He}$, ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$ определены недостаточно хорошо, и мы не имеем о них надежной информации. Значения параметров a_4^{NR} и a_3^{NR} , встречающиеся в литературе, меняются в довольно широком диапазоне (см., например, работы [67]). Наи-

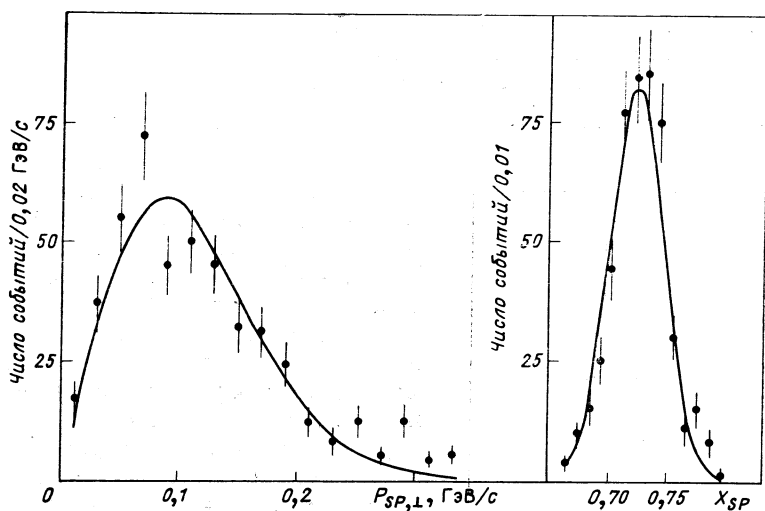


Рис. 14. $P_{SP, \perp}$ - и X_{SP} -распределения спекторного фрагмента ${}^3\text{H}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{H } pp$ при импульсе ${}^4\text{He}$ 8,56 ГэВ/с

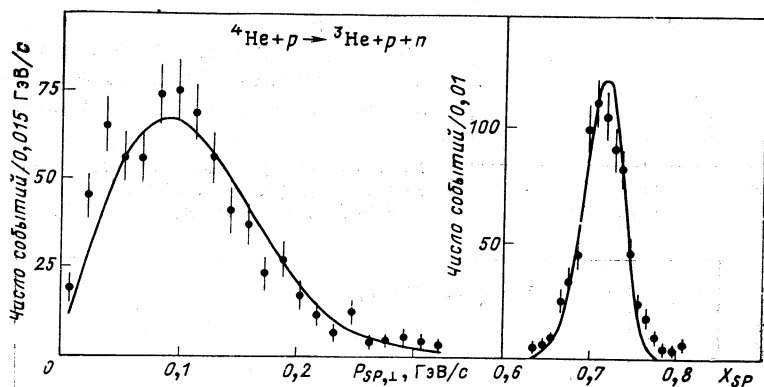


Рис. 15. $P_{SP, \perp}$ - и X_{SP} -распределения спекторного фрагмента ${}^3\text{He}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{He } pn$ при импульсе ${}^4\text{He}$ 8,56 ГэВ/с

большее количество данных имеется о параметрах нерелятивистской волновой функции ${}^4\text{He}$, однако значения параметра a_4^{NR} гауссовой параметризации (23) меняются в интервале $a_4^{RN} = 20 \div 28$ (ГэВ/с) $^{-2}$.

На рис. 14 приведены экспериментальные и теоретические $P_{SP, \perp}$ - и X_{SP} -распределения спекторного ядра ${}^3\text{H}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{H } pp$ при импульсе падающего ядра ${}^4\text{He}$ 8,56 ГэВ/с. На рис. 15 представлены те же распределения для спекторного фрагмента ${}^3\text{He}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{He } pn$ при том же импульсе. Теоретические кривые

на рис. 14 и 15 соответствуют значениям параметров релятивистских волновых функций ядер, приведенным в табл. 2.

Отметим, что положение максимума в X_{SP} -распределениях фрагментов спектаторов $\tilde{X}_{SP} = 0,715$ хорошо совпадает со значением \tilde{X}_{SP} , предсказанным формулой(20).

На рис. 16 приведен спектр ${}^3\text{He}$, вылетевших под углом $0,65^\circ$ в лабораторной системе в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{He } X$ при импульсе налетающего ядра ${}^4\text{He } 6,85 \text{ ГэВ/с}$, а на рис. 17 представлены $P_{SP,\perp}$ - и X_{SP} -распределения спектаторного фрагмента ${}^3\text{H}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{H } pp$ при импульсе падающего ядра ${}^4\text{He } 13,5 \text{ ГэВ/с}$. Кривые на рис. 16 и 17 соответствуют теоретическому расчету со значениями параметров, полученными в результате подгонки и приведенными в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что значения параметра релятивистской волновой функции ядра ${}^4\text{He}$, полученные при подгонке экспериментальных данных при разных значениях им-

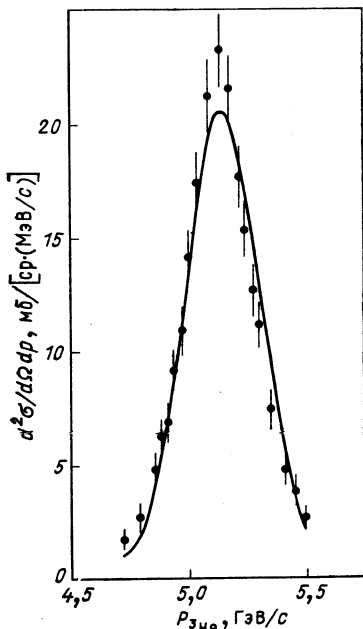


Рис. 16. Импульсный спектр ${}^3\text{He}$, вылетевших под углом $0,65^\circ$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{He } X$ при импульсе ${}^4\text{He } 6,85 \text{ ГэВ/с}$

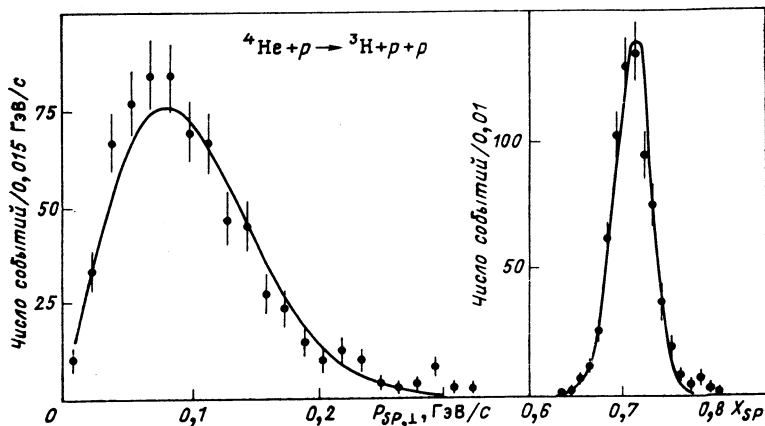


Рис. 17. Распределения по $P_{SP,\perp}$ и X_{SP} спектаторного фрагмента ${}^3\text{H}$ в реакции ${}^4\text{He } p \rightarrow {}^3\text{H } pp$ при импульсе ${}^4\text{He } 13,5 \text{ ГэВ/с}$

Таблица 2. Значения параметров релятивистских волновых функций трех- и четырехнуклонных ядер

Реакция	α_3^R , (ГэВ/с) ⁻²	α_4^R , (ГэВ/с) ⁻²	χ^2/N_p	
⁴ He $p \rightarrow$ ³ He pp $P_{4\text{He}} = 8,56$ ГэВ/с	8—фикси- ровано	7,39±0,26	$d\sigma/dX_{SP}$ 31,12/18	$d\sigma/dP_{SP,\perp}$ 27,65/22
⁴ He $p \rightarrow$ ³ He pn $P_{4\text{He}} = 8,56$ ГэВ/с	8—фикси- ровано	5,86±0,21	$d\sigma/dX_{SP}$ 54,63/18	$d\sigma/dP_{SP,\perp}$ 43,15/22
⁴ He $p \rightarrow$ ³ He X $P_{4\text{He}} = 6,85$ ГэВ/с	8—фикси- ровано	7,21±0,34	$d\sigma/dP_{SP}d\Omega$ 34,93/20	
⁴ He $p \rightarrow$ ³ He pp $P_{4\text{He}} = 13,5$ ГэВ/с	8—фикси- ровано	6,23±0,25	$d\sigma/dX_{SP}$ 29,01/14	$d\sigma/dP_{SP,\perp}$ 37,41/17

пульса падающего ядра, близки друг к другу и удовлетворительно согласуются со значениями $\alpha_4^R \approx 5 \div 7$ (ГэВ/с)⁻², предсказываемыми формулой (25). Приближенная независимость от энергии значений параметров релятивистской волновой функции в рассматриваемой области энергий падающего ядра ⁴He позволяет считать, что в волновой функции (19) нет другой зависимости от энергии, кроме зависимости от масштабнo-инвариантных переменных $x_i^{(A)}$.

Для определения из эксперимента значения параметра α_3^R релятивистской волновой функции трехнуклонного ядра рассмотрим реакцию ³He $p \rightarrow d pp$. В этом случае интеграл перекрытия имеет вид [68]:

$$I(X_{SP}, P_{SP,\perp}) = 4\pi C_d 3^{7/4} m (\alpha_3^R)^{3/2} \exp\left[-\frac{\alpha_3^R P_{SP,\perp}^2}{\alpha X_{SP}(1-\alpha X_{SP})}\right] \times \\ \times \exp\left[-\alpha_3^R \frac{m^2(3\alpha X_{SP}-2)^2}{\alpha X_{SP}(1-\alpha X_{SP})}\right] \sum_{i=1}^5 A_i^R \exp(-4m^2\alpha_i^R) \left(\alpha_i^R + \frac{\alpha_3^R}{\alpha X_{SP}}\right)^{-3/2}. \quad (31)$$

Здесь C_d является нормировочным коэффициентом, а A_i^R и α_i^R — параметрами релятивистской волновой функции дейтрона, которую мы выбрали в виде релятивистского аналога волновой функции Гартенхауса — Моравчика:

$$\Phi_d(x, \mathbf{p}_\perp) = C_d \sum_{i=1}^5 A_i^R \exp\left[-\alpha_i^R \frac{\mathbf{p}_\perp^2 + m^2}{x(1-x)}\right]. \quad (32)$$

Эта волновая функция нормирована условием (8), и нормировочный коэффициент C_d равен:

$$C_d = 2^{5/2} \pi^{-1/4} m^{1/2} \left\{ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \frac{A_i^R A_j^R}{(\alpha_i^R + \alpha_j^R)^{3/2}} \exp[-4m^2(\alpha_i^R + \alpha_j^R)] \right\}^{-1/2}.$$

Параметры A_i^R и α_i^R релятивистской волновой функции (32) связаны с параметрами нерелятивистской волновой функции

$$\Phi_d^{NR}(\mathbf{p}) = C_d^{NR} \sum_{i=1}^5 A_i^{NR} \exp(-\alpha_i^{NR} \mathbf{p}^2) \quad (33)$$

следующими соотношениями:

$$A_i^R = A_i^{NR} \exp(m^2 \alpha_i^{NR}), \quad \alpha_i^R = \frac{1}{4} \alpha_i^{NR}. \quad (34)$$

При сравнении теоретических расчетов с экспериментальными данными по распределениям дейтронов-спектаторов в реакции ${}^3\text{He } p \rightarrow dpp$ параметры волновой функции (32) дейтрона были фиксированы значениями, полученными по формулам (34) из значений нерелятивистской волновой функции (33), приведенных в [69].

На рис. 18 теоретическая кривая соответствует расчету с интегралом перекрытия (31) со значением параметра $a_3^R = 8,28 \pm \pm 0,71$ (ГэВ/с)⁻², полученным подгонкой экспериментальных данных ($\chi^2/N_p = 13,6/11$). Это значение параметра a_3^R находится в хорошем согласии со значением $a_3^R = 8$ (ГэВ/с)⁻², предсказываемым формулой (25) и употребленным нами в предыдущих расчетах.

Положение максимума в X_{SP} -распределении дейтронов-спектаторов также хорошо согласуется с предсказанием формулы (20)

$$\tilde{X}_{SP} = 0,644.$$

Представляет интерес сравнение теоретических расчетов по распределениям дейтронов-спектаторов с экспериментальными данными при других энергиях падающего ядра ${}^3\text{He}$.

Интересным представляется также рассмотрение волновых функ-

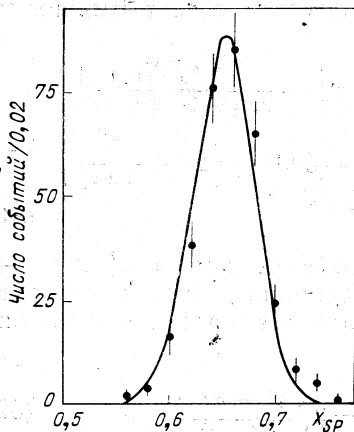


Рис. 18. Распределения по X_{SP} дейтронов-спектаторов в реакции ${}^3\text{He } p \rightarrow dpp$ при импульсе ${}^3\text{He}$ 13,5 ГэВ/с

ций более сложного вида. Однако используемые нами простейшие параметризации релятивистских волновых функций ядер позволяют выявить ряд закономерностей, не зависящих от их конкретной параметризации (в частности, масштабные свойства по переменным $x_i^{(A)}$, нерелятивистский предел волновых функций).

2. ГЛУБОКОНЕУПРУГИЕ ЛЕПТОН-ЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ НА СОВПАДЕНИЕ

Изучение глубоконеупругих процессов с участием лептонов играет существенную роль в понимании природы элементарных частиц и сил, действующих между ними. Считая лептоны (электроны, мюоны, нейтрино) точечными частицами и взаимодействия между ними известными, их можно считать хорошими пробными телами для изучения сильновзаимодействующих частиц-адронов, для описания внутренней структуры которых вводятся структурные функции (формфакторы). В экспериментах [70] по глубоконеупругому лептон-адронному взаимодействию было обнаружено свойство масштабной инвариантности этих структурных функций. Этот факт вызвал к жизни большое число теоретических работ, призванных описать наблюдаемые на эксперименте закономерности. Однако в более поздних экспериментах с пучками электронов, мюонов [71—73] и нейтрино [74] высоких энергий были обнаружены отклонения от масштабного-инвариантного поведения по бьеркеновской переменной x_B .

Среди попыток объяснения нарушения масштабной инвариантности в глубоконеупругих процессах отметим поиск новых автомодельных переменных в рамках партонной модели (см., например, обзор [75] и цитированную там литературу) и расчет глубоконеупругих процессов в рамках квантовой хромодинамики [76]. Не останавливаясь на успехах и недостатках того или иного подхода, отметим, что глубоконеупругие лептон-ядерные процессы могут внести определенную ясность в разрешение возникающих проблем. Лептон-ядерные взаимодействия помимо самостоятельного интереса, который они представляют с точки зрения изучения структуры самих ядер, могут в некотором смысле моделировать процессы лептон-адронных взаимодействий (см., например, [4, 77]). Ядра, рассматриваемые релятивистским образом, могут служить моделью для изучения адронов. В обоих случаях мы имеем дело с составными системами, но с различной природой составляющих. Это обстоятельство вызывает интерес к теоретическому изучению глубоконеупругих лептон-ядерных процессов. Аналогии в адронных и ядерных взаимодействиях приобретают весьма наглядный вид в рамках многочастичной релятивистской динамики в переменных светового фронта [37].

Мы изложим некоторые результаты изучения лептон-ядерных взаимодействий, полученные при использовании принципа автомо-

дельности и многочастичного релятивистского формализма в переменных светового фронта [78, 79]. Объектом исследования будут глубоконеупругие лептон-ядерные процессы с наличием спектаторного ядра-фрагмента в конечном состоянии.

Глубоконеупругое рассеяние заряженных лептонов на ядре. Процесс $lA \rightarrow l' (A-1) X$. Рассмотрим процесс глубоконеупругого рассеяния электрона (мюона) с 4-импульсом k на ядре A с 4-импульсом P_A , когда в конечном состоянии на совпадение регистрируются лептон с 4-импульсом k' и спектаторный фрагмент $(A-1)$ ядра с 4-импульсом P_{A-1}^{SP} . Все рассуждения остаются в силе, когда фрагмент ядра состоит из произвольного числа A' нуклонов. Кинематические инварианты изучаемого процесса $lA \rightarrow l' (A-1) X$ определим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} q^2 &= (k - k')^2, \quad v_A = P_A q, \quad v_{SP} = P_{A-1}^{SP} q, \\ \kappa &= P_A P_{A-1}^{SP}, \quad s_{lA} = (k + P_A)^2. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Отметим, что до специальных уточнений рассмотрение ведется в системе отсчета, в которой виртуальный фотон и начальное ядро A движутся вдоль оси z :

$$q = (q_0, 0, 0, q_z), \quad P_A = (E_A, 0, 0, P_A, z);$$

$$P_{A-1}^{SP} = (E_{A-1}^{SP}, P_{A-1}^{SP, \perp} \cos \varphi_{SP}, P_{A-1}^{SP, \perp} \sin \varphi_{SP}, P_{A-1}^{SP, z}).$$

Дифференциальное сечение этого процесса в однофотонном приближении имеет вид:

$$\frac{d\sigma(lA \rightarrow l' (A-1) X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} d\kappa d\varphi_{SP}} =$$

$$= \frac{1}{8 (2\pi)^5 \lambda (s_{lA}, m_l^2, M_A^2)} (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{-1/2} \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 l_{\mu\nu} \hat{W}_{\mu\nu}^{lA}. \quad (36)$$

Тензор $l_{\mu\nu}$, описывающий лептонную часть процесса, имеет вид:

$$l_{\mu\nu} = \sum_{\text{спин}} j_\mu j_\nu^* = 2 [k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} (kk' - m_l^2)]. \quad (37)$$

Вся информация о сильновзаимодействующей части изучаемого процесса содержится в тензоре $\hat{W}_{\mu\nu}^{lA}$, который определен следующим образом:

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{lA} = \sum_{\text{спин}} \sum_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_A + q - P_{A-1}^{SP} - p_X) \times$$

$$\times \langle P_A | J_\nu(0) | P_{A-1}^{SP}, X \rangle \langle P_{A-1}^{SP}, X | J_\mu(0) | P_A \rangle. \quad (38)$$

В этом выражении проводится суммирование по всем конечным состояниям с выделенным спектаторным фрагментом и для каждого такого состояния проводится суммирование по спинам и интегрирование по импульсам (фазовым объемам) нерегистрируемых адронов.

Используя импульсы $P_{A,\mu}^{LA}$, q_μ и $P_{A-1,\mu}^{SP}$, мы можем построить тензор $\hat{W}_{\mu\nu}^{LA}$, удовлетворяющий условиям градиентной инвариантности и симметричности следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{W}_{\mu\nu}^{LA} = & \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \hat{W}_1^{LA} + \left(P_{A,\mu} - \frac{v_A}{q^2} q_\mu \right) \left(P_{A,\nu} - \frac{v_A}{q^2} q_\nu \right) \hat{W}_2^{LA} + \\ & + \left(P_{A-1,\mu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_\mu \right) \left(P_{A-1,\nu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_\nu \right) \hat{W}_3^{LA} + \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(P_{A,\mu} - \frac{v_A}{q^2} q_\mu \right) \left(P_{A-1,\nu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_\nu \right) + \right. \\ & \left. + \left(P_{A,\nu} - \frac{v_A}{q^2} q_\nu \right) \left(P_{A-1,\mu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_\mu \right) \right] \hat{W}_4^{LA}. \end{aligned} \quad (39)$$

Из эрмитовости адронного электромагнитного тока J_μ следует вещественность структурных функций \hat{W}_i^{LA} , которые являются функциями инвариантных кинематических переменных q^2 , v_A , v_{SP} , κ :

$$\hat{W}_i^{LA} = \hat{W}_i^{LA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa).$$

При интегрировании сечения (36) по азимутальному углу φ_{SP} спектаторного фрагмента интегрирование коснется только тензора $W_{\mu\nu}^{LA}$. Это интегрирование по углу φ_{SP} позволяет определить новые структурные функции \tilde{W}_i^{LA} следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\mu\nu}^{LA} = & \int_0^{2\pi} d\varphi_{SP} \hat{W}_{\mu\nu}^{LA} = \int d\varphi_{SP} dv_{SP} d\kappa \delta(v_{SP} - P_{A-1}^{SP} q) \delta(\kappa - P_A P_{A-1}^{SP}) \hat{W}_{\mu\nu}^{LA} = \\ = & \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \hat{W}_1^{LA} + \left(P_{A,\mu} - \frac{v_A}{q^2} q_\mu \right) \left(P_{A,\nu} - \frac{v_A}{q^2} q_\nu \right) \tilde{W}_2^{LA}. \end{aligned} \quad (40)$$

Используя новые структурные функции \tilde{W}_i^{LA} , запишем сечение в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(lA \rightarrow l'(A-1)X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} d\kappa} = & \frac{1}{8(2\pi)^5 \lambda(s_{lA}, m_l^2, M_A^2) (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{1/2}} \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \times \\ \times \left\{ -2(q^2 + 2m_l^2) \tilde{W}_1^{LA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) + \left[(s_{lA} - v_A - M_A^2 - m_l^2)^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + q^2 \left(M_A^2 - \frac{v_A^2}{q^2} \right) \right] \tilde{W}_2^{LA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

Аналогичное рассмотрение можно провести и для случая глубоко-неупругого лептон-адронного рассеяния с одним регистрируемым адроном в конечном состоянии $lN \rightarrow l'hX$. Изучение этого процесса в рамках партонной модели проводилось в [80]. В рамках квантовой теории поля этот процесс рассматривался в работе [81].

Глубоконеупругое рассеяние нейтрино (антинейтрино) на ядре. Процесс $\nu A \rightarrow l(A-1)X$. Рассмотрим глубоконеупругое рассея-

ние нейтрино (антинейтрино) на ядре, вызванное заряженными токами, в рамках $V - A$ -теории слабых взаимодействий. Кинематические инварианты этого процесса определим так же, как и в случае глубоконеупругого электророждения [см. формулу (35)], только теперь k и k' — 4-импульсы начального нейтрино (антинейтрино) и конечного лептона соответственно.

Дифференциальное сечение глубоконеупругого взаимодействия нейтрино (антинейтрино) с ядром A , когда в конечном состоянии регистрируются лептон и ядро-спектатор $(A - 1)$, имеет вид:

$$\frac{d\sigma(\nu A \rightarrow l(A-1)X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} dx d\varphi_{SP}} = \frac{G^2 m_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}} \hat{W}_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}}}{16(2\pi)^5 (s_{\nu A} - M_A^2)^2 (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{1/2}} \cdot \quad (42)$$

Тензор $m_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}}$ описывает лептонную часть процесса и имеет вид:

$$m_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}} = \sum_{\text{спин}} (l_{\mu}^{\mp})^* l_{\nu}^{\mp} = 8 [k_{\mu} k'_{\nu} + k_{\nu} k'_{\mu} - g_{\mu\nu} (kk') \pm i \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} k_{\lambda} k'_{\rho}]. \quad (43)$$

Сильновзаимодействующая часть изучаемого процесса описывается тензором $\hat{W}_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}}$, определенным следующим образом:

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}} = \sum_{\text{спин}} \sum_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_A + q - P_{A-1}^{SP} - p_X) \times \\ \times \langle P_A | (J_{\mu}^{\pm}(0))^* | P_{A-1}^{SP}, X \rangle \langle P_{A-1}^{SP}, X | J_{\nu}^{\pm}(0) | P_A \rangle. \quad (44)$$

В отличие от случая глубоконеупругого электророждения на ядре, на тензор $\hat{W}_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}}$ не налагаются требования симметричности и градиентной инвариантности.

Наиболее общим видом тензора второго ранга, составленного из 4-импульсов $P_{A,\mu}$, q_{μ} и $P_{A-1,\mu}^{SP}$, будет следующее выражение:

$$\hat{W}_{\mu\nu}^{\nu, \bar{\nu}} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2} \right) \hat{W}_1^{\nu, \bar{\nu}} + \\ + \left(P_{A,\mu} - \frac{v_A}{q^2} q_{\mu} \right) \left(P_{A,\nu} - \frac{v_A}{q^2} q_{\nu} \right) \hat{W}_2^{\nu, \bar{\nu}} - \\ - \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} P_{A,\lambda} q_{\rho} \hat{W}_3^{\nu, \bar{\nu}} + q_{\mu} q_{\nu} \hat{W}_4^{\nu, \bar{\nu}} + (P_{A,\mu} q_{\nu} + P_{A,\nu} q_{\mu}) \hat{W}_5^{\nu, \bar{\nu}} + \\ + i (P_{A,\mu} q_{\nu} - P_{A,\nu} q_{\mu}) \hat{W}_6^{\nu, \bar{\nu}} + \left(P_{A-1,\mu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_{\mu} \right) \left(P_{A-1,\nu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_{\nu} \right) \times \\ \times \hat{W}_7^{\nu, \bar{\nu}} + \frac{1}{2} \left[\left(P_{A,\mu} - \frac{v_A}{q^2} q_{\mu} \right) \left(P_{A-1,\nu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_{\nu} \right) + \right. \\ \left. + \left(P_{A,\nu} - \frac{v_A}{q^2} q_{\nu} \right) \left(P_{A-1,\mu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_{\mu} \right) \right] \hat{W}_8^{\nu, \bar{\nu}} - \\ - \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} P_{A-1,\lambda}^{SP} q_{\rho} \hat{W}_9^{\nu, \bar{\nu}} + (P_{A-1,\mu}^{SP} q_{\nu} + P_{A-1,\nu}^{SP} q_{\mu}) \hat{W}_{10}^{\nu, \bar{\nu}} + \\ + i (P_{A-1,\mu}^{SP} q_{\nu} - P_{A-1,\nu}^{SP} q_{\mu}) \hat{W}_{11}^{\nu, \bar{\nu}} - \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} P_{A,\lambda} P_{A-1,\rho}^{SP} \hat{W}_{12}^{\nu, \bar{\nu}} + \\ + i (P_{A,\mu} P_{A-1,\nu}^{SP} - P_{A,\nu} P_{A-1,\mu}^{SP}) \hat{W}_{13}^{\nu, \bar{\nu}}. \quad (45)$$

Из условия эрмитовости слабых адронных токов и инвариантности относительно обращения времени следует, что некоторые структурные функции равны нулю. В частности,

$$\hat{W}_6^{v, \bar{v}} = \hat{W}_{11}^{v, \bar{v}} = \hat{W}_{13}^{v, \bar{v}} = 0.$$

При интегрировании сечения (42) по азимутальному углу φ_{SP} спектраторного фрагмента интегрирование коснется только тензора $\hat{W}_{\mu\nu}^{v, \bar{v}}$. Это интегрирование по углу φ_{SP} позволяет определить новые структурные функции $\tilde{W}_i^{v, \bar{v}}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\mu\nu}^{v, \bar{v}} &= \int_0^{2\pi} d\varphi_{SP} \hat{W}_{\mu\nu}^{v, \bar{v}} = \int d\varphi_{SP} dv_{SP} d\kappa \delta(v_{SP} - P_{A-1}^{SP} q) \delta \times \\ &\times (\kappa - P_A P_{A-1}^{SP}) \hat{W}_{\mu\nu}^{v, \bar{v}} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \tilde{W}_1^{v, \bar{v}} + \\ &+ \left(P_{A, \mu} - \frac{v_A}{q^2} q_\mu \right) \left(P_{A, \nu} - \frac{v_A}{q^2} q_\nu \right) \tilde{W}_2^{v, \bar{v}} - \\ &- \frac{i}{2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho} P_{A, \lambda} q_\rho \tilde{W}_3^{v, \bar{v}} + q_\mu q_\nu \tilde{W}_4^{v, \bar{v}} + (P_{A, \mu} q_\nu + P_{A, \nu} q_\mu) \tilde{W}_5^{v, \bar{v}} \end{aligned} \quad (46)$$

Используя новые структурные функции, получаем следующее выражение для сечения рассматриваемого процесса:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(v_A \rightarrow l(A-1)X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} d\kappa} &= \frac{G^2}{4(2\pi)^5 (s_{v_A} - M_A^2)^2 (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{1/2}} \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{q^2} (2q^2 + m_l^2) (q^2 - m_l^2) \tilde{W}_1^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) + \right. \\ &+ \left[\left(s_{v_A} - v_A - M_A^2 + m_l^2 \frac{v_A}{q^2} \right)^2 + (q^2 - m_l^2) \left(M_A^2 - \frac{v_A^2}{q^2} \right) \right] \times \\ &\times \tilde{W}_2^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) \pm [(s_{v_A} - v_A - M_A^2) q^2 + v_A M_A^2] \times \\ &\times \tilde{W}_3^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) - m_l^2 (q^2 - m_l^2) \tilde{W}_4^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) - \\ &\left. - 2m_l^2 (s_{v_A} - M_A^2) \tilde{W}_5^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) \right\}. \end{aligned} \quad (47)$$

Знак «+» перед третьим членом соответствует рассеянию нейтрино, а знак «-» — рассеянию антинейтрино.

Из формулы (47) видно, что при пренебрежении массой лептона m_l структурные функции $\tilde{W}_4^{v, \bar{v}}$ и $\tilde{W}_5^{v, \bar{v}}$ не дают вклада в сечение процесса.

Если мы будем считать, что взаимодействие между нейтрино (антинейтрино) и ядром осуществляется посредством обмена виртуальным W^\pm -бозоном, то в этом случае сечение процесса будет отличаться от (47) в пренебрежении массой лептона множителем $(1 -$

— q^2/m_W^2)⁻², который стремится к единице при $m_W^2 \gg q^2$ (m_W — масса промежуточного W -бозона).

Рождение лептонных пар в адрон-ядерных взаимодействиях. Процесс $aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X$. Рассмотрим процесс адрон-ядерного взаимодействия, когда в конечном состоянии регистрируются лептонная пара и спектаторный фрагмент. Кинематика этого процесса является естественным обобщением кинематики хорошо изученного процесса рождения лептонной пары в пион-нуклонном взаимодействии, когда в конечном состоянии вместе с лептонной парой регистрируется и нуклон. Подробный анализ такого процесса был проведен Ю. С. Суворцевым и Ф. Г. Ткебучава [82].

Пусть p_a и P_A — 4-импульсы сталкивающихся адрона и ядра соответственно, k и k' — 4-импульсы родившихся лептонов, P_{A-1}^{SP} — 4-импульс фрагмента-спектатора ($A-1$). Кинематические инварианты изучаемого процесса $aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X$ определим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} q^2 &= (k+k')^2, & v_A &= P_A q, & v_a &= p_a q, & v_{SP} &= P_{A-1}^{SP} q; \\ \kappa_A &= P_A P_{A-1}^{SP}, & \kappa_a &= p_a P_{A-1}^{SP}, & s_{aA} &= (p_a + P_A)^2. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Сечение процесса, просуммированное по спиновым поляризациям лептонной пары, можно записать в виде

$$\begin{aligned} d\sigma(aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X) &= \frac{1}{4(2\pi)^3 \lambda^{1/2}(s_{aA}, m_a^2, M_A^2)} \times \\ &\times \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \pi(q^2) (-g_{\mu\nu} q^2 + q_\mu q_\nu) \hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA} \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{dP_{A-1}^{SP}}{E_{A-1}^{SP}}, \end{aligned} \quad (49)$$

где лептонная часть процесса описывается выражением:

$$\begin{aligned} \pi(q^2) (-g_{\mu\nu} q^2 + q_\mu q_\nu) &= \sum_{\text{спин}} \int \frac{dk dk'}{(2\pi)^6 2E_k 2E_{k'}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(q-k-k') \varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu = \\ &= \left(\frac{q^2 - 4m_l^2}{q^2} \right)^{1/2} \int \frac{d\Omega}{8\pi^2} [k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu} \frac{1}{2} (k+k')^2]. \end{aligned} \quad (50)$$

Здесь m_l — масса лептона, $d\Omega$ — элемент телесного угла, связанный с направлением импульса одного из лептонов в с. ц. м. лептонной пары ($\mathbf{q} = \mathbf{k} + \mathbf{k}' = 0$), где

$$\mathbf{k} = -\mathbf{k}' = |\mathbf{k}| (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta);$$

$$E_k = E_{k'} = \sqrt{k^2 + m_l^2} = \frac{1}{2} \sqrt{q^2}.$$

Вычисляя интеграл по углам в этой системе, получаем:

$$\pi(q^2) = \frac{1}{6\pi} \left(1 + \frac{2m_l^2}{q^2} \right) \left(\frac{q^2 - 4m_l^2}{q^2} \right)^{1/2} \Big|_{m_l=0} = \frac{1}{6\pi}.$$

В формуле (49) тензор $\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA}$ описывает сильновзаимодействующую часть рассматриваемого процесса и определен следующим образом:

$$\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA} = \sum_{\text{спин}} \sum_X (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_A + p_a - q - P_{A-1}^{SP} - p_X) \times \\ \times \langle P_A, p_a; \text{in} | J_\mu(0) | P_{A-1}^{SP}, X; \text{out} \rangle \times \\ \times \langle P_{A-1}^{SP}, X; \text{out} | J_\nu(0) | P_A, p_a; \text{in} \rangle. \quad (51)$$

Общим видом тензора $\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA}$, построенного из 4-векторов $q_\mu, P_A, \mu, p_a, \mu, P_{A-1, \mu}^{SP}$, будет следующее выражение:

$$\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \hat{\rho}_1^{aA} + \mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{A, \nu} \hat{\rho}_2^{aA} + \mathcal{P}_{a, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} \hat{\rho}_3^{aA} + \\ + (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} + \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{a, \mu}) \hat{\rho}_4^{aA} + i (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} - \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{a, \mu}) \hat{\rho}_5^{aA} + \\ + \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP} \mathcal{P}_{A-1, \nu}^{SP} \hat{\rho}_6^{aA} + (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{A-1, \nu}^{SP} + \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP}) \hat{\rho}_7^{aA} + \\ + i (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{A-1, \nu}^{SP} - \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP}) \hat{\rho}_8^{aA} + \\ + (\mathcal{P}_{a, \mu} \mathcal{P}_{A-1, \nu}^{SP} + \mathcal{P}_{a, \nu} \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP}) \hat{\rho}_9^{aA} + \\ + i (\mathcal{P}_{a, \mu} \mathcal{P}_{A-1, \nu}^{SP} - \mathcal{P}_{a, \nu} \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP}) \hat{\rho}_{10}^{aA}. \quad (52)$$

Здесь введены обозначения:

$$\mathcal{P}_{A, \mu} = P_{A, \mu} - \frac{v_A}{q^2} q_\mu; \quad \mathcal{P}_{a, \mu} = p_{a, \mu} - \frac{v_a}{q^2} q_\mu; \quad \mathcal{P}_{A-1, \mu}^{SP} = \\ = P_{A-1, \mu}^{SP} - \frac{v_{SP}}{q^2} q_\mu.$$

Отметим, что из-за симметричности лептонной части [см. формулу (50)] вклад в сечение процесса $aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X$ даст только симметричная часть тензора $\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA}$.

Структурные функции $\hat{\rho}_i^{aA}$ являются вещественными скалярными функциями кинематических инвариантов, составленных из векторов $q_\mu, P_{A, \mu}, p_{a, \mu}, P_{A-1, \mu}^{SP}$:

$$\hat{\rho}_i^{aA} = \hat{\rho}_i^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, v_{SP}, \kappa_A, \kappa_a).$$

Переписав сечение процесса $aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X$ с помощью переменных (48), получим:

$$\frac{d\sigma(aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X)}{dq^2 dv_A dv_a d\varphi_q dx_A dx_a d\varphi_{SP}} = \frac{1}{2 (2\pi)^7 \lambda^{3/2}(s_{aA}, m_a^2, M_A^2)} \times \\ \times \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \pi(q^2) (-g_{\mu\nu} q^2 + q_\mu q_\nu) \hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA}. \quad (53)$$

Аргументы структурных функций $\hat{\rho}_i^{aA}$ зависят от азимутальных углов виртуального фотона и спектаторного фрагмента. Поэтому в общем случае невозможно провести интегрирование сечения (53) по азимутальным углам, так как явный вид структурных функций не известен. Для проведения такого интегрирования рассмотрим частный случай, когда сталкивающиеся частицы: адрон a и ядро A движутся вдоль оси z и полный поперечный импульс лептонной пары равен нулю, т. е. поперечный импульс виртуального фотона равен нулю, $q_{\perp} = 0$. При этом зависимость аргументов структурных функций $\hat{\rho}_i^{aA}$ от азимутальных углов исключается и вся зависимость от азимутального угла φ_{SP} будет содержаться только в коэффициентах разложения (52). Так же как и в случае глубоконеупругого рассеяния лептонов на ядре, интегрирование тензора $\hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA}$ по азимутальному углу спектаторного фрагмента позволяет определить новые структурные функции $\tilde{\rho}_i^{aA}$ соотношением:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{\mu\nu}^{aA} = \int_0^{2\pi} d\varphi_{SP} \hat{\rho}_{\mu\nu}^{aA} = & \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \tilde{\rho}_1^{aA} + \mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{A, \nu} \tilde{\rho}_2^{aA} + \\ & + \mathcal{P}_{a, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} \tilde{\rho}_3^{aA} + (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} + \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{a, \mu}) \tilde{\rho}_4^{aA} + \\ & + i (\mathcal{P}_{A, \mu} \mathcal{P}_{a, \nu} - \mathcal{P}_{A, \nu} \mathcal{P}_{a, \mu}) \tilde{\rho}_5^{aA}. \end{aligned} \quad (54)$$

Тогда для сечения процесса $aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X$ получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(aA \rightarrow l^+l^- (A-1) X)}{dq^2 dv_A dv_a dx_A dx_a} = & \frac{1}{2(2\pi)^6 \lambda^{3/2}(s_{aA}, m_a^2, M_A^2)} \times \\ & \times \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \pi (q^2) q^2 \left\{ 3\tilde{\rho}_1^{aA} - \left(M_A^2 - \frac{v_A^2}{q^2} \right) \tilde{\rho}_2^{aA} - \right. \\ & \left. - \left(m_a^2 - \frac{v_a^2}{q^2} \right) \tilde{\rho}_3^{aA} - \left(s_{aA} - M_A^2 - m_a^2 - \frac{2v_A v_a}{q^2} \right) \tilde{\rho}_4^{aA} \right\}. \end{aligned} \quad (55)$$

Размерный анализ и принцип автомодельности. Проведем размерный анализ введенных в предыдущих параграфах, структурных функций. Для случая глубоконеупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на ядрах рассмотрение будет вестись в системе центра масс ядра A и виртуальной промежуточной частицы в пределе $P_{A,z} \rightarrow \infty$:

$$P_A = (E_A, 0, 0, P_{A,z}), \quad q = (q_0, 0, 0, -P_{A,z}),$$

а для случая рождения пары лептонов в адрон-ядерных столкновениях будем рассматривать систему центра масс сталкивающихся частиц в пределе высоких энергий.

Из выражений (41), (47) и (55) для сечений следует, что структурные функции рассматриваемых процессов имеют следующие размерности:

$$[\tilde{W}_1^{IA}] = [m^{-2}], \quad [\tilde{W}_2^{IA}] = [m^{-4}]; \quad (56a)$$

$$[\tilde{W}_1^{v, \bar{v}}] = [m^{-2}], \quad [\tilde{W}_2^{v, \bar{v}}] = [\tilde{W}_3^{v, \bar{v}}] = [m^{-4}]; \quad (56b)$$

$$[\tilde{\rho}_1^{aA}] = [m^{-4}], \quad [\tilde{\rho}_i^{aA}] = [m^{-6}], \quad i = 2, 3, 4. \quad (56b)$$

Определим бёркеновский предел следующими значениями кинематических инвариантов $s_{IA}, q^2, v_A \gg M_A^2$; q^2/v_A — конечно. Область значений кинематических инвариантов, где $v_{SP} \rightarrow \infty$ при конечном отношении v_{SP}/v_A и κ конечном, назовем областью фрагментации мишени (ядра A).

Введем две шкалы измерения импульсов: продольную и поперечную и сформулируем принцип автомодельности:

В бёркеновском пределе в области фрагментации мишени [при масштабных преобразованиях продольной [шкалы импульсов

$$p_z \rightarrow \lambda p_z, \quad \mathbf{p}_\perp \rightarrow \mathbf{p}_\perp \quad (57)$$

структурные функции глубоконеупругих процессов $\tilde{W}_i^{IA}, \tilde{W}_i^{v, \bar{v}}$ и $\tilde{\rho}_i^{aA}$ преобразуются как однородные функции соответствующей размерности. Принцип автомодельности в применении к процессам взаимодействия элементарных частиц при высоких энергиях был сформулирован В. А. Матвеевым, Р. М. Мурадяном и А. Н. Тавхелидзе [83] на основе указанной Н. Н. Боголюбовым аналогии процессов глубоконеупругих взаимодействий с точечным и плоским взрывами в гидродинамике. Более подробно о принципе автомодельности и его применениях в физике элементарных частиц см. [40, 84].

Для глубоконеупругих процессов в с. ц. м. ядра A и виртуальной промежуточной частицы рассмотрим случай, когда $P_{A,z} \rightarrow \infty$ и $P_{A-1,z}^{SP} \rightarrow \infty$, тогда можем считать, что

$$E_{A-1}^{SP} \approx P_{A-1,z}^{SP} + \frac{(P_{A-1,\perp}^{SP})^2 + M_{SP}^2}{2P_{A-1,z}^{SP}}$$

и для кинематических инвариантов процесса получим

$$v_{SP} \approx 2P_{A,z} P_{A-1,z}^{SP}, \quad z \rightarrow \infty;$$

$$\kappa \approx \frac{P_{A,\bar{z}}}{2P_{A-1,z}^{SP}} [(P_{A-1,\perp}^{SP})^2 + M_{SP}^2] - \text{конечно.}$$

Согласно определению, этот случай принадлежит области фрагментации мишени. При масштабных преобразованиях (57) шкалы

импульсов кинематические инварианты преобразуются следующим образом:

$$q^2 \rightarrow \lambda^2 q^2, \quad v_A \rightarrow \lambda^2 v_A, \quad v_{SP} \rightarrow \lambda^2 v_{SP}, \quad \kappa \rightarrow \kappa. \quad (58)$$

Из принципа автомодельности следует, что в бёркеновском пределе в области фрагментации мишени структурные функции \tilde{W}_i^{lA} ведут себя следующим образом:

$$\lim M_A^2 \tilde{W}_1^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = f_1^{lA} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_{SP}}{v_A}, \kappa \right); \quad (59a)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_2^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = f_2^{lA} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_{SP}}{v_A}, \kappa \right); \quad (59b)$$

$$\lim M_A^2 \tilde{W}_1^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = f_1^{\nu, \bar{\nu}} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_{SP}}{v_A}, \kappa \right); \quad (60a)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_2^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = f_2^{\nu, \bar{\nu}} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_{SP}}{v_A}, \kappa \right); \quad (60b)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_3^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = f_3^{\nu, \bar{\nu}} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_{SP}}{v_A}, \kappa \right), \quad (60b)$$

Отношение q^2/v_A пропорционально известной бёркеновской переменной $x_A^B = -q^2/2v_A$. Для отношения v_{SP}/v_A можно получить выражение $v_{SP}/v_A = (1 - x_A^B) x_A^F$, где введено обозначение

$$x_A^F = 2P_{A-1}^{SP} z / \sqrt{s_{qA}}, \quad s_{qA} = (q + P_A)^2.$$

Инвариант κ в рассматриваемом случае можно выразить в виде

$$\kappa = \frac{(P_{A-1, \perp}^{SP})^2 + M_{SP}^2}{2x_A^F}.$$

С учетом этих замечаний в бёркеновском пределе в области фрагментации мишени структурные функции глубокоупругого рассеяния электрона на ядре можно записать как функции трех переменных $x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}$:

$$\lim M_A^2 \tilde{W}_1^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = F_1^{lA}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}); \quad (61a)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_2^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = F_2^{lA}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}); \quad (61b)$$

$$\lim M_A^2 \tilde{W}_1^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = F_1^{\nu, \bar{\nu}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}); \quad (62a)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_2^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = F_2^{\nu, \bar{\nu}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}); \quad (62b)$$

$$\lim M_A^2 v_A \tilde{W}_3^{\nu, \bar{\nu}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = F_3^{\nu, \bar{\nu}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}). \quad (62b)$$

Эти результаты согласуются с результатами, полученными в рамках реджевского анализа [85].

Введем переменную $y = 2v_A/s_{qA}$ и проинтегрировав по ней сечения от 0 до 1, получим:

$$x_A^F \frac{d\sigma(lA \rightarrow l'(A-1)X)}{dx_A^B dx_A^F d(P_{A-1, \perp}^{SP})^2} = \frac{1}{8(2\pi)^5} \frac{s_{lA}}{M_A^2} \left(\frac{4\pi\alpha}{q^2} \right)^2 \times \\ \times \left\{ \frac{x_A^B}{3} F_1^{lA}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}) + \frac{1}{2} F_2^{lA}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}) \right\}; \quad (63a)$$

$$x_A^F \frac{d\sigma(vA \rightarrow l(A-1)X)}{dx_A^B dx_A^F d(P_{A-1, \perp}^{SP})^2} = \frac{G^2}{4(2\pi)^5} \frac{s_{vA}}{M_A^2} \times \\ \times \left\{ \frac{x_A^B}{3} F_1^{v, \bar{v}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}) + \frac{1}{2} F_2^{v, \bar{v}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}) \mp \right. \\ \left. \mp \frac{x_A^B}{3} F_3^{v, \bar{v}}(x_A^B, x_A^F, P_{A-1, \perp}^{SP}) \right\}. \quad (63b)$$

Для рождения лептонной пары в адрон-ядерных столкновениях с выходом спектаторного фрагмента рассмотрим в с. ц. м. сталкивающихся частиц ($P_A = (E_A, 0, 0, P_{A,z})$, $p_a = (E_a, 0, 0, -P_{A,z})$) случай, когда $P_{A,z} \rightarrow \infty$ и $P_{A-1,z}^{RP} \rightarrow \infty$, тогда

$$E_{A-1}^{SP} \approx P_{A-1,z}^{SP} + \frac{(P_{A-1, \perp}^{SP})^2 + M_{SP}^2}{2P_{A-1,z}^{SP}}.$$

При масштабных преобразованиях (57) кинематические инварианты преобразуются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} s_{aA} &\rightarrow \lambda^2 s_{aA}, \quad q^2 \rightarrow \lambda^2 q^2, \quad v_A \rightarrow \lambda^2 v_A; \\ v_a &\rightarrow \lambda^2 v_a, \quad \kappa_A \rightarrow \kappa_A, \quad \kappa_a \rightarrow \lambda^2 \kappa_a. \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Применяя принцип автомодельности к функциям $\tilde{\rho}_i^{aA}$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \lim M_A^2 q^2 \tilde{\rho}_1^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= f_1^1 \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_a}{s_{aA}}, \frac{q^2}{v_a}, \frac{\kappa_a}{s_{aA}}, \kappa_A \right); \\ \lim M_A^2 q^2 \tilde{\rho}_i^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= f_i^1 \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{v_A}{s_{aA}}, \frac{q^2}{v_a}, \frac{\kappa_a}{s_{aA}}, \kappa_A \right), \end{aligned} \right\} \quad (65a)$$

$i = 2, 3, 4$ в области, где $q_z \rightarrow \infty$, $q_0 \approx q_z + \frac{q^2}{2q_z}$ и

$$\left. \begin{aligned} \lim M_A^2 q^2 \tilde{\rho}_1^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= f_1^{\text{II}} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{q^2}{v_a}, \frac{v_A}{s_{aA}}, \frac{\kappa_a}{s_{aA}}, \kappa_A \right); \\ \lim M_A^4 q^2 \tilde{\rho}_i^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= f_1^{\text{II}} \left(\frac{q^2}{v_A}, \frac{q^2}{v_a}, \frac{v_A}{s_{aA}}, \frac{\kappa_a}{s_{aA}}, \kappa_A \right), \end{aligned} \right\} \quad (656)$$

$i = 2, 3, 4$

в области, где $q_z \rightarrow -\infty$, $q_0 \approx |q_z| + \frac{q^2}{2|q_z|}$.

Определим масштабнo-инвариантные переменные:

$$x_A^B = -\frac{q^2}{2v_A}, \quad x_a^B = -\frac{q^2}{2v_a}, \quad x_q^F = \frac{2q_z}{\sqrt{s_{aA}}}, \quad x_{SP}^F = \frac{2P_{A-1, z}^{SP}}{\sqrt{s_{aA}}}. \quad (66)$$

В пределе высоких энергий и когда $P_{A-1, z}^{SP} \rightarrow \infty$ и $q_z \rightarrow \pm\infty$, отношения кинематических инвариантов, фигурирующие в формулах (65а) и (65б), можно выразить через переменные (66). Окончательно получим:

$$\begin{aligned} \lim M_A^2 q^2 \tilde{\rho}_1^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= F_1(x_A^B, x_a^B, x_q^F, x_{SP}^F, P_{A-1, \perp}^{SP}); \end{aligned} \quad (67a)$$

$$\begin{aligned} \lim M_A^4 q^2 \tilde{\rho}_i^{aA}(s_{aA}, q^2, v_A, v_a, \kappa_A, \kappa_a) &= \\ &= F_i(x_A^B, x_a^B, x_q^F, x_{SP}^F, P_{A-1, \perp}^{SP}). \end{aligned} \quad (67b)$$

$i = 2, 3, 4$

В связи с наблюдением в инклюзивных адрон-ядерных процессах эффектов кумулятивного рождения частиц [4, 7, 19, 25, 26] представляет несомненный интерес экспериментальный поиск кумулятивных лептонных пар в адрон-ядерных и ядро-ядерных соударениях (см. в этой связи работу [86]).

Связь между структурными функциями рассеяния на ядре и на нуклоне. Установим связь между введенными структурными функциями глубоконеупругого лептон-ядерного рассеяния и рождения лептонной пары в адрон-ядерных столкновениях со структурными функциями лептон-нуклонного рассеяния и рождения пары лептонов при адрон-нуклонном соударении. Будем считать, что при рассеянии лептона на ядре A начальный лептон взаимодействует только с одним нуклоном ядра, а остальные $(A - 1)$ нуклонов продолжают

свое существование в виде остаточного ядра-фрагмента. Начальное ядро A и спектаторный фрагмент будем описывать в терминах много-частичных релятивистских волновых функций $\Phi_P^{(A)}(x_i^{(A)}, \mathbf{p}_{i,\perp})$.

В рассматриваемом приближении сечение процесса $lA \rightarrow l' (A-1) X$ принимает вид:

$$\frac{d\sigma(lA \rightarrow l' (A-1) X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} d\kappa} = \frac{1}{2(2\pi)^2 (4\pi)^{2A-2}} \frac{\lambda(s_{lN}, m_l^2, m^2)}{\lambda(s_{lA}, m_l^2, M_A^2)} \times \\ \times (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{-1/2} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1 - X^{SP}} \right|^2 \frac{d\sigma(lN \rightarrow l' X)}{dq^2 dv_N}. \quad (68)$$

Здесь $d\sigma(lN \rightarrow l' X)/dq^2 dv_N$ — сечение глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния, m — масса нуклона.

Кинематические инварианты

$$s_{lN} = (k + p_N)^2, \quad v_N = p_N q$$

глубоконеупругого лептон-нуклонного взаимодействия связаны с инвариантами лептон-ядерного взаимодействия следующим образом:

$$s_{lN} = s_{lA} + M_{SP}^2 - 2(kP_{A-1}^{SP}) - 2\kappa; \quad (69a)$$

$$v_N = v_A - v_{SP}, \quad (69b)$$

p_N — 4-импульс провзаимодействовавшего с лептоном нуклона внутри ядра A . $I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})$ — интеграл перекрытия волновых функций начального ядра и ядра-фрагмента [см. формулу (16)]. Переменную X^{SP} , в отличие от разд. 1, определим несколько иным образом:

$$X^{SP} = (P_{A-1, 0}^{SP} + P_{A-1, z}^{SP}) / (P_{A, 0} + P_{A, z}),$$

а связь переменных $x_i^{(A)}$ и $\mathbf{p}_{i, \perp}$ с переменными интегриации $y_i^{(A-1)}$ и $\mathbf{q}_{i, \perp}$ принимает вид:

$$x_i^{(A)} = X^{SP} y_i^{(A-1)}; \quad \mathbf{p}_{i, \perp} = \mathbf{q}_{i, \perp} \quad i = 1, 2, \dots, A-1;$$

$$x_A^{(A)} = 1 - X^{SP}, \quad \mathbf{p}_{A, \perp} = \mathbf{P}_{A, \perp} - \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP}.$$

Используя формулы (41), (68) и известные выражения для сечений процессов глубоконеупругого рассеяния электронов на нуклоне [87] и на ядре [79], получаем связь между структурными функциями $\tilde{W}_i^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa)$ и структурными функциями $W_i^{lN}(q^2, v_N)$ в следующем виде:

$$\tilde{W}_1^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) = \\ = \frac{1}{2(2\pi)^2 (4\pi)^{2A-2}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1 - X^{SP}} \right|^2 W_1^{lN}(q^2, v_N); \quad (70a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_2^{lA}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) &= \frac{1}{2(2\pi)^2 (4\pi)^{2A-2}} \times \\ &\times \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \frac{(v_N^2 - m^2 q^2)}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)} W_2^{lN}(q^2, v_N). \end{aligned} \quad (706)$$

Нетрудно выразить переменные X^{SP} и $P_{A-1, \perp}^{SP}$ через инварианты q^2, v_A, v_{SP} и κ :

$$\begin{aligned} X^{SP} &= \frac{1}{M_A^2} \left[\kappa + \frac{\kappa v_A - M_A^2 v_{SP}}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)^{1/2}} \right]; \\ (P_{A-1, \perp}^{SP})^2 &= \frac{1}{q^2} \left[v_{SP}^2 - \frac{(v_A v_{SP} - q^2 \kappa)^2}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)} \right] - M_{SP}^2. \end{aligned}$$

Как и в случае рассеяния электрона, можно получить связь между сечениями глубоконеупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на ядре и на нуклоне. Эта связь имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(vA \rightarrow l(A-1)X)}{dq^2 dv_A dv_{SP} d\kappa} &= \frac{1}{2(2\pi)^2 (4\pi)^{2A-2}} \frac{(s_{vN} - m^2)^2}{(s_{vA} - M_A^2)^2} \times \\ &\times (v_A^2 - M_A^2 q^2)^{-1/2} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \frac{d\sigma(vN \rightarrow lX)}{dq^2 dv_N}. \end{aligned} \quad (71)$$

Здесь $d\sigma(vN \rightarrow lX)/dq^2 dv_N$ — дифференциальное сечение глубоконеупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на нуклоне.

Используя формулы (47), (71) и известные выражения для сечений глубоконеупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на нуклоне [87] и на ядре [79], получаем следующую связь между структурными функциями $\tilde{W}_i^{v, \bar{v}}$ и $W_i^{v, \bar{v}}$:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_1^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) &= \frac{1}{2(4\pi)^{2A-4}} \times \\ &\times \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 W_1^{v, \bar{v}}(q^2, v_N); \end{aligned} \quad (72a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_2^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) &= \frac{1}{2(4\pi)^{2A-4}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \times \\ &\times \frac{(v_N^2 - m^2 q^2)}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)} W_2^{v, \bar{v}}(q^2, v_N); \end{aligned} \quad (726)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}_3^{v, \bar{v}}(q^2, v_A, v_{SP}, \kappa) &= \frac{1}{2(4\pi)^{2A-4}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \times \\ &\times \frac{(v_N^2 - m^2 q^2)^{1/2}}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)^{1/2}} W_3^{v, \bar{v}}(q^2, v_N). \end{aligned} \quad (72B)$$

Рассмотрим теперь процесс рождения лептонной пары в адрон-ядерном взаимодействии. Будем считать, что рождение пары лептонов происходит при взаимодействии налетающего адрона с одним нуклоном ядра. В этом случае можно связать структурные функции процессов рождения лептонных пар в адрон-ядерных и адрон-нуклонных взаимодействиях.

В этом приближении:

$$\tilde{\rho}_1^{aA} = \frac{2\pi}{(4\pi)^{2A-2}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \rho_1^{aN}; \quad (73a)$$

$$\tilde{\rho}_2^{aA} = \frac{2\pi}{(4\pi)^{2A-2}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \frac{(v_N^2 - m_a^2 v_a^2)}{(v_A^2 - M_A^2 q^2)} \rho_2^{cN}; \quad (73б)$$

$$\tilde{\rho}_3^{aA} = \frac{2\pi}{(4\pi)^{2A-2}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \rho_3^{aN}; \quad (73в)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_4^{aA} = & \frac{2\pi}{(4\pi)^{2A-2}} \left| \frac{I(X^{SP}, \mathbf{P}_{A-1, \perp}^{SP})}{1-X^{SP}} \right|^2 \times \\ & \times \frac{\left(s_{aN} - m^2 - m_a^2 - \frac{2v_N v_a}{q^2} \right)}{\left(s_{aA} - M_A^2 - m_a^2 - \frac{2v_A v_a}{q^2} \right)} \rho_4^{aN}. \end{aligned} \quad (73г)$$

Здесь структурные функции $\tilde{\rho}_i^{aA}$ являются функциями кинематических инвариантов s_{aA} , q^2 , v_A , v_a , κ_A , κ_a , а структурные функции $\tilde{\rho}_i^{aN}$ зависят от инвариантов $s_{aN} = s_{aA} - 2\kappa_a - 2\kappa_A + M_{SP}^2$, q^2 , $v_N = v_A - v_{SP}$, v_a . Предположив, что структурные функции ρ_i^{aN} при больших значениях своих аргументов являются функциями их отношений, т. е. имеют автомодельное поведение, получим, что в пределе высоких энергий структурные функции $\tilde{\rho}_i^{aA}$ являются функциями масштабно-инвариантных переменных (66), что согласуется с результатами принципа автомодельности.

Полученные здесь формулы позволяют изучать структуру ядер релятивистским образом. Например, измеряя на эксперименте структурные функции \tilde{W}_i^{lA} , $\tilde{W}_i^{v, \bar{v}}$ и имея информацию о структурных функциях W_i^{lN} , $W_i^{v, \bar{v}}$ (довольно подробные сведения о структурных функциях глубоководного рассеяния лептонов на нуклоне содержатся, например, в работе [88]), можно изучать интеграл перекрытия $I(X_{SP}, \mathbf{P}_{SP, \perp})$ который несет информацию о релятивистских волновых функциях начального и конечного ядер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре подведены некоторые итоги развиваемого авторами релятивистского подхода в теории ядерных взаимодействий. Подход базируется на рассмотрении ядер как релятивистских составных систем, причем природа составляющих может быть произвольной. Если здесь структурными единицами ядер выступали релятивистским образом описываемые нуклоны, то развитый формализм позволяет рассматривать и кварковые степени свободы в ядрах.

Для выяснения некоторых общих закономерностей во взаимодействиях релятивистских ядер (масштабные свойства сечений, общие свойства релятивистских волновых функций и т. д.) мы не учитывали также спиновых степеней свободы нуклонов. Применяемый метод содержит в себе возможность учета и этих характеристик как самих нуклонов, так и составляющих их кварков. (Вопросы, связанные со спинами частиц в формализме светового фронта, можно найти, например, в [89, 90]).

Если на данном этапе выбор вида релятивистских волновых функций диктовался в основном эвристическими соображениями, то, в принципе, эти (или другие) волновые функции могут быть получены как решения соответствующих динамических уравнений с теоретико-полевыми или феноменологическими ядрами взаимодействия. Рассмотрение всех этих вопросов выходит за рамки настоящего обзора.

В процессе работы над вопросами, затронутыми в настоящем обзоре, авторы имели многочисленные полезные обсуждения с Н. С. Амаглобели, А. М. Балдиным, С. Б. Герасимовым, Т. И. Копалейшвили, В. А. Матвеевым, Р. Г. Салуквадзе, А. Н. Тавхелидзе, за что приносят им свою глубокую благодарность. Отдельные из рассмотренных здесь вопросов обсуждались авторами при совместной работе с В. В. Глаголевым, А. Н. Горбуновым, Я. З. Дарбаидзе, Ж. П. Жербером, П. Жюйо, Р. М. Лебедевым, П. Зелинским, Т. Семярчуком, И. Стэпаняк, А. Фридманом, К. У. Хайретдиновым, Ш. М. Эсакия, сотрудничество с которыми было весьма плодотворным. Авторы глубоко признательны А. В. Ефремову, В. Г. Кадышевскому, В. К. Лукьянову, Р. М. Мир-Касимову, Р. М. Мурадян, И. А. Савину, Л. А. Слепченко, Я. А. Смородинскому, Л. Н. Струнову, Ю. В. Тевзадзе, Ф. Г. Ткебучава, А. А. Хелашвили за плодотворные дискуссии по затронутым здесь вопросам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балдин А. М., Герасимов С. Б. и др. Лекции на Школе по физике высоких энергий, Сухуми, 1972. ОИЯИ, P2-6867, Дубна, 1972 с. 374.
2. Лексин Г. А. Лекции на Школе «Некоторые вопросы экспериментальных исследований в области физики высоких энергий». М.: изд. МИФИ, 1975, с. 3.
3. Zielinski P.— In: Proc. of the XVIII Conf. on High Energy Physics, Tbilisi, USSR, July, 1976. JINR D1, 2-10400, Dubna, 1976.
4. Балдин А. М.— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 3, с. 429.

5. Steiner H.— In: Proc. of VII Intern. Conf. on High Energy Physics and Nuclear Structure, Zurich, Switzerland, August 29 September 2/Ed. M. Locher, 1977, p. 26.
6. Goldhaber A. S., Heckman H. H.— Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1978, v. 28, p. 161.
7. Ставинский В. С.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, вып. 5, с. 949.
8. Балдин А. М. Лекции на Международной школе молодых ученых по физике высоких энергий, Дубна, 9—19 декабря 1980. ОИЯИ, Д2-81-158, Дубна, 1981, с. 296.
9. Friedlander E. M., Heckman H. H. Preprint LBL-13864, Berkeley, 1982.
10. Карманов В. А., Шапиро И. С.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 2, с. 327.
11. Балдин А. М.— В кн.: Фундаментальные проблемы теоретической и математической физики. ОИЯИ, Д12831, Дубна, 1979, с. 215.
12. Лукьянов В. К., Титов А. И.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, вып. 5, с. 815.
13. Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11, вып. 3, с. 571.
14. Ефремов А. В.— ЭЧАЯ, 1982, т. 13, вып. 3, с. 613.
15. Кобушкин А. П., Шелест В. П.— ЭЧАЯ, 1983, т. 14, вып. 5, с. 1146.
16. Mantovani G. C. e.a.— Phys. Lett., 1976, v. 64B, p. 471; Ibid., v. 65B, p. 401; Faessler M. A. Preprint CERN-EP/81-74, Geneva, 1981.
17. Балдин А. М. Краткие сообщ. по физике. АН СССР, 1971, т. 1, с. 35.
18. Jacob G., Maris Th.— Rev. Mod. Phys., 1973, v. 45, p. 6; Ciofi degli Atti C.— In: Photonuclear Reactions/Ed. S. Costa, C. Schaerf. Springer-Verlag, 1977, p. 521.
19. Балдин А. М. и др. Препринт ОИЯИ P1-5819, Дубна, 1971; ЯФ, 1973, т. 18, с. 79; ЯФ, 1975, т. 21, с. 1008.
20. Papp J. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 34, p. 601.
21. Ажгирей Л. С. и др. Препринт ОИЯИ P1-9265, Дубна, 1975.
22. Anderson L. M., Jr. Preprint LBL-6769, Berkeley, 1977.
23. Бажков Ю. Д., Воробьев Л. С., Лексин Г. А. и др.— ЯФ, 1973, т. 18, с. 1246; 1974, т. 19, с. 1266; 1979, т. 29, с. 947.
24. Sandoval A. e.a.— Phys. Rev., 1980, v. 21C, p. 1321.
25. Балдин А. М. и др. Препринт ОИЯИ 1-8858, Дубна, 1975; Препринт ОИЯИ P1-11168, Дубна, 1977.
26. Baldin A. M. Preprint JINR E1-80-174, Dubna, 1980; In: Proc. of the 1981 CERN-JINR School of Physics, Hanko, Finland, 6—16 June, 1981. CERN 82-04, Geneva, 1982.
27. Garsevanishvili V. R.— In: Recent Development in Relativistic Quantum Field Theory and Its Applications. Lectures at the XIII Intern. Winter School of Theoretical Physics, Karpacz, Febr. 1976.
28. Arnold R. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 776; 1978, v. 40, p. 1429.
29. Brodsky S. J., Chertok B. T.— Phys. Rev., 1976, v. 14D, p. 3003.
30. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1973, v. 7, p. 719.
31. Brodsky S. J., Farrar G.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1153.
32. Matveev V. A., Sorba P.— Lett. Nuovo cimento, 1977, v. 20, p. 435.
33. Chapline G. F., Kerman A. K. Preprint UCRL-80737, Livermore, 1978; Буров В. В., Лукьянов В. К., Титов А. И. Сообщения ОИЯИ, P2-80-68, Дубна, 1980; Кобушкин А. П.— ЯФ, 1978, т. 28, с. 495; Kobushkin A. P., Visireva L. Preprint ITP-81-108E, Kiev, 1981; Бабушидзе Т. Д., Копалейшвили Т. И., Мачабели И. З., Чачхунашвили М. Ш.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1406; Kizukuri Y., Namiki M., Okano K. Progr. Theoret. Phys., 1979, v. 61, p. 559; Nomofilov A. A. e.a. Preprint JINR E1-82-919, Dubna, 1982; Лукьянов В. К., Титов А. И.— В кн.: Тр. XV Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий, Дубна, ноябрь 1982. Д2, 4-83-179, Дубна, 1983, с. 456.
34. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976; Швeбер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля: Пер. с англ. М.: Изд-во иностран. лит., 1963.

35. Salpeter E. E., Bethe H. A.— Phys. Rev., 1951, v. 84, p. 1232; Gell-Mann M., Low F.— Ibid., p. 350.
36. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N.— Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 380; Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н.— В кн.: Проблемы теоретической физики, посвященной Н. Н. Боголюбову в связи с его 60-летием. М.: Наука, 1969, с. 261; Tavkhelidze A. N. Lectures on the Quasipotential Method in Field Theory, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1963; Кадышевский В. Г., Мир-Касимов Р. М., Скачков Н. Б.— ЭЧАЯ, 1971, т. 2, вып. 3, с. 635; Фаустов Р. Н.— ЭЧАЯ, 1972, т. 3, вып. 1, с. 238.
37. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А.— ТМФ, 1975, т. 24, с. 3.
38. Гарсеванишвили В. Р., Квинихидзе А. Н., Матвеев В. А. и др.— ТМФ, 1975, т. 23, с. 310.
39. Dirac P. A. M.— Rev. Mod. Phys., 1949, v. 21, p. 392.
40. Мурадян Р. М. Автомодельность в инклюзивных реакциях. ОИЯИ P2-6762, Дубна, 1972.
41. Bertocchi L., Tekou A.— Nuovo cimento, 1974, v. 21A, p. 223.
42. Шапиро И. С.— В кн.: Тр. Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, 1976. ОИЯИ Д-9920, Дубна, 1976, с. 424.
43. Буров В. В., Лукьянов В. К., Титов А. И.— Там же, с. 432.
44. Карманов В. А.— ЖЭТФ, 1976, т. 71, с. 399.
45. Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.— Лекции на XII школе ЛИЯФ, 1977.
46. Schmidt I., Blankenbecler R.— Phys. Rev., 1977, v. 15D, p. 3321.
47. Buck W., Gross F.— Phys. Lett., 1976, v. 63B, p. 286; Phys. Rev., 1979, v. 20D, p. 2361.
48. Фаустов Р. Н., Хелашвили А. А.— ЯФ, 1969, т. 10, с. 1085.
49. Глаголев В. В. и др. ОИЯИ, P1-6714, Дубна, 1972.
50. Гарсеванишвили В. Р., Мирианашвили Д. Г., Ниорадзе М. С. Сообщения ОИЯИ, P2-9859, Дубна, 1976; Garsevanishvili V. R., Mirianashvili D. G.— Rep. Math. Phys., 1977, v. 14, p. 77.
51. Benecke J., Chou T. T., Yang C. N., Yen E.— Phys. Rev., 1969, v. 188, p. 2159.
52. Feynman R. P.— Phys. Rev. Lett., 1969, v. 23, p. 1415.
53. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1972, v. 5, p. 907.
54. Гарсеванишвили В. Р. и др. Препринт ОИЯИ, 1-81-838, Дубна, 1981.
55. Aladashvili B. S. e.a.— Nucl. Phys., 1975, v. 86B, p. 461; J. Phys. G: Nucl. Phys., 1976, v. 3, p. 1225; Аладашвили Б. С. и др.— ЯФ, 1978, т. 27, с. 704.
56. Fridman A.— Fortschr. Phys., 1975, Bd 23, S. 243.
57. Venay O. e.a. A Compilation. UCRL-20000NN, Berkeley, 1970. Flaminio V. e.a. A Compilation CERN-HERA 79-03, Geneva, 1979.
58. Абдувалиев А. и др.— ЯФ, 1978, т. 27, с. 1356.
59. Гаспарян А. П. и др. Препринт ОИЯИ, 1-9111, Дубна, 1975; Которобай Ф. и др. Препринт ОИЯИ, P10-9314, Дубна, 1975; Иерусалимов А. П. и др. Препринт ОИЯИ, P10-9502, Дубна, 1976.
60. Алдашвили Б. С. и др.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1275.
61. Гарсеванишвили В. Р., Ментешашвили З. Р., Мирианашвили Д. Г., Ниорадзе М. С.— ТМФ, 1977, т. 33, с. 276.
62. Алдашвили Б. С., Гарсеванишвили В. Р. и др.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 1063.
63. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977.
64. Glagolev V. V. e.a.— Phys. Rev., 1979, v. 18C, p. 1382; Communication JINR E1-12943, Dubna, 1979.
65. Буздавина Н. А., Глаголев В. В. и др. Сообщения ОИЯИ, 1-81-530, Дубна, 1981.
66. Bizard G. e.a.— Nucl. Phys., 1977, v. A285, p. 461.
67. Block M. M.— Nuovo cimento, 1961, v. 20, p. 715; Копелиович Б. З., Поташникова И. К.— ЯФ, 1971, т. 13, с. 1032; Левин Е. М., Стрикман М. И.—

ЯФ, 1976, т. 23, с. 412; Auger J. P., Gillespie J., Lombard R. J.— Nucl. Phys., 1976, v. A262, p. 372.

68. Гарсеванишвили В. Р., Ментешашвили З. Р., Мирианашвили Д. Г., Ниорадзе М. С.— ЯФ, 1984, т. 40, с. 1033.

69. Alberi G., Rosa L. P., Thome Z. D.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 503.

70. Bloom E. D. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1969, v. 23, p. 930; Breidenbach M. e.a.— Ibid., p. 935.

71. Bodek A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 30, p. 1087; Riordan E. M. e.a.— Ibid., 1974, v. 33, p. 561; Preprint SLAC-PUB-1634, Stanford, 1975; Bodek A. e.a.— Phys. Rev., 1979, v. 20D, p. 1471.

72. Anderson H. L. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 4; Ibid., 1977, v. 38, p. 1450.

73. Gordon B. A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 615; Phys. Rev., 1979, v. 20D, p. 2645.

74. Schultze K. e.a. Submitted to Intern. Symp. on lepton and Photon Interactions, Hamburg, August 1977.

75. Ефремов А. В., Радошкин А. В.— В кн.: Материалы Междунар. совещания. Процессы множественного рождения и инклюзивные реакции при высоких энергиях, Серпухов, 10—14 ноября 1976. Серпухов, 1977.

76. De Rujula A., Georgi H., Politzer H. D.— Phys. Rev., 1974, v. 10D, p. 2141; Ann. Phys. (N.Y.), 1977, v. 103, p. 315; Georgi H., Politzer H. D.— Phys. Rev., 1976, v. 14D, p. 1829.

77. Гарсеванишвили В. Р., Мирианашвили Д. Г., Ниорадзе М. С.— В кн.: Труды XI Международной школы по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике. Гомель, сентябрь 1977.

78. Гарсеванишвили В. Р., Дарбадзе Я. З., Ментешашвили З. Р.— ТМФ, 1980, т. 42, с. 50.

79. Darbaidze Ya. Z., Esakia S. M., Garsevanishvili V. R., Menteshashvili Z. R.— Fortschr. Phys., 1980, Bd 28, S. 501.

80. Drell S. D., Yan T. M.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, p. 855.

81. Galfi L. Preprint JINR, E2-11223, Dubna, 1978.

82. Суровцев Ю. С., Ткебучава Ф. Г. Сообщения ОИЯИ, P2-4561, Дубна, 1969.

83. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Сообщения ОИЯИ, P2-4578, Дубна 1969.

84. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н.— ЭЧАЯ, 1971, т. 2, вып. 1, с. 5.

85. Pak N. K. Preprint SLAC-PUB-1744, Stanford, 1976.

86. Baldin A. M., Gerasimov S. B. Communication JINR, E2-11804, Dubna, 1978.

87. Matveev V. A.— In: Proc. of 1973 CERN-JINR School of Physics, Ebeltoft. CERN 73-12, Geneva, 1973.

88. Klein M., Novak W. D. Preprint JINR E1-11542, Dubna, 1978.

89. Хелашвили А. А. Препринт ОИЯИ P2-8750, Дубна, 1975; Khelashvili A. A. Talk at the XVIII Intern. Conf. on High Energy Physics, Tbilisi, 1976. JINR D1,2-10400, Dubna, 1977.

90. Берестецкий В. Б., Терентьев М. В.— ЯФ, 1976, т. 24, с. 1044.