

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЯДРА НА ОСНОВЕ ТЕХНИКИ ОБОБЩЕННЫХ КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ

*Г. Ф. Филиппов, В. С. Василевский, Л. Л. Чоповский*

Институт теоретической физики АН УССР

Обсуждается общий подход к решению задач микроскопической теории ядра, основанный на технике обобщенных когерентных состояний (ОКС). Построенные в явном виде ОКС для легчайших ядер  $p$ -оболочки генерируют полный базис многочастичных функций, удобный для исследования динамики коллективных и кластерных степеней свободы. С помощью этих ОКС были рассчитаны спектры коллективных возбуждений ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$  и  ${}^8\text{Be}$ , а также фазы и параметры центробежных резонансов в системе  $\alpha - t$ . Кроме того, у этих ядер выявлены очень узкие резонансы, имеющие ярко выраженную коллективную природу и обусловленные слабой связью кластерной и коллективных мод при большой амплитуде коллективного движения. Полученные волновые функции основного состояния и состояний непрерывного спектра позволили изучить процессы фоторасщепления ядер  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$  и радиационного захвата дейтронов, тритонов и ядер  ${}^3\text{He}$   $\alpha$ -частицами.

The review presents general approach to the solution of the nucleus microscopic theory problems based on the generalized coherent states (GCS) technique. The GCS for the  $p$ -shell lightest nuclei constructed in the explicit form generate the complete basis for many-particle functions convenient for the collective and cluster degrees of freedom dynamics research. These GCS helped to calculate the collective excitation spectra of the nuclei  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$  and  ${}^8\text{Be}$  as well as the phase shift and the parameters of the centrifugal resonances in the  $\alpha - t$  system. Besides, very narrow resonances of evident collective nature caused by the weak cluster and collective modes coupling at large amplitudes of the collective motion have been found in these nuclei. The wave functions of the ground state and the continuum spectrum states allowed to study the photodisintegration processes of the nuclei  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$  and  ${}^7\text{Be}$  and the radiative capture of the deuterons, tritons and  ${}^3\text{He}$  nuclei by  $\alpha$ -particles.

## ВВЕДЕНИЕ

Техника обобщенных когерентных состояний [1] открывает широкие перспективы для развития микроскопической теории ядерных систем, основанной на последовательном использовании многочастичного осцилляторного базиса. Преимущества микроскопической теории, опирающейся на обобщенные когерентные состояния, заключаются не только в значительном упрощении вычислительных алгоритмов, принятых в традиционных подходах, но и в том, что осцилляторное представление, генерируемое когерентными состояниями, удобно для построения явного выражения волновой функции ядерных систем и анализа свойств компактных нуклонных конфигураций. При этом центр тяжести расчетов переносится на вычисление про-

изводящих матричных элементов различных операторов и затем матричных элементов на базисных функциях осцилляторного представления. В итоге удается найти путь к решению тех задач, которые ранее оставались вне поля зрения микроскопической теории или же поддавались исследованию с большой затратой сил.

В обзоре [1] основное внимание было сосредоточено на проблемах, возникающих при построении обобщенных когерентных состояний и матричных элементов различных операторов на обобщенных когерентных состояниях. В предлагаемом обзоре излагаются основные результаты работ, в которых техника обобщенных когерентных состояний используется для решения ряда актуальных задач микроскопической теории ядра.

В разд. 1 вычисляются производящие матричные элементы многочастичного гамильтониана, способные генерировать матричные элементы  $Sp(2, R)$ -модели атомных ядер, а также на базисных функциях алгебраической версии метода резонирующих групп. Кроме того, в этом же разделе строятся матричные элементы операторов различных мультипольных электрических переходов, необходимые для расчета сечений фоторасщепления атомных ядер и радиационного захвата.

В разд. 2 изучается волновое уравнение микроскопической модели  $Sp(2, R)$ . Как стало ясно в последнее время, модель  $Sp(2, R)$  воспроизводит динамику аксиальной квадрупольной несферичности атомных ядер и сильно связанной с ней вихревой моды. Авторы работы [2], а еще раньше — работы [3] в качестве динамических уравнений модели  $Sp(2, R)$  использовали интегральное уравнение Хилла — Уилера. Однако в [4] было показано, что вместо уравнения Хилла — Уилера целесообразно использовать систему линейных алгебраических уравнений для амплитуд разложения волновой функции. Техника обобщенных когерентных состояний значительно упрощает задачу построения системы линейных алгебраических уравнений [5].

Алгебраическая версия метода резонирующих групп способна успешно конкурировать с традиционными вариантами этого метода. В разд. 3 обзора показано, что реализация алгебраической версии может быть осуществлена в результате приведения к диагональному виду матрицы многочастичного гамильтониана в осцилляторном представлении.

Уже первые теоретические расчеты монопольных и квадрупольных возбуждений атомных ядер [2, 3, 6] обнаружили, что эти возбуждения находятся в непрерывном спектре и поэтому являются резонансными состояниями. Однако последовательный расчет ширины резонансных состояний в рамках известных микроскопических моделей коллективных возбуждений оказался нереальной задачей, поскольку эти модели не принимают во внимание открытые каналы развала атомных ядер, за исключением, может быть, тех, которые

соответствуют полному развалу ядра на независимо и свободно движущиеся нуклоны.

В то же время интерес к коллективным резонансам естественно возникает со стороны метода резонирующих групп, когда в рамках этого метода ставится задача учета монопольной (объемной) и квадрупольной поляризации взаимодействующих кластеров. Пытаясь понять роль поляризационных эффектов в процессе столкновения легких ядер, мы сразу приходим к проблеме коллективных (поляризационных) резонансов составного ядра, образованного слившимися кластерами.

Актуальность задачи объединения микроскопической теории коллективных возбуждений с методом резонирующих групп была осознана как теми, кто стоял у истоков метода  $K$ -гармоник, предназначенного в первую очередь для изучения объемных коллективных колебаний атомных ядер, так и теми, кто создавал метод резонирующих групп в его современной форме. В результате было предложено два разных варианта решения этой задачи. А. И. Базь и М. В. Жуков, опираясь на известные работы [7], построили интерполяционную модель [8], а Вильдермут и Тан объяснили, как, в принципе, можно учесть поляризационные эффекты на фоне эффектов открытых кластерных каналов [9]. К сожалению, оба обобщения не были доведены до конструктивного совершенства и потому не дали ответов на вопросы, касающиеся коллективных резонансов. В разд. 4 показано, как решается проблема коллективных резонансов на основе техники производящих инвариантов в результате систематического подключения к полному базису кластерной моды базисных состояний квадрупольной коллективной моды.

Фоторасщепление и электрорасщепление легких ядер, радиационный захват, а также тормозное излучение  $\gamma$ -квантов атомными ядрами представляют собой такие явления, характер которых определяется поведением волновой функции нуклонной системы во внутренней области на малых расстояниях между кластерами, входящими в состав ядра. Эти явления поддаются последовательному микроскопическому исследованию в рамках алгебраической версии метода резонирующих групп, использующей технику обобщенных когерентных состояний. Микроскопическая теория фотоядерных реакций обсуждается в разд. 5.

## 1. ОБОБЩЕННЫЕ КОГЕРЕНТНЫЕ СОСТОЯНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ И КЛАСТЕРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЛЕГЧАЙШИХ ЯДЕР $p$ -ОБОЛОЧКИ

Прежде чем приводить результаты расчетов матричных элементов различных операторов на обобщенных когерентных состояниях (ОКС), изложим основные идеи алгоритма решения задач ядерной физики с помощью ОКС, отсылая читателя к работам [1, 4, 10, 11] для более детального знакомства с предметом.

В последнее время для исследования ядерных систем очень часто используются базисы многочастичных осцилляторных функций  $\{|n\rangle\}$ , воспроизводящие актуальные для описания данного процесса многочастичные корреляции. Волновую функцию системы в этом подходе представляют в виде ряда по базисным функциям  $|n\rangle$ :

$$\Psi = \sum_n C_n |n\rangle, \quad (1)$$

а коэффициенты  $C_n$ , т. е. обобщенные компоненты Фурье волновой функции  $\Psi$  в осцилляторном представлении, находят в результате решения системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{n'} (\langle n | \hat{H} | n' \rangle - E \delta_{nn'}) C_{n'} = 0. \quad (2)$$

Численное решение этой системы найти проще, чем численное решение многомерных дифференциальных уравнений (или систем уравнений) в частных производных, интегродифференциальных и интегральных уравнений, возникающих в различных микроскопических методах, таких, например, как метод резонирующих групп, метод генераторных координат и др.

Метод производящих функций, или метод ОКС, был предложен для преодоления трудностей, связанных с построением матричных элементов  $\langle n | \hat{H} | n' \rangle$  оператора Гамильтона  $\hat{H}$  и матричных элементов других операторов на базисных осцилляторных функциях. ОКС  $\Phi(\beta)$ , используемые в этом методе, зависят от координат (пространственных, спиновых и изоспиновых) всех нуклонов, входящих в состав системы, и от некоторого числа параметров  $\beta$ , имеющих генераторными параметрами. Разложение ОКС по степеням этих параметров порождает интересующие нас функции  $|n\rangle$ :

$$\Phi(\beta) = \sum_n a_n \beta^n |n\rangle, \quad (3)$$

где  $a_n$  — некоторые структурные константы. Для того чтобы из этого разложения выделить функцию  $|n\rangle$ , необходимо вычислить  $n$ -ю производную ОКС в точке  $\beta = 0$ :

$$\left. \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \Phi(\beta) \right|_{\beta=0} = a_n n! |n\rangle.$$

Если будет вычислен матричный элемент некоторого оператора  $\hat{F}$  на ОКС  $\Phi(\beta)$  и  $\Phi(\tilde{\beta})$ ,

$$\langle \Phi(\beta) | \hat{F} | \Phi(\tilde{\beta}) \rangle = \sum_{n, n'} a_n a_{n'} \beta^n \tilde{\beta}^{n'} \langle n | \hat{F} | n' \rangle,$$

то, дифференцируя этот матричный элемент (далее мы будем называть его производящим матричным элементом или сокращенно ПМЭ) по параметрам  $\beta$  и  $\tilde{\beta}$ , мы получим матричный элемент  $\hat{F}$  на осциллятор-

ных функциях  $|n\rangle$  и  $|n'\rangle$ :

$$\langle n | \hat{F} | n' \rangle = (a_n a_{n'} n! n'!)^{-1} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\partial^{n'}}{\partial \tilde{\beta}^{n'}} \langle \Phi(\beta) | \hat{F} | \Phi(\tilde{\beta}) \rangle \Big|_{\beta=\tilde{\beta}=0}. \quad (4)$$

В алгоритме, предложенном в работах [4, 10, 11], ОКС конструируются в виде детерминантов Слэтера из одночастичных орбиталей. Конкретная форма этих орбиталей и физический смысл входящих в них генераторных параметров определяются теми многочастичными корреляциями, которые воспроизводит генерируемый осцилляторный базис. Для описания коллективных возбуждений атомных ядер ОКС строят из орбиталей анизотропного осциллятора, а комбинации параметров, определяющих деформацию осцилляторного поля, служат генераторными параметрами. ОКС, построенные из орбиталей модели Бринка [12] (кластерных орбиталей), пригодны для исследования реакций, вызванных столкновением атомных ядер. Генераторные параметры этих ОКС совпадают с параметрами, задающими расположение кластеров в пространстве.

Кроме упомянутых орбиталей в работах [10, 13, 14] был предложен новый вид орбиталей, содержащих и параметры деформации, и кластерные параметры. ОКС, построенные из таких комбинированных орбиталей, позволяют генерировать осцилляторные базисные функции, воспроизводящие возбуждения и коллективных, и кластерных мод движения. Одновременный учет этих мод, как отмечено в [1, 13], необходим прежде всего для корректного описания резонансных состояний. Кроме того, привлечение кластерной моды наряду с коллективной позволяет более точно учесть взаимодействие коллективных и внутренних возбуждений при расчетах спектров коллективных состояний, а при описании ядерных реакций — динамическую поляризацию взаимодействующих кластеров.

Далее для построения ОКС мы будем использовать именно такие комбинированные орбитали [1, 10, 14], точнее говоря, некоторый упрощенный их вариант. Упрощение обусловлено тем кругом задач, которые будут рассмотрены ниже и которые перечислены во введении, а также выбором объекта наших исследований. Используемые нами орбитали имеют вид:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} r^2 - \frac{\beta}{1-\beta} (\mathbf{p}\mathbf{r})^2 + 2 \frac{(\mathbf{R}_i \mathbf{r})^2}{1-\beta} - \frac{R_i^2}{1-\beta} \right\}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{R}_i = R_i \mathbf{p}$  — кластерный параметр, определяющий положение  $i$ -го кластерного центра;  $\beta$  — параметр деформации;  $\mathbf{p}$  — единичный вектор, задающий ось деформации и одновременно направление вектора  $\mathbf{R}_i$ . Представленная орбиталь позволяет из всего многообразия коллективных мод генерировать только одну моду квадрупольных возбуждений и в рассматриваемом ядре учитывать одну кластерную ветвь, описывающую распад ядра на два кластера  $s$ -оболочки.

Ниже приведены результаты расчетов различных матричных элементов на ОКС для ядер  $p$ -оболочки с числом нуклонов  $A$ , ограниченным неравенствами  $5 \leq A \leq 8$ . Эти ядра рассматриваются как системы, составленные из двух взаимодействующих кластеров, один из которых  $\alpha$ -частица ( $A_1 = 4$ ), а второй образован  $A_2$ -нуклонами ( $A_2 \leq 4$ ,  $A = 4 + A_2$ ). В [15] показано, что ОКС, построенные из орбиталей (5), порождают два различных базиса. Первый образован функциями определенного неприводимого представления  $(\text{НП})\sigma = \frac{1}{2}f_1 + \frac{A-5}{4}$  группы  $Sp(2, R)$ , а второй — функциями с различной  $O(A-1)$ -симметрией  $[f] = [f_1 f_2 f_3]$  (для ядер  $p$ -оболочки  $[f] = [f00]$ ,  $f = f_0, f_0 + 2, f_0 + 4 \dots$ ), передающими относительное движение кластеров. Напомним, что базисные функции НП  $\sigma$  группы  $Sp(2, R)$  принадлежат к той части полного базиса минимального приближения метода обобщенных гиперсферических функций (МП МОГФ), которая передает продольные колебания эллипсоида инерции ядра и является доминирующей [16—18] в волновой функции основного состояния и нижайших коллективных возбуждений ядер  $p$ -оболочки. Генераторной координатой этого базиса является параметр  $\beta$  орбитали (5). В свою очередь, базис функций с различной  $O(A-1)$ -симметрией порождается с помощью генераторного параметра  $R$ .

Расчет свойств ядра в базисе  $Sp(2, R) \otimes O(A-1)$ , учитывающем обе указанные моды, позволяет, сняв то ограничение на выбор внутренних функций, которое имеет место в МП МОГФ, рассматривать коллективные возбуждения  $SU(3)$ -симметрии ( $\lambda 0$ ) одновременно с различными внутренними возбуждениями  $[f00]$ .

Опуская детали вычислений, приведем сразу явный вид интегралов перекрытия ОКС  $\Phi(R, \beta)$  и  $\Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta})$  и производящих матричных элементов (ПМЭ) гамильтониана ядра. Для выбранной кластеризации ( $A = 4 + A_2$ ) интеграл перекрытия имеет вид:

$$F \equiv \langle \Phi(R, \beta) | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle = \Delta^{-\frac{A-1}{2}} \text{sh}^{A_2} \xi \times \\ \times \exp\left\{ -\frac{A_2}{A} [4 \mathcal{A}_{RR} - (4 - A_2) \xi] \right\}, \quad (6)$$

$$\Delta = 1 - \beta \tilde{\beta} t^2; \quad t = (\mathbf{p}\mathbf{q}); \quad \xi = \frac{1}{\Delta} R \tilde{R} (\mathbf{p}\mathbf{q});$$

$$\mathcal{A}_{RR} = \Delta^{-1} t^2 [\beta \tilde{R}^2 + \tilde{\beta} R^2].$$

Производящий матричный элемент оператора кинетической энергии:

$$\langle \Phi(R, \beta) | \hat{T} | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle = \frac{\hbar^2}{2m\tau^2} \left\{ \frac{A-1}{2} P_0 - \frac{4A_2}{A} (P_1 R^2 + P_2 \tilde{R}^2) + \right.$$

$$+ P_3 \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \} \langle \Phi(R, \beta) | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle;$$

$$\pi = \Delta^{-1} (2 + \beta + \tilde{\beta}); \quad P_0 = 1 + \pi; \quad P_1 = \Delta^{-1} (1 + \pi \tilde{\beta} t^2);$$

$$P_2 = \Delta^{-1} (1 + \pi \beta t^2); \quad P_3 = -1 + \pi.$$

ПМЭ оператора центрального обменного  $NN$ -взаимодействия с гауссовой радиальной зависимостью имеет вид:

$$\langle \Phi(R, \beta) | \hat{V} | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle = V_{ss} f_{ss} + V_{sp}^{(+)} f_{sp}^{(+)} - V_{sp}^{(-)} f_{sp}^{(-)} + V_{pp} f_{pp}, \quad (7)$$

где

$$f_{ss} = z^{3/2} (\Delta/\Delta_\gamma)^{1/2} \langle \Phi(R, \beta) | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle;$$

$$f_{sp}^{(\pm)} = \frac{f_{ss}}{2 \operatorname{sh} \xi} \{ \Omega_{R\tilde{R}} e^{\pm \eta} - (\Omega_{R0} + \Omega_0 \tilde{R} - 1) e^{-\xi} \};$$

$$f_{pp} = \frac{f_{ss}}{4 \operatorname{sh}^2 \xi} \{ 4 \Omega_{R\tilde{R}} e^{-\xi} - 2 (\Omega_{R0} + \Omega_0 \tilde{R}) (1 + e^{-2\xi}) + e^{2\xi} + 3e^{-2\xi} \};$$

$$\Omega_{R\tilde{R}} = \exp \left\{ -\frac{R^2}{2} \left[ \frac{a + b\tilde{\beta}}{\Delta_\gamma} - \frac{\tilde{\beta} t^2}{\Delta} \right] - \frac{\tilde{R}^2}{2} \left[ \frac{a + b\beta}{\Delta_\gamma} - \frac{\beta t^2}{\Delta} \right] \right\};$$

$$\Delta_\gamma = 1 - a(\beta + \tilde{\beta}) - b\tilde{\beta}\beta; \quad a = 1 - z; \quad b = t^2 z^2 - a^2;$$

$$\eta = \frac{zR\tilde{R}(\rho q)}{\Delta_\gamma}; \quad z = \left( \frac{2r_0^2}{s_0^2} + 1 \right)^{-1},$$

а константы  $V_{ss}$ ,  $V_{sp}^{(\pm)}$  и  $V_{pp}$  составлены из интенсивностей  $V_{2S+1, 2T+1}$  гауссова потенциала и равны:  $V_{ss} = 3(V_{13} + V_{31})$ ,  $V_{sp}^{\pm} = \frac{A_2}{4}(9V_{33} \pm 3V_{31} \pm 3V_{13} + V_{11})$  при  $A_2 = 1, 2, 3, 4$ , а  $V_{pp}$  равно 0 при  $A_2 = 1$ ,  $V_{13}$  (для  ${}^6\text{He}$ ) или  $V_{31}$  (для  ${}^6\text{Li}$ ) при  $A_2 = 2$ ;  $1/2 V_{ss}$  при  $A_2 = 3$  и  $V_{ss}$  при  $A_2 = 4$ .

ПМЭ оператора спин-орбитального взаимодействия нуклонов

$$\langle \Phi(R, \beta) | \hat{V}_{ls} | \Phi(\tilde{R}, \tilde{\beta}) \rangle = \bar{V}_{sp}^{(+)} \mathcal{F}_{sp}^{(+)} - \bar{V}_{sp}^{(-)} \mathcal{F}_{sp}^{(-)} + \bar{V}_{pp} \mathcal{F}_{pp}, \quad (8)$$

где константы  $\bar{V}_{sp}^{(\pm)}$  и  $\bar{V}_{pp}$  составлены из соответствующих компонент спин-орбитальной части  $NN$ -потенциала:  $\bar{V}_{sp}^{(\pm)} = -(3V_3^{ls} \pm V_1^{ls})$  при  $A_2 = 1, 2, 3, 4$ ;  $\bar{V}_{pp} = (1 - A_2) V_1^{ls}$  при  $A_2 \geq 2$ , а функции  $\mathcal{F}_{sp}^{(\pm)}$ ,  $\mathcal{F}_{pp}$

имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{sp}^{(\pm)} &= \alpha f_{sp}^{(\pm)} + \frac{f_{ss}}{2 \operatorname{sh} \xi} \{ \Omega_{R\tilde{R}} (\mathcal{K}_{R\tilde{R}} \mp PR\tilde{R}) e^{\pm \eta} - \\ &\quad - (\mathcal{K}_{R_0\Omega_{R_0}} + \mathcal{K}_{0\tilde{R}} \Omega_{0\tilde{R}}) e^{-\xi} \}; \\ \mathcal{F}_{pp} &= \alpha f_{pp} + \frac{f_{ss}}{2 \operatorname{sh}^2 \xi} \{ 2\Omega_{R\tilde{R}} (\mathcal{K}_{R\tilde{R}} \operatorname{ch} \eta - PR\tilde{R} \operatorname{sh} \eta) e^{-\xi} - \\ &\quad - (\mathcal{K}_{R_0\Omega_{R_0}} + \mathcal{K}_{0\tilde{R}} \Omega_{0\tilde{R}}) (1 + e^{-2\xi}) \},\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\alpha &= -\beta \tilde{\beta} \Delta_{\gamma}^{-1} z^2 t \sqrt{1-t^2}; \quad P = \Delta_{\gamma}^{-2} z \sqrt{1-t^2} (\Delta_{\gamma} + 2\beta \tilde{\beta} z^2 t^2); \\ \mathcal{K}_{R\tilde{R}} &= \Delta_{\gamma}^{-2} z^2 t \sqrt{1-t^2} \{ \tilde{\beta} R^2 (1 - \tilde{\beta} a) + \beta \tilde{R}^2 (1 - \beta a) \}.\end{aligned}$$

В заключение приведем производящие матричные элементы оператора

$$\hat{F} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A (1 + \hat{\tau}_{iz}) \exp \{ i\mathbf{k} (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_A) \}, \quad (9)$$

( $\mathbf{R}_A = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \mathbf{r}_i$  — координата центра тяжести), знание которых необходимо для описания процессов фото- и электровозбуждения ядер. Волновое число  $\mathbf{k}$  в зависимости от исследуемого процесса будет определять либо импульс поглощаемого или испускаемого фотона, либо импульс, переданный электроном ядру. Кроме этого, с помощью стандартного приема из оператора  $\hat{F}$  можно получить операторы мультипольных электрических  $E\lambda$ -переходов:

$$\tilde{Q}_{\lambda\mu} \equiv \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A (1 + \hat{\tau}_{iz}) \tilde{r}_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\tilde{\Theta}_i) = \frac{(-i)^{\lambda}}{\lambda! A_{\lambda}^{\lambda}} \frac{d^{\lambda}}{dk^{\lambda}} \int d\Theta_{\mathbf{k}} Y_{\lambda\mu}^*(\Theta_{\mathbf{k}}) \hat{F} |_{|\mathbf{k}|=0}. \quad (10)$$

Здесь  $\{\tilde{r}_i, \tilde{\Theta}_i\}$  — сферические компоненты радиус-вектора  $i$ -й частицы в системе центра масс,  $\Theta_{\mathbf{k}}$  — углы, задающие направление вектора  $\mathbf{k}$  в пространстве, а

$$A_i^{\lambda} = 4\pi \frac{\lambda!}{(\lambda-l)!! (\lambda+l+1)!!}. \quad (11)$$

Причем такой предельный переход от  $\hat{F}$  к операторам  $\hat{Q}_{\lambda\mu}$  удобно осуществлять в производящих матричных элементах, т. е. использовать соотношение

$$\langle \Phi | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \tilde{\Phi} \rangle = \frac{(-i)^{\lambda}}{\lambda! A_{\lambda}^{\lambda}} \frac{d^{\lambda}}{dk^{\lambda}} \int d\Theta_{\mathbf{k}} Y_{\lambda\mu}^*(\Theta_{\mathbf{k}}) \langle \Phi | \hat{F} | \tilde{\Phi} \rangle |_{k=0}.$$



Порядок выполнения операций — дифференцирование по модулю вектора  $\mathbf{k}$  и интегрирование по углам  $\Theta_{\mathbf{k}}$  — может быть произвольным.

Производящий матричный элемент оператора  $\hat{F}$  можно представить в следующем виде:

$$\langle \Phi | \hat{F} | \tilde{\Phi} \rangle = \{2f_0 + (Z - 2)f_1\} \langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle, \quad (12)$$

где

$$f_0 = \exp \left\{ -\frac{A-1}{4A} k^2 + \frac{A-1}{4A\Delta} [\beta(\mathbf{k}\mathbf{p})^2 + \tilde{\beta}(\mathbf{k}\mathbf{q})^2 - 2\tilde{\beta}\beta(\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{p}\mathbf{k})(\mathbf{q}\mathbf{k})] + \right. \\ \left. + \frac{iA_2}{A} R [(\mathbf{p}\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{k}\mathbf{q})] + \frac{iA_2}{A} \tilde{R} [(\mathbf{k}\mathbf{q}) - \tilde{\beta}(\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{k}\mathbf{q})] \right\};$$

$$f_1 = \frac{f_0}{2 \operatorname{sh} \xi} \{e^{\xi} \Omega(R, \tilde{R}) - e^{-\xi} [\Omega(R, 0) + \Omega(0, \tilde{R}) - 1]\};$$

$$\Omega(R, \tilde{R}) = \exp \left\{ -\frac{iR}{\Delta} [(\mathbf{p}\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{k}\mathbf{q})] - \frac{i\tilde{R}}{\Delta} [(\mathbf{k}\mathbf{q}) - \tilde{\beta}(\mathbf{p}\mathbf{q})(\mathbf{k}\mathbf{q})] \right\}.$$

Первый из двух членов в формуле (12) —  $f_0$ , определяет вклад в энергию взаимодействия электромагнитного поля с ядром протонов, составляющих  $\alpha$ -частицу, а второй член ( $f_1$ ) — вклад протонов второго кластера.

Построенные ПМЭ (6)—(8) порождают МЭ многочастичного гамильтониана на функциях НП  $S_p(2R) \otimes O(A-1)$ , учитывающих одновременно две моды нуклонного движения: моду продольных колебаний эллипсоида инерции ядра и «кластерную» моду — относительное движение кластеров. Вместе с тем в ряде задач микроскопической теории каждая из этих ветвей представляет самостоятельный интерес. В связи с этим возникает необходимость построения ПМЭ, позволяющих исследовать возбуждения как кластерной, так и, независимо, коллективной степеней свободы. Такие ПМЭ легко выделяются из (6)—(8).

**Базис  $S_p(2, R)$ .** Как уже отмечалось выше, базис  $S_p(2, R)$  выделяет в полном пространстве коллективных функций МП МОГФ определенную часть коллективных функций с фиксированной  $O(A-1)$ -симметрией. Поэтому для перехода к базису  $S_p(2, R)$  в функции  $\Phi(R, \beta)$  необходимо выделить состояния  $\Phi(\beta)$  с заданной  $O(A-1)$ -симметрией. Если  $[f] = [f00]$ , то для произвольных значений  $f$  такая задача может быть решена с помощью введенного в работе [10] проекционного оператора  $\hat{P}_{[f]}$ . Однако, если требуется привлечь лишь простейшие внутренние функции, т. е. внутренние функции МП МОГФ, искомые ПМЭ можно получить без предварительного проектирования функций  $\Phi(R, \beta)$ . В этом случае следует воспользоваться результатами работы [15], где указана связь квантовых чисел базисных функций НП  $\sigma$  группы  $S_p(2, R)$  с показателями степени параметра  $R$  в разложении  $\Phi(R, \beta)$  в ряд по степеням  $R$ . Оказывается, что для решения поставленной задачи достаточно

разложить ПМЭ (6)—(8) в ряд по степеням  $R$  и  $\tilde{R}$  и удержать в этом разложении сначала слагаемые порядка  $(R\tilde{R})^{\bar{f}}$ , а затем, независимо, слагаемые порядка  $(R\tilde{R})^{\bar{f}}$ , где  $\bar{f} = A - 4$ ,  $\bar{f} = A - 3$ ,  $\bar{f} = \bar{f} + 1$ . Такая процедура позволяет выделить из (6)—(8) ПМЭ гамильтониана ядра на функциях с фиксированной  $O(A - 1)$ -симметрией ( $[f] = [\bar{f}00]$  или  $[\bar{f}00]$ ) и  $SU(3)$ -симметрией  $(\lambda\mu) = (f + 2n, 0)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Указанные функции входят в два непересекающихся НП

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}\bar{f} + \frac{A-5}{4} \quad \text{и} \quad \bar{\sigma} = \frac{1}{2}\bar{f} + \frac{A-5}{4} \tag{13}$$

группы  $Sp(2, R)$ . Причем функции базиса  $\bar{\sigma}$  отвечают пространственной четности  $\pi_1 = (-1)^{\bar{f}}$  (ниже — нормальная четность), а функции базиса  $\bar{\sigma}$  — пространственной четности  $\pi_2 = (-1)^{\bar{f}}$  (ниже — аномальная четность).

Построенные таким образом ПМЭ зависят от генераторных параметров  $\beta$  и  $\tilde{\beta}$ , генерирующих базис  $Sp(2, R)$ , от параметра  $t$  и от параметров  $NN$ -взаимодействия —  $V_{2S+1, 2T+1}$  и  $z$ . Приведем наиболее важные ПМЭ.

**ПМЭ центрального  $NN$ -взаимодействия:**

$$\langle \Phi^{[f]}(\beta) | \hat{V}_c | \Phi^{[f]}(\tilde{\beta}) \rangle = V_{ss} f_{ss}^{[f]} + V_{sp}^{(+)} f_{sp}^{[f](+)} - V_{sp}^{(-)} f_{sp}^{[f](-)} + V_{pp} f_{pp}^{[f]} \tag{14}$$

где для нормальной четности

$$f_{ss}^{[\bar{f}]} = z^{3/2} (\Delta/\Delta_\gamma)^{1/2} \langle \Phi^{[\bar{f}]}(\beta) | \Phi^{[\bar{f}]}(\tilde{\beta}) \rangle; \quad f_{sp}^{[\bar{f}](\pm)} = 1/2 f_{ss}^{[\bar{f}]} (1 \pm z\Delta/\Delta_\gamma);$$

$$f_{pp}^{[\bar{f}]} = 1/4 f_{ss}^{[\bar{f}]} \left\{ 3 - \frac{\Delta}{\Delta_\gamma} \left( 2z + a^2 \frac{t^2 - 1}{t^2} \right) + 3z^2 \Delta^2 / \Delta_\gamma^2 \right\},$$

а для аномальной четности

$$f_{ss}^{[\bar{f}]} = z^{3/2} (\Delta/\Delta_\gamma)^{1/2} \langle \Phi^{[\bar{f}]}(\beta) | \Phi^{[\bar{f}]}(\tilde{\beta}) \rangle;$$

$$f_{sp}^{[\bar{f}](\pm)} = \frac{t}{\Delta} \left\{ f_{sp}^{[\bar{f}](\pm)} + \frac{A}{2A_2(4-A_2)} (f_{pp}^{[\bar{f}]} - f_{ss}^{[\bar{f}]}) \right\};$$

$$f_{pp}^{[\bar{f}]} = \frac{t}{\Delta} \left\{ f_{pp}^{[\bar{f}]} - \frac{A}{A_2(4-A_2)} (f_{pp}^{[\bar{f}]} - f_{ss}^{[\bar{f}]}) \right\}.$$

Приведем также интеграл перекрытия  $\Phi^{[f]}$  и  $\tilde{\Phi}^{[f]}$  с единичным оператором. Для  $O(A - 1)$ -симметрии  $[f] = [f00]$  он имеет вид:

$$\langle \Phi^{[f]}(\beta) | \Phi^{[f]}(\tilde{\beta}) \rangle = t^f \Delta^{-J}, \quad J = f + (A - 1)/2. \tag{15}$$

**ПМЭ оператора спин-орбитального взаимодействия:**

$$\langle \Phi^{[f]}(\beta) | \hat{V}_{ls} | \Phi^{[f]}(\tilde{\beta}) \rangle = \bar{V}_{sp}^{(+)} \mathcal{F}_{sp}^{[f](+)} - \bar{V}_{sp}^{(-)} \mathcal{F}_{sp}^{[f](-)} + \bar{V}_{pp} \mathcal{F}_{pp}^{[f]}, \tag{16}$$

где для нормальной четности

$$\mathcal{F}_{sp}^{[\bar{j}] (\pm)} = \alpha_1 f_{sp}^{[\bar{j}] (\pm)} \pm \alpha_2 f_{ss}^{[\bar{j}]};$$

$$\mathcal{F}_{pp}^{[\bar{j}]} = 3\alpha_1 f_{pp}^{[\bar{j}]} + \frac{1}{2} z^2 \frac{\Delta}{\Delta_\gamma} f_{ss}^{[\bar{j}]} \left[ \frac{3\beta\tilde{\beta}t^2}{\Delta} \left( 1 - z^2 \frac{\Delta^2}{\Delta_\gamma^2} \right) + \frac{3\Delta}{\Delta_\gamma} - 1 \right] \frac{\sqrt{1-t^2}}{t};$$

$$\alpha_1 = -\frac{z^2\beta\tilde{\beta}t}{\Delta_\gamma} \frac{\sqrt{1-t^2}}{t}; \quad \alpha_2 = -z \frac{\Delta}{\Delta_\gamma} \left( \frac{z^2\beta\tilde{\beta}t^2}{\Delta_\gamma} + 1/2 \right) \frac{\sqrt{1-t^2}}{t},$$

и для аномальной четности

$$\mathcal{F}_{sp}^{\bar{[j]} (\pm)} = \frac{t}{\Delta} \left\{ \mathcal{F}_{sp}^{\bar{[j]} (\pm)} + \frac{A}{2A_2(4-A_2)} (\mathcal{F}_{pp}^{\bar{[j]}} - \alpha_1 f_{ss}^{\bar{[j]}}) \right\};$$

$$\mathcal{F}_{pp}^{\bar{[j]}} = \frac{t}{\Delta} \left\{ \mathcal{F}_{pp}^{\bar{[j]}} - \frac{A}{A_2(4-A_2)} (\mathcal{F}_{pp}^{\bar{[j]}} - \alpha_1 f_{ss}^{\bar{[j]}}) \right\}.$$

Следующий шаг — переход от ПМЭ (14)–(16) к матричным элементам соответствующих операторов на осцилляторных функциях  $|nLM\rangle$ , где  $n = 0, 1, 2 \dots$  определяет номер осцилляторной функции, а  $2n$  — число квантов возбуждения (коллективных или кластерных) над основной конфигурацией  $|0LM\rangle$ ,  $L, M$  — орбитальный момент и его проекция на одну из осей лабораторной системы координат. Этот переход мы будем осуществлять в два этапа. На первом этапе с помощью дифференциального соотношения (4) вычислим матричные элементы  $\langle n | \hat{F} | n' \rangle$  интересующего нас оператора  $\hat{F}$  на функциях  $|n\rangle$  и  $|n'\rangle$ , представляющих собой суперпозиции состояний  $|nLM\rangle$  и  $|n'LM\rangle$  с фиксированными значениями орбитального момента  $L$  и его проекции  $M$ . Проектирование на состояние с заданными значениями  $L$  и  $M$  полученных матричных элементов  $\langle n | F | n' \rangle$  выполняется на втором этапе. Прежде чем привести необходимые для этого соотношения, напомним, что каждая из функций и коллективного и кластерного базисов имеет определенную  $SU(3)$ -симметрию  $(\lambda, \mu)$ , где для данной группы ядер и выбранной кластеризации  $\lambda = 2n + f$ ,  $\mu = 0$ . Кроме этих квантовых чисел и  $L, M$ , функции коллективного базиса характеризуются еще и индексами неприводимого представления (НП)  $[f00]$  группы  $O(A-1)$ , которые определяют внутреннее движение системы. В кластерном базисе такой дополнительной меткой служит учтенная нами кластеризация. При этом функцию кластерного базиса, как показано в [10, 15], можно представить в виде ряда коллективных функций с той же  $SU(3)$ -симметрией, что и у кластерной функции, но отличающихся индексами НП  $[f00]$  группы  $O(A-1)$ .

Проектирование на состояние с данными  $L$  и  $M$  удобно проводить с помощью следующего соотношения:

$$\langle nLM | \hat{F} | n'LM \rangle = [A_L^{2n+f} A_L^{2n'+f}]^{-1/2} \int_{-1}^1 \langle n | \hat{F} | n' \rangle P_L(t) dt, \quad (17)$$

где  $P_L(t)$  — полином Лежандра. Выражение перед интегралом в (17) — нормирующий множитель. Он появляется из-за того, что в функцию  $|n\rangle$  состояние  $|nLM\rangle$  входит с весом  $\sqrt{A_L^{2n+1}}$ .

С другой стороны, проектирование можно проводить в иной форме. Напомним, что матричный элемент  $\langle n | \hat{F} | n' \rangle$  является функцией единичных векторов  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$ , т. е.

$$\langle n | \hat{F} | n' \rangle = \langle n\mathbf{p} | \hat{F} | n'\mathbf{q} \rangle. \quad (18)$$

Поэтому проектирование можно осуществить, интегрируя матричный элемент (18) по угловым переменным векторов  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$  с весом  $Y_{L'M'}^*(\Omega_q) Y_{LM}(\Omega_p)$ :

$$\begin{aligned} \langle nLM | \hat{F} | n'L'M' \rangle &= [A_L^{2n+f} A_L^{2n'+f}]^{-1/2} \times \\ &\times \int d\Omega_q d\Omega_p Y_{LM}(\Omega_p) Y_{L'M'}^*(\Omega_q) \langle n\mathbf{p} | \hat{F} | n'\mathbf{q} \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Проектирование в такой форме наиболее удобно для тензорных операторов.

Что касается структурных констант  $a_n$  (3), то для их вычисления необходимо интеграл перекрытия разложить по степеням генераторных параметров. Для базиса коллективных функций коэффициенты  $a_n$ , как следует из (15), равны:

$$a_n = \sqrt{\frac{\Gamma(J+n)}{n! \Gamma(J)}}, \quad J = f + \frac{1}{2}(A-1), \quad (20)$$

а для кластерного базиса будут определены ниже.

Таким образом, если предварительно найдены все необходимые ПМЭ, то соотношения (4), (17) и (19) дают общую схему построения МЭ различных операторов на осцилляторных функциях.

Следует отметить, что даже для ядер со сравнительно небольшим числом нуклонов ( $A = 5 \div 8$ ) МЭ операторов центрального и спин-орбитального взаимодействий оказываются громоздкими. Однако, как видно из (14)–(16), ПМЭ обоих операторов являются суперпозицией достаточно простых блоков. Например, ПМЭ (14) оператора  $\hat{V}_C$  содержат только стандартные конструкции

$$\mathcal{W}_\lambda^{(r, s)} = t^\lambda \Delta^{-r} \Delta_\gamma^{-s}, \quad (21)$$

зависящие от  $\beta$ ,  $\tilde{\beta}$  и  $t$ , а ПМЭ (16) оператора  $\hat{V}_1$ , содержат только блоки

$$\mathcal{W}_\lambda^{(r, s)}(n_1, n_2) = \frac{\beta^{n_1} \tilde{\beta}^{n_2}}{\Delta^r \Delta_\gamma^s} t^\lambda \sqrt{1-t^2}; \quad n_1, n_2 = 0, 1, 2 \dots \quad (22)$$

Поэтому МЭ операторов  $\hat{V}_C$  и  $\hat{V}_{1s}$  являются суперпозицией МЭ

$$\langle m_1 L | \mathcal{Y}_\lambda^{(r, s)} | m_2 L \rangle, \quad (23)$$

$$\langle m_1 L | \mathcal{W}_\lambda^{(r, s)}(n_1, n_2) | m_2 L \rangle, \quad (24)$$

вычисленных при определенных значениях чисел  $r, s$  и  $\lambda$ . Явный вид (23) получим, воспользовавшись (17):

$$\langle m_1 L | \mathcal{Y}_\lambda^{(r, s)} | m_2 L \rangle = \sum_{n=0}^{\bar{m}} G_{m_1 m_2}^{\lambda f L}(n) \sum_{m=0}^n B_{m_1 m_2}^{(r, s)}(n, m),$$

$$\bar{m} = \min \{m_1, m_2\}, \quad (25)$$

где

$$G_{m_1 m_2}^{\lambda f L}(n) = A_L^{\lambda+2n} / \sqrt{A_L^{2m_1+f} A_L^{2m_2+f}};$$

$$B_{m_1 m_2}^{(r, s)}(n, m) = \frac{z^{2n} a^{m_1+m_2-2n} \Gamma(r+n-m) \Gamma(s+m+m_1-n) \Gamma(s+m+m_2-n)}{\sqrt{a_{m_1}^{[f]} a_{m_2}^{[f]} m! (n-m)! (m_1-n)! (m_2-n)! \Gamma(r) \Gamma(s) \Gamma(s+m)}}.$$

Аналогично вычисляется МЭ (24):

$$\langle m_1 L | \mathcal{W}_\lambda^{(r, s)}(n_1, n_2) | m_2 L \rangle = \sum_{n=0}^{\bar{m}} G_{m_1 m_2}^{1, \lambda f L}(n) \sum_{m=0}^n B_{i_1 i_2}^{(r, s)}(n, m), \quad (26)$$

$$i_1 = m_1 - n_1; \quad i_2 = m_2 - n_2; \quad \bar{m} = \min \{i_1, i_2\},$$

где

$$G_{m_1 m_2}^{1, \lambda f L}(n) = A_L^{1, \lambda+2n} / \sqrt{A_L^{2m_1+f} A_L^{2m_2+f}};$$

$$A_L^{1, \lambda} = \int_{-1}^1 t^\lambda \sqrt{1-t^2} P_L^\lambda(t) dt = -\frac{L(L+1)}{\lambda} A_L^{\lambda+1},$$

а  $P_L^\lambda$  — присоединенный полином Лежандра.

МЭ (25) и (26) решают задачу построения МЭ операторов центрального и  $ls$ -взаимодействий в ядрах первой половины  $p$ -оболочки ( $A = 5, 6, 7, 8$ ) на ортогональных функциях базиса  $Sp(2, R)$ , отвечающих произвольному числу квантов возбуждения.

**Кластерный базис.** ПМЭ для этого базиса получаются довольно просто: в ПМЭ (6)–(8) базиса  $Sp(2, R) \otimes O(A-1)$  достаточно обратить в нуль параметры  $\beta$  и  $\tilde{\beta}$ . Поэтому мы приведем сразу явный вид этих ПМЭ. (Кластеризация  $A = 4 + A_2, A_2 \leq 4$ ). Интеграл перекрытия

$$\langle \Phi(\mathbf{R}) | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle = \text{sh}^{A_2} \xi \exp \left\{ \frac{A_2(4-A_2)}{A} \xi \right\}; \quad \xi = (\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}}). \quad (27)$$

ПМЭ оператора центрального  $NN$ -взаимодействия

$$\langle \Phi(\mathbf{R}) | \tilde{V}_C | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle = V_{ss} f_{ss}^R + V_{sp}^{(+)} f_{sp}^{R(+)} - V_{sp}^{(-)} f_{sp}^{R(-)} + V_{pp} f_{pp}^R, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned}
 f_{ss}^R &= z^{3/2} \langle \Phi(\mathbf{R}) | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle; \\
 f_{sp}^{R(\pm)} &= z^{3/2} \sum_{r=0}^{A_2-1} D_r^{A_2-1} \{ \Omega_{RR} \tilde{M} [\xi(\xi_r - 1 \pm z)] - \\
 &\quad - (\Omega_{R0} + \Omega_{0\tilde{R}} - 1) M [\xi(\xi_r - 2)] \}; \\
 f_{pp}^R &= f_{ss}^R + 2z^{3/2} \sum_{r=0}^{A_2-2} D_r^{A_2-2} \{ \Omega_{RR} \tilde{M} [\xi(\xi_r - z - 3)] + \\
 &\quad + \Omega_{RR} \tilde{M} [\xi(\xi_r + z - 3)] - (\Omega_{R0} + \Omega_{0\tilde{R}} - 1) M [\xi(\xi_r - 2)] - \\
 &\quad - (\Omega_{R0} + \Omega_{0\tilde{R}} - 1) M [\xi(\xi_r - 4)] \}; \\
 D_r^l &= \frac{(-1)^r l!}{r!(l-r)!}; \quad \xi_r = \frac{8A_2}{A} - 2r,
 \end{aligned}$$

а функция

$$M(x) = \begin{cases} \text{sh } x, & \pi = -1; \\ \text{ch } x, & \pi = +1. \end{cases}$$

Для вычисления нормирующих множителей в кластерном базисе разложим интеграл перекрытия по степеням  $R$  и  $\tilde{R}$ :

$$\begin{aligned}
 \langle \Phi(\mathbf{R}) | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_N}{N!} (\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}})^N = \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_N}{N!} (R\tilde{R})^N \sum_{LM} A_L^N Y_{LM}(\Omega_{\mathbf{R}}) Y_{LM}^*(\Omega_{\tilde{\mathbf{R}}}). \quad (29)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$B_N = \sum_r D_r^{A_2} \xi_r^N; \quad N = 2n + f, \quad A_2 = A - 4, \quad (30)$$

$f$  имеет прежний смысл, а функции  $A_L^N$  определены соотношением (14). Коэффициенты при  $(R\tilde{R})^N$  в (29) и определяют нормирующие множители:

$$a_n = \sqrt{B_N/N!}. \quad (31)$$

Как видно из (28), ПМЭ оператора потенциальной энергии состоит из конструкций вида

$$\mathcal{Y}(C_1, C_2, C_3) = \exp \{ -C_1 R^2 - C_2 \tilde{R}^2 + C_3 (\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}}) \},$$

где  $C_1, C_2, C_3$  — некоторые константы, содержащие параметры  $NN$ -взаимодействия, поэтому матричные элементы этого оператора на базисных функциях кластерной модели имеют вид линейной

суперпозиции членов

$$\begin{aligned} & \langle n_1 L | \mathcal{T}^*(C_1, C_2, C_3) | n_2 L \rangle = \\ & = \sqrt{\frac{N_1!}{B_{N_1}} \frac{N_2!}{B_{N_2}}} \sum_{k=0}^{\min(n_1, n_2)} \frac{A_L^{2k+f}}{\sqrt{A_L^{N_1} A_L^{N_2}}} \times \\ & \times \frac{C_1^{n_1-k} C_2^{n_2-k} C_3^{2k+f}}{(n_1-k)! (n_2-k)! (2k+f)!}; \quad N_i = 2n_i + f. \end{aligned} \quad (32)$$

Коэффициентами этой суперпозиции служат комбинации величин  $V_{2S+1, 2T+1}$ , определяющих интенсивность взаимодействия двух нуклонов в различных спиновых ( $S$ ) и изоспиновых ( $T$ ) состояниях.

С помощью предельного перехода (10) из ПМЭ оператора  $\hat{F}$  (12) легко получить, предварительно положив  $\beta = \tilde{\beta} = 0$ , кластерные ПМЭ оператора дипольного перехода

$$\begin{aligned} \langle \Phi(\mathbf{R}) | \hat{Q}_{1\mu} | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle &= \frac{-i}{A_1^2} \int d\Omega_{\mathbf{k}} Y_{1\mu}^*(\Omega_{\mathbf{k}}) \frac{2(2Z-A)}{A} \times \\ & \times [(\mathbf{R}\mathbf{k}) + (\mathbf{k}\tilde{\mathbf{R}})] \langle \Phi(\mathbf{R}) | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle \end{aligned} \quad (33a)$$

и ПМЭ

$$\begin{aligned} \langle \Phi(\mathbf{R}) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle &= -\frac{1}{A_\lambda^2} \int d\Omega_{\mathbf{k}} Y_{\lambda\mu}^*(\Omega_{\mathbf{k}}) \times \\ & \times \left\{ \frac{Z}{2} \frac{A-1}{A} k^2 + 2 \frac{A_2^2 + 8(Z-2)}{A^2} [(\mathbf{R}\mathbf{k})^2 + (\mathbf{k}\tilde{\mathbf{R}})^2] + \right. \\ & \left. + (\mathbf{R}\mathbf{k})(\mathbf{k}\tilde{\mathbf{R}}) \left[ \frac{4(A-2Z)A_2}{A^2} + \frac{(Z-2)}{A_2} \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \right\} \times \\ & \times \langle \Phi(\mathbf{R}) | \Phi(\tilde{\mathbf{R}}) \rangle; \quad \xi = (\mathbf{R}\tilde{\mathbf{R}}), \end{aligned} \quad (33b)$$

из которого можно выделить монополюсный ( $\lambda = 0$ ) и квадрупольный ( $\lambda = 2$ ) переходы ( $Z$  — число протонов). Из полученных ПМЭ (33) вычисляем МЭ оператора монополюсного и приведенные МЭ дипольного и квадрупольного переходов на осцилляторных функциях кластерной модели. Приведем их явный вид отдельно для изоскалярной и изовекторной компонент, которые мы будем различать с помощью индексов соответственно (0) и (1).

Изоскалярный монополюсный переход:

$$\left. \begin{aligned} \langle nL^\pi | Q_0^{(0)} | nL^\pi \rangle &= \frac{1}{2} \left\{ N + \frac{3}{2}(A-1) \right\}; \\ \langle n+1L^\pi | Q_0^{(0)} | nL^\pi \rangle &= \langle nL^\pi | Q_0^{(0)} | n+1L^\pi \rangle = \\ &= \frac{2A_2}{A} \sqrt{\frac{B_N}{B_{N+2}} (N-L+2)(N+L+3)}. \end{aligned} \right\} \quad (34a)$$

Изовекторный монополюсный переход:

$$\left. \begin{aligned} \langle nL^\pi | Q_0^{(1)} | nL^\pi \rangle &= \frac{(2Z-A)}{4} \times \\ &\times \left\{ N \left( \frac{A}{2A_2} - \frac{4A_2}{A} \frac{B_{N-1}}{B_N} \right) + \frac{3}{4} (A-1) \right\}; \\ \langle n+1L^\pi | Q_0^{(1)} | nL^\pi \rangle &= \\ &= \frac{8(2Z-A)}{A^2} \sqrt{\frac{B_N}{B_{N+2}} (N-L+2)(N+L+3)}. \end{aligned} \right\} \quad (346)$$

Дипольный переход в длинноволновом приближении имеет лишь изовекторную компоненту и определяется четырьмя приведенными матричными элементами:

$$\left. \begin{aligned} \langle n(L+1)^{\pi_2} || Q_1^{(1)} || nL^{\pi_1} \rangle &= \\ &= \frac{2(2Z-A)}{A} \sqrt{\frac{3}{4\pi} (L+1) \frac{B_N}{B_{N+1}} (N+L+3)}; \\ \langle (n-1)(L+1)^{\pi_2} || Q_1^{(1)} || nL^{\pi_1} \rangle &= \\ &= \frac{2(2Z-A)}{A} \sqrt{\frac{3}{4\pi} (L+1) \frac{B_{N-1}}{B_N} (N-L)}; \\ \langle n(L-1)^{\pi_2} || Q_1^{(1)} || nL^{\pi_1} \rangle &= \\ &= -\frac{2(2Z-A)}{A} \sqrt{\frac{3}{4\pi} L \frac{B_N}{B_{N+1}} (N-L+2)}; \\ \langle (n-1)(L-1)^{\pi_2} || Q_1^{(1)} || nL^{\pi_1} \rangle &= \\ &= -\frac{2(2Z-A)}{A} \sqrt{\frac{3}{4\pi} L \frac{B_{N-1}}{B_N} (N+L+1)}. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Здесь  $\pi_2 = -\pi_1$ . Наконец, квадрупольный изоскалярный переход представлен следующими матричными элементами:

a)  $L_2 = L_1 + 2$ :

$$\left. \begin{aligned} \langle n+1L_2^\pi || Q_2^{(0)} || nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{A} C_{L_1}^{(1)} \sqrt{\frac{B_N}{B_{N+2}} (N+L_1+5)(N+L_1+3)}; \\ \langle nL_2^\pi || Q_2^{(0)} || nL_1^\pi \rangle &= \frac{1}{2} C_{L_1}^{(1)} \sqrt{(N+L_1+3)(N-L_1)}; \\ \langle n-1L_2^\pi || Q_2^{(0)} || nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{A} C_{L_1}^{(1)} \sqrt{\frac{B_{N-2}}{B_N} (N-L_1)(N-L_1-2)}; \end{aligned} \right\} \quad (36a)$$



б)  $L_2 = L_1$ :

$$\left. \begin{aligned} \langle n + 1L_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{A} C_{L_1}^{(2)} \sqrt{\frac{B_N}{B_{N+2}} (N - L_1 + 2) (N + L_1 + 3)}; \\ \langle nL_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \frac{1}{4} C_{L_1}^{(2)} (2N + 3); \\ \langle n - 1L_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{4} C_{L_1}^{(2)} \sqrt{\frac{B_{N-2}}{B_N} (N - L_1) (N + L_1 + 1)}; \end{aligned} \right\} \quad (36б)$$

в)  $L_2 = L_1 - 2$ :

$$\left. \begin{aligned} \langle n + 1L_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{A} C_{L_1}^{(3)} \sqrt{\frac{B_N}{B_{N+2}} (N - L_1 + 4) (N - L_1 + 2)}; \\ \langle nL_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \frac{1}{2} C_{L_1}^{(3)} \sqrt{(N + L_1 + 1) (N - L_1 + 2)}; \\ \langle n - 1L_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2A_2}{A} C_{L_1}^{(3)} \sqrt{\frac{B_{N-2}}{B_N} (N + L_1 + 1) (N + L_1 - 1)}, \end{aligned} \right\} \quad (36в)$$

где

$$C_L^{(1)} = \sqrt{\frac{15}{8\pi} \frac{(L+1)(L+2)}{(2L+3)}}; \quad C_L^{(2)} = -\sqrt{\frac{5}{4\pi} \frac{L(L+1)(2L+1)}{(2L+3)(2L-1)}}; \\ C_L^{(3)} = \sqrt{\frac{15}{8\pi} \frac{L(L-1)}{(2L-1)}}.$$

Изовекторные квадрупольные переходы могут быть легко получены из соответствующих матричных элементов изоскалярного перехода с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \langle n \pm 1L_2^\pi \| Q_2^{(1)} \| nL_1^\pi \rangle &= \frac{4(2Z-A)}{A_2 A} \langle n \pm 1L_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle; \\ \langle nL_2^\pi \| Q_2^{(1)} \| nL_1^\pi \rangle &= \\ &= \frac{2(2Z-A)}{A^2} \left[ \frac{A^2}{2A_2} - 4A_2 \frac{B_{N-1}}{B_N} \right] \langle nL_2^\pi \| Q_2^{(0)} \| nL_1^\pi \rangle. \end{aligned} \quad (37)$$

Приведенные в этом разделе матричные элементы позволяют рассчитывать спектры коллективных возбуждений, описывать рассеяние и реакции в ядерных системах, а также процессы, обусловленные взаимодействием фотонов и электронов с ядрами. Решению этих проблем посвящены следующие разделы данной работы.

## 2. СПЕКТРЫ КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЛЕГЧАЙШИХ ЯДЕР $p$ -ОБОЛОЧКИ. БАЗИС $Sp(2, R)$

При теоретическом исследовании коллективных возбуждений нечетных атомных ядер в рамках микроскопической теории нельзя не принимать во внимание взаимодействие спиновых и коллективных степеней свободы. Это существенно усложняет расчеты спектров возбужденных состояний нечетных и особенно нечетно-нечетных атомных ядер так же, как и теоретическую интерпретацию природы тех или иных возбуждений.

Эти трудности удается снять, если строить теорию на основе метода обобщенных гиперсферических функций (МОГФ) и представления о центральном и спин-орбитальном нуклон-нуклонном взаимодействии. В рамках минимального приближения МОГФ удается последовательно учесть влияние спиновых степеней свободы на квадрупольные возбуждения коллективного типа.

Решению этой проблемы посвящен настоящий раздел, в котором изучается взаимодействие спиновых и коллективных степеней свободы в легчайших нечетных ядрах  $p$ -оболочки, а также влияние этого взаимодействия на спектральные особенности исследуемых ядер.

Если спроектированную на состояние с заданным полным моментом  $I$  волновую функцию  $\Psi_{\alpha I}^{[f]}$  разложить в ряд

$$\Psi_{\alpha I}^{[f]} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{I\alpha} |n, I\rangle \quad (38)$$

по функциям

$$|n, I\rangle \equiv |(\lambda\mu) IM [f]\rangle, \quad (39)$$

$$[f] = [f_1 f_2 f_3], \quad (\lambda\mu) = (f_1 - f_2 + 2n, f_2 - f_3),$$

НП  $\frac{1}{2}f_1 + \frac{A-5}{4}$  группы  $Sp(2, R)$ , то мы получим однородную систему линейных алгебраических уравнений (2) для коэффициентов разложения  $C_n^{I\alpha}$  (индекс  $\alpha = 1, 2, 3, \dots$  в порядке возрастания энергии перечисляет все состояния с полным моментом  $I$  ядра и пространственной четностью  $\pi$ ).

Необходимые для последующих вычислений матричные элементы оператора Гамильтона  $\hat{H}$  приведены в разд. 1.

В качестве  $NN$ -взаимодействия использовались потенциал Волкова ( $V$ ) [20] и потенциал Бринка — Букера ( $BB$ ) [21], дополненный спин-орбитальным взаимодействием Гогни, Пайерса и Туррейла ( $GPT$ ) [22]. Учет связи между спиновыми и коллективными степенями свободы дал возможность рассчитать спин-орбитальное расщепление состояний с определенным полным орбитальным моментом.

Для каждого ядра начала  $p$ -оболочки ( $A = 5, 6, 7, 8$ ), кроме  ${}^8\text{Be}$ , были рассчитаны две ветви коллективных возбуждений, отлича-

ющихся пространственной четностью ( $\pi = \pm 1$ ). Ветвь возбуждений вполне определяется  $O(A-1)$ -симметрией внутренней функции  $\{\chi_v^{[I]}\}$  [1], над которой она строится. В табл. 1 указаны индексы

Т а б л и ц а 1. Индексы  $O(A-1)$ -симметрии внутренних функций  $\chi_v^{[I]}$ , привлеченных к расчету

Ядро	$[f00]$	$I^\pi$	$[f00]$	$I^\pi$
${}^5\text{He}, {}^5\text{Li}$	[400]	$1^-, 3^- \dots$	[200]	$0^+, 2^+ \dots$
${}^6\text{He}, {}^6\text{Li}$	[200]	$0^+, 2^+ \dots$	[300]	$1^-, 3^- \dots$
${}^7\text{Li}, {}^7\text{Be}$	[300]	$1^-, 3^- \dots$	[400]	$0^+, 2^+ \dots$
${}^8\text{Be}$	[400]	$0^+, 2^+ \dots$	—	—

$O(A-1)$ -симметрии внутренних функций, привлеченных к расчету, а также орбитальные моменты и четности состояний различных ветвей.

На примере ядра  ${}^7\text{Li}$  (рис. 1) проиллюстрирована сходимость к пределу приближенных значений энергии коллективных возбуждений отрицательной и положительной четности, рассчитанных с  $n$  базисными функциями без учета спин-орбитального взаимодействия, — предельное значение энергии соответствует бесконечно большому числу базисных функций. Для основного состояния выход на предел осуществляется быстрее, чем для возбужденных состояний: чем больше энергия возбуждения, тем больше базисных функций необходимо привлечь, чтобы с заданной точностью аппроксимировать предельное значение энергии возбуждения и его волновую функцию [или, что то же самое, амплитуды разложения  $C_n^{I\alpha}$  волновой функции коллективного возбуждения по базису НП  $Sp(2, R)$ ].

Зафиксировав орбитальный момент состояния  $L$  и четность  $\pi$ , а также число базисных функций  $n$  и выполнив диагонализацию гамильтониана, мы искали затем такое значение осцилляторного радиуса  $r_0$ , при котором имеет минимум энергия нижайшего состояния изучаемого ядра с квантовыми числами  $I^\pi$ . Оказалось, что  $r_0$  зависит от  $I^\pi$  и во всех случаях монотонно уменьшается с увеличением  $n$ . Чтобы понять эту зависимость, уместно рассмотреть свойства базиса  $Sp(2, R)$ .

Базис неприводимого представления  $\frac{1}{2}f_1 + \frac{A-5}{4}$  группы  $Sp(2, R)$  состоит из таких осцилляторных функций, кванты возбуждения

которых выстроены вдоль направления, выделенного в трехмерном пространстве тензором  $(f_1 - f_2, f_2 - f_3)$ , т. е. совокупностью всех осцилляторных функций, имеющих минимальное (допустимое принципом Паули) число квантов и принадлежащих неприводимому представлению  $(f_1 - f_2, f_2 - f_3)$  группы  $SU(3)$ . Поэтому базис неприводимого представления группы  $Sp(2, R)$  является анизотроп-

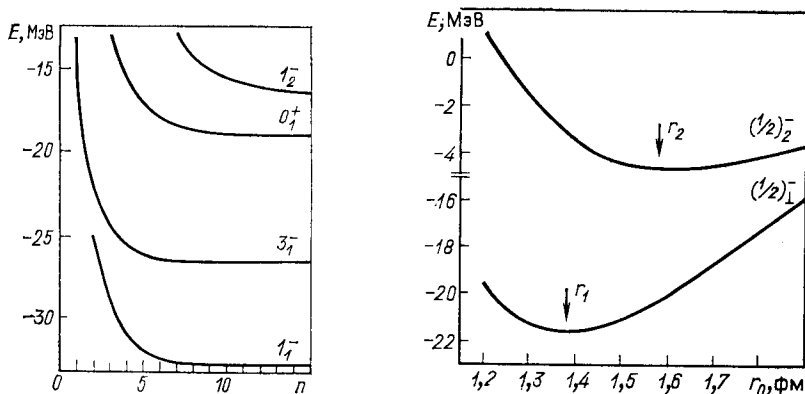


Рис. 1. Зависимость энергии низжайших коллективных возбуждений  $E_\alpha$  ( $I_\alpha^\pi = 1_1^-, 3_1^-, 0_1^+, 1_2^-, 2_1^+$ ) ядра  ${}^7\text{Li}$  от числа базисных функций  $n$  в случае потенциала  $VB$ . Рассчитанные собственные значения энергии определяются в тех точках кривых, которые отвечают целым значениям  $n$

Рис. 2. Зависимость энергии уровней  $I_\alpha^\pi = 1/2_1^-$  и  $I_\alpha^\pi = 1/2_2^-$  в ядре  ${}^7\text{Li}$  от осцилляторного радиуса  $r_0$ . Потенциал  $VB + GPT$

ным, и его ось анизотропии после проектирования базисных функций на состояние с определенным угловым моментом становится одной из собственных осей системы нуклонов.

Решив систему уравнений для коэффициентов разложения  $C_n^{I\alpha}$  волновой функции ядра в ряд по базису  $Sp(2, R)$ , мы получим возможность изучать коллективные колебания нуклонов вдоль оси анизотропии базиса. Что же касается поперечных коллективных колебаний (колебаний в направлении, перпендикулярном выделенному), то в пределах базиса  $Sp(2, R)$  их можно описать лишь в среднем подбором оптимального значения осцилляторного радиуса  $r_0$ .

Результаты расчета коэффициентов разложения волновой функции по базису  $Sp(2, R)$  для ядер первой половины  $p$ -оболочки фактически показывают, что средняя крутизна поверхности эффективной потенциальной энергии в пространстве коллективных переменных в направлении, выделенном базисом  $Sp(2, R)$ , меньше,

чем в поперечном направлении\*, и поэтому отношение амплитуды продольных коллективных колебаний к амплитуде поперечных коллективных колебаний превышает единицу и к тому же растет с ростом энергии возбуждения. Большое значение этого отношения указывает на относительную мягкость продольных колебаний и является качественным оправданием для выбора базиса  $Sp(2, R)$  среди полного пространства коллективных базисных функций неприводимого представления группы  $Sp(6, R)$ . Следует заметить, что в действительности продольные и поперечные колебания связаны. Количественные оценки эффектов, возникающих в результате учета этой связи и, в частности, ее влияния на энергию продольных коллективных возбуждений предполагается выявить в последующих расчетах путем расширения базиса  $Sp(2, R)$  до базиса  $Sp(6, R)$ . Однако уже сейчас можно судить о том, как влияет это расширение на энергию первого коллективного возбуждения  $I_2^\pi$ , имеющего ту же четность и полный момент  $I$ , что и основное состояние  $I_1^\pi$ . Для оценки изменения энергии  $I_2^\pi$ -уровня при переходе от  $Sp(2, R)$  к  $Sp(6, R)$  можно использовать разность

$$\Delta E(I_2^\pi) = E_{I_2^\pi}(r_2) - E_{I_1^\pi}(r_1),$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — точки минимумов энергии уровней  $I_1^\pi$  и  $I_2^\pi$  соответственно (рис. 2). Эта разность достигает 1,3 МэВ для  $A = 5$ ; 0,9 МэВ для  $A = 6$ ; 0,5 МэВ для  $A = 7$ ; 0,3 МэВ для  $A = 8$  и не превышает 2—7% энергии  $I_2^\pi$ -уровня.

Выполненные ранее исследования спектра коллективных возбуждений легких магических ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  и  ${}^{40}\text{Ca}$  (см. [17, 23]) обнаружили малую дисперсию амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  собственных векторов основного состояния ( $I^\pi = 0^+$ ,  $\alpha = 1$ ): амплитуда  $C_0^{01}$  оказалась близкой к единице, а вес, который приходится на все остальные амплитуды  $C_n^{01}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , не превосходит нескольких процентов, если только в каждом случае найден оптимальный радиус  $r_0$ . Таким образом, по крайней мере для  $NV$ -потенциалов типа Бринка — Букера или потенциала Волкова, базисная функция  $|0, 0\rangle$  является хорошим приближением для волновой функции основного состояния магического ядра при условии, что решение уравнения Шредингера строится в виде суперпозиции (38) базисных функций  $|n, 0\rangle$ .

В возбужденных состояниях тех же ядер, наоборот, наблюдается большая дисперсия амплитуд  $C_n^{I\alpha}$ : по порядку величины амплитуды  $C_n^{I\alpha}$  одинаковы для нескольких первых значений  $n$ .

Дисперсия амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  тем больше, чем больше амплитуда колебаний той коллективной переменной, которая характеризует вытянутость эллипсоида инерции ядра вдоль одной из его трех главных осей. Поэтому существенное увеличение дисперсии амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  собственных векторов коллективных возбуждений магических ядер по сравнению с дисперсией амплитуд собственного вектора основного

\* По существу, крутизну в поперечном направлении характеризует оптимальный осцилляторный радиус  $r_0$ , и она тем больше, чем меньше  $r_0 = r_0(I^\pi)$ .

состояния означает, что эффективный потенциал ядра в пространстве коллективных переменных становится более пологим по мере удаления от центра ядра вдоль одной из трех главных осей его эллипсоида инерции, а амплитуда коллективных колебаний в возбужденных состояниях растет вместе с энергией возбуждения быстрее, чем в случае осцилляторного эффективного потенциала.

Для возбужденных состояний такая ситуация сохраняется при переходе к околомагическим [6] и немагическим ядрам. Зависимость

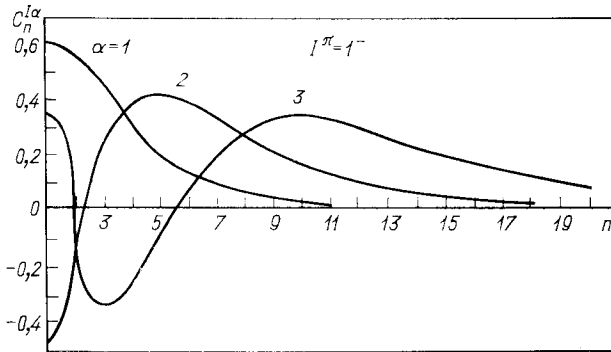


Рис. 3. Зависимость амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  трех нижайших коллективных возбуждений ( $\alpha = 1, 2, 3$ ,  $I^\pi = 1^-$ ) ядра  ${}^7\text{Li}$  от числа базисных функций  $n$  в случае потенциала  $VV$

поведения амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  трех нижайших коллективных возбуждений ( $\alpha = 1, 2, 3$ ), построенных над вращательным состоянием  $I^\pi = 1_1^-$ , от числа базисных функций  $n$  приведена на рис. 3. Каждая точка этих кривых, отвечающая целым значениям  $n$ , определяет вес  $n$ -й базисной функции в разложении (38).

Важно отметить, что для немагических ядер дисперсия амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  становится существенной не только для возбужденных, но и для основного состояния и растет по мере увеличения числа нуклонов  $A$ . Это видно из рис. 4, где кроме амплитуды  $C_n^{I_1^0}$  основного состояния  $I^\pi = 0^+$  ядра  ${}^4\text{He}$  (см. [17]) приведены амплитуды основного состояния ядер с числом нуклонов  $A$ , равным 5, 6, 7, 8. Как видно, при переходе от магического ядра  ${}^4\text{He}$  к более тяжелым немагическим ядрам наблюдается рост дисперсии амплитуд основного состояния. По этой причине уже в основном состоянии немагических ядер продольные колебания имеют большую амплитуду, причем последняя с увеличением числа нуклонов растет.

В связи с этим интересно сравнить амплитуды  $C_n^{0_1^0}$  ( $A = 18$ ) околомагических ядер  ${}^{18}\text{O}$  и  ${}^{18}\text{Ne}$  [6] с аналогичными амплитудами  $C_n^{0_1^0}$  ( $A = 6$ ) ядра  ${}^6\text{He}$ . Все эти ядра имеют по два нуклона сверх магического остова ( ${}^{16}\text{O}$  для  $A = 18$  и  ${}^4\text{He}$  для  $A = 6$ ) и различаются массой остова. На рис. 5 приведена зависимость отношения  $C_n^{0_1^0}$

( $A = 18$ ) к  $C_n^{01}$  ( $A = 6$ ) от числа базисных функций  $n$ . Как видно, значения указанного отношения всегда, кроме случая  $n = 0$ , меньше единицы и убывают с ростом  $n$ . Это свидетельствует об уменьшении амплитуды коллективных колебаний в основном состоянии ядер с более тяжелым остовом, что, по-видимому, связано с увеличением инертности остова, который при  $A = 6$  сильнее поляризован, чем при  $A = 18$ .

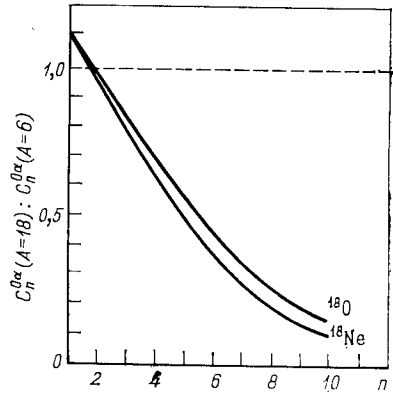
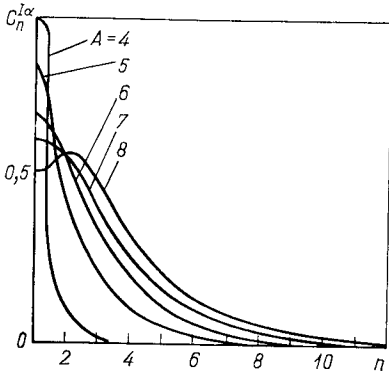


Рис. 4. Сопоставление амплитуд  $C_n^{I\alpha}$  ( $\alpha = 1$ ) основных состояний ядер с числом нуклонов  $A$ , равным 4,5,6,7,8. Значения  $C_n^{I\alpha}$  определяются приведенными кривыми при целочисленных значениях  $n$ . Потенциал  $VB$

Рис. 5. Зависимость отношения  $C_n^{I\alpha}$  ( $A = 18$ ):  $C_n^{0\alpha}$  ( $A = 6$ ) ( $\alpha = 1, I^\pi = 0^+$ ) от числа базисных функций  $n$

Приведенные в табл. 2—6 и на рис. 3—4 амплитуды в полной мере передают поведение волновой функции ядра при учете сравнительно небольшого числа базисных функций. Вместе с тем необходимой является информация об асимптотическом поведении волновой функции ядра (или, что то же самое, об асимптотическом поведении амплитуд  $C_n^{I\alpha}$ ). Знание асимптотики  $C_n^{I\alpha}$  при больших значениях  $n$  полезно не только для контроля сходимости результатов при расширении базиса, но и для упрощения техники расчета собственных векторов гамильтониана (см. [24]), которое достигается заменой точных значений коэффициентов  $C_n^{I\alpha}$  при больших значениях  $n$  их асимптотикой. Для рассмотрения асимптотики коэффициентов  $C_n^{I\alpha}$  обратимся к МЭ оператора кинетической энергии.

В общем случае, когда  $f_1 \neq f_2 \neq f_3$ , МЭ оператора кинетической энергии на ОКС НП  $\frac{1}{2}f_1 + \frac{A-5}{4}$  группы  $Sp(2, R)$  имеет вид:

$$\langle \Phi^{[1]} | \hat{T} | \tilde{\Phi}^{[1]} \rangle = \frac{1}{2} \left\{ -f_1 + f_2 + f_3 + \frac{A-1}{2} + \left( f_1 + \frac{A-1}{2} \right) \frac{2+\beta+\tilde{\beta}}{\Delta} \right\} \langle \Phi^{[1]} | \tilde{\Phi}^{[1]} \rangle, \quad (40)$$

Т а б л и ц а 2. Амплитуды  $C_n^{I\alpha}$  ( $\times 10^3$ ), энергия  $E_\alpha$  и среднеквадратичный радиус  $R$   $I_\alpha^\pi$ -состояний ядер  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^6\text{He}$ .  
Потенциал  $VB + GPT$

$n$	$(3/2)_1^-$	$(1/2)_1^-$	$(7/2)_1^-$	$(5/2)_1^-$	$(1/2)_1^-$	$(5/2)_1^+$	$(3/2)_1^+$	$(3/2)_2^-$	$(1/2)_2^-$	$(1/2)_2^+$
1	871	812	901	908	-692	695	626	374	403	447
2	421	500	-430	-413	-528	511	540	-309	-185	37
3	197	229	-17	-45	-355	363	390	-479	-451	-235
4	141	172	-43	-37	-260	253	286	-420	-414	-330
5	52	71	-23	-34	-159	176	202	-388	-406	-384
6	48	59	3	6	-118	121	143	-286	-313	-356
7	15	24	-16	-21	-70	85	101	-237	-264	-332
8	18	22	8	10	-54	58	71	-169	-196	-279
9	4	9	-11	-12	-31	41	51	-135	-157	-242
10	7	8	7	8	-25	28	36	-96	-116	-196
$E$ , МэВ	-22,36	-20,20	-14,67	-12,55	-11,31	-7,03	-6,12	-3,69	-2,45	0,41
$R$ , фм	1,96	2,04	2,05	2,06	2,57	2,64	2,74	2,83	2,92	3,61



Таблица 3. То же, что и в табл. 2, но для ядра  ${}^6\text{He}$ 

$n$	$0_1^+$	$2_1^+$	$4_1^+$	$1_1^-$	$0_2^+$	$2_2^+$	$3_1^-$	$1_2^-$	$3_2^-$
1	701	767	906	568	459	458	555	457	488
2	561	519	-418	544	-2	-126	530	-181	185
3	336	292	-51	420	-339	-400	422	-102	-81
4	230	193	-37	320	-401	-419	325	-256	-236
5	131	109	-30	226	-414	-400	244	-341	-314
6	87	71	0	163	-353	-328	179	-356	-340
7	50	41	-15	113	-296	-267	131	-343	-331
8	33	27	3	80	-232	-206	95	-308	-305
9	19	16	-7	55	-182	-158	69	-268	-270
10	13	10	3	39	-138	-119	50	-226	-233
$E, \text{ МэВ}$	-25,27	-21,01	-13,43	-11,32	-8,24	-6,93	-5,98	-0,92	1,52
$R, \text{ фм}$	2,29	2,30	2,31	-2,83	2,97	3,04	3,00	3,68	3,89

Таблица 4. То же, что и в табл. 2, но для ядра  ${}^6\text{Li}$ 

$n$	$1^+(I=0)$	$3^+(I=2)$	$2^+(I=2)$	$1^+(I=2)$	$4^+(I=4)$	$5^+(I=4)$	$4^+(I=4)$	$2^-(I=1)$	$1^-(I=1)$	$0^-(I=1)$	$3^+(I=4)$	$1^+(I=0)$
1	701	793	743	666	-905	-908	577	559	534	-912	-459	
2	561	469	536	579	420	411	543	545	546	392	2	
3	336	276	307	353	45	63	417	423	432	98	339	
4	230	179	205	243	38	37	316	324	334	38	400	
5	131	99	119	149	27	34	222	230	240	47	414	
6	87	65	77	97	0	0	167	166	174	3	353	
7	50	37	46	61	14	16	110	115	122	21	296	
8	33	24	30	39	-3	-3	78	82	87	-1	232	
9	19	14	18	25	1	8	53	56	61	9	182	
10	13	9	12	16	-3	-3	38	40	43	-2	138	
$E, \text{ МэВ}$	-25,27	-21,97	-20,58	-18,76	-14,63	-13,10	-11,46	-11,18	-10,78	-10,47	-8,25	
$R, \text{ фм}$	2,29	2,25	2,31	2,40	2,27	2,28	2,82	2,84	2,88	2,29	2,97	

Таблица 5. То же, что и в табл. 2, но для ядер  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^9\text{Be}$

$n$	$(3/2)_1^-$	$(1/2)_1^-$	$(7/2)_1^-$	$(5/2)_1^-$	$(1/2)_1^-$	$(11/2)_1^-$	$(3/2)_1^-$	$(5/2)_1^+$	$(9/2)_1^-$	$(1/2)_2^-$	$(3/2)_1^+$
1	618	599	695	636	-482	906	478	492	908	474	-467
2	578	581	547	568	-535	-414	110	532	-405	135	-528
3	396	406	355	388	-453	-70	-247	449	-91	-226	-455
4	275	284	235	264	-360	-37	-373	355	-39	-363	-365
5	175	183	149	174	-267	-30	-407	266	-37	-405	-277
6	114	120	95	113	-195	-5	-371	195	-7	-374	-24
7	72	76	61	74	-139	-12	-315	140	-14	-321	-148
8	46	49	38	47	-98	0	-254	100	-1	-260	-16
9	29	31	25	31	-69	-5	-199	70	-6	-205	-76
10	18	20	16	20	-48	0	-152	50	0	-158	-54
$E, \text{ МэВ}$	-32,7	-32,19	-27,14	-25,79	-19,11	-18,41	-16,63	-16,60	-16,52	-16,24	-16,17
$R, \text{ фм}$	2,42	2,44	2,42	2,48	2,87	2,37	2,99	2,90	2,38	3,01	2,93

Таблица 6. То же, что в табл. 2, но для ядра  ${}^9\text{Be}$  (расчет с потенциалом  $V$ , см. [20])

$n$	$0_1^+$	$2_1^+$	$4_1^+$	$0_2^+$	$2_2^+$	$6_1^+$	$4_1^+$	$0_3^+$	$2_3^+$	$4_3^+$	$6_3^+$
1	527	539	579	-469	-485	-904	541	378	387	-4 3	228
2	577	575	563	-221	-202	412	128	-359	-364	-161	301
3	447	442	427	137	155	98	-215	-307	-321	350	434
4	324	318	300	323	333	41	-360	-290	-282	232	440
5	220	216	206	394	394	34	-389	-149	-128	47	399
6	146	143	137	384	380	10	-359	26	46	-120	342
7	95	94	91	338	331	11	-304	168	183	-235	279
8	61	60	59	278	272	3	-245	262	271	-297	223
9	39	39	39	220	214	4	-191	309	312	-317	174
10	25	25	25	169	165	1	-145	320	318	-309	134
$E, \text{N}^{\circ}\text{B}$	-48,39	-45,28	-37,76	-31,25	-29,46	-26,43	-25,43	-17,67	-16,68	-14,69	-12,22
$R, \text{фм}$	2,48	2,49	2,52	2,94	2,95	2,40	2,96	3,43	3,45	3,48	3,58

где

$$\langle \Phi^{[I]} | \tilde{\Phi}^{[I]} \rangle = d_{11}^{\lambda_0} d_{33}^{\mu_0} \Delta^{-f_1 - \frac{A-1}{2}}; \quad \Delta = 1 - \beta \tilde{\beta} d_{11}^2;$$

$$\lambda_0 = f_1 - f_2; \quad \mu_0 = f_2 - f_3,$$

а  $d_{ij}$  — МЭ, матрицы поворота в трехмерном пространстве (они зависят от трех углов Эйлера). Здесь, как и ранее, в качестве единицы длины выбран осцилляторный радиус  $r_0$ , в качестве единицы массы — масса нуклона  $m$ , а в качестве единицы углового момента — постоянная Планка  $\hbar$ . Если  $f_2 = f_3 = f$ , то из (40) после выполнения проектирования на состояние с определенным полным орбитальным моментом системы  $I$  следует, что МЭ оператора кинетической энергии на базисных функциях НП  $(\lambda_0 + 2n, 0)$  группы  $SU(3)$  отличны от нуля лишь тогда, когда квантовое число  $n$  базисных функций  $|n, I\rangle$  одинаково или отличается на единицу:

$$\langle n, I | \hat{T} | n, I \rangle = \frac{1}{2} \left[ f_1 + 2f + 2n + \frac{3}{2} (A - 1) \right]; \quad (41)$$

$$\langle n+1, I | \hat{T} | n, I \rangle = \langle n, I | \hat{T} | n+1, I \rangle =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(n+1) \left( f_1 + n + \frac{A-1}{2} \right) [(\lambda_0 + 2n + 2)(\lambda_0 + 2n + 3) - I(I+1)]}{(\lambda_0 + 2n + 1)(\lambda_0 + 2n + 2)}}. \quad (42)$$

Таким образом, матрица оператора кинетической энергии трехдиагональна, а элементы этой матрицы при больших значениях квантового числа  $n$  пропорциональны  $n$ . Поскольку МЭ оператора потенциальной энергии короткодействующих  $NN$ -сил убывают с увеличением квантовых чисел  $n_1$  и  $n_2$  базисных функций  $|n_1, I\rangle$  и  $|n_2, I\rangle$ , на которых они построены, то при больших значениях  $n_1$  и  $n_2$  в матрице коллективного гамильтониана можно оставить только МЭ оператора кинетической энергии и диагональные по  $n_1$  и  $n_2$  МЭ оператора потенциальной энергии. Они и определяют асимптотическое (при  $n \gg 1$ ) поведение коэффициентов разложения  $C_n^{I\alpha}$  волновой функции системы по базисным функциям  $|n, I\rangle$ .

Заметим, что существует возможность обратить матрицу

$$||\langle n_1, I | \hat{T} | n_2, I \rangle - E \delta_{n_1, n_2} || \quad (43)$$

и получить обратную ей матрицу  $\mathcal{G}_{n_1, n_2}(E)$  — матрицу функции Грина с тем, чтобы вместо обычного уравнения

$$\sum_{n_2=0}^{\infty} [\langle n_1, I | \hat{T} | n_2, I \rangle + \langle n_1, I | \hat{V} | n_2, I \rangle - E \delta_{n_1, n_2}] C_{n_2}^{I\alpha} = 0,$$

$$n_1 = 0, 1, 2, \dots, \quad (44)$$

для собственных значений и собственных векторов коллективного гамильтониана в представлении базисных функций  $|n, I\rangle$  получить в том же представлении дискретный аналог однородных уравнений Липпмана — Швингера

$$C_n^{I\alpha} + \sum_{n_1 n_2} \mathcal{G}_{nn_1}(E) \langle n_1, I | \hat{V} | n_2, I \rangle C_{n_2}^{I\alpha} = 0, \quad (45)$$

который может оказаться полезным как для численной реализации решения задачи Штурма — Лиувилля, так и для изучения асимптотики коэффициентов  $C_n^{I\alpha}$ .

Чтобы найти собственные значения и собственные векторы бесконечной системы линейных алгебраических уравнений (44), в этой системе приходится удерживать лишь  $N + 1$  первых уравнений, полагая  $n_1 < N$  и одновременно обрывая суммирование по  $n_2$  на  $(N + 1)$ -слагаемом. Операция обрезания системы уравнений является обоснованной, а процесс сходящимся для тех состояний, для которых амплитуды  $C_n^{I\alpha}$  достаточно быстро убывают с ростом  $n$ . Закон этого убывания можно установить априори, используя квазиклассические оценки для  $C_n^{I\alpha}$  (см. [24]), основанные по существу на предельных (при больших  $n_1$  и  $n_2$ ) выражениях для МЭ гамильтониана  $\hat{H}$ .

Асимптотическую формулу для коэффициентов  $C_n^{I\alpha}$  можно получить, если выполнить предельный переход к большим  $n$  в выражениях для МЭ гамильтониана  $\langle n_1, I | \hat{H} | n_2, I \rangle$ .

При построении предельных выражений для МЭ трехдиагональной матрицы оператора кинетической энергии проблем не возникает. Что же касается МЭ оператора потенциальной энергии, то с ростом  $n_1$  и  $n_2$  все они, кроме, может быть, диагональных, стремятся к нулю. Предельные значения диагональных матричных элементов оператора потенциальной энергии обозначим  $V_0 = V_0(I^n)$ .

В пределе больших значений  $n$  уравнения, связывающие коэффициенты разложения  $C_n^{I\alpha}$  состояния  $I_\alpha^n$ , принимают следующий простой вид:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \left( n + \frac{1}{2} f_1 + \frac{A+3}{4} - \frac{v^2}{8n} \right) C_{n+1}^{I\alpha} - \\ & - \left[ n \mathbb{1} + \frac{1}{2} f_1 + f + \frac{3}{4} (A-1) + V_0 - E \right] C_n^{I\alpha} - \\ & - \frac{1}{2} \left( n + \frac{1}{2} f_1 + \frac{A-1 \mathbb{1}}{4} - \frac{v^2}{8n} \right) C_{n-1}^{I\alpha} = 0, \quad n \gg 1. \end{aligned}$$

Эти уравнения эквивалентны обыкновенному дифференциальному уравнению для функции  $C(x)$ :

$$x \frac{d^2}{dx^2} C + \frac{d}{dx} C + 2 \left( E - f - \frac{A-2}{2} - \frac{v^2}{8x} - V_0 \right) C = 0, \quad (46)$$

где

$$x = n + \frac{1}{2} f_1 + \frac{A+1}{4}.$$

Решением дифференциального уравнения (46), убывающим с ростом  $x$ , является функция Макдональда  $K_\nu(\sqrt{2x\xi})$ ,

$$\xi = -E + f + V_0 + \frac{A-2}{2}. \quad (47)$$

Следовательно, при больших значениях  $n$

$$\left. \begin{aligned} C_n^\alpha &= \text{const} \cdot K_\nu(\sqrt{2x\xi}), \\ \nu^2 &= \left( f_1 + \frac{A-5}{2} \right)^2 + (I + 1/2)^2 + 2(f_1 - f) - \frac{9}{4}. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Чтобы найти входящий в (48) коэффициент  $\xi$ , необходимо подставить в (47)  $E = E(I_\alpha^\pi)$  — энергию  $\alpha$ -го состояния с полным моментом  $I$  и четностью  $\pi$ , а постоянный множитель перед функцией Макдональда выбирается в соответствии с условием нормировки.

Наконец, из (47) и (48) следует, что пороговая энергия  $E_0$  системы нуклонов, разделяющая состояния дискретного и непрерывного спектров коллективных возбуждений, определяется энергией нулевых коллективных колебаний в направлении, перпендикулярном тому, в котором выстроены кванты возбуждения осцилляторных функций базиса  $Sp(2, R)$ , и предельным значением диагонального МЭ оператора потенциальной энергии:

$$E_0(I^\pi) = f + \frac{A-2}{2} + V_0. \quad (49)$$

Заметим также, что, поскольку единицей измерения является величина  $\hbar^2/mr_0^2$ , пороговая энергия в приближении базиса  $Sp(2, R)$  зависит от осцилляторного радиуса  $r_0$ , входящего как в общий множитель, так и в функцию  $V_0(I^\pi)$ .

Из (48) непосредственно видно, как выбор  $N$  должен зависеть от  $\xi$ : чем меньше  $\xi$ , тем больше уравнений в системе (44) необходимо оставить, чтобы обеспечить заданную точность для собственного значения.

Результаты расчета энергии  $E$ , среднеквадратичного радиуса  $R$  основного и нижайших коллективных возбуждений ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Be}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^8\text{Be}$  приведены в табл. 2—6. Расчет проводился с потенциалом Бринка — Букера ( $BB$ ), дополненным спин-орбитальной частью потенциала Гогни, Пайерса и Туррейла ( $GPT$ ).

Спектры нижайших коллективных возбуждений ядер с числом нуклонов  $A$ , равным 5, 6, 7, приведены на рис. 6—8 [ $a$  — расчет с центральными силами  $BB$ ;  $b$  — расчет с потенциалом  $BB$ , дополненным спин-орбитальной частью потенциала  $GPT$  ( $BB + GPT$ ). В экспериментальном спектре ( $\epsilon$ ), взятом из работы [25], мы оставили

лишь состояния, отвечающие изоспину  $T = 1/2$  для ядер с  $A$ , равным 5, 7 и  $T = 0$  для ядра  ${}^6\text{Li}$ . Поскольку кулоновское взаимодействие протонов не учитывалось, а четные компоненты потенциала  $BB$  совпадают, спектр (а) на рис. 6 относится к  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$ , а на рис. 8 к  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$ . Для  $A = 6$  спектр (а) рис. 7 воспроизводит состояния  ${}^6\text{He}$  с изоспином  $T = 1$ , а спектр (б) — состояния  ${}^6\text{Li}$  с  $T = 0$ .

Из рис. 6—8 видно, что во всех случаях основное состояние является нижайшим состоянием той коллективной ветви, которая

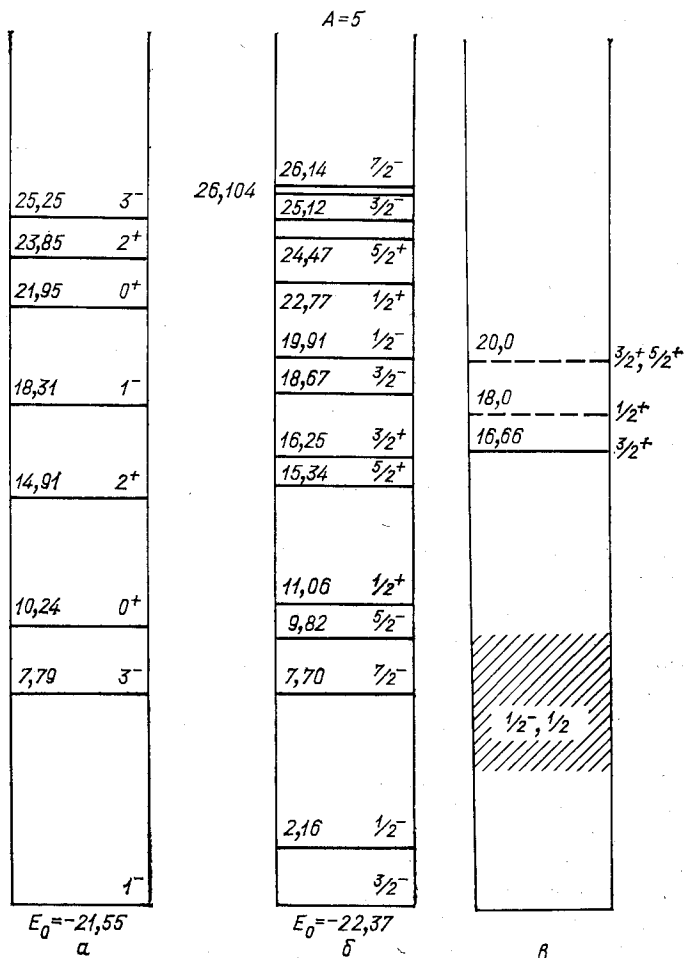


Рис. 6. Спектры нижайших коллективных возбуждений ядер  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$ : а — расчет с центральными силами  $BB$ ; б — расчет с потенциалом  $BB + GPT$ ; в — эксперимент [25]



отвечает нормальной четности, а состояния аномальной четности лежат на 10—15 МэВ выше основного состояния.

Энергия коллективных возбуждений отсчитывалась от энергии связи, которая для потенциала  $BB + GPT$  равна  $-22,37$  МэВ для  $A = 5$ ;  $-25,27$  МэВ для  $A = 6$ ;  $-35,70$  МэВ для  $A = 7$  и  $-48,39$  МэВ для  $A = 8$ . Уровни нижней вращательной полосы  $-1^+, 3^+, 2^+, 1^+$  у  ${}^6\text{Li}$  и  $3/2^-, 1/2^-, 7/2^-, 5/2^-$  у  ${}^7\text{Li}$  имеют правильную последовательность, а энергия этих уровней удовлетворительно согласуется с экспериментом. То же относится к нижайшим уровням  $3/2^-$

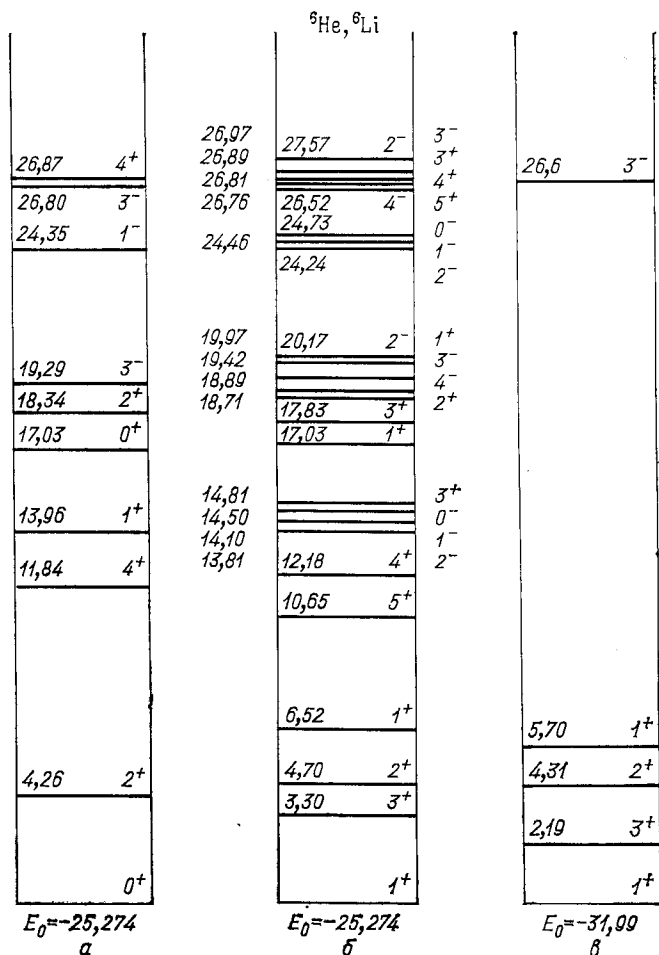


Рис. 7. Спектры нижайших коллективных возбуждений ядер  ${}^6\text{He}$  (а) и  ${}^6\text{Li}$  (б). В экспериментальном спектре (в) приведены лишь уровни с  $T = 0$

и  $1/2^-$  (2, 16 МэВ) в  ${}^6\text{Li}$ , однако относительно положения уровня  $1/2^-$  пока нет надежной экспериментальной информации.

Отсутствующие в теоретическом спектре уровни  $5/2^-$  (7,47 МэВ) и  $7/2^-$  (9,61 МэВ) в  ${}^7\text{Li}$  имеют выраженную кластерную структуру, учет которой в нашем расчете требует привлечения более сложной внутренней функции  $\chi_{\nu}^{[1]}$ . Такой учет весьма актуален в настоящее время и требует выхода за рамки МП МОГФ.

Спин-орбитальное расщепление уровней  $3/2^-$  и  $1/2^-$ , а также  $7/2^-$  (5,56 МэВ) и  $5/2^-$  (6,91 МэВ) в  ${}^7\text{Li}$  и уровней  $3^+$  (3,30 МэВ)

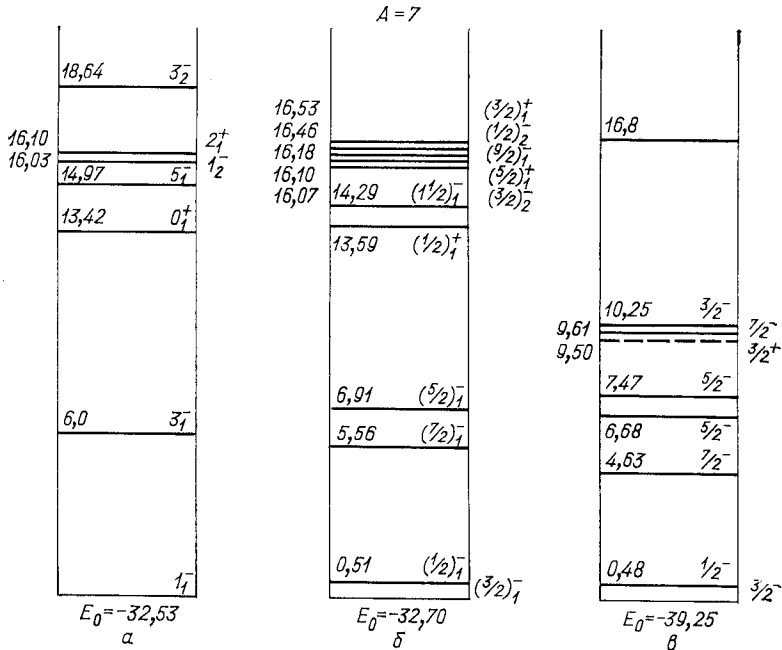


Рис. 8. Спектры нижайших коллективных возбуждений ядер  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$ : а — расчет с потенциалом  $BB$ ; б — с потенциалом  $BB + GPT$ ; в — эксперимент [25]

и  $1^+$  (6,52 МэВ) в  ${}^6\text{Li}$  близко к экспериментальному: расчетные значения для потенциала  $BB + GPT$  соответственно 0,51; 1,35; 3,22 МэВ, а экспериментальные — 0,48; 2,0; 3,51 МэВ.

Следует также отметить положение одноквантовых коллективных возбуждений. Все эти состояния —  $3/2^-$  (18,67 МэВ),  $1/2^-$  (19,91 МэВ) у  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  $1^+$  (17,03 МэВ) у  ${}^6\text{Li}$  и  $3/2^-$  (16,07 МэВ),  $1/2^-$  (16,48 МэВ) у  ${}^7\text{Li}$  лежат несколько выше нижайших состояний аномальной четности, однако, в отличие от последних, проявляют тенденцию к понижению с ростом числа нуклонов.

Среднеквадратичный радиус  $R$  основного состояния (см. табл. 2—6) ядра  ${}^7\text{Li}$  ( $R = 2,42$  фм) совпадает с экспериментальным значением

$R_{\text{exp}} = (2,405 \pm 0,020)$  фм [26], а для ядра  ${}^6\text{Li}$  ( $R = 2,29$  фм для  $BB + GPT$  и  $R = 2,19$  фм для потенциала  $V$ ) несколько занижен:  $R_{\text{exp}} = (2,505 \pm 0,020)$  фм [26]. Что же касается ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^5\text{Li}$  и  ${}^8\text{Be}$ , то теоретические оценки (соответственно  $R = 1,96$  фм и  $R = 2,48$  фм, потенциал  $BB + GPT$ ) несколько ниже полученных в расчетах работы [27] значений  $R = 2,31$  фм и  $R = 2,71$  фм.

### 3. СОСТОЯНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА И ФАЗЫ УПРУТОГО РАССЕЯНИЯ ЛЕГКИХ КЛАСТЕРОВ

Как показали расчеты, выполненные в рамках метода резонирующих групп [9, 28, 29], атомные ядра  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^8\text{Be}$  имеют ярко выраженную кластерную структуру. Кластеризация этих ядер есть прямое следствие характера сил, действующих между нуклонами. Нуклон-нуклонное взаимодействие сильнее связывает нуклоны, входящие в состав каждого из кластеров, чем нуклоны разных кластеров. В свою очередь, кластеризация существенно влияет на формирование структуры волновых функций основных состояний легких ядер, положение нижайших порогов развала, природу резонансных состояний в надпороговой области. Поэтому многие свойства легких ядер удается объяснить, допуская, что волновую функцию  $\Psi$  состояний их дискретного и непрерывного спектров можно представить в виде

$$\Psi = \hat{A} [\varphi(1) \varphi(2) f], \quad (50)$$

где  $\hat{A}$  — оператор антисимметризации;  $\varphi(1)$  — волновая функция альфа-кластера;  $\varphi(2)$  — волновая функция второго фрагмента, массовое число которого  $A_2 = A - 4$ ;  $f$  — волновая функция относительного движения двух фрагментов. В качестве  $\varphi(1)$  и  $\varphi(2)$  выбирают, как правило, известные трансляционно-инвариантные волновые функции осцилляторной модели оболочек для соответствующих фрагментов. Что же касается функции  $f$ , то ее находят в результате решения интегродифференциального уравнения метода резонирующих групп или же с помощью какой-либо иной эквивалентной процедуры.

Удобно, однако, отказаться от поиска явного выражения для  $f$ , тем более, что во всех вычислениях, проводимых с ней, она участвует в сложных конструкциях под знаком оператора антисимметризации. Вместо этого, записав для  $f$  разложение по базису осцилляторных функций  $f_{\nu}$  относительного движения кластеров

$$f = \sum_{\nu} C_{\nu} f_{\nu}, \quad (51)$$

где  $\nu$  — число осцилляторных квантов возбуждения, волновую функцию целесообразно строить в виде обобщенного ряда Фурье

$$\Psi = \sum_{\nu} C_{\nu} |\nu\rangle; |\nu\rangle = \hat{A} [\varphi(1) \varphi(2) f_{\nu}]. \quad (52)$$

Коэффициенты Фурье  $C_\nu$  должны удовлетворять системе линейных дифференциальных уравнений

$$\sum_{\nu'} \langle \nu | \hat{H} | \nu' \rangle C_{\nu'} - EC_\nu = 0, \quad (53)$$

где  $\hat{H}$  — многочастичный гамильтониан ядра. Представление волновой функции нуклонной системы в виде ряда (52) по многочастичным осцилляторным базисным функциям  $|\nu\rangle$ , генерируемым кластерными ОКС, является главным пунктом алгебраической версии метода резонирующих групп [24, 30, 31].

Базис  $|\nu\rangle$  многочастичных осцилляторных функций приспособлен для описания динамики кластерной моды легких ядер. В то же время входящие в состав этого базиса состояния с минимальным числом  $\nu$  осцилляторных квантов соответствуют тем конфигурациям модели оболочек, которые обычно сопоставляются основным состояниям легких ядер. Поэтому разложение (52) реально учитывает не только кластерные, но и оболочечные конфигурации и открывает, следовательно, пути для обобщения концепций трансляционно-инвариантной модели оболочек. Цель этого обобщения — включить в рассмотрение кластерные моды нуклонных систем, не выходя при этом за пределы средств, принятых в трансляционно-инвариантной модели оболочек.

Известно, что метод резонирующих групп (МРГ) используется не только для изучения состояний непрерывного спектра систем взаимодействующих нуклонных кластеров, но и состояний дискретного спектра тех же систем [9, 28, 29, 32]. В последнем случае алгебраическая версия МРГ сводится к диагонализации многочастичного микроскопического гамильтониана системы кластеров на функциях  $|\nu\rangle$  осцилляторного базиса, порождаемого генераторной функцией метода резонирующих групп (см. разд. 1). Ограничившись матрицей гамильтониана  $\nu_0$ -го порядка, где  $\nu_0$  — число привлекаемых базисных функций, и решив задачу на собственные значения этой матрицы, мы получим  $\nu_0$  различных собственных значений и столько же соответствующих им собственных векторов. Среди собственных значений только несколько ( $k$ ,  $k < \nu_0$ ) первых будут, вообще говоря, отрицательными. Остальные же собственные значения положительны, и, как правило, обычно они не рассматриваются (см., однако, работы [33, 34]), так как, на первый взгляд, трудно себе представить, что соответствующие им собственные векторы, найденные в представлении ограниченного осцилляторного базиса, могут иметь отношение к волновым функциям непрерывного спектра. Между тем первое впечатление о собственных векторах с положительными собственными значениями, отвергающее целесообразность их исследования, ошибочно. На самом деле, и это будет показано далее, собственные векторы с положительной энергией так же, как и собственные векторы с отрицательной энергией, стремятся по мере расширения осцилляторного базиса к точному решению и даже при не очень больших зна-

чений  $v_0$  дают информацию об  $S$ -матрице рассеяния. Следует отметить, что возможность извлечения данных об  $S$ -матрице рассеяния (сечений реакций, энергий резонансов, ширин резонансов) с использованием положительных собственных значений матрицы гамильтониана в обрезанном осцилляторном базисе была продемонстрирована в работах [35]. Однако в этих работах были рассмотрены лишь простейшие модельные системы, потенциал взаимодействия в которых имеет барьер и кор на малых расстояниях. Нами рассмотрен далее случай реальной кластерной модели двух взаимодействующих подсистем, для которой удается найти фазы рассеяния и собственные векторы, соответствующие состояниям непрерывного спектра.

Для того чтобы понять смысл приближенных решений, получаемых при диагонализации микроскопического гамильтониана на обрезанном осцилляторном базисе, исходную систему линейных алгебраических уравнений (53) для коэффициентов  $\{C_\mu\}$  преобразуем к следующему виду (подробнее см. [31]):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\mu}^n (\langle v | \hat{H} | \mu \rangle - E \delta_{v\mu}) C_{\mu} + \sum_{m=n+1}^{\infty} \langle v | \hat{H} | m \rangle C_m = 0, \\ \langle m | \hat{T} | m-1 \rangle C_{m-1} + (\langle m | \hat{T} | m \rangle - E) C_m + \\ + \langle m | \hat{T} | m+1 \rangle C_{m+1} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Пусть теперь совокупность коэффициентов  $\{C_\mu\}$  определяет вектор матрицы  $\|\langle v | \hat{H} | \mu \rangle\|$  при дополнительном требовании  $C_{n+1} = 0$ . Тогда, поскольку

$$\langle n | \hat{T} | n+1 \rangle C_{n+1} = 0, \quad \sum_{m=n+1}^{\infty} \langle v | \hat{H} | m \rangle C_m = 0,$$

первые  $n$  уравнений системы (54) содержат только такие  $C_\mu$ , у которых  $\mu \leq n$ , т. е. образуют замкнутую систему  $n$  линейных однородных алгебраических уравнений для  $n$  неизвестных коэффициентов  $\{C_\mu\}$ ,  $\mu = 1, 2, \dots, n$ . Но условием разрешимости системы однородных уравнений является обращение в нуль ее детерминанта.

Поэтому диагонализация гамильтониана  $\hat{H}$  на базисе  $n$  функций выделяет в непрерывном спектре гамильтониана собственные векторы  $\{C_\mu^\alpha\}$  с нулевым  $(n+1)$ -м коэффициентом и положительной энергией  $E_\alpha$ , отсчитываемой от порога развала ядра на два кластера.

Из условия  $C_{n+1}^\alpha(E_\alpha, I) = 0$ , где  $I$  — угловой момент состояния с энергией  $E_\alpha$ , и асимптотического выражения для  $C_{n+1}^\alpha$  (см. [1, 24]) следует, что

$$\begin{aligned} j_I(k_\alpha x_{n+1}) - \text{tg } \delta_I(E_\alpha) n_I(k_\alpha x_{n+1}) &= 0, \\ x_n = \sqrt{4(n+n_0) + 2I + 3}, \quad k_\alpha = \sqrt{2E_\alpha}, \end{aligned} \quad (55)$$

где  $j_I$  и  $n_I$  — сферические функции Бесселя и Неймана соответственно;  $n_0$  — минимальное допустимое число осцилляторных квантов возбуждения волновой функции относительного движения двух кластеров;  $\delta_I(E_\alpha)$  — фаза рассеяния в состоянии с угловым моментом  $I$  и энергией  $E_\alpha$ . Единицы измерения в (55) выбраны так, что  $\hbar = m = r_0 = 1$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка;  $m$  — масса нуклона;  $r_0$  — осцилляторный радиус. Если известна энергия  $E_\alpha$  состояния с угловым моментом  $I$ , то формула (55) дает возможность получить фазу  $\delta_I(E_\alpha)$ .

Для полного описания собственного вектора  $\{C_\nu(E_\alpha, I)\}$  гамильтониана метода резонирующих групп необходимо указать значение коэффициентов  $C_\nu$  с номерами  $\nu > n + 1$ . Это нетрудно сделать, поскольку для  $C_\nu$  при  $\nu > n + 1 \gg 1$  справедливо асимптотическое выражение

$$C_\nu(E_\alpha, I) = B \sqrt{x_\nu} [j_I(k_\alpha x_\nu) - \text{tg } \delta_I(E_\alpha) n_I(k_\alpha x_\nu)], \quad (56)$$

где множитель  $B$  определяется из условия, что коэффициент  $C_n(E_\alpha, I)$ , подсчитанный по формуле (56), совпадает с коэффициентом  $C_n(E_\alpha, I)$  собственного вектора  $\{C_\nu(E_\alpha)\}$ , полученного в результате диагонализации гамильтониана на  $n$  базисных функциях.

Для иллюстрации общих положений, сформулированных выше, мы используем пример системы двух взаимодействующих ядер —  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{H}$ . Эти ядра способны образовать связанную систему —  ${}^7\text{Li}$  в состояниях  $J^\pi = 3/2^-$  и  $J^\pi = 1/2^-$ . Волновые функции связанных состояний  ${}^7\text{Li}$ , а также состояний  $J^\pi$ , принадлежащих непрерывному спектру, запишем в виде

$$\Psi_{J^\pi}^\alpha = \sum_{\nu=1}^{\infty} C_\nu^{J^\pi \alpha} |\nu, J^\pi\rangle, \quad (57)$$

где  $\{|\nu, J^\pi\rangle\}$  — совокупность ортонормированных конфигураций изотропного гармонического осциллятора, порождаемая волновой функцией метода резонирующих групп для канала  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ . Индекс  $\alpha$  в порядке возрастания энергии нумерует состояния с квантовыми числами  $J^\pi$ . Коэффициенты  $C_\nu^{J^\pi \alpha}$ , принадлежащие разным собственным векторам ( $\alpha = 1, 2, \dots$ ), вычисляются в результате диагонализации гамильтониана системы семи нуклонов на  $n$  базисных функциях  $|\nu, J^\pi\rangle$ . Они обнаруживают очень простую зависимость от  $\nu$ , представленную на рис. 9. Собственные векторы, изображенные на рисунке, получены в расчете с 50 базисными функциями. Нуклон-нуклонное взаимодействие моделировалось потенциалом Бринка — Букера [21] и спин-орбитальным взаимодействием  $GPT$  [22].

Коэффициенты амплитуды  $C_\nu^{3/2^-, 1}$  основного состояния системы, монотонно убывая с ростом  $\nu$ , экспоненциально стремятся к нулю. Коэффициенты  $C_\nu^{3/2^-, \alpha}$  состояний непрерывного спектра, как уже отмечалось, обращаются в нуль при  $\nu = n + 1$  и, кроме того, при

изменении  $\nu$  от 1 до  $n + 1$  меняют знак  $(\alpha - 1)$  раз. С ростом  $n$  энергия всех собственных векторов непрерывного спектра убывает, приближаясь к нулю, а узлы коэффициентов  $C_\nu^{3/2-, \alpha}$  движутся вправо вдоль оси  $\nu$ . Однако первый узел коэффициентов  $C_\nu^{3/2-, \alpha}$  состояния непрерывного спектра с минимальной энергией в пределе, когда

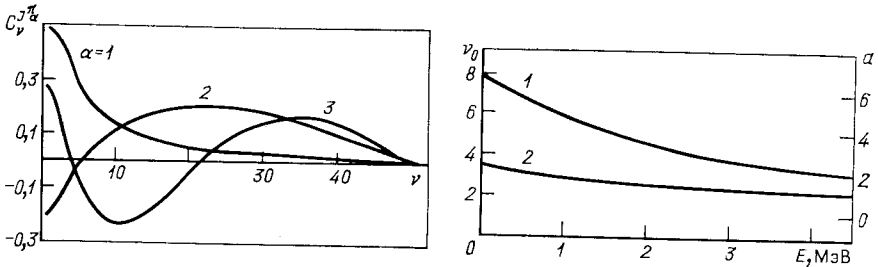


Рис. 9. Зависимость коэффициентов  $C_\nu^{J^\pi \alpha}$  разложения (51) от числа квантов возбуждения функции относительного движения кластеров  $\nu$

Рис. 10. Зависимость положения первого узла  $\nu_0$  функции  $C_\nu^{J^\pi \alpha}$  (кривая 1) и функции  $a$  (кривая 2) от энергии

$E \rightarrow 0$  ( $n \rightarrow \infty$ ) стремится к своему предельному значению  $\nu_0 \sim 8$ . Поскольку энергия этого собственного вектора близка к нулю ( $E_{2^{3/2-}} = 7,05 \cdot 10^{-2}$ , если  $n = 50$ ), то положение первого узла его коэффициентов можно связать с коэффициентом  $a$  асимптотического выражения амплитуд состояния с нулевой энергией

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_\nu^{3/2-, 2} = \text{const} [(4\nu + 9)^{3/2} - 3a^3]. \quad (58)$$

Эта связь определяется следующим соотношением:

$$a = \sqrt[3]{4\nu_0 + 9} / \sqrt[3]{3}, \quad (59)$$

где  $\nu_0$  — предельное положение первого узла при  $n \rightarrow \infty$ . На рис. 10 представлена зависимость  $\nu_0$  от энергии  $E = E_\alpha^{J^\pi} - E_{\text{пор}}$  ( $E_{\text{пор}}$  — пороговая энергия). Там же показано поведение функции (59), предельное значение которой при  $\nu \rightarrow \nu_0$  дает длину упругого ( $t + \alpha$ )-рассеяния. Полагая  $\nu_0 = 8$ , получаем, что  $a = 4,43$  (в ед.  $r_0$ ).

Заметим, что

$$a^3 = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\delta_{3/2-}(k)}{k^3}. \quad (60)$$

На рис. 11 изображены фазы  $\delta_{3/2-}$  и  $\delta_{1/2-}$  — упругого рассеяния  $^3\text{H}$  на  $^4\text{He}$  в состояниях  $3/2^-$  и  $1/2^-$  соответственно, в зависимости от энергии. Для расчета фаз использовалось соотношение (55) и энер-

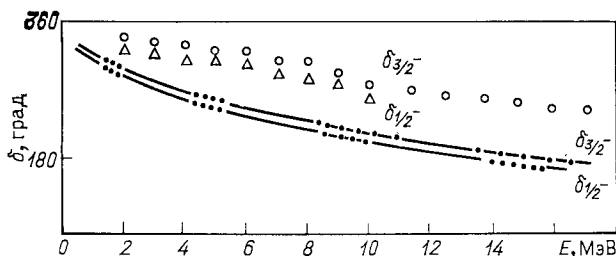


Рис. 11. Поведение фазовых сдвигов  $\delta_{3/2}^-$  и  $\delta_{1/2}^- (J^\pi = 1^-)$ :  
 ○ и △ — экспериментальные фазы  $\delta_{3/2}^-$  и  $\delta_{1/2}^-$ . Точки, соединенные плавными кривыми, воспроизводят расчетную зависимость тех же фаз

гии  $E_\alpha^{J^\pi}$  собственных состояний, полученных в результате диагонализации гамильтониана с различным числом  $n$  базисных функций.

Теперь мы снова можем оценить значение коэффициента  $a$ , если подсчитаем его по формуле (60), используя известную нам теперь фазу  $\delta_{3/2}^-$  — в точке с минимальной энергией:

$$E_2^{3/2^-} = 4,948 \cdot 10^{-2}, \quad \delta_{3/2}^- = 2,78 \cdot 10^{-2}.$$

Формула приводит к следующей оценке  $a = 4,28$ , хорошо согласующейся со значением, полученным выше.

Качественный ход фаз рассеяния, полученных в результате теоретического расчета, и величины расщепления фаз хорошо согласуются с данными фазового анализа эксперимента [36—38].

На рис. 12 приведена зависимость фаз упругого рассеяния в состояниях  $J^\pi = 7/2^-$  и  $J^\pi = 5/2^-$ . Экспериментальные значения фазы при энергии (в системе центра масс участвующих в реакции ядер) менее 3 МэВ взяты из работы Бойкина и др. [37], а при энергиях более 3 МэВ — из работы Харди и др. [39]. Теоретическая зависимость фазы от энергии определялась с помощью соотношения (55). Энергия измерена в мегаэлектрон-вольтах, а фаза — в градусах.

Как теоретические, так и экспериментальные фазы при энергии 2 — 5 МэВ резко возрастают, проходя через точку  $\delta = \pi/2$ . При этом расчетный фазовый сдвиг растет несколько медленнее, чем экспериментальный. Заметим, однако, что в области резонанса фазовый сдвиг состояния  $J^\pi = 7/2^-$  проходит точку  $\delta = \pi/2$  с большей производной, чем фазовый сдвиг состояния  $J^\pi = 5/2^-$ , что хорошо согласуется с экспериментальной зависимостью фазы.

По вычисленным фазам мы восстановили парциальные сечения  $\sigma_{J^\pi}(E)$  упругого рассеяния  $t + \alpha$ , которые также приведены на рис. 12. Максимум сечения  $\sigma_{7/2^-}(E)$  находится при  $E_{\text{рез}} \cong 4,6$  МэВ (экспериментальное значение энергии резонанса  $E_{\text{рез}} = 4,63$  МэВ), а в случае резонанса  $J^\pi = 5/2^-$  максимум сечения находится при  $E_{\text{рез}} \cong 6,3$  МэВ (на эксперименте  $E_{\text{рез}} = 6,68$  МэВ).



Положение  $7/2^-$  и  $5/2^-$  резонансов  ${}^7\text{Li}$  вполне удовлетворительно совпадает с положением коллективных квадрупольных возбуждений  $7/2^-$  и  $5/2^-$ , найденных нами ранее [5] (см. разд. 2) в результате диагонализации гамильтониана на базе осцилляторных функций продольных колебаний эллипсоида инерции [базисе  $S\rho(2, R)$ ]. Это совпадение не является случайностью, а предreshено, во-первых, тем, что близок к единице интеграл перекрытия осцилляторных функций «кластерного» базиса и осцилляторных функций базиса продольных колебаний эллипсоида инерции, пока мало число  $\nu$  их осцилляторных квантов возбуждения, и, во-вторых, тем, что нижайшие коллективные возбуждения формируются, главным образом, на базисных функциях продольных колебаний с малыми  $\nu$ , т. е. на функциях, представленных в некоторой степени и в кластерном базисе.

Ограничившись базисом продольных колебаний, можно найти лишь энергию квадрупольных резонансов, но не их ширину, так как продольные колебания не способны развалить ядро даже при

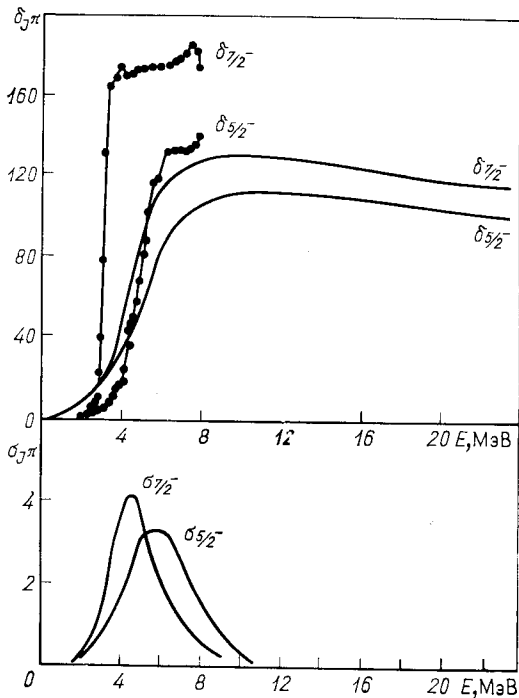


Рис. 12. Зависимость фазовых сдвигов  $\delta_{7/2^-}$  и  $\delta_{5/2^-}$  ( $I^\pi = 3^-$ ) от энергии. Отдельные точки воспроизводят экспериментальные значения фазы, а плавные кривые — расчетные. В нижней части рисунка приведены сечения упругого рассеяния ( $\alpha + t$ )

относительно больших энергиях возбуждений. В свою очередь, кластерный базис открывает канал развала  ${}^7\text{Li}$  на  $\alpha$  и  $t$  и поэтому дает возможность рассчитать не только энергию нижайших квадрупольных резонансов, но и их ширину, хотя и с определенным завышением, обусловленным неадекватным воспроизведением кластерным базисом коллективной, квадрупольной моды, стабилизирующей резонанс. Теоретические оценки равны соответственно:  $\Gamma_{7/2^-} = 2,6$  МэВ;  $\Gamma_{5/2^-} = 3,1$  МэВ, а экспериментальные значения  $\Gamma_{7/2^-} \simeq 0,1$  МэВ;  $\Gamma_{5/2^-} = 0,9$  МэВ.

Итак, обсуждавшийся нами метод дает очень простые возможности для расчета фаз упругого рассеяния и волновых функций непрерывного спектра при тех энергиях, которые определяются заданным положением узла коэффициентов разложения волновых функций непрерывного спектра по осцилляторному базису.

#### 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ И КВАЗИМОЛЕКУЛЯРНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

К настоящему времени у легких и средних атомных ядер обнаружено немало других резонансов, энергия которых составляет десятки мегаэлектрон-вольт над основным состоянием, а ширина не превышает нескольких сот килоэлектрон-вольт [40]. Резонансы, лежащие ниже кулоновского барьера, обычно связывают с квазимолекулярными (кластерными) структурами [41, 42], а резонансы, расположенные выше кулоновского барьера, часто называют резонансами формы [43], интерпретируя их как возбуждения коллективных мод ядра. Однако существующие сейчас предположения о природе этих узких резонансов не получили пока достаточно убедительных подтверждений. Между тем, по крайней мере для ядер первой половины  $p$ -оболочки, микроскопический подход, одновременно учитывающий степени свободы и коллективных мод, и мод открытых каналов развала ядра, дает возможность исследовать ситуацию и получить количественные ответы на вопросы, касающиеся природы высоколежащих узких резонансных состояний.

Резонансы кластерных степеней свободы явно проявляются в тех случаях, когда после передачи возбужденным ядром всей полученной им энергии одному из кластеров этот кластер не может немедленно покинуть ядро. Препятствием для его вылета являются барьеры, создаваемые или кулоновским взаимодействием, или центробежными эффектами.

Другая предельная ситуация имеет место, если энергия возбуждения ядра передается коллективным степеням свободы. Поскольку тогда все нуклоны оказываются вовлеченными в коллективное, синхронное движение, а на каждый нуклон ядра приходится лишь малая часть общей энергии возбуждения, то ядро в подобных состояниях будет находиться до тех пор, пока энергия возбуждения не перейдет от коллективных к кластерным модам открытых каналов

развала ядра. Время этого перехода должно регулироваться силой связи коллективного и кластерного каналов. При слабой связи коллективные возбуждения будут наблюдаться как узкие резонансы в канале взаимодействия кластеров. При сильной связи резонансы коллективной моды могут стать слишком широкими и практически не наблюдаться в ядерных реакциях (но не в фотоядерных), зато ширины резонансов, обусловленных барьерными эффектами в кластерных каналах, могут заметно уменьшиться.

Для подтверждения всех приведенных выше качественных соображений необходимо включить в количественную схему расчета и кластерные, и коллективные моды одновременно. Рассмотрим теперь, как решаются эти вопросы на основе обобщения идей алгебраической версии МРГ.

Чтобы изучить роль взаимодействия коллективных и кластерных степеней свободы составной нуклонной системы в процессе столкновения двух легких ядер (кластеров), волновую функцию нуклонной системы будем искать в виде ряда

$$\Psi = \sum_{n, \nu} C_{n, \nu} |n, \nu\rangle, \quad (64)$$

где  $C_{n, \nu}$  — подлежащие определению коэффициенты разложения, а  $|n, \nu\rangle$  — многочастичные осцилляторные трансляционно-инвариантные функции базисных состояний с определенным числом  $\nu$  осцилляторных квантов колебаний двух кластеров относительно друг друга и определенным числом  $n$  осцилляторных квантов продольных колебаний квадруполья масс нуклонной системы, составленной из двух кластеров.

Представление базисных функций  $|n, \nu\rangle$  дает возможность следить и за относительным движением двух кластеров составного ядра, и за продольными колебаниями его квадруполья масс. Базис  $\{|n, \nu\rangle\}$  содержит базис коллективной модели  $Sp(2, R)$  и базис стандартного варианта метода резонирующих групп. Так, базис  $\{|n\rangle\}$  коллективной модели  $Sp(2, R)$  мы получим, если положим  $\nu = 0$ :

$$|n\rangle \equiv |n, 0\rangle.$$

В свою очередь, базису  $\{| \nu \rangle\}$  стандартного варианта МРГ соответствует нулевое значение  $n$

$$| \nu \rangle \equiv |0, \nu\rangle.$$

Хорошо известно, что функции  $|0, \nu\rangle$  и  $|n, 0\rangle$  не ортогональны, если  $n = \nu$  (ортогональность этих функций при  $n \neq \nu$  обеспечивает тем, что они принадлежат к состояниям с разным полным числом осцилляторных квантов). Степень неортогональности функций  $|0, \nu\rangle$  и  $|n, 0\rangle$  при  $n = \nu$  определяется величиной их интеграла перекрытия  $\langle 0, \nu | n, 0 \rangle |_{\nu=n}$ .

Анализ интегралов перекрытия базисных функций альфа-кластерного и коллективного каналов проводился в работах [44, 45]

с целью объяснить большую вероятность развала коллективных возбуждений по альфа-кластерному каналу. Однако в этих работах обсуждалась лишь качественная сторона вопроса, поскольку волновая функция возбужденных состояний ядра выбиралась в предельно схематической форме.

Значения интегралов перекрытия коллективных и кластерных базисных функций легко подсчитать с помощью формул (6), (21) и (31), приведенных в разд. 1. Для этого необходимо вычислить  $f$ -ю производную по  $R$ ,  $2n + f$ -ю производную по  $\tilde{R}$  и  $n$ -ю по  $\beta$  от интеграла перекрытия (6) в точке  $R = \tilde{R} = \beta = 0$ , предварительно положив в (6)  $\tilde{\beta} = 0$ . [Напомним, что  $f = A - 4$  для состояний нормальной четности  $\pi = (-1)^A$ , а для состояний аномальной четности  $\pi = (-1)^{A+1}$ ,  $f = A - 3$ .] Полученный результат следует спроектировать на состояние с данным орбитальным моментом и разделить на нормировочные множители (21) и (31). В итоге мы приходим к следующему выражению для интегралов перекрытия:

$$\langle 0, \nu | n, 0 \rangle = \delta_{n\nu} \left( \frac{A_1 A_2}{A} \right)^\nu \sqrt{\frac{B_f}{B_N} \frac{(2n+f)!}{f!} \frac{\Gamma(J)}{\Gamma(J+\nu) \nu!}}, \quad (62)$$

$$N = 2n + f.$$

По-прежнему предполагается, что ядро  $p$ -оболочки состоит из альфа-кластера ( $A_1 = 4$ ) и кластера, число нуклонов в котором  $A_2 = A - 4$ . Значения интегралов перекрытия (62) для состояний нормальной четности ядер  ${}^5\text{He}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^8\text{Be}$  приведены в табл. 7.

Таблица 7. Интегралы перекрытия функций коллективного и кластерного базисов

$n$	$A = 5$	$A = 6$	$A = 7$	$A = 8$
0	1	1	1	1
1	0,840	0,843	0,910	0,894
2	0,726	0,710	0,812	0,792
3	0,640	0,605	0,721	0,670
4	0,574	0,524	0,640	0,619
5	0,521	0,462	0,570	0,551
6	0,479	0,413	0,511	0,492
7	0,443	0,373	0,461	0,443
8	0,413	0,340	0,419	0,401
9	0,385	0,313	0,383	0,365
10	0,365	0,289	0,352	0,334
11	0,346	0,269	0,325	0,307
12	0,329	0,252	0,301	0,283
13	0,313	0,236	0,281	0,262
14	0,299	0,222	0,262	0,244
15	0,287	0,210	0,246	0,227

Из табл. 7 непосредственно следует, что состояния коллективного базиса с малым  $n$  практически не отличаются от состояний кластерного базиса с малыми  $\nu$ . Поэтому при возбуждении квадрупольных колебаний малой амплитуды, когда доминируют базисные состояния с малыми  $n$ , возбуждаются и колебания кластеров относительно друг друга. Но в кластерном канале, кроме кулоновского и центростремительного барьеров нет других причин, чтобы сдерживать систему от развала на два кластера, если только энергия системы превышает пороговую. В итоге коллективные возбуждения малой амплитуды беспрепятственно распадаются на два кластера и трудно ожидать, чтобы они проявили себя явным образом при рассеянии одного кластера на другом.

В то же время при возбуждении коллективных колебаний большой амплитуды начинают доминировать базисные состояния с большими  $n$ , не перекрывающиеся с базисными состояниями кластерных каналов. Поэтому квадрупольные коллективные возбуждения оказываются изолированными от каналов развала ядра и могут проявляться в ядерных реакциях в виде узких резонансов, что и подтверждается теоретическими расчетами.

Для исследования резонансных состояний в ядрах первой половины  $p$ -оболочки использовалось 25 функций  $|n, 0\rangle \equiv |n, \text{кол}\rangle$ ,  $0 \leq n \leq 25$ , базиса коллективных возбуждений (как показали расчеты [4, 5, 17], 25 функций вполне достаточно для корректного описания четырех-пяти нижайших коллективных возбуждений с определенным орбитальным моментом) и 100 функций  $|0, \nu\rangle \equiv |\nu, \text{кл}\rangle$ ,  $1 \leq \nu \leq 100$ , базиса кластерных состояний. Нуклон-нуклонное взаимодействие моделировалось первым вариантом потенциала Бринка — Буккера [21]. Нецентральные силы, а также кулоновское взаимодействие между протонами не учитывались. Осцилляторный радиус подбирался так, чтобы была минимальной энергия порога развала. Конкретные значения  $r_0$  для каждого ядра приведены в табл. 8. Там же приведена и энергия порога.

Таблица 8. Осцилляторные радиусы и энергия порога

A	${}^5\text{He} (\alpha+n)$ ${}^5\text{Li} (\alpha+p)$	${}^6\text{Li} (\alpha+d)$ ${}^6\text{He} (\alpha+2n)$	${}^7\text{Li} (\alpha+t)$ ${}^7\text{Be} (\alpha+{}^3\text{He})$	${}^8\text{Be} (\alpha+\alpha)$
$r_0$ , фм	1,41	1,47	1,45	1,41
$E_{\text{пор}}$ , МэВ	-28,19	-25,36	-34,68	-56,38

Среди множества различных вариантов ортогонализации использованного в расчетах базиса  $\{|n, \text{кол}\rangle, |\nu, \text{кл}\rangle\}$  был выбран такой вариант ортогонализации по Шмидту, в котором функции  $|\nu, \text{кл}\rangle$  кластерного базиса остаются без изменения, а функции  $|n, \text{кол}\rangle$  коллективного базиса перестраиваются так, чтобы они были ортого-

нальными функциям  $|v, \text{кл}\rangle$ . Новые, перестроенные функции  $\overline{|v, \text{кол}\rangle}$  коллективного базиса связаны с исходными функциями этого же базиса  $|v, \text{кол}\rangle$  и функциями  $|v, \text{кл}\rangle$  кластерного базиса простым соотношением

$$\overline{|v, \text{кол}\rangle} = (|v, \text{кол}\rangle - a_v |v, \text{кл}\rangle) / \sqrt{1 - a_v^2},$$

где  $a_v \equiv \langle v, \text{кол} | v, \text{кл} \rangle$ . Система базисных функций  $\{\overline{|v, \text{кол}\rangle}, |v, \text{кл}\rangle\}$  очень удобна для описания состояний непрерывного спектра.

Обобщенный ряд Фурье волновой функции  $\Psi$  ядра по перестроенному базису имеет вид:

$$\Psi = \sum_{v, \alpha} C_{\alpha, v} |v, \alpha\rangle,$$

где индекс  $\alpha$  может быть равным или единице, или двойке. Если  $\alpha = 1$ , то

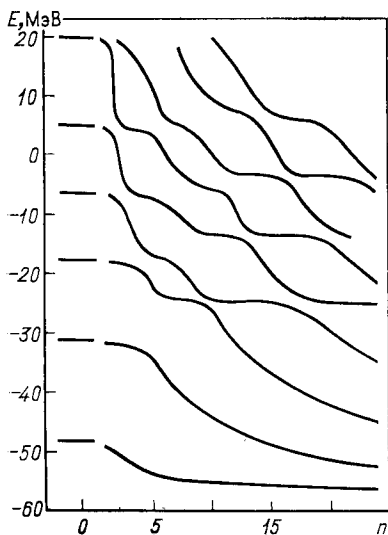
$$|v, 1\rangle \equiv \overline{|v, \text{кол}\rangle},$$

если же  $\alpha = 2$ , то

$$|v, 2\rangle = |v, \text{кл}\rangle.$$

Случай минимального  $v$  составляет исключение, так как тогда функции кластерного и коллективного базисов совпадают. Коэффициенты  $C_{\alpha, v}$  удовлетворяют волновому уравнению исследуемой модели, записанному в представлении базиса  $\{|v, \alpha\rangle\}$ .

Рис. 13. Зависимость энергии коллективных  $0^+$ -возбуждений ядра  ${}^8\text{Be}$  от числа привлекаемых кластерных функций



нализации ее гамильтониана на полном базисе  $\{|v, \alpha\rangle\}$  или на части этого базиса. Особый интерес представляет вопрос об эволюции спектра коллективных возбуждений при изменении числа учтенных базисных функций кластерного канала (рис. 13). На рисунке с левой стороны изображен спектр коллективных  $0^+$ -возбуждений (т. е. возбуждений с нулевым угловым моментом и положительной четностью)  ${}^8\text{Be}$ , полученный в расчете с двадцатью пятью базисными функциями  $|v, 0\rangle \equiv |v, \text{кол}\rangle$ . Затем к этому базису были подключены одна, две, три и т. д. кластерные функции  $|0, v\rangle \equiv |v, \text{кл}\rangle \equiv |v, 2\rangle$ . Кривые на рис. 13 показывают, как изменяются собственные значения многочастичного гамильтониана по мере увеличения кластерного базиса. Разумеется, физический смысл имеют лишь те точки кривых, которые соответствуют целочисленным значениям  $\mu$ , где  $\mu$  — число привлекае-

мых базисных функций  $|\nu, 2\rangle$ . С ростом  $\mu$  энергия основного и первого возбужденного  $0^+$ -состояния монотонно понижается, при этом последнее медленно приближается к порогу. Заметим, что основное состояние при  $\mu \geq 50$  опускается ниже порога. (Напомним, что в данном расчете кулоновское взаимодействие не учитывается и поэтому ядро  ${}^8\text{Be}$  в основном состоянии оказывается связанным.) Второе, третье и прочие возбужденные состояния при некоторых значениях  $\mu$  выходят на плато. Энергия, соответствующая этим плато, и есть энергия резонансных состояний, формирующихся в результате взаимодействия квадрупольных и кластерных мод движения. На основе анализа данных, представленных на рис. 13, можно сделать следующий вывод: при подключении кластерной моды первое возбужденное состояние квадрупольных степеней свободы «растворяется» в непрерывном спектре, а второе, третье и остальные коллективные возбуждения понижают свою энергию и становятся резонансами. При этом понижение энергии коллективных резонансов происходит одновременно с уменьшением энергии основного состояния, поэтому основное состояние и резонансные состояния оказываются расположенными на несколько мегаэлектрон-вольт ( $\sim 8$  МэВ для  ${}^8\text{Be}$ ) ниже соответствующих состояний, полученных в расчетах на базисе коллективных функций. (Заметим, что отсчет энергии ведется от порога полного развала ядра на свободные нуклоны.) Этот вывод подтверждают и результаты расчета фаз упругого  $\alpha - \alpha$ -рассеяния с нулевым угловым моментом (рис. 14). Когда собственные значения выходят на плато, фаза упругого рассеяния обнаруживает резонансное поведение. В то же время в окрестности первого коллективного возбужденного  $0^+$ -состояния [его энергия относительно порога ( $\alpha - \alpha$ )-распада равна 15,03 МэВ] фаза рассеяния ведет себя монотонно, что и иллюстрирует заключение о «растворении» этого состояния в непрерывном спектре\*.

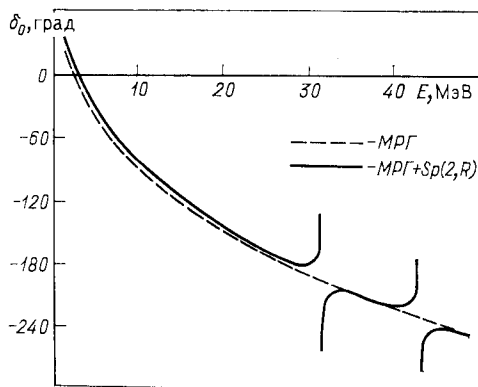


Рис. 14.  $S$ -фаза ( $\alpha + \alpha$ )-рассеяния, рассчитанная в МРГ (пунктирная линия) и в МРГ с учетом коллективных степеней свободы (сплошная линия)

\* Однако детальное исследование ситуации показывает, что в той области энергий непрерывного спектра, где «исчезли» коллективные состояния, теория предсказывает ярко выраженные, широкие максимумы сечений фоторасщепления и радиационного захвата, и поэтому фактически первые коллективные возбуждения перерождаются в гигантские квадрупольные резонансы.

Для уяснения причин, которые приводят к такому результату, обратимся к волновым функциям коллективной модели. Как уже отмечалось выше, интегралы перекрытия базисных функций коллективной и кластерной мод отличны от нуля и поэтому в любой функции коллективного возбуждения  $\{C_{\nu}^{\text{кол}}, \chi\}$  (здесь  $\chi$  — набор квантовых чисел, характеризующий коллективное состояние, а  $C_{\nu}^{\text{кол}}, \chi$  — обобщенные коэффициенты Фурье) с определенным весом присутствуют функции кластерного базиса. Вес кластерных функций в данном состоянии  $\chi$  может быть вычислен по формуле

$$W^{\chi} = \sum_{\nu} [(\nu, \text{кл} | \nu, \text{кол}) C_{\nu}^{\text{кол}}, \chi]^2.$$

Сопоставляя значения весов  $W^{\chi}$  для разных состояний  $\chi$ , можно судить о степени связи коллективных и кластерных мод в этих состояниях.

Т а б л и ц а 9. Вес кластерных состояний, %, в волновых функциях коллективных возбуждений ядер  $p$ -оболочки

A	I <sup>π</sup>	n				
		0	1	2	3	4
5	1 <sup>-</sup>	89,04	39,69	21,24	17,62	18,72
6	0 <sup>+</sup>	83,62	45,38	26,92	21,38	22,49
	2 <sup>+</sup>	84,13	45,66	27,29	22,06	23,14
7	1 <sup>-</sup>	83,59	53,11	34,61	27,54	28,53
	3 <sup>-</sup>	82,61	54,08	35,83	28,92	29,68
8	0 <sup>+</sup>	76,21	49,37	33,66	26,69	26,97
	2 <sup>+</sup>	75,46	49,55	34,11	27,33	28,73

В табл. 9 приведены значения  $W^{\chi}$  для пяти нижайших коллективных возбуждений ряда легчайших ядер  $p$ -оболочки. Вес  $W^0$  кластерных базисных функций в основном состоянии этих ядер составляет 75—90%, а в первом возбужденном — от 40 до 54%. Остальные состояния, которые после подключения кластерной моды становятся резонансами, представлены кластерными функциями не более чем на 35%. Таким образом, чем больше амплитуда коллективных колебаний, тем меньше их связь с кластерной модой. А это, в свою очередь, приводит к образованию узких резонансов с большой энергией возбуждения ( $E > 20$  МэВ). С помощью табл. 9 можно установить тот максимальный вес кластерных функций в коллективном состоянии, при котором последнее еще не «растворяется» в непрерывном спектре. Этот вес составляет около 36% (кластерный вес второго возбужденного 3<sup>-</sup>-состояния в ядре  ${}^7\text{Li}$ ). Из табл. 9 также следует, что коллективное состояние растворяется в непрерывном спектре, если его кластерный вес превышает 40%.



На рис. 15—17 приведены спектры коллективных возбуждений легчайших ядер  $p$ -оболочки, полученные в расчетах с базисом продольных, квадрупольных колебаний, и спектры резонансов, сформировавшихся в результате взаимодействия коллективных и кластерных степеней свободы. На тех же рисунках изображены резонансы, полученные в расчетах с кластерным базисом. Данные, представленные на рисунках, позволяют ответить на вопрос о влиянии коллективной моды на параметры резонансов, порожденных центробежными барьерами. Связь кластерной моды с коллективной значительно

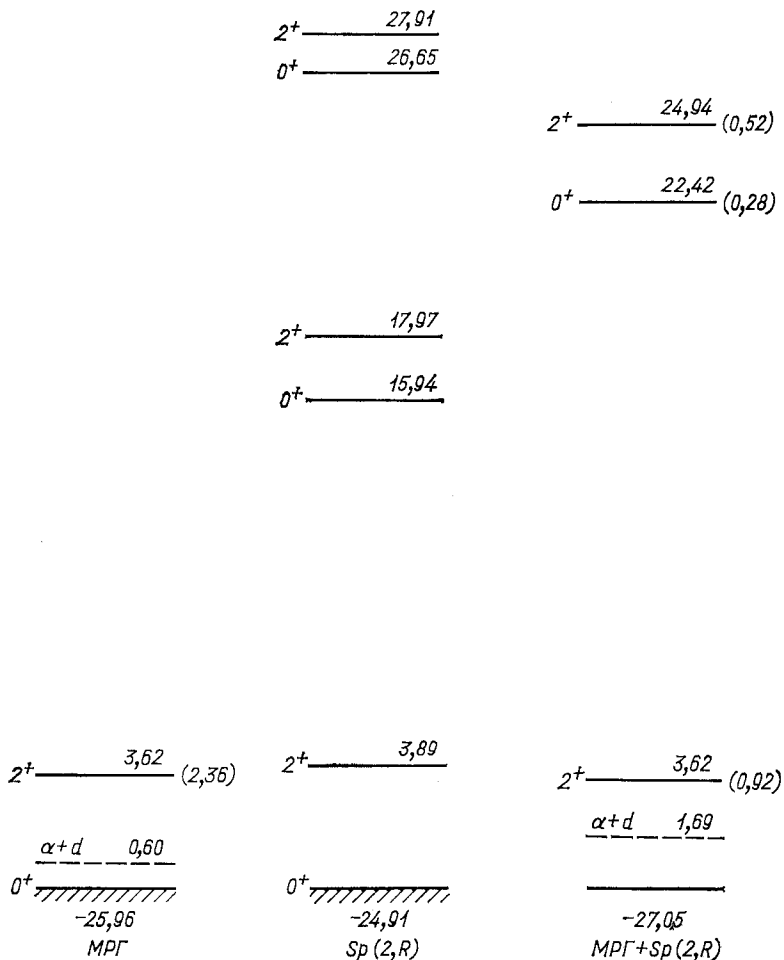


Рис. 15. Спектр коллективных возбуждений и резонансных состояний ядра  ${}^6\text{Li}$  ( ${}^6\text{He}$ )

(в 1,5—2 раза) уменьшает ширину этих резонансов и в меньшей степени — их энергию.

Энергия коллективных резонансов превышает 25 МэВ, а их ширина — не более 1 МэВ. В то же время ширина резонансов, обусловленных центробежными барьерами, почти на порядок больше средней ширины коллективных резонансов и составляет 0,9—3,2 МэВ. С ростом энергии и орбитального момента ширина коллективных резонансов претерпевает небольшие изменения, что объясняется слабой связью коллективных и кластерных мод при энергиях, соответствующих этим резонансам.

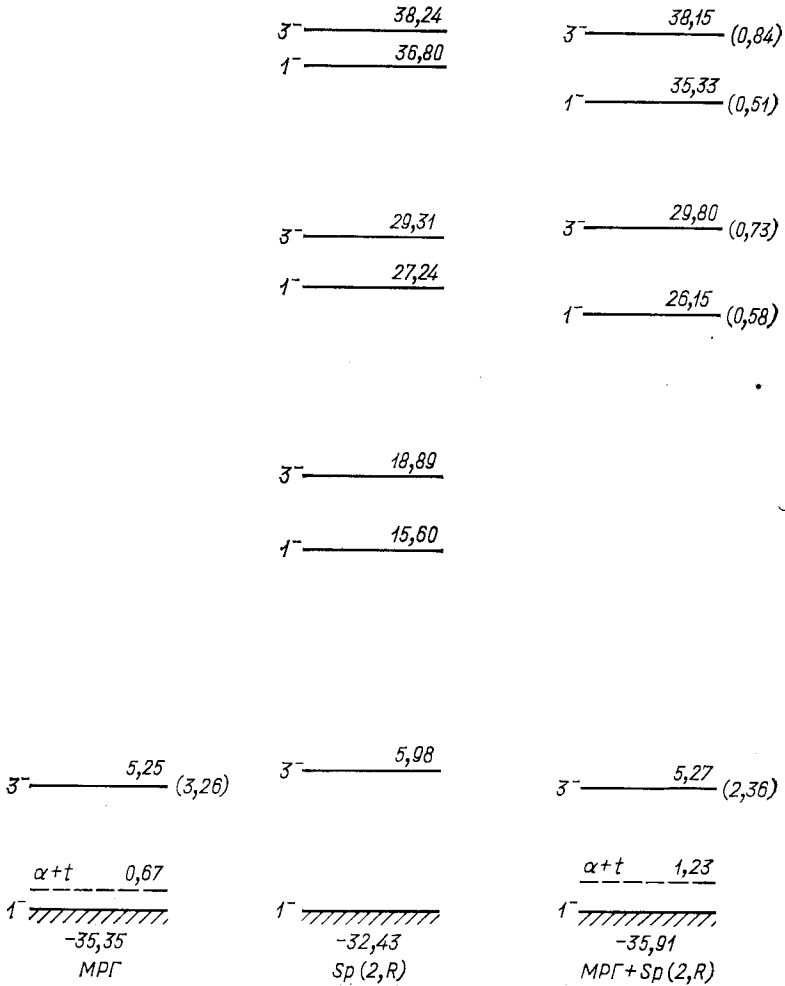


Рис. 16. То же, что на рис. 15, но для ядра  ${}^7\text{Li}$  ( ${}^7\text{Be}$ )

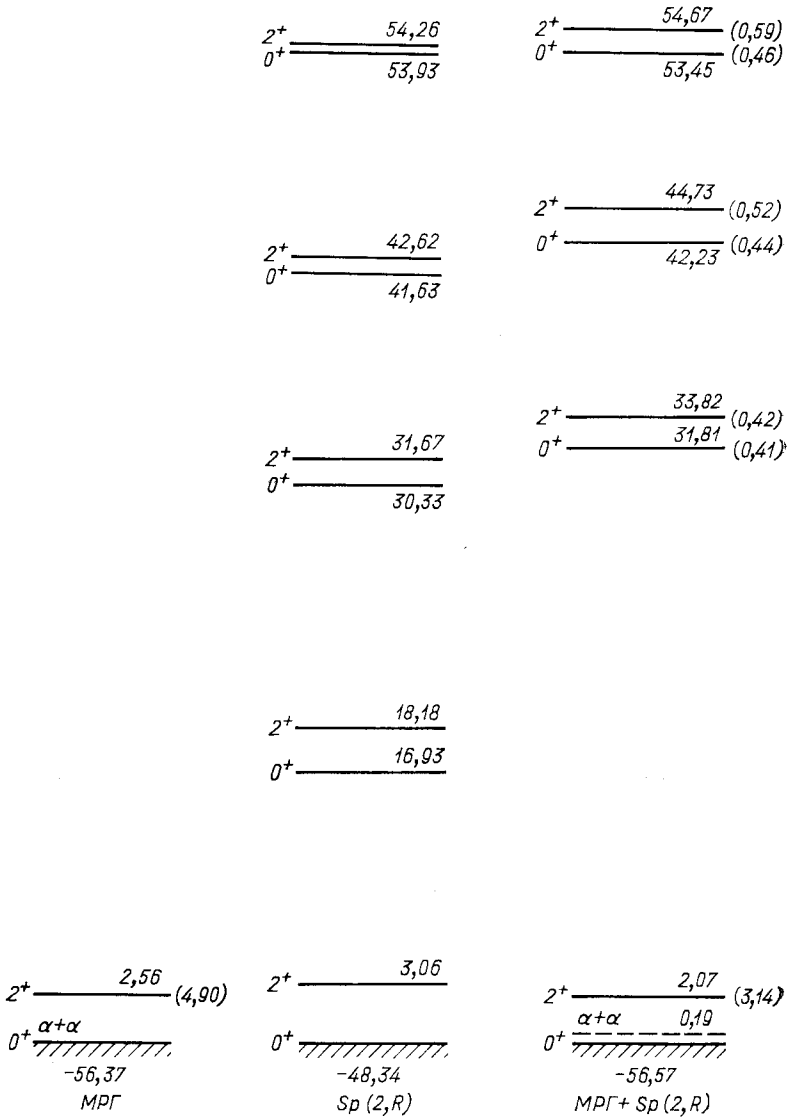


Рис. 17. То же, что на рис. 15, но для ядра  ${}^8\text{Be}$

## 5. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФОТОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Одной из наиболее важных характеристик возбужденных состояний атомного ядра, лежащих в непрерывном спектре, является вероятность электромагнитных переходов в эти состояния из основного состояния ядра. Приведенные матричные элементы оператора электрического дипольного и квадрупольного переходов, как известно, простыми соотношениями связаны с эффективными сечениями фото- и электрорасщепления, а также с сечениями радиационного захвата. Поэтому, зная волновые функции основного состояния и состояний непрерывного спектра и, кроме того, вычисляя приведенные матричные элементы  $E1$ - и  $E2$ -переходов, можно с помощью теории получать информацию непосредственно из экспериментальных данных по фотоядерным реакциям, протекающим при энергиях, превышающих пороговую.

Расчет антисимметризованных волновых функций состояний дискретного и непрерывного спектров для системы двух взаимодействующих кластеров был выполнен в разд. 3, а все необходимые для расчета вероятностей перехода приведенные матричные элементы — в разд. 1. В этом разделе с помощью известного соотношения

$$B(E\lambda; L_1^{\pi_1 e} \rightarrow L_2^{\pi_2 e} E) = \frac{1}{2L_1 + 1} \left[ \sum_{n, n'} C_n^{L_2^{\pi_2 e} E} \langle n' L_2^{\pi_2 e} \| \hat{Q}_\lambda \| n L_1^{\pi_1 e} \rangle C_n^{L_1^{\pi_1 e} e} \right]^2 \quad (63)$$

рассчитаны вероятности  $E0$ -,  $E1$ - и  $E2$ -переходов в ядрах  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$ . Здесь  $\varepsilon$  и  $E$  — отсчитываемая от порога развала энергия соответственно основного состояния и состояния непрерывного спектра, а функции этих состояний  $C_n^{L_2^{\pi_2 e} E}$  и  $C_n^{L_1^{\pi_1 e} e}$  имеют обычную нормировку:

$$\sum_n C_n^{L_2^{\pi_2 e} E} C_n^{L_2^{\pi_2 e} E} = 1; \quad \sum_n C_n^{L_1^{\pi_1 e} E} C_n^{L_1^{\pi_1 e} E'} = \delta(k - k'); \quad (64)$$

$$k = \sqrt{2mE/\hbar^2}.$$

Заметим, что алгебраическая версия МРГ в силу простоты вычислительного алгоритма позволяет исследовать не только вероятности электромагнитных переходов в непрерывный спектр, но и зависимость этих вероятностей от энергии электромагнитного излучения, а также распределение энергетически взвешенных правил сумм по состояниям непрерывного спектра с различной энергией  $E$ .

Исследование монополярного изоскалярного перехода из основного состояния ( $E_{g.s}$ ) в состояние с энергией  $E$  было выполнено в работе [46], где матричные элементы этого перехода рассчитывались для двух ядер —  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^8\text{Be}$ . Оказалось, что вероятности  $B(E0, E_{g.s} \rightarrow E)$  имеют ярко выраженный максимум в области 2–3 МэВ над порогом развала указанных ядер на  $(\alpha + t)$  и  $(\alpha + \alpha)$  соответственно,

а вклад в энергетически взвешенное правило сумм от переходов в эту область достигает примерно 50—70%. Вместе с тем, как уже отмечалось выше, при изучении реакций фоторасщепления и радиационного захвата интерес представляют вероятности  $E1$ - и  $E2$ -переходов, а также зависимость последних от  $E$ .

Для построения этой зависимости необходимы волновые функции  $\{C_n^{L^\pi E}\}$  состояний с произвольной энергией  $E$ , превышающей энергию порога. Такие функции находились в процессе решения системы (53), а в качестве потенциала  $NN$ -взаимодействия был выбран потенциал Бринка — Буккера, содержащий лишь центральные компоненты. Последнее обстоятельство несколько затрудняет непосредственное сравнение свойств состояний ядра, характеризующихся квантовыми числами  $L^\pi$ , с соответствующими экспериментальными данными, однако уже в этом простом приближении можно выявить важные свойства волновых функций  $\{C_n^{L^\pi E}\}$ , и в частности те, которые определяют наиболее характерные черты в поведении  $B(E\lambda)$  по мере роста энергии  $E$ .

Результаты расчетов величин  $B(E\lambda)$  как функций  $E$  представлены на рис. 18—21. Для всех рассмотренных нами мультипольностей вероятности переходов из основного состояния в состояния непрерывного спектра с энергией  $E$  обнаруживают сильную зависимость от  $E$ . Резко возрастающая от нулевого значения в точке  $E = 0$ , они достигают своего максимального значения при энергиях, не превышающих 2 МэВ над порогом развала ядра, причем максимум вероятностей  $E0$ -перехода расположен при несколько меньших энергиях, чем аналогичные максимумы вероятностей  $E1$ -,  $E2$ -переходов.

Достигнув максимального значения, вероятности  $E0$ - и  $E1$ -переходов с ростом энергии убывают до нулевого значения. Так же ведут себя компоненты  $B(E2, L_1^\pi \rightarrow L_1^\pi)$  квадрупольного перехода, в то время как для компонент  $B(E2, L_1^\pi \rightarrow L_1^\pi + 2)$  соответствующие кривые в области энергий  $3 \leq E \leq 4$  МэВ замедляют свое убывание, проходя точку перегиба, и лишь после этого стремятся к нулю. Это замедление, по-видимому, связано с наличием резонанса, обусловленного центробежным барьером. Параметры этого резонанса (его ширина и положение) указаны на рис. 18—21.

Выяснить причины возникновения резонансного пика в зависимостях  $B(E\lambda)$  от  $E$  можно, анализируя волновые функции  $\{C_n^{L^\pi E}\}$  и  $\{C_n^{L^\pi E}\}$  при различных значениях энергии, а также их интеграл перекрытия с приведенными матричными элементами оператора  $\hat{Q}_{\lambda\mu}$ . На рис. 22 представлены функции основного ( $L^\pi = 1^-$ ) и четырех лежащих в непрерывном спектре состояний  ${}^7\text{Li}$  ( $L^\pi = 2^+$ ) с разными энергиями. Основное состояние  ${}^7\text{Li}$  лежит на 0,67 МэВ ниже порога развала на  $\alpha$ -частицу и тритон, а его волновая функция локализована, главным образом, на малых значениях  $n$  и уже при  $n \sim 40 \div 50$  практически обращается в нуль. Когда  $k \rightarrow 0$ , интеграл перекрытия

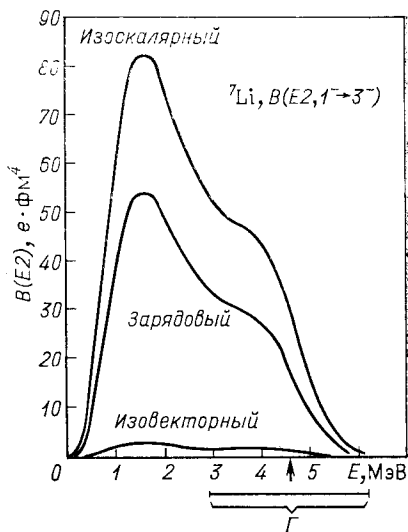
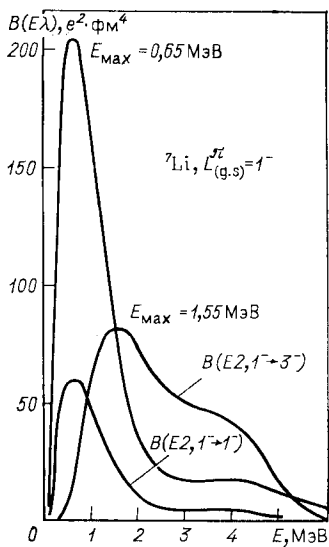


Рис. 18. Зависимость изоскалярных монополярных  $B(E0)$ - и квадрупольных  $B(E2)$ -переходов в ядре  ${}^7\text{Li}$ , связывающих основное  $1^-$ -состояние и состояния непрерывного спектра, от энергии относительного движения фрагментов  $\alpha$  и  $t$

Рис. 19. Изоскалярный, изовекторный и зарядовый квадрупольные  $E2$ -переходы  $B(E2, 1^- \rightarrow 3^-)$  в ядре  ${}^7\text{Li}$ . Внизу стрелкой отмечены энергия ( $E = 4,58$  МэВ) и ширина ( $\Gamma = 3,26$  МэВ) центробежного  $3^-$ -резонанса

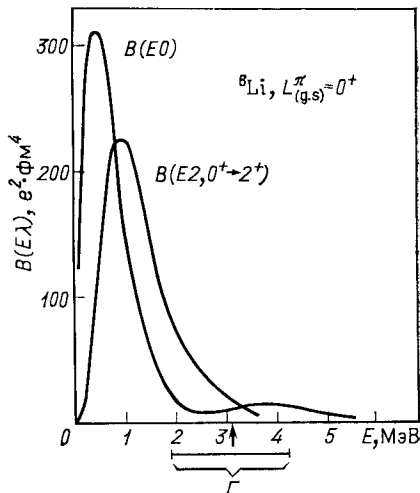
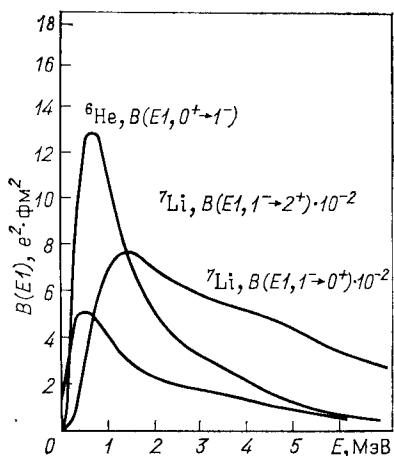


Рис. 20. Вероятность дипольного перехода  $B(E1)$  в ядрах  ${}^6\text{He}$  и  ${}^7\text{Li}$  как функция энергии относительного движения фрагментов  $(\alpha + 2n)$  и  $(\alpha + t)$  соответственно

Рис. 21. Вероятности монополярного и квадрупольного зарядовых переходов в ядре  ${}^6\text{Li}$ . Внизу стрелкой отмечены энергия ( $E = 3,04$  МэВ) и ширина ( $\Gamma = 2,36$  МэВ) центробежного  $2^+$ -резонанса

этой функции с функциями непрерывного спектра асимптотически приближается к нулю как  $k^{2l+2}$ , в результате чего при  $k = 0$  и  $B(E\lambda) = 0$ . Волновая функция состояния  $E_1$  с увеличением  $n$  медленно растет, достигая максимума при  $n \sim 60 \div 70$ , а ее узел лежит при достаточно больших  $n$ . При этом растет и интеграл перекрытия обеих функций, а вместе с ним и сумма (63). Однако по мере роста энергии узел смещается в область меньших  $n$ , и при  $E = 1,5$  МэВ он находится в точке  $n \sim 50$ . В этом случае интеграл перекрытия рассматриваемых функций максимален, так как в той области, где функция  $\{C_n^{2+E}\}$  отрицательна ( $n > 50$ ), практически равна нулю функция основного состояния. Поэтому, в силу знакопостоянства приведенных матричных элементов, при  $E = 1,5$  МэВ максимальным является и значение  $B(E1, 1^- \rightarrow 2^+)$  (см. рис. 20). При дальнейшем увеличении энергии узел функции состояния непрерывного спектра смещается в ту область, где отлична от нуля функция  $\{C_n^{1-\varepsilon}\}$  и в сумму (63) заметный вклад начинают давать отрицательные слагаемые, что, в конечном итоге, и приводит к уменьшению этой суммы. Очевидно, что в пределе очень больших  $E$ , когда функция непрерывного спектра начинает быстро осциллировать, сумма (63) должна стремиться к нулю.

Таким образом, максимум в зависимостях  $B(E\lambda)$  от  $E$  обусловлен общими свойствами функций

$\{C_n^{1-\varepsilon}\}$  и  $\{\tilde{C}_n^{1+E}\}$ , и поэтому он должен наблюдаться во всех рассмотренных нами  $E\lambda$ -переходах. Кроме  $B(E\lambda)$  нами были рассчитаны изоскалярные монопольные и квадрупольные правила сумм, исчерпываемые состояниями непрерывного спектра. Оказывается, что околопороговая область исчерпывает значительную долю не только монопольного правила сумм, как это было впервые показано в работе [46], но и квадрупольного. Так, например, в ядре  ${}^6\text{He}$  ( ${}^6\text{Li}$ ) на интервал энергии от 0 до 4 МэВ над порогом ( $\alpha + d$ ) приходится около 75% квадрупольного правила сумм, причем из них только 15% исчерпываются областью центробежного резонанса, обсуждавшегося выше. Околопороговая область

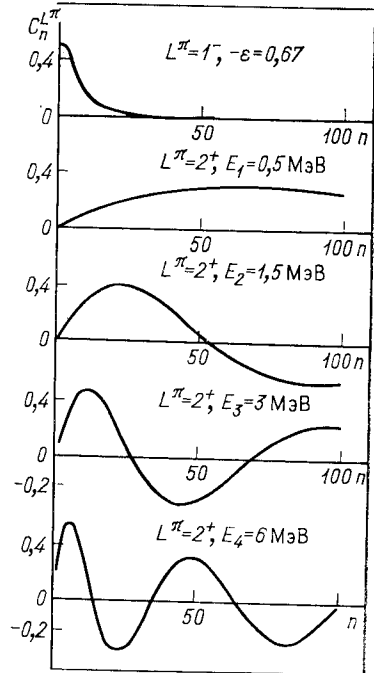


Рис. 22. Волновые функции  $\{C_n^{l, \pi}\}$  основного 1-состояния ядра  ${}^7\text{Li}$  и 2+-состояний в канале  $(\alpha + t)$

( $0 \leq E \leq 7$  МэВ) в  ${}^7\text{Li}$  исчерпывает около 60% квадрупольного правила сумм, из которых на центробежный  $3^-$ -резонанс приходится порядка 20%. В той же области энергий  $E2$ -переход  $1^- \rightarrow 1^-$  исчерпывает около 30% правила сумм.

Сечения фоторазвала  $\sigma_\gamma$  и радиационного захвата  $\sigma_c$  известными соотношениями связаны с вероятностями  $E\lambda$ -переходов:

$$\sigma_c = \frac{16\pi^3 e^2}{\hbar v} \frac{(\lambda + 1) k_\gamma^{2\lambda + 1}}{\lambda [(2\lambda + 1)!!]^2} (2I_i + 1) \frac{1}{k^2} B(E\lambda; I_i E \rightarrow I_f \varepsilon);$$

$$\sigma_\gamma = \frac{8\pi^3 e^2}{\hbar v} \frac{(\lambda + 1) k_\gamma^{2\lambda - 1}}{\lambda [(2\lambda + 1)!!]^2} B(E\lambda; I_i \varepsilon \rightarrow I_f E),$$

где

$$v = \frac{\hbar k}{\mu} = \frac{\hbar k}{m} \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{A_1 A_2}},$$

$I_i$  и  $I_f$  — орбитальные моменты соответственно начального и конечного состояний;  $k_\gamma$  — импульс налетающих (для  $\sigma_\gamma$ ) или испускаемых (для  $\sigma_c$ ) фотонов.

Используя эти соотношения, мы рассчитали сечения радиационного захвата и фоторазвала в ядрах  ${}^6\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$ . Как и соответствующие вероятности переходов, все сечения имеют максимум в околопороговой области и убывают с ростом энергии. На рис. 23 представлены сечения фоторазвала ядра  ${}^7\text{Li}$  на  $\alpha$ -частицу и тритон. Как следует из приведенных зависимостей, при малых энергиях доминирует компонента  $1^- \rightarrow 0^+$ -перехода, но с ростом энергии эта компонента быстро убывает и главный вклад в суммарное сечение  $\sigma_\gamma^\Sigma$  дает  $1^- \rightarrow 2^+$ -переход. Таким образом, при фоторазвале  ${}^7\text{Li}$  максимальным будет выход фрагментов с малой энергией относительного движения. То же можно сказать о процессе радиационного захвата в этом ядре: образование составного ядра  ${}^7\text{Li}$  наиболее вероятно при малых энергиях относительного движения сталкивающихся частиц.

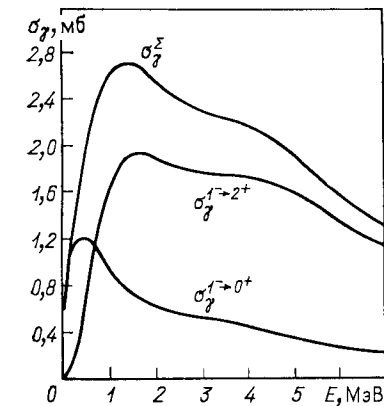


Рис. 23. Сечение фоторасщепления  ${}^7\text{Li}$  ( $\gamma, \alpha$ )  $t$ . Индекс  $L^\pi = 0^+$  и  $L^\pi = 2^+$  у сечения  $\sigma_\gamma^{1^- \rightarrow L^\pi}$  определяет момент и четность выходного ( $\alpha + t$ ) канала, а  $\sigma_\gamma^\Sigma = \sigma_\gamma^{1^- \rightarrow 0^+} + \sigma_\gamma^{1^- \rightarrow 2^+}$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, техника обобщенных когерентных состояний оказывается эффективной при решении многих задач микроскопической теории ядра. Приведенные выше примеры лишь частично



раскрывают возможности этой техники. Следующий этап развития изложенного в обзоре подхода может быть связан с исследованием других проблем микроскопической теории ядра. К числу проблем, решение которых стало реальным на основе техники обобщенных когерентных состояний, относятся многоканальные реакции с участием нескольких ядер в выходных каналах, затем — ядерные и фото-ядерные реакции, сопровождающиеся возбуждением различных коллективных мод, и, наконец, задача полного решения волнового уравнения симплектической модели  $Sp(6, R)$ . Актуальность перечисляемых проблем для микроскопической теории ядра не вызывает в настоящее время сомнений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. — ЭЧАЯ, 1984, т. 15, вып. 6, с. 1338.
2. Aricks F. — Nucl. Phys., 1976, v. A268, p. 347; Aricks F., Broeckhove J., Deumens E. — Nucl. Phys., 1979, v. A318, p. 269.
3. Saurier E., Bourotte-Bilwes B., Abgrall Y. — Phys. Lett., 1973, v. 44B, p. 411.
4. Филиппов Г. Ф., Охрименко И. П. — ЯФ, 1980, т. 32, с. 70.
5. Filippov G. F., Chopovsky L. L., Vasilevsky V. S. — Nucl. Phys., 1982, v. A388, p. 47.
6. Овчаренко В. И., Охрименко И. П., Стещенко А. И. — ЯФ, 1982, т. 35, с. 642.
7. Захарьев Б. Н., Пустовалов В. В., Эфрос В. Д. — ЯФ, 1968, т. 8, с. 406; Пермяков В. П., Пустовалов В. В., Фенин Ю. И., Эфрос В. Д. — Там же, 1971, т. 14, с. 567.
8. Базь А. И., Жуков М. В. — ЯФ, 1972, т. 16, с. 60.
9. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
10. Василевский В. С., Филиппов Г. Ф. — ЯФ, 1981, т. 33, с. 951.
11. Василевский В. С., Смирнов Ю. Ф., Филиппов Г. Ф. — ЯФ, 1980, т. 32, с. 987.
12. Brink D. M. The Alpha-Particle Model of Light Nuclei. International School of Physics «Enrico Fermi». Course 36, 1965, p. 247.
13. Filippov G. F., Vasilevsky V. S., Nesterov A. V. Preprint ITP-82-54E, Kiev, 1982.
14. Василевский В. С., Филиппов Г. Ф. — В кн.: Теоретико-групповые методы в физике. Труды международного семинара. Звенигород, 1982. М.: Наука, 1983, т. 2, с. 255.
15. Василевский В. С., Филиппов Г. Ф., Чоповский Л. Л. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1980, т. 43, с. 2091.
16. Майлинг Л., Плугарж З., Ржизек Н. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976, т. 40, с. 113.
17. Василевский В. С., Коваленко Т. П. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1981, т. 45, с. 80.
18. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Кручинин С. П. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1980, т. 44, с. 2313.
19. Elliott J. P. — Proc. Roy. Soc. Lond. A, 1958, v. 245, p. 128, 562.
20. Volkov A. B. — Nucl. Phys., 1965, v. 74, p. 33.
21. Brink D. M., Boeker E. — Nucl. Phys., 1967, v. 91, p. 1.
22. Gogny D., Pires P., Tourreil R. — Phys. Lett., 1970, v. 32B, p. 591.
23. Охрименко И. П., Стещенко А. И. — ЯФ, 1980, т. 32, с. 381.
24. Филиппов Г. Ф. — ЯФ, 1981, т. 33, с. 928.
25. Ajzenberg-Selove F. — Nucl. Phys., 1979, v. A320, p. 1.

26. Angeli I., Csatos M.— *Atomi Kozelemek*, 1978, v. 20, p. 1.
27. Обуховский И. Т., Смирнов Ю. Ф., Толстой В. Н. и др.— ЯФ. 1973, т. 17, с. 742.
28. Microscopic Method for the Interactions Between Complex Nuclei.— *Progr. Theor. Phys. Suppl.*, 1977, v. 62.
29. Comprehensive Study of Structure of Light Nuclei.— *Progr. Theor. Phys. Suppl.*, 1980, v. 68.
30. Филиппов Г. Ф., Охрименко И. П.— ЯФ, 1980, т. 32, с. 932.
31. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Коваленко Т. П. Препринт ИТФ-81-107Е; В кн.: Микроскопические расчеты легких ядер. Изд-во Калининского гос. ун-та, Калинин, 1982, с. 20.
32. Tang Y. C., LeMere M., Thompson D. K.— *Phys. Rep.*, 1978, v. 47, p. 1.
33. Mailing L., Rižek J., Pluhar Z., Smirnov Yu. F.— *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 1976, v. 2, p. 6.
34. Майлинг Л., Ржизек И., Плугарж З.— *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, 1974, т. 38, с. 2141.
35. Hazi A. H., Taylor H. S.— *Phys. Rev.*, 1970, v. A1, p. 1109; Heller J., Yamani H. A.— *Phys. Rev.*, 1974, v. A9, p. 1201, 1209; Yamani H. A., Fishman L.— *J. Math. Phys.*, 1975, v. 16, p. 410; Lovas R. G., Nagarian M. A. Preprint DL/NUC/P 143T, 1981, Daresbury.
36. Jacobs C. D., Jr., Brown R. E.— *Phys. Rev.*, 1970, v. C1, p. 1615.
37. Boykin W. R., Baker S. D., Hardy D. M.— *Nucl. Phys.*, 1972, v. A195, p. 241.
38. Springer R. J., Tombrello T. A.— *Phys. Rev.*, 1967, v. 163, p. 964.
39. Hardy D. H. e.a.— *Nucl. Phys.*, 1972, v. A195, p. 250.
40. Bromley D. A.— In: Resonances in heavy ion reactions. *Lect. Notes in Physics*, 1982, v. 156, p. 3.
41. Abe Y., Kondo Y., Matsuse T.— *Progr. Theor. Phys. Suppl.*, 1980, N 68, p. 303.
42. Horiuchi H., Ikeda K., Suzuki Y.— *Progr. Theor. Phys. Suppl.*, 1972, N 52, p. 89.
43. Langanke K., Koonin S. E.— *Phys. Lett.*, 1983, v. 123B, p. 21.
44. Hecht K. T., Braunschweig D.— *Nucl. Phys.*, A978, v. A295, p. 34.
45. Харитонов Ю. И., Смирнов Ю. Ф., Слив Л. А.— *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, 1981, т. 45, с. 66.
46. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Нестеров А. В.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 584.