

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МНОЖЕСТВЕННОСТИ

И. Д. Манджavidзе

Институт физики АН ГССР, Тбилиси

Обсуждаются явления, наиболее характерные для процессов рождения асимптотически большого числа частиц n (когда сильно возбуждается адронная материя и можно ожидать, что соударение элементарных частиц центральное, непериферическое). Для этого использовано разложение по корреляционным функциям, удобное для формулировки феноменологии рождения очень большого числа частиц. Это разложение используется при разделении вкладов от «жестких» и «мягких» процессов, что необходимо для описания сечений рождения адронов в КХД. Оказывается, что если вклады от «мягких» процессов в топологические сечения σ_n^{ab} убывают достаточно быстро, $\sigma_n^{ab} < O(e^{-n})$, при высоких энергиях будут доминировать жесткие процессы в асимптотике по n , независимо от сорта сталкивающихся частиц a и b . Это позволяет получить проверяемые на эксперименте предсказания КХД, используя теорию возмущения.

In the work there are discussed phenomena the most characteristic for the process of creation of asymptotically large number of particles n (when hadron matter is strongly excited and one can expect that the collision of elementary particles is central, nonperipheral). For this the expansion in correlation functions suitable for the formulation of the phenomenology of multiple creation is used. This expansion is utilised when dividing the contributions into «hard» and «soft» processes which is necessary for the description of hadron creation cross sections in QCD. It turned out that if only the contributions from «soft» processes to topological cross sections σ_n^{ab} decrease fast enough, $\sigma_n^{ab} < O(e^{-n})$, hard processes will dominate at large n and high energies, independently on the type of colliding particles a and b . This enables one to obtain predictions of QCD using perturbation theory.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья посвящена описанию процессов множественного рождения адронов, когда их число n очень велико:

$$n \gg \bar{n}(s). \quad (1)$$

Здесь $\bar{n}(s)$ — средняя множественность, которая задает естественный масштаб значений n . Она может зависеть от сорта сталкивающихся частиц, от типа процесса и т. д. Ниже мы уточним, как возникает условие (1); пока же его следует понимать как определение интересующей нас области асимптотических значений n . Подобные процессы не изучались ни теоретически, ни экспериментально, и поэтому в данной обзорной статье, не перегружая ее деталями, мы обсудим как можно полнее лишь наиболее характерные особенности этих процессов.

Интерес к процессам с $n \gg \bar{n}(s)$ стимулируется прежде всего тем, что при очень большой множественности должно возбуждаться

большое число степеней свободы сталкивающихся частиц. Если это так, в первую очередь следует рассмотреть вопрос: возбуждение каких степеней свободы следует рассматривать при данной множественности n и данной энергии \sqrt{s} . Мы хотим показать, почему с ростом n начинают доминировать центральные (непериферические) взаимодействия. В заключительной главе приведены предсказания, которые могут быть проверены на эксперименте.

Наиболее характерно при $n \gg \bar{n}$ следующее: а) имеет место нарушение КНО-скейлинга (вследствие изменения характера взаимодействия), б) должен наблюдаться рост среднего поперечного импульса рожденных частиц (поскольку доминируют центральные взаимодействия).

С самого начала должно быть ясно, что отбирая на эксперименте процессы с большой множественностью рожденных адронов, мы не обязательно исследуем многопаргонные возбуждения сталкивающихся частиц: поскольку основное состояние в теории поля Янга — Миллса вырождено [1], волновую функцию адрона, строго говоря, невозможно разложить только по партонам (кварков q и глюонов g) состояниям. Иными словами, при столкновении частиц могут возбуждаться степени свободы, не классифицируемые в терминах частиц (партонов), но которые влияют на динамику рожденных адронов.

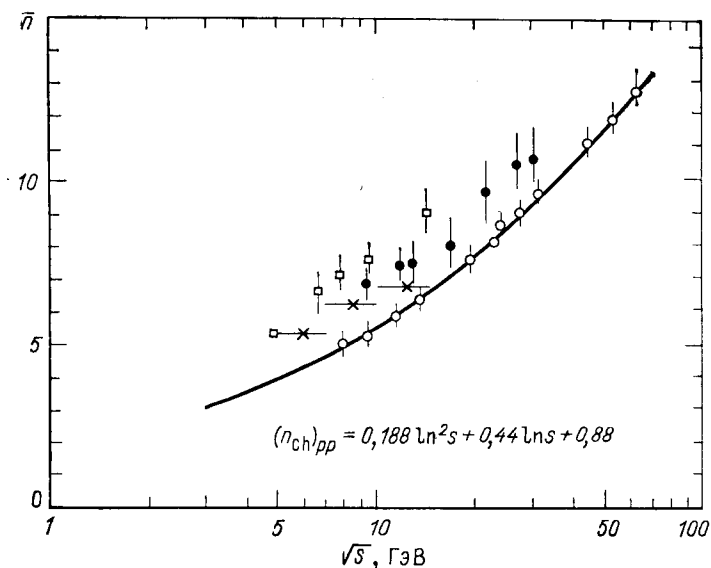


Рис. 1. Зависимость средней множественности заряженных частиц от энергии \sqrt{s} в различных процессах:

● — e^+e^- (Плутто) $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ исключено [2]; ○ — pp -взаимодействие [3]; □ — $p\bar{p}$ -аннигиляция [4]; × — $p\nu$ -взаимодействие [5]

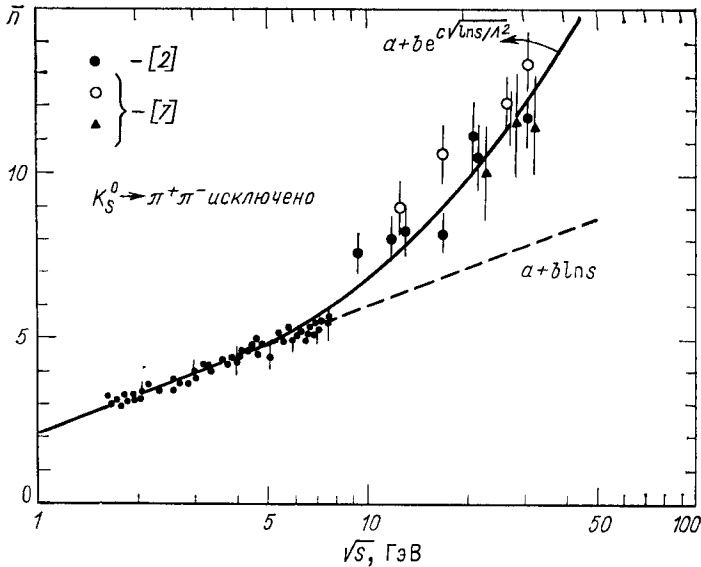


Рис. 2. Средняя множественность заряженных частиц в e^+e^- -аннигиляции [2]:
 $a = 2,38 \pm 0,09$, $b = 0,04 \pm 0,01$, $c = 1,92 \pm 0,07$,
 $\Lambda = 0,5 \text{ ГэВ}$

Сколько важны подобные, не учитываемые в канонической теории возмущения вклады можно, например, оценить, если заметить, что среднее число рожденных адронов $\bar{n}(s) = O(\ln s)$ (рис. 1), значительно меньше, чем максимально возможное число адронов (фактически λ -мезонов), которое может родиться:

$$\bar{n}(s) \ll n_{\text{макс}} \equiv \sqrt{s}/m_{\pi} \quad (2)$$

при высоких энергиях $\sqrt{s} \rightarrow \infty$. При этом следует отметить, что средняя множественность партонов (q и g), вычисленная по теории возмущения в рамках КХД n_j , довольно велика [6]:

$$\bar{n}_j(s) = O(e^{V \ln s}) \gg \bar{n}(s) \quad (3)$$

(рис. 2).

Отсюда видно, что каноническая форма теории возмущения, предназначенная именно для описания флуктуаций несохраняющих число частиц, в случае теорий поля типа Янга — Миллса неприменима [8, 9]. Учет столь важных, что следует из [3], непertурбативных эффектов составляет основную трудность современной теории.

За этим, выглядящим несколько формально, осложнением кроется огромное число работ — попыток тем или иным способом вычислить наблюдаемые величины исходя из канонически плохо определенной

[8, 9] теории поля Янга — Миллса. В свете сказанного выше цель, которую будем преследовать в следующем разделе, такова: мы хотим показать как, не входя в детали динамики рождения адронов, можно описать сечения процессов [как топологических $\sigma_n(s)$, так и дифференциальных $d\sigma_n/dp \dots$].

В разд. 2 показано, как выделить явления, связанные с процессом образования адронов на фоне предшествующего процесса рождения партонов. Мы полагаем, что эти два процесса можно различить, поскольку им отвечают различные пространственные масштабы.

По крайней мере на ранней стадии исследований в рамках КХД естественно желание обойти формальные трудности, т. е. рассматривать такие процессы, в рамках которых деталями динамики рождения адронов (точнее — их образования) можно пренебречь. К таким процессам обычно относят процессы с участием жестких γ -квантов или же процессы рождения адронов с большими поперечными импульсами, т. е. процессы, в которых взаимодействие на малых расстояниях гарантируется самим условием эксперимента (см. в связи с этим обзоры [10, 11]). Это позволяет воспользоваться асимптотической свободой в КХД, что упрощает вычисления.

К перечисленным выше «жестким» процессам можно было бы добавить процессы рождения очень большого числа частиц. Действительно, на первый взгляд доминантность жестких процессов в асимптотике по n гарантируется неравенством (3). Иными словами, если предположить, что число партонов растет пропорционально числу адронов, при больших множественностях должны доминировать процессы распада партонов с большой виртуальностью [12], и тогда процесс рождения частиц по необходимости должен быть жестким.

Однако необходимо отметить следующее: число рожденных адронов n не соответствует, в силу непертурбативных эффектов, числу рожденных партонов ν , вполне очевидно, по крайней мере в рамках «главного логарифмического приближения», что $n \gtrsim \nu$, даже если процесс вначале был жестким (пример, как «непертурбативно» могут рождаться адроны, приведен в [13]). Таким образом, выбрав $n \gtrsim \bar{n}_j(s) \gtrsim \bar{n}(s)$, мы еще не гарантируем, что и ν асимптотически велико. Цель разд. 2 — теоретически обсудить условия, в которых в асимптотике по n процесс можно считать жестким.

Результат проще сформулировать, если ввести среднее число партонов $\bar{\nu}(n, s)$, которое рождается при данных n и s . Тогда можно утверждать [12], что если сечение рождения адронов в мягком процессе $(\sigma_n)^{\text{soft}}$ удовлетворяет условию:

$$(\sigma_n)^{\text{soft}} < O(e^{-n}) \quad (4)$$

независимо от условий эксперимента и сорта сталкивающихся частиц,

$$\frac{\bar{\nu}(n, s)}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} O(1). \quad (5)$$

Здесь $n \rightarrow \infty$ следует понимать условно (см. следующий раздел).

Для доказательства (5) используем разложение на «дальние» и «близкие» корреляции в импульсном пространстве, изложенное в разд. 1, что позволит количественно сформулировать задачу вычисления сечений с участием адронов. При этом, однако, возможность выделить мягкие процессы входит в условие сформулированного выше утверждения и вносится в рассматриваемую схему извне.

Модельные рассмотрения, приведенные в разд. 3, показывают, что условие (4), по-видимому, выполняется.

По существу рассмотрены модели, основанные на следующих предположениях: а) рожденные частицы, в среднем, имеют ограниченные поперечные импульсы; б) в первом приближении можно пренебречь корреляциями между рожденными частицами.

Итак, область асимптотических значений множественности, по-видимому, можно описать в рамках партонных представлений КХД. Однако следует подчеркнуть, что модельные представления не позволяют предсказать область значений n , где характер взаимодействий изменяется (процесс становится жестким). Вместе с этим, экспериментальные данные в области $n \gg \bar{n}$ столь скудны, что не позволяют определить переходную область значений n (рис. 3—5, где приведены подгонки различных моделей).

Не имея более серьезных оснований, чем модельные представления, необходимо более последовательно привести лишь качественные выводы вычислений (см. разд. 4). Здесь мы перечислим основные из них.

а. При высоких энергиях имеется ограниченная область «критических» значений n , в которой сечения универсальны:

$$\ln \frac{\sigma_n^{ab}(s)}{\sigma_{\text{полн}}^{ab}(s)} = -\gamma \frac{n}{n_j(s)} + O(\ln n)_{ab}, \quad (6)$$

где γ — универсальная постоянная. Зависимость от сорта сталкивающихся частиц a и b и иных условий эксперимента содержится в предэкспоненте $O(\ln n)_{ab}$. Таким образом, предсказывается, что (6) практически не изменяется, рассматривается ли e^+e^- -аннигиляция, глубоконеупругое рождение, или рассеяние адронов, если только число рожденных адронов таково, что лежит в критической области значений:

$$\bar{n}_j^*(s) \lesssim n \lesssim \sqrt{\ln s} \bar{n}_j(s). \quad (7)$$

б. В асимптотике по n «главное логарифмическое приближение» (ГЛП) имеет ограниченную область применимости: при $n > \sqrt{\ln s} \bar{n}_j$ для описания, скажем, σ_n следует рассматривать вклады диаграмм вне рамок ГЛП (аналогичное явление имеется в мультипериферических моделях [18]). При этом

$$\sigma_n^{ab}(s) = O \left\{ \exp \left[-\frac{n}{n_j(s)} C_{ab}(n, s) \right] \right\}, \quad (8)$$

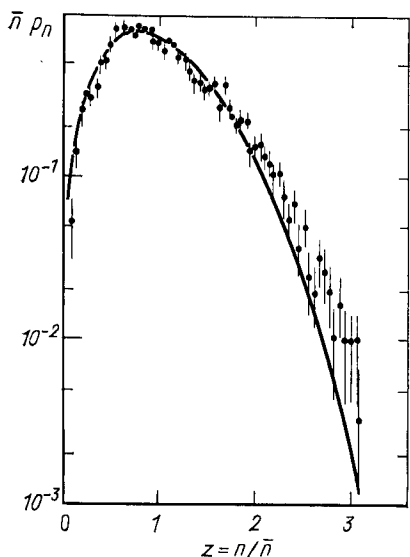


Рис. 3. Распределения по множественности $\bar{n}P_n = \sigma_n/\sigma_{\text{полн}}$ [14]

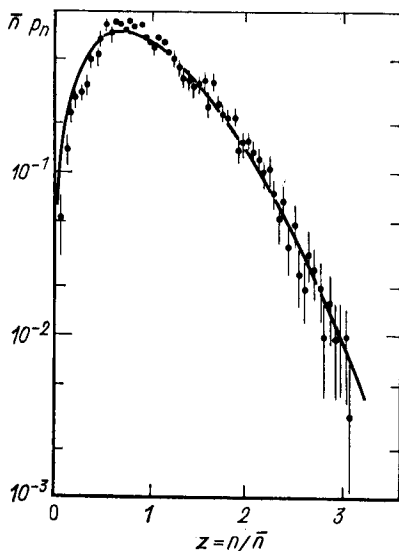


Рис. 4. То же, что на рис. 3. Данные взяты из [15]

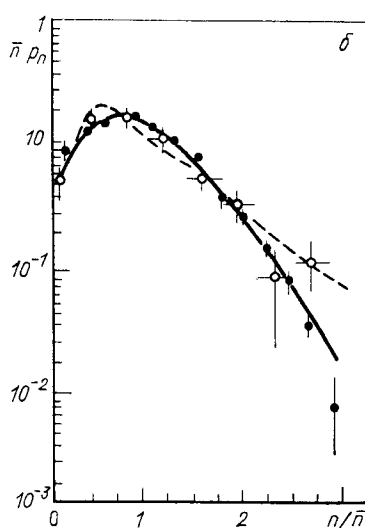
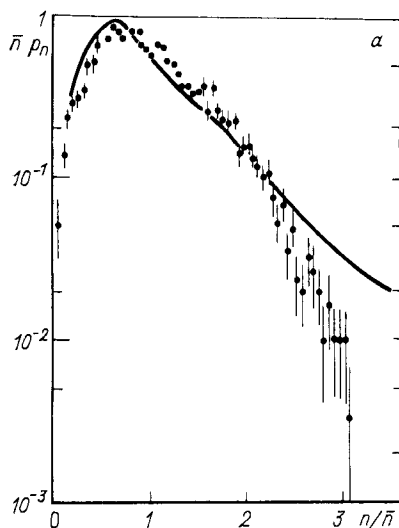


Рис. 5. То же, что на рис. 3. Данные взяты из [16] (а) и [17] (б)

где $C_{ab}(n, s)$ — растущая функция n . Это указывает на уникальную возможность исследовать вклады более сложных диаграмм, чем рассматриваются в ГЛП, не выходя за рамки логики ГЛП [19].

В этом видно существенное отличие процессов рождения очень большого числа частиц от иных жестких процессов.

В разд. 5 приводятся предсказания, которые могут быть проверены экспериментально как для интегральных, так и для дифференциальных сечений.

Используемые в работе представления основываются на положении, что $\sigma_n/\sigma_{\text{полн.}}$ представляет собой статистическую сумму газа (рожденных) частиц. Однако, если множественность n очень велика, возможно, более удобно иное представление о процессе рождения частиц как о стационарном неравновесном процессе (когда интерференции между различными вкладами в $\sigma_n/\sigma_{\text{полн.}}$ пренебрежимы [20]) [21].

1. РАЗЛОЖЕНИЕ ПО КОРРЕЛЯЦИОННЫМ ФУНКЦИЯМ

Количественная сторона проблемы описания рождения адронов заключается в следующем. Представим взаимодействия элементарных частиц в терминах цветных полей $Q_\alpha(x)$, т. е. векторных полей $B_\mu^\alpha(x)$ и полей кварков $q_i(x)$. Их связь с асимптотическими состояниями (скажем, π -мезонами) можно определить следующим образом (по аналогии с [22]). Составим из $Q_\alpha(x)$ некоторый бесцветный калибровочный функционал $O(x|Q)$. Тогда среднее по полям $Q_\alpha(x)$ имеет вид

$$\langle O(x|Q) O(y|Q)^* \rangle_Q = \int d^4p e^{ip(x-y)} \left(\frac{C_0^\pi(p)^2}{p^2 - m_\pi^2} + \dots \right) + \dots, \quad (9)$$

где «вершина» рождения π -мезона $C_0^\pi(p)$ функционально зависит от выбора $O(x|Q)$ и определяет данное «содержание» полей Q_α в π -мезоне. В (9) не выписаны вклады остальных (включая многочастичные) адронных состояний.

В формуле (9) мы должны, в первую очередь, определить операцию усреднения $\langle \rangle_Q$ по всем конфигурациям полей $Q_\alpha(x) = (B_\mu^\alpha(x), q_i(x))$. Проблема здесь заключается в том, что из-за конформной инвариантности неабелевых калибровочных теорий две точки пространства, разделенные пространственно-подобным интервалом, оказываются взаимозависимыми [23, 24]. Учет этих связей в каноническом формализме представляет чрезвычайную трудность [25], которую на первом этапе описания процессов рождения адронов мы попытаемся обойти. (Дальнейшее обсуждение полевой теории множественного рождения дано в разд. 2.)

Чтобы обойти эти трудности микроскопической теории, выразим искомые эксклюзивные сечения через корреляционные функции рожденных частиц, т. е. мы хотим использовать связь между инклюзивными и эксклюзивными величинами и тем самым расширить теорию так, чтобы можно было максимально использовать накопленный эмпирический материал. Простейший вариант такого построения тео-

рии был дан в работах [26]. Вместе с этим, как мы увидим ниже, этот подход имеет также чисто теоретические преимущества, позволяет обсудить коллективные явления в газе рожденных частиц, что важно при рождении очень большого числа адронов.

Выберем следующий метод построения феноменологии множественного рождения. Введем «пробное» предположение (которое оправдаем в дальнейшем), что топологические сечения рождения адронов

$$\sigma_n < O(e^{-n}) \quad (10)$$

при $n \rightarrow \infty$. Нас интересует в основном рождение π -мезонов и, чтобы устранить ограничения, связанные с конечностью фазового объема, рассмотрим теоретический предел $m_\pi = 0$ [тогда в (2) $n_{\max} = \infty$]. Все дальнейшие формулы можно записать с учетом законов сохранения, однако, положив $m_\pi = 0$, ограничения сверху на ход сечений в асимптотике по n могут иметь только лишь динамическую природу. Вместе с этим следует помнить, что вычисленные нами $\sigma_n \leq (\sigma_n)^{\text{эксп}}$, где $(\sigma_n)^{\text{эксп}}$ — экспериментальное значение сечения.

В дальнейшем более удобна иная запись (10). Рассмотрим следующие производящие функции:

$$T_{ab}(z, s) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \sigma_n^{ab}(s), \quad (11)$$

где z — произвольное число. Нас будут интересовать лишь действительные положительные z . (Если под T_{ab} понимать большую статистическую сумму, то физический смысл активности z подробно обсуждается в [27].) Исходя из положительности σ_n можно найти следующие неравенства:

$$T_{ab}(z, s) < \sigma_{\text{полн}}^{ab}(s) \quad \text{при } z < 1; \quad (12a)$$

$$\frac{\partial^k}{\partial z^k} T_{ab}(z, s) > 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (12b)$$

Эти неравенства означают, что в (11) ряд должен сходиться при всех $z \leq 1$. Однако, дополнив (12) неравенством (10), получим, что ряд сходится при $|z| < \infty$.

При $m_\pi \neq 0$ сумма в (11) обрывается на $n = n_{\max} < \infty$ и, таким образом, предел $m_\pi = 0$ в определенном смысле означает переход к «термодинамическому пределу», когда число частиц и объем, в который помещена система, не ограничены. Тогда, если число частиц достаточно велико, как в рассматриваемом случае, энергия \sqrt{s} определяет температуру газа рожденных частиц. Для этого следует ввести эквивалент матрицы плотности $\rho_{ab}(\beta, z)$ (см., например, [28]), такой, что

$$T_{ab}(z, s) = \frac{1}{2\pi i \sqrt{s}} \int \frac{d\beta}{2\pi} \beta^2 I_1(\beta \sqrt{s}) \rho_{ab}(\beta, z). \quad (13)$$

Здесь β — обратно пропорционально температуре T газа рожденных частиц и контур интегрирования проведен параллельно мнимой оси (I_1 — функция Бесселя мнимого аргумента). Наконец, используя (11),

$$\sigma_n(s) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dz}{z^{n+1}} T(z, s). \quad (14)$$

Представление (13) не совсем удобно, поскольку лоренц-нековариантно. Оно может быть расширено, если вместо $\rho(\beta, z)$ ввести $\rho(\alpha, z)$, где α — 4-вектор. Тогда вместо (13) будем иметь:

$$T(z, s) = \int \frac{d^4\alpha}{(2\pi)^4} e^{i\alpha P} a b \rho(\alpha, z), \quad (15)$$

где P_{ab} — полный 4-импульс сталкивающихся частиц a и b , $P_{ab} \equiv p_a + p_b$. Представление (13) можно получить, выбрав систему координат, в которой $\alpha = (\beta, 0)$ (при этом, однако, полная энергия \sqrt{s} должна быть достаточно велика [29]).

Далее, если мы хотим вычислить эксклюзивные спектры рожденных частиц, в $\rho(\alpha, z)$ величину z следует считать зависящей от импульса рожденной частицы, положив $z = z(k)$. Из сказанного выше вытекает, что

$$\rho(\alpha, z) = \sum_n \int \prod_{j=1}^n \left\{ \frac{d^3 k_j e^{i\alpha k_j}}{(2\pi)^3 2\sqrt{k_j^2 + m_\pi^2}} z(k_j) \right\} |A_n|^2, \quad (16)$$

где A_n — амплитуды множественного рождения. Дифференциальные спектры частиц вычисляются по стандартным формулам [30].

Матрица плотности $\rho(\alpha, z)$ обсуждалась выше столь подробно для того, чтобы подчеркнуть ее универсальное значение для описания экспериментальных данных. В терминах статистической физики в рассматриваемом подходе $\rho(\alpha, z)$ имеет смысл большой статистической суммы. Поэтому сингулярности $T(z, s)$ означают наличие фазового перехода в системе рожденных частиц [31]. Однако, как нетрудно заметить [см. (13), (14)], асимптотика по σ_n контролируется положением особенностей $T(z, s)$ по z [32]. Таким образом, чтобы выяснить асимптотику σ_n по n , желательно использовать опыт, накопленный в теории конденсированных сред (см., например, [33]). Ограничение (10) подразумевает, что $T(z, s)$ — регулярная функция при всех $|z| < \infty$. Отсутствие фазового перехода в газе рожденных частиц представляется естественным и подтверждается моделями, рассмотренными в разд. 3.

Указанная связь асимптотики по n со структурой особенностей по z следует непосредственно из (14). Так, при больших n интеграл

в (14) удобно вычислить методом перевала. Уравнение для перевальных значений z имеет вид

$$z \frac{d}{dz} \ln T(z, s) = n. \quad (17)$$

В силу (12) это уравнение всегда имеет решение $z_0 = z_0(n, s)$, растущее с ростом n . Если z_0 известно, то можно найти, что при $n \rightarrow \infty$

$$\ln \frac{\sigma_n^{ab}(s)}{\sigma_{\text{полн}}^{ab}(s)} = -n \ln z_0^{ab}(n, s) + O(\ln n)_{ab}. \quad (18)$$

Отметим теперь, что если T_{ab} сингулярно при $z = z_c \geq 1$, то решение (17) имеет вид

$$z_0^{ab}(n, s) = z_c(s) + O(1/n)_{ab}, \quad (19)$$

где зависящая от n поправка определяется характером особенности. Подставив (19) в (18), мы найдем, что

$$\sigma_n \geq O(e^{-Cn}), \quad C \equiv \ln z_c \geq 0. \quad (20)$$

В противном случае, если особенность находится при $z = \infty$,

$$\sigma_n < O(e^{-n}), \quad (21)$$

что и требовалось показать.

Теперь мы можем подробнее обсудить предельный переход $m_\pi \rightarrow 0$. Как говорилось выше, предел $m_\pi = 0$ выбран, чтобы исключить существенное влияние границ фазового объема. Вместо этого мы могли бы рассматривать $n \ll n_{\text{макс}}$, что, очевидно, то же самое. Однако при этом может оказаться, что при данной энергии \sqrt{s} разность $|z_0 - z_c|$ столь велика, что сингулярность $T(z, s)$ не сказывается на асимптотике σ_n . Поэтому в дальнейшем будем полагать, что энергия достаточно велика и $n \ll n_{\text{макс}}$. При этом вполне очевидно, что мы не вносим большой ошибки, положив $m_\pi = 0$.

Нас интересует предел очень больших множественностей, и температура газа π -мезонов должна быть мала, $\beta \rightarrow \infty$, а плотность велика, $z > 1$. При этих условиях вычисление $\rho(\beta, z)$ должно свестись к учету корреляций между родившимися частицами, т. е. следует построить феноменологию коллективных явлений в газе рожденных частиц.

Если между рожденными частицами существуют корреляции, фазовый объем не может быть заполнен однородно. Пусть вероятность образования неоднородности из $n_i \geq 1$ частиц с суммарным 4-импульсом p_i есть $\omega_{n_i}(p_i)$. Ясно, что $\sum n_i = n$ и $\sum p_i = P_{ab}$. Введя матрицу плотности $\rho(\beta, z)$, можно обойти усложнения с этими законами сохранения. Тогда вместо ω_n следует рассматривать

$$t(z, p) = \sum_{n=1}^{\infty} z^n \omega_n(p) \quad (22)$$

и каждой такой группе частиц следует приписывать больцмановский множитель $\exp(-\beta p_{i0})$, где p_{i0} — полная энергия группы частиц, $p_i = (p_{i0}, \mathbf{p}_i)$. Следующий этап заключается в учете корреляций между выделенными таким образом группами частиц. Для этого введем вероятность того, что l групп частиц рождается коррелированно — $\tilde{N}_l(p_1, \dots, p_l)$. При этом $\sum_{i=1}^l p_i = P_{ab}$.

В результате, используя стандартные представления группового разложения из статистической механики,

$$\rho(\beta, z) = \rho_1(\beta) \exp \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \int \prod_{i=1}^l \left[\frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} e^{-\beta p_{i0}} \theta(p_{i0}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (t(p_i, z) - 1) \right] \tilde{N}_l(p_1, \dots, p_l) \right\}, \quad (23)$$

где $t(p, z)$ нормировано следующим образом:

$$t(p, z = 1) = 1 \quad (24)$$

и соответственно $\rho_1(\beta) = \rho(\beta, 1)$. В (23) удобнее перейти к интегрированию по импульсам \mathbf{p}_i и массам $m_i > 0$ групп частиц. Поскольку в дальнейшем нас интересуют лишь большие множественности, ограничимся рассмотрением приближения, когда $|\mathbf{p}_i| \ll m_i$. Тогда представление (23) переписется в виде

$$\rho(\beta, z) = \rho_1(\beta) \exp \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \int \prod_{i=1}^l \left[\frac{dm_i}{m_i} e^{-\beta m_i} (t(m_i, z) - 1) \right] \times \right. \\ \left. \times N_l(m_1, \dots, m_l; \beta) \right\}. \quad (25)$$

Удобство представления (23) в значительной мере зависит от того, как «удачно» удалось выделить группы коррелированных частиц. Например, группы частиц могут возникать в результате распада резонансов, или в жестких процессах — за счет распада партонных большой виртуальности. В любом случае, как следует из (23), $\rho(\beta, z)$ фактически является функционалом $t(p, z)$ и в этом смысле (23) следует считать определением

$$\tilde{N}_l(p_1, \dots, p_l) = e^{\beta(P_{ab})_0} \prod_{i=1}^l \frac{\delta}{\delta t(p_i, z)} \ln \rho(\beta, z) \Big|_{z=1} \quad (26)$$

и тогда, учитывая определение (16), можно найти \tilde{N}_l .

Представление (23) отражает предположение, что можно различить корреляции между рожденными частицами по их расстояниям в фазовом объеме. Будем считать условно, что вклады в $t(p, z)$ отвечают «ближним», а в N_l — «дальним» корреляциям. Иными словами,

мы предполагаем существование определенного размерного параметра, относительно которого можно различать близкие и дальние корреляции. Таких параметров может быть несколько и тогда следует обсудить иерархию корреляционных длин. Здесь рассмотрен простейший случай, когда имеется лишь один такой параметр.

Из (18) можно заключить, что асимптотика по n в существенной мере зависит от $z_0(n, s)$. Причем в дальнейшем нас будут интересовать лишь z_0 , наиболее близкие к единице и тогда в первом приближении $t(m, z)$ можно представить в виде

$$\ln t(mz) = \bar{n}_r(m)(z-1) + O((z-1)^2), \quad (27)$$

где $\bar{n}_r(m)$ — средняя множественность в группе близко коррелированных частиц.

Из (27) следует, что $t(m, z)$ — растущая функция m , по крайней мере в области $z > 1$, когда справедлива оценка (27). Это означает, что с ростом n в интегралах (25) будут существенны $m \simeq \bar{m}(z_0)$, растущие с ростом z , или, что то же самое, с ростом n [если, конечно, $N_l(m_1, \dots, m_l; \beta)$ не убывают столь быстро, что близкие корреляции практически отсутствуют и $\bar{m} \simeq m_\pi$]. Заметим также, что значения m должны в силу законов сохранения убывать в (25) с ростом номера l и отсюда следует, что при $0 < z_0 - 1 \ll 1$ высшими корреляторами N_l , $l > 1$ можно пренебречь.

Оставим при $z_0 - 1 \ll 1$ в (25) лишь первый член разложения с $l = 1$. Тогда из (17) находим, что

$$z_0(n, s) = 1 + \frac{1}{n_r(s)} O(\ln n) \quad (28)$$

и в результате из (18) получаем:

$$\ln \frac{\sigma_n}{\sigma_{\text{полн}}} = - \frac{n}{n_r(s)} O(\ln n). \quad (29)$$

Эта оценка (которая в дальнейшем будет подтверждена исходя из модельных представлений) позволяет определить интересующую нас область асимптотических значений n . Поскольку с ростом n необходимо учитывать рост $z_0(n, s)$ и соответственно $t(z_0, s)$, из (25) нетрудно видеть, что при $n > \bar{n}_r$ следует учитывать также корреляции между выделенными группами частиц, т. е. отсюда вытекает, что параметром, определяющим характерный масштаб значений множественности, является средняя множественность в группе близко коррелированных частиц (при этом можно ожидать, что l -й член разложения показателя экспоненты в (25) будет существен при $n \sim l \bar{n}_r$ [18]).

Таким образом, асимптотику по n мы определили из оправданного с точки зрения физики множественного рождения условия, что в данной области значений n (1) должны быть существенны все воз-

возможные корреляции между группами частиц [например, если $\bar{n}_r(m)$ — средняя множественность, на которую распадается резонанс массы m , при $n \gg \bar{n}_r$ нам следует учитывать при вычислении сечений корреляции между резонансами].

Из (18) вытекает, что σ_n тем больше, чем слабее $z_0(n, s)$ зависит от n , т. е. σ_n тем больше в асимптотике по n , чем быстрее растет $T(z, s)$ с ростом z . Исходя из этого предположим, что наибольший вклад в $T(z, s)$ дают те корреляции, для которых соответствующие корреляционные функции, скажем $\tilde{N}_l(p_1, \dots, p_l)$, положительно определены. В иных терминах это означает доминантность «притяжения» между рожденными частицами в асимптотике по n и поясняет, почему мы строим феноменологию, выделив сначала группы близко коррелированных частиц.

Интуитивно ясно, что корреляционные функции \tilde{N}_l будут положительно определены во всем фазовом объеме, если только можно пренебречь интерференцией между различными вкладами в амплитуды множественного рождения A_n . Этот вопрос с позиций теории возмущения обсуждается ниже (см. разд. 3 и 4).

В заключение этого раздела обсудим вопрос, могут ли флуктуации, которым отвечают близкие корреляции, доминировать над флуктуациями, которым отвечают далекие корреляции, настолько, что последние не будут наблюдаться экспериментально? Этот вопрос требует дополнительного обсуждения, поскольку флуктуации каждого типа определяются соответствующими средними множественностями и, вследствие этого, определяют вклады в различные области значений n . Однако, даже если нельзя ожидать интерференции между этими флуктуациями, подавление все же возможно.

Это подавление является следствием необходимости учитывать законы сохранения, что важно, если множественность рожденных частиц очень велика. При этом необходимо, чтобы распределение по множественности, к которому приводит учет только близких корреляций, было максимально широко. Лишь в этом случае мера, определяющая вероятность возникновения другого типа флуктуаций (которые, подчеркнем, динамически не запрещены), будет мала. Отметим, что это явление можно заметить лишь при вычислении матрицы плотности $\rho(\beta, z)$ и не заметно при рассмотрении много-частичных амплитуд.

Учитывая, что мы предположили регулярность $T(z, s)$ на круге $|z|=1$, максимально широкое распределение будем иметь в случае, лишь если $t(z, \bar{s})$ сингулярны при $z = z_c > 1$. Например, пусть $t(z, s) = (z_c(s) - z)^{-\kappa}$, $\kappa > 0$. Если

$$z_c(s) = 1 + \frac{\text{const}}{n(s)} > 1, \quad (30)$$

то в (25), учитывая законы сохранения, т. е. что $\beta \rightarrow \infty$ с ростом n , будет существен лишь первый член разложения с $l = 1$, поскольку

$z_c(s)$ в (30) — убывающая функция s . В результате мы найдем, что $T(z, s) \sim t(z, s)$. В разд. 3 и 4 будут показаны примеры, иллюстрирующие возникновение подобных сингулярностей.

Чтобы понять, насколько рассматриваемый механизм подавления отвечает действительности, следует воспользоваться опытом описания фазовых переходов. Если отказаться от предположения, что система рожденных частиц может реализовываться от события к событию при данной энергии в различных фазах, т. е. если корреляционный радиус, который $\sim \langle |\ln p_i^2/p_j^2| \rangle$, p_i, p_j — импульсы частиц, при данном $n \gg \bar{n}(s)$ хорошо определенная величина (это предполагает, что флуктуации в окрестности $\langle |\ln p_i^2/p_j^2| \rangle$ гауссовы), тогда нам следует обсуждать лишь «фазовый переход нулевого порядка». При таком фазовом переходе скрытая энергия перехода бесконечна, и поэтому существует только одна фаза, одинаковая при всех n . Тогда, как видно из (20), поскольку характер особенности не влияет на асимптотику σ_n (характер особенности определяет лишь предэкспоненту), можно, например, полагать, что

$$t(z, s) = \frac{f(z, s)}{(z_c(s) - z)^\kappa}, \quad \kappa > 0, \quad (31)$$

где $f(z, s)$ — произвольная гладкая функция z .

В (31) следует полагать, что $z_c > 1$, так как в противном случае, при $z_c = 1$, не определено $\sigma_{\text{полн}} = T(z, s)|_{z=1}$ в пределе $m_\pi = 0$, что противоречит представлениям алгебры токов.

В формуле (30) неявно использовано, что только в теориях, в которых

$$z_c(s) \rightarrow 1 \text{ при } s \rightarrow \infty, \quad (32)$$

сингулярность сказывается на асимптотике по n . Тогда, если принять (32) с учетом (12а) и воспользоваться тем, что

$$\bar{n}(s) = \frac{d}{dz} \ln T(z, s)|_{z=1}, \quad (33)$$

из (31) найдем (30).

Обсуждаемое явление означает хорошо известную доминантность «критических флуктуаций» [33] в окрестности точки фазового перехода $z_c(s)$. Область значений n , где сингулярность по z сказывается на распределении по множественности, будем называть областью «критических значений n ». Предположение (32) означает, что критическая область значений n расширяется с ростом s .

2. РОЛЬ ЖЕСТКИХ ПРОЦЕССОВ В МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ

Успехи в описании глубоко неупругих процессов [34, 35] указывают на то, что на малых расстояниях теорию можно строить на основе партонных представлений [10, 11]. При этом, по-видимому, можно опустить корреляции, связанные с силами конфайнмента.

Наблюдаемые адроны являются продуктом взаимодействий на больших расстояниях, в шкале некоторого масштабного параметра μ . Числовое значение этого параметра, важного при описании эксперимента, можно найти, имея лишь количественную теорию конфайнмента. Здесь мы будем полагать, что такой параметр существует и значение его таково, что на малых расстояниях $< 1/\mu$ можно использовать партонные представления.

Поскольку цветные поля ненаблюдаемы в свободном состоянии, «спрятаны» в бесцветные адроны, вопрос, в каких терминах следует формулировать теорию множественного рождения адронов, имеет первостепенное значение. Иными словами, при описании образования адронов в результате взаимодействия цветных полей $Q_\alpha(x) = (B_\mu^\alpha(x), q_i(x))$ нам следует определить функциональную зависимость вершин $C_0(p)$ от $O(x|Q)$ (см. [9]), что, собственно, представляет одну из сторон проблемы конфайнмента.

Мы предположим, что найдется такой функционал $O^\pi(x|Q)$, что (9) запишется в виде

$$O^\pi(x|Q) O^\pi(y|Q)^* \Big|_Q = \int d^4 p e^{ip(x-y)} \frac{C_\pi^2(p)}{p^2 - m_\pi^2}. \quad (34)$$

Определив таким образом «наблюдаемый» функционал O^π , амплитуды множественного рождения π -мезонов A_n можно записать в виде

$$\begin{aligned} A_n(x_1, \dots, x_{n+2}) &= \left\langle \prod_{i=1}^{n+2} O^\pi(x_i|Q) \right\rangle_Q + \dots \equiv \\ &\equiv \int DQ e^{iS(Q)} \prod_{i=1}^{n+2} Q^\pi(x_i|Q) + \dots \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь не выписаны вклады, отвечающие возможности рождения π -мезонов парами, за счет наблюдаемых $O^{2\pi}(x_1, x_2|Q)$ и т. д. Полную амплитуду множественного рождения π -мезонов во всевозможных каналах, следуя (35), представим в виде

$$A_n(x_1, \dots, x_{n+2}) = \int DQ e^{iS(Q)} F_n(x_1, \dots, x_{n+2}|Q), \quad (36)$$

где

$$F_n(x_1, \dots, x_{n+2}|Q) = \prod_{i=1}^{n+2} O^\pi + \Sigma O^{2\pi} \prod_{i=1}^n O^\pi + \dots \quad (37)$$

и первый член в этой сумме дает вклад, выписанный в (34).

(Можно заметить определенную аналогию между рассматриваемой задачей и задачей описания гелия-II [36], в котором сверхтекучая компонента непосредственно ненаблюдаема. Термин «наблюдаемые переменные» взят из работы [37].)

Итак, мы полагаем, что на расстояниях $> 1/\mu$ в интеграле (36) следует учитывать как вклады, вычисленные по теории возмущения,

так и непертурбативные вклады [38, 39]. Одновременно с этим мы полагаем, что на малых расстояниях, $< 1/\mu$, достаточно учесть лишь взаимодействия партонов и здесь можно использовать теорию возмущения. Заметим, что на современном уровне знаний эта схема вычислений практически неконтролируема (см. [20]) и основана, как говорилось выше, на опыте описания жестких процессов.

Приняв гипотезу о существовании параметра μ фиксирующего масштаба, дальнейшие вычисления достаточно просты: надо учесть разный характер взаимодействий на больших и малых расстояниях. Для этого проще всего поля $Q_\alpha(x)$ разбить на две части:

$$Q_\alpha(x) = \eta_\alpha(x) + \xi_\alpha(x), \quad (38)$$

так, чтобы, скажем, поля $\eta_\alpha(x)$ отвечали взаимодействиям только на малых расстояниях:

$$\left. \begin{aligned} \eta_\alpha(x) &= \int dy K_+(x-y) Q_\alpha(y), \\ K_+(x-y) &= \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} e^{iq(x-y)} \theta(|q| - \mu), \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

а поля ξ_α — на больших:

$$\xi_\alpha(x) = \int dy K_-(x-y) Q_\alpha(y), \quad (40)$$

где

$$K_+(x) + K_-(x) = 1. \quad (41)$$

Это обеспечивает следующее калибровочно-инвариантное разбиение элемента DQ :

$$DQ = \prod_{\alpha, x} dQ_\alpha(x) = \prod_{\alpha, x} d\eta_\alpha(x) d\xi_\alpha(x) = D\eta D\xi. \quad (42)$$

Здесь мы воспользовались тем, что виртуальность партона $|q| \simeq |q_\perp|$ [19] и поэтому якобиан преобразования в (42) $O(1)$. Подобные разбиения широко применяются при описании систем с большим числом степеней свободы, чтобы выделить необходимые типы взаимодействий [40].

Заметим также, что равенства (38) и (41) гарантируют нам, что подобное разбиение не нарушает калибровочную симметрию теории. Вместе с этим, поскольку $K_+(x)$ быстро убывает при $|x| \rightarrow \infty$, а $K_-(x)$ — при $|x| \rightarrow 0$, имеется некоторый произвол в выборе калибровок полей η_α и ξ_α .

Подставив (38) в лагранжиан, действие $S(Q)$ перепишем в виде суммы

$$S(\eta + \xi) = S(\eta) + \bar{S}(\eta, \xi). \quad (43)$$

Это равенство является определением действия $\bar{S}(\eta, \xi)$, в котором учитываются как самодействия полей ξ_α , так и их взаимодействия с полями партонов η_α . Явный вид \bar{S} нам здесь несуществен.

Предлагаемое выделение взаимодействий на малых расстояниях неявно включает предположение, что поля $\eta_\alpha(x)$ можно представить в виде разложения по плоским волнам, и тем самым исключает участие полей $\eta_\alpha(x)$ в удержании цветных полей в адронах.

Так как функционал $F_n(|Q)$, по определению, описывает рождение π -мезонов и так как поле η_α не участвует в образовании адронов, введем основное предположение, что

$$F_n(|\eta + \xi) \simeq F_n(|\xi). \quad (44)$$

Подчеркнем еще раз, что оправданием этой гипотезы может служить лишь согласие с экспериментом. Аналогичная идея описания образования адронов в жестком процессе рождения струй, в котором естественно выделялась стадия «преконфайнмента», обсуждалась в [41].

Подставив (42) — (44) в (36), найдем, что амплитуда рождения π -мезонов запишется в виде

$$A_n = \int D\eta e^{iS(\eta)} \int D\xi e^{i\bar{S}(\eta, \xi)} F_n(|\xi). \quad (45)$$

Вставка, отвечающая фиксации калибровки, предполагается включенной в меру интегрирования.

Используя (45), можно вычислить матрицу плотности $\rho(\alpha, z)$ по формуле (16):

$$\rho(\alpha, z) = \int D\eta^+ D\eta^- e^{iS(\eta^+) - iS(\eta^-)} e^{\chi(\eta^+|\alpha, z)}, \quad (46)$$

где

$$\begin{aligned} \chi(\eta^\pm | \alpha, z) &= \ln \int D\xi^+ D\xi^- e^{i\bar{S}(\eta^+, \xi^+) - i\bar{S}(\eta^-, \xi^-)} \times \\ &\times \sum_n \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 k_j e^{i\alpha k_j z(k_j)}}{(2\pi)^3 2 \sqrt{k_j^2 + m_\pi^2}} \tilde{F}_n(k_1, \dots, k_n | \xi^+) \tilde{F}_n^*(k_1, \dots, k_n | \xi^-). \end{aligned} \quad (47)$$

В (47)

$$\begin{aligned} &\delta\left(P_{ab} - \sum_1^n k_j\right) \tilde{F}_n(k_1, \dots, k |) = \\ &= \int \prod_{j=1}^n e^{ix_j k_j} dx_j e^{ix_{n+1} k_{n+1}} dx_{n+1} e^{ix_{n+2} k_{n+2}} dx_{n+2} F_n(x_1, \dots, x_{n+2} |). \end{aligned}$$

При выводе (46) предполагалось, что интегрирование по полям η_α и интегрирование по фазовому объему можно менять местами, про-

водить в любой последовательности. (Это всегда возможно в силу (12а) при $z \leq 1$. Область $z > 1$ следует определить в результате аналитического продолжения из круга $|z| = 1$, см. также [26].)

Итак, разделением полей (38) мы «спрятали» в $\chi(\eta^\pm | \alpha, z)$ все проблемы динамики образования адронов. При этом, поскольку интегрирование по полям η_α следует проводить в рамках стандартной теории возмущения, разлагая в окрестности $\eta_\alpha^\pm = 0$, $\chi(\eta^\pm |)$ удобно представить в виде суммы по степеням η_α^\pm :

$$\chi(\eta^\pm | \alpha, z) = \sum_{k_1, k_2} \int \prod_j^{k_1} \eta_{\alpha_i}^+(x_j) dx_j \prod_j^{k_2} \eta_{\alpha_j}^-(x_j) dx_j \times \\ \times \gamma_{k_1 k_2}(x_1, \dots, x_{k_1}; x'_1, \dots, x'_{k_2} | \alpha, z), \quad (48)$$

где, по определению, $\gamma_{k_1 k_2}$ — связанные вершинные функции, которые нельзя записать в факторизованном виде. Причем в разложение (48) входят лишь бесцветные комбинации полей $\eta_{\alpha_i}^+$, $\eta_{\alpha_j}^-$. Фактически, вершины $\gamma_{k_1 k_2}$ описывают корреляции между партонами за счет сил конфайнмента.

Если разложение (48) дополнить предположением, что интегралы по полям ξ_α могут быть вычислены в окрестности калибровочно-инвариантных средних, скажем $\langle G_{\mu\nu}^2 \rangle$, $\langle \bar{q}q \rangle$ и т. д., то (46) — (48) могут стать исходной точкой для операторного разложения, использованного в [39]. В нашем случае, когда рассматривается множественное рождение частиц, необходимо также знать локальные значения средних, их зависимость от координат.

Вместо (46) удобнее рассматривать здесь представление, в котором законы сохранения учитываются явно. Разложив (46) по степеням χ , подставив это разложение в (15), найдем, что производящая функция T имеет вид:

$$T(z, s) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(z, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \int \sum_{i=1}^k \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^4} \delta\left(P_{ab} - \sum_{i=1}^k p_i\right) \times \\ \times \int D\eta^+ D\eta^- e^{iS(\eta^+) - iS(\eta^-)} \prod_{i=1}^k \tilde{\chi}(\eta^\pm | p_i, z), \quad (49)$$

где

$$\tilde{\chi}(\eta^\pm | p, z) = \int \frac{d^4 \alpha}{(2\pi)^4} e^{i\alpha p} \chi(\eta^\pm | \alpha, z). \quad (50)$$

По определению [см. (47)], $\tilde{\chi}(\eta^\pm | p, z)$ — комплексный функционал полей η_α^\pm . При этом, в силу (12б), $\tilde{\chi}(\eta^\pm | p, z)$ должны быть по ве-

личине растущими функциями z . Тогда среднее число

$$\bar{k}(z, s) = \frac{1}{T(z, s)} \sum_{k=1}^{\infty} k T_k(z, s) \quad (51)$$

также должно быть растущей функцией z , т.е. n , если учесть уравнение состояния (17).

По этой причине, в силу закона сохранения 4-импульса P_{ab} , в (49) найдутся такие z , что $p_i^2 \simeq m_n^2$, если $\chi(|\alpha, z)$ — регулярная функция z . В этом случае процесс рождения адронов фактически описывается взаимодействиями полей $\eta_\alpha(x)$, т.е. в основном является жестким процессом. Таким образом, если $\chi(\eta^\pm | \alpha, z)$ — регулярные функции z , то, разложив $\chi(\eta^\pm | \alpha, z)$ по степеням полей η_α^\pm [см (48)] и учтя, что эффективная константа взаимодействия партонов $\alpha_s (\mu^2) \ll 1$, можно положить, что среднее число партонов $\bar{v} \sim \bar{k}$. Тогда

$$\frac{\bar{v}(n, s)}{n} \rightarrow O(1) \quad (52)$$

при $n \rightarrow \infty$.

Таким образом, если $z_0(n, s)$ неограниченно возрастает с ростом n , то и (52) обязательно выполняется. Теперь можно воспользоваться разд. 2, чтобы сформулировать утверждение, приведенное во введении.

3. МОДЕЛЬНЫЕ РАССМОТРЕНИЯ

Разложение (48) позволяет выделить корреляции между партонами за счет сил конфайнмента. При этом масштабный параметр μ предполагается таким, что эффективная константа взаимодействия партонов $\alpha_s (\mu^2) \ll 1$ и поэтому в (48) достаточно рассмотреть только первый член разложения $\sim \gamma_{22}$, который определяет производящую функцию

$$\begin{aligned} & \tilde{\gamma}(k_1, k_2; k'_1, k'_2 | \beta, z) = \\ & = \int \prod_1^2 dx_j dx'_j e^{ik_j x_j - ik'_j x'_j} \gamma_{22} | x_1, x_2; x'_1, x'_2 | \beta, z), \end{aligned}$$

описывающую рождение адронов в результате взаимодействий партонов. Здесь мы воспользуемся модельными представлениями, чтобы выяснить вопрос о сингулярностях $\tilde{\gamma}$ по z .

Разложим определенную таким образом матрицу плотности $\tilde{\gamma}$ по корреляционным функциям, см. (25):

$$\tilde{\gamma}(|\beta, z) = \tilde{\gamma}_1(|\beta) \exp \left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \int \prod_{i=1}^l \left[\frac{dm_i}{m_i} e^{-\beta m_i} (t(z, m_i) - 1) \right] \times \right. \\ \left. \times n_l(m_1, \dots, m_l; \beta) \right\}. \quad (53)$$

В дальнейшем нас не будет интересовать зависимость от импульсов k_i, k'_i , достаточно знать, что $\beta \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$.

Модели для вычисления $t(z, m)$ и $n_l(m_1, \dots, m_l; \beta)$ будем строить, исходя из следующих предположений:

А) рожденные адроны имеют, в среднем, ограниченные поперечные импульсы;

Б) в первом приближении можно пренебречь корреляциями между рожденными адронами.

Эти предположения лежат в основе всякого описания взаимодействий адронов (см. также [42]), и, по-видимому, всякая последовательная теория сильных взаимодействий должна быть согласована с этими представлениями.

Простейшим вариантом теории, отвечающим условиям А) и Б), является статистическая модель, в которой рождаются резонансы произвольной массы, но (фоновыми) корреляциями между резонансами мы пренебрегаем, т. е. рассматривается модель, в которой в экспоненте (53) оставлен только первый член разложения [32]:

$$\tilde{\gamma}(|\beta, z) = \tilde{\gamma}_1(|\beta) \exp \left\{ \int \frac{dm}{m} (t(z, m) - 1) e^{-\beta m} n_1(m, \beta) \right\}. \quad (54)$$

Здесь n_1 — спектр масс резонансов.

Исходя из условия А), следует принять мультипериферический механизм распада резонанса. Поэтому в (27) следует положить $n_r \sim \ln m$, так что

$$\ln t(z, m) = r'_z (z - 1) \ln \frac{m}{m_0} + O((z - 1)^2). \quad (55)$$

Для спектра масс резонансов в соответствии с выбранной нормировкой положим [43]

$$n_1(m; \beta) = n_1(m_0) e^{\beta^* m}, \quad \beta^* = \text{const} > 0. \quad (56)$$

Отметим, что иной выбор n_1 приводит к более быстрому убыванию сечений рождения частиц.

Подставив (55) и (56) в (54), уравнение состояния (17) примет вид:

$$\frac{n}{r_0^z} = n_1 \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Gamma(\Delta, r)}{\Delta r}, \quad (57)$$

где $\Delta \equiv m_0 (\beta - \beta^*)$ и $r = r'_0 (z - 1)$; $\Gamma(\Delta, r)$ — неполная Γ -функция.

Нас интересуют низкие температуры, когда $\Delta \rightarrow 0$ и плотность частиц велика, $r > 0$. Тогда уравнение (17) при $\ln 1/\Delta \ll n \ll \ln^2 1/\Delta$ имеет следующее решение:

$$z_0 = 1 + 1/r'_0 \ln 1/\Delta. \tag{58}$$

В результате

$$\ln \frac{\tilde{\gamma}(|\beta, n)}{\tilde{\gamma}_1(|\beta)} \simeq - \frac{n}{r'_0 \ln 1/\Delta}. \tag{59}$$

Температуру газа рожденных частиц можно найти из уравнения, которое эквивалентно (33):

$$\bar{n}_r(s) = \frac{d}{dz} \ln \tilde{\gamma}(|\beta, z)|_1. \tag{60}$$

Отсюда найдем, что

$$\bar{n}_r(s) \sim \ln 1/\Delta. \tag{61}$$

Подставив (61) в (59), в результате получим:

$$\ln \frac{\tilde{\gamma}(|s, n)}{\tilde{\gamma}_1(|s)} = -\gamma \frac{n}{\bar{n}_r(s)} + O(\ln n) \tag{62}$$

при $\bar{n}_r \ll n \ll \bar{n}_r^2$.

Если $n \gg \bar{n}_r^2$, уравнение (57) приводит к

$$\ln \frac{\tilde{\gamma}(|s, n)}{\tilde{\gamma}_1(|s)} \simeq - \frac{n}{\bar{n}_r(s)} \ln \frac{n}{\bar{n}_r^2(s)}. \tag{63}$$

Таким образом, в области $\bar{n}_r(s) \ll n \ll \bar{n}_r^2(s)$ распределение по множественности в рассматриваемой модели может имитировать сингулярность по z , так что в этой области значений множественности флюктуации чисто резонансного типа должны подавлять все остальные (как фонового типа, отвечающие померонным обменам, так и отвечающие партонным степеням свободы).

Отметим здесь роль условия А). Если отказаться от этого условия и положить, вместо (55), что

$$\ln t(z, m) = (z - 1) r_0 m, \tag{64}$$

тогда

$$\tilde{\gamma}(|\beta, z) \sim (\Delta + r_0(1 - z))^{-n_1(m_0)}, \tag{65}$$

т. е. в этом случае подавление резонансными флюктуациями всех остальных должно наблюдаться во всей области значений n (однако при этом предсказывается, что $\bar{n} \sim \sqrt{s}$).

Из рассмотренного выше примера видно, что условие обрезания по поперечному импульсу играет роль механизма подавления резонансных флюктуаций. Однако это еще не доказывает, что в теории, построенной с учетом обрезания по поперечному импульсу, невозможно получить сечения $\sigma_n \geq 0$ (e^{-n}) в асимптотике по n .

Чтобы исключить флюктуации, связанные с рождением тяжелых резонансов, которые могут подавлять, как было показано выше, все остальные флюктуации, предположим, что $n_1(m; \beta)$ убывают достаточно быстро с ростом m . Тогда, разложив $t(z, m)$ по степеням $(z - 1)$, найдем, что, пренебрегая всякими корреляциями, $\tilde{\gamma}(1/\beta, z) \sim \exp(\bar{n}(\beta)(z - 1))$, где $\bar{n}(\beta)$ — среднее число частиц с данной температурой $\sim 1/\beta$, т. е. перейдя к энергетическому представлению,

$$\gamma(z, s) = \gamma_1(s) e^{\bar{n}(s)(z-1)}, \quad (66)$$

что приводит к распределению Пуассона по множественности.

Выберем модель, когда зависимость γ_1 от s отсутствует и пусть, согласно А),

$$\bar{n}(s) = \frac{1}{2} r \ln s/s_0, \quad (67)$$

что отвечает вкладу в $\gamma(z, s)$ одного померонного обмена.

На базе борновского вклада (66) можно развить диаграммную технику, где $\exp[\bar{n}(s)(z - 1)]$ играет роль пропагатора («разрезанного») померона [17], чтобы учесть флюктуации плотности рожденных частиц. Такая модель «сильной связи» померонов [44] исследовалась в [45].

Эту модель можно интерпретировать как описывающую движение броуновской частицы в плоскости прицельного параметра \mathbf{b} , где z определяется плотностью (бесконечно тяжелых) примесей. Учет самодействия этой частицы означает учет флюктуаций плотности рожденных частиц и приводит к следующей неустойчивости.

Если вычислить подвижность $D(z, s)$, то оказывается, что при высоких энергиях D сингулярна по z при $z = 1$ (рис. 6). Эта неустой-

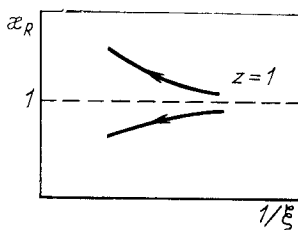


Рис. 6. Зависимость нормированного коэффициента диффузии $x_R = \frac{D(z, s)}{D(1, s)}$ от энергии, $\xi = \ln s$. Верхняя и нижняя кривые отвечают $z > 1$ и $z < 1$ соответственно

чивость приводит к тому, что $T(z, s)$ будет сингулярна при $z = 1$ и поэтому соответствующее сечение множественного рождения будет убывать степенным образом ($\ln \sigma_n \sim -\ln n$).

При вычислении этого результата было использовано так называемое ε -разложение. Формально, полученное распределение вычислено в пространстве размерности $d = 4$, где существенны ультрафиолетовые расходимости и в силу этого фактически нет обрезания по поперечному импульсу. При этом, если теоретические формулы слабо зависят от ε , полагая $d = 4 - \varepsilon$, можем выбрать $\varepsilon = 2$, чтобы перейти к описанию реальных процессов. Однако можно увидеть, что при $z \neq 1$ рассматриваемая теория сингулярна при $\varepsilon = 0$, что указывает на недопустимость ε -разложения.

Эта модель здесь приведена для того, чтобы еще раз продемонстрировать роль, которую играет обрезание по поперечному импульсу.

Значительно более популярна модель, в которой

$$\gamma_1(s) \sim s^\delta, \quad (68)$$

где $\delta \approx 0,070 \pm 0,005$ [46]. В этой модели сильных взаимодействий полное сечение растет пропорционально квадрату логарифма энергии, $\sigma_{\text{полн}} \sim \ln^2 s$. Такое поведение $\sigma_{\text{полн}}$ отвечает представлению о взаимодействующем адроне как о диске, функция профиля которого $\Phi_0(\mathbf{b}, s)$ записывается в виде

$$\Phi_0(\mathbf{b}, s) = i\theta(a_0^2 \xi^2 - \mathbf{b}^2), \quad (69)$$

где $\xi = \ln s/s_0$ и \mathbf{b} — прицельный параметр.

Можно Φ_0 считать пропагатором, определенным в борновском приближении, и попытаться ответить на вопрос, сколь устойчиво решение (69) относительно квантовых поправок. Обсуждение этого вопроса дано в [47]. Проблема здесь заключается в необходимости учитывать диффузность края диска: как было показано в [48], если диск не имеет диффузного края и функция профиля имеет вид (69), в такой модели невозможно последовательно описать рождение частиц. В свою очередь, диффузность края диска может привести к осложнениям с s -канальной унитарностью. В [48] было показано, однако, что если вершины взаимодействия померонов достаточно малы, тогда рассматриваемую модель можно согласовать с s -канальным условием унитарности.

Получив таким образом непротиворечивую модель множественного рождения, можно использовать ее для описания $\gamma(s, n)$. Поскольку вершина взаимодействия померонов мала, в первом приближении можно воспользоваться эйкональным приближением, которое отвечает разложению по обратным степеням радиуса взаимодействия адрона. При этом эффективный параметр разложения

$$X = \frac{2\lambda\alpha}{R^2 + \alpha_p^2 \xi^2} e^{\delta\xi}, \quad (70)$$

где $\alpha = (3,64 \pm 0,05)$ $(\text{ГэВ}/c)^{-2}$, $R^2 = (3,56 \pm 0,06)$ $(\text{ГэВ}/c)^{-2}$, $\lambda = 1,5$, $\alpha_p = (0,25 \pm 0,05)$ $(\text{ГэВ}/c)^{-2}$. С использованием этих пара-

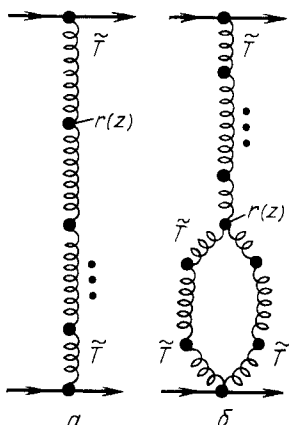


Рис. 7. Типичные диаграммы, определяющие вклады в $\hat{\chi}(\mathbf{b}; \xi, z)$, $r(z)$ — вершина взаимодействия фруассаронов

метров можно добиться хорошего согласия с экспериментом [17] (см. рис. 5, б). В этом приближении, пренебрегая возможными осцилляциями,

$$\tilde{\gamma}(|s, n) \sim \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}(s)} \ln \frac{n}{\bar{n}(s)}\right), \tag{71}$$

если $n \gg \bar{n}(s)$ (что покрывает всю интересующую нас область значений n).

Однако эйконоальное приближение имеет ограниченную область применимости. Несмотря на малость константы взаимодействия померонов r_p , при

$$n \gg \bar{n}(s) \ln \frac{8}{r_p R^2} \tag{72}$$

следует учитывать взаимодействия померонов (численно $r_p R^2 \simeq \simeq 10^{-4}$). В работе [48] было получено уравнение для $T(\mathbf{b}\xi, z)$:

$$T(\xi, z) = \int d^2\mathbf{b} T(\mathbf{b}; \xi, z). \tag{73}$$

Уравнение в общем виде записывается следующим образом:

$$T(\mathbf{b}; \xi, z) = \frac{1}{2} \hat{\chi}(\mathbf{b}\xi, z | T), \tag{74}$$

где $\hat{\chi}$ определяется диаграммами рис. 7. Например, вклад диаграммы рис. 7, а в $\hat{\chi}$ записывается в виде

$$\hat{\chi} = \sum_{h=2}^{\infty} (r_p)^{h-1} \int \prod_{i=1}^h \{d^2\mathbf{b}_i d\xi_i T(\mathbf{b}_i; \xi_i, z)\} \delta\left(\sum_1^h \xi_i - \xi\right) \delta^{(2)}\left(\sum_i \mathbf{b}_i - \mathbf{b}\right). \tag{75}$$

Нас интересуют сингулярные решения уравнения (74). При этом, в асимптотике по n , когда $z > 1$, нас могут интересовать только положительные вклады в $\hat{\chi}(\mathbf{b}; \xi, z | T)$ (что отвечает положительной определенности корреляционных функций \tilde{N}_l).

Стоящую, не зависящую от \mathbf{b} и ξ , особенность следует сразу исключить, так как в этом случае в левой и правой частях (74) будут иметься сингулярности разного порядка.

Сингулярность не может зависеть от прицельного параметра, так как в этом случае не определено равенство (73), которое является следствием предположения А).

Итак, если имеется особенность, то $z_c = z_c(\xi)$, причем, в силу (32), нас могут интересовать лишь $z_c \rightarrow 1$ при $\xi \rightarrow \infty$. Можно показать, что в этом случае учет квантовых поправок [скажем, (75)] сдвигает особенность в точку $z = 1$, что противоречит, как говорилось выше, исходному уравнению (74).

4. РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ В ЖЕСТКИХ ПРОЦЕССАХ

Из приведенного выше модельного анализа видно, что

$$\ln \frac{\bar{\gamma}(1s, n)}{\tilde{\gamma}_1(1s)} < -an, \quad a > 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

По-видимому, это неравенство является следствием ограниченности поперечных импульсов рожденных частиц, т. е. следствием квазиодномерности фазового объема рассматриваемой системы.

Итак, поскольку (4) выполняется, асимптотику по n можно описать в рамках КХД-партонов. Вычислять распределения по множественности будем в следующей последовательности: сначала рассмотрим рождение частиц в результате распада партона с большой виртуальностью; далее, используя этот результат, рассмотрим распределение по множественности в глубоконеупругих процессах. Наконец, ниже будут рассмотрены адрон-адронные взаимодействия.

Чтобы не вносить в предсказания партонной модели дополнительные неопределенности, связанные с модельными представлениями относительно $\gamma_{k_1 k_2}(1\alpha, z)$, мы просто воспользуемся тем, что при $n \rightarrow \infty$ число рожденных адронов n должно быть пропорционально числу рожденных партонов ν .

Перед тем как перейти к конкретным вычислениям, следует отметить, однако, что, отбросив эффекты, связанные с образованием адронов, при конечном n мы вносим определенную ошибку. Поэтому разумно прежде выяснить степень точности и детальности вычислений, которой следует придерживаться в дальнейшем (учитывая также полное отсутствие экспериментальных данных в интересующей нас области значений n).

Ниже мы ограничимся главным логарифмическим приближением и поэтому используем удобное разложение по корреляционным функциям, различая корреляции между партонами в струе, образованной в результате распада тяжелого партона, и корреляциями между струями. Это удобно в первую очередь потому, что в ГЛП ведущую роль играют марковские процессы [19, 49] и корреляции между струями должны быть малы.

Учитывая ограничение (10), следует ожидать, что соответствующее распределение должно иметь вид:

$$\sigma_n^{ab} = \bar{\varphi}_n^{ab} \exp \left(- \frac{n}{\bar{n}} C_{ab}^h(n) \right). \quad (76)$$

Здесь C_{ab}^h — неубывающая функция n , \bar{n} — средняя множественность адронов, рожденных в данном процессе. Предэкспоненциальный множитель $\bar{\varphi}_n^{ab}$ должен быть, следуя (126), растущей функцией n . Из (76) следует, в соответствии с разд. 1, что существенны $n \sim \bar{n}$, т. е. что шкала значений n определяется средней множественностью.

Аналогичное представление можно получить, рассматривая рождение ν партонов (нас в основном интересует рождение большого числа глюонов):

$$\sigma_\nu^{ab} = \bar{\varphi}_\nu^{ab} \exp \left(- \frac{\nu}{\bar{\nu}} C_{ab}(\nu) \right), \quad (77)$$

где $\bar{\nu}$ — среднее число партонов, родившихся в данном процессе, и $C_{ab}(\nu)$ — вновь неубывающая функция ν , которая может зависеть также от характера процесса.

Сравнив эти два выражения, можно заключить, что дальнейшие вычисления следует проводить с точностью до предэкспоненты $\bar{\varphi}_\nu^{ab}$: отбросив эффекты, связанные с конфайнментом, мы вносим столь большую ошибку, что предэкспонентой интересоваться не имеет смысла.

Далее, зависимость $C_{ab}(\nu)$ от ν , как мы видели, существенно сказывается на картине рождения частиц. Поэтому, в первую очередь, следует ответить на вопрос, зависит ли $C_{ab}(\nu)$ от ν , т. е. имеется ли сингулярность при $z = z_c < \infty$ в статистической сумме.

Согласно (39) виртуальности партонов велики, $|q|^2 \gtrsim \mu^2$, так что соответствующая эффективная константа взаимодействия $\alpha_s(\mu^2) \ll \ll 1$. Тогда простые кинематические соображения приводят к естественному инфракрасному обрезанию в КХД [50]. Это обстоятельство может существенно повлиять на динамику, если только в теории инфракрасные расходимости существенны (в противном случае эти поправки, связанные с инфракрасным обрезанием, ненаблюдаемы, как это имеет место в $(\lambda\phi^3)_6$ -теории, поскольку выходят за рамки ГЛП). В КХД следует ожидать, что условие $|q^2| \gtrsim \mu^2$ ведет к существенному сужению фазового объема, что должно сказаться на асимптотике по ν .

Для демонстрации этого воспользуемся уравнением, полученным в [50] для определения вероятности σ_a^a распада партона a на ν партонов. Поскольку нас интересует лишь асимптотика по множественности, где существенны самые левые особенности по z , поскольку положение особенности определяется средней множественностью партонов, поскольку средняя множественность глюонов $\bar{\nu}_g > \bar{\nu}_q$ — средней множественности кварков [51], в первом приближении можно

пренебречь кварковыми струями. Тогда мы приходим к следующему уравнению ($\tau \sim \ln q^2/\Lambda^2$):

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{d\tau} \sigma_v^g &= (1 - \tau + \tau_0) \sigma_v^g + \\ &+ (1 + \bar{\delta}) \sum_{v_1=0}^v \sigma_v^g \sigma_{v-v_1}^g + \sum_{v_1=0}^v \int_0^\tau d\tau_1 \sigma_{v_1}^g \sigma_{v-v_1}^g. \end{aligned} \quad (78)$$

Нас будет интересовать следующее решение этого уравнения:

$$\sigma_v^g = O(1) v^\kappa e^{-v \ln^2 z_c}, \quad \kappa = \text{const}. \quad (79)$$

Учитывая это, введем

$$\alpha_k(\tau) = \frac{1}{k!} \sum_{v=1}^{\infty} v^k \sigma_v^g(\tau). \quad (80)$$

Причем соответствующая статистическая сумма

$$t_g(\tau, z) = \sum_{k=0}^{\infty} (\ln z)^k \alpha_k(\tau), \quad z > 1. \quad (81)$$

Подставив (79) в (80), найдем, что $\sigma_v^g(\tau)$ имеет асимптотику (79), если только

$$\alpha_k(\tau) = \beta_k (\bar{v}_j(\tau))^k, \quad \bar{v}_j(\tau) \equiv (\ln z_c(\tau))^{-1}, \quad (82)$$

где положительные коэффициенты β_k могут слабо зависеть от τ {мы исключили из рассмотрения кварковые струи и поэтому $\alpha_0 = O(1)$ }.

Используя (78), найдем, что

$$\bar{v}_j(\tau) = O(e^{\sqrt{\tau}}) \quad (83)$$

[см. (3)]. Коэффициент β_k при этом удовлетворяет следующему рекуррентному соотношению:

$$\frac{k^2-1}{k} \beta_k = \sum_{m=1}^{k-1} \left(\frac{1}{m} - \frac{4(1+\bar{\delta})}{\sqrt{\tau}} \right) \beta_m \beta_{k-m}. \quad (84)$$

Поскольку β_k положительны, мы вынуждены предположить, что при произвольных, но ограниченных значениях $k \gg 1$ и $\tau \rightarrow \infty$ можно пренебречь отрицательным членом в правой части (84). Тогда нетрудно найти, что

$$\beta_k = 2k (1 + O(1/k)). \quad (85)$$

Подставив это решение в (84), найдем, что (85) оправдано, если только

$$k \ll \sqrt{\tau}. \quad (86)$$

Это условие ограничивает область применимости (85). В терминах множественности ν ограничение (86) означает, что «критическая область» значений ν определяется неравенствами:

$$\bar{\nu}_j(\tau) \ll \nu \ll \sqrt{\tau} \bar{\nu}_j(\tau). \quad (87)$$

Таким образом, $t_g(\tau, z)$ не может быть сингулярна при $z = z_c < \infty$ хотя в ограниченной области значений ν (87) распределение по множественности σ_ν^g может имитировать подобную сингулярность.

Сингулярность статистической суммы может быть следствием лишь неограниченного роста флуктуаций при $z \rightarrow z_c$. В рассмотренном выше примере эффективное сужение фазового объема (из-за конечности μ) препятствует этому явлению. Математически это отражено в том, что в правой части (84) появляется отрицательный член $\sim 1/\sqrt{\tau}$, что и играет роль обрезывающего фактора (для сравнения см. вычисления в $(\lambda\phi^3)_6$ -теории [52], где этот фактор отсутствует).

Чтобы вычислить распределение по множественности вне критической области значений ν , в которой сужение фазового объема значительно и поэтому флуктуации подавлены, мы должны, как следует из (84), учесть в σ_ν^g поправки $\sim 1/\tau$. Но тогда уравнение (78), полученное в ГЛП, неверно — необходимо учитывать следующие поправки, т. е. выйти за рамки ГЛП. Надо отметить, что в рамках логики ГЛП учет вкладов более сложных диаграмм не приводит к сингулярной статистической сумме (это бы означало расходимость ряда теории возмущения). Отсюда можно полагать, что вне (87)

$$\sigma_\nu^g(\tau) = O\left(e^{-\frac{\nu}{\bar{\nu}_j(\tau)} C_g(\tau, \nu)}\right). \quad (88)$$

Здесь $C_g(\tau, \nu)$ — растущая функция ν .

Пусть структурная функция $D_{ab}(x, Q^2, \nu)$ описывает рождение ν партонов

$$\sum_{\nu} D_{ab}(x, Q^2; \nu) = D_{ab}(x, Q^2) \quad (89)$$

— структурной функции, определяющей вероятность нахождения партона b с виртуальностью $Q^2 < 0$ в партоне a . При $-Q^2 \gg \mu^2$ для определения $D_{ab}(x, Q^2)$ достаточно ограничиться ГЛП, что отвечает вкладам простых лестничных диаграмм [10, 11]. Иными словами в глубоконеупругой области $D_{ab}(x, Q^2)$ отвечает простому марковскому процессу — «броуновскому движению по координате $\sim \ln 1/x$, где роль времени играет $\ln \ln |Q^2|$ ». Ясно, что такой процесс наиболее прост, если подвижность, которая порядка $\ln 1/x / \ln \ln |Q^2|$, велика. Будем полагать, что

$$\ln 1/x \gg \ln \ln |Q^2|_s \quad (90)$$

но, одновременно с этим,

$$\ln 1/x \ll \ln |Q^2| \quad (91)$$

(последнее ограничение — специфика рассматриваемого приближения [49]).

В ГЛП основные вклады в $D_{ab}(x, Q^2)$, компенсирующие малость $\alpha_s(\mu^2)$, накапливаются от широкой области интегрирования по k_i^2 — (положительной) виртуальности рожденных партонов, при этом существенны $\mu^2 \ll k^2 \ll -Q^2$. Если учесть, что время, необходимое на захват партона в адрон, $\ll 1/\mu$ (в собственной системе отсчета), то партон с виртуальностью $k_i^2 \gg \mu^2$ должен успеть распасться, прежде чем быть захваченным в адрон. Это приводит к доминантности струйного рождения партонов в жестком процессе.

Пусть теперь ν велико. При этом, в первую очередь, должны рождаться многопартоновые струи, т. е. $\langle k_i^2 \rangle$ должно расти с ростом ν . Но это означает эффективное уменьшение области интегрирования по k_i и, в конечном итоге, — уменьшение доли вкладов, вычисленных в ГЛП из-за уменьшения подвижности (т. е. уменьшения фазового объема, в котором рождаются струи). В результате мы приходим к необходимости учитывать многолестничные диаграммы (аналогичные рассмотренным в [53]). Это решение — альтернатива процесса рождения в асимптотике по ν одной струи, следствие ограниченности области критических значений ν (87).

Так, выше в этом разделе было показано, что в некоторой ограниченной области значений ν (87) можно считать, что флюктуации плотности партонов столь велики в струе, что приводят к соответствующей сингулярности в статистической сумме. Тогда, используя результат разд. 1, можно считать, что

$$D_{ab}(x, Q^2, \nu) = O(e^{-\nu/\sqrt{\nu}}), \quad (92)$$

если ν принадлежит (87). При значениях ν вне этого интервала имеет место (88), тогда, согласно разд. 1, должны быть существенны многоструйные события. Однако в глубоконеупругих процессах в асимптотике по ν следует учитывать эффект уменьшения подвижности, что и приводит к необходимости вычисления вкладов многолестничных диаграмм.

Чтобы убедиться в этом количественно, можно рассмотреть уравнение Бете — Солпитера для производящей функции $T_{ab}(x, Q^2; z)$, отвечающей $D_{ab}(x, Q^2; \nu)$ ($\tau \sim \ln Q^2/\Lambda^2$):

$$\tau \frac{d}{d\tau} T_{ab}(x, \tau; z) = \sum_c \int_x^1 dy P_{ac}(y) \hat{t}_{ac}(\tau, y; z) T_{cb}(y, \tau; z). \quad (93)$$

Это уравнение нормировано так, что при $z = 1$ (93) переходит в уравнение для структурных функций $D_{ab}(x, \tau)$ [49, 54], т. е.

$$\hat{t}_{ab}(\tau, y; z) |_{z=1} = 1. \quad (94)$$

Ядра P_{ab} были найдены в [49, 54].

Функции \hat{t}_{ab} описывают рождение глюонов при рассеянии партона a на партоне b и фактически совпадают со статистической суммой для одной струи, найденной выше.

Уравнение (93) несколько упрощается, если воспользоваться (91): в первом приближении можно пренебречь зависимостью \hat{t}_{ab} от y . Тогда, поскольку рассматривается марковский процесс, пренебрегая корреляциями между струями, можно найти, что

$$\ln T_{ab} \sim \sqrt{L(\tau, z) \ln 1/x}, \quad (95)$$

где

$$L(\tau, z) \equiv \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \hat{t}(\tau_1, x=1; z). \quad (96)$$

Оценка (95) найдена, когда эффективная подвижность (которая здесь зависит от z) достаточно велика:

$$\ln 1/x \gg L(\tau, z). \quad (97)$$

Однако, как видно из (96), с ростом ν , т. е. z_0 , подвижность убывает, поскольку \hat{t}_{ab} , по определению, растущая функция z .

Таким образом, следуя разд. 1, вне критической области значений ν (87) необходимо учитывать корреляции между струями и в этом случае,

$$T_{ab}(x, \tau; z) = \int \frac{dj}{2\pi} \left(\frac{1}{x}\right)^j d_{ab}(j, \tau) \times \\ \times \exp\left\{ \sum_{l=1}^{\infty} \int \prod_{i=1}^l \left[\frac{d\tau_i}{\tau_i} (\hat{t}(\tau, x=1; z) - 1) \right] N_{ab}^l(\tau_1, \dots, \tau_l; \tau | j) \right\}, \quad (98)$$

где N_{ab}^l описывают корреляции между струями. Если следовать логике ГЛП, поскольку ряд теории возмущения в КХД должен сходиться, вне критической области

$$D_{ab}(x, \tau; \nu) = O\left(\exp\left(-\frac{\nu}{\nu_j} C_{ab}(x, \tau; \nu)\right)\right), \quad (99)$$

где $C_{ab}(x, \tau; \nu)$ — растущие функции ν , явный вид которых определяется $N_{ab}^l(\tau_1, \dots, \tau_l; \tau | j)$.

Используя предыдущие результаты, мы можем теперь рассмотреть рождение асимптотически большого числа частиц в адрон-адронных взаимодействиях. Точнее, мы будем рассматривать рассеяние двух

быстрых партонов a и b малой виртуальности. Этого нам достаточно, поскольку нас не интересует предэкспоненциальный множитель в (77).

В ГЛП основной вклад дают процессы, в которых виртуальности k_i^2 и продольные импульсы партонов $\sim x_i$ «выстроены» следующим образом. Если, скажем, $k_i^2 \ll k_{i+1}^2$, то соответственно $x_i \gg x_{i+1}$. Пользуясь удобной терминологией работы [5], при этом можно считать $(i+1)$ партон «партонометром» партона i . Тогда, рассматривая рассеяние двух быстрых партонов малой виртуальности $|\sim \mu^2|$, в ГЛП следует положить, что взаимодействие происходит за счет столкновения партонометров, виртуальности которых значительно больше виртуальностей сталкивающихся партонов a и b , так как только в этом случае малость α_s может компенсироваться большим значением $\ln s$. Эта кинематика подобна кинематике «процессов Дрела — Яна» [55]. В нашем случае роль γ -кванта большой (положительной) виртуальности играет тяжелый партон r , инициирующий струю.

Соответствующая статистическая сумма $H_{ab}(z, s)$ имеет вид:

$$\begin{aligned}
 H_{ab}(z, s) = & \sum_{c, d} \int_0^1 dx_1 dx_2 \int_{\mu^2}^s \frac{dk^2}{k^2} \alpha_s(k^2) P_{cd} \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \times \\
 & \times \theta(x_2 - x_1) \delta(x_1 x_2 s - k^2) \hat{t}_r \left(k^2, \frac{x_1}{x_2}; z \right) \times \\
 & \times T_{ac}(x_1, k^2; z) T_{db}(x_2, k^2; z) + (x_2 \leftrightarrow x_1). \quad (100)
 \end{aligned}$$

Здесь все величины были определены выше. При этом партоны c и d считаются партонометрами партонов a и b соответственно.

Анализ (100) приводит к выводу, что эта формула, полученная в ГЛП, не имеет области применимости: в критической области ν (87) существенны «одноструйные» события и поэтому

$$\ln \frac{\sigma_{\nu}^{ab}(s)}{\sigma_{\text{полн}}^{ab}(s)} \sim - \frac{\nu}{\bar{\nu}_j(s)}. \quad (101)$$

Вне критической области следует учитывать корреляции между струями, что ведет к необходимости учитывать многоклеточные диаграммы.

Как следует из сказанного выше, при высоких энергиях и множественности вне критической области значений ν важную роль в КХД играет рождение медленных (инфракрасных) глюонов. Поэтому, чтобы вычислить вклады вне критической области (87), следует: а) учитывать вклады многоклеточных диаграмм (однако сохранив логику ГЛП); б) точнее учитывать кинематические ограничения в инфракрасной области. Эти два условия столь усложняют формулы, что аналитические методы вычисления оказываются неэффективными.

Однако имеется обстоятельство, которое несколько упрощает вычисления. Нас интересуют, как говорилось выше, $n \rightarrow \infty$, поскольку при таких значениях n можно ожидать, что эффекты, связанные с образованием адронов, несущественны. По своему смыслу z играет роль активности, т. е. каждой вершине рождения партона мы приписываем $\sqrt{z} > 1$. Это означает, что мы тем самым искусственно увеличиваем вклады тех диаграмм, которые описывают рождение «реальных» партонов. Но тогда, по крайней мере при $\alpha_s \ll 1$, следует рассматривать вклады лишь тех диаграмм, которые ведут к рождению партонов. Это означает, что все вклады в амплитуды рождения очень большого числа частиц не интерферируют друг с другом, т. е. все вклады в соответствующие статистические суммы (или матрицы плотности) должны быть положительны. Это несколько сужает класс диаграмм, которое надо учитывать вне критической области значений $\nu \sim n$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведем некоторые следствия представленной выше картины рождения очень большого числа адронов, экспериментальное исследование которых представляется интересным [56]. Как мы видели, современное состояние теории таково, что детальные количественные предсказания исходя из единой лагранжевой теории поля получить пока невозможно. Поэтому ответить на вопрос о значении параметра μ или, что то же самое, определить область значений энергии \sqrt{s} и множественности n , где основную роль играют жесткие процессы, мы не можем. Вследствие этого мы приведем только качественные предсказания.

а. Нарушение КНО-скейлинга. В асимптотике по n включается новый, «жесткий», механизм рождения частиц. Если при $n \sim \bar{n}$ КНО-скейлинг означает, что $\tilde{n} \frac{\sigma_n}{\sigma_{\text{полн}}} \sim \exp(-\gamma n / \bar{n})$ [здесь использована подгонка (62)], то при $n \gg \bar{n}$ следует ожидать, см. (79), что

$$\bar{n} \frac{\sigma_n}{\sigma_{\text{полн}}} \sim \exp\left(-\gamma' \left(\frac{\bar{n}}{n_j}\right) \frac{n}{\bar{n}}\right), \quad (102)$$

где (\bar{n}/n_j) — величина, определяющая нарушение КНО-скейлинга в экспоненте (102).

б. Рост среднего поперечного импульса. В мягких процессах средний поперечный импульс рожденных адронов практически не зависит от множественности (если не учитывать уменьшение фазового объема с ростом n) и $\langle p_{\perp} \rangle = (0,3 \div 0,4)$ ГэВ/с. При асимптотических множественностях, теоретически при сверхвысоких энергиях, в критической области $n \sim \bar{n}_j$, доминирует рождение малого числа струй,

и поэтому рождение частиц происходит за счет распада партонов с виртуальностью $k^2 \sim s$. Поскольку виртуальности партонов $k^2 \sim k_{\perp}^2$ [9], находим, что рост n должен привести к значительному росту поперечных импульсов частиц. На некоторый рост среднего поперечного импульса с ростом множественности указывают экспериментальные данные, приведенные на рис. 8.

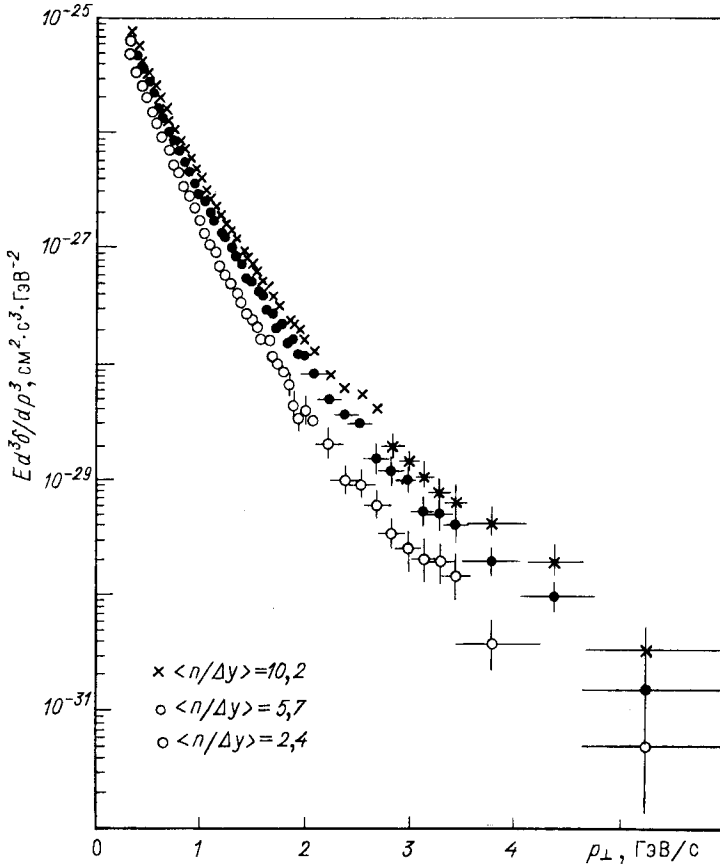


Рис. 8. Распределение по поперечным импульсам для различных значений множественности на интервал быстрот Δy [58]

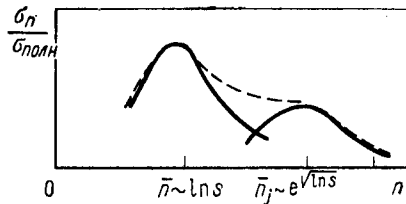


Рис. 9. Ожидаемое распределение по множественности при асимптотических значениях энергии

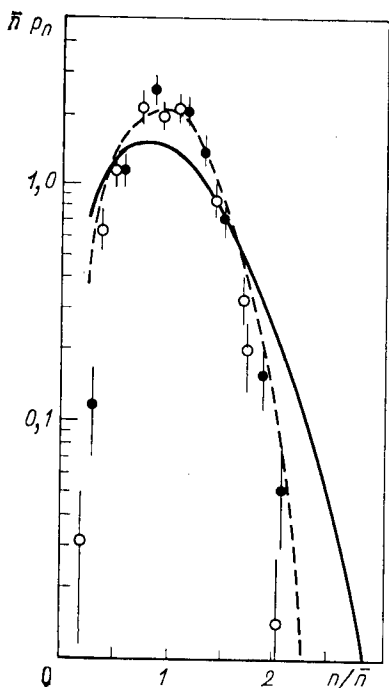


Рис. 10. Распределение по множественности заряженных адронов в pp -взаимодействиях, pp - и e^+e^- -аннигиляции [59]: для e^+e^- -аннигиляции: \circ — 9,4 ГэВ, \bullet — (29,9 — 31,6) ГэВ; — — — для pp -аннигиляции; — — — — — для pp -взаимодействия

в. «Выползание» хвоста распределения по множественности. При высоких энергиях, когда

$$\bar{n}_j(s) \gg \bar{n}(s), \quad (103)$$

следует видеть изменение зависимости σ_n от n [см. (102)]. Если использовать подгонку, выполненную в [7], то вклады жестких процессов будут доминировать при $\sqrt{s} > 10^2$ ГэВ. Качественная картина приведена на рис. 9.

г. Универсальность распределений. Из-за того, что при рождении очень большого числа частиц существенны коллективные явления, в критической области значений множественности сечения универ-

сальны. Так, при $\bar{n}(s) \ll n \ll \bar{n}^2(s)$, если спектр резонансов определяется (56), σ_n не зависит от типа процесса. Например, распределение по множественности в адрон-адронных взаимодействиях и распределение по множественности при e^+e^- -аннигиляции должны совпадать (рис. 10). Аналогичная картина должна наблюдаться в области (87).

Формула (23), которой мы широко пользовались, представляет собой разложение матрицы плотности $\rho(\beta, z)$, введенной в (16) по корреляционным функциям. Это разложение можно представить себе как результат вычисления

$$\text{Sp}(e^{-\beta H z^N}) = \rho(\beta, z),$$

где гамильтониан H и оператор числа частиц N должны коммутировать. Иными словами, разложение (23) представляет собой попытку описать конечное состояние родившихся частиц в терминах равновесной статистической механики. Как мы видели, это представление удобно, поскольку позволяет проследить за наиболее характерными коллективными явлениями процесса образования конечного состояния.

Как было показано выше, при $n \rightarrow \infty$, когда $z > 1$, если $\tilde{N}_i(p_1, \dots, p_i) > 0$ при всех p_i , то σ_n будет велико. В разд. 1 было

отмечено, что это возможно, если только при вычислении сечений будем пренебрегать интерференцией между различными вкладками в амплитуды A_n . В терминах теории возмущения это предполагает доминантность вкладов диаграмм, отвечающих рождению частиц.

Таким образом, если ограничиться флюктуациями полей, ведущих к рождению частиц, все вклады в сечение будут положительны. В этом приближении процесс рождения частиц имеет черты стационарного неравновесного процесса, который должен описываться аналогом кинетического уравнения.

Оказывается, при этом неважно, в каких терминах описываются степени свободы взаимодействующих адронов. Таким образом, можно получить последовательное (самосогласованное) квантование полей Янга — Миллса, которое сходно с разложением в окрестности траектории, отвечающей стационарной фазе подынтегрального выражения в (47) по полям ξ_α . Предварительное изложение этого вопроса дано в [20, 21].

В заключение я хочу поблагодарить О. В. Канчели, И. В. Пазиашвили, Е. М. Гурвича, Л. А. Слепченко за полезные обсуждения. Я благодарен также сотрудникам коллаборации РИСК за стимулирующий интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mandelstam S.— Phys. Rept., 1980, v. 67, p. 109.
2. PLUTO Coll., 1980, 80/69.
3. DeWolf E. e. a.— Nucl. Phys., 1975, v. 87B, p. 325; Albin E. e. a.— Nuovo cimento, 1976, v. 32A, p. 101.
4. Stenbacka R. e. a.— Nuovo cimento, 1979, v. 51A, p. 63; Das F. T. e. a.— Phys. Lett., 1974, v. 51B, p. 505; Abesalashvili L. N. e. a.— Phys. Lett., 1974, v. 52B, p. 236; Jabiol M. A. e. a.— Nucl. Phys., 1977, v. 127B, p. 365.
5. Schmitz N. Rev. talk at the Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions et High Energies. FNAL, 1979.
6. Furmanski W., Petronzio R., Pokorski S.— Nucl. Phys., 1979, v. 155B, p. 253.
7. TASSO Coll. Brendelik e. a.— Phys. Lett., 1980, v. 89B.
8. Jackiw R.— Rev. Mod. Phys., 1980, v. 52, p. 661.
9. Callan C., Dashen R., Gross D.— Phys. Lett., 1977, v. 66B, p. 375.
10. Dokshitzer Yu., Dyakonov D., Troyan S.— Phys. Rep., 1979, v. 58, p. 271.
11. Buras A. J.— Rev. Mod. Phys., 1980, v. 52, p. 199.
12. Манджавидзе И. Д. Преприят ВЭ-4, Тбилиси, 1984.
13. Casher A., Neuberger H., Nassinov S.— Phys. Rev., 1979, v. D20, p. 179; Gurvich E.— Phys. Lett., 1979, v. 87B, p. 386.
14. Slattery P.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 1624.
15. DeGroot E. H.— Phys. Lett., 1979, v. 57B, p. 159.
16. Kaidalov A. B., Ter-Martirosyan K. A. ИТЭР-51, 1982.
17. Тер-Маргиросян К. А. ИТЭФ-134, Серпухов, 1982.
18. Абрамовский В. А., Канчели О. В.— Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 15, с. 559.
19. Кураев Э. А., Липагов Л. Н., Фадин В. С.— ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 377.
20. Манджавидзе И. Д. Преприят ИФВЭ-4/82, Тбилиси, 1982.
21. Манджавидзе И. Д. Преприят ИФВЭ-1, Тбилиси, 1984.
22. Гейзенберг В. Введение в единую полевую теорию элементарных частиц: Пер. с англ. М.: Мир, 1968.

23. Gribov V. N.— Nucl. Phys., 1978, v. 139B, p. 1.
24. DeAlfaro V., Stangelini S., Furlan G.— Acta Phys. Austr. Suppl., 1980, v. 22, p. 51.
25. Дирак П. Принципы квантовой механики: Пер. с англ. М.: Наука, 1979.
26. Mueller A. H.— Phys. Rev., 1974, v. D4, p. 340; Манджавидзе И. Д.— ЯФ, 1974, т. 19, с. 340.
27. Мартин П., Швингер Ю. Теория систем многих частиц: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
28. Боголюбов Н. Н. Лекции по квантовой статистике. Киев, Радянська школа, 1949.
29. Cambell G., Lepore J., Riddell R.— J. Math. Phys., 1976, v. 8, p. 687.
30. Brown L. S.— Phys. Rev., 1972, v. D5, p. 748.
31. Lee T. D., Yang C. N.— Phys. Rev., 1952, v. 87, p. 404, 417
32. Манджавидзе И. Д.— ЯФ, 1979, т. 30, с. 1089.
33. Katsura S.— Adv. Phys., 1963, v. 18, p. 355.
34. Montgomery H. CERN-EP 82-164.
35. Hanson G. e.a. SLAC-PUB. 2855, 1981.
36. Feynman R. P.— Nucl. Phys., 1981, v. 138B, p. 479.
37. DeDominicis C.— J. Math. Phys., 1963, v. 4, p. 255.
38. Callan C., Dashen R., Gross D.— Phys. Rev., 1979, v. D18, p. 1826.
39. Shifman M., Vainstein A., Zacharov V.— Nucl. Phys., 1979, v. 147B, p. 385.
40. Попов В. Н. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
41. Amati D., Basseto A., Ciafaloni M. e. a.— Nucl. Phys., 1980, v. 173B, p. 429.
42. Wilson K.— Acta Phys. Austr., 1972, v. 23, p. 396.
43. Hagedorn R.— Nuovo cimento, Suppl., 1965, v. 3, p. 147.
44. Migdal A. A., Polyakov A. M., Ter-Martirosyan K. A.— ЖЭТФ, 1974, v. 67, p. 848.
45. Манджавидзе И. Д.— Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 25, с. 171.
46. Dubovikov M. S., Ter-Martirosyan K. A. ИТЭР-37, 1976.
47. Dubovikov M. S., Ter-Martirosyan K. A.— Nucl. Phys., 1977, v. 124B, p. 163.
48. Манджавидзе И. Д.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 1593.
49. Докшицер Ю. Л.— ЖЭТФ, 1977, т. 73, с. 1216.
50. Basseto A., Ciafaloni M., Marchesini G.— Phys. Lett., 1979, v. 83B, p. 207.
51. Konishi K., Ukawa A., Veneziano G.— Nucl. Phys., 1979, v. 157B, p. 45.
52. Taylor J.— Phys. Lett., 1978, v. 73B, p. 85.
53. Gribov L. V., Levin E. M., Ryskin M. S.— Nucl. Phys., 1981, v. 155B, p. 555; Vad. Phys., 1982, v. 35, p. 1278.
54. Altarelli G., Parisi G.— Nucl. Phys., 1977, v. 126, p. 298.
55. Матвеев А. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Сообщение ОИЯИ P2-4543, P2-4578. Дубна, 1969. Drell S., Yan T.— Ann. Phys., 1971, v. 66, p. 578.
56. Манджавидзе И. Д. Препринт ВЭ-7, Тбилиси, 1984.
57. UAI Coll. CERN-EP/82-125.
58. PLUTO Coll. DESY 80/69.