

# РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ ПРИ ИХ ДВИЖЕНИИ В НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

*И. М. Тернов*

Московский государственный университет, Москва

Рассматривается радиационная поляризация электронов и позитронов, возникающая вследствие синхротронного излучения при движении частиц в накопительных кольцах.

Эффект спонтанной ориентации спинов частиц анализируется строгими методами квантовой теории на основе модели движения электронов и позитронов в однородном магнитном поле.

Далее с помощью квазиклассического уравнения эволюции спина изучается влияние фокусирующих свойств поля на динамику спина частиц. Задача о влиянии орбитального движения частицы на процесс поляризации рассматривается применительно к реальной модели движения электронов и позитронов в накопительном кольце.

Проводится обзор экспериментальных методов наблюдения эффекта и обсуждаются вопросы применения поляризованных пучков частиц в физическом эксперименте, включая последние достижения.

The radiation polarization of electrons and positrons due to synchrotron radiation of particles moving in storage rings is considered.

The effect of spontaneous of spins is analysed by rigorous methods of quantum electrodynamics in the framework of the model of electrons and positrons moving in the homogeneous magnetic field.

The influence of the focusing properties of the field on the spin dynamics is investigated on the bases of quasiclassical spin evolution equation. The problem of the influence of the orbital motion on the polarization process as applied to the realistic model of electrons and positrons motion in the storage ring is considered.

The review of the experimental methods of observation of the spin polarization effect is presented and the questions of application of bunches of polarised particles of high energy in physical experiments including the last achievements are discussed.

## ВВЕДЕНИЕ

Интерес к взаимодействию спина электрона с внешним электромагнитным полем возник в начале 30-х годов в связи с первыми попытками объяснения аномального эффекта Зеемана и ряда других экспериментально наблюдаемых явлений, в том числе известных опытов О. Штерна и В. Герлаха. С тех пор теория спина и экспериментальное наблюдение спиновых явлений развивались параллельно, взаимно дополняя друг друга.

Первоначальное развитие теории спина было основано на гипотезе Уленбека и Гаудсмита (1925), в соответствии с которой пола-

галось, что электрон обладает спиновыми механическим и магнитным моментами, не связанными с перемещением частицы в пространстве. Уравнение Паули (1927) заложило основы описания спина, а вслед за тем теория Дирака (1928) утвердила полное единство спиновых и орбитальных свойств движения релятивистских частиц.

Большое значение для дальнейшего развития теории и эксперимента имели исследования влияния внешнего электромагнитного поля на спин частицы. Важная роль здесь принадлежала методу магнитного резонанса, основанному на идее Раби (1938) об одновременном воздействии на магнитный момент постоянного и перпендикулярного к нему более слабого переменного радиочастотного магнитного поля, вызывавшего изменение ориентации магнитного момента частицы. Резонансный характер этого явления открыл возможность достижения высокой точности измерения в физических исследованиях — электронный парамагнитный резонанс, ядерный магнитный резонанс.

Магнитный резонансный метод исследования был применен, в частности, для изучения расщепления уровней сверхтонкой структуры атомарного водорода и дейтерия, что позволило обнаружить отклонение от теории Дирака, которая, как казалось, была наиболее совершенной. Несмотря на малость обнаруженных в эксперименте расхождений с теорией, эти опыты (Дж. Найфе, Е. Нельсон, И. Раби, 1947) имели принципиальное значение. Они послужили основой предположения о том, что электрон обладает аномальным магнитным моментом в дополнение к обычному спиновому магнитному моменту, численно равному магнетону Бора. В 1948 г. Швингер разработал теорию этого явления, объяснив аномальный магнитный момент электрона как результат взаимодействия частицы с электромагнитным вакуумом.

В дальнейшем оказалось, что аномальный магнитный момент электрона существенно влияет на поведение спина частицы во внешнем электромагнитном поле и может вызвать при определенных условиях деполяризацию пучка.

Надо заметить, что проблема создания поляризованных пучков частиц возникла уже давно и привлекала к себе внимание с точки зрения изучения различных внешних воздействий на спин частицы, способных вызвать его преимущественную ориентацию. В 1929 г. Мотт [1] на основе волнового уравнения Дирака рассмотрел задачу о рассеянии электронов на кулоновском поле ядер и впервые нашел, что неполяризованный вначале пучок электронов, в котором спин частиц ориентируется случайным образом, после рассеяния должен поляризоваться. Моттовское рассеяние в дальнейшем было положено в основу одного из методов определения спинового состояния электронов, поскольку сечение рассеяния электронов зависит от ориентации их спинов.

На пути решения задачи создания пучков поляризованных электронов и позитронов серьезный интерес вызвала возможность поля-

ризации этих частиц при их движении в накопительных кольцах. Важным фактором, объясняющим этот довольно сложный процесс установления преимущественной ориентации спина частиц, явилось синхротронное излучение, способное вызвать квантовые переходы, связанные с изменением ориентации спина и обладающие особой асимметрией в зависимости от поляризации частицы.

В результате воздействия синхротронного излучения при длительной циркуляции электронов и позитронов в магнитном поле накопительного кольца возникает направленный процесс ориентации спина частиц: спины электронов ориентируются против магнитного поля, а спины позитронов — в противоположном направлении (рис. 1).

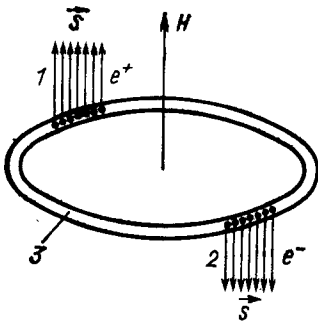


Рис. 1. Схема радиационной поляризации сгустков позитронов (1) и электронов (2), движущихся в камере накопительного кольца (Ж). Стрелками  $\vec{s}$  показано направление спина

Кинетика процесса радиационной поляризации неполяризованного вначале пучка электронов определяется формулой

$$P(t) = \frac{8\sqrt{3}}{15} (1 - e^{-t/\tau}),$$

в которой время поляризации

$$\tau = \frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{\hbar^2}{mce^2} \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 \left( \frac{H_0}{H} \right)^3.$$

(Здесь  $E$  — энергия электрона,  $H_0 = m^2c^3/e\hbar = 4,4 \cdot 10^{13}$  Э — так называемое швингеровское значение магнитного поля.) Таким образом, неполяризованный вначале пучок электронов через сравнительно большой промежуток времени  $\tau$  оказывается поляризованным, причем степень его поляризации  $P(t)$  стремится к предельному значению:

$$P(\infty) = 8\sqrt{3}/15 = 0,924.$$

Простая оценка времени поляризации показывает, что для электронов с энергией 1 ГэВ оно имеет порядок 1 ч и далее быстро падает с ростом энергии. Поэтому реальное наблюдение процесса поляризации возможно в накопительных кольцах, где частицы движутся

длительное время в условиях компенсации потерь энергии на излучение (см. [2]).

Эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах был предсказан автором этой статьи [3] (1961) (см. также работу [5], опубликованную после защиты диссертации [3]) и строго установлен теоретически совместно с А. А. Соколовым [4] (1963) \*. С тех пор прошло уже более 20 лет и тем не менее интерес к этому необычному и неожиданному явлению не только не исчез, но за последние годы проявляется в возрастающей степени.

Это объясняется прежде всего тем, что накопительные кольца явились естественным (и в настоящее время уникальным) источником релятивистских электронов и позитронов с ориентированным спином. Эффект радиационной поляризации открыл новые возможности физического эксперимента по наблюдению явлений, связанных с внутренней степенью свободы частиц — спином.

На раннем этапе изучения спиновых явлений считалось, что роль спина во взаимодействиях частиц не является существенной. Однако в дальнейшем эта точка зрения претерпела изменение. Поляризация частиц уже в недавнем прошлом открыла возможность получения совершенно уникальной информации о законах природы. Достаточно вспомнить известные эксперименты по  $\beta$ -распаду поляризованных ядер, в которых было обнаружено фундаментальное явление несохранения четности в слабых взаимодействиях. После опытов по  $\beta$ -распаду поляризованных ядер во многих физических лабораториях мира был проявлен большой интерес к поляризованным мишеням и поляризованным пучкам частиц как к новым источникам информации о механизме взаимодействия частиц — изучению спиновой зависимости явлений.

В этой связи следует упомянуть о том, что эксперименты с поляризованными электронами и позитронами делают особо информативным процесс их превращения в адроны, поскольку этот процесс существенно зависит от поляризации сталкивающихся пучков. Изучение спиновых корреляций дает возможность исследования структурных функций адрона, а также помогает в выборе между различными моделями взаимодействия (см. [6]). Важность этого направления исследований подчеркивается современным развитием квантовой хромодинамики (КХД) и большими достижениями эксперимента.

Применение пучков электронов и позитронов с ориентированным спином имеет важное значение в опытах по физике слабых взаимодействий, поскольку эти процессы также существенно зависят от спиновых корреляций. Сейчас есть полные основания предполагать, что спиновые эффекты при больших энергиях частиц будут вносить большой вклад в динамику их взаимодействия. Возрастающий инте-

\* В 1973 г. этот эффект был зарегистрирован в государственном реестре открытий СССР за № 131 с приоритетом от 1963 г. (по дате публикации работы [4]).

рес к физике поляризационных явлений характерен проведением ряда международных симпозиумов, посвященных этой тематике (V Международный симпозиум по спиновым явлениям в физике высоких энергий — Брукхейвен, 1982; Международный семинар по спиновым явлениям в ИФВЭ — Серпухов, 1984; VI Международный симпозиум по поляризационным явлениям в ядерной физике — Осака, Япония, 1985).

В связи с развитием исследований по изучению поляризационных явлений — нового раздела физики высоких энергий — стала особенно актуальной задача разработки источников быстрых поляризованных частиц. В решении этой задачи в течение длительного времени не существовало прогресса. Существующие способы поляризации могли обеспечить лишь нерелятивистскую область энергий. Это прежде всего электроны  $\beta$ -распада — они продольно поляризованы, далее, как уже отмечалось, поляризация частиц, возникающая в процессе их рассеяния, и, наконец, ориентация спинового магнитного момента частиц путем воздействия на их комбинациями электрического и магнитного полей. Все эти методы были ограничены в своих возможностях: они оказывались применимыми только в нерелятивистской области энергий и, кроме того, давали недостаточную степень поляризации пучков, а также их слабую интенсивность.

Было очевидно, что важная задача получения релятивистских пучков поляризованных электронов и позитронов оставалась нерешенной, и любой прогресс в этом направлении имел бы большое значение. В связи с этим возникла мысль о возможности ускорения пучка поляризованных вначале частиц до высоких энергий. В этой проблеме, однако, имеются свои трудности: нужен был источник частиц с заданной поляризацией, причем источник интенсивных пучков. Кроме того, поскольку частицы в ускорителе проходят огромный путь, необходимо было проанализировать возможные деполаризующие факторы: возникновение резонансов, влияние неоднородности поля вдоль траектории частицы, роль аномального магнитного момента частиц.

Открытие эффекта радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах [4] явилось существенным прогрессом в решении задачи о создании пучков легких поляризованных частиц высокой энергии. Действительно, в процессе движения электронов и позитронов в накопителе частицы становятся поляризованными, уже имея при этом высокую энергию. Более того, сам процесс поляризации становится эффективным только в области релятивистских значений энергии частиц. В связи с этим отпадает необходимость в решении задачи об ускорении нерелятивистских частиц с ориентированным спином до больших значений энергии. Следует также обратить внимание на то, что радиационная поляризация не вносит каких-либо изменений в свойства пучков частиц: не влияет на плотность частиц в пучке, не вызывает разброса энергетических параметров. В процессе радиационной поляризации

электронные и позитронные пучки приобретают ориентированный спин, практически не изменяя своих характеристик орбитального движения.

Через несколько лет после теоретического установления эффект радиационной поляризации электронов был подтвержден экспериментально во Франции (Орсэ), в Новосибирске в Институте ядерной физики (ИЯФ) СО АН СССР и несколько позже в США и ФРГ. Экспериментальные наблюдения послужили импульсом к изучению и развитию теории этого интересного явления применительно к реальным условиям движения частиц в накопительных кольцах.

В рассмотренной нами совместно с А. А. Соколовым [4], а также В. Г. Багровым и Р. А. Рзаевым [7] задаче эффект радиационной поляризации был установлен и изучен для случая движения частиц в постоянном и однородном магнитном поле. При этом был избран метод «точных решений», в соответствии с которым состояния электрона в магнитном поле описывались точными решениями уравнения Дирака, а взаимодействие электрона с электромагнитным полем излучения рассматривалось методами квантовой электродинамики. Подобный подход к решению задачи позволил выявить ряд принципиально новых физических эффектов, к числу которых относятся и эффект радиационной поляризации.

Постановка задачи о движении и излучении заряда в постоянном и однородном магнитном поле в известной степени является неплохой моделью движения электронов и позитронов в накопительном кольце. Однако в условиях движения частиц в реальных накопительных установках возникает много дополнительных факторов, влияющих на устойчивость ориентации их спина и способных вызвать деполяризацию пучка. В ряде работ, выполненных учеными ИЯФ СО АН под руководством А. Н. Скринского (см. [8, 9]), был развит метод квазиклассического описания явления радиационной поляризации, с помощью которого был проведен детальный анализ влияния конкретных условий движения заряда в накопительном кольце на процесс поляризации.

Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования показали, что при выполнении определенных условий можно обеспечить действие механизма радиационной поляризации пучков электронов и позитронов и в реальных накопителях частиц. При этом в целом итог этих исследований весьма оптимистичен: вплоть до энергий электронов 100 ГэВ оказывается возможным обеспечить устойчивую поляризацию пучков частиц, близкую к модели однородного поля.

Таким образом, были выявлены и установлены широкие возможности получения поляризованных частиц высокой энергии, а также управления процессом поляризации и использования быстрых частиц с ориентированным спином. Все это создает хорошие предпосылки к развитию физики поляризационных явлений, поскольку применение поляризованных частиц значительно расширяет возможности экспе-

Таблица действующих накопительных колец — источников поляризованных электронов и позитронов

Наименование	Местоположение	E, ГэВ	R, м	J, мА
АСО	Франция, Орсе	0,55	1,1	100
ВЭПП-2 М	СССР, Новосибирск	0,67	2	100
SPEAR	США, Станфорд	4	12,7	60
ВЭПП-4	СССР, Новосибирск	6	33	100
DORIS	ФРГ, Гамбург	7,5	12,1	100
PEP	США, Станфорд	15	170	100
PETRA	ФРГ, Гамбург	22,5	200	90

риментатора. Приведем краткие данные о современных накопителях, на которых проводятся эксперименты по применению поляризованных пучков электронов и позитронов.

#### 1. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Открытие эффекта радиационной поляризации электронов оказалось возможным благодаря реализации программы последовательного и широкого исследования квантовых эффектов в условиях макроскопического движения релятивистских электронов в магнитном поле. Развивая квантовую теорию синхротронного излучения (см. [2]), целесообразно исходить из общих основ квантовой релятивистской механики и квантовой электродинамики, применяя метод точных решений уравнения Дирака. В соответствии с этим методом волновая функция, описывающая квантовые состояния электрона, подчиняется уравнению Дирака

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \{c(\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{P}}) + \rho_3 mc^2 + e\Phi^{\text{ext}}\} \Psi(\mathbf{r}, t),$$

где  $\hat{\mathbf{P}} = -i\hbar \nabla - \frac{e}{c}(\mathbf{A}^{\text{ext}} + \mathbf{A}^{\text{KB}})$  — обобщенный импульс, а  $\mathbf{A}^{\text{ext}}$  и  $\mathbf{A}^{\text{KB}}$  относятся соответственно к внешнему электромагнитному полю  $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}^{\text{ext}}$ ,  $\mathbf{E} = -\text{grad } \Phi^{\text{ext}} - \frac{1}{c} \dot{\mathbf{A}}^{\text{ext}}$  и квантованному поперечному полю излучения  $\mathbf{A}^{\text{KB}}$  ( $\text{div } \mathbf{A}^{\text{KB}} = 0$ ).

Обычная теория возмущений, предполагающая решения уравнения Дирака в виде разложения волновой функции в ряд по внешнему полю ( $\mathbf{A}^{\text{ext}}$ ,  $\Phi^{\text{ext}}$ ), здесь неприменима, так как эффекты, связанные с внешним полем (в особенности в случае сильного поля) могут быть существенно нелинейными. Вместе с тем процессы, происходящие с электроном в связанном состоянии при его взаимодей-

ствии с электромагнитным полем излучения (константа взаимодействия  $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$ ), можно при этом рассматривать по теории возмущений, имея в виду точное определение волновой функции «нулевого» приближения в связанном состоянии. Таким образом, в уравнении Дирака внешнее электромагнитное поле  $A^{\text{ext}}$ ,  $\Phi^{\text{ext}}$  учитывается точно, а  $A^{\text{кв}}$  — квантованное поле излучения — по теории возмущений.

При таком подходе все разложения в теории возмущений производятся по полной системе волновых функций  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ , являющихся точными решениями уравнения Дирака для электрона в связанном состоянии. Впервые в задаче о синхротронном излучении этот метод был предложен А. А. Соколовым [10] (1949). Позже метод точных решений получил название картины Фарри (1951), который показал, что формализм Фейнмана — Дайсона можно обобщить на случай, когда электрон не свободен, а находится в связанном состоянии [11].

Метод точных решений дает возможность учесть любые значения напряженностей внешнего поля. В частности, в случае магнитного поля в силу устойчивости вакуума допустимо рассматривать даже значения поля больше критического,  $H > H_{\text{кр}} = m^2 c^3 / e \hbar = 4,41 \times 10^{13}$  Э, существующие, по-видимому, в глубине пульсаров.

**Движение электрона в однородном магнитном поле. Волновая функция.** Рассмотрим волновую функцию электрона, движущегося в постоянном и однородном магнитном поле, которое будем полагать для определенности направленным по оси  $z$  цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$ , наиболее естественным образом связанной с характером движения электрона. Как известно, в квантовой механике необходимо иметь набор четырех независимых величин для характеристики состояния. Поэтому нужно выбрать четыре оператора, каждый из которых коммутирует с оператором Гамильтона и является интегралом движения, тогда все эти операторы будут иметь общие волновые функции.

В задаче о движении электрона в однородном магнитном поле можно потребовать, чтобы волновая функция была бы собственной для следующих операторов:

1. Энергии

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi = E\Psi \quad \hat{\mathcal{H}} = c(\alpha\hat{P}) + \rho_3 mc^2. \quad (1)$$

2. Проекция импульса на направление поля

$$\hat{P}_3\Psi = p_3\Psi. \quad (2)$$

3. Проекция полного момента на направление поля

$$\hat{J}_3\Psi = \hbar \left( l - \frac{1}{2} \right) \Psi. \quad (3)$$

Для определения спинового состояния — разделения решений уравнения Дирака по состояниям поляризации необходим четвертый



оператор, коммутирующий с гамильтонианом, — оператор поляризации. В качестве такого оператора здесь мы рассмотрим трехмерный вектор — оператор спина, который для свободной частицы имеет вид

$$\sigma^0 = \rho_3 \sigma - (\sigma \mathbf{p}) \mathbf{p} (\rho_3 - \hat{\mathcal{H}}/E)/p^2. \quad (4)$$

Этот оператор, впервые введенный Штехом [12], является единичным: его проекция на любое направление в пространстве  $s$  ( $|s| = 1$ ) удовлетворяет требованию

$$(\sigma^0 s) (\sigma^0 s) = 1. \quad (5)$$

Как это видно из (4), в системе покоя частицы трехмерный вектор спина  $\sigma^0$  равен  $\sigma$  в направлении движения частицы (продольная поляризация) и  $\rho_3 \sigma$  в направлении, перпендикулярном движению (поперечная поляризация). Поскольку таким образом  $\sigma^0$  (4) является унитарным преобразованием обычного оператора спина, собственные значения  $(\sigma^0 s)$  совпадают с собственными значениями оператора спина в системе покоя. Поэтому волновая функция преобразуется из системы покоя в лабораторную систему с помощью преобразований Лоренца безотносительно к состояниям поляризации: поляризация остается неизменной во всех системах отсчета (см. [13]).

Заметим далее, что «на решениях» уравнения Дирака  $\hat{\mathcal{H}}\Psi = E\Psi$  вид оператора  $\sigma^0$  может быть несколько изменен: с помощью (1) можно получить его обобщение на случай движения частицы в магнитном поле. Действительно, заменяя в соответствии с общими правилами  $\mathbf{p}$  на обобщенный импульс  $\mathbf{P} = \mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$ , получаем:

$$\sigma^0 = \rho_3 \sigma + \rho_1 c \hat{P}_1 / E - \rho_3 \frac{c^2 \hat{P}_3 (\sigma \hat{P})}{E + mc^2}. \quad (6)$$

Однако теперь при движении электрона в магнитном поле, в отличие от движения свободной частицы в общем случае,  $\sigma^0$  не коммутирует с гамильтонианом. Но тем не менее можно найти интеграл движения: сохраняется проекция  $\sigma^0$  на направление движения электрона  $\hat{\sigma P}/P$  и проекция  $\sigma^0$  на направление магнитного поля:

$$\sigma_3^0 = \rho_3 \sigma_3 + \rho_1 c \hat{P}_3 / E - \rho_3 \frac{c^2 \hat{P}_3 (\sigma \hat{P})}{E + mc^2}. \quad (7)$$

Выбирая теперь  $\sigma_3^0$  в качестве оператора поляризации (поперечная поляризация) и подчиняя волновую функцию требованию быть собственной для этого оператора [см. (1) — (3)]

$$\sigma_3^0 \Psi = \zeta \Psi, \quad (8)$$

где  $\zeta = \pm 1$  определяет ориентации спина электрона соответственно вдоль магнитного поля и противоположно ему, получаем возможность определения всех необходимых чисел, характеризующих

состояние:  $E_n$  (число  $n$ ),  $p_3$ ,  $l - \frac{1}{2}$ ,  $\zeta$ . Поэтому волновая функция — точное решение уравнения Дирака — может быть записана в виде

$$\Psi_{n\hbar k_3 \zeta}(\mathbf{r}, t) = (2\pi L)^{-1/2} \exp \left[ -ic\mathcal{K}t + ik_3 z + i \left( l - \frac{1}{2} \right) \varphi \right] f, \quad (9)$$

где

$$f = \sqrt{\gamma(1 + k_0/\mathcal{K})} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}; \quad S_{1,2} = \begin{pmatrix} C_{1,3} I_{n-1,s}(\gamma r^2) e^{-i\varphi/2} \\ C_{2,4} I_{n,s}(\gamma r^2) e^{i\varphi/2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

В этих формулах функция Лагерра  $I_{n,s}(x)$  связана с полиномами Лагерра  $Q_s^{n-s}(x)$  (см. [2]) при помощи соотношения

$$I_{n,s}(x) = \frac{1}{\sqrt{n!s!}} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n-s}{2}} Q_s^{n-s}(x). \quad (11)$$

причем  $\gamma = eH/2c\hbar$ ,  $k_0 = mc/\hbar$ ,  $E = c\hbar\mathcal{K} = c\hbar \sqrt{k_0^2 + k_3^2 + 4n\gamma}$  — энергия электрона;  $\hbar k_3$  — импульс электрона вдоль поля;  $n = l + s$  — главное квантовое число, равное сумме орбитального  $l = 0, 1, 2 \dots$  и  $s = 0, 1, 2 \dots$  радиального квантовых чисел. Спиновые коэффициенты определяются из уравнения (9) и имеют вид (см. также [14]):

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1+\zeta}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k_3/(\mathcal{K} + k_0) \\ \sqrt{4n\gamma}/(\mathcal{K} + k_0) \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{1-\zeta}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{4n\gamma}/(\mathcal{K} + k_0) \\ k_3/(\mathcal{K} + k_0) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Как это видно из выражения для спиновых коэффициентов при переходе в систему покоя, решения (12) переходят в паулиевские волновые функции, которые соответствуют двум альтернативным ориентациям спина по отношению к внешнему магнитному полю. Такой подход развивался нами в ранних исследованиях спиновых эффектов (см. [3]).

Заметим, что введение оператора  $\sigma^0$  с целью описания спиновых свойств электрона не является единственной возможностью. Мало того, сам этот оператор вызывает известное чувство неудовлетворенности — он является нековариантным и преобразуется при переходе к новой лоренц-системе координат по особым правилам. Наряду с оператором с целью описания спиновых свойств электронов и позитронов можно ввести также ковариантные операторы: четырехмерный псевдовектор спина  $S^\nu$  и тензор поляризации  $\Pi_{\mu\nu}$  (см. [2, 14]).

Все эти операторы являются инвариантным обобщением единичного вектора спина  $\sigma^0$  и получаются его преобразованием из системы покоя в лабораторную систему. Поэтому все три способа описания спина свободного электрона:  $\sigma^0$ ,  $S^v$ ,  $\Pi_{\mu\nu}$  являются полностью эквивалентными. В связи с этим заметим, что в задаче о движении электрона в однородном магнитном поле в качестве оператора поляризации, позволяющего разделить решения уравнения Дирака по спиновым состояниям наряду с  $\sigma_3^0$ , можно также выбрать коммутирующие с гамильтонианом проекции:

$$\hat{\mu}_3 = \sigma_3 + \frac{1}{mc} \rho_2 [\sigma \hat{P}]_3 \quad \text{и} \quad S^3 = \rho_3 \sigma_3 + \rho_1 \hat{P}_3 / mc, \quad (13)$$

являющиеся интегралами движения. В работе [4] разделение по спину было проведено с помощью оператора  $\hat{\mu}_3$ , представляющего собой компоненту тензора  $\Pi_{\mu\nu}$ .

**Квантовые переходы с переворотом спина. Эффект радиационной поляризации электронов.** Рассмотрим взаимодействие электрона, движущегося в магнитном поле, с электромагнитным полем излучения. В наиболее последовательной постановке этой задачи следует рассматривать взаимодействие двух квантовых систем: электрона, описываемого с помощью волновой функции, подчиняющейся уравнению Дирака, и квантованного поля фотонов. Тогда энергия взаимодействия электрона с полем фотонов  $U^{вз}$  имеет вид:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}^0 + U^{вз} = c(\alpha \hat{P}) + \rho_3 mc^2 + U^{вз}, \quad (14)$$

$$U^{вз} = e_0 L^{-3/2} \sum_{\kappa} \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{\kappa}} (\hat{a}^{\kappa+}) \exp(i\kappa x t - i\kappa r), \quad (15)$$

где операторы рождения фотонов  $\hat{a}^+$  и аннигиляции  $\hat{a}$  подчиняются перестановочным соотношениям бозе-поля.

Уравнение Дирака (14) следует решать далее методом теории возмущений, предполагая, что волновая функция в «нулевом» приближении является точным решением уравнения Дирака для частицы в магнитном поле. Для переходов  $E_n \rightarrow E_{n'}$  ( $E_n > E_{n'}$ ), связанных с излучением, вероятность переходов в единицу времени можно получить с помощью общего метода:

$$dw_{nn'} = \frac{e^2}{2\pi \hbar} \int \frac{d^3 \kappa}{\kappa} \delta(\kappa - \kappa_{nn'}) \Phi, \quad (16)$$

где  $\hbar \kappa_{nn'} = E_n - E_{n'}$  — изменение энергии при квантовом переходе (правило частот Бора), а  $\Phi = \Phi_\sigma + \Phi_\pi$  связано с поляризацией излучения. В частности,

$$\Phi_\sigma = \bar{\alpha}_1 \alpha_1^{\dagger} \quad (17)$$

характеризует  $\sigma$ -компоненту излучения. Электрический вектор поля излучения в этой компоненте лежит в плоскости орбиты вращения электрона. Другая компонента излучения

$$\Phi_{\pi} = (\bar{\alpha}_2 \cos \theta - \bar{\alpha}_3 \sin \theta)^2 \quad (18)$$

соответствует  $\lambda$ -компоненте, характерной тем, что электрический вектор поля излучения направлен перпендикулярно плоскости вращения частицы. Матричные элементы  $\bar{\alpha}$  матриц Дирака определены по функциям (9)—(11) невозмущенной задачи

$$\bar{\alpha} = \int \Psi_{n's'h'_3r}^+ \alpha \exp(-i\mathbf{kr}) \Psi_{nsh_3r} d^3x. \quad (19)$$

Рассмотрим теперь величину матричных элементов матриц Дирака, предполагая переходы, сопровождающиеся переворотом спина, т. е. когда в формуле (19) спиновый индекс у волновой функции выбран в виде:  $\zeta' = -\zeta$ . Соответствующие точные формулы для случая разделения спиновых состояний с помощью оператора  $\sigma^0$  были приведены впервые в [3]. Аппроксимируя функции Лагерра  $I_{nn'}$  с помощью функций Бесселя индекса  $1/3$  (функции Макдональда  $K_{\mu}$ ) (см. [2]), получаем:

$$\left. \begin{aligned} |\bar{\alpha}_1|^{\uparrow\downarrow} &= |\bar{\alpha}_2|^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2\pi \sqrt{3}} \left| \frac{k'_3}{\mathcal{H}} \right| K_{1/3}(z) I_{ss'}(x) \delta_{k'_3, -\kappa \cos \theta}; \\ |\bar{\alpha}_3|^{\uparrow\downarrow} &= \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2\pi \sqrt{3}} \xi y \{ \sqrt{\varepsilon} K_{2/3}(z) + \zeta \sqrt{\varepsilon_0} K_{1/3}(z) \} I_{s,s'}(x) \times \\ &\quad \times \delta_{k'_3, -\kappa \cos \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В этих формулах начальный импульс электрона вдоль магнитного поля считается равным нулю:  $k_3 = 0$ ;

$$z = \frac{1}{2} y \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{3/2}, \quad \xi = \frac{3}{2} \frac{H}{H_0} \frac{E}{mc^2}, \quad y = \frac{2}{3} v \varepsilon_0^{3/2}, \quad \frac{k'_3}{\mathcal{H}} = -\xi y \cos \theta$$

связаны с номером гармоники  $\nu = n - n'$ , по которому предполагается суммирование, замененное здесь ввиду квазинепрерывного спектра интегрированием по  $y$ . Далее здесь  $\varepsilon = 1 - \beta^2 \sin^2 \theta$ ,  $\varepsilon_0 = 1 - \beta^2$ ; дельта — символ Кронекера  $\delta_{k'_3, -\kappa \cos \theta}$  — отражает закон сохранения импульса вдоль поля — эффект «отдачи» при испускании фотона, а функция Лагерра  $I_{ss'}(x)$  от аргумента  $x = \kappa^2 \sin^2 \theta / 4\gamma$  характеризует эффект отдачи в направлении радиуса орбиты. Этот множитель выпадает в окончательных формулах, так как матричные элементы матриц Дирака не зависят от радиального квантового числа  $s'$ , а сумма

$$\sum_{s'} I_{ss'}^2(x) = 1. \quad (21)$$

Имея далее в виду, что  $\kappa/\mathcal{K} = \xi y$ , для дифференциальной вероятности переходов с переворотом спина получаем

$$\frac{dw^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega dy} = \frac{3}{32} \frac{1}{\pi^3} \frac{e^2}{\hbar R} \frac{1}{e_0^3} \xi^2 y^2 e [\cos^2 \theta K_{1/3}^2 + (V \bar{\epsilon} K_{2/3} + \zeta V \bar{\epsilon}_0 K_{1/3})^2]. \quad (22)$$

Это выражение в точности совпадает с формулами, полученными при определении поляризации с помощью оператора  $\hat{\mu}_z$  (см. [2,4]). Интегрирование его по телесному углу  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$  и спектру  $dy$  приводит нас к следующему окончательному выражению для вероятности переходов в 1 с:

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{1}{2\tau} \left( 1 + \zeta \frac{8\sqrt{3}}{15} \right), \quad (23)$$

(см. [4,7]), где время поляризации  $\tau$  было определено ранее.

Как это следует из формулы для вероятности переходов, вероятность зависит от начальной ориентации спина электрона  $\zeta$ . Эта зависимость показывает, что излучение фотонов ультрарелятивистским электроном является физической причиной возникновения поперечной поляризации электронов. Действительно, согласно (23) вероятность переходов из состояния  $\zeta = 1$  (спин ориентирован вдоль магнитного поля) будет больше, чем в случае обратного перехода. Таким образом, в результате асимметрии излучения у электронов будет наблюдаться тенденция перейти в состояние с преимущественной ориентацией спина противоположно магнитному полю (см. [3]). Позитроны, наоборот, должны стремиться занять состояние со спином, параллельным магнитному полю. Такие состояния соответствуют наименьшему значению потенциальной энергии частиц, обладающих магнитным моментом  $\mu$  во внешнем магнитном поле:

$$U = - \frac{e}{|e|} \mu H, \quad \mu = \frac{e_0 \hbar}{2mc} \zeta. \quad (24)$$

Из этой формулы, имеющей смысл в нерелятивистском приближении, видно, что устойчивым состоянием спина позитрона будет ориентация по направлению магнитного поля (см. также [15]).

Эффект радиационной поляризации является существенно квантовым, поскольку вероятность переходов с переворотом спина пропорциональна  $\hbar^2$ , т. е. квадрату постоянной Планка. Заметим, что этот эффект проявляется в условиях, когда яркостная температура пучка электронов достигает очень больших значений  $T \sim 10^7$  К.

Очевидно, что изложенное еще не дает представлений о кинетике процесса поляризации, поскольку весь расчет сделан для одного электрона. Обратимся теперь к ансамблю электронов, описание которого по-прежнему предполагается с помощью функции  $\Psi$  [см. (9)–(12)]. Однако заметим, что в результате взаимодействия с полем излучения электрон переходит из чистого в смешанное состояние, которое нельзя уже описать с помощью волновой функции. В свете

этого с целью описания спина необходимо ввести матрицу плотности, воспользовавшись для ее конструкции любым из операторов поляризации.

Так, в частности, для электронов — частиц со спином  $1/2$  существует только две возможных и альтернативных проекции спина по отношению к оси квантования — магнитному полю. Если в пучке частиц присутствуют частицы с обеими ориентациями спина, то пучок будет частично поляризован и степень его поляризации можно определить с помощью диагональных элементов матрицы плотности, характеризующих населенности спиновых состояний:  $N\left(-\frac{1}{2}\right)$  и  $N\left(\frac{1}{2}\right)$ .

Имея это в виду, обратимся к статическим уравнениям, характеризующим изменение ориентации спина частиц в пучке электронов (см. [4,7]). Кинетическое уравнение для процесса поляризации имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dt} n^{\downarrow} = n^{\uparrow} w_{\zeta=-1} - n^{\downarrow} w_{\zeta=-1}; \quad \frac{d}{dt} n^{\uparrow} = n^{\downarrow} w_{\zeta=-1} - n^{\uparrow} w_{\zeta=1}, \quad (25)$$

при условии, что  $n^{\uparrow} + n^{\downarrow} = n = \text{const}$ , где  $n^{\uparrow}$  и  $n^{\downarrow}$  — числа электронов со спином, ориентированным по полю и против поля соответственно. Если в начальный момент  $t = 0$  пучок был неполяризован, т. е.  $n_0^{\uparrow} = n_0^{\downarrow} = n/2$ , то, интегрируя кинетическое уравнение (25), находим:

$$\begin{pmatrix} n^{\downarrow} \\ n^{\uparrow} \end{pmatrix} = \frac{15 \pm 8\sqrt{3}(1 - e^{-t/\tau})}{30}, \quad (26)$$

и тогда, учитывая выражение для населенности спиновых состояний

$$N\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{n^{\downarrow}}{n^{\downarrow} + n^{\uparrow}}, \quad N\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{n^{\uparrow}}{n^{\downarrow} + n^{\uparrow}},$$

получаем, что степень поляризации пучка имеет вид

$$P(t) = N\left(-\frac{1}{2}\right) - N\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{8\sqrt{3}}{15}(1 - e^{-t/\tau}), \quad (27)$$

причем предельная степень поляризации равна

$$P(\infty) = \frac{8\sqrt{3}}{15} = 0,924. \quad (28)$$

Эта формула была впервые получена автором этой статьи совместно с А. А. Соколовым в 1963 г. (см. [4]). Позже она нашла повторение в работах ряда других авторов [16—18], выполненных несколькими иными методами.

К формуле (28) можно прийти другим путем: рассмотреть вероятность перехода (22), относя ее к ансамблю электронов. Тогда  $\xi(t)$ , входящая в эту формулу величина, будет характеризовать спиновое

состояние пучка электронов  $\zeta(t) = \langle \zeta \rangle$  и для изменения этой величины можно получить кинетическое уравнение в виде

$$\frac{d}{dt} \zeta = \sum_{\zeta'} (\zeta' - \zeta) w^{\uparrow\downarrow} = -2 \sum_{\zeta} \zeta w^{\uparrow\downarrow}. \quad (29)$$

После интегрирования этого выражения по времени при условии отсутствия в начальный момент времени поляризованных электронов получаем, что

$$\zeta(t) = -\frac{8\sqrt{3}}{15} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (30)$$

Анализ времени поляризации  $\tau$  [см. формулу (23)] показывает, что в условиях обычных значений магнитного поля для ускорителей  $H \approx 10^4$  Э, эффект радиационной поляризации можно наблюдать лишь при длительной циркуляции частицы в магнитном поле. При этом радиационные потери энергии должны быть компенсированы так, чтобы энергия электронов в среднем оставалась постоянной. Такой случай движения реализуется в накопительных системах — накопительных кольцах — особых конструкциях, предназначенных для столкновения встречных пучков ускоренных частиц, — при энергиях электронов  $E \geq 1$  ГэВ.

После открытия эффекта радиационной поляризации предпринимались попытки его объяснения — физической интерпретации, исходя из классической модели излучения магнитного диполя, изменяющего при этом свою ориентацию по отношению к магнитному полю (см. [19]). Хотя подобные рассуждения и приводили к некоторому качественному объяснению радиационной поляризации, в целом попытки обоснования этого явления исходя из упрощенной классической модели оказались иллюзорными: они давали неверный результат для степени поляризации пучка и времени поляризации. Это связано с тем, что подобный подход не учитывал флуктуационный характер эффекта.

Анализ выражения для вероятности квантовых переходов электрона, связанных с изменением ориентации спина, показывает, что существенный вклад в этот процесс вносят квантовые флуктуации синхротронного излучения. Действительно, с точки зрения квантовой теории само излучение рассматривается как результат взаимодействия электрона с флуктуациями электромагнитного поля фотонов, и наряду с этим как важный фактор выступает эффект отдачи — изменение импульса электрона, обусловленное излучением фотона. В частности, если вначале электрон не имел составляющей импульса вдоль поля  $k_3 = 0$ , то вследствие отдачи при испускании фотона в конечном состоянии он приобретает импульс  $k'_3 = -\kappa \cos \theta$  [см. (20)].

В этой связи обратим внимание на конструкцию выражения для вероятности квантовых переходов, сопровождающихся переворотом спина (21):

$$\frac{dw^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega dy} = \frac{9}{8\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \frac{1}{\varepsilon_0^2} (\bar{\alpha}_1^2 + \bar{\alpha}_2^2). \quad (31)$$

Входящая в это выражение л-компонента излучения, представленная квадратом матричного элемента  $\bar{\alpha}_2^2$ , вносит направленность в процесс ориентации спина. Эта величина явно зависит от проекции спина  $\zeta$  на магнитное поле. Заметим, что магнитное поле излучения этой компоненты лежит в плоскости орбиты вращения электрона и, следовательно, направлено перпендикулярно к внешнему магнитному полю (подобно тому, как это имеет место в методе магнитного резонанса Раби).

Вместе с тем в вероятность квантовых переходов (31), сопровождающихся изменением ориентации спина, входит также  $\sigma$ -компонента излучения, характеризуемая квадратом  $\bar{\alpha}_1^2$ . Эта компонента не зависит от ориентации спина, однако она вносит существенный вклад в кинетику процесса поляризации. Важно заметить, что матричный элемент  $\bar{\alpha}_1^2$  обусловлен эффектом отдачи при испускании фотона: это непосредственно следует из (20), поскольку  $\bar{\alpha}_1^2$  пропорционален  $k_3' = -\kappa \cos \theta$ .

Для более наглядного анализа роли эффекта отдачи — «квантовых встрясок» — проинтегрируем выражение для вероятности перехода (31) по спектру (по  $dy$ ) и получим, таким образом, вероятность переворота спина в зависимости от угла наблюдения  $\theta$ . Тогда в ультрарелятивистском пределе  $\varepsilon_0 = 1 - \beta^2 \ll 1$  получим:

$$\frac{dw^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{e^2}{\hbar R} \frac{\xi^2}{\pi^2 \varepsilon_0} \frac{1}{(1+\psi^2)^4} \left[ 1 + \frac{35\sqrt{3}}{192} \frac{\pi}{\sqrt{1+\psi^2}} \zeta \right], \quad (32)$$

где  $\psi = \cos \theta / \sqrt{\varepsilon_0}$ .

Содержащий начальную ориентацию спина член в этом выражении достигает своего максимального значения при  $\psi = 0$ , т. е. в плоскости орбиты вращения, когда  $\theta = \pi/2$ . При этом его значение  $35\sqrt{3} \pi/192 = 0,99$  близко к единице. Таким образом, максимум вероятности достигается там, где эффект отдачи при излучении фотона отсутствует, ибо при  $\theta = \pi/2$ ,  $\bar{\alpha}_1^2 = 0$ .

Итак, квантовые флуктуации синхротронного излучения, с одной стороны, выступают как причина переходов электрона, сопровождающихся изменением ориентации спина, причем вследствие флуктуаций излучения возможен не только односторонний процесс упорядочения спина, как это имеет место в классической теории, но также могут быть и обратные переходы. Вместе с тем на кинетику процесса поляризации существенно влияют квантовые флуктуации импульса электрона (эффект отдачи) как деполяризующий фактор. Таким



образом, классическая модель эффекта радиационной поляризации, основанная на представлении о непрерывности процесса излучения, оказывается несостоятельной (см. также [20]).

## 2. КВАЗИКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

**Уравнение Баргмана — Мишеля — Телегди.** Эффект радиационной поляризации был впервые установлен для случая движения частиц в постоянном и однородном магнитном поле, однако значение этого явления, его физические основы так же, как и его количественные закономерности, вышли далеко за пределы рассмотренной задачи. Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования показали, что радиационную поляризацию электронов и позитронов можно обеспечить и в реальных накопителях частиц.

Как известно, в реальных накопительных кольцах электроны и позитроны движутся в фокусирующем аксиально-симметричном магнитном поле, обеспечивающем устойчивость движения частиц по замкнутым орбитам. При воздействии случайных сил частицы не выходят из режима устойчивости, совершая радиальные и вертикальные бетатронные колебания около равновесной орбиты.

Важно также заметить, что движение частицы в накопительном кольце сопровождается действием на нее высокочастотного электрического поля, компенсирующего радиационные потери. Это поле действует на электрон синхронно с его движением и при случайном отклонении от равновесной фазы частицы совершает также фазовые (более медленные, чем бетатронные) колебания (принцип автофазировки В. И. Векслера и Мак-Миллана).

В целях более детального рассмотрения эффекта радиационной поляризации, в особенности применительно к реальным условиям движения частиц в накопительных кольцах, оказался эффективным методом квазиклассической теории спина — уравнение Баргмана — Мишеля — Телегди (БМТ) [21]. Уравнение БМТ для эволюции спина в магнитном поле (мы опускаем здесь внешнее электрическое поле, полагая его равным нулю) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \zeta = [\Omega \zeta] = & -\frac{ec}{E} \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{E}{mc^2} \right) [H \zeta] + \\ & + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e}{mc} \frac{[\beta \zeta] (\beta H)}{1 + mc^2/E}, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\beta E = \langle cP \rangle$  — среднее по волновому пакету;  $H$  — внешнее магнитное поле; член, пропорциональный  $\alpha = e^2/\hbar c$ , учитывает аномальный магнитный момент электрона:

$$(g - 2)/2 = \alpha/2\pi. \quad (34)$$

Это уравнение эволюции спина во времени часто называют классическим в силу того, что оно не содержит постоянной Планка  $\hbar$ .

Оно может быть получено исходя из общей идеи перехода от классического нерелятивистского уравнения эволюции магнитного момента, взятого в системе покоя электрона, к лабораторной системе с учетом известной «прецессии Томаса», физически связанной слоренцевым сокращением длины окружности при переходе в лабораторную систему координат (более подробно см. [22]). С точки зрения квантовой механики уравнение БМТ является строгим следствием теории Дирака с учетом вакуумного аномального магнитного момента. Оно может быть получено исходя из уравнения для эволюции спина в форме Гейзенберга для оператора  $\sigma^0$ , при переходе к дефинитной четности операторов (см. [23, 24]) и к квазиклассическому пределу при  $\hbar \rightarrow 0$ . Таким образом, уравнение БМТ справедливо, если внешнее поле далеко от критических значений и допускает тем самым одночастичный подход к решению задачи.

Интересно в связи с этим отметить [25], что уравнение БМТ имеет тесную связь с теорией Френкеля [26], согласно которой предполагается, что точечная частица со спином помимо обычных трех степеней свободы должна иметь еще «вращательные» степени свободы, соответствующие  $2 |s| + 1$  возможным ориентациям ее спина (вращающийся точечный волчок). Если в уравнения Френкеля феноменологически ввести связанный со спином произвольный магнитный момент, отличный в системе покоя от магнетона Бора (учитывающий, например, аномальный магнитный момент электрона), то в приближении постоянных и однородных полей уравнение Френкеля переходит в БМТ-уравнение для спина  $\xi$ .

Заметим, что уравнение БМТ учитывает взаимодействие электрона с электромагнитным полем излучения в его вакуумном состоянии. Действительно, члены этого уравнения, пропорциональные  $\alpha/2\pi$ , соответствуют аномальному магнитному моменту электрона  $\Delta\mu = \frac{\alpha}{2\pi}\mu_0$  и находят в теории объяснение как результат взаимодействия электрона с вакуумными флуктуациями поля (Швингер, 1948 [27]).

Уравнение БМТ учитывает изменение  $g$ -фактора электрона только в линейном по внешнему полю  $H$  приближении. В случае сильных магнитных полей вскрывается динамическая природа аномального магнитного момента электрона и его величина становится сложной нелинейной функцией поля и энергии электрона (см. [28]). Изменение гиромангнитного фактора электрона существенно влияет на динамику спина частицы, вызывая его дополнительную прецессию в магнитном поле [см. (30)], в результате чего период прецессии спина и период обращения электрона оказываются несовпадающими друг с другом.

Рассмотрим теперь обобщение уравнения БМТ с учетом сил реакции излучения реальных фотонов и с этой целью прежде всего запишем выражение для вероятности квантовых переходов электрона, сопровождающихся изменением проекции спина:

$$w = \frac{1}{2\pi} \left\{ 1 - \frac{2}{9} (\zeta\beta)^2 + \frac{8\sqrt{3}}{15} \zeta [\beta\dot{\beta}] / |\dot{\beta}| \right\}. \quad (35)$$

В такой записи это выражение было впервые получено методами квазиклассического рассмотрения [29]. Нами несколько ранее, исходя из строгой квантовой теории, были найдены выражения для вероятностей переходов с изменением состояний с продольной  $w^{\rightarrow}$  и поперечной  $w^{\updownarrow}$  поляризацией (см. [4, 7]):

$$w^{\rightarrow} = \frac{1}{2\tau} \frac{7}{9} \quad (36)$$

(проекция спина на скорость  $\xi\beta$ ),

$$w^{\updownarrow} = \frac{1}{2\tau} \left( 1 + \xi \frac{8\sqrt{3}}{15} \right) \quad (37)$$

(проекция спина на направление магнитного поля  $\xi H/H$  или перпендикулярно скорости  $\{\xi, \beta\}$ ). Оба эти выражения следуют из формулы (35), если исключить ускорение  $\dot{\beta}$  с помощью уравнений движения. Заметим, что вероятность (36) не зависит от начальной ориентации спина: изменение продольной поляризации при изучении не имеет характера направленного процесса и происходит равновероятно для обоих спиновых состояний. В противоположность этому вероятность переходов с изменением поперечной поляризации (37) зависит от начальной ориентации спина: квантовые переходы электрона в состояния с ориентацией спина против магнитного поля ( $\xi = -1$ ) оказываются преимущественными (см. также [3, 4]). Таким образом, в процессе излучения возникает только поперечная поляризация.

Если теперь придать вектору  $\xi$  смысл спина, отнесенного к ансамблю электронов, то для изменения этой величины со временем получим уравнение

$$\frac{d}{dt} \xi = \sum_{\xi'} (\xi' - \xi) w = -\frac{1}{\tau} Q, \quad (38)$$

где

$$Q = \xi - \frac{2}{9} \beta (\xi\beta) + \frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{[\beta\dot{\beta}]}{|\dot{\beta}|}. \quad (39)$$

Это изменение проекций спина обусловлено силами реакции излучения. Тогда можно прийти к следующему обобщению уравнения БМТ — уравнению кинетики поляризации (см. [8]):

$$\frac{d}{dt} \xi = [\Omega\xi] - \frac{1}{\tau} Q. \quad (40)$$

С целью анализа движения спина электрона рассмотрим случай движения частицы в постоянном и однородном магнитном поле, направленном по оси  $z$ ,  $H = (0, 0, H)$ . Для решения уравнения (40) введем вращающуюся систему координат с угловой скоростью,

равной скорости электрона  $\omega_0 = ecH/E$ . Тогда, введя новый вектор спина  $\xi'$  с помощью матрицы преобразования:

$$\xi' = \begin{pmatrix} \xi_\rho \\ \xi_\varphi \\ \xi_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xi, \quad (41)$$

$\dot{\varphi} = -\omega_0$  (для электрона  $\omega_0 = -|\omega_0|$ ), получим, что система уравнений для компонент спина при этом имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_\rho &= \omega_a \xi_\varphi - \frac{1}{\tau} \xi_\rho; & \dot{\xi}_\varphi &= -\omega_a \xi_\rho - \frac{1}{\tau} \frac{7}{9} \xi_\varphi; \\ \dot{\xi}_z &= -\frac{1}{\tau} \left( \xi_z + \frac{8\sqrt{3}}{15} \right); & \omega_a &= \frac{\alpha}{2\pi} \frac{eH}{mc}. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Решение этих уравнений без учета сил реакции излучения

$$\xi_\rho = \xi_\perp \sin \omega_a t, \quad \xi_\varphi = \xi_\perp \cos \omega_a t, \quad \xi_z = \xi_\parallel \quad (43)$$

показывает, что в системе координат, связанной с электроном, спин прецессирует благодаря аномальному магнитному моменту вокруг направления магнитного поля, сохраняя при этом постоянную свою проекцию на это направление. Полное решение системы уравнений (42) с учетом затухания имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \xi_\rho &= \xi_\perp \sin \omega_a t e^{-8t/9\tau}; & \xi_\varphi &= \xi_\perp \cos \omega_a t e^{-8t/9\tau}; \\ \xi_z &= -\frac{8\sqrt{3}}{15} + \left[ \xi_\parallel + \frac{8\sqrt{3}}{15} \right] e^{-t/\tau}. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Из этих уравнений видно, что с течением времени продольная поляризация затухает, а поперечная поляризация (вдоль поля) стремится к своему предельному значению, независимо от начальной ориентации спина:

$$|\xi_z(\infty)| = 8\sqrt{3}/15 = 0,924. \quad (45)$$

Важно подчеркнуть, что радиационное затухание, как это видно из формул (44), меняет не только ориентацию спина, но и его абсолютное значение:

$$(\xi_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + \xi_z^2)_{t \rightarrow \infty} = 0,85. \quad (46)$$

Это наглядно показывает, что конечное квантовое состояние вследствие взаимодействия электрона с полем излучения становится смешанным, в отличие от исходного чистого состояния. Поэтому в квантовой теории строгое описание кинетики спина возможно лишь с помощью матрицы плотности.

Формула (44) описывает кинетику процесса радиационной поляризации. Впервые кинетика этого процесса была рассмотрена в [4, 7] исходя из уравнений статистического баланса населенностей спиновых состояний ансамбля электронов — это соответствует анализу диагональных элементов матрицы плотности. Анализ кинетики

процесса радиационной поляризации методом матрицы плотности позже был проведен также в [16, 17].

Таковы особенности движения спина электрона в однородном магнитном поле. Рассмотрим теперь с помощью уравнения БМТ движение спина электрона в неоднородном аксиально-фокусирующем магнитном поле с мягкой фокусировкой:

$$\mathbf{H} = \left\{ -\frac{qxz}{R^2} H_0, -\frac{qyz}{R^2} H_0, H_0 \right\}. \quad (47)$$

Здесь  $0 < q < 1$  — показатель спадания поля (градиент поля), обеспечивающий фокусировку частицы, движущейся по окружности радиуса  $R$  в плоскости  $z = 0$ , перпендикулярной оси симметрии поля. Если электрон при воздействии случайных сил отклоняется от плоскости  $z = 0$  и радиуса  $R$  ( $r = R + \rho$ ), то он совершает так называемые радиальные и вертикальные бетатронные колебания с частотами  $\omega_\rho = \sqrt{1 - q}\omega_0$ ,  $\omega_z = \sqrt{q}\omega_0$ ,  $\omega_0 = ecH/E$ .

Рассмотрим сейчас, как эти колебания могут повлиять на процесс ориентации спина, ограничиваясь при этом только вертикальными колебаниями с целью упрощения задачи. При этом  $z = Ra_z \sin(\omega_z t + \alpha)$ , где  $a_z$  — безразмерная амплитуда колебаний,  $\alpha$  — произвольная фаза.

Обратимся далее к уравнению БМТ (40), отвлекаясь от затухания, т. е. полагая  $Q = 0$ . Переходя далее к вращающейся системе координат, с помощью матрицы преобразования (41) магнитное поле (47) можно записать в виде

$$\mathbf{H}(H_\rho, H_\varphi, H_z) = \left( -\frac{qz}{R} H_0, 0, H_0 \right). \quad (48)$$

Уравнение БМТ удобно решать по методу теории возмущений, полагая, что амплитуда вертикальных колебаний  $a_z = z/R \ll 1$  очень мала по сравнению с радиусом орбиты вращения электрона. Тогда, полагая, что  $\xi = \xi_0 + \xi^1$ , получаем, что проекция спина на направление магнитного поля имеет вид

$$\xi_z = \xi_{\parallel} - \frac{1}{2} \xi_{\perp} q a_z \omega_a \cos [(\omega_z - \omega_a) t + \alpha - \beta] / (\omega_z - \omega_a) + \text{нерезонансные члены}. \quad (49)$$

Этот результат был получен в [8] методами уравнения БМТ (см. также [34]), методами квантовой теории резонансные явления деполяризации были рассмотрены в [33].

Для продольной поляризации в тех же предположениях находим

$$\xi_\varphi = \xi_{\perp} \cos(\omega_a t + \beta) + \frac{1}{2} \xi_{\parallel} q a_z \omega_a \cos(\omega_z t + \alpha) / (\omega_z - \omega_a) + \text{нерезонансные члены}. \quad (50)$$

Из этих решений видно, что влияние аномального магнитного момента электрона начинает сказываться уже в однородном магнитном поле, когда показатель спадания поля  $q = 0$ . При этом продольная поляризация теряет устойчивость: она быстро меняется

по периодическому закону (см. также [30]). В случае неоднородного фокусирующего магнитного поля ( $0 < q < 1$ ) вакуумный магнитный момент электрона влияет также и на устойчивость поперечной поляризации. Пока отсутствует резонанс частот  $\omega_z \neq \omega_a$ , бетатронные колебания накладываются на стабильное движение спина лишь как малое возмущение. Однако в случае совпадения частоты прецессии спина  $\omega_a$  с частотой бетатронных колебаний  $\omega_z$  или ее гармониками

$$\omega_z = \omega_a, \quad E/mc^2 = \sqrt{q} \, 2\pi/\alpha \quad (51)$$

возникает характерный резонанс, который может вызвать деполяризацию пучка.

Здесь мы рассмотрели только вертикальные бетатронные колебания, однако резонансные явления деполяризации пучка могут быть вызваны также радиальными бетатронными колебаниями и колебаниями фазы. Впервые анализ условий деполяризации пучка, происходящей вследствие резонансных эффектов при движении поляризованных частиц, был проведен Фруассаром и Стора (1960 [31]). Это было сделано для случая движения поляризованных протонов. В дальнейшем вопрос о резонансном влиянии орбитального движения на поляризацию протонов рассматривался Коэном [32], а затем условия резонанса были также сформулированы и для электронов [8].

Эти условия не зависят от массы покоя частиц и имеют вид

$$\omega_a = N_0\omega_0 + N_1\omega_z + N_2\omega_\rho + N_3\omega_s, \quad (52)$$

где  $N_0, N_1, N_2$  и  $N_3$  — целые числа;  $\omega_0, \omega_z, \omega_\rho, \omega_s$  — частоты орбитального движения электрона: частота обращения  $\omega_0, \omega_z, \omega_\rho$  — частоты вертикальных и радиальных бетатронных колебаний,  $\omega_s$  — частота фазовых колебаний,  $\omega_a = \frac{\alpha}{2\pi} eH/mc$ .

Таким образом, движение спина электрона теряет устойчивость, когда частота прецессии спина (в лабораторной системе координат частота прецессии спина равна  $\omega_0 + \omega_a$ ) близка к комбинации частот орбитального движения. Это создает опасность деполяризации пучка и требует специального рассмотрения.

С целью более детального анализа прохождения электроном точки резонанса (см. также [8]) рассмотрим движение спина частицы в переменном магнитном поле, зависящем от времени по закону \*:

$$\mathbf{H} = \{H_1 \cos \tilde{\omega}t, -H_1 \sin \tilde{\omega}t, H\}, \quad (53)$$

где  $H$  — однородное поле, причем предполагается, что  $H_1 \ll H$ ;  $H_1$  — амплитуда вращающегося поля. Такой выбор поля часто встречается в рассмотрении задач, связанных с явлениями магнитного резонанса. При этом уравнение БМТ (33) допускает точное решение. В этом уравнении с целью упрощения задачи можно считать, что фактор электрона равен 2, а аномальный магнитный момент может

\* Этот расчет был выполнен при участии В. А. Бордовицына.

быть учтен дополнительно. Далее удобно перейти во вращающуюся с угловой скоростью  $\tilde{\omega}$  систему координат с помощью матрицы преобразования в аналогии с (41). Тогда уравнение БМТ приобретает следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\zeta}' = [\tilde{\Omega}' \tilde{\zeta}'], \quad \tilde{\Omega}' = (-\omega, 0, \delta), \quad (54)$$

где  $\delta = \omega_R - \tilde{\omega}$  — расстройка частоты;  $\omega_R = \frac{e_0 H}{mc\gamma}$ ;  $\omega = \frac{e_0 H_1}{mc\gamma}$ ;  $\gamma = E/mc^2$ . Важно подчеркнуть, что вновь полученное уравнение эволюции спина не зависит от времени. Физическая картина движения спина во вращающейся системе координат заключается в том, что спин движется под воздействием эффективного поля

$$\mathbf{H}^{\text{эф}} = (-H_1, 0, H - mc\gamma\tilde{\omega}/e_0). \quad (55)$$

При этом спин совершает прецессию вокруг направления  $\mathbf{H}^{\text{эф}}$  с угловой частотой  $\Omega' = \sqrt{\omega^2 + \delta^2}$ , описывая конус.

Решая (54), находим, в частности, что

$$\begin{aligned} \zeta'_3 = & -\zeta'_{01} \frac{\delta\omega}{\Omega'^2} (1 - \cos \Omega' t) - \zeta'_{02} \frac{\omega}{\Omega'} \sin \Omega' t + \\ & + \zeta'_{03} (\delta^2 + \omega^2 \cos \Omega' t) / \Omega'^2. \end{aligned} \quad (56)$$

Для случая начального состояния спина  $\zeta'_0 = (0, 0, 1)$  отсюда получаем релятивистское обобщение формулы Раби:

$$\zeta'_3 = 1 - \frac{2\omega^2}{\omega^2 + \delta^2} \sin^2 \frac{\Omega' t}{2}. \quad (57)$$

Если условие резонанса выполняется строго, т. е. если  $\delta = 0$ , спин частицы, ориентированный вначале по полю, будет прецессировать, оставаясь перпендикулярно ориентированным к полю  $\mathbf{H}_1$ . При этом спин будет периодически принимать направление против поля  $\mathbf{H}$ .

Если расстройка частоты  $\delta$  меняется со временем адиабатически медленно, то при  $\delta \ll \omega$  угол между векторами  $\tilde{\zeta}'$  и  $\tilde{\Omega}'$  практически не меняется и вектор спина  $\tilde{\zeta}'$  плавно следует за  $\mathbf{H}^{\text{эф}}$ , прецессируя вокруг него. Если теперь поле  $\mathbf{H}_1$  включено на краткий промежуток времени (быстрое прохождение резонанса), то спин повернется лишь на малый угол. В другом предельном случае, когда время прохождения резонанса будет большим ( $\mathbf{H}_1$  включено на длительный промежуток времени), спин может оказаться перевернутым. Действительно, в этом случае с помощью решения (54) при  $\tilde{\zeta}'(0) = (0, 0, \zeta'_3)$  можно найти, что  $\tilde{\zeta}'(\infty) = (0, 0, -\zeta'_3)$ .

Рассмотрим прохождение спина через резонанс более подробно с помощью решений уравнения (56). Зависимость расстройки частоты от времени зададим в виде  $\delta = kt$ . В этих предположениях можно приближенно положить:

$$\Omega' t \rightarrow \int_{-\infty}^t \Omega'(t') dt'. \quad (58)$$

Интегрирование в этой формуле легко выполняется в двух крайних случаях с помощью интегралов:

$$J(t) = \int_0^t \Omega' dt' = \begin{cases} kt^2/2 (\delta \gg \omega), \\ \omega t (\delta \ll \omega), \end{cases} \quad (59)$$

причем  $\int_{-\infty}^t \Omega' dt' = J(t) + \varphi$ , где  $\varphi = \int_{-\infty}^0 \Omega' dt'$ . В первом случае ( $\delta \gg \omega$ ) происходит быстрое прохождение резонанса, а во втором ( $\delta \ll \omega$ ) — медленное. Характерное время прохождения резонанса можно оценить, исходя из следующих соображений: поскольку

$$\bar{\Omega}' T = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T \Omega' dt', \quad (60)$$

при  $\delta \ll \omega$   $T \sim 1/\omega$ , а при  $\delta \gg \omega$   $T \sim 1/\sqrt{k}$ . Таким образом, из обобщений (56) следует, что в формуле (56) всюду следует сделать замену  $\Omega'$  в соответствии с (58). Полагая далее, что

$$\zeta'_3(\infty) = \pm \zeta'_3(-\infty) + \delta \zeta'_3, \quad (61)$$

постараемся оценить неадиабатическую поправку

$$\delta \zeta'_3 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \zeta'_3}{\partial t} dt. \quad (62)$$

При быстром прохождении резонанса в формуле (56) необходимо взять производную по осциллирующему члену в  $\zeta'_3$ . Тогда

$$\delta \zeta'_3 = \zeta'_{01} \omega \int_{-\infty}^{\infty} \sin(kt^2/2 + \varphi) dt = \zeta'_{01} \sqrt{\frac{2\pi\omega^2}{k}} \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right). \quad (63)$$

Поскольку  $\omega^2 \ll k$ , эта поправка ничтожно мала:  $\delta \zeta'_3 \rightarrow 0$ . Таким образом, при быстром прохождении резонанса малые колебания накладываются на регулярную прецессию, причем  $\zeta'_3(\infty) = \zeta'_3(-\infty)$ .

В другом предельном случае (медленного прохождения резонанса) производную в (56) следует брать по медленно меняющимся коэффициентам  $\cos \chi$  и  $\sin \chi$ :  $\cos \chi = \delta/\Omega'$ ,  $\sin \chi = \omega/\Omega'$ . Тогда

$$\delta \zeta'_3 = \zeta'_{01} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k\omega}{\omega^2 + k^2 t^2} \cos(\omega t + \varphi) dt = \zeta'_{01} \pi e^{-\omega^2/k} \cos \varphi, \quad (64)$$

или же  $\zeta'_3(\infty) = -\zeta'_3(-\infty)$ , поскольку неадиабатическая поправка и в этом случае очень мала:  $\delta \zeta'_3 \rightarrow 0$ . Таким образом, при медленном прохождении резонанса спин частицы меняет исходное направление на противоположное.



Эволюция спина частицы при ее движении в накопительном кольце. Большое значение для анализа движения спина частицы в реальном накопительном кольце имели работы, выполненные в ИЯФ СО АН СССР под руководством А. Н. Скринского [35]. Методом решения уравнения БМТ было установлено, что в произвольном электромагнитном поле накопителя, обеспечивающем существование периодической замкнутой орбиты электрона, радиационная поляризация пучка частиц оказывается такой же устойчивой, как и в однородном магнитном поле, причем для замкнутой орбиты электрона, когда  $\Omega(\theta) = \Omega(\theta + 2\pi)$ , спин частицы сохраняет свою проекцию на некоторое направление  $\mathbf{n}(\theta)$  (ось прецессии), являющееся периодической функцией азимута частицы  $\theta = \omega t$ .

С целью определения этого вектора  $\mathbf{n}$ , умножая левую и правую части формулы (33) на  $\mathbf{n}$ , получаем

$$\dot{\zeta}\mathbf{n} = [\Omega\zeta]\mathbf{n} = -\zeta[\Omega\mathbf{n}], \quad (65)$$

откуда следует, что

$$\frac{d}{dt}(\zeta\mathbf{n}) = \zeta\left(\frac{d\mathbf{n}}{dt} - [\Omega\mathbf{n}]\right), \quad (66)$$

и таким образом вектор  $\mathbf{n}$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{\mathbf{n}} = [\Omega\mathbf{n}]. \quad (67)$$

Существование и единственность решений этого уравнения вытекают из общей теории о решениях системы однородных уравнений с периодическими коэффициентами.

Таким образом, спин электрона прецессирует вокруг оси прецессии  $\mathbf{n}$  (периодический вектор), сохраняя свою проекцию на эту ось. Общее решение для  $\zeta$  можно представить в виде разложения по периодической системе ортогональных ортов  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$ :

$$\zeta(t) = \zeta_{\parallel}\mathbf{n} + \zeta_{\perp}\text{Re}(\eta e^{i\nu\theta}), \quad (68)$$

где

$$\mathbf{n}(\theta + 2\pi) = \mathbf{n}(\theta), \quad \eta(\theta + 2\pi) = e^{-2\pi i\nu}\eta(\theta); \quad (69)$$

$\zeta_{\parallel} = \zeta_{\parallel} = \text{const}$ ;  $\zeta_{\perp} = \sqrt{\zeta^2 - \zeta_{\parallel}^2}$ , а  $2\pi\nu$  — угол поворота спина вокруг  $\mathbf{n}$  за период движения частицы по равновесной орбите.

Доказанная теорема имеет важное значение, поскольку существование устойчивого периодического решения (ось поляризации) позволяет создать необходимые условия, обеспечивающие поляризацию частиц в заданной точке их траектории; в частности в точке встречи пучков частиц в накопителе. Движение спина частиц, находящихся вблизи равновесной орбиты, является устойчивым, и эта устойчивость может нарушаться лишь в узкой области резонансов, когда частота прецессии спина совпадает с частотами орбитального движения [см. (52)].

Если ввести  $\varepsilon_k = \omega_a - \omega_k$  — «частоту расстройки», где  $\omega_k$  — кратно любой из резонансных частот орбитального движения, и  $\omega_k$  — мощность резонанса (фурье-гармоники), то, как было показано в [36]:

$$\zeta_z^{\text{кон}} = \langle (2e^{-2J} - 1) \zeta_z^{\text{нач}} \rangle, \quad (70)$$

где угловыми скобками  $\langle \rangle$  обозначено среднее по фазам:  $J = \frac{\pi}{4} |w_k|^2 / \dot{\varepsilon}_k$ ;  $\dot{\varepsilon}_k$  — скорость прохождения резонанса, полагаемая равной постоянной величине:  $\dot{\varepsilon}_k = \text{const}$ . Заметим здесь, что выражение (70) для изолированного резонанса было получено ранее Фруассаром [31] методом точного интегрирования уравнения БМТ с помощью гипергеометрических функций. Из формулы (70) следуют сразу же два предельных случая пересечения резонанса. Если  $J \ll 1$  быстрое прохождение резонанса,  $\varepsilon_k$  большая величина, то поляризация не меняется. В другом крайнем случае, когда прохождение резонанса медленное  $\varepsilon_k \rightarrow 0$ ,  $J \gg 1$ , поляризация адиабатически меняет знак, но степень ее практически сохраняется. Изменение степени поляризации (деполяризация пучка) оказывается существенным, если  $J$  имеет порядок единицы — это промежуточный и наиболее неблагоприятный случай.

Для подавления вредного воздействия деполяризации был предложен ряд рекомендаций [36], существо которых заключается либо в компенсации опасных гармоник полей возмущения, либо в увеличении скорости прохождения резонанса. Однако возможен также и другой путь: включение в промежуток между магнитами постоянного поля, направленного вдоль скорости частицы (подавление резонансов  $\omega_a = k\omega_0$ ), введение аналогичных полей переменных во времени с частотами, близкими к  $\omega_z$  и  $\omega_p$  (подавление резонансов  $\omega_a = k\omega_0 \pm \omega_z$  и  $\omega_a = k\omega_0 \pm \omega_p$ ). Введение подобных возмущений повышает мощность гармоник и приводит в результате к адиабатическому прохождению резонансов. При этом степень поляризации сохраняется.

Рассмотрим далее возможность получения пучков продольно поляризованных частиц, которые представляют большой интерес для современных экспериментов по физике высоких энергий. Как было показано нами совместно с В. С. Тумановым [30], непосредственное ускорение продольно поляризованных пучков частиц встречает серьезные трудности. Вследствие аномального магнитного момента электрона продольная поляризация быстро нарушается: спин прецессирует в плоскости орбиты электрона. Поэтому более эффективным оказался другой метод: поворот поперечной поляризации в продольную с помощью системы магнитов, поворачивающих спин в малой области пространства вблизи равновесной орбиты [37, 38].

В простейшем случае поворот спина легко осуществить введением дополнительного радиального магнитного поля в прямолинейный

промежутков накопительного кольца. Выбирая должным образом конфигурацию магнитного поля, можно создать в заданной точке орбиты необходимое направление поляризации.

Рассмотрим пример. Пусть  $\mathbf{V}(t)$  — дополнительное магнитное поле, включаемое во время прохождения электроном прямолинейного промежутка. Тогда из уравнения БМТ следует, что изменение проекции спина на направление импульса электрона подчиняется формуле

$$\frac{d}{dt}(\zeta\mathbf{P}) = \dot{\zeta}\mathbf{P} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e_0}{mc} \mathbf{V}[\mathbf{P}\zeta]. \quad (71)$$

Вводя далее угол  $\theta$  между вектором спина  $\zeta$  и импульсом электрона  $\mathbf{P}$  и угол  $\varphi$  между  $[\mathbf{P}\zeta]$  и  $\mathbf{V}$ , получаем, что

$$\theta = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e_0}{mc} \cos \varphi \int_0^t B dt. \quad (72)$$

Таким образом, введением радиального магнитного поля в прямолинейный промежуток можно повернуть спин на угол  $\pi/2$  относительно скорости, т. е. в плоскость орбиты электрона. При этом поперечная

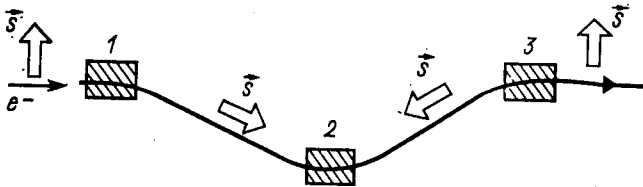


Рис. 2. Поворот вектора спина. Радиальное магнитное поле перпендикулярно к плоскости рисунка и введено в областях 1, 2, 3

поляризация, обусловленная радиационными эффектами, перейдет в продольную. Дальнейшее движение частицы будет сопровождаться восстановлением поперечной поляризации, ибо продольная ориентация спина не сохраняется. С точки зрения возможного влияния деполаризующих факторов является выгодным сохранять большую часть времени естественную поперечную поляризацию, кроме малого участка траектории частицы, где должна происходить встреча пучков. Это можно сделать, восстанавливая поперечную поляризацию из продольной методом включения дополнительного магнитного поля, действующего в обратном порядке [37, 38] (рис. 2).

Таким образом, открываются широкие возможности создания любой заданной ориентации спина. В частности, можно даже получить встречные электрон-позитронные пучки с одинаковым направлением спина, что представляет интерес для экспериментов с пучками  $e^+e^-$  одинаковой спиральности, ибо в данном случае оказывается запрещенным электродинамический однофотонный канал и тем самым усиливается роль других аннигиляционных процессов.

**Влияние реакции излучения на процесс радиационной поляризации электронов.** Развитие квантовой теории синхротронного излучения (см. [2]) показало, что в области энергий электрона порядка  $E_{1/5} = mc^2 (mcR/\hbar)^{1/5}$  (около 500 МэВ) должны проявляться дискретные свойства излучения, приводящие к квантовым флуктуациям траектории электрона, причем теоретические предсказания [39] вскоре нашли и экспериментальное подтверждение [40]. Как было показано нами совместно с А. А. Соколовым [39], в случае движения электрона в однородном магнитном поле возникает особое возбуждение радиальных степеней свободы электрона — явление квантовых флуктуаций радиуса его орбиты вращения в магнитном поле. При этом рост квадратичной флуктуации радиуса орбиты определяется формулой

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{eH}{c\hbar} (\bar{r}^2 - \langle r \rangle^2) \right\} = \frac{ds}{dt} = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{e^2}{mcR^2} \gamma^6, \quad \gamma = E/mc^2, \quad (73)$$

где  $s = 0, 1, 2 \dots$  радиальное квантовое число. Электрон начинает двигаться подобно броуновской частице, испытывая хаотические скачки радиуса орбиты, вызванные отдачей при излучении фотона.

В соответствии с этим возникают также и квантовые флуктуации энергии электрона

$$E = \sqrt{m^2c^4 + c^2p_s^2 + 2eHc\hbar(l+s)}. \quad (74)$$

Причем радиационные потери, связанные с изменением орбитального квантового числа  $l$  (вращательная степень свободы), компенсируется внешним высокочастотным полем циклического ускорителя (накопителя), а квантовые флуктуации энергии  $\overline{\Delta E^2} = e^2 H^2 (\overline{R^2} - \langle R \rangle^2)$  растут со временем, как

$$\frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dt} \delta\gamma^2 = \frac{2\hbar}{mcR} \frac{1}{\gamma} \dot{s}, \quad (75)$$

где  $\dot{s}$  определено формулой (73). Одновременно вследствие отдачи изменяется также импульс электрона вдоль поля.

Квантовые флуктуации радиуса траектории электрона оказались важным фактором, определяющим динамику частиц в ускорителе. В случае движения электрона в фокусирующем магнитном поле общая картина движения дополняется радиационным затуханием бетатронных колебаний [41, 42]. При этом (в случае аксиально-симметричного магнитного поля с мягкой фокусировкой):

$$H = H_0 (R/\rho)^q, \quad 0 < q < 1, \quad \rho = R + x. \quad (76)$$

Формула (75) изменяется с учетом сил затухания:

$$\frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dt} \delta\gamma^2 = \frac{2\hbar}{mcR} \sqrt{1-q} \frac{1}{\gamma} \dot{s}, \quad (77)$$

где

$$\dot{s} = \frac{55}{48 \sqrt{3}} \frac{e^2}{mcR^2} \frac{\gamma^8}{(1-q)^{3/2}} - \frac{q}{1-q} s \frac{W}{E}, \quad (78)$$

$W = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R^2} \gamma^4$  — мощность синхротронного излучения.

Одновременное воздействие радиационного затухания и квантовых флуктуаций приводит к стабилизации амплитуды бетатронных колебаний, и через время затухания

$$\tau_3 = \left( \frac{q}{1-q} \frac{W}{E} \right)^{-1} \quad (79)$$

амплитуда колебаний принимает равновесное значение, соответствующее экстремуму для изменения числа  $s$ , т. е.

$$\dot{s} = 0 \quad (80)$$

(см. [42, с. 190]). Описанные здесь явления радиационного затухания и квантовых флуктуаций наблюдались экспериментально группой физиков Московского государственного университета под руководством Ф. А. Королева на синхротроне ФИАН 680 МэВ [40] и находятся в хорошем согласии с теорией.

Квантовые флуктуации траектории частицы должны оказать деполаризующее влияние на спин электрона, вызывая «дрожание» оси прецессии, на что обратил внимание В. Н. Байер (см. [8]).

С целью более детального анализа влияния реакции излучения на процесс радиационной поляризации рассмотрим сейчас общее изменение проекции спина на ось прецессии  $\mathbf{n} \mid \mathbf{n} \mid = 1$  (см. [36]):

$$\frac{d}{dt} (\xi \mathbf{n}) = \frac{d}{dt} \xi (\mathbf{n} + \delta \mathbf{n}) = \dot{\xi} \mathbf{n} + \xi \dot{\mathbf{n}} + \xi \frac{d}{dt} \delta \mathbf{n}. \quad (81)$$

Здесь учитывается прямое воздействие излучения на состояние ориентации спина  $\dot{\xi} \mathbf{n}$ , воздействие реакции излучения на ось прецессии  $\xi \dot{\mathbf{n}}$  и квантовые флуктуации оси прецессии  $\xi \frac{d}{dt} \delta \mathbf{n}$ .

В случае, если поле накопителя существенно отличается от идеального, ось прецессии зависит от энергии частицы  $\mathbf{n}$  ( $\gamma$ ),  $\gamma = E/mc^2$ . Поэтому, переходя в (81) к средним по ансамблю частиц значениям, получаем:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d}{dt} \xi \mathbf{n} \right\rangle = & \dot{\xi} + \xi \mathbf{n} \left\langle \left( \gamma \frac{d\mathbf{n}}{d\gamma} \right) \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \gamma \right\rangle - \\ & - \frac{1}{2} \xi \left\langle \left( \gamma \frac{d\mathbf{n}}{d\gamma} \right)^2 \frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dt} \delta \gamma^2 \right\rangle, \end{aligned} \quad (82)$$

где  $\xi = \xi_n$  — проекция спина на ось прецессии. Общая картина влияния излучения на процесс радиационной поляризации в известной степени аналогична этому воздействию на орбитальное движение. Прежде всего заметим, что, как было показано нами совместно

с В. Г. Багровым и Р. А. Рзаевым [43], мощность синхротронного излучения, происходящего без переворота спина, явно зависит от ориентации спина частицы:

$$W = W_{\text{кп}} \left( 1 - \frac{55 \sqrt{3}}{24} \xi \right) - \zeta \xi W_{\text{кп}}, \quad \xi = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcR} \gamma^2. \quad (83)$$

Вследствие этого изменение энергии электрона с учетом компенсации радиационных потерь в накопительном кольце имеет вид

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \gamma = \zeta \left( \frac{W}{\gamma} \right) \xi = \frac{8 \sqrt{3}}{15} \frac{1}{\tau_n} \zeta, \quad (84)$$

где характерное время поляризации определено формулой (23). Это изменение энергии, зависящее от спина  $\zeta$ , является аналогом радиационного затухания бетатронных колебаний и характеризует спин-орбитальную связь, которая может вызвать дополнительную поляризацию пучка электронов (см. [20, 36]).

Изменение квадратичной флуктуации энергии (75), характеризующее процесс квантовой деполяризации, для случая однородного магнитного поля равно [см. формулы (73) и (75)]:

$$\frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dt} \delta \gamma^2 = \frac{11}{9} \frac{1}{\tau_n}. \quad (85)$$

Подставляя далее полученные значения (77), (84), (85) в формулу (82) и учитывая прямое воздействие излучения на спин, которое можно найти с помощью вероятности квантовых переходов  $w^{\uparrow\downarrow}$  (22), получаем для средней поляризации следующее выражение:

$$\zeta = - \frac{8 \sqrt{3}}{15} \frac{\left\langle 1 - n \left( \gamma \frac{dn}{d\gamma} \right) \right\rangle}{\left\langle 1 + \left( \gamma \frac{dn}{d\gamma} \right)^2 Q \right\rangle}, \quad (86)$$

где

$$Q = \frac{\tau_n}{2} \frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dt} \delta \gamma^2, \quad (87)$$

а угловыми скобками обозначено среднее по ансамблю частиц.

Из этих выражений видно, что синхротронное излучение, являясь физической причиной возникновения процесса упорядочения ориентации спинов электронов, действуем также и на ось прецессии. Это действие вызывает деполяризацию пучка электронов, а также служит дополнительным механизмом, усиливающим эффект поляризации.

В более общем виде расчет влияния излучения на поляризацию электронов был проведен в работе [36]:

$$\zeta = - \frac{8 \sqrt{3}}{15} \frac{\left\langle |\bar{v}|^2 [\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}] \left( \mathbf{n} - \gamma \frac{d\mathbf{n}}{d\gamma} \right) \right\rangle}{\left\langle |\dot{\mathbf{v}}|^3 \left[ 1 - \frac{2}{9} (\mathbf{n}\mathbf{v}) + \frac{11}{18} \left( \gamma \frac{d\mathbf{n}}{d\gamma} \right)^2 \right] \right\rangle}. \quad (88)$$

Следует, однако, заметить, что, как это видно из (85), величина  $Q$  в случае однородного магнитного поля принимает значение  $Q = 11/18$ . Вообще же она является функцией времени, причем в фокусирующем магнитном поле для значений  $t$  больших, чем время радиационного затухания  $\tau_3$ :

$$t > \tau_3 = \frac{1-q}{q} \frac{E}{W} \quad (89)$$

(см. (79)], значение  $Q$  стремится к нулю ( $Q \rightarrow 0$ ) (установившийся процесс). Поэтому в случае, когда квантовые флуктуации ограничены радиационным затуханием, деполяризующее влияние этих флуктуаций требует дополнительного рассмотрения.

Коротко остановимся теперь на особенностях радиационной поляризации встречных пучков. Движение встречных пучков обладает рядом особенностей: оно сопровождается сильной нелинейностью коллективного поля и увеличением мощности спиновых резонансов — усилением зависимости устойчивости поляризации от бетатронных и синхронных колебаний. В этих условиях плотность резонансов оказывается связанной с плотностью частиц в пучках, в силу чего возникает вопрос, возможно ли одновременно обеспечить высокий процент поляризации и достаточную светимость? Анализ устойчивости поляризации встречных пучков был проведен в [44]. При этом было рассмотрено деполяризующее влияние любого источника возмущений стохастического характера, в том числе и квантовых флуктуаций. С этой целью вводится время деполяризации — обратное величине вероятности:

$$\tau_g^{-1} = w_g = \sum_k w_k = \sum_k \pi \langle |U_k|^2 \delta(\nu - \nu_k) \rangle. \quad (90)$$

Здесь  $\nu$  — частота прецессии спина вокруг оси поляризации  $\mathbf{n}$ ;  $\nu_k$  — целочисленная комбинация частот орбитального движения; дельта-функция характеризует воздействие на спин стохастического источника. Уравнение эволюции спина с учетом деполяризующих воздействий

$$\dot{\zeta} = -\zeta w^{\uparrow\downarrow} - \zeta w_D \quad (91)$$

имеет следующее решение для равновесной поляризации:

$$\zeta_{\text{равн}} = -\frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{1}{1 + \tau_n/\tau_D}, \quad (92)$$

которое устанавливается через время  $T = \tau_n \tau_D / (\tau_n + \tau_D)$ .

Мощность резонанса  $|U_k|^2$ , входящая в формулу (90), зависит, в частности, от амплитуды бетатронных колебаний, и в первую очередь от амплитуды  $z$ -колебаний. Заметим, что амплитуда  $z$ -колебаний может измениться при лобовой встрече двух пучков (электронов и позитронов), поскольку встречный пучок оказывает влияние на вертикальные колебания. При этом эффективная амплитуда ока-

зывается зависящей от числа частиц в сгустке, вследствие чего число частиц  $N$  входит в определение времени деполаризации  $\tau_d$ . Проведенные оценки показали, что условия, ограничивающие число частиц  $N$ , т. е. лимитирующие светимость, не являются нереальными: они совпадают с обычными требованиями к пучку, обеспечивающими устойчивость встречных пучков в орбитальном движении.

Рассмотрение проблемы устойчивости поляризации и роли деполаризующих факторов [45] показало, что при надлежащих требованиях к точности конструкции магнитной системы накопителя можно обеспечить поляризацию встречных пучков даже в области сверхвысоких энергий электронов 10—100 ГэВ. Эти требования касаются прежде всего точности установки магнитной системы, обеспечивающей ограничение максимального отклонения пучка от равновесной орбиты, а также выбора параметров накопителя, обеспечивающего удаление частоты прецессии спина от резонансов, вызванных случайными отклонениями магнитного поля.

Как было показано в [45], существует возможность ускорить процесс поляризации введением в прямолинейные промежутки накопительного кольца сильного вертикального знакопеременного магнитного поля:  $B_+$  и  $B_-$  ( $B_+ \gg B_-$ ) — «змейка». При этом поляризующие процессы будут происходить при излучении электронов на участке змейки. Это сокращает время установления поляризации в  $2\pi \langle B_0^3 \rangle / B_+^3 \theta_+$  раз ( $B_0 \ll B_+$  — ведущее поле ускорителя,  $\theta_+$  — длина участка действия вертикального  $B_+$ -поля). Степень поляризации при этом равна:

$$|\xi| = \frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{B_+^2 - B_-^2}{B_+^2 + B_-^2}. \quad (93)$$

Этот способ повышения роли поляризующих процессов, обусловленных излучением, особенно эффективен в больших накопительных кольцах на очень высокие энергии при относительно малом поле  $\langle B_0 \rangle$ .

### 3. ЭФФЕКТ РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ФИЗИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Экспериментальные методы наблюдения эффекта радиационной поляризации. Как мы уже отмечали, эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах был установлен теоретически в 1963 г. [4]. Первое указание на существование этого эффекта в накопительных кольцах относится к 1968 г. — радиационная поляризация электронов (естественная поляризация) была обнаружена экспериментально на накопительном кольце АСО (536 МэВ) группой физиков во Франции (Орсэ) [46].

В 1971 г. эффект радиационной поляризации экспериментально изучался в ИЯФ СО АН СССР в Новосибирске на накопительном кольце ВЭПП-2 (625 МэВ) [8], а также во Франции на накопительном



кольце АСО [47]. Вслед за тем наблюдения были проведены при более высоких энергиях: в 1975 г. в Станфорде (США) на накопительном кольце SPEAR (2,4 и 3,7 ГэВ) [48—50] и в 1978 г. в ФРГ на накопительном кольце PETRA (15,2 ГэВ) [51, 52] (см. также [53]). В 1975 г. детальные наблюдения эффекта проводились на накопительном кольце ВЭПП-2М (0,5—0,7 ГэВ) в Новосибирске [54]. Основанные на различных методах, эти наблюдения не только качественно доказали существование эффекта радиационной поляризации в накопительных кольцах, но и установили хорошее согласие с теоретическими предсказаниями степени и времени поляризации [4].

Рассмотрим основные методы измерения поляризации электронов и позитронов, применявшихся в экспериментах.

*а. Метод внутривпучкового рассеяния (эффект Тушека).* В первых экспериментах по исследованию радиационной поляризации электронов и позитронов [8, 47, 53, 54] использовался метод измерений, основанный на меллеровском рассеянии частиц друг на друге в одном и том же сгустке. Это рассеяние, связанное с бетатронными колебаниями частиц, может привести к преобразованию радиального импульса в продольный [55], т. е. к различным значениям энергии двух частиц, отличающихся от среднего значения энергии пучка. Эффект внутривпучкового рассеяния может привести к выбыванию частиц из пучка, если добавочный импульс, полученный частицей при рассеянии, будет превышать максимально допустимое значение.

Важным является то обстоятельство, что сечение рассеяния зависит от ориентации спина частиц. Поэтому количество частиц, выбывающих из режима ускорения, будет происходить парами, как это ясно из существа эффекта внутреннего рассеяния, и может быть зафиксировано соответствующими счетчиками частиц. Формула дифференциального сечения упругого рассеяния электронов и позитронов в системе центра масс пучка с учетом поляризации имеет следующий общий вид

$$d\sigma_c = d\sigma_0(p, \theta)d\theta [1 - \zeta\zeta'G(p, \theta)]. \quad (94)$$

Здесь  $d\sigma_0(p, \theta)$  — известное меллеровское дифференциальное сечение для неполяризованных частиц;  $p = p_c/mc$  — импульс в системе координат центра масс пучка;  $\theta$  — угол рассеяния, а  $\zeta\zeta'$  — спины частиц (поперечная поляризация).

Максимально допустимый импульс определяется конкретными параметрами установки. Интегрирование (94) по углу  $\theta$ , а также по импульсу  $p$  с учетом задаваемой функции распределения частиц по импульсам дает для «скорости счета» выбывающих частиц выражение:

$$Y = Y_{\max} - b(1 - e^{-t/\tau})^2, \quad (95)$$

где  $Y_{\max}$  и  $b$  — положительные коэффициенты, а  $\tau$  — время поляризации.

В начальный момент времени  $t = 0$ , когда пучок был неполяризован, число выбывающих пар максимально:  $Y = Y_{\max}$ , затем,

по мере установления радиационной поляризации, скорость их выбывания экспоненциально падает и стремится к предельному значению  $Y = Y_{\text{макс}} - b$ . Вслед за тем с помощью включения дополнительного магнитного поля энергию пучка изменяют так, чтобы частота прецессии спина совпала с одной из собственных частот орбитального движения. Происходит деполяризация пучка, и при этом наблюдается резкое возрастание счета выбывающих пар до своего максимального значения.

Резонансная деполяризация пучка открывает возможность определения основных характеристик эффекта радиационной поляризации: сравнивая скачок в счете выбывающих пар электронов с формулой для определения времени (95), можно найти коэффициенты  $Y_{\text{макс}}$  и  $b$ , а следовательно, степень поляризации пучка и время  $\tau$ .

6. *Метод аннигиляции.* Метод измерения поляризации, основанный на эффекте Тушека, оказывается непригодным для измерения поляризации встречных пучков частиц. Кроме того, он очень чувствителен к деталям структуры пучка, что снижает необходимую точность измерения поляризации.

Метод аннигиляции, свободный от этих недостатков, основан на взаимодействии частиц высокой энергии, поскольку сечение двух-частичных реакций оказывается чувствительным к ориентации спинов сталкивающихся частиц — электронов и позитронов. Так, в частности, при аннигиляции электрона и позитрона могут образовываться пары мюонов, причем сечение этого процесса ( $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ), рассчитанное методами КЭД, имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\mu\mu}}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{16} \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 \{1 + \cos^2 \theta + p^2 \sin^2 \theta \cos 2\varphi\}, \quad (96)$$

где  $p = |\zeta_1| = |\zeta_2|$  — степень поляризации электронов и позитронов;  $\theta$  — полярный угол  $\mu^+$ -мезона по отношению к падающему позитрону;  $\varphi$  — азимутальный угол, который составляет плоскость рождения (плоскость, проходящая через импульсы начальной и конечной частицы) с горизонтальной плоскостью. Таким образом, процесс рождения мюонной пары зависит от поляризации электронов и позитронов, что и должно наблюдаться в эксперименте в зависимости процесса от угла  $\varphi$ . Азимутальная асимметрия должна также наблюдаться в процессах аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ,  $\pi^+\pi^-$ ,  $K^+K^-$ ,  $K_L^0 K_S^0$ .

В экспериментах, проведенных на накопительном кольце SPEAR [49] при энергии 3,7 ГэВ, наблюдалась анизотропия рождения мюонных пар, и это дало возможность получить в наблюдениях поляризации хорошее совпадение теории и эксперимента. При  $E = 1,55$  ГэВ частота прецессии спина совпала с гармониками орбитальной частоты и поэтому из-за деполяризующего резонанса никакой поляризации отмечено не было. Экспериментальные исследования азимутальной асимметрии при энергии частиц 3,7 ГэВ сравнивались с теоретической формулой, и было найдено хорошее совпаде-

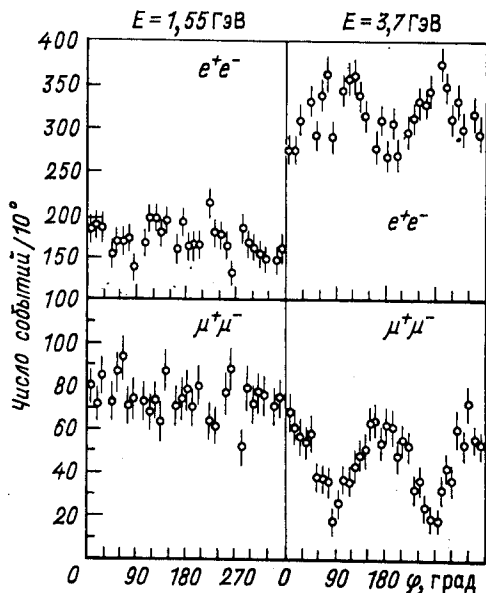


Рис. 3. Азимутальное угловое распределение событий при энергии пучков 1,55 и 3,7 ГэВ для  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$  (по данным работы [49])

ние (рис. 3). В хорошем согласии с теорией поляризация исследовалась тем же методом на накопителе ВЭПП-2М [54]. Заметим, что метод аннигиляции не приводит к разрушению поляризации пучков и позволяет непрерывное наблюдение.

*в. Метод комptonовского рассеяния.* Одним из методов наблюдения эффекта радиационной поля-

ризации является комptonовское рассеяние циркулярно поляризованных фотонов на электронах. Эффект Комптона обнаруживает характерную зависимость сечения от циркулярной поляризации фотонов и поперечной поляризации электронов.

В силу релятивистских свойств синхротронного излучения при встречном столкновении фотонов с электроном конечные фотоны вылетают в узком конусе с углом раствора  $mc^2/E$  относительно вектора скорости электрона. При этом сечение рассеяния

$$d\sigma = d\sigma_0 + d\sigma_1 P_\phi P_e \sin \phi \quad (97)$$

зависит от  $P_\phi$  — степени круговой поляризации фотонов,  $P_e$  — поляризации электронов и позитронов и угла  $\phi$  между плоскостью, перпендикулярной вектору поляризации электрона, и плоскостью рассеяния. При рассеянии циркулярно поляризованных фотонов на поперечно поляризованных электронах должна таким образом наблюдаться асимметрия в угловом расщеплении «вверх — вниз» (см. [56], (рис. 4).

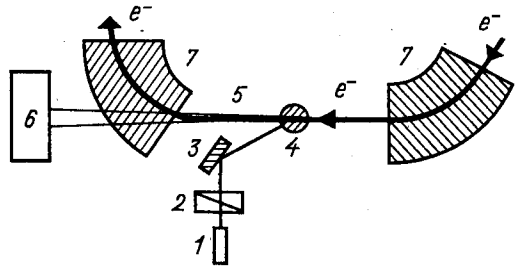
Измерение методом комptonовского рассеяния не разрушает поляризацию пучка: при взаимодействии фотонов с электронами исследуется ориентация спинов отдельных электронов и по отдельным испытаниям-тестам делается вывод о всем пучке. Поляризационный луч лазера при измерениях направляется против пучка. Отдельные лазерные фотоны взаимодействуют с электронами и отражаются назад («обратный комpton-эффект»), получая очень большую энер-

гию. Затем они попадают в счетчики. Характеристическое распределение рассеяния фотонов дает возможность определения степени поляризации электронов. Методика, разработанная на накопителе PETRA [51], была усовершенствована так, что процесс измерения поляризации занимает 10 мин, поэтому степень поляризации  $e^+e^-$ -пучков можно измерять непрерывно без разрушения ориентации спина.

*г. Метод наблюдения спиновой зависимости синхротронного излучения.* Все перечисленные здесь методы по наблюдению и измерению поляризации электронно-позитронных пучков являются в некотором

Рис. 4. Схема эксперимента по комптоновскому рассеянию циркулярно поляризованных фотонов на электронах:

1 — лазер; 2 — поляризатор; 3 — зеркало; 4 — область соударения фотонов с электронами; 5 — обратно рассеянные фотоны; 6 — счетчик фотонов; 7 — отклоняющие магниты



смысле косвенными: они дают возможность судить об ориентации спина частиц в результате тех или иных взаимодействий — столкновение частиц, аннигиляция, воздействие на пучок электронов и позитронов лазерными фотонами.

В этой связи интересно упомянуть еще об одной возможности измерения — наблюдения поляризации электронов и позитронов по спиновой зависимости спектра синхротронного излучения. Этот способ наблюдения, предложенный в ИЯФ СО АН СССР [57], является в каком-то смысле прямым — он не требует воздействия на пучок электронов со стороны других частиц.

Действительно, как было показано автором совместно с В. Г. Багровым и Р. А. Рзаевым [43], мощность синхротронного излучения, испускаемого поляризованными электронами, зависит от ориентации спина частиц. Воспользовавшись результатами работы [43] для излучения  $\sigma$ -компоненты СИ в линейном по  $\hbar$  приближении, можно получить, что поляризованный естественным образом пучок электронов будет излучать несколько больше, чем неполяризованный пучок. В коротковолновой части спектра, наиболее благоприятной для наблюдения, добавочная мощность СИ, связанная с ориентацией спина, имеет вид

$$\Delta = \frac{2\xi\nu |\zeta| K_{1/3}(\nu)}{\int_{\nu}^{\infty} K_{5/3} dx + K_{2/3}(\nu)} \quad (98)$$

Имея далее в виду асимптотику функции Макдональда

$$K_{\mu}(y) \underset{(y \rightarrow \infty)}{=} \sqrt{\frac{\pi}{2y}} e^{-y}, \quad (99)$$

получаем, что

$$\Delta = |\zeta| y \xi = 0,92 y \xi, \quad (100)$$

т. е. величина  $\Delta$  при фиксированной длине волны наблюдения пропорциональна  $\xi$ , т. е. напряженности магнитного поля и энергии частиц. Величина  $\Delta$  представляет собою скачок энергии при включении деполяризатора.

На накопительном кольце ВЭПП-4 были проведены измерения поляризации с помощью рассматриваемого метода [58]. При этом сравнивалась мощность излучения двух ступков позитронов: поляризованных и неполяризованных (один из ступков подвергался селективной деполяризации). По измерению скачка энергии излучения, вызванного поляризацией позитронов, методом максимума правдоподобия определялась поляризация частиц.

Таким образом, наблюдение спиновой зависимости синхротронного излучения показало себя как эффективный метод исследования радиационной поляризации в накопителях. Поскольку эффект растет с энергией частиц ( $\Delta \sim E\hbar$ ), этот метод представляет особый интерес для накопителей частиц высокой энергии (10—100 ГэВ).

В заключение заметим, что измерение радиационной поляризации электронов и позитронов методом наблюдения спиновой зависимости СИ вносит новое слово в проблему измерения спина свободного электрона (квантовая теория измерений). Здесь источником информации о спиновой ориентации служит сам электрон, свободный — не связанный в атоме. При этом наблюдение поляризации не связано непосредственно с воздействием (как это, например, имеет место в опытах Штерна — Герлаха) макроприбора на микрообъект.

**Эффект радиационной поляризации и новые возможности физического эксперимента.** Естественный процесс радиационной поляризации электронов и позитронов в накопителях является в настоящее время единственным и в силу этого уникальным способом получения поляризованных частиц высокой энергии. Поскольку процесс поляризации легко управляем, оказывается возможным свободно маневрировать энергией частиц, временем поляризации, а также изменять ориентацию спина в соответствии с требованием эксперимента и, в частности, переходить от поперечной поляризации к продольной. Тем самым открылись новые возможности для физических экспериментов с поляризованными частицами.

*а. Резонансная деполяризация. Высокопрецизионное измерение энергии пучка в накопителе.* Этот метод [59, 60] основан на точном измерении частоты прецессии спина с помощью резонансной деполяризации пучка электронов. Действительно, как уже отмечалось,

частота прецессии спина  $\Omega_0$  вокруг ведущего магнитного поля связана с энергией частицы соотношением:

$$\Omega_0 = \omega_0 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \gamma \right), \quad (101)$$

где  $\gamma = E/mc^2$  — релятивистский фактор, а  $\omega_0$  — релятивистская циклотронная частота  $\omega_0 = ec\vec{H}_z/E$ . При этом предполагается, что произведено усреднение по быстрым бетатронным колебаниям. Синхротронные (медленные) колебания энергии частицы вблизи среднего значения  $\gamma_0$  с частотой  $\omega_\gamma$  приводят к тому, что частота прецессии спина оказывается модулированной, вследствие чего частотный спектр прецессии спина обладает основной частотой  $\Omega_0$  и смещенными боковыми частотами

$$\Omega_0 \pm n\omega_\gamma, \quad (102)$$

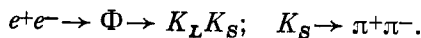
где  $n$  — целое число. В практически важных случаях, однако, эти боковые частоты вносят экспоненциально малый вклад.

Резонансная деполяризация пучка производится с помощью деполяризатора (токовая петля), создающего переменное продольное магнитное поле, изменяющееся с частотой  $\omega_d = \omega_0 \left( \frac{\alpha}{2\pi} \gamma - 1 \right)$ . При выполнении условия резонанса

$$\omega_d = \omega_0 \frac{\alpha}{2\pi} \gamma \pm \omega_\gamma \quad (103)$$

поляризация пучка разрушается, что и фиксируется, например, с помощью измерения поляризации методом внутривпучкового рассеяния.

Метод резонансной деполяризации дает возможность решить задачу калибровки энергии пучка в накопителе с точностью намного выше, чем  $10^{-4}$ . Это имеет большое значение для измерения масс частиц, участвующих в реакциях, получаемых с помощью встречных пучков. С помощью прецизионного измерения энергии электронов и позитронов в ИЯФ СО АН СССР были проведены эксперименты на накопительных кольцах ВЭПП-2 по определению массы мезонов в реакциях, где распад  $\Phi$ -мезона детектировался с помощью двух заряженных  $\pi$ -мезонов:



При этом было установлено, что  $M_\Phi = (1019,4 \pm 0,3) \text{ МэВ}$  [60, 61].

В экспериментах, проведенных на накопительном кольце ВЭПП-4 с помощью метода резонансной деполяризации, с высокой точностью была измерена масса  $\Upsilon$ -мезона в инклюзивных реакциях  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon + h$ . В результате точной калибровки энергии и обработки экспериментальных данных по кривой Брейта — Вигнера для массы  $\Upsilon$ -мезона было получено значением  $M_\Upsilon = (9459,7 \pm 0,6) \text{ МэВ}$  [62].

Метод резонансной деполяризации, разработанный в ИЯФ СО АН СССР, применялся также с успехом в экспериментах на Корнельском накопительном кольце CESR [63], а также в DORIS (ФРГ) [64] с целью прецизионного измерения масс  $\Upsilon$ -мезонов.

Интересный эксперимент по точному определению аномального магнитного момента электрона и позитрона был проведен с помощью метода радиационной поляризации на накопительном кольце ВЭПП-2 [65]. В отличие от ранее известных измерений в этих опытах аномальные магнитные моменты частиц измерялись в одних и тех же условиях — в одном и том же накопительном кольце, что и давало наилучшие возможности для их сравнения.

6. *Поляризованные пучки электронов и позитронов в физике высоких энергий.* В настоящее время во многих крупнейших лабораториях мира проявляется возрастающий интерес к проведению физических экспериментов с поляризованными пучками электронов и позитронов. Как уже отмечалось, поперечные сечения двухчастичных реакций (рассеяние на поляризованной мишени, роль которой играет одна из частиц во время столкновения встречных пучков, рождение фотонов, аннигиляция) проявляют зависимость от поляризации электронов и позитронов. В этой связи приобрели особый интерес инклюзивные процессы, сопровождающиеся рождением адронов. С помощью изучения реакций аннигиляции поляризованных электронов и позитронов оказалось возможным детальное исследование электрослабых взаимодействий и проведение прецизионных измерений для испытания различных теоретических моделей и, в частности, стандартной калибровочной теории Вайнберга — Салама. Эти исследования принесли много новых интересных результатов, недоступных ранее в экспериментах с неполяризованными частицами.

Остановимся кратко на некоторых из них, имея в виду, что полное изложение рассматриваемых вопросов читатель может найти в монографии П. С. Исаева [6], посвященной современным проблемам квантовой электродинамики в области высоких энергий.

1. *Струйная структура рождения адронов.* В 1975 г. на накопительном кольце SPEAR (Станфорд, США) наблюдалась струйная структура в рождении адронов при  $e^+e^-$ -аннигиляции [66—68]. Как известно (см. [6]), в кварк-партоновой модели элементарных частиц адроны рождаются в  $e^+e^-$ -аннигиляции последовательным превращением пары  $e^+e^-$  в виртуальный фотон, фотона в кварк-антикварковую пару с последующей фрагментацией каждого кварка в отдельную струю адронов (рис. 5).

Существует предположение о том, что поперечная компонента импульса каждого адрона по отношению к направлению вылета кварка (или антикварка) имеет ограниченное значение. Причина такого ограничения остается пока неизвестной (см. [6]), однако если поперечный импульс адронов ограничен, то распределение рождающихся адронов должно соответствовать начальному направлению вылета кварков. При таких условиях адроны в процессе  $e^+e^-$ -аннигиляции

будут образовываться в виде противоположно направленных струй (рис. 6): адроны как бы запоминают направление, в котором были испущены кварки.

В соответствии с изложенными здесь соображениями угловое распределение струй должно иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} [1 + F (\cos^2 \theta + P^2 \sin^2 \theta \cos 2\varphi)]. \quad (104)$$

Здесь  $\theta$  — полярный угол оси струи с соответствующим направлением падающего позитрона;  $\varphi$  — азимутальный угол с плоскостью накопительного кольца;  $P$  — поперечная поляризация каждого пучка электронов и позитронов.

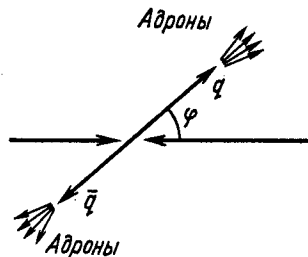
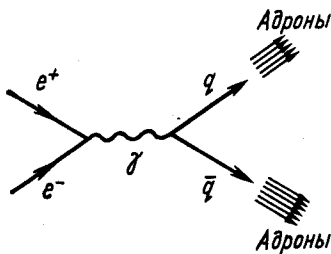


Рис. 5. Схема рождения адронов в  $e^+e^-$ -аннигиляции

Рис. 6. Схема струйной модели рождения адронов

Весьма существенным моментом струйной модели является зависимость сечения рождающихся адронов от ориентации спинов  $e^+e^-$ . Это открыло возможность определения спинов кварков, исходя из углового распределения струй.

В пионерской экспериментальной работе [67, 68], проведенной на накопительном кольце SPEAR при энергии 7,4 ГэВ, адронное инклюзивное распределение обнаружило отчетливо выраженную азимутальную асимметрию. Тем самым была подтверждена кварк-партоновая модель и было установлено, что спин кварков имеет более вероятное значение  $1/2$ , чем нуль.

2. Трехструйные события. Открытие глюона. Повышение энергии сталкивающихся электронно-позитронных пучков до значений более 10 ГэВ открывает возможность наблюдения ролы глюонов в качественном изменении поведения струй (см. [6]).

В 1979 г. в DESY (ФРГ) на накопительном кольце PETRA впервые наблюдались трехструйные события, свидетельствующие об экспериментальном открытии глюонов и явившиеся весьма сильным экспериментальным подтверждением основных представлений квантовой хромодинамики.

Квантовая хромодинамика предсказывает возможность трехструйных событий образования адронов в  $e^+e^-$ -аннигиляции в резуль-



тате процесса  $e^+e^- \rightarrow \bar{q}qg \rightarrow 3$  адрона, в котором виртуальный глюон излучается кварком (или антикварком) с последующей фрагментацией в адроны (см. [6]) (рис. 7).

Таким образом, трехструйные события указывают прямой путь к изучению свойств глюонов, включая определение константы кварк-глюонной связи.

В мае 1979 г. на накопительном кольце PETRA (27 ГэВ в системе центра масс) наблюдалось пять таких событий, к настоящему времени [69] их зарегистрировано несколько тысяч. Наблюдение трехструйных событий в рождении адронов (рис. 8) дает возможность

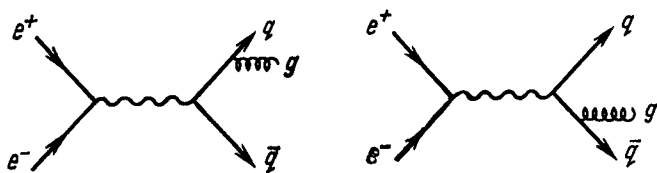


Рис. 7. Схема излучения глюонов

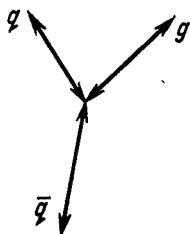


Рис. 8. Схема трехструйных событий

обоснования значения спина глюона [70, 71] путем измерения расположения осей струй и выявления азимутальной асимметрии, обусловленной поперечной поляризацией  $e^+e^-$  подобно тому, как это было сделано в случае двухструйных событий, причем поляризацию начальных частиц можно положить в основу определения природы рождаемых струй адронов — кварк-антикварковой или глюонной. В настоящее время продолжают наблюдения трехструйных событий с продольно поляризованными электронами. Изучение аннигиляции продольно поляризованных  $e^+e^-$  позволит еще более расширить информацию об этих интересных явлениях.

3. Наблюдение интерференции слабых и электромагнитных взаимодействий. Процесс рождения мюонов в  $e^+e^-$ -аннигиляции уже давно привлекал к себе внимание с точки зрения возможности наблюдения интерференции слабых и электромагнитных взаимодействий. Согласно единой калибровочной модели электрослабых взаимодействий Салама — Вайнберга аннигиляции  $e^+e^-$  в  $\mu^+\mu^-$ -мюоны может идти через виртуальный фотон или через виртуальный промежуточный  $Z^0$ -бозон (слабый

нейтральный ток) (рис. 9) (см. [6]). Оба процесса неразличимы, и в силу этого они интерферируют между собою. Поскольку бозонная вершина содержит и аксиальное и векторное взаимодействие, рождение мюонов через  $Z^0$ -бозон приводит к наличию зарядовой асимметрии в угловом распределении  $\mu^+\mu^-$ . Наблюдение зарядовой асимметрии распределения мюонов дает возможность установить существование эффекта нейтральных токов. Важно в связи с этим подчеркнуть, что зависимость рассмотренных процессов от поляризации электронов и позитронов дает возможность проведения экспери-

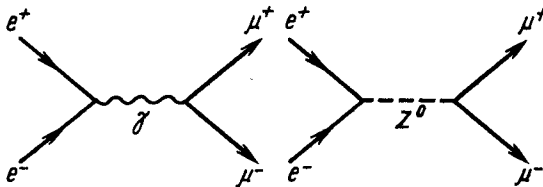


Рис. 9. Схема  $e^+e^-$ -аннигиляции в мюоны

ментов в условиях относительного усиления асимметрии в угловом распределении мюонов, обусловленной слабым взаимодействием, за счет подавления реакции в электромагнитном канале.

Такие эксперименты были поставлены на накопительном кольце PETRA на встречных пучках  $e^+e^-$   $2 \times 19$  ГэВ. При энергии 15 ГэВ поляризация пучка достигала 60 % в течение 20 мин. Наблюдавшаяся асимметрия рождения мюонов подтвердила модель Салама — Вайнберга. Эти эксперименты явились одним из выдающихся достижений экспериментальной физики высоких энергий [69].

С точки зрения теории электрослабых взаимодействий весьма интересным являются перспективы проведения экспериментов с поляризованными частицами в электрон-протонных столкновениях (HERA DESY: 30 ГэВ электроны и 800 ГэВ протоны, CHEER Fermilab 10 ГэВ электроны и 150—800 ГэВ протоны). В этих условиях спиновые эффекты приобретают особое значение, причем при таких энергиях обмен фотоном становится так же вероятен, как и  $Z^0$ -бозонный обмен.

В заключение этого обзора следует еще раз подчеркнуть, что поляризованные пучки частиц высокой энергии оказываются очень важным инструментом физических исследований и в настоящем, и в перспективах на будущее. Интерес к поляризованным пучкам электронов и позитронов проявляется в последнее время в связи с предстоящим вводом в действие новых  $e^+e^-$ -коллайдеров, рассчитанных на получение высоких энергий частиц ( $\sim 100$  ГэВ): TRISTAN, SLC, LEP.

Ожидается, что на этих коллайдерах можно будет наблюдать теоретически предсказанный хиггсовский бозон, который играет важную роль в объединенной теории электромагнитных и слабых взаимодействий. Применение поляризованных пучков  $e^+e^-$ , аннигилирую-

щих в лептонную пару и хиггсовский бозон дает возможность выделить данную реакцию на фоне других процессов [72].

Поляризованные пучки электронов и позитронов могут иметь большое значение для экспериментального подтверждения суперсимметричных теорий (SUSY), идея которых возникла сравнительно недавно и стала особенно популярной в самое последнее время. В соответствии с основными идеями SUSY фермионы и бозоны входят в теорию симметричным образом: у каждой известной частицы должен быть суперсимметричный партнер. Поискам суперсимметричных партнеров известных частиц в последние 2—3 года уделяется большое внимание. Однако несмотря на экспериментальные усилия существование этих частиц не подтверждено.

В анализе экспериментальных возможностей обнаружения SUSY-партнеров существенную роль играют их поляризационные свойства [73, 74]. Эти свойства могут оказаться полезными для регистрации суперсимметричных партнеров в наиболее тонких экспериментах с поляризованными пучками  $e^+e^-$ . Предполагается, что поляризационные свойства частиц будут играть важную роль в открытии новых физических закономерностей при энергиях будущих  $e^+e^-$ -коллайдеров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mott N. F. // Proc. Roy. Soc. 1929. Vol. 4124. P. 425—430.
2. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
3. Тернов И. М. Исследования по квантовой теории светящегося электрона: Дис. д-ра физ.-мат. наук. М., 1961.
4. Соколов А. А., Тернов И. М. // ДАН СССР. 1963. Т. 153. С. 1052—1054; Труды международной конференции по ускорителям высокой энергии. М.: Госатомиздат, 1964. С. 921—923.
5. Тернов И. М., Лоскутов Ю. М., Коровина Л. И. // ЖЭТФ, 1961, Т. 41. С. 1294.
6. Исаев П. С. Квантовая электродинамика в области высоких энергий. М.: Энергоатомиздат, 1984.
7. Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А. // Вестн. Моск. ун-та. 1964. № 4. С. 62—70.
8. Байер В. Н. // УФН. 1971. Т. 105. С. 441—478.
9. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М., Скринский А. Н. Препринт ИЯФ СОАН СССР 77—60. Новосибирск, 1977.
10. Соколов А. А. // ДАН СССР. 1949. Т. 67. С. 1013—1016.
11. Furry W. H. // Phys. Rev. 1951. Vol. 81. P. 115—124.
12. Stech B. // Z. Phys. 1956. Vol. 144. P. 214—218.
13. Fradkin D., Good R. // Rev. Mod. Phys. 1961. Vol. 33. P. 343—352.
14. Синхротронное излучение: Сб. статей. М.: Наука, 1966.
15. Тернов И. М., Рзаев Р. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физика—астрономия. 1965. № 6. С. 87—89.
16. Байер В. Н., Катков В. М. // ЯФ. 1966. Т. 3. С. 81—88.
17. Störck E. // Z. Naturforsch. 1968. Vol. 23a. P. 1914—1928; Phys. Lett., Vol. A27. P. 651—653.
18. Schwinger J., Tsai W. // Phys. Rev. 1974. Vol. D9. P. 1843—1845.
19. Jackson J. D. // Rev. Mod. Phys. 1976. Vol. 48. P. 417—433.
20. Montague B. W. Polarized beams in high energie storage rings // Phys. Rept. Vol. 113. P. 43—53. Amsterdam. North Holland Publ. 1984.

21. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 2. P. 435—436.
22. Бордовицын В. А. Спиновые свойства релятивистских частиц в классической, квазиклассической и квантовой теории с внешним электромагнитным полем: Автореф. дис.... д-ра физ.-мат. наук. Москва—Томск, 1983.
23. Тернов И. М., Бордовицын В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физика—Астрономия. 1982. Т. 23. С. 72—76.
24. Бордовицын В. А., Тернов И. М. // ТМФ. 1983. Т. 54. с. 338—345.
25. Тернов И. М., Бордовицын В. А. // УФН. 1980. Т. 132. С. 345—352.
26. Frenkel J. // Z. Phys. 1926. Vol. 37. P. 243—262. (Френкель Я. И. Собрание научных трудов. М.: Изд-во АН СССР, 1958).
27. Schwinger J. // Phys. Rev. 1948. Vol. 73. P. 416—421.
28. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А., Дорофеев О. Ф. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. С. 2273—2280.
29. Байер В. Н., Катков В. М. // ЖЭТФ. 1967. Т. 52. С. 1422—1426.
30. Тернов И. М., Туманов В. С. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 1138—1139.
31. Froissart M., Stora R. // Nucl. Instrum. and Methods. 1960. Vol. 7. P. 297—305.
32. Cohen D. // Rev. Sci. Instrum. 1962. Vol. 33. P. 161—171.
33. Соколов А. А., Борисов А. В., Гальцов Д. В., Жуковский В. Ч. // Изв. вузов. Физика. 1974. № 12. С. 5—18.
34. Тернов И. М., Бордовицын В. А., Сорокин С. В. // Изв. вузов. Физика. 1983. № 12. С. 112—114.
35. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М., Скринский А. Н. // ДАН СССР. 1970. Т. 192. С. 1255—1258; ЖЭТФ. 1974. Т. 60. С. 1216—1227.
36. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М. // ДАН СССР. 1975. Т. 223. С. 830—833; ЖЭТФ. 1973. Т. 64. С. 1918—1929.
37. Christ N., Farley F. J. M., Hereward H. G. // Nucl. Instrum. and Methods. 1974. Vol. 115. P. 227—231.
38. Дербенев Я. С., Кондратенко А. М., Скринский А. Н. Препринт ИЯФ СОАН СССР 76-62. Новосибирск, 1976.
39. Соколов А. А., Тернов И. М. // ЖЭТФ. 1953. Т. 25. С. 698—712.
40. Королев Ф. А., Куликов О. Ф., Ершов А. Т. // ДАН СССР. 1960. Т. 134. С. 314—317.
41. Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
42. Соколов А. А., Тернов И. М., Жуков М. В., Левентуев В. П. // Синхротронное излучение: Сб. статей. М.: Наука, 1966. С. 152.
43. Тернов И. М., Багров В. Г., Рзаев Р. А. // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 374—382.
44. Кондратенко А. М. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1211—1218.
45. Кондратенко А. М., Дербенев Я. С., Скринский А. Н. Препринт ИЯФ СОАН СССР 77-60. Новосибирск, 1977; 77-62, 1977.
46. Veldeoch R. e. a. // Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 9—16 октября 1968 г. М.: Наука, 1970. Т. 1. С. 129—133.
47. Le Duff J., Marin P. S. e. a. Труды всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 2—4 октября 1972 г. М.: Наука, 1973. С. 374—377.
48. Camerini U., Cline D. e. a. // Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 1855—1858.
49. Learned J. G., Resvanis L. K. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1688—1690.
50. Switters R. F., Richter B. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1320—1322.
51. DESY Polarised beams et PETRA. Cern Courier. 1980. 20; DESY Journ. 1982. 82-3/4.
52. Bremer H. D., Kewish J., Levin H. C. e. a. DESY Journ. 1982. 82-026. P. 1—10.
53. Barber D. P., Bremer H. D. e. a. // DESY Journ. 1983. 83-065. P. 1—14.
54. Курдадзе Л. М., Середняков С. И. и др. Препринт ИЯФ СОАН СССР 75-66. Новосибирск, 1975.

55. Bernardini C., Corazze G. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1963. Vol. 10. P. 407—412.
56. Байер В. Н., Хозе В. А. // ЯФ. 1969. Т. 9. С. 409—412.
57. Корчуганов В. Н., Кулипанов Г. Н., Салдин Е. Л., Скринский А. Н. Препринт ИЯФ СОАН СССР 77-83. Новосибирск, 1977.
58. Беломестных С. А., Бондарь А. Е. и др. Препринт ИЯФ СОАН СССР 83-86. Новосибирск, 1983.
59. Курдадзе Л. М., Середняков С. И. и др. Препринт ИЯФ СОАН СССР 75-66. Новосибирск, 1975.
60. Bukin A. D. e. a. Препринт ИЯФ СОАН СССР 75-64. Новосибирск, 1975.
61. Букин А. Д. и др. // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 976—984.
62. Артамонов А. С. и др. Препринт ИЯФ СОАН СССР 82-94. Новосибирск, 1982.
63. Giles R., Hassard e. a. // Phys. Rev. D. Part and Fields. 1984. Vol. 29. P. 1285—1299.
64. Barber D. P., Bremer H. D. e. a. // Phys. Lett. 1984. Vol. B135. P. 498—504.
65. Serebnyakov S. I. e. a. Препринт ИЯФ СОАН СССР 76-61. Новосибирск, 1976.
66. Hanson G. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1609—1612.
67. Schwitters R. F. e. a. // Proc. of 1975 Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energy. Stanford Univ., 1975.
68. Schwitters R. F. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1320.
69. Wu S. L.  $e^+ e^-$  Physics at PETRA the first five years // Physics Reports. 1984. Vol. 107. N. 2—5.
70. Brandelik R. e. a. // Phys. Lett. 1980. Vol. 97B. P. 453—458.
71. Berger Ch. e. a. // Phys. Lett. 1980. Vol. 97B. P. 459—464.
72. Bates R., Ng J. N. // Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32. P. 31—57.
73. Chiappetta P., Soffer J., Taxil P. e. a. // Phys. Rev. D. 1985. Vol. 31. P. 1739—1742; Nucl. Phys. 1984. Vol. B 259. P. 365—396.
74. Hayashibara I., Takasaki F., Shimizu Y. e. a. // Phys. Lett. 1985. Vol. 158B. P. 349—354.