

ГЛЮОННЫЕ СТРУИ В АДРОННЫХ ПРОЦЕССАХ И КОНФАЙНМЕНТ

И. М. Дрежин

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР, Москва

Рассматривается гипотеза об ограничении, которое накладывает явление конфейнмента на длину, доступную для излучения глюонов кварками. Показано, что в случае справедливости такой гипотезы должны наблюдаться на опыте неупругие адрон-адронные процессы, в которых заметная доля вторичных частиц летит под близкими полярными углами (кольцевые события). Обсуждаются электромагнитные аналоги такого эффекта. Приведены экспериментальные данные, свидетельствующие в пользу указанного явления.

Confinement should impose definite restrictions on the gluon radiation length of quarks. The validity of the hypothesis can be verified by observation of the inelastic hadron-hadron processes with the specific angular distribution of secondaries tending to possess equal polar angles (ring events). Some electromagnetic processes exhibiting similar effect are described. Experimental results in favour of the hypothesis are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое описание сильных взаимодействий частиц претерпело существенные изменения за последнее десятилетие. Вместо феноменологических моделей, оперирующих с адронами как с элементарными объектами, на первый план выдвинулась квантовая хромодинамика (КХД), трактующая адроны как составные объекты, содержащие более фундаментальные составляющие — кварки и глюоны, характеризующиеся новым квантовым числом — цветом. Взаимодействие этих составляющих происходит за счет обмена цветом, т. е. посредством «цветных сил». Адроны являются бесцветными объектами, и поэтому их взаимодействия (сильные!) служат всего лишь отголоском цветowych взаимодействий кварков и глюонов, наподобие того, как, например, взаимодействие диполя в электродинамике обусловлено экранирующими друг друга электромагнитными взаимодействиями составляющих его заряженных объектов (частицы и античастицы).

Аналогия с электромагнетизмом идет значительно дальше столь простого примера. Во-первых, статические свойства (спин, масса и т. п.) кварков и глюонов оказываются схожими с соответствующими характеристиками электронов и фотонов. Во-вторых, закон взаимодействия двух кварков на малых расстояниях (т. е. при больших переданных импульсах) удивительно похож на кулоновский закон

взаимодействия двух электрических зарядов. Он отличается от кулоновского практически лишь тем, что «константа» взаимодействия, появляющаяся вместо постоянной тонкой структуры, оказывается логарифмически убывающей с уменьшением расстояния (свойство «асимптотической свободы»).

Однако имеются и более существенные различия. Прежде всего, электроны и фотоны непосредственно наблюдаются, тогда как кварки и глюоны в свободном состоянии обнаружить не удалось. Поэтому считается, что они удерживаются цветными силами внутри адронов (свойство удержания или «конфайнмента»), проявляя себя как квазисвободные только на малых расстояниях, меньших размеров адронов. Доказать свойство удержания в рамках КХД пока не удалось. Возможно, оно связано с принципиальным различием между глюонами и фотонами, состоящем в том, что фотоны электрически нейтральны, тогда как глюоны обладают цветным зарядом и могут непосредственно взаимодействовать друг с другом (самодействие глюонов).

В этой ситуации, когда квантовая теория не дает однозначных ответов о свойствах взаимодействий на расстояниях порядка размеров адрона, естественно попытаться смоделировать явление конфайнмента в рамках классической теории излучения и проверить на опыте дееспособность таких моделей. Именно этому посвящены последующие разделы обзора.

Вместе с тем квантовую теорию успешно применяют при малых расстояниях.

Подобие кварков и электронов, с одной стороны, глюонов и фотонов, с другой, широко используется теоретиками при квантовополевых расчетах свойств так называемых жестких процессов, характеризующихся большими передаваемыми импульсами, где проявляется асимптотическая свобода и потому (ввиду малости константы связи) применима теория возмущений. На эксперименте жесткие процессы выделяются при наблюдении адронных струй, инициированных кварками или глюонами, т. е. групп адронов, летящих вдоль общей оси, задаваемой направлением движения первичного партона.

Расчету согласно КХД поддается лишь кварк-глюонная стадия процесса, когда эволюционируют, превращаясь друг в друга, кварки и глюоны, передающие достаточно большие импульсы. При этом цветные токи кварков и глюонов фактически рассматриваются как незаэкранированные в полной аналогии с электромагнитными токами (кроме учитываемого самодействия глюонов). Подчеркнем, однако, что жесткие процессы проверяют гипотезу о незаэкранированных цветных токах лишь на очень малых расстояниях, порядка обратных передач импульса в данном процессе. Тем не менее важно, что гипотеза о незаэкранированных токах на этих расстояниях полностью оправдывает себя, т. е. цветные токи действительно существуют. Конечная стадия адронизации, т. е. собирания кварков и глюонов с небольшими относительными импульсами в адроны, не поддается последовательному описанию в рамках КХД ввиду важности эффек-

та конфайнмента на этом этапе. Поэтому здесь приходится вводить феноменологические модели, которые могли бы учесть этот эффект и соответствовали бы экспериментальным данным о характеристиках вторичных адронов.

Наиболее ярко эффект конфайнмента, видимо, должен проявляться в различии размеров тех областей пространства, в которых действуют электромагнитные и цветные токи. При этом особенно сильно он должен сказываться на тех адронных процессах, области формирования которых оказываются заметно меньше соответствующих продольных длин формирования излучения в аналогичных электромагнитных процессах.

Например, хорошо известно, что тормозное излучение фотонов частоты ω заряженной частицей массы m и высокой энергии E формируется на большой длине, равной

$$l_{\phi} \sim \omega^{-1} \gamma^2 \equiv \omega^{-1} (E/m)^2. \quad (4)$$

Физически очевидно, что цветные токи не могут появляться незаэкранированными на столь больших расстояниях. Конфайнмент должен заметно ограничивать область проявления цветных токов по сравнению со случаем электромагнетизма. Уменьшение длины формирования излучения, естественно, должно приводить к подавлению малых частот и увеличению угла испускания. Поскольку в то же время векторная природа фотонов и глюонов подавляет излучение под малыми углами, то совместное действие двух указанных факторов будет способствовать образованию кольцевой структуры излучения глюонных струй при достаточно больших полярных углах. На опыте должны наблюдаться неупругие адрон-адронные взаимодействия, в которых заметная группа вторичных адронов заполняет кольцо в плоскости, перпендикулярной оси столкновения начальных адронов, лежащее на заметном удалении от этой оси.

Цель данного обзора и состоит в том, чтобы обосновать возможность появления такого эффекта в адронной физике, указать на пути его экспериментального обнаружения, обсудить физическую информацию, извлекаемую из соответствующих распределений, и рассмотреть те экспериментальные данные, которые указывают на возможные проявления эффекта деконфайнмента кварков на ограниченном участке пути (так называемые кольцевые события).

Физическая картина, которую мы будем иметь в виду, состоит в следующем. Партоны (кварки, глюоны) начального адрона, налетающего с высокой энергией на другой адрон или ядро, при попадании внутрь мишени перестают экранировать друг друга, и внутри мишени возникают нескомпенсированные цветные токи, способные на некоторой ограниченной явлением конфайнмента длине испускать глюоны, превращающиеся затем в адронные струи. Основным следствием гипотезы об ограниченности длины излучения будет предсказание неупругих адронных процессов, в которых заметная доля вторичных

частиц летит под одинаковым (и достаточно большим) полярным углом (кольцевые события).

Такой процесс аналогичен тормозному излучению на ограниченной длине пробега заряженной частицы. В адронной физике он не является доминирующим — большинство процессов идет за счет непосредственного взаимодействия партонов и рождения новых кварков и глюонов. Вместе с тем характерные особенности углового распределения вторичных адронов позволяют выделить такой процесс на опыте, а соответствующие теоретические расчеты показывают, что из анализа этих процессов можно получить ценную информацию.

В разд. 1 рассмотрена конкретная модель излучения векторным током, появляющимся лишь на конечной длине («ступенчатый» ток). Показано также, что выделяется излучение Вавилова — Черенкова при наличии среды. Обсуждаются возможные свойства адронной среды. Показаны характерные особенности глюонного излучения в рассматриваемом случае — появление узких адронных колец под большими углами, рост интенсивности излучения с ростом энергии, роль показателя преломления среды.

В разд. 2 приведены электромагнитные аналоги изучаемого ступенчатого тока, проявляющие себя в конкретных физических ситуациях.

В разд. 3 мы обсудим, какие сведения из эксперимента можно извлечь при анализе характерных кольцевых событий и какие экспериментальные данные о кольцевых событиях имеются в настоящее время.

Наконец, в заключении подведены итоги изучения модели и сопоставления ее с экспериментом.

В приложение вынесено обсуждение обобщенной модели, учитывающей пространственную протяженность областей появления цветового тока и его обесцвечивания. Показано, что размерами этих областей можно пренебречь, если они хотя бы на порядок величины меньше длины действия тока.

1. ИЗЛУЧЕНИЕ ГЛЮОННЫХ СТРУЙ И ЭФФЕКТ КОНФАЙНМЕНТА

Основная гипотеза. Как уже обсуждалось во введении, мы будем использовать подобие свойств электронов и кварков, а также фотонов и глюонов при расчете процессов излучения, предполагая, что основное их отличие проявляется в том, что вследствие эффекта удержания длина, с которой собирается глюонное излучение кварков, должна быть заметно меньше длины, доступной для соответствующего фотонного излучения электронами. Поскольку в природе нет кварков и глюонов в свободном состоянии, цветные токи, если и появляются, то лишь на ограниченных отрезках, в отличие от электромагнитных токов свободных зарядов, способных перемещаться сколь угодно далеко.

Наглядную модель проявления цветных токов можно представить себе, например, рассматривая процесс неупругого взаимодей-

ствия пиона с адроном или с массивным ядром следующим образом. Ни в начальном, ни в конечном состоянии цветных токов нет — они экранированы внутри начальных и конечных бесцветных адронов. В то же время протекание процесса взаимодействия внутри адрона-мишени или ядра можно рассматривать как следствие деконфайнмента кварка и антикварка в пионе, их некогерентности при взаимодействии с партонами мишени, когда каждый из партнеров «забывает» друг о друге и действует независимо, испуская глюоны. Это особенно оправдано в том случае, когда длина волны излучения заметно меньше расстояния между кварками в адроне. А именно этот случай нас и будет интересовать.

Тогда можно на время забыть об одном из кварков пиона и рассматривать задачу об излучении глюонов цветным током, появляющимся лишь на отрезке длины l внутри ядра, где l — параметр, который можно определить впоследствии по экспериментальным данным. Физический смысл величины l проще всего понять, если представить себе адрон или ядро как некую кварк-глюонную среду, мишень конечной протяженности, сквозь которую проходят кварк и антикварк налетающего пиона. Появление цветного тока отвечает деконфайнменту кварка при входе пиона в мишень, а его исчезновение обусловлено либо процессом неупругого взаимодействия кварка в мишени, либо экранировкой его во вторичном адроне при вылете из мишени. При такой интерпретации длина l должна быть порядка размеров мишени или меньше. Ясно, что, двигаясь в такой среде, кварк, помимо основного неупругого взаимодействия, может испустить на длине l глюоны под влиянием среды.

Основные формулы. Свойства такого процесса мы и будем изучать. При классическом рассмотрении мы ограничимся частотами излучения ω , много меньшими первичной энергии E ($\omega \ll E$), когда движение начального кварка можно считать заданным, пренебрегая отдачи. В этом смысле процесс можно считать «мягким». Вместе с тем энергия глюона должна быть достаточно велика ($\omega \gg m_\pi$, где m_π — масса пиона), чтобы можно было впоследствии говорить о глюонных струях и достаточно «жестком» характере процесса, где применима теория возмущений при квантовом подходе.

Аналогичная электромагнитная задача об излучении фотонов электроном, который после мгновенного ускорения проходит путь длиной l в среде с показателем преломления n , а затем мгновенно останавливается, была решена И. Е. Таммом в 1939 г. [1]. Здесь мы используем несколько иной прием, а именно хорошо известный [2] переход к классическому пределу при рассмотрении мягкого излучения ($m_\pi \ll \omega \ll E$) в квантовой электродинамике, когда матрица рассеяния S записывается в виде

$$S = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int d^4x' \int d^4x'' j_\mu(x') D_{\mu\nu}^c(x' - x'') j_\nu(x'') \right\} \times \\ \times N \exp \left\{ \mathbf{i} \int j_\mu(x) A_\mu(x) d^4x \right\}, \quad (2)$$

где в случае КХД j_μ — цветной ток кварка; $D_{\mu\nu}^c$ — пропагатор глюона; A_μ — векторный потенциал. Следуя стандартной методике [2], получаем среднее число излученных ($\omega \ll E$) глюонов

$$\bar{n}_g = \int |j_\mu^\perp(k)|^2 \frac{d^3k}{2\omega(2\pi)^3} \quad (3)$$

или инвариантное инклюзивное сечение рождения глюонов [3, 4]:

$$\frac{\omega}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d^3k} = \frac{|j_\mu^\perp(k)|^2}{2(2\pi)^3} = \frac{\sin^2\theta |j_\mu(k)|^2}{2(2\pi)^3}, \quad (4)$$

где

$$j_\mu(k) = \int j_\mu(x) e^{-ikx} d^4x. \quad (5)$$

Знак \perp указывает, что вклад дают лишь компоненты, поперечные направлению вылета излученного глюона; θ — угол вылета глюона по отношению к вектору тока j .

В соответствии с изложенной выше простейшей моделью ток j выбирается в виде «ступеньки» длиной l , т. е. задается произведением двух θ -функций, ограничивающих его действие сверху и снизу*. Фурье-образ такой функции легко вычисляется и хорошо известен, например, из теории дифракции Фраунгофера на щели конечного размера**. Инклюзивное сечение полного излучения согласно (4), (5) при этом имеет вид [3, 4]:

$$\frac{\omega}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d^3k} = \frac{\alpha_s C_F l^2}{4\pi^2} \sin^2\theta \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad (6)$$

где

$$x = \omega l (1 - \beta n \cos\theta)/2. \quad (7)$$

Здесь α_s — хромодинамическая бегущая константа связи; $C_F = 4/3$; θ и ω — угол и энергия испущенного глюона в лабораторной системе координат; $\beta = v/c$; n — показатель преломления глюона внутри ядра. Эта формула, естественно, может быть непосредственно получена из электродинамических формул (7.6) — (7.9) работы [1], если там сделать замену $\alpha \rightarrow \alpha_s C_F$.

Следствия. Итак, формулы (6) и (7) являются основными для всего последующего рассмотрения и потому изучим их подробнее.

Структура формулы (6) совершенно ясна. Множитель $\sin^2\theta$ отражает векторную природу глюона. Он подавляет малые углы излучения. Множитель $\sin^2 x/x^2$ обусловлен выбором тока в виде «ступеньки», аналогичной резкой щели при изучении фраунгоферовой дифракции, и допускает углы и частоты излучения вплоть до зна-

* См. также п. «Рассеяние на двух центрах», «Роль переходной области» в разд. 2 и приложение.

** См. п. «Фраунгоферова дифракция» в разд. 2.

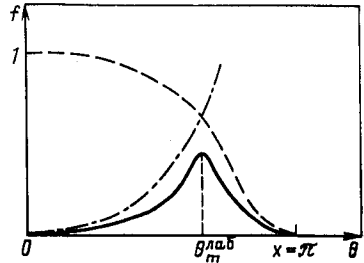
чений, определяемых из условия $x \approx \pi^*$. Для высоких начальных энергий ($\beta \approx 1$) и фиксированной частоты излучения $\omega \gg l^{-1}$, полагая пока $n = 1$ (см. ниже), находим, что инклюзивное сечение обладает максимумом при угле в лабораторной системе

$$\theta_m^{\text{лаб}} \approx (2\pi/\omega l)^{1/2}. \quad (8)$$

Напомним, что вторичная релятивистская частица, рожденная в процессе взаимодействия двух частиц массы m при энергии E под углом $(2m/E)^{1/2}$ в лабораторной системе, вылетает на угол $\pi/2$ в системе их центра масс (с.ц.м.). Отсюда ясно, что угол, определяемый условием (8), отвечает довольно большим углам в с.ц.м. Даже если мы будем

Рис. 1. Схематическое изображение углового распределения глюонных струй согласно формуле (6):

штрихпунктирная линия — поведение множителя $\sin^2 \theta$ в (6), обязанного векторной природе глюона; пунктирная — поведение множителя $\sin^2 x/x^2$ в (6), связанного с введенным ограничением длины излучения; сплошная линия — полное угловое распределение, получающееся перемножением вышеуказанных двух сомножителей и имеющее четко выделенный максимум при угле $\theta_m^{\text{лаб}}$ (8)



фиксировать частоты, пропорциональные первичной энергии, то при фиксированной длине l угол $\theta_m^{\text{лаб}}$ (8) падает всего лишь как $E^{-1/2}$ в лабораторной системе. Это означает, что большинство глюонов будет испускаться под таким полярным углом, образуя кольцо на мишенной диаграмме **. Ширина этого кольца также легко оценивается по формуле (6) и оказывается сравнительно небольшой в шкале псевдобыстрот $[\eta_{\text{ц}} = -\log \text{tg}(\theta_{\text{ц}}/2)]$, где $\theta_{\text{ц}}$ — угол в с.ц.м.]:

$$\Delta\eta \sim 0,5. \quad (9)$$

На рис. 1 графически представлена общая структура формулы (6) и указана роль отдельных сомножителей.

Число испущенных глюонов получается интегрированием выражения (6) по углам и частотам [здесь мы берем интеграл до $\omega \sim E$; хотя при таких частотах формула (6) и неверна, но погрешность невелика, поскольку зависимости логарифмические]:

$$\bar{n}_g \approx \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \ln^2 El. \quad (10)$$

* Вторичные максимумы, во-первых, малы, а во-вторых, могут вообще отсутствовать, если деконфайнмент происходит не столь резко, как это предположено. Последняя возможность будет обсуждаться ниже.

** Мишенной диаграммой называется плоскость, перпендикулярная оси соударения начальных частиц, на которой отмечены положения (полярные и азимутальные углы вылета) вторичных частиц.

При больших энергиях число глюонных струй достаточно велико, чтобы действительно образовывалось кольцо из адронов на мишенной диаграмме *. Распределение по числу струй должно быть пуассоновским.

Следует сразу же подчеркнуть, что формулы (6) — (10) надо рассматривать как модельные, справедливые лишь для простейших оценок. Изменение закона деконфайнмента на более плавный, нежели ступенчатый, может привести к замене множителя $\sin^2 x/x^2$ другими и к изменению числового коэффициента в формуле (8). Учет сферической формы мишени при усреднении по параметрам удара не сильно меняет результат. Ограничение интегрирования по частотам до $\omega \ll E$ изменит аргумент под логарифмом в формуле (10). Но все эти модификации оказываются не принципиальными для оценок основных параметров по порядку величины, а (кажущаяся на первый взгляд искусственной) модель ступенчатого тока оправдывает себя также и при рассмотрении ряда точно решаемых электродинамических задач (см. следующий раздел).

Наиболее важные качественные выводы: 1) увеличение угла, под которым излучение максимално, 2) узость этого максимума, так что можно говорить о кольцевой структуре мишенной диаграммы неупругих событий при больших углах в с.ц.м., 3) заметное изменение порога эффекта, который теперь определяется условием $x \sim \pi$, 4) ужесточение энергетического спектра излучения. Например, интегрируя формулу (6) по углам, получаем следующий спектр (при $\omega l | 1 - \beta n \ll \ll 1$):

$$dN = \frac{2\alpha_s C_F}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \left[\ln(\omega l) - \text{ci}(2\omega l) + \frac{\sin 2\omega l}{2\omega l} - 1 \right], \quad (11)$$

который при малых частотах не имеет инфракрасной особенности (он типа $\omega d\omega$), а при больших ведет себя как $\ln \omega d\omega/\omega$, но, как мы обсудим ниже **, это поведение опять-таки может измениться при замене резкого закона обесцвечивания очень плавным [в связи с этим может измениться и формула (10), получающаяся в результате интегрирования закона (11) по частотам].

При использовании формул (6), (7) нетрудно получить распределения, скажем, по углам и поперечным энергиям E_\perp , часто применяемым экспериментаторами, а также по другим переменным. Например, из условия (8) легко следует, что максимально будут излучаться струи, удовлетворяющие условию $E_\perp \theta l = 2\pi$. Здесь мы не будем подробно описывать эти модификации.

* Множественность адронов в кольце зависит от модели фрагментации струй, но ясно, что ее отношение к средней множественности если и отличается от константы, то лишь на логарифмические (по энергии) множители.

** См. разд. 2, п. «Рассеяние на двух центрах», «Роль переходной области» и приложение.

Роль показателя преломления. Обсудим теперь роль показателя преломления n , входящего в формулы (6), (7) [3, 4]. Видно, что при конечном значении l , как в КХД, так и в КЭД, нельзя строго разделить излучения: тормозное, Вавилова — Черенкова и переходное. Формулы (6), (7) описывают их все вместе.

Имеется два предельных случая, когда такое разделение возможно — при бесконечно толстой и при разреженной мишени. В первом случае $l \rightarrow \infty$ и

$$l \frac{\sin^2 x}{x^2} \rightarrow \frac{2\pi}{\omega} \delta(1 - \beta n \cos \theta), \quad (12)$$

т. е. тормозного и переходного излучения нет, а остается лишь излучение Вавилова — Черенкова [5, 6] под определенным углом

$$\cos \theta = 1/\beta n, \quad (13)$$

хорошо известным еще с работы И. Е. Тамма и И. М. Франка [7], где впервые была выведена формула (13). Соответственно легко получить также известные формулы для интенсивности этого излучения. Следует подчеркнуть, что реальным условием справедливости предельного перехода служит требование

$$\omega l (n - 1) \gg 1, \quad (14)$$

обычно выполняющееся на оптических частотах для реальных сред (см., однако, пример 4 в разд. 3).

Во втором случае, при $n - 1 \ll 1$, можно разложить выражения (6), (7) в ряд по $\Delta n \equiv n - 1$ и сопоставить член, не зависящий от Δn , тормозному, линейный по Δn — черенковскому, а квадратичный по Δn — переходному излучениям в мишени конечного размера, как это и было сделано в [3, 4].

Роль показателя преломления, как следует из (6), (7), сводится к тому, что он сдвигает максимум функции $\sin^2 x/x^2$, лежащий при $x = 0$, из нефизической области углов при $\beta n < 1$ в физическую при $\beta n > 1$, чем и объясняется наличие порога у излучения Вавилова — Черенкова в бесконечно протяженной мишени. При конечной длине мишени [см. условие (14)] такого порога, вообще говоря, нет и это естественно, так как основную роль играет излучение с концов интервала (как упоминалось выше, условный порог теперь лежит при $x \sim \pi$).

Ширина углового распределения в формуле (6), как легко видеть, зависит от параметра $\omega l \Delta n$, определяющего ширину функции $\sin^2 x/x^2$, и от того, какую роль играет множитель $\sin^2 \theta$ в пределах этой области углов. В случае $l \rightarrow \infty$ [см. (14)], как уже отмечалось, первая функция сводится к δ -функции, а $\sin^2 \theta$ определяет множитель $1 - \beta^{-2} n^{-2}$ в интенсивности излучения, т. е. пропорциональность излучения Вавилова — Черенкова величине Δn при $\Delta n \ll 1$.

Ниже мы приведем аргументы в пользу того, что специфика интересующего нас взаимодействия адронов и ядер состоит в малости искомого параметра

$$\omega l \Delta n \ll 1, \quad (15)$$

и потому функция $\sin^2 x/x^2$ оказывается достаточно широкой, а совместное с ней действие множителя $\sin^2 \theta$ приводит к максимуму излучения на углах, задаваемых условием (8).

Конечно, наибольшая неопределенность в оценке параметра $\omega l \Delta n$ заключена в понятии об адронном показателе преломления. Чисто теоретически для определения показателя преломления следовало бы вычислить дисперсионную кривую для прохождения глюона сквозь кварк-глюонную среду. Такие расчеты при конечной температуре T проводились в киральном пределе КХД, когда массой кварков пренебрегалось [8]. Однако в свое время аналогичные расчеты для обычной плазмы привели к выводу об отсутствии излучения Вавилова — Черенкова при прохождении электрона через плазму, что противоречило опыту, и лишь учет массы электрона восстановил согласие теории и эксперимента.

Поэтому мы не будем опираться на результаты расчетов [8], а используем феноменологический подход, основанный на аналогиях и некоторых предположениях. В электродинамике сплошных сред показатель преломления $n(\omega)$ фотона большой частоты ω связан с амплитудой его упругого рассеяния вперед $F(\omega)$ на частицах среды формулой [9]:

$$n(\omega) = 1 + \frac{2\pi N}{\omega^2} F(\omega). \quad (16)$$

Здесь N — плотность рассеивателей (неоднородностей) среды, а амплитуда $F(\omega)$ нормирована оптической теоремой

$$\text{Im } F(\omega) = \frac{\omega}{4\pi} \sigma(\omega), \quad (17)$$

где $\sigma(\omega)$ — полное сечение взаимодействия излучения с частицами среды.

В случае фотонов большой частоты вещественная часть томсоновской амплитуды упругого рассеяния равна $-e^2/m$ и для диэлектрической проницаемости $\epsilon \equiv n^2$ получаем хорошо известную формулу

$$\epsilon = 1 - 4\pi N e^2 / (m\omega^2) = 1 - \omega_0^2 / \omega^2, \quad (18)$$

где ω_0 — ленгмюровская частота.

В интересующем нас адронном случае перепишем формулу (16) в виде [3, 4]:

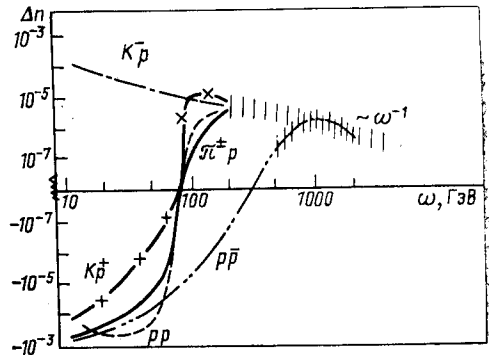
$$n(\omega) = 1 + \frac{N\sigma(\omega)}{2\omega} [\rho(\omega) + i] \quad (19)$$

где $\rho(\omega) = \text{Re } F(\omega)/\text{Im } F(\omega)$, а величина n в формуле (7) есть не что иное, как $\text{Re } n(\omega) \equiv n$. Мнимая часть показателя преломления $\text{Im } n(\omega)$ указывает на наличие поглощения в среде.

Естественно, что для глюона, движущегося в ядерно-активной среде, ни одна из величин в формуле (19) не известна. Поэтому попытаемся оценить правые части выражения (19), подставляя в них известные из эксперимента данные об адронных взаимодействиях (а также описывающие их расчеты по дисперсионным соотношениям).

Рис. 2. Отличие от единицы показателя преломления адронной среды:

оно оказывается небольшим согласно формуле (19) и положительным при достаточно высоких энергиях, если в формулу (19) подставить известные из эксперимента данные о полных сечениях и отношениях вещественной части амплитуды упругого рассеяния вперед к мнимой для всех изученных адронных процессов (указаны около соответствующих кривых)



Оказывается, что все адронные реакции приводят к весьма близким результатам при высоких энергиях (выше 10 ГэВ) для определенного формулой (19) значения (рис. 2), и, более того, оценки показывают, что дополнительный член в (19) $\Delta n \equiv n - 1$ оказывается очень мал:

$$\Delta n \approx \frac{3m_\pi^3 \sigma(\omega) \rho(\omega)}{8l\omega} \lesssim 10^{-4} \quad (20)$$

(при численной оценке принято конкретное значение $N \approx 3m_\pi^3/4\pi$, где m_π — масса пиона, но подчеркнем, что изменение N даже на порядок не меняет вывода о малости Δn).

Эта универсальность в поведении $n(\omega)$ позволяет предположить, что и для глюонов искомое значение Δn мало и параметр $\omega l \Delta n$ также мал ($\omega l \sim 0,1\rho \lesssim 10^{-2}$, при $l \sim m_\pi^{-1}$, $\sigma \sim m_\pi^{-2}$). Таким образом, свойства кварк-глюонной среды в формулах (6), (7) должны проявляться слабо, при несущественном отличии n от единицы, а положение максимума излучения практически не зависит от n [как это и видно из формулы (8)].

Вместе с тем из формулы (19) следует, что поглощение можно не учитывать вплоть до длин $l \sim 10m_\pi^{-1}$ [4], а величина Δn становится положительной при энергиях ω , превышающих сотни гигаэлектрон-вольт, так как только при таких энергиях становятся положительными вещественные части всех адронных амплитуд рассеяния вперед. Это фиксирует порог глюонного излучения типа излучения Вавилова — Черенкова, определяемого как линейный по Δn член разложения формулы (6) (см. обсуждение выше).

Хотя вывод о заметной прозрачности кварк-глюонной среды для прохождения глюонов высокой энергии кажется, на первый взгляд, неожиданным, стоит упомянуть о том, что он фактически подтверждается и моделями жестких процессов. Действительно, в них предполагается, что рассеявшиеся цветные партоны задают все кинематические характеристики вторичных адронных струй. Ни процесс обесцвечивания, ни возможное влияние адронной среды (рассеяние или поглощение) не сказываются на прохождении этих партонов. В нашем случае родившийся глюон также достаточно жесткий ($\omega \gg m_\pi$) и прокладывает себе путь аналогичным образом.

Кольцевая структура. Необычной кажется и кольцевая структура мишенной диаграммы событий. Мы привыкли что такая структура имеется в электродинамике для излучения Вавилова — Черенкова, и мало обращаем внимания на то, что она типична для всех процессов излучения фотонов. Дело в том, что для большинства процессов она проявляется на очень малых углах $\theta \sim m/E$, которые практически не могут быть измерены при высоких энергиях, и потому говорят, что излучение «направлено вперед». В следующем разделе будут рассмотрены и такие электродинамические примеры, когда излучение появляется под достаточно большими углами. А здесь хотелось бы обсудить физическую причину выделенности тех или иных полярных углов. Эта причина в какой-то мере является отражением соотношения неопределенности, когда при уменьшении длины действия излучающего тока растет поперечный импульс (и угол) излучения. Формулы (6), (7) наглядно иллюстрируют это положение. Фундаментальной величиной при этом является длина

$$l_\phi = \omega^{-1} (1 - \beta n \cos \theta)^{-1}. \quad (21)$$

Формула (1) получается из (21) при $\theta \sim m/E$ и $n = 1$.

Как уже упоминалось, такая величина появлялась в работе И. Е. Тамма [1], где сравнением с ней определялся критерий перехода к предельному случаю бесконечно протяженной среды. В работе И. М. Франка [10] она широко использовалась. Физический смысл этой величины — длина зоны Френеля, т. е. области когерентного излучения тока. На ее особые свойства и существенную роль для процессов излучения в кристаллах при высоких энергиях впервые обратил внимание М. Л. Тер-Микаелян [11, 12]. Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчук показали [13], что такой длиной определяются также особенности излучения в аморфной среде при высоких энергиях. Впоследствии эта величина неоднократно использовалась во многих работах (см. обзор [14], а также [15—17]).

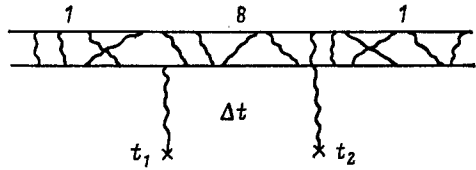
Естественно ее появление и в задаче о глюонном излучении. Когда доступная длина излучения ограничена, то сформироваться может лишь излучение с такими частотами и под такими углами, для которого длина зоны Френеля не превышает доступной длины ($l_\phi \lesssim l$), т. е. в этом смысле длина зоны Френеля есть длина формирования излучения. Из (21) видно, что на малой длине можно испустить лишь

достаточно жесткое излучение под довольно большими углами. Формулы (6), (7) количественно описывают этот эффект. Следующая из них формула (8) показывает, что при больших длинах $l \sim \omega^{-1}(E/m)^2$, указанных в (1), углы излучения будут малы, порядка m/E , тогда как при конечных длинах $l \sim m_{\pi}^{-1}$ эти углы велики, и тем самым кольцевая структура событий становится более легко наблюдаемой.

Подчеркнем, что именно образование кольцевой структуры за счет преимущественного вылета глюонных струй под одним и тем же полярным углом является наиболее характерной особенностью эффекта. Распределение по частотам, а значит и по поперечным импульсам, заметно сильнее зависит от предположений о характере экранировки

Рис. 3. Диаграмма взаимодействия кваркония с вакуумным глюонным конденсатом:

волнистые линии — глюоны, прямые — кварки; цифры 1 и 8 указывают на синглетное (по цвету) и октетное состояние кваркония



цветового тока *. Тем не менее малые частоты и поперечные импульсы будут подавлены, так как введение конечной длины устраняет инфракрасные особенности.

Числовой коэффициент в формуле (8) также зависит от того, как происходит обесцвечивание. Поэтому формула (8) может быть использована, скажем, для определения l лишь по порядку величины. На начальном этапе достаточно и этого, если будет обнаружено (см. разд. 3), что эта длина на много порядков отличается от обычной длины формирования электромагнитного излучения (1). Именно эта цель и ставится пока в данный момент.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ С КОНЕЧНЫХ ОТРЕЗКОВ ПУТИ

В электродинамике имеются многочисленные примеры, когда необходимо рассматривать излучение фотонов током, действующим на некоторой ограниченной длине. Все они подтверждают те качественные выводы о свойствах излучения, которые были сделаны в предыдущем разделе. Вместе с тем они демонстрируют, что модель излучения током на ограниченном отрезке пути вполне дееспособна и практически реализуема. В КХД число подобных примеров много меньше, и, кроме того, их практическая ценность еще требует экспериментальных подтверждений. Тем не менее для полноты картины мы приведем вначале несколько примеров с цветными токами.

Кварконий. В качестве первого примера появления цветного объекта на конечной длине рассмотрим взаимодействие кваркония

* См. разд. 2 п. «Рассеяние на двух центрах», «Роль переходной области» и приложение.

с вакуумным глюонным конденсатом [18]. В низшем приближении оно описывается диаграммой, изображенной на рис. 3. Волнистые линии глюонов, обмениваемых между кварками (прямые линии), показывают наличие постоянного взаимодействия кварков в кварконии. В начальном и конечном состояниях имеется обычный кварконий, в синглетном по цвету состоянии, и его потенциал на малых расстояниях дается выражением $-\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{R}$, где R — расстояние между кварками. В то же время в промежуточном состоянии после взаимодействия с одним из внешних глюонов кварконий должен перейти в октетное по цвету состояние, где потенциал взаимодействия равен $+\frac{1}{6} \frac{\alpha_s}{R}$. Это цветное октетное состояние вновь превращается в синглетное, взаимодействуя с другим глюоном. Если времена излучения двух глюонов обозначить соответственно t_1 и t_2 , то вклад промежуточного состояния в амплитуду вильсоновской петли на малых расстояниях будет пропорционален фактору [19]:

$$\exp \left[- (t_2 - t_1) \frac{3\alpha_s}{2R} \right], \quad (22)$$

где множитель $-3/2 = -4/3 - (+1/6)$. Таким образом, цветной октетный ток появляется в промежуточном состоянии лишь ограниченное время

$$\Delta t \sim 2R/3\alpha_s, \quad (23)$$

затухая по экспоненциальному закону.

Излучение такого тока рассмотреть сложно, так как при излучении будет разрушаться когерентность связанного состояния.

Струи. Второй пример был предложен в работе [20], и по духу он весьма близок тому, что рассматривалось в разд. 1. Обсуждается возможность испускания глюонов цветными токами рожденной кварковой пары в электрон-позитронной аннигиляции при учете возможной ограниченности области действия цветных токов. Линейный рост потенциала взаимодействия между кварками наводит авторов [20] на мысль об экранировке цветных токов на расстояниях, пропорциональных энергии кварков. Поэтому излучение глюонов идет на малые углы порядка $m/(\omega E)^{1/2}$. Даже излучение под столь малыми углами может увеличивать средние поперечные импульсы. К сожалению, имеется ряд факторов, имитирующих это явление, например дополнительная экранировка излучаемых цветных токов при их движении под малыми углами по отношению друг к другу и т. п.

Нейтральные струи. В принципе, можно проверить экспериментально гипотезу об ограниченности длины действия цветного тока, используя тот факт, что кварки всегда несут электрический заряд, а адроны могут быть и нейтральными. Поэтому при рождении электрически нейтрального адрона длины экранировки цветных и электрических токов должны быть одинаковы. Если выбрать, например,

канал электрон-позитронной аннигиляции с рождением двух нейтральных струй (или пионов), сопровождаемых тормозным фотоном, то можно представить себе, что тормозной фотон был испущен одним из рожденных кварков до того, как произошла экранировка этого кварка. При образовании нейтральной струи или пиона экранировки цветного и электрического зарядов происходят одновременно, поэтому угловое распределение тормозных фотонов в таком процессе должно описываться формулами (6), (7) (при $\alpha_s C_F \rightarrow \alpha$) и по его характерным особенностям можно будет определить длину l , входящую в (6), (7).

Практически для процесса с двумя нейтральными пионами должны наблюдаться события с рождением пяти фотонов, четыре из которых летят попарно в противоположные стороны, а пятый — под сравнительно большим углом к ним. Если длина излучения ограничена, то в процессе рождения нейтральных струй меняются распределения по траектории и углу вылета фотона [50].

Детально процессы с рождением нейтральных частиц с этой точки зрения пока не изучались на эксперименте.

Перейдем теперь непосредственно к электромагнитным аналогам предлагаемого эффекта. Здесь ситуация намного яснее и более доступна экспериментальной проверке. Поскольку число возможных примеров здесь весьма велико, а для наших целей они несут только иллюстративный характер, мы ограничимся их изложением на описательном уровне, приводя лишь минимальное количество формул и отсылая заинтересованного читателя к оригинальным работам.

Излучение Вавилова — Черенкова в тонких пластинках. Излучение электронов, проходящих через тонкую пластинку, является одним из наиболее наглядных примеров действия электромагнитных токов на конечном отрезке пути. Качественные особенности этого явления легко объясняются формулами, полученными впервые И. Е. Таммом [4] и разобранными И. М. Франком для данного случая [21]. Подробная количественная теория была дана В. Е. Пафомовым [22]. Помимо излучения Вавилова — Черенкова внутри пластинки играют роль излучения в вакууме перед и после пластинки, отражение и преломление света на границах пластинки, многократное рассеяние электрона внутри нее. Мы не будем приводить здесь окончательные формулы ввиду их громоздкости.

В серии экспериментов, проведенных А. П. Кобзевым в 1978—1981 гг. [23—25], были подтверждены все теоретические выводы. В качестве мишени использовались слюдяные пластинки толщиной 1240 нм. Исследовалось излучение электронов с энергиями от 100 до 300 кэВ на длине волны 400 нм, для которой показатель преломления слюды равен 1,58. Таким образом, если вернуться к рассмотренным выше условиям (14), (15), то видно, что осуществлялся промежуточный случай

$$\frac{l}{\lambda} \Delta n \sim 1 \quad (24)$$

(правда, здесь следует еще учитывать, что энергии электронов невысоки, т. е. $\beta \neq 1$).

Наблюдался заметный сдвиг угла, под которым интенсивность излучения максимальна, по сравнению со случаем бесконечной (толстой) пластинки, а также смещение порога излучения к меньшим значениям энергии (вспомним условие $x \sim \pi$) по сравнению с обычным условием для толстых мишеней. Наблюдение под заданным углом должно приводить согласно (6), (7) (при фиксированных ω , l , n) при росте энергии (т. е. при изменении β) к характерным кривым с максимумом, что также было отмечено на опыте.

Излучение в ускорителях. Аналогичные максимумы в излучении электронов, пролетающих через промежутки между двумя магнитами в циклических ускорителях, наблюдались под фиксированным углом при заданной частоте по мере роста энергии электронов в процессе ускорения [т. е. при изменении β в (6) по мере ускорения частиц]. Они также связаны с конечностью пути, проходимого электроном в зазорах между магнитами.

Излучение в твердом теле. Интересный мыслимый пример представляет излучение электронов в металле под действием накачки интенсивной электромагнитной волны. Если рассматривать электрон как релятивистский осциллятор, то, как известно, в задаче о релятивистском осцилляторе под воздействием волны его амплитуда колебаний возрастает и скорость в центре тоже растет. При достаточно интенсивной накачке эта скорость может превысить скорость света в среде и станет возможным излучение Вавилова — Черенкова на том ограниченном отрезке движения осциллятора, где выполнено соответствующее условие. Этот пример интересен тем, что длину отрезка можно непрерывно регулировать, изменяя интенсивность волны. Оказывается, что в классической теории для недиспергирующих сред такая ситуация невозможна из-за резкого повышения интенсивности излучения осциллятора, когда его скорость в центре приближается к световой (это легко получается обобщением результатов работы [27] на случай наличия среды). Однако в средах с дисперсией возможен такой случай, причем в точке перехода будет отмечаться повышение интенсивности излучения осциллятора.

Реально для осуществления такой ситуации требуются огромные интенсивности начальной волны. На практике, видимо, осуществлен лишь похожий на рассмотренный выше случай, когда скорость осциллятора в центре превышает звуковую, и тогда резко растет излучение фононов, а с ограниченного участка пути могут образовываться волны Маха. Экспериментальные результаты, которые, по-видимому, могли бы быть интерпретированы таким образом, получены в [28]. Такой процесс представляет интерес с точки зрения создания звуковых усилителей.

Фраунгоферова дифракция. Наконец, упомянем о фраунгоферовой дифракции на малой щели [описываемой функцией типа $\sin^2 x/x^2$,

см. (6) *) и на каплях малого (микронного) размера [описываемых функцией $J_1^2(x)/x^2$, получающейся при усреднении по прицельным параметрам]. Отличие от рассмотренного выше случая состоит лишь в том, что отсутствует характерный множитель $\sin^2 \theta$, подавляющий излучение под малыми углами. Интенсивное лазерное излучение дает возможность наблюдать всю дифракционную структуру со вторичными максимумами при дифракции на каплях размерами в десятки микрон [29]. Эти размеры определяются с помощью обычного микроскопа и по дифракционной картине. Согласие очень хорошее. Интересно, что при наличии поблизости двух частиц, на которых рассеивается свет, дифракционная картина приобретает характерную структуру (азимутальную неравномерность заполнения каждого кольца), по которой можно установить расстояние между каплями.

Соответствующие формулы типа (6) надо при этом тоже видоизменять. В адронном случае можно было бы надеяться, например, на получение сведений о расстоянии между партонами — валентными кварками в адроне, если будет обнаружена азимутальная структура глюонных колец. Но здесь она может имитироваться и тем, что каждый глюон превращается в струю адронов.

Все приведенные выше примеры демонстрировали проявление эффекта действия ступенчатого тока либо на фоне других, иногда более мощных эффектов, либо (фраунгоферова дифракция) без важного первого множителя в формуле (6). Ниже мы опишем ситуацию, когда фоновые эффекты могут быть сделаны малыми, а совместное действие обоих сомножителей в формуле (6) проявляется наиболее четко.

Излучение в разрезанном волноводе. Рассмотрим излучение электрона, пролетающего вдоль оси одного полубесконечного волновода в другой такой же волновод, отделенный от первого небольшим зазором. Это напоминает задачу, описанную в разд. 2 (п. «Излучение в ускорителях»), но без магнитного поля и при дополнительной возможности вариации зазора и угла наблюдения. Никакого ступенчатого тока мы не задаем, а просто решаем уравнения Максвелла с данными граничными условиями, вычисляя вектор Пойнтинга и поток энергии в заданном направлении. Оказывается [30], что полученный результат воспроизводит формулу (6), т. е. указывает на увеличение угла излучения с уменьшением зазора (при заданных энергии электрона и частоте фотона). Экспериментальной проверки пока не проведено.

Следует подчеркнуть, что такое соответствие между формальным заданием ступенчатого тока и решением уравнения Максвелла с соответствующими граничными условиями можно было усмотреть еще из оригинальной работы И. Е. Тамма [1].

* В обычной фраунгоферовой дифракции $x = \omega l \sin \theta$. Видимо, выражения типа (6), (7) получаются при дифракции света, движущегося параллельно плоскости со щелью.

Рассеяние на двух центрах. Весьма поучительным со многих точек зрения является пример излучения фотона при классическом рассеянии электрона на двух центрах [14, 31, 32]. Интенсивность излучения с частотой $\omega \ll E$ в направлении $\mathbf{n} = \mathbf{k}/\omega$ дается следующей формулой:

$$\frac{dN}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{4\pi^2\omega} |M_{12} + M_{23} e^{i/l\Phi_2}|^2, \quad (25)$$

где

$$M_{ij} = \frac{[\mathbf{v}_i \mathbf{n}]}{1 - \mathbf{v}_i \mathbf{n}} - \frac{[\mathbf{v}_j \mathbf{n}]}{1 - \mathbf{v}_j \mathbf{n}}; \quad (26)$$

$$l\Phi_2 = \omega^{-1} (1 - \mathbf{v}_2 \mathbf{n})^{-1}; \quad (27)$$

l — расстояние между рассеивающими центрами; $l\Phi_2$ — длина формирования на участке 2 после первого рассеяния; индексами 1, 2, 3 обозначены соответственно скорости движения частицы до первого рассеяния, в промежутке между первым и вторым рассеянием, после второго рассеяния.

Если $l \ll l\Phi_2$, то в формуле (25) выражение под знаком модуля сводится к $M_{13} = M_{12} + M_{23}$, т. е. рассеяние происходит как на одном центре (что тривиально, если $l = 0$). Это обстоятельство служит основой для объяснения эффекта Ландау — Померанчука [13].

При $l \gg l\Phi_2$ рассеяние на двух центрах идет независимо, так как интерференционный член в (25) исчезает вследствие сильных осцилляций и остается $|M_{12}|^2 + |M_{23}|^2$.

При $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_3 = 0$ естественно получается случай ступенчатого тока, приводящий к формуле (6). Однако цель нашего рассмотрения здесь состоит в том, чтобы показать, что формула (6) реально воспроизводится в таком процессе и тогда, когда не требуется изменения скорости. Для этого достаточно, чтобы оба рассеяния электрона происходили на довольно большие углы, что реально осуществимо на опыте, тогда как мгновенное ускорение или замедление частицы требуют особых условий.

Действительно, рассмотрим для наглядности процесс излучения при рассеянии релятивистского электрона ($v_i \approx 1$), когда оба рассеяния и излучение происходят в одной плоскости. Будем интересоваться углами $\theta_i = \arccos(\mathbf{n}\mathbf{v}_i)$, которые хотя и малы, но заметно больше типичных углов для тормозного излучения, т. е. $m/E \ll \theta_i \ll 1$. Тогда из (25) — (27) получим:

$$\frac{dN}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{\pi^2\omega} \left[(\theta_1^{-1} - \theta_3^{-1})^2 + 4(\theta_2^{-1} - \theta_1^{-1})(\theta_2^{-1} - \theta_3^{-1}) \sin^2 \frac{\omega l \theta_3^2}{4} \right]. \quad (28)$$

Если детекторы фотонов помещены так, что $\theta_2 \ll \theta_1, \theta_3$, то из (28) легко воспроизводится формула (6) в пределе малых углов. Таким образом, излучения с крайних этапов пути электрона 1 и 3 идут практически вдоль его движения на них, тогда как излучение

с промежуточного отрезка 2 идет под довольно большим углом к нему, тем большим, чем короче этот отрезок. Конечно, при уменьшении длины этого отрезка интенсивность резко (квадратично) падает.

Фактически при ограничении длины пути излучения «выедается» тормозное излучение под малыми углами, а при больших углах оно остается. Тем самым пик смещается ко все большим углам, становясь все ниже. Большие углы и повышенные поперечные импульсы характерны для излучения с ограниченных отрезков пути. Квантовое рассмотрение не меняет выводов [при этом числители и знаменатели в (26) заменяются 4-произведением (ep) и ($k\rho$), где p , k — 4-импульсы электрона и фотона, e — поляризация фотона].

Аналогичные эффекты проявляются в излучении при пролете релятивистских частиц через короткий участок силового поля [33] или через две раздвинутые друг от друга пластинки [34].

Роль переходной области. Конечно, даже в рассмотренном случае излучения при рассеянии на двух центрах ступенчатый ток возникает как некоторый предельный случай, тогда как, вообще говоря, края «ступеньки» обычно сглажены в той или иной степени *. Если закон спада на краях экспоненциальный (или более крутой), то никаких принципиальных изменений по сравнению с формулой (6) не происходит. Если же, например, закон спада степенной, то ясно, что фурье-образ такой функции будет заметно отличаться от (6) прежде всего тем, что появится дополнительное экспоненциальное зарезание высоких частот [35, 36, 53]. При этом изменится и полное число испускаемых квантов.

В случае экспоненциально затухающего на длине l тока его излучение задается формулой [37]:

$$\frac{dN}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha v^2}{4\pi^2 \omega} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - v \cos \theta)^2 + (\omega l)^{-2}}, \quad (29)$$

т. е. форма распределения не сильно меняется по сравнению с (6). В частности, положение максимума в угловом распределении отличается лишь числовым фактором от (8) при той же функциональной зависимости от частоты ω и длины l .

Подчеркнем, что этот случай представляет не просто академический интерес, а применим к излучению нестабильных частиц. Так, излучение частицы массой m и энергией E при распадной ширине Γ дается формулой [38]:

$$d\sigma = d\sigma_0 \frac{\theta^3 d\theta}{\left(\theta^2 + \frac{m^2}{E^2}\right)^2 + \frac{m^2 \Gamma^2}{E^2 \omega^2}} \frac{d\omega}{\omega}, \quad (30)$$

где $d\sigma_0$ — сечение рождения частицы в данном процессе (например, в процессе $\nu_\mu p \rightarrow \mu X$). Роль длины l играет здесь, как видно из

* См. приложение.

(30), величина $\frac{1}{\Gamma} \frac{E}{m}$, т. е. распадная длина пробега частицы. Особенности такого излучения, связанные с заметным превышением углов вылета фотонов над обычными тормозными углами при выполнении неравенства

$$\Gamma/\omega \gg m/E, \quad (31)$$

можно попытаться использовать [39] для измерения таких времен жизни, которые не поддаются измерению другими методами. Видимо, это будет актуально в случае топ-частиц (содержащих топ-кварки), время жизни которых около 10^{-19} с.

Список электромагнитных процессов, где существенно ограничение длины, с которой собирается излучение, можно было бы продолжить, разбирая также более подробно детали их теоретического описания. Наша цель здесь состояла лишь в том, чтобы показать актуальность и реальность таких процессов, продемонстрировать их характерные черты и, в особенности, подчеркнуть полнейшую аналогию с рассмотрением цветовых токов, действие которых ограничено эффектом удержания. Точнее, быстрое изменение цветового тока может быть связано не только с переменной величины или направления скорости партона, но и с его обесцвечиванием другим партоном.

3. ПРЕДСКАЗАНИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Основные следствия. Итак, явление конфайнмента может сказываться на тормозном излучении глюонов цветовым током, приводя к характерной кольцевой структуре мишенной диаграммы неупругих адронных событий, т. е. к испусканию групп адронов с близкими полярными углами (а значит, с близкими псевдобыстродами). Выделять эту кольцевую структуру проще всего по наличию максимума на шкале псевдобыстрот в индивидуальном событии или же при поиске в данном событии плотной группы частиц на этой шкале. Конечно, это сразу же накладывает требование большой множественности вторичных частиц, т. е. и высокой начальной энергии.

Распределение по полярным углам центров этих групп (сопоставляемых направлениям вылета первичных глюонов) должно качественно описываться формулой (6). Отсюда ясно, какую информацию можно получить о свойствах кварков и глюонов из анализа таких событий.

Во-первых, наибольший интерес, конечно, представляет определение длины l — области действия цветового тока, непосредственно связанной с размером области конфайнмента кварков.

Во-вторых, существует возможность получения сведений о показателе преломления глюонов в кварк-глюонной среде n . Эти две величины l и n пока не определялись из опыта и предлагаемые здесь методы их определения пока единственные.

В-третьих, интересно найти число испускаемых струй при разных энергиях [см. формулу (10)], откуда помимо хромодинамической константы связи α_s можно будет узнать и то, как экранируется цветовой ток (см. обсуждение в разд. 2, п. «Роль переходной области»).

В-четвертых, наличие кольцевых событий еще раз подтверждает векторную природу глюона, приводящую к множителю $\sin^2 \theta$ в (6).

В-пятых, можно пытаться получить информацию о менее разработанных вопросах: например, о партонной структуре адрона, если удастся изучать азимутальную структуру колец (см. обсуждение в п. «Фраунгоферова дифракция» в разд. 2), а также о возможности отражения и преломления глюонов на границе с вакуумом (см. п. «Излучение Вавилова — Черенкова в тонких пластинках», разд. 2), о структуре переходной области, т. е. о протекании процесса деконфайнмента (см. приложение) и т. п.

Кроме того, интересно изучить кольцевые события во взаимодействиях адронов с ядрами, откуда можно понять, как меняется длина излучения при увеличении мишени (при наивном подходе должно быть $l \sim A^{1/3}$, где A — атомный номер ядра), каковы расстояния между партонами в ядре и т. п.

Другие качественные следствия обсуждаемого эффекта — возрастание среднего поперечного импульса, струйная структура при меньших множественностях и т. п. — менее яркие, могут описываться и другими процессами, а потому мы не будем их здесь обсуждать.

Сведения из космических лучей. Первые указания из экспериментов на появление кольцевых событий были получены в космических лучах [40—43], где наблюдались большие плотности частиц на шкале псевдобыстрот в индивидуальных процессах взаимодействия адронов очень высоких энергий (при 10^{13} эВ [42, 43], 10^{15} эВ [41] и 10^{16} эВ [40]). Распределения частиц в этих событиях показаны на рис. 4. Число частиц в пиках большое (иногда около 50) и их азимутальное распределение достаточно равномерное.

В событии с наименьшей энергией [42] (фотоэмульсионные эксперименты на самолете) видны (рис. 4, а) четыре плотные группы частиц, которые можно было бы трактовать как два обычных конуса с малыми поперечными импульсами и два конуса под большими углами (вперед и назад), задаваемыми условием (8), при вполне разумных оценках $\omega l \sim 10^4 \div 10^5$ ($\theta \sim 10^{-2}$).

Во втором событии [41], полученном японо-бразильской коллаборацией, видна одна плотная группа частиц при угле $\theta \sim 10^{-3}$, который опять же согласуется с (8), если учесть рост ω с начальной энергией. Условия наблюдения отсекали (как показано стрелкой на рисунке) область возможного появления других плотных групп частиц.

Третье событие [40] инициировало идею о черенковском глюонном излучении [3], работа над которой привела затем к идее об излучении за счет деконфайнмента [31]. Здесь видны две группы частиц под достаточно большими полярными углами $\theta_1 \approx 3 \cdot 10^{-4}$ и $\theta_2 \approx$

$\approx 7 \cdot 10^{-4}$ (заштрихованы на рисунке), которые опять-таки согласуются с формулой (8) и проведенными выше оценками при линейной экстраполяции ω с ростом первичной энергии.

Примерно в то же время отдельные события наблюдались [44] в фотоэмульсионных экспериментах на ускорителях при энергии 200 ГэВ. Доля таких событий была оценена 1 %. Углы излучения

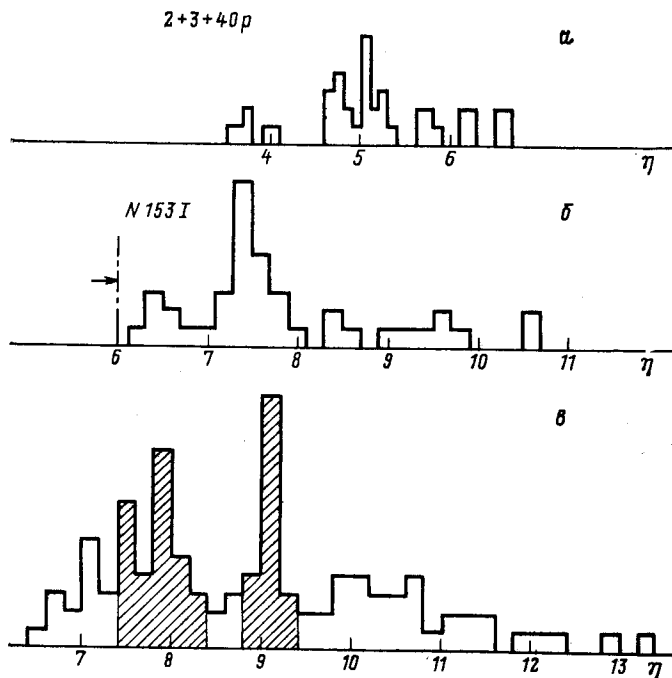


Рис. 4. Гистограммы распределений вторичных частиц по псевдобыстроте в событиях, найденных в космических лучах:

a — событие при энергии 10^{13} эВ, полученное в фотоэмульсии, облученной на самолете [41, 42]; *b* — событие японо-бразильской коллаборации при 10^{13} эВ [40]; стрелкой показан предел области углов, доступной для измерения в этом событии; *c* — стратосферное событие при 10^{14} эВ [39]. Кольца заштрихованы

близки к $\theta \sim 10^{-1}$, что согласуется с (8). Однако заметно меньшие множественности при этой энергии затрудняли выделение кольцевых событий.

Ускорительные данные. После пятилетнего перерыва интерес к кольцевым событиям недавно вновь возрос в связи с появлением двух работ.

Кольцевые события были детально изучены в [45], где использовались фотоэмульсионные данные о взаимодействиях протонов энергии 400 ГэВ с квазисвободными нуклонами ядер. Точности измерения углов очень высокие, но статистика сравнительно небольшая. По-

сколько выделение кольцевых событий возможно только при больших множественностях, для анализа были взяты 284 события с числом вторичных заряженных частиц от 12 до 18, т. е. при множественности, вдвое-втрое превышающей среднюю.

Кольцевыми назывались те события, в которых имелись группы не менее чем из шести заряженных частиц ($K_0 \geq 6$), таких, что среднее расстояние по псевдобыстроте между частицами группы было

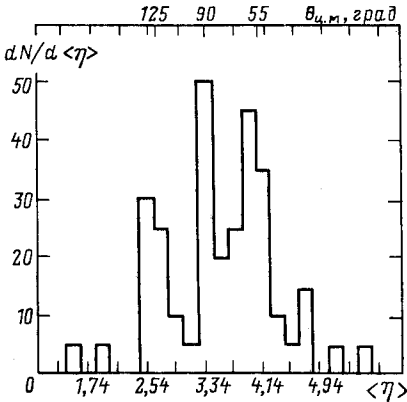


Рис. 5. Гистограмма распределения центров плотных групп частиц по псевдобыстроте в кольцевых событиях, выделенных в неупругих протон-нуклонных соударениях с энергией 400 ГэВ в фотозумульсии [45]

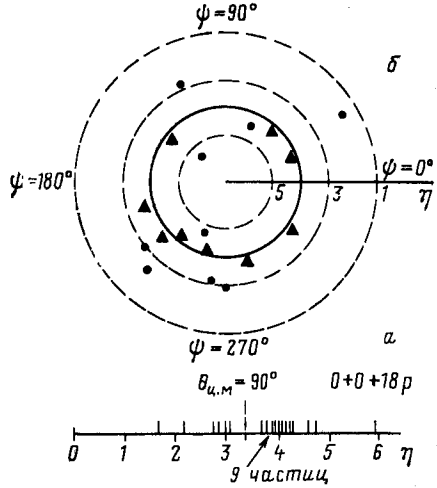


Рис. 6. Распределение по псевдобыстроте (а) и мишенная быстротно-азимутальная диаграмма (б) pp -события [45] типа $0 + 0 + 18p$ (кольцо: $K_0 = 9$, $\langle \eta \rangle = 4,02$; $\langle \Delta \eta \rangle = 0,066$):

треугольниками отмечены частицы к ольца точками — остальные частицы

меньше 0,15 и ни одно расстояние в группе не превышало либо 0,2, если среднее расстояние было меньше 0,1, либо удвоенного среднего при среднем расстоянии в пределах от 0,1 до 0,15 *. Указанному критерию удовлетворяли 59 из 284 исследованных событий. В каждом из них было определено положение центра (арифметического среднего) псевдобыстрот группы. Распределение центров групп по псевдобыстроте приведено на рис. 5. Оказалось, что все плотные группы появляются под большими углами в с. ц. м., причем наблюдается тенденция к более частому появлению групп частиц вблизи углов 55, 90 и 125° в с. ц. м. (псевдобыстроты в лабораторной системе около 2,7; 3,34 и 4,0). Сечение генерации кольцевых событий вперед и назад

* Таким образом, выделялись плотные и достаточно равномерные группы частиц, не разбивающиеся на две или более резко отделяемых друг от друга подгрупп.

в с. ц. м. (вблизи углов 55 и 125°) после вычета фона составляет примерно 10^{-27} см². Подчеркнем, что плотные группы появляются лишь в пионизационной области, а доля кольцевых событий возрастает при увеличении множественности (от 5% при n_{ch} от 12 до 15 до 30% при n_{ch} от 16 до 18). На рис. 6 в качестве примера приведена мишенная диаграмма одного из кольцевых событий.

Еще в работах [3, 4] было предсказано излучение глюонных струй под углами $60-70^\circ$, если длину излучения принять равной примерно 1 фм. Если пики около 55 и 125° на рис. 5 интерпретировать как следствие тормозного излучения глюонов кварками на конечной длине, то в соответствии с формулой (8) (применимой к излучению вперед в с. ц. м., т. е. под 55°) нетрудно получить оценку [48] длины излучения, связанной с эффектом экранировки цветового тока:

$$l \gtrsim 2 \text{ фм.} \quad (32)$$

Первые исследования еще страдают от недостатка статистики. Многие проблемы остаются нерешенными — появление максимума при 90° на рис. 5, большая интенсивность излучения, его азимутальные характеристики, критерии отбора событий и т. д.

Вместе с тем стоит отметить, что указания в поддержку обнаруженной выше неравномерности в группировке частиц по псевдобыстроте можно усмотреть из данных с высокой статистической обеспеченностью по pp -взаимодействиям при энергии $\sqrt{s} = 31$ ГэВ (т. е. 480 ГэВ в лабораторной системе координат), приведенных в работе [46]. Измерялась двухчастичная корреляционная функция

$$R_2 = \frac{\sigma \partial^2 \sigma / \partial \eta_1 \partial \eta_2}{(\partial \sigma / \partial \eta_1) (\partial \sigma / \partial \eta_2)} - 1 \quad (33)$$

двух заряженных вторичных частиц при различном положении быстротного интервала первой триггерной частицы. В каждом случае наблюдались ближние корреляции (рис. 7). Но высота корреляционной функции (т. е. сила корреляций) менялась при разных положениях первой частицы. Как видно из рис. 7, две частицы больше стремятся сблизиться при углах их вылета около 90 и около 50° в с. ц. м. и испытывают меньшие корреляции в промежутке между этими углами, а также при меньших углах (грубо оценивая последовательные интервалы лежащими вблизи 90 , 70 , 50° , из рис. 7 имеем отношение максимумов двухчастичных корреляций в них примерно как $0,48 : 0,42 : 0,58$). Это косвенно указывает на стремление частиц теснее группироваться там, где соответствующие корреляции велики, что подтверждается и фотоэмульсионными данными при 400 ГэВ, когда положения центров групп оказались также неравномерно распределенными в зависимости от полярного угла. К сожалению, ширина быстротного интервала, покрываемая триггерным детектором в этом эксперименте, довольно большая [$(\Delta \eta)_{тр} = 0,5$], и потому фактически происходит усреднение по такому интервалу, а, как

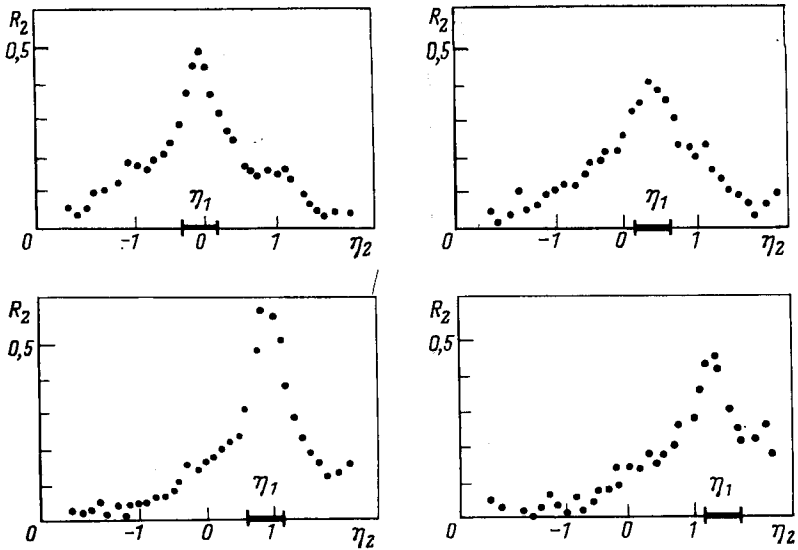


Рис. 7. Двухчастичная корреляционная функция в pp -взаимодействиях при энергии $\sqrt{s} = 31$ ГэВ [46] при разном выборе псевдобыстротного интервала триггерной частицы (показан жирной линией на оси абсцисс на каждом графике)

видно из рис. 5, усреднение может заметно сгладить наблюдаемую структуру. Оптимальным был бы выбор $(\Delta\eta)_{\text{тр}} \leq 0,2$. Такого эксперимента пока не было поставлено.

Группа UA-5 на SppS-коллайдере в ЦЕРН обнаружила кольцевые события (рис. 8) во взаимодействиях протонов с антипротонами при энергии $\sqrt{s} = 540$ ГэВ. Сообщение об этом появилось в трех обзорных докладах [47—49], однако никакой подробной статьи не напечатано.

В качестве кольцевых отбирались события, где имелся хотя бы один интервал псевдобыстрот шириной $0,5^*$, в который попадало число заряженных частиц $K_0 > (0,1n_{\text{ch}} + 6,7)$, где n_{ch} — полное число заряженных частиц в данном событии. Такой выбор K_0 обусловлен требованием, чтобы пик в распределении частиц по шкале псевдобыстрот был достаточно высок и возрастал вместе с общим числом частиц. Среди 6339 рассмотренных событий было найдено 47, удовлетворяющих указанному выше критерию. В последних средние значения K_0 и n_{ch} равны соответственно 12,9 и 47 при довольно широких распределениях K_0 и n_{ch} .

* Качественно похожие результаты получаются, если отбирать пики шириной в единицу псевдобыстроты.

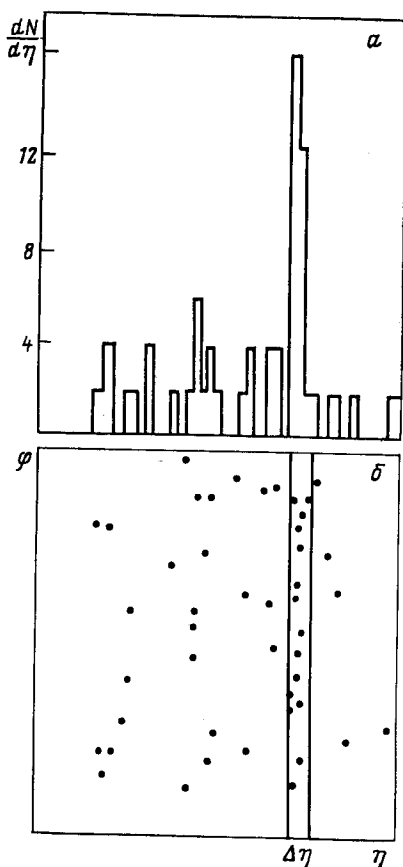


Рис. 8. Гистограмма распределения заряженных частиц по псевдобыстроте (а) в одном из событий, наблюдаемых на коллайдере при энергии $\sqrt{s} = 540$ ГэВ [47] (пик обусловлен попаданием 15 частиц в интервал псевдобыстроты 0,5), и азимутально-быстротное распределение частиц в этом событии (б)

Таким образом, около 0,7 % событий обладают пиками, превышающими средний фон в 3—4 раза. Частицы внутри пиков практически изотропно распределены по азимутальному углу.

Наибольший пик содержал 18 заряженных частиц в интервале псевдобыстрот 0,5. В обзорах [47—49] приводится только одно из 47 событий (см. рис. 8), в котором 15 треков из 44 лежат на столь узком интервале. Угол излучения можно оценить как $\sim 10^\circ$ в с. ц. м., т. е. очень большой, если его сравнивать с типичными тормовыми углами при этих энергиях (порядка m/E). В [47] указывается, что кластерная монте-карловская модель, разработанная в группе UA-5, приводит к флуктуациям такого рода при суперпозиции обычных

кластеров, однако детали модели и сравнения ее с опытом не приводятся. В то же время в [49] такие события интерпретируются как указание на образование «капель» в горячей кварк-глюонной плазме. При этом, правда, остается неясной кольцевая структура выброса этих капель из плазмы (объяснение азимутальной симметрии в [49] за счет разбрызгивания одной капли неверно, так как одна капля, летящая под заметным углом к оси соударения, приводит к пятну, а не к кольцу. Кроме того, заметим, что изотропно распадающаяся капля даст широкое распределение по псевдобыстроте). Если использовать формулу (8), то можно оценить, что длина излучения должна быть при таких характеристиках события (угол излучения в с. ц. м. около $2 \cdot 10^{-3}$) не менее 10 фм. Механизм обесцвечивания, видимо, происходит вне пределов адрона, но на сравнительно малых расстояниях, отнюдь не линейно [а тем более не квадратично (1), см. (1)] растущих с энергией.

К сожалению, систематического анализа упомянутых событий не проведено.

Структурность неупругих событий при углах около 60° в с. ц. м. обнаружена и при анализе протон-протонных взаимодействий при энергии 205 ГэВ в пузырьковых камерах [52].

Итак, подводя итог результатам сопоставления с экспериментом модели испускания глюонных струй на конечной длине, можно сказать, что пройден начальный этап, когда появились первые свидетельства в пользу такой модели, и полученная оценка длины, на которой происходит экранировка цветового тока, показывает заметное отличие этой длины от расстояний, характерных для обычных электромагнитных процессов. Однако для окончательных выводов необходимы дальнейшие подтверждения на экспериментальном материале с более высокой статистической обеспеченностью, сопоставление с флуктуациями в обычных моделях, более полная разработка используемой модели и критериев отбора событий, проверка других характерных особенностей излучения, в частности их зависимости от энергий глюонных струй, азимутальных характеристик и т. п.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная модель описывает излучение частиц на конечном отрезке пути в рамках классической физики. В квантовой теории не существует последовательного описания свойств излучения с конечного отрезка пути, но возможны разные полуфеноменологические подходы, которые подтверждают на качественном уровне оценки, проводимые в рамках классической теории (см. пример об излучении распадающихся частиц в разд. 2).

Сделанная гипотеза об ограничении длины (с которой собирается глюонное излучение в адронных соударениях) вследствие явления конфайнмента привела к предсказанию о кольцевой структуре мишеных диаграмм в тех событиях, где такое излучение проявляется. Было оценено, что при длинах порядка размера адрона угол, на который приходится максимум излучения, должен быть большим в с. ц. м.

Первые экспериментальные данные о наблюдении событий с такой структурой в космических лучах и на ускорителях не противоречат сделанным оценкам. Они указывают на то, что длина формирования глюонного излучения оказывается на много порядков меньше длины, доступной для обычного тормозного излучения фотонов согласно формуле (1).

Таким образом, появляется надежда с помощью процессов с кольцевой структурой мишенной диаграммы изучать важные свойства адронной среды — ее протяженность, показатель преломления, внутреннюю структуру и т. п. Мы находимся на начальном этапе этого пути и вряд ли сейчас можно предсказать, какие из этих надежд сбудутся и какие результаты будут получены, но дальнейшее исследование всех возможностей (как теоретических, так и эксперименталь-

ных) представляется необходимым хотя бы потому, что предлагаемый подход обещает стать интересным источником сведений о важных характеристиках адронной материи.

Я благодарен Е. Л. Фейнбергу, прочитавшему обзор и сделавшему ценные замечания, и Б. М. Болотовскому за обсуждение ряда электродинамических задач.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Рассмотренную модель с мгновенным нарастанием и экранировкой тока можно обобщить [36], допустив определенный закон изменения тока в некоторой переходной области, и тем самым смоделировать пространственно-временное протекание процессов декофайнмента и экранировки. Последний из них описывался, например, экспоненциальным затуханием тока в разд. 2 (п. «Роль переходной области») при сохранении мгновенного нарастания (декофайнмента) тока в электрон-позитронной аннигиляции. Здесь мы изучим симметричное поведение обоих процессов, когда легко перейти к описанной в разд. 1 модели. Основной вывод, к которому мы придем, состоит в том, что модель ступенчатого тока оправдана при всех частотах излучения, если длина действия тока хотя бы на порядок превышает размеры переходной области. Когда же это условие не выполнено, то излучение с большими частотами будет идти под меньшими углами, нежели в формуле (8), но все же при заданной частоте кольцевая структура событий сохраняется.

Итак, рассмотрим конкретную модель тока *, являющуюся обобщением модели (6):

$$j = \frac{gsv}{2} \left\{ \text{th} \frac{l'}{\Delta} + \text{th} \frac{l-l'}{\Delta} \right\}, \quad (\text{П.1})$$

где l определяет область действия тока; l' — текущая координата, а Δ — размеры переходной области. Инвариантное инклюзивное сечение испускания глюонов с частотой ω под углом θ имеет вид

$$\frac{\omega}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{d^3k} = \frac{\alpha_s c_F}{16\pi^2} \sin^2 \theta |I|^2, \quad (\text{П.2})$$

где

$$I = \frac{\pi\omega\Delta^2 \text{sh}(l/\Delta)}{\text{sh}(\pi\omega\Delta/2)} e^{i \frac{\omega\beta \cos \theta}{2} l - \frac{l}{\Delta}} F \left(1 - \frac{i\omega\Delta\beta \cos \theta}{2}, 1 + i \frac{\omega\Delta}{2}; 2; z \right), \quad (\text{П.3})$$

$$z \equiv 1 - e^{-2l/\Delta},$$

F — гипергеометрическая функция.

Для того чтобы получить из (П.2) случай ступенчатого тока, необходимо, чтобы переходная область была мала по сравнению с протяженностью области действия тока, т. е. мы рассмотрим условие

$$\Delta \ll l. \quad (\text{П.4})$$

* Такая модель была применена И.И. Аббасовым к некоторым электродинамическим задачам.

Используя в (П.2), (П.3) формулы для предельных значений гипергеометрической и гамма-функций [51], имеем:

$$|I|^2 = 4l^2 \frac{\sin^2 x}{x^2} \frac{\zeta}{\text{sh } \zeta} \frac{\text{sh } \frac{\pi \Delta \omega \beta \cos \theta}{2}}{\beta \cos \theta \text{ sh } (\pi \Delta \omega / 2)}, \quad (\text{П.5})$$

где

$$\zeta = \pi x \Delta / l = \pi \Delta / l_{\phi}. \quad (\text{П.6})$$

Таким образом, мы видим, что в (П.5) вошли три важнейших параметра l/l_{ϕ} , Δ/l_{ϕ} и Δ/λ , определяющие различные соотношения между длиной действия тока, длиной зоны Френеля, длиной волны излучения ($\lambda = \omega^{-1}$) и протяженностью переходной области.

Естественно, формула (6) для резкой ступеньки получается из (П.5), если просто положить $\Delta = 0$. Однако выражение (П.5) позволяет конкретизировать условие стремления $\Delta \rightarrow 0$.

Во-первых, ясно, что это условие выполнено для достаточно мягких глюонов, длина волны которых заметно превышает размеры переходной области, т. е.

$$\lambda \gg \Delta, \text{ а значит, и } l_{\phi} \gg \Delta. \quad (\text{П.7})$$

Такие глюоны не «чувствуют» формы переходной области.

Во-вторых, для жестких глюонов, длина волны которых заметно меньше размеров переходной области

$$\omega^{-1} = \lambda \ll \Delta, \quad (\text{П.8})$$

оказывается важным соотношение между длиной зоны Френеля и размером переходной области. Действительно, в этом предельном случае получаем из (П.5):

$$\frac{\omega}{\sigma} \frac{d^3 \sigma}{d^3 k} = \frac{\alpha_s C_F}{4\pi^2} l^2 \sin^2 \theta \frac{\sin^2 x}{x^2} \frac{\zeta e^{-\zeta}}{\beta \cos \theta \text{ sh } \zeta}. \quad (\text{П.9})$$

Отсюда видно, что мы опять приходим к резкой ступеньке, если рассматриваем глюоны, для которых длина зоны Френеля заметно превышает размеры переходной области, т. е. $\zeta \ll 1$ (учитывая, что кварк релятивистский $\beta \approx 1$ и излучение идет под малыми углами $\cos \theta \approx 1$).

Условие $\zeta \ll 1$ должно быть выполнено, прежде всего, в районе максимума распределения, даваемого формулой (6), т. е. при $\theta_{\max} = (2\pi/\omega l)^{1/2}$ или при $x \approx \pi/2$. Отсюда немедленно получаем требование

$$l \gg \frac{\pi^2}{2} \Delta, \quad (\text{П.10})$$

которое обеспечивает выполнимость следствий модели резкой ступеньки для излучения с любой частотой и тем самым конкретизирует условие (П.4). Таким образом, если длина действия тока l хотя бы на порядок превышает размеры переходной области Δ , можно, не задумываясь, пренебрегать шириной переходной области*.

Лишь в том случае, когда размеры переходной области заметно превышают длину зоны Френеля, необходимо учитывать дополнительное зарезание больших частот излучения под фиксированным углом (типа $\zeta e^{-2\zeta}$). Это приведет к смещению максимума излучения в область меньших углов и к уменьшению

* Кстати, такого же типа условие объясняет, например, почему мы видим четкую дифракционную картину при прохождении света мимо Луны, несмотря на наличие больших гор на ее поверхности (это замечание сделал Е. Л. Фейнберг при обсуждении работы [36]).

величины максимума, но не изменит общего характера распределения с пиком при некотором полярном угле, т. е. с кольцевой структурой мишенной диаграммы неупругого адронного события.

Таким образом, наличие переходной области может лишь сместить положение кольца к области меньших углов, играя, естественно, ту же роль, что и увеличение длины действия тока l при рассмотрении резкой ступеньки (с некоторыми отличиями в области больших частот). Общий вывод о кольцевой структуре мишенной диаграммы сохраняется, а конкретные параметры l и Δ , характеризующие ее, могут быть определены из опыта, если выделять кольцевые события (например, с помощью методик, использованных в [45, 48]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамм И. Е. // *J. Phys. USSR*. 1939. Vol. 1. P. 439—456 (имеется перевод: Тамм И. Е. Собрание научных трудов. М.: Наука, 1975. Т. 1. С. 77—99).
2. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: ГИФМЛ, 1953. С. 246. 336.
3. Дремин И. М. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 152—156.
4. Дремин И. М. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 1357—1365.
5. Черенков П. А. // ДАН СССР. 1934. Т. 2. С. 451—456.
6. Вавилов С. И. // ДАН СССР. 1934. Т. 2. С. 457—461.
7. Тамм И. Е., Франк И. М. // ДАН СССР. 1937. Т. 14. С. 107—112; УФН, 1967. Т. 93. С. 388—393.
8. Калашников О. К., Климов В. В. // ЯФ. 1980. Т. 31. С. 1357—1364.
9. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений: Пер. с англ. М.: Мир, 1967.
10. Франк И. М. // Изв. АН СССР. 1942. Т. 6. С. 3—12.
11. Тер-Микаелян М. Л. // ЖЭТФ. 1953. Т. 25. С. 289—296.
12. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
13. Ландау Л. Д., Померанчук И. Я. // ДАН СССР. 1953. Т. 92. С. 534—540, 735—741.
14. Фейнберг Е. Л. // УФН. 1956. Т. 58. С. 193—245.
15. Тер-Микаелян М. Л. // Проблемы теоретической физики. Памяти И. Е. Тамма. М.: Наука, 1972. С. 335—350.
16. Франк И. М. // Проблемы теоретической физики. Памяти И. Е. Тамма. М.: Наука, 1972. С. 350—372.
17. Фейнберг Е. Л. // Проблемы теоретической физики. Памяти И. Е. Тамма. М.: Наука, 1972. С. 248—267; ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 202—218.
18. Appelquist T., Dine M., Muzinich I. // *Phys. Rev.* 1978. Vol. D17. P. 2074—2082.
19. Peskin M. E. // *Nucl. Phys.* 1979. Vol. B156. P. 365—373.
20. Frautschi S., Krzywicki A. // *Z. Phys.* 1979. Bd 1. S. 1—14.
21. Франк И. М. // ДАН СССР. 1944. Т. 42. С. 354—359.
22. Пафомов В. Е. // Тр. физ. ин-та АН СССР. 1969. Т. 64. С. 29—96.
23. Кобзев А. П. // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 1256—1264.
24. Кобзев А. П., Пафомов В. Е., Франк И. М. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 122—131.
25. Кобзев А. П., Франк И. М. // ЯФ. 1980. Т. 31. С. 1253—1262.
26. Кобзев А. П., Франк И. М. // ЯФ. 1981. Т. 34. С. 125—134.
27. Матвеев А. Н. // Вестн. МГУ. 1951. № 10. С. 33—38.
28. Виткалов С. А., Гантмахер В. Ф., Левиев Г. И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 540—544.
29. Fischbach F.A., Bond J.S. // *Amer. J. Phys.* 1984. Vol. 52. P. 519—522.
30. Дремин И. М., Саакян В. А. // РСФ. 1982. № 5. С. 46—50.
31. Дремин И. М. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 617—620.
32. Дремин И. М. // ЯФ. 1983. Т. 37. С. 649—658.

33. Бонч-Осмоловский А. Г., Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. //Препринт ОИЯИ Р2-83-157. Дубна, 1983.
34. Никишов А. И. //ЯФ. 1981. Т. 34. С. 134—142.
35. Аббасов И. И., Болотовский Б. М., Давыдов В. А. //УФН. 1986. Т. 149. С. 709—722.
36. Дремин И. М., Саакян В. А. //КСФ. 1985, №8. С. 20—23.
37. Дремин И. М. Препринт ФИАН № 250. М., 1981.
38. Дремин И. М., Назиров М. Т., Саакян В. А. //КСФ. 1984. № 6. С. 42—47.
39. Дремин И. М., Назиров М. Т., Саакян В. А. //ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1010—1016.
40. Апанасенко А. В., Добротин Н. А., Дремин И. М., Котельников К. А. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 157—160.
41. Arata N. //Nuovo cimento. 1978. Vol. 43A. P. 455—462.
42. Алексеева К. И., Добротин Н. А., Третьякова М. И. //Изв. АН СССР. 1962. Т. 26. С. 572—876; J. Phys. Soc. Japan. 1962. Vol. 17, A-111. P. 409—412.
43. Масленникова Н. В., Орлова Г. А., Третьякова М. И. и др. //Изв. АН СССР. 1972. Т. 36. С. 1696—1700.
44. Марутян Н. А., Матевосян К. А., Крищян В. М. и др. //ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1566—1570.
45. Дремин И. М., Орлов А. М., Третьякова М. И. //Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 320—324.
46. Cavasinni V. //Z. Phys. C. 1984. Vol. 21. P. 299—306.
47. Rushbrooke J.G. Preprint CERN-EP/84-234, 1984.
48. Jacob M. Preprint Ref. TH. 3728-CERN, 1983.
49. Van Hove L. Preprint Ref. TH 3924-CERN, 1984.
50. Дремин И. М., Леонидов А. В. //Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 156—160.
51. Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа. М.: ГИФМЛ, 1963. С. 102 и 49.
52. Дремин И. М., Орлов А. М., Локтионов А. А. //Труды Международной конференции «Кварки-86», Тбилиси, 1986. М.: изд. ИЯИ АН СССР, 1986. Т. 1, С. 92—96.
53. Аббасов И. И. //КСФ. 1985. № 8, С. 33—36.