

Ядерное тормозное излучение в реакциях с протонами

В. А. Пллойко

Институт ядерных исследований, АН УССР, Киев

В. А. Поярков

Киевский государственный университет, Киев

Рассмотрено описание низкоэнергетического тормозного излучения, сопровождающего рассеяние частиц, на основе приближения Фешбаха — Енни, т. е. с учетом лишь внешнего вклада в амплитуду процесса. Приведен модифицированный вывод приближения Фешбаха — Енни. Проанализирована область его применимости.

Представлены выражения для спектра тормозного излучения в области изолированных и перекрывающихся резонансов как для моноэнергетичных, так и для размытых пучков падающих частиц. Обсуждены величины, необходимые для расчета тормозных спектров, существующие методы их расчета и информация, которую можно извлечь при обработке экспериментальных данных.

Рассмотрена связь спектра тормозных фотонов с временным ходом ядерного взаимодействия.

Приведен обзор экспериментальных работ по тормозному излучению протонов.

Description of a low-energetic bremsstrahlung accompanying particle scattering in terms of the Feshbach-Yennie approximation, i.e. taking into account only an external contribution to the amplitude of the process, is dealt with. A modified derivation of the Feshbach-Yennie approximation is set forth. The scope of application of the approximation has been analysed.

Expressions for the spectrum of bremsstrahlung in the range of single and overlapping resonances conditions both monoenergetic and blown-up beams of incoming particles have been set out. The values necessary for calculating bremsstrahlung the current methods for calculating them and the information which can be derived in treating experimental data have been discussed.

The relation of the bremsstrahlung spectrum with time dependence of a nuclear interaction has been discussed.

A review of experiments to study proton bremsstrahlung has been given.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование γ -переходов, обусловленных взаимодействием нуклонов с электромагнитным полем, давно зарекомендовало себя как точный метод изучения структуры ядра и механизма ядерных реакций. С экспериментальной точки зрения это обстоятельство связано с эффективностью и простотой регистрации γ -квантов, возможностью выделения их на фоне других излучений и с большей точностью определения энергии возбужденных состояний. Электромаг-

нитное излучение также значительно лучше изучено, чем ядерное. В большой мере это связано с возможностью применения в электродинамике теории возмущения, использование которой в случае ядерного взаимодействия встречает большие трудности.

В квантовой теории излучения можно выделить две важные задачи:

1. Электромагнитные переходы между связанными состояниями.
2. Тормозное излучение (ТИ) или переходы между состояниями сплошного спектра.

В первом случае энергия возбуждения системы меньше энергии отделения частиц и взаимодействие с электромагнитным полем — наиболее вероятный способ системы перейти из возбужденного состояния в основное. Так как волновые функции связанных состояний имеют нулевую асимптотику, то интенсивность электромагнитных переходов определяется в основном размерами системы. В этом случае мы получаем информацию о начальном и конечном состояниях излучающей системы. Такая задача для ядра аналогична задаче о переходах между связанными состояниями атома.

Во втором случае начальные и конечные состояния излучающей системы принадлежат непрерывному спектру и излучение обусловлено ускоренным движением заряженной частицы относительно другой. Теорию тормозного излучения при рассеянии электрона в кулоновском поле неподвижного центра можно найти в [1—3]. Изложенный в этих работах подход существенно отличается от ситуации, когда оба состояния связанные. Считается, что спектр тормозного излучения формируется на расстояниях, значительно превышающих размеры силового центра, и поэтому последний можно считать точечным.

Ситуация усложняется, если ТИ связано с движением нуклона или другой частицы в поле ядра. В этом случае взаимодействие частицы с ядром может носить не только потенциальный характер. Частица может проникать внутрь ядра и образовывать долгоживущие состояния составного ядра. В результате спектр ТИ может дать информацию о характеристиках составной системы и служить средством изучения механизма ядерной реакции, сопровождающейся тормозным излучением. Последнее, в случае прямых ядерных реакций, впервые было показано Э. И. Дубовым и И. С. Шапиро [4]. Возможность использования спектра ТИ для идентификации механизма прямой реакции основывается на появлении отклонений спектра излучения с частотой ω от $d\omega/\omega$, которые становятся существенными, если амплитуда реакции имеет особенности, близкие к физической области. Обзор работ, выполненных в этом направлении до 1971 г., приведен в лекциях Л. А. Кондратюка [5].

Спектр ТИ определяется зависимостью ускорения от времени, т. е. механизмом взаимодействия падающей частицы с ядром. Пренебрегая излучением за счет движения ядра отдачи, можно выделить два участка траектории, на которых частица движется с ускоре-

нием — при «влете» в ядро и при «вылете». Во времени эти два процесса разделены временем задержки частицы в ядре τ и соответственно спектр ТИ зависит от τ . Впервые эти соображения об использовании ТИ для определения времени протекания реакций были высказаны Енни, Айсбергом и Уилкинсоном в 1960 г. [6]. Квантовомеханическое описание ТИ было развито Фешбахом и Енни [7]. Они предложили метод описания тормозного излучения, основанный на разложении амплитуды реакции вне массовой поверхности по энергиям γ -квантов. В этом методе сечение ТИ выражается через экспериментально измеренное сечение упругого рассеяния и время протекания реакции. Таким образом, в тех случаях, когда метод применим, представляется возможность, сравнивая экспериментальные результаты и расчет, извлечь время протекания реакции. Поэтому важной задачей в исследовании тормозного излучения является оценка применимости приближения Фешбаха — Енни.

Все существующие стационарные квантовые подходы для описания ТИ можно разделить на две группы. К первой относятся так называемые модельно-независимые теории. Они основаны на разложении амплитуды тормозного излучения в ряд по энергии фотона E_γ :

$$T_{fi} = T_{-1}E_\gamma^{-1} + T_0E_\gamma^0 + T_1E_\gamma + \dots \quad (4)$$

Впервые при нерезонансном поведении амплитуд f упругого рассеяния коэффициенты T_{-1} и T_0 были получены Лоу [8]. В случае сильного изменения f на интервале порядка E_γ выражения для T_{-1} и T_0 были вычислены Фешбахом и Енни [7], см. также [9]. Вывод соотношения для T_0 в этой работе носил, строго говоря, качественный характер и в дальнейшем более точно (на основе потенциального подхода) был рассмотрен в [10—13]. Первые два члена разложения (4) определяются поведением амплитуд упругого рассеяния и вне массовой информации не содержат. Это позволяет для низкоэнергетических γ -квантов вычислить сечение ТИ, используя данные по упругому рассеянию — достаточно иметь некоторую параметризацию для f .

Во второй группе подходов [14—22] в качестве исходного задается явное выражение для потенциала взаимодействия между частицей и ядром мишени. В [15—17, 21, 22] амплитуда ТИ вычислялась после предварительного решения уравнения Шредингера для волновых функций сплошного спектра в заданном потенциале. В силу слабой сходимости матричных элементов от электромагнитного взаимодействия на функциях сплошного спектра этот метод довольно трудоемок. В настоящее время его применение ограничено или малонуклонными системами, или одночастичным описанием тормозного излучения.

В [18—20] рассматривалось дипольное излучение. Для улучшения сходимости в координатном пространстве использовалась теорема Эрнфеста. Аппроксимировав ядерную часть потенциала пря-

моугольной ямой, были получены простые соотношения для параметризации T_{fi} . Справедливость теоремы Эренфеста при описании процесса ТИ была доказана в [23, 24].

В рамках нестационарного квантовомеханического подхода с использованием аппарата волновых пакетов ТИ было рассмотрено в [25, 26]. Н. В. Еремин, Ю. В. Меликов и А. Ф. Тулинов [26] впервые описали зависимость формы энергетического спектра ТИ от энергетического разброса пучка налетающих частиц и разрешения детекторов. Предполагалось, что упругое рассеяние идет через изолированный резонанс, и в амплитуде T_{fi} учитывался только первый член разложения (1). Такой подход позволил изучить область применимости стационарного описания для ТИ. Если ширина уровня много больше экспериментального энергетического разброса, выражение для интенсивности испускания тормозного γ -кванта совпадает с полученным в стационарном квантовомеханическом подходе. В противоположном случае выражение для спектра излучения получается из стационарного после усреднения по экспериментальному энергетическому разбросу.

Используя выражение для амплитуды T_{fi} в виде разложения в ряд по E_γ , можно связать характеристики спектра ТИ со временем задержки частицы в поле ядра [6, 7, 25—30], поэтому рассмотрим его вывод.

1. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ВЫВОД И ОБСУЖДЕНИЕ СПРАВЕДЛИВОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФЕШБАХА — ЕННИ

Согласно [31, 32], имеем в первом порядке по электромагнитному взаимодействию

$$T_{fi} = (\psi_{\mathbf{k}_f}^{(-)} V_{эм} \psi_{\mathbf{k}_i}^{(+)}),$$

где $\psi_{\mathbf{k}_i}^{(+)}$ ($\psi_{\mathbf{k}_f}^{(-)}$) — волновая функция падающего (вылетающего) нуклона с относительным импульсом $\hbar\mathbf{k}_i$ ($\hbar\mathbf{k}_f$) и асимптотикой падающая плоская плюс сферически расходящаяся (сходящаяся) волны. Для простоты обозначений в $\psi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}$ опущены спиновые индексы.

Если ограничиться электрическими переходами, то в с. ц. м. ядерной подсистемы во входном канале нормированный на единичный объем потенциал электромагнитного взаимодействия $V_{эм}$ равен:

$$V_{эм} = i \frac{e\hbar^2}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{E_\gamma}} (\hat{\epsilon}\mathbf{Q}), \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\mathbf{Q} = \left[\frac{Z_i}{A_i} \exp(-i\mathbf{x}\mathbf{r}A_i/A) - \frac{Z_t}{A_t} \exp(i\mathbf{x}\mathbf{r}A_t/A) \right] \nabla_{\mathbf{r}}.$$

Здесь $\hat{\epsilon}$, \mathbf{x} — единичный вектор поляризации и импульс γ -кванта соответственно; e , m — заряд протона и масса нуклона; Z_α , A_α — заряд и атомное число налетающей частицы $\alpha = i$ и ядра-мишени

($\alpha = t$) $A = A_i + A_t$; \mathbf{r} — координата относительного движения частицы. Следовательно,

$$T_{fi} = i \frac{e\hbar^2}{m} \sqrt{\frac{2\pi}{E_\gamma}} (\hat{\epsilon}\mathbf{B}), \quad \mathbf{B} = (\psi_{\mathbf{k}_f}^{(-)} \mathbf{Q} \psi_{\mathbf{k}_i}^{(+)}). \quad (3)$$

Согласно общим правилам квантовой теории рассеяния [33, 34], в с. ц. м. дифференциальное сечение [10^{-33} см²/(кэВ·ср)] ТИ связано с векторной амплитудой \mathbf{B} следующим образом:

$$\frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_{\mathbf{k}_f}} = \text{const } \mu^2 E_\gamma \sqrt{\frac{E_{\mathbf{k}_f}}{E_{\mathbf{k}_i}}} \frac{1}{\hat{I}_i^2 \hat{s}_i^2} \sum_{\substack{m_{s_i} m_{s_f} \\ m_{I_i} m_{I_f}}} M, \quad (4)$$

$$\text{const} = \frac{(2\pi)^2 \cdot 10^4 e^2}{(\hbar c)^3} \cong 0,073983, \quad \mu = A_i A_t / (A_i + A_t),$$

где для эллиптически поляризованного фотона [35]

$$M = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\chi |(\hat{\epsilon}(\chi)\mathbf{B})|^2,$$

χ — угол между вектором поляризации и единичным ортом оси абсцисс в плоскости, перпендикулярной импульсу фотона; $\hat{I} = \sqrt{2I + 1}$, I_α , s_α — спины ядра-мишени и частицы, а m_{I_α} , m_{s_α} — их проекции соответственно; $E_{h\alpha}$ — энергия относительного движения частицы во входном ($\alpha = i$) и выходном ($\alpha = f$) каналах. При записи выражения (4) предполагалось, что функции $\psi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}$ нормированы на $\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$.

В с. ц. м. входного канала $E_\gamma = E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_f} - E_c$; E_c — энергия движения центра масс ядерной подсистемы. Мы будем приближенно считать $E_c \cong 0$ и

$$E_\gamma = E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_f}. \quad (5)$$

Согласно [36], уже для ТИ протона на углероде характеристики частиц в с. ц. м. и в лабораторной системе совпадают с точностью до $\leq 17\%$. Поэтому в дальнейшем мы будем пренебрегать различием этих систем. Строго перейти в лабораторную систему можно аналогично [37].

Для простоты ограничимся тормозным излучением бесспиновой заряженной частицы ($A_i = Z_i$) на тяжелом ядре мишени с $A_t \gg Z_t$, тогда

$$\mathbf{Q} = e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \nabla_{\mathbf{r}}.$$

Перепишем выражение (3) для **V**-векторной амплитуды процесса с помощью уравнений Липпмана — Швингера [38]. В результате [24]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V} &= \sum_{i=1}^3 \mathbf{V}_i; \\
 \mathbf{V}_1 &= \mathbf{k}_i t(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}; E_{\mathbf{k}_f}) G(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}) \cong - \frac{\mathbf{k}_i t(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}; E_{\mathbf{k}_f})}{E_\gamma [1 - (\beta_i \hat{\boldsymbol{\kappa}})]}; \\
 \mathbf{V}_2 &= \mathbf{k}_f t(\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{\mathbf{k}_i}) G(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}) \cong \frac{\mathbf{k}_f t(\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{\mathbf{k}_i})}{E_\gamma [1 - (\beta_f \hat{\boldsymbol{\kappa}})]}; \\
 \mathbf{V}_3 &= \int d\mathbf{q} G(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}) t(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}; E_{\mathbf{k}_f}) \mathbf{q} G(\mathbf{k}_i, \mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}) t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{\mathbf{k}_i});
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

$$(\beta_\alpha = v_\alpha/c, E_\gamma = \hbar c \kappa, \hat{\boldsymbol{\kappa}} = \boldsymbol{\kappa}/\kappa, \mathbf{v} = \hbar \mathbf{k}/(m\mu), G(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = 1/(E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{q}} + i\eta),$$

$$E_{\mathbf{k}} = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / (2m\mu),$$

где $t(\mathbf{q}, \mathbf{k}, E) \equiv \langle \mathbf{q} | T(E) | \mathbf{k} \rangle$ — *T*-матрица ядерного рассеяния немассовой поверхности. Здесь опущен член $\langle \mathbf{k}_f | \mathbf{Q} | \mathbf{k}_i \rangle$ и слагаемые, пропорциональные $\boldsymbol{\kappa}$, так как они не вносят вклада в амплитуду T_{fi} .

Согласно (6) амплитуда вероятности эмиссии тормозного γ -кванта является суммой трех членов. 1. Амплитуды эмиссии до (\mathbf{V}_1) и после (\mathbf{V}_2) ядерного взаимодействия (внешняя эмиссия). Эти амплитуды доминируют на расстояниях больше радиуса действия ядерных сил. 2. Амплитуды \mathbf{V}_3 эмиссии, когда частицы близки друг к другу (внутренняя эмиссия или процесс перерассеяния). Вне радиуса *R* действия потенциала *V* между частицами слагаемое \mathbf{V}_3 пропорционально $\boldsymbol{\kappa}$ и вклада в амплитуду ТИ не дает.

В случае протон-протонного ТИ слагаемое \mathbf{V}_3 в с. д. м. мало [37, 39], и при энергиях налетающих протонов от 10 до 300 МэВ его влияние $\leq 15\%$ [45].

Получим выражение для \mathbf{V}_3 с точностью до членов, линейных по E_γ . Воспользуемся тождеством

$$\begin{aligned}
 &t(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}_1 - \boldsymbol{\kappa}, E_{\mathbf{u}}) - t(\mathbf{k}_2 + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_1, E_{\mathbf{z}}) = \\
 &= \int d\mathbf{q} t(\mathbf{k}_2, \mathbf{q}; E_{\mathbf{u}}) [G(\mathbf{k}, \mathbf{q}) - G(\mathbf{z}, \mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}) t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_1; E_{\mathbf{z}})],
 \end{aligned}$$

которое следует из интегрального уравнения для *T*-матрицы немассовой поверхности. Это соотношение выполняется для локальных взаимодействий и получено в [41]. Здесь оно записано в других обозначениях. Если положить $\mathbf{u} = \mathbf{k}_f$, $\mathbf{z} = \mathbf{k}_i$ и взять градиент по

κ , то при $E_{k_i} - E_{k_f} \equiv E_\gamma = \hbar c \kappa$ получаем

$$\begin{aligned} & \int d\mathbf{q} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}; E_{k_f}) G(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}) \mathbf{q} G(\mathbf{k}_i, \mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}) t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) = \\ & = \frac{m\mu}{\hbar^2} \nabla_{\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}} t(\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) + \frac{m\mu}{\hbar^2} \nabla_{\mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}; E_{k_f}) + \\ & + E_\gamma \int d\mathbf{q} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}; E_{k_f}) G(\mathbf{q}, \mathbf{k}_f) \left\{ \frac{m\mu}{\hbar^2} \nabla_{\boldsymbol{\kappa}} t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) + \right. \\ & + \left[\mathbf{q} G(\mathbf{q}, \mathbf{k}_f) - \frac{1}{\hbar c} [(\mathbf{q}\boldsymbol{\kappa}) \nabla_{\boldsymbol{\kappa}} + \hat{\boldsymbol{\kappa}}] \right] G(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i) t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) \Big\} - \\ & - \frac{E_\gamma^2}{(\hbar c)^2} \int d\mathbf{q} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{q}; E_{k_f}) G(\mathbf{q}, \mathbf{k}_i) \nabla_{\boldsymbol{\kappa}} G(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i) t(\mathbf{q} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}). \end{aligned} \quad (7)$$

Следовательно, \mathbf{V}_3 не дает вклада в член T_0 разложения (1) и

$$\mathbf{V}_3 = \frac{m\mu}{\hbar^2} \nabla_{\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}} t(\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) + \frac{m\mu}{\hbar^2} \nabla_{\mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}; E_{k_f}) + 0 \left(\frac{E_\gamma}{\delta I} \right), \quad (8)$$

где δI — энергетический интервал характерного изменения интегральных слагаемых с правой стороны (7).

Выделим в матрицах t зависимость от единичных векторов $\hat{\mathbf{k}}$. С учетом (5) имеем с точностью до членов, линейных по E_γ :

$$\left. \begin{aligned} t(\mathbf{k}_f + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) &= t(\hat{\mathbf{k}}_f \mathbf{k}_i (1 - E_\gamma/E_i)^{1/2} + \boldsymbol{\kappa}, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) \cong \\ &\cong t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i, E_{k_i}) + E_\gamma \left[\frac{\hat{\boldsymbol{\kappa}}}{\hbar c} - \frac{\hat{\mathbf{k}}_f \mathbf{k}_i}{2E_i} \right] \nabla_{\mathbf{p}_i} t(\mathbf{p}_i, \mathbf{k}_i; E_{k_i}); \\ t(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i - \boldsymbol{\kappa}; E_{k_f}) &\cong t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i, E_{k_f}) + \\ &+ E_\gamma \left[\frac{\hat{\mathbf{k}}_i \mathbf{k}_f}{2E_f} - \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\hbar c} \right] \nabla_{\mathbf{p}_f} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{p}_f; E_{k_f}), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_i}) \equiv t(\hat{\mathbf{k}}_f \mathbf{k}_i, \mathbf{k}_i; E_{k_i})$ и $t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i, E_{k_f}) = t(\mathbf{k}_f, \hat{\mathbf{k}}_i \mathbf{k}_f; E_{k_f})$ — T -матрицы на энергетической поверхности; $\mathbf{p}_i = \hat{\mathbf{k}}_i \mathbf{k}_i$, $\mathbf{p}_f = \hat{\mathbf{k}}_f \mathbf{k}_f$, а слагаемые вида $\nabla_{\mathbf{p}_i} t$ — градиенты от T -матрицы наполовину вне-массовой поверхности с последующим выходом на энергетическую поверхность.

Подстановка (9) в (6) и (8) дает:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &\equiv \left(- \frac{\mathbf{k}_i}{[1 - (\boldsymbol{\beta}_i \hat{\boldsymbol{\kappa}})]} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_f}) + \frac{\mathbf{k}_f}{[1 - (\boldsymbol{\beta}_f \hat{\boldsymbol{\kappa}})]} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_i}) \right) E_\gamma^{-1} + \\ &+ \left(\frac{m\mu}{\hbar^2} \frac{\boldsymbol{\beta}_i}{[1 - (\boldsymbol{\beta}_i \hat{\boldsymbol{\kappa}})]} [\hat{\boldsymbol{\kappa}} - (\boldsymbol{\beta}_i \hat{\boldsymbol{\kappa}}) \hat{\boldsymbol{\beta}}_i] \nabla_{\mathbf{p}_f} t(\mathbf{k}_f, \mathbf{p}_f; E_{k_f}) + \right. \\ &+ \left. \frac{m\mu}{\hbar^2} \frac{\boldsymbol{\beta}_f}{[1 - (\boldsymbol{\beta}_f \hat{\boldsymbol{\kappa}})]} [\hat{\boldsymbol{\kappa}} - (\boldsymbol{\beta}_f \hat{\boldsymbol{\kappa}}) \hat{\boldsymbol{\beta}}_f] \nabla_{\mathbf{p}_i} t(\mathbf{p}_i, \mathbf{k}_i; E_{k_i}) \right) E_\gamma^0. \end{aligned} \quad (10)$$

Отброшенные члены имеют порядок малости $O(E_\gamma/\min\{\delta I, \delta E_D\})$, где δE_D — интервал характерного энергетического изменения градиентов из (10). Так как величина δE_D порядка энергетического интервала δE — существенного изменения амплитуды вероятности упругого рассеяния, то точность (10) можно оценить как $O(E_\gamma \delta E / (E_i \delta I))$.

Приближение, в котором учитывается первое слагаемое из (10), обычно называется приближением Фешбаха — Енни (FYA). Сомножитель при E_γ^0 в (10) незначительно отличается от полученного в [7] из-за его дополнительного преобразования с помощью (5). Приближение вида (10), в котором учитываются члены T_1 и T_0 различного вида (1), называют приближением Фешбаха — Енни с поправочным членом (FYCT). Результат Лоу [8] получается, если сделать дополнительное разложение амплитуд вероятности упругого рассеяния относительно средней энергии $(E_i + E_f)/2$.

Выделяя в градиенте угловую $(\nabla_{\hat{p}})$ и зависящую от модуля части, получаем, что при торможении частицы на тяжелом ядре в \mathbf{V} остаются лишь угловые составляющие градиента и

$$\begin{aligned} \mathbf{V} = & \left(-\frac{\mathbf{k}_i}{(1 - (\beta_i \hat{\mathbf{x}}))} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_f}) + \frac{\mathbf{k}_f}{(1 - (\beta_f \hat{\mathbf{x}}))} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_i}) \right) E_\gamma^{-1} + \\ & + \frac{\beta_i}{\hbar v_f [1 - (\beta_i \hat{\mathbf{x}})]} \hat{\mathbf{x}} \nabla_{\hat{\mathbf{k}}_i} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \mathbf{k}_i; E_{k_f}) + \\ & + \frac{\beta_f}{\hbar v_i [1 - (\beta_f \hat{\mathbf{x}})]} \hat{\mathbf{x}} \nabla_{\hat{\mathbf{k}}_f} t(\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E_{k_i}) + O\left(\frac{E_\gamma \delta E}{E_i \delta I}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

Выражение для амплитуды ТИ в таком виде, по-видимому, записано впервые и является следствием соотношения (5). В [40] было получено соотношение для \mathbf{V} исходя из требования градиентной инвариантности, а T -матрица рассматривалась как функция энергии и квадрата переданного импульса. Слагаемые с градиентами в (11) являются аналогами производных по переданному импульсу из работы [40] и, согласно временной картине рассеяния [47], определяют перпендикулярное к начальному направлению смещение частицы за счет ее взаимодействия с ядром.

Используя для Q формулу (2), нетрудно учесть и отдачу ядрамишени. Амплитуда \mathbf{V} будет содержать восемь слагаемых того же типа, что и в (11).

В работах [9, 17, 24, 35, 36, 39, 41—44] изучалась точность приближения амплитуды ТИ первыми членами разложения (1). Было показано [39, 41], что при тормозном излучении в $p - p$ -реакции при энергиях протонов $10 \leq E_i \leq 200$ МэВ приближение Лоу, которое в отсутствие резонансов эквивалентно приближению FYA, описывает эксперимент с точностью до 25 % даже при $E_\gamma/E_i \sim 1$. Для тормозного излучения в $\alpha - \alpha$ [9, 17], $p - \alpha$ - и $d - p$ - [35] процессах рассеяния важную роль играют кинематические ограничения, и при.

ближение ГYA справедливо для углов разлета частиц вблизи 90° в с. п. м. и малых энергий фотонов.

В [36, 40, 42—44] справедливость приближения ГYA исследовалась сравнением расчетов с экспериментами по ТИ протонов резонансных энергий на углероде. Рассматривалось излучение для протонов с энергиями 1,504—1,895 МэВ [36, 40, 42, 43] и 0,461 МэВ [44]. Для амплитуд упругого рассеяния использовалась R -матричная параметризация. В работах [40, 42, 43] для приведенных шириин и энергии резонансов использовались данные Мэрилендской группы

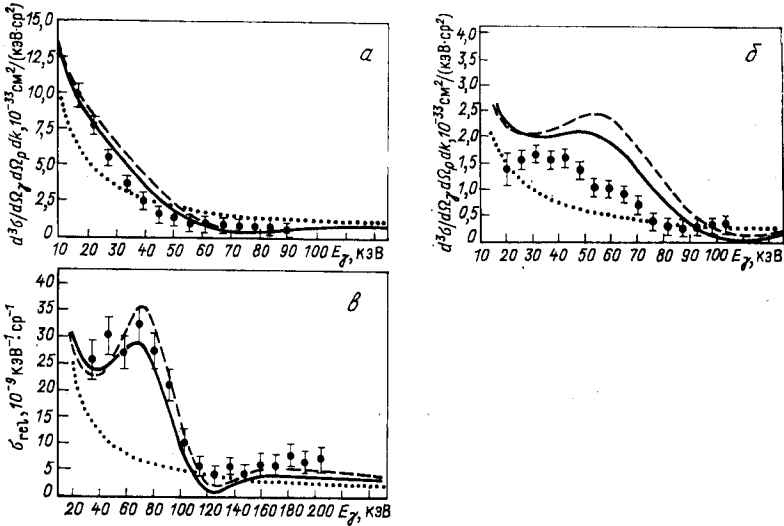


Рис. 1. Тормозной спектр протонов на углероде:

a — при энергии падающих протонов $E_i = 1,765$ МэВ, $\theta_{k_f} \equiv \theta_f = 157^\circ$; $б$ — $E_i = 1,795$ МэВ, $\theta_f = 157^\circ$; $в$ — выход тормозного излучения G_{rel} по отношению к сечению упругого рассеяния $E_i = 1,81$ МэВ, $\theta_f = 155^\circ$; сплошные кривые — расчет по ГYCT; точечные — приближение Лоу; пунктир — приближение ГYA. Данные на рис. $в$ усреднены по телесному углу фотонов

[45]. Было показано [43], что вычисляемые сечения ТИ довольно чувствительны к резонансным параметрам. Сечения эмиссии тормозных γ -квантов в рамках приближений ГYA и ГYCT близки вдали от резонанса в конечном канале, а вблизи резонанса могут отличаться на 40 % [40, 42]. Возле резонанса конечного канала приближение ГYCT лучше описывает экспериментальные данные. В целом же согласие с экспериментом для этих двух приближений примерно одинаковое. Некоторые результаты этих работ приведены на рис. 1. Для протонов с энергией вблизи резонанса $E_r = 0,461$ МэВ приближение ГYA даже лучше описывает эксперимент, чем приближение ГYCT [44] (рис. 2). В работе [36] использовались более новые данные по приведенным ширинам и энергиям резонансов. Было найдено, что форма спектра тормозных γ -квантов согласуется с приближением

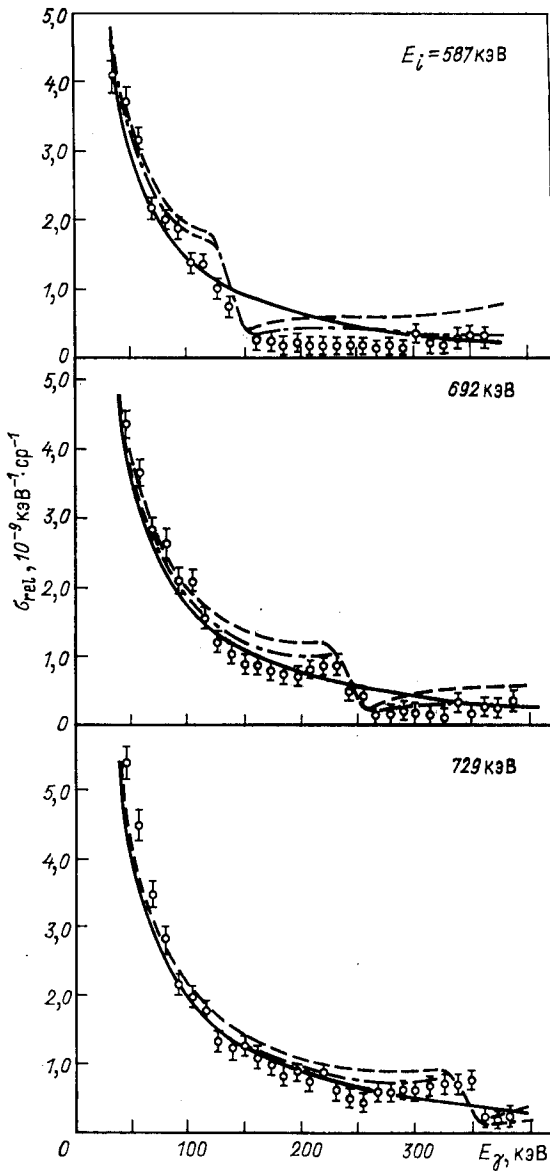


Рис. 2. Выход тормозного излучения σ_{rel} по отношению к сечению упругого рассеяния вблизи резонанса $E_r = 461$ кэВ:
 сплошные кривые — расчет по Лоу; пунктир — FУСТ, штрихпунктир — FУА

ГҮА, хотя абсолютные значения и отличаются при энергиях протонов выше резонанса во входном канале (см. разд. 4).

Нами [24] исследовалась возможность применения приближения ГҮА при взаимодействии частицы с тяжелым ядром в зависимости от отношения энергий γ -квантов и налетающей частицы, а также угла ее вылета. Учитывалось дипольное излучение. Рассматривалось дифференциальное сечение ТИ в модельной задаче, близкой к ТИ про-

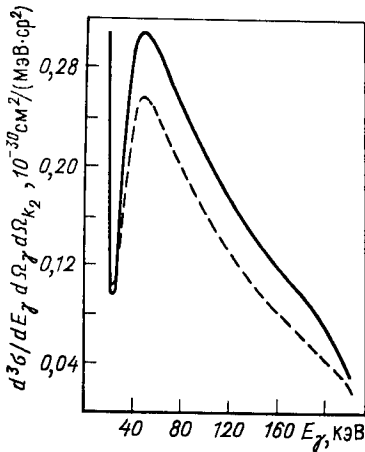


Рис. 3. Зависимость дифференциального сечения тормозного излучения от энергии γ -квантов при $\theta_f = 3\pi/7$, $E_i = 0,226$ МэВ:

сплошная кривая — расчет в приближении ГҮА; пунктир — точный расчет

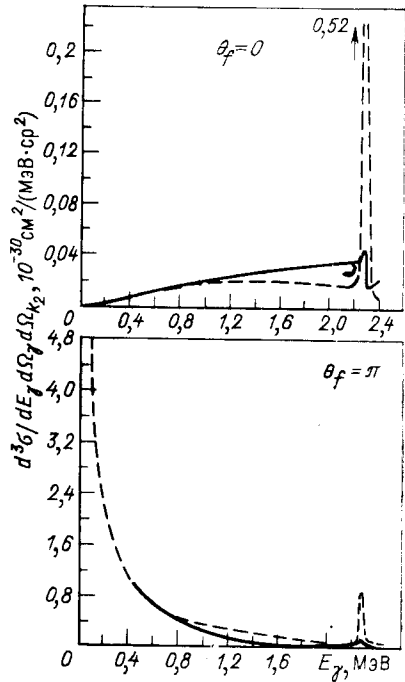


Рис. 4. Дифференциальное сечение тормозного излучения при $E_i = 2,5$ МэВ: Обозначения те же, что и на рис. 3. Стрелкой указано значение сечения в максимуме

тонов с энергией ниже кулоновского барьера на ядре углерода. Был использован потенциал в виде прямоугольной ямы со ступенчатым барьером (П1). Его параметры были подобраны таким образом, чтобы в s -волне при энергии 0,216 МэВ был резонанс с шириной $\Gamma \cong 85$ кэВ.

На рис. 3, 4 изображены дифференциальные сечения $\sigma(\theta_f, E_\gamma) = d^3\sigma/dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_{k_2}$, вычисленные в рамках точного подхода $[\sigma_T(\theta_f, E_\gamma)]$ и с помощью приближения ГҮА ($\sigma_{\text{ГҮА}}(\theta_f, E_\gamma)$) при разных энергиях падающих частиц $E_i = E_{k_i}$ и углах θ_f вылета частицы по отношению к падающему пучку; $\theta_\gamma = \pi/2$, $\varphi_\gamma = \varphi_f = 0$.

В табл. 1—2 приведены коэффициенты $\alpha = (\sigma_T(\theta_f, E_\gamma) - \sigma_{FYA}(\theta_f, E_\gamma))/\sigma_T(\theta_f, E_\gamma)$ отклонения дифференциальных сече-

Таблица 1. Коэффициенты α (%) отклонения $\sigma_T(\theta_f, E_\gamma)$ и $\sigma_{FYA}(\theta_f, E_\gamma)$ для потенциала П1 при $E_i = 0,226$ МэВ

Δ	θ_f , рад							
	0	$\pi/7$	$2\pi/7$	$3\pi/7$	$4\pi/7$	$5\pi/7$	$6\pi/7$	π
0,005	-0,01	-0,2	-0,2	-0,1	-0,05	-0,01	-0,01	0,001
0,008	0,06	0,8	3	6	3	0,09	0,3	0,1
0,2	0,4	-0,8	-10	-20	-10	-3	-0,3	0,2
0,44	0,8	-5	-25	-32	-18	-7	-1	0,3
0,97	-38	-44	-56	-65	-64	-56	-48	-45

Таблица 2. Коэффициенты α (%) отклонения $\sigma_T(\theta_f, E_\gamma)$ и $\sigma_{FYA}(\theta_f, E_\gamma)$ для потенциала П2 при $E_i = 0,226$ МэВ

Δ	θ_f , рад							
	0	$\pi/7$	$2\pi/7$	$3\pi/7$	$4\pi/7$	$5\pi/7$	$6\pi/7$	π
0,045	0,02	-0,4	+0,5	-0,4	-0,2	-0,1	-0,02	-0,01
0,44	0,05	-1	-2	-2	-2	-1	-0,3	-0,1
0,97	-0,3	-0,5	-0,9	-1	-1	-1	-0,8	-0,7

ний, вычисленных в приближении FYA, по отношению к точным, в зависимости от $\Delta = E_\gamma/E_i$ и θ_f при $E_i = 0,226$ МэВ. При расчетах сечений из табл. 1 использовался потенциал П1, а при расчетах в табл. 2 — потенциал П2 вида П1, но с таким узким барьером, что в нем отсутствуют резонансы упругого рассеяния во всех парциальных волнах.

Из табл. 1 видно, что справедливость приближения Фешбаха — Енни зависит не только от отношения энергии Δ , но и от угла вылета частиц. С ростом энергии налетающих частиц E_i , при фиксированных Δ , разница между $\sigma_T(\theta_f, E_\gamma)$ и $\sigma_{FYA}(\theta_f, E_\gamma)$ увеличивается. Так, если для потенциала П1 с $E_i = 0,226$ МэВ при $0,005 \leq \Delta \leq 0,97$ средний по восьми углам θ_f из табл. 1 модуль α ($|\alpha|_{cp}$) изменяется от 0,07 до 52 %, то с $E_i = 2,5$ МэВ при $0,04 \leq \Delta \leq 0,92$ коэффициенты $|\alpha|_{cp}$ изменяются от 6 до 173 %, причем при $\theta_f = 2\pi/7$ и $\Delta = 0,8$ имеем $\alpha = -570$ %. Для потенциала П2 отклонения точного и приближенного расчетов значительно меньше. Так, при $0,004 \leq \Delta \leq 0,92$ коэффициент $|\alpha|_{cp}$ изменяется всего лишь от 2 до 25 %.

Сравнение результатов табл. 1 и 2 показывает, что наличие в упругом канале резонанса приводит (при одних и тех же значениях Δ) к ухудшению справедливости приближения FYA. При этом в области резонанса нарушается монотонная зависимость коэффициента α от Δ .

В целом выполненные исследования показывают, что в отсутствие резонансов приближение FYA довольно хорошо описывает эксперимент, и его точность определяется Δ — отношением энергии тормозного излучения к энергии налетающей частицы. Наличие резонанса при одних и тех же Δ приводит к ухудшению справедливости приближения FYA. Для достаточно тяжелых ядер, когда можно пренебречь различиями систем ц. м. и лабораторной и при малых Δ , форма спектра тормозных γ -квантов по приближению FYA согласуется с экспериментальной.

Понять область применимости приближения FYA для описания тормозного излучения, сопровождающего упругое рассеяние, можно, следуя Лоу [8], ввести длину формирования тормозного излучения, а именно расстояние R_b , проходя которое, частица теряет энергию E_γ . Пренебрегая изменением скорости частицы, эту длину можно оценить как $R_b \cong \Delta t v \cong v \hbar / E_\gamma$. В приближении FYA рассеяние и излучение разделяются, и поэтому оно будет справедливым, если расстояние R действия сил, приводящих к рассеянию, будет значительно меньше R_b . Можно считать, что $R \cong \hbar v / \delta E_i + \hbar v / \delta E_f$, где δE_i , δE_f — интервалы характерного энергетического изменения амплитуд вероятности упругого рассеяния в начальном и конечном каналах соответственно. Условие $R \ll R_b$ означает

$$E_\gamma \ll (\delta E_i \delta E_f) / (\delta E_i + \delta E_f).$$

В отсутствие резонансов для короткодействующих взаимодействий $\delta E_{i,f} = v_i p_i \sim 2E_i$, и условие применимости приближения FYA будет

$$E_\gamma \ll E_i. \quad (12)$$

Вблизи резонансов в выходном канале ($E_f \cong E_r$) энергия δE_f порядка ширины резонанса Γ , и приближение FYA будет описывать резонансную часть спектра тормозного излучения, когда соответствующая энергия $E_\gamma = E_i - E_r$ значительно меньше ширины резонанса ($E_\gamma \ll \Gamma$). В противном случае для этой части γ -спектра FYA, вообще говоря, не справедливо и может выполняться лишь приближенно. Эти качественные выводы согласуются с рассмотренными результатами.

В области сильноперекрывающихся резонансов амплитуда f упругого рассеяния является суммой большого числа слагаемых, фазы между которыми, вообще говоря, случайны. Поэтому можно считать, что f будет близкой к среднему значению и интервал ее характерного изменения будет примерно совпадать с интервалом характерного изменения средней амплитуды. В результате область при-

менимости приближения ГYA для перекрывающихся резонансов, по-видимому, будет определяться соотношением (12).

Необходимо отметить, что помимо верхней границы на энергию тормозного излучения, при которой можно пользоваться приближением ГYA, существует и нижняя граница, связанная с необходимостью учета многофотонных процессов при эмиссии ультрамягких фотонов [46].

2. СВЯЗ СПЕКТРА НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВРЕМЕННЫМ ХОДОМ ПРОЦЕССА РАССЕЯНИЯ. ИЗОЛИРОВАННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

С учетом первых двух слагаемых формулы (11) выражение (4) для спектра тормозного излучения, сопровождающего рассеяние протонов, принимает вид:

$$E_\gamma \frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_f} = \mathbf{b}_f^2 \frac{d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i)}{d\Omega_f} + \mathbf{b}_i^2 \frac{d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_f)}{d\Omega_f} - 2(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_f) \Phi_c(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i, E_f); \quad (13)$$

$$\mathbf{b}_p = \frac{\beta_p (\hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{k}}_p)}{1 - (\beta_p \hat{\mathbf{x}})} \left[\frac{\alpha}{(2\pi)^2} \frac{v_f}{v_i} \left(\frac{N\mu}{A} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad p = i, f; \quad \alpha = e^2/\hbar c.$$

Здесь $d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E)/d\Omega_f = \sum_{\delta, \gamma} |f_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E)|^2 / (\hat{s}_i^2 \hat{I}_i^2)$ дифференциальное сечение упругого рассеяния $\Phi_c(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f; E_i, E_f) = \frac{1}{s_i^2 \hat{I}_i^2} \text{Re} \sum_{\delta, \gamma} f_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i) f_{\delta\gamma}^*(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_f)$ действительная часть корреляционной функции амплитуд упругого рассеяния; $f_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E) = - (2\pi)^2 m \mu t (\hat{\mathbf{k}}_f, \hat{\mathbf{k}}_i; E)/\hbar$ — амплитуда вероятности упругого рассеяния; индексы δ, γ обозначают спиновые степени свободы частиц во входном и выходном каналах. Отдача ядра-мишени учтена использованием для протонов эффективного заряда eN/A (N — число нейтронов в ядре).

Если ввести $\varphi_{\delta\gamma}$ — аргумент амплитуды вероятности упругого рассеяния, то функцию Φ_c можно переписать следующим образом:

$$\Phi_c(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i, E_f) = \frac{1}{\hat{s}_i^2 \hat{I}_i^2} \sum_{\delta, \gamma} |f_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i) f_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_f)| \cos \Delta\varphi_{\delta\gamma},$$

где

$$\Delta\varphi_{\delta\gamma} \equiv \varphi_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_i) - \varphi_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E_f) = \int_{E_f}^{E_i} \frac{d\varphi_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f; E)}{dE} dE.$$

Для моноэнергетических пучков $\Delta\varphi_{\delta\gamma}$ можно связать с временем задержки $\tau_{\delta\gamma} = \hbar d\varphi_{\delta\gamma}/dE$ при рассеянии плоской волны [34, 47]:

$$\Delta\varphi_{\delta\gamma} = \frac{1}{\hbar} \int_{E_i - E_\gamma}^{E_i} \tau_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f, E) dE = \Delta\tau_{\delta\gamma} E_\gamma / \hbar.$$

Здесь, в соответствии с теоремой о среднем для интегралов, $\Delta\tau_{\delta\gamma}$ — некоторое среднее время. При слабом изменении $\tau_{\delta\gamma}$ на интервале E_γ , т. е. вдали от резонансов,

$$\Delta\tau_{\delta\gamma} \cong \tau_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f, E_i) \cong \tau_{\delta\gamma}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f, E_j).$$

Для изолированного резонанса $\tau_{\delta\gamma}(E) = (\hbar\Gamma/2)/[(E - E_r)^2 + \Gamma^2/4]$ и

$$\Delta\tau_{\delta\gamma} = \frac{\hbar}{E_\gamma} \operatorname{arctg} \frac{2E_\gamma\Gamma}{\Gamma^2 + 4(E_f - E_r - E_\gamma)(E_f - E_r)}.$$

В этом случае, строго говоря, лишь при $E_\gamma/[\Gamma^2 + 4(E_f - E_r)^2]^{1/2} \ll 1$ среднее время $\Delta\tau_{\delta\gamma}$ будет совпадать с $\tau_{\delta\gamma}(E_j)$.

Очевидно, что для бесспиновых частиц действительная часть корреляционной функции следующим образом связана с дифференциальными сечениями упругого рассеяния:

$$\Phi_c(\hat{\mathbf{k}}_i\hat{\mathbf{k}}_f; E_i, E_j) = \sqrt{\frac{d\sigma_{el}(E_i)}{d\Omega_f} \frac{d\sigma_{el}(E_j)}{d\Omega_f}} \cos \Delta\varphi, \quad (14)$$

где

$$\Delta\varphi = \varphi(\hat{\mathbf{k}}_i\hat{\mathbf{k}}_f, E_i) - \varphi(\hat{\mathbf{k}}_i\hat{\mathbf{k}}_f, E_j) = \Delta\tau E_\gamma / \hbar.$$

В случае взаимодействия частиц со спином 1/2 с бесспиновым ядром $f = g + h(\bar{\mathbf{k}}_i \times \bar{\mathbf{k}}_f) \sigma / |\mathbf{k}_i \times \mathbf{k}_f|$ [33], где g и h — скалярные амплитуды, зависящие от энергии, угла рассеяния и характера взаимодействия; σ — вектор из матрицы Паули. В результате функция Φ_c будет иметь вид (14), но

$$\cos \Delta\varphi \equiv \cos \varphi_{if} = \frac{\operatorname{Re} \{g_i g_f^* + h_i h_f^*\}}{(|g_i|^2 + |h_i|^2)(|g_f|^2 + |h_f|^2)}, \quad (15)$$

g_i, h_i и g_f, h_f — скалярные амплитуды соответственно во входном и выходном каналах.

Из (15) следует, что в общем случае фазу φ_{if} нельзя отождествлять со сдвигом фаз между амплитудами упругого рассеяния во входном и выходном каналах и поэтому нельзя простым образом связать со временем задержки частицы в ядре. Вместе с тем последнее можно сделать вблизи изолированного резонанса. В этом случае [33]:

$$g_\alpha \cong \hat{g} P_l(\cos \theta) \exp(2i\delta(E_\alpha)), \quad h_\alpha \cong \hat{h} P_l'(\cos \theta) \sin \theta \exp(2i\delta(E_\alpha)),$$

где \hat{g}, \hat{h} — гладкие вещественные функции энергии, которые можно считать постоянными, и выражение для Φ_c принимает вид

$$\Phi_c(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f; E_i, E_f) \cong \frac{d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f; E_i)}{d\Omega_f} \cos(2\Delta\delta),$$

$$\Delta\delta = \delta(E_i) - \delta(E_f) = \Delta\tau E_\gamma / (2\hbar),$$

который подобен случаю бeсспиновых частиц.

В [27, 36] был экспериментально измерен спектр тормозного излучения резонансных протонов на углероде и, с использованием (14), определены $\cos \Delta\varphi$. Затем из соотношения $\Delta\varphi = \Delta\tau E_\gamma / \hbar$ были извлечены $\Delta\tau$ и интерпретировались как времена задержки протонов в поле ядра. Такая интерпретация ограничена в двух отношениях — разность фаз $\Delta\varphi$ из (15), вообще говоря, можно выразить через среднее время вблизи резонанса и не для всех энергий E_i можно отождествлять $\Delta\tau$ и $\tau(E_f)$.

Понятие времени задержки в стационарной картине рассеяния является довольно искусственным. Строго его можно ввести при временном описании процесса столкновения на основе волновых пакетов [29, 34, 47—50]. В этом случае момент столкновения определяется с точностью до $\hbar/\Delta E$, где ΔE — разброс энергий в волновом пакете. и при достаточно большом ΔE его можно считать фиксированным. Поэтому можно говорить о промежутках времени τ , по истечении которого появляются вторичные частицы, а также о законе их вероятностного распределения $P(\tau)$.

Формально функция распределения времен была определена Эриксоном и Майер-Кукук [51]. Впервые физически обоснованное выражение для $P(\tau)$ было получено Г. И. Копыловым, В. Л. Любошцем и М. И. Подгорецким [29, 50]:

$$P(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-2\Delta E}^{2\Delta E} W(\varepsilon, \theta) e^{-i\varepsilon\tau/\hbar} d\varepsilon, \tag{16}$$

где

$$W(\varepsilon, \theta) = \int \rho(E', E' + \varepsilon) dE' \frac{\int f(E, \theta) f^*(E - \varepsilon, \theta) \rho(E, E - \varepsilon) dE}{\int |f(E, \theta)|^2 \rho(E, E) dE}.$$

Здесь $\rho(E, E') = c(E - E_0) c^*(E - E_0)$; $c(E - E_0)$ — весовая функция, описывающая разброс энергий в волновом пакете вблизи средней энергии E_0 ; $\int \rho(E, E) dE = 1$; $f(E, \theta) \equiv f(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f, E)$.

В случае, когда нормированная корреляционная функция между амплитудами

$$F_c(\varepsilon) \equiv \frac{\langle f(E, \theta) f^*(E - \varepsilon, \theta) \rangle_{E_0}}{\langle |f(E, \theta)|^2 \rangle_{E_0}}, \tag{17}$$

где символ $\langle \dots \rangle_{E_0}$ означает усреднение по $\rho(E, E)$, удовлетворяет следующим условиям (A): 1) сосредоточена вблизи $\varepsilon = 0$, 2) характерный энергетический интервал ее изменения δE_F , близкий к интервалу характерного изменения амплитуды рассеяния, значительно меньше интервала усреднения

$$\delta E_F \ll \Delta E,$$

ее можно отождествить с $W(\varepsilon, \theta)$, и определение (16) примет вид

$$\begin{aligned} P(\tau) &= \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\delta E_F}^{\delta E_F} F_c(\varepsilon) e^{-i\varepsilon\tau/\hbar} d\varepsilon \cong \\ &\cong \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} F_c(\varepsilon) e^{-i\varepsilon\tau/\hbar} d\varepsilon. \end{aligned} \quad (18)$$

С точностью до членов порядка $\varepsilon/\Delta E$

$$F_c(\varepsilon) = F_c^*(-\varepsilon).$$

Благодаря этому, функция $P(\tau)$, определяемая (18), будет вещественной, что соответствует ее физическому смыслу.

Из формулы (18) следует, что

$$F_c(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau P(\tau) e^{i\varepsilon\tau/\hbar}. \quad (19)$$

При выполнении условий A можно пренебречь вкладом отрицательных τ , т. е. считать, что интегрирование по τ выполняется от 0 до ∞ [29, 50].

Усредняя, при фиксированной энергии E_γ , выражение (13) по энергии падающего пучка с весовой функцией $\rho(E, E)$, при условиях A имеем [29, 50]:

$$\begin{aligned} E_\gamma \left\langle \frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_f} \right\rangle_{E_0} &= \left\langle \frac{d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f, E)}{d\Omega_f} \right\rangle_{E_0} \times \\ &\times \left[\mathbf{b}_i^2 + \mathbf{b}_f^2 - 2(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_f) \int_0^\infty d\tau P(\tau) \cos\left(\frac{\tau E_\gamma}{\hbar}\right) \right], \quad E_\gamma \ll \delta E_F \ll \Delta E. \end{aligned} \quad (20)$$

При достаточно большом разбросе ΔE средние величины $\langle d\sigma_{el}/d\Omega_f \rangle$ и F_c не чувствительны к виду весовой функции $\rho(E, E)$ [52]. Например, это выполняется при $\Delta E \gg D, \Gamma$, где D — среднее расстояние между компаунд-резонансами, а Γ — их средняя ширина. Поэтому под средними величинами в (20) можно понимать соответствующие величины для моноэнергетических пучков, усредненные по экспериментальному разбросу энергий — $\Delta E_{\text{эксп}} \cong \Delta E$ налетающих частиц.

Выражение (20) для спектра тормозного излучения совпадает с полученным Енни, Айсбергом и Уилкинсоном [6, 53] в рамках классического подхода. Как впервые было показано Г. И. Копыловым, В. Л. Любошицем и М. И. Подгорецким [29], такое совпадение между результатами классической и квантовой теорий имеет место только для усредненных в интервале $\Delta E \gg E_\gamma$ спектров; при рассеянии моноэнергетических частиц классический подход теряет смысл. Действительно, перейти в выражении (20) к случаю моноэнергетических пучков нельзя, так как при его выводе были использованы условия А.

Из (20) следует, что усредненный спектр ТИ низкоэнергетических γ -квантов дает информацию о действительной части корреляционной функции F_c :

$$\operatorname{Re} F_c(E_\gamma) = \int_0^\infty d\tau P(\tau) \cos(\tau E_\gamma / \hbar), \quad (21)$$

т. е. о фурье-компоненте вероятностного распределения времени задержки частицы в поле ядра.

В общем случае распределение $P(\tau)$ сложным образом зависит от угла вылета частицы. Эта зависимость сокращается для изолированного резонанса или при сильном перекрывании резонансов, когда все они имеют совпадающие орбитальные моменты. В первом случае [54]

$$\left. \begin{aligned} F_c(\varepsilon) &= (1 - i\varepsilon/\Gamma)^{-1}, \\ P(\tau) &= \theta(\tau) \exp(-\Gamma\tau/\hbar) \Gamma/\hbar. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Следовательно, изучая средние спектры ТИ вблизи изолированного резонанса, можно определить его ширину.

Во второй ситуации, когда ширины уровней одинаковы, а расстояния между уровнями распределены по закону Пуассона, $P(\tau)$ состоит из двух компонент — мгновенной и распределенной по нормальному закону [29, 55].

Реально ситуация, когда все резонансы имеют одинаковый орбитальный момент, маловероятна. В общем случае необходимо явно выделить зависимость от угла θ_j между направлениями движения частицы по входном и выходном каналах.

3. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ОБЛАСТИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ РЕЗОНАНСОВ

Среднее дифференциальное сечение вылета тормозных фотонов с учетом спиновой структуры каналов. Представим амплитуду рассеяния $f_{\delta\gamma}$ в виде разложения по полиномам Лежандра $P_l(\cos\theta_j)$ и используем для элементов S -матрицы рассеяния j -представление [56]. В результате сечения упругого рассеяния и корреляционная

функция будут определяться величиной

$$g(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f; E_1, E_2) = \\ = \sum A_{ij}(\theta_j) (S_{p_j p_i}^{J\pi}(E_1) - \delta_{p_i p_j}) (S_{p'_j p'_i}^{J'\pi'}(E_2) - \delta_{p'_i p'_j}),$$

где $S_{p_j p_i}^{J\pi} \equiv S_{l_j j_i \alpha_j, l_i j_i \alpha_i}^{J\pi}$ — матричные элементы S -матрицы рассеяния с полным спином J и четностью π ; α_i — квантовые числа, характеризующие канал i , отличные от l_i орбитального, j_i — полного угловых моментов относительного движения частиц в канале i и от $J\pi$:

$$A_{if}(\theta_j) = \frac{1}{4k_i k_f s_i^2 \hat{l}_i^2} \sum_n P_n(\cos \theta_j) \times$$

$$\times B(l_i j_i l'_i j'_i; J, J'; n) B(l_j j_f l'_j j'_j; J, J'; n),$$

$$B(l_j l'_j j'; JJ'n) = (-)^{s_i + j + j' + I_i + J_l} \hat{l}'_j \hat{l}'_j \hat{j}' \hat{J}' J' C_{l_0 l'_0}^{n0} \left\{ \begin{matrix} j j' n \\ l' l s_i \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J J' n \\ j' j I_i \end{matrix} \right\},$$

$C_{cd, ef}^{ab}$ — коэффициент Клебша — Гордана, а $\left\{ \begin{matrix} abc \\ def \end{matrix} \right\} = 6j$ — символы; суммирование выполняется по квантовым моментам $l_i, j_i, l'_i, j'_i, l_f, j_f, l'_f, j'_f, J, J'$. При этом для сечений упругого рассеяния $d\sigma_{el}(\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_f, E)/d\Omega_f = g(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f, E, E)$, а в случае корреляционной функции $\Phi_c(\epsilon) = \text{Re } g(\hat{\mathbf{k}}_i \hat{\mathbf{k}}_f, E_i, E_f = E_i - \epsilon)$.

При резонансном взаимодействии частицы с ядром можно выделить мгновенную стадию, связанную со средней S -матрицей, которая обычно отождествляется с прямыми процессами [57]. Поэтому удобно разбить матрицу рассеяния на две компоненты — среднюю $\langle S \rangle$ и так называемую флуктуационную $S^{(f1)} = S - \langle S \rangle$ и использовать это представление при изучении среднего спектра тормозного излучения. Если теперь усреднить выражение (13) в интервале ΔE вблизи энергии E_0 , удовлетворяющем условиям A , то получим*:

$$E_\gamma \left\langle \frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_f} \right\rangle = \frac{d\sigma_{el}^{(d)}}{d\Omega_f} (\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_f)^2 + \\ + \frac{d\sigma_{el}^{(f1)}}{d\Omega_f} (\mathbf{b}_i^2 + \mathbf{b}_f^2) - 2(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_f) \text{Re } \Phi^{(f1)}(E_\gamma), \quad E_\gamma \ll \Delta E, \quad (23)$$

где

$$\frac{d\sigma_{el}^{(d)}}{d\Omega_f} = \sum A_{if}(\theta_j) [\langle S_{p_j p_i}^{J\pi}(E_i) \rangle_{E_0} - \delta_{p_j p_i}] [\langle S_{p'_j p'_i}^{J'\pi'}(E_i) \rangle_{E_0} - \delta_{p'_j p'_i}]$$

* Как обычно, интервал характерного изменения элементов средней матрицы рассеяния считается значительно большим ΔE .

— прямой («мгновенный») вклад упругого рассеяния в сечение, а

$$\frac{d\sigma_{el}^{(f1)}}{d\Omega_f} = \sum A_{if}(\theta_f) \langle S_{p_f p_i}^{J\pi(f1)}(E_i) S_{p_f p_i}^{J'\pi'(f1)*}(E_i) \rangle_{E_0} \equiv \sum \frac{d\sigma_{el}^{J\pi(f1)}(\theta_f)}{d\Omega_f}$$

— флуктуационный вклад, который связан с образованием долгоживущих состояний составной системы;

$$\Phi^{(f1)}(\varepsilon) = \sum A_{if}(\theta_f) \langle S_{p_f p_i}^{J\pi(f1)}(E_i) S_{p_f p_i}^{J'\pi'(f1)*}(E_i - \varepsilon) \rangle_{E_0} \quad (24)$$

— флуктуационная составляющая корреляционной функции амплитуд.

Таким образом, в общем случае усредненный спектр ТИ низкоэнергетических γ -квантов определяется прямым и флуктуационным вкладами в сечение упругого рассеяния и флуктуационной компонентой корреляционной функции. Последние величины являются билинейными комбинациями флуктуационных составляющих S -матриц. Их расчет является сложной проблемой, которая интенсивно изучалась в связи со статистической теорией бинарных ядерных реакций [58, 59].

Методы расчета средних произведений элементов матрицы рассеяния. Способы вычисления средних билинейных комбинаций S -матриц состоят в их параметризации через средние элементы матрицы рассеяния. Последние вычисляются или по обычной оптической модели, или в рамках метода сильносвязанных каналов. Считается, что усреднение по энергии выполняется автоматически при использовании комплексного потенциала.

При выводе выражений для флуктуационных вкладов матрица рассеяния заменяется некоторой случайной функцией, а средние по энергии заменяются средними по ансамблю. Обсудим справедливость такого подхода.

В общем случае матрица рассеяния S_{ab} с фиксированным полным спином J и четностью π является функцией энергии и матричных элементов H_{lm} гамильтониана H системы между состояниями дискретного ($\{l, m\} = d$) и непрерывного ($\{l, m\} = c$) спектров: $S_{ab} = S_{ab}(E, \{H_{lm}\})$. В принципе элементы S_{ab} можно вычислить по известным $\{H_{lm}\}$. Однако для систем с большим числом состояний такой способ расчета матрицы рассеяния практически не реализуем. Численные исследования [60—63] показали, что при фиксированной энергии для достаточно сложной системы матричные элементы H_{dd} , H_{dc} представляют собой выборку из статистического ансамбля, задаваемого некоторым распределением $f(E, \{H_{dd}, H_{cd}\})$. Так как величины H_{cd} изменяются с энергией, то распределение тоже зависит от энергии. На интервале δE , где функцию f можно считать однородной по E , элементы матрицы рассеяния S_{ab} будут определяться различными выборками H_{cd} из ансамбля f . Если на δE так же слабо изменяются элементы $H_{cc'}$, можно попытаться отождествить

средние по энергии на интервале $\Delta E \ll \delta E$ величины со средними по ансамблю:

$$\bar{S}_{ab} = \int S_{ab}(E, \{H_{cd}, H_{dd}\}) f(\{H_{cd}, H_{dd}\}) d\{H_{cd}, H_{dd}\}.$$

Замена средних величин справедлива, если ансамбль случайных S -матриц обладает свойством эргодичности. Это свойство в ряде ситуаций было проверено численно [67] и доказано аналитически [59, 64, 65].

Рассмотрим условие совпадения средних по энергии и ансамблю и найдем ограничения на интервал усреднения ΔE , для которого такая замена будет справедлива. Используем, как и в [66], критерий среднеквадратичного отклонения.

Если интервал δE , на котором функция распределения f не зависит от энергии, больше ΔE или равен ему, то в интервале усреднения \bar{S}_{ab} не зависит от энергии; не изменяется при повторном усреднении по ансамблю и $\langle \overline{S_{ab}} \rangle = \bar{S}_{ab}$. Без потери общности, выбирая весовую функцию усреднения в виде прямоугольной ступеньки с шириной ΔE , имеем:

$$|\overline{\Delta S_{ab}}|^2 = \overline{|\langle S_{ab} \rangle - \bar{S}_{ab}|^2} = \frac{1}{(\Delta E)^2} \int_0^{\Delta E} dt \int_0^{\Delta E} dt' K_{ab}(t, t'), \quad (25)$$

где

$$K_{ab}(t, t') = \overline{S_{ab}^{(r1)}(E_i + t) S_{ab}^{(r1)*}(E_i + t')}, \quad E_i = E_0 - \frac{\Delta E}{2} \quad (26)$$

— комплексная корреляционная функция флуктуационных составляющих S -матрицы.

Случайный процесс, задаваемый ансамблем случайных функций S_{ab} , является стационарным на интервале δE , тогда [68]

$$K_{ab}(t, t') \equiv K_{ab}(t - t') = K_{ab}^*(t' - t).$$

В результате получаем

$$\overline{|\langle S_{ab} \rangle - \bar{S}_{ab}|^2} \leq \frac{E_c}{\Delta E} \overline{|S_{ab}^{(r1)}(E_i)|^2},$$

где величину

$$E_c \equiv \int_0^{\Delta E} d\tau |\operatorname{Re} K_{ab}(\tau)| / K_{ab}(0) \quad (27)$$

будем называть энергетической длиной корреляций.

Таким образом, если $\Delta E \ll \delta E$ значительно больше длины корреляции E_c , то модуль квадрата отклонения средней по энергии S -матрицы от средней по ансамблю мал и будет выполняться условие эргодичности по отношению к матричным элементам S_{ab} . Для би-

линейных комбинаций аналогично можно получить

$$|\langle S_{ab} S_{cd}^* \rangle - \overline{S_{ab} S_{cd}^*}|^2 \leq \frac{E_c^*}{\Delta E} K_{abcd}(0),$$

где

$$E_c^* = 2 \int_0^{\Delta E} d\tau |\operatorname{Re} K_{abcd}(\tau)| / K_{abcd}(0);$$

$$K_{abcd}(t-t') = \frac{\overline{S_{ab}(E_i+t) S_{cd}^*(E_i+t) S_{ab}^*(E_i+t') S_{cd}(E_i+t')} - |S_{ab}(E_i) S_{cd}^*(E_i)|^2}{(28)}$$

Таким образом, условие эргодичности по отношению к бинарным произведениям S -матриц будет выполняться для $\Delta E \ll \delta E$, значительно превышающих E_c^* .

Корреляционные длины E_c , E^* можно найти после расчета соответствующих средних по ансамблю величин, и они обсуждаются ниже в этом разделе.

Вследствие инвариантности относительно вращений и обращения времени не существует общего условия, типа соотношения унитарности, которое бы связывало элементы матрицы рассеяния с различными J^π . Обычно считают волновые функции компаунд-состояний настолько сложными, что их фазы в зависимости от J случайны, и поэтому ансамбли $S^{J^\pi(t)}$ не зависимы и не коррелируют, т. е.

$$\overline{S_{ab}^{J^\pi(t_1)}(E_1) S_{cd}^{J^{\pi'}(t_1)*}(E_2)} = \delta_{JJ'} \delta_{\pi\pi'} \overline{S_{ab}^{(t_1)}(E_1) S_{cd}^{(t_1)*}(E_2)}. \quad (29)$$

В правой части (29) и в формулах ниже опущены индексы J^π .

В работах Вайденмюллера и сотр. [67, 69] и Молдауэра [71] впервые был предложен метод вычисления $\overline{S_{ab}^{(t_1)} S_{cd}^{(t_1)*}}$ при $\overline{S_{ab}} \neq 0$ ($a = b$), т. е. в присутствии прямых неупругих переходов между каналами, согласующийся с условием унитарности матрицы рассеяния. В его основе лежит унитарное преобразование Энгельбрехта — Вайденмюллера [69], матрица которого U диагонализует среднюю матрицу рассеяния

$$(U \overline{S} U^T) = \hat{S}_{ab} = \delta_{ab} s_a, \quad (30)$$

U^T — матрица, транспонированная к U !

Одновременно диагонализуется и матрица проницаемости Сатчлера:

$$\left. \begin{aligned} P_{ab} &\equiv \delta_{ab} - \sum_c \overline{S_{ac}} \overline{S_{bc}^*}, \\ (UPU^{-1})_{ab} &= p_a \delta_{ab}, \quad p_a = 1 - s_a^2. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Способ вычисления U и s_a , использующий соотношение (30), был описан в [72] и реализован в [73, 74].

Преобразование U осуществляет переход к некоторым новым эффективным каналам, между которыми отсутствуют прямые неупругие переходы. Для средних значений произведений флуктуационных составляющих S -матрицы справедливо соотношение

$$\overline{S_{ab}^{(f1)} S_{cd}^{(f1)*}} = \sum_{efgh} U_{ea}^* U_{fb}^* U_{gc} U_{hd} \overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)} \hat{S}_{gh}^{(f1)*}}, \quad (32)$$

где $\overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)} \hat{S}_{gh}^{(f1)*}}$ — соответствующие средние величины, когда неупругие каналы прямо не связаны. В результате для интервалов усреднения, значительно меньших интервалов характерного изменения \overline{S}_{ab} , удается явно выделить корреляции, связанные с прямыми неупругими переходами *. При этом

$$\overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)}(E_1) \hat{S}_{gh}^{(f1)*}(E_2)} = (\delta_{eg} \delta_{fh} + \delta_{eh} \delta_{fg}) (1 - \delta_{ef}) \overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)}(E_1) \hat{S}_{ef}^{(f1)*}(E_2)} + \delta_{ef} \delta_{gh} \overline{\hat{S}_{ee}^{(f1)}(E_1) \hat{S}_{gg}^{(f1)*}(E_2)}. \quad (33)$$

В общем случае удобнее в приложениях выражения для средних бинарных произведений $\overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)}(E_1) \hat{S}_{gh}^{(f1)*}(E_2)}$ были получены в [67, 70, 71, 73—75]. Вайденомюллер и сотр. [67, 70] применили метод численного моделирования случайной S -матрицы на основе K -матричного представления, что автоматически сохраняет унитарность матрицы рассеяния независимо от распределения резонансных параметров K -матрицы. Были предложены аппроксимирующие формулы, с хорошей точностью воспроизводящие численные расчеты.

Молдаур [71, 75] использовал полюсное разложение S -матрицы и гипотезу о так называемой M -компенсации, в соответствии с которой члены, связанные с корреляциями между амплитудами приведенных ширин, взаимно сокращаются с членами, содержащими корреляции между амплитудами приведенных ширин и энергиями резонансов; в результате справедливы формулы того же вида, что и для слабого поглощения ($p_a \ll 1$) во всех каналах. В общем случае справедливость гипотезы о M -компенсации подтверждается косвенным образом — совпадением результатов расчетов флуктуационных сечений разными способами.

В работах [73, 74] на основе численного моделирования был сформулирован и изучен модифицированный метод расчета. В отличие от работ [67, 70] в качестве исходной аппроксимирующей формулы было использовано выражение [76], справедливое при большом числе открытых каналов.

Недавно [77—79] в пределе большого числа резонансных уровней ($\Lambda \rightarrow \infty$) было получено интегральное представление для $\overline{\hat{S}_{ef}^{(f1)} \hat{S}_{gh}^{(f1)*}}$.

* Отметим, что ситуация $\overline{S}_{ab} \neq \delta_{ab} s_a$ может быть обусловлена наличием состояний промежуточной структуры. Информация о таких состояниях содержится в s_a и U .

В качестве исходного для матрицы рассеяния использовалось унитарное выражение [80], близкое к оболочечно-модельному [81]. Матричные элементы остаточного взаимодействия V_{dd} и V_{cd} считались распределенными по нормальному закону.

При слабом и сильном перекрытии резонансов (соответственно $\Gamma \ll D$ и $\Gamma \gg D$) для средних бинарных произведений матрицы рассеяния получено также большое число различных более простых формул. Однако отношение Γ/D средней ширины резонансов к среднему расстоянию с фиксированными J^π определяется средней матрицей рассеяния [75, 82] (теорема Молдауэра — Симониуса):

$$|\det \bar{S}| = \exp(-\pi\Gamma/D),$$

т. е. используя (30),

$$\Gamma/D = -(\ln |\det \bar{S}|)/\pi = -(\ln \prod_g s_g)/\pi = (\sum_g \ln(1/(1-p_g)))/(2\pi), \quad (34)$$

и, вообще говоря, до вычисления \bar{S} и ее диагонализации нельзя сказать, какая ситуация реализуется в каждом конкретном случае.

Методы расчета и выражения для корреляционной функции. Связь с флуктуациями Эриксона. При вычислении двухточечных ($E_1 \neq E_2$) средних бинарных произведений матрицы рассеяния их выражают через одноточечные ($E_1 = E_2$), определяя $\varphi_{ab}(e)$ — автокорреляционную функцию флуктуационных составляющих матрицы рассеяния ($|E_1 - E_2| \leq \delta E$):

$$\overline{S_{ab}^{(f1)}(E_1) S_{ab}^{(f1)*}(E_2)} \equiv \varphi_{ab}(E_1 - E_2) \overline{|S_{ab}^{(f1)}(E_1)|^2}.$$

Согласно формуле (26) $\varphi_{ab}(e) = K_{ab}(e)/K_{ab}(0)$, и ее действительная часть характеризует эргодичность по отношению к матрице рассеяния.

Как следует из формулы (33), в отсутствие прямых неупругих переходов [$\varphi_{ab}(e) \equiv \hat{\varphi}_{ab}(e)$] бинарные двухточечные произведения флуктуационных составляющих матрицы рассеяния (возможно, за исключением $e = f, g = h, e \neq g$) выражаются через нормированную автокорреляционную функцию $\overline{\varphi}_{ab}(e)$.

Функция $\hat{\varphi}_{ab}(e)$ связана также с нормированной автокорреляционной функцией сечений $c_{ab}(e)$ теории эриксоновских флуктуаций [51, 83]:

$$c_{ab}(e) = \frac{\overline{\sigma_{ab}(E+e)\sigma_{ab}(E)} - (\overline{\sigma_{ab}})^2}{(\overline{\sigma_{ab}})^2},$$

где $\sigma_{ab} = (\pi/k_a^2) g |\delta_{ab} - S_{ab}|^2$ — парциальное сечение перехода между каналами a, b с фиксированным J^π ; k_a и g — волновое число в канале a и статистический вес.

При $\bar{S}_{ab} = \delta_{ab} \bar{S}_{aa}$ и когда матричные элементы $S_{ab}^{(f1)}$ распределены по нормальному закону, что с хорошей точностью выполняется

при числе открытых каналов $\gg 10$ [84, 85], имеем

$$c_{ab}(\varepsilon) \equiv \hat{c}_{ab}(\varepsilon) = \frac{\delta_{ab} |1 - \bar{S}_{aa}|^2 \operatorname{Re} S_{aa}^{(f1)}(E + \varepsilon) S_{aa}^{(f1)*}(E) + |S_{ab}^{(f1)}(E + \varepsilon) S_{ab}^{(f1)*}(E)|^2}{(k_a^2 \bar{\sigma}_{ab} / \pi)^2},$$

где предполагается, что $\varepsilon < \Delta E \ll \delta E$, и поэтому отождествляются средние величины при E и $E + \varepsilon$.

Следовательно,

$$\hat{c}_{ab}(\varepsilon) = |\hat{\varphi}_{ab}(\varepsilon)|^2 \quad (a \neq b).$$

В соответствии с соотношениями (28) в случае $\bar{S}_{ab} = \delta_{ab} \bar{S}_{aa}$ и $a \neq b$ автокорреляционная функция $\hat{c}_{ab}(\varepsilon) = K_{abab}(\varepsilon) / K_{abab}(0)$ определяет эргодичность по отношению к бинарным произведениям матрицы рассеяния.

Впервые автокорреляционные функции амплитуд и сечений были вычислены в флуктуационной теории Эриксона [51, 83]. В этой теории матрица рассеяния не унитарна. Ее реальная и мнимая части представляются в виде суммы очень большого числа брейт-вигнеровских членов с постоянной шириной и предполагается, что вычеты в полюсах некоррелируют между собой, имеют случайные фазы, нулевые средние значения и одинаковые дисперсии. При этом автокорреляционные функции получаются одинаковыми для всех каналов и имеют, как и в случае изолированных резонансов (22), лоренцев вид [51, 59, 83]:

$$\hat{\varphi}_{ab}(\varepsilon) \equiv \varphi_L(\varepsilon) = i\gamma / (\varepsilon + i\gamma), \quad (35)$$

где

$$\gamma \equiv \Gamma. \quad (36)$$

В этом случае корреляционная длина $E_c \cong \pi\gamma$ [см. формулу (27)], и условие эргодичности для элементов матрицы рассеяния будет выполняться для интервалов усреднения по энергии $\Delta E \gg \pi\gamma$.

Первоначально считалось, что предположения о поведении элементов матрицы рассеяния выполняются в области сильноперекрывающихся резонансов, и условие справедливости (35), (36) было определено в [51, 83] как $\Gamma \gg D$. Последующие исследования [54, 69, 75, 79, 86—89] показали неточность этого утверждения.

Агасси, Вайденмюллер и Мантзоурэнис [87] дали аналитический вывод выражения для автокорреляционных функций в пределе сильноперекрывающихся резонансов ($\Gamma \gg D$). Предполагалось, что матричные элементы остаточного взаимодействия V_{dd} , V_{cd} распределены по нормальному закону с нулевыми средними и заданными вторыми моментами. Было показано, что независимо от распределения энергий резонансов и присутствия прямых процессов автокорреляционная функция для элементов матрицы рассеяния является лоренцевой, однако корреляционная ширина не совпадает со средней шириной

ной Γ , а равна

$$\gamma \equiv D \text{Sp} P / (2\pi). \tag{37}$$

Согласно (34) ширина γ будет совпадать со средней в области

$$D \ll \Gamma \ll D/n,$$

где n — число открытых каналов.

В отсутствие прямых неупругих процессов такой же результат для автокорреляционных функций сечений, т. е. $\hat{c}(\epsilon) \equiv |\varphi_L(\epsilon)|^2$, был получен Молдауэром [75] на основе численного моделирования. Для матрицы рассеяния использовалось K -матричное представление.

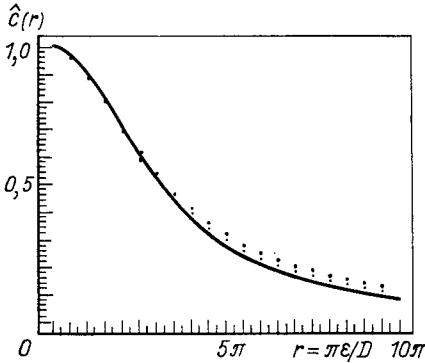


Рис. 5. Автокорреляционная функция сечений \hat{c} :

$n = 20$; верхние точки — $p = 0,01$, нижние — $p = 1,0$; сплошная кривая — расчет согласно (35) и (37)

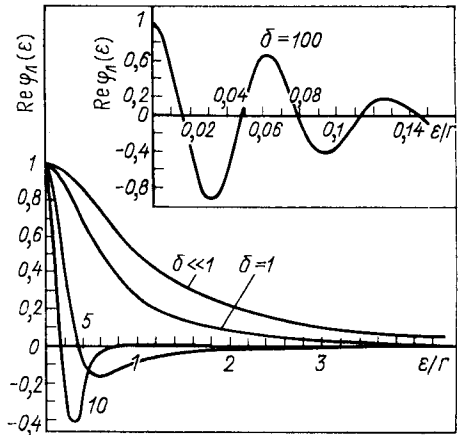


Рис. 6. Действительная часть автокорреляционной функции $\varphi_L(\epsilon)$

Амплитуды приведенных ширин считались распределенными по нормальному закону, а межрезонансные расстояния — по закону Вигнера. Рассматривалась модель статистически эквивалентных каналов, т. е. когда $p_a \equiv p \neq f(a)$. Значения отношения $2\pi\Gamma / (Dn)$ находились в интервале от 1,1 до 2,7.

Бауэр, Мелло и Маквой [86] показали, что для автокорреляционной функции $\hat{\varphi}(\epsilon)$ в лоренцевой форме ширина γ всегда будет определяться формулой (37).

Вербааршот [79] численно исследовал поведение функции $\hat{c}(\epsilon)$, исходя из интегрального представления для средних билинейных комбинаций матрицы рассеяния (см. выше). Рассматривался случай [20] статистически эквивалентных каналов, значения $2\pi\Gamma / (nD)$ равнялись 0,01; 0,05; 0,105 и ∞ . Вид функции $\hat{c}(\epsilon)$ близок к лоренцеву c γ согласно (37) (рис. 5). Вычисленные автокорреляционные функции

убывают несколько медленнее, чем $\hat{c}_L(\varepsilon)$. В. Л. Любошиц [50, 54, 88, 89] исследовал автокорреляционные функции $\hat{\varphi}(\varepsilon)$ в связи с изучением вероятностного распределения времен задержки частиц в составном ядре. В качестве исходного для S -матрицы использовалось унитарное представление Симониуса [90]. Для большого числа открытых каналов была сформулирована и применена модель равноправных каналов, согласно которой справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\overline{\det S} &= \det \bar{S}, \\ \overline{\det S(E) S^+(E - \varepsilon)} &= (\det \bar{S}(E) S^+(E - \varepsilon)), \\ (\bar{S})_{ab} &= s\delta_{ab}, \\ (\overline{S(E) S^+(E - \varepsilon)})_{ab} &= r\delta_{ab}, \\ \varphi_{ab}(\varepsilon) &= \varphi(\varepsilon).\end{aligned}$$

Дополнительно предполагалось, что все резонансы имеют одну и ту же ширину, а их энергии распределены по закону Пуассона [55]. В результате

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}(\varepsilon) &\equiv \varphi_\Lambda(\varepsilon) = (\exp[i\delta/(i + y)] - 1) / (\exp(\delta) - 1), \\ \delta &\equiv 2\pi\Gamma/(nD), \quad y \equiv \varepsilon/\Gamma.\end{aligned}\quad (38)$$

В общем случае автокорреляционные функции такого вида осциллируют и не следуют лоренцевой кривой. Например, $\text{Re } \varphi_\Lambda(\varepsilon)$ при параметре перекрытия $\delta > 2,2$ проходит через нуль, заходя в область отрицательных значений. При $\delta \gg 1$ она осциллирует, принимая положительные и отрицательные значения, и лишь при $\delta \ll 1$ переходит в выражение Эриксона (35), (36). Это проиллюстрировано на рис. 6 из [50].

Автокорреляционная функция определяет закон $P_c(\tau)$ вероятностного распределения времен задержек частиц в составном ядре по формулам, аналогичным (16)–(19), т. е. [50]:

$$P_c(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(E) e^{-\frac{i}{\hbar} \varepsilon \tau} d\varepsilon. \quad (39)$$

Поэтому, отличие $\varphi_\Lambda(\varepsilon)$ от кривой Лоренца, связано с отступлением вероятностного распределения времени задержки от закона затухающей экспоненты (22). В соответствии с (38), (39) при $\delta \gg 1$ вероятности времен задержки распределены по нормальному закону [50, 91].

Отметим, что для одноканального случая в [92] был также получен закон распределения $P_c(\tau)$, отличный от экспоненциального. С. Г. Кадменский и В. И. Фурман [93, 94] рассмотрели вопрос о возможных отклонениях закона распада составного ядра от экспонен-

пиального в физически реальной ситуации. С использованием формул (34) и (37) были вычислены отношения ширин γ/Γ для состояний с $J^\pi = 11^{+}/2$ ядра ^{189}Os в области энергий возбуждения $6 \leq E^* \leq 100$ МэВ. Коэффициенты проницаемости рассчитывались по оптической модели, учитывались каналы распада с вылетом нуклонов, дейтронов и α -частиц. Вклад прямых неупругих процессов не учитывался. До энергий возбуждений $\cong 45$ МэВ отношение γ/Γ растет, затем выходит на насыщение, и его значение не превышает 3 [94]. В модели равноправных каналов

$$\gamma/\Gamma = \delta / (1 - \exp(-\delta)),$$

и поэтому режим «полного поглощения», т. е. $\delta \gg 1$, в данной ситуации не реализуется. В [93] утверждается, что соотношение $\delta \gg 1$ не выполняется и в общем случае, и, следовательно, закон распределения времен задержек мало отличается от экспоненциального.

Вычислим отношения γ/Γ и δ в модели с одинаковыми коэффициентами проницаемости $t_a = 1 - |\bar{S}_{aa}|^2 \equiv t$. Рассмотрим случай, когда

$$t = 1 - \Delta, \tag{40}$$

где Δ — «окно прозрачности» ядра и относительный вклад (β_a^d) прямых неупругих процессов в среднее сечение реакции $\bar{\sigma}_a^r$ — одинаков для всех каналов a , т. е.

$$\beta_a^d = \sigma_a^d / \bar{\sigma}_a^r \equiv \beta^d. \tag{41}$$

Согласно [73], по крайней мере в трех ситуациях: 1) большое число $n \gg 1$ открытых одинаково связанных каналов; 2) вклад прямых неупругих процессов мал; 3) сильное поглощение во всех каналах — собственные числа матрицы Сатчлера p_a (31) вычисляются аналитически и равны $p_a = P_{aa} = 1 - \sum_b |\bar{S}_{ab}|^2 = t_a - \sum_{b \neq a} |\bar{S}_{ab}|^2$. Используя условие унитарности матрицы рассеяния и пренебрегая компаунд-вкладом в упругом канале, получаем $p_a = (1 - \beta_a^d) t_a$. Возвращаясь к формуле (34), видим, что наличие прямых неупругих процессов приводит к уменьшению отношения Γ к D . Для модели, определяемой формулами (40) и (41):

$$\delta = -\ln(1 - p) = -\ln(\Delta + \beta - \beta\Delta),$$

$$\Gamma/\gamma = -\frac{\ln(1 - p)}{p} = -\frac{\ln(\Delta + \beta - \beta\Delta)}{[1 - \beta][1 - \Delta]}.$$

Так как $\Delta \leq 1$ и $\beta \leq 1$, то как присутствие прямого неупругого процесса, так и наличие окна прозрачности Δ приводит к одинаковому эффекту — уменьшению параметра перекрытия δ и приближению значения корреляционной ширины γ к средней ширине Γ . На рис. 7 приведены расчеты величин δ и Γ/γ . Величина q при $\Delta = 0$ совпадает с β , а при $\beta = 0$ равна Δ . При $q < 0,1$ масштаб по оси абсцисс логарифмический.

рифмический. Видно, что в случае абсолютно черного ядра ($t = 1$) уже 10 %-ный вклад прямых процессов приводит к значению параметра перекрытия меньше 3. В отсутствие прямых процессов это происходит при $\Delta \gtrsim 0,1$. Это согласуется с результатами С. Г. Кадменского и В. И. Фурмана [93, 94].

Как правило, или $\Delta \neq 0$, или $\beta \neq 0$, поэтому не следует ожидать больших значений δ и отклонений ширин Γ и γ . Например, когда основной вклад дают нейтронные каналы распада, считая $\Delta = 0$ и принимая, как обычно, $\beta = 0,1$ [95], имеем в соответствии с результатами на рис. 7 $\delta < 2,5$.

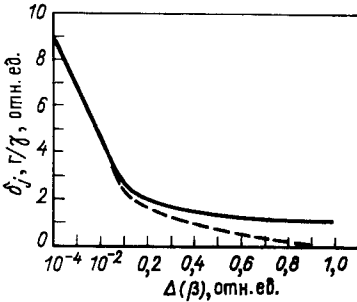


Рис. 7. Зависимость параметра перекрытия $\delta = 2\pi\Gamma/(nD)$ (пунктир) и Γ/γ (сплошная) от $\Delta(\beta)$

В целом в настоящее время не существует единого мнения о поведении автокорреляционных функций $\hat{\varphi}(\epsilon)$ или, что эквивалентно, о $P_c(\tau)$ -распределении времен задержек в составном ядре. Расчеты параметра перекрытия были выполнены лишь в рассмотренных выше случаях. Эта интересная с точки зрения изучения динамики поведения компаунд-системы область требует дальнейших исследований.

Важную информацию о поведении автокорреляционных функций могли бы дать эксперименты по низкоэнергетическому ТИ в области перекрывающихся резонансов.

Взаимосвязь среднего спектра тормозного излучения с автокорреляционной функцией. Выразим явным образом дифференциальное сечение ТИ (23) через автокорреляционную функцию $\hat{\varphi}(\epsilon)$. Согласно (33) средние билинейные произведения флуктуационных составляющих S -матрицы ($\bar{S}_{ab} = \delta_{ab}\bar{S}_{aa}$) выражаются через $\hat{S}_{ef}^{(f1)}\hat{S}_{ef}^{(f1)}$ и $\hat{S}_{ee}^{(f1)}\hat{S}_{gg}^{(f1)}$.

Как следует из изложенного, первое произведение переписывается с помощью автокорреляционной функции $\hat{\varphi}$, которая не зависит от индексов каналов

$$\hat{S}_{ef}^{(f1)}(E)\hat{S}_{ef}^{(f1)*}(E-\epsilon) = \hat{\varphi}(\epsilon) |\hat{S}_{ef}^{(f1)}(E)|^2. \tag{42}$$

При рассмотрении второго произведения с $e \neq g$ можно поступить двумя способами или считать, что для него также выполняется соотношение вида (42), или опустить его. Последнее будет хорошим приближением при большом числе открытых каналов, так как число таких произведений примерно в n^2 раз меньше остальных. В том и другом случае, учитывая формулы (32) и (33), получаем следующее выражение для $\Phi^{(f1)}(\epsilon)$ флуктуационной составляющей корреля-

ционной функции (24) амплитуд

$$\Phi^{(f1)}(\epsilon) = \sum_{J^\pi} \hat{\varphi}^{J^\pi}(\epsilon) \frac{d\sigma_{el}^{J^\pi(f1)}}{d\Omega_f}.$$

Здесь $d\sigma_{el}^{J^\pi(f1)}/d\Omega_f$ — флуктуационная составляющая сечения упругого рассеяния с данными полным спином J и четностью π составной системы, и явно отмечена зависимость функции $\hat{\varphi}(\epsilon)$ от J^π .

Выражение (23) для спектра низкоэнергетического ТИ принимает вид

$$E_\gamma \left\langle \frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_f} \right\rangle = \frac{d\sigma_{el}^{(d)}}{d\Omega_f} (\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_f)^2 + \frac{d\sigma_{el}^{(f1)}}{d\Omega_f} (\mathbf{b}_i^2 + \mathbf{b}_f^2) - 2(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_f) \sum_{J^\pi} \frac{d\sigma_{el}^{J^\pi(f1)}}{d\Omega_f} \text{Re} \hat{\varphi}^{J^\pi}(E_\gamma). \quad (43)$$

Независимо от присутствия прямых процессов спектр (43) зависит от автокорреляционной функции $\hat{\varphi}(\epsilon)$ для \hat{S} -матрицы с несвязанными каналами.

Для тяжелых ядер и при вкладе в упругое рассеяние состояний компаунд-ядра с не очень большими спинами автокорреляционная функция слабо изменяется с J . Если к тому же энергия налетающих частиц достаточно велика, то появление состояний с $\pi = \pm 1$ равновероятно и можно использовать приближение

$$\hat{\varphi}^{J^\pi}(\epsilon) = \hat{\varphi}(\epsilon).$$

Отметим, что приближение этого типа часто используется во флуктуационном анализе сечений методом Эриксона [96, 97].

В результате в соответствии с (43)

$$E_\gamma \left\langle \frac{d^3\sigma}{dE_\gamma d\Omega_\gamma d\Omega_f} \right\rangle = \frac{d\sigma_{el}^{(d)}}{d\Omega_f} (\mathbf{b}_i - \mathbf{b}_f)^2 + \frac{d\sigma_{el}^{(f1)}}{d\Omega_f} [\mathbf{b}_i^2 + \mathbf{b}_f^2 - 2(\mathbf{b}_i \mathbf{b}_f) \text{Re} \hat{\varphi}(E_\gamma)].$$

Таким образом, из среднего спектра тормозного излучения низкоэнергетических фотонов с $\Delta E \gg \gamma \gg E_\gamma$, $E_i \gg E_\gamma$ можно, в принципе, извлечь прямой и флуктуационный вклады в сечение упругого рассеяния, а также получить информацию об автокорреляционной флуктуации, т. е. о фурье-компоненте вероятностного закона распределения времен задержек в составном ядре: $\text{Re} \hat{\varphi}(E_\gamma) =$

$$= \int_0^\infty d\tau P_c(\tau) \cos(\tau E_\gamma / \hbar).$$

Отметим, что в обычных методах изучения корреляционных функций, на основе исследования эриксоновских флуктуаций сечений, определяется не $\text{Re} \hat{\varphi}$, а квадрат модуля автокорреляционной функции. Кроме того, при исследовании корреляционных свойств сильно-

перекрывающихся резонансов с помощью тормозного излучения можно также использовать немонотонные пучки падающих частиц с шириной $\Delta E \gg \gamma$, тогда как в случае эриксонских флуктуаций для достаточно точного определения $\hat{c}(\epsilon)$ должно выполняться условие $\Delta E \ll \gamma$.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, СОПРОВОЖДАЮЩЕГО РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ

В соответствии с выражением (13) для экспериментального определения корреляционной функции и, следовательно, изучения временных характеристик процесса взаимодействия с ядром необходимы измерения дифференциального сечения $d^3\sigma/d\Omega_\gamma d\Omega_\gamma dE_\gamma$.

Первые работы по измерению такого дифференциального сечения ТИ протонов были выполнены в Болонском университете [27]

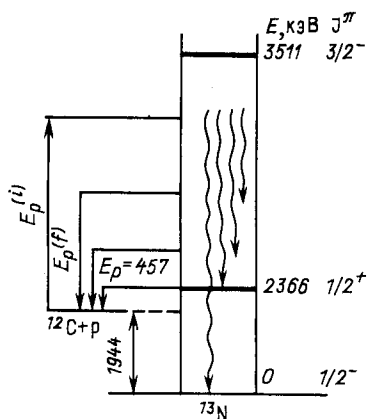


Рис. 8. Схема реакции $^{12}\text{C}(p, p')^{12}\text{C}$

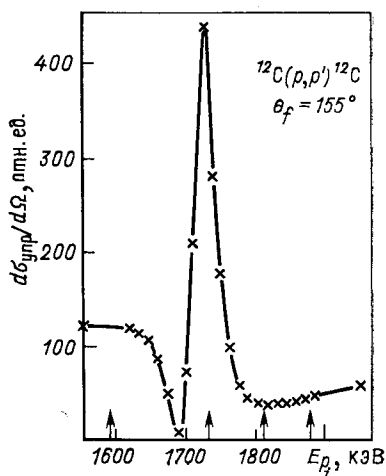


Рис. 9. Сечение упругого рассеяния протонов на ядре ^{12}C

в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ и Киевском государственном университете [99, 101], затем появились работы Бруклинской группы [40, 42—44], группы из Токио [36] и группы из НИИ ЯФ МГУ [102]. Изучалась реакция $^{12}\text{C}(p, p')^{12}\text{C}$ при энергиях протонов 0,5—3,0 МэВ. Схема этой реакции представлена на рис. 8.

При энергиях протонов $E_i \leq 4,5$ МэВ возможны: упругое рассеяние протонов на ядре ^{12}C , радиационный захват и ТИ. При энергиях возбуждения 3547, 3511, 2365 кэВ [98] в ядре ^{13}N имеются резонансы. Ширины этих резонансов (в с. ц. м.) 47, 62, 33,7 кэВ соответственно, резонансные энергии протонов 1734, 1699, 457 кэВ [98]. На рис. 9

* Ограничение сверху на ΔE обсуждается в заключении.

показано сечение упругого рассеяния протонов с энергиями 1,5—2,0 МэВ [42].

Болонская, Бруклинская и Токийская группы во всех работах, кроме [44], изучали ТИ в районе энергий протонов 1,6—1,8 МэВ, т. е. вблизи резонансов ядра ^{13}N с энергией возбуждения 3511 и 3547 кэВ.

Исследование низкоэнергетического тормозного излучения в интервале энергий 10—200 кэВ, сечение которого $d\sigma/d\Omega_\gamma \sim \sim 10^{-8}$ кэВ $^{-1}$.ср $^{-1}$ дифференциального сечения упругого рассеяния, представляет сложную экспериментальную задачу. Основная трудность состоит в высоком уровне фона в этой области энергий. Фон связан с рентгеновским излучением, перерассеянным γ -излучением, тормозным излучением от δ -электронов. Поскольку интенсивность этого фона на несколько порядков больше интенсивности ТИ, то в данной ситуации единственно возможной методикой является измерение γ -спектра в совпадении с протонами. Болонская группа использовала традиционную методику быстромедленных совпадений. В этой методике трудно корректно учесть вклад фоновых и случайных совпадений, а также искажения спектра, связанные с наложениями импульсов в спектрометрическом тракте.

Наиболее совершенная методика двумерного анализа была применена в [36]. Источником протонов служил электростатический ускоритель, ток пучка $\sim 0,5$ мкА. Использовалась самоподдерживающаяся углеродная мишень толщиной 30 мг/см 2 , для измерения тока использовался цилиндр Фарадея. Гамма-излучение регистрировалось сцинтилляционным детектором с тонким, ~ 6 мм, кристаллом NaI (Тl), установленным под углом $\theta_\gamma = 90^\circ$. Протоны регистрировались поверхностно-барьерными полупроводниковыми детекторами, установленными под углами 85 и 157,5 $^\circ$ в лабораторной системе (90 и 158,9 $^\circ$ в с. п. м.). Для повышения эффективности регистрации использовали двойной набор детекторов. Схема эксперимента показана на рис. 10. На рис. 11 показан двумерный спектр $p - \gamma$ -совпадений при энергии падающих протонов $E_{i \text{ лаб}} = 1795$ кэВ, $\theta_{p \text{ лаб}} = = 157,5^\circ$.

Диагональная линия на рисунке определяет события, для которых $E_{f \text{ лаб}} + E_\gamma = \text{const}$ и соответствует совпадениям γ -квантов, зарегистрированных в пике полного поглощения с соответствующими протонами. Двумерный анализ позволяет определить импульсы, соответствующие квантам, зарегистрированным в результате комптоновского рассеяния, и корректно учесть случайные совпадения. Детектор заряженных частиц работает в условиях больших загрузок за счет импульсов от упругорассеянных протонов. Для учета «мертвого» времени и наложений импульсов на вход детекторов подают импульсы от генератора стабильной частоты. На двумерном спектре видны фоновые импульсы из неупругого рассеяния протонов на ^{23}Na .

На рис. 12 приведен тормозной спектр $E_\gamma d^3\sigma / (d\Omega_\gamma d\Omega_p dE_\gamma)$ при энергиях протонов 1700, 1765, 1795 и 1835 кэВ.

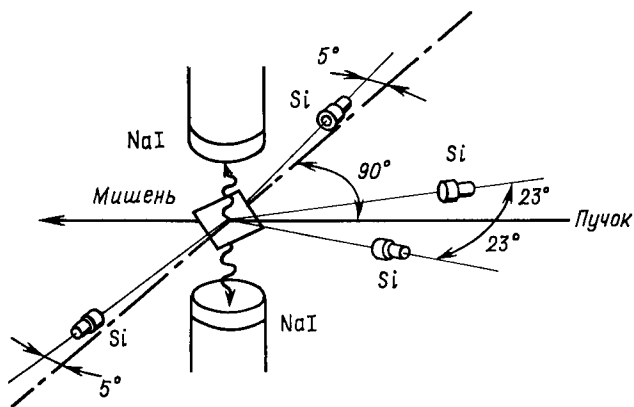


Рис. 10. Схема эксперимента по изучению тормозного излучения

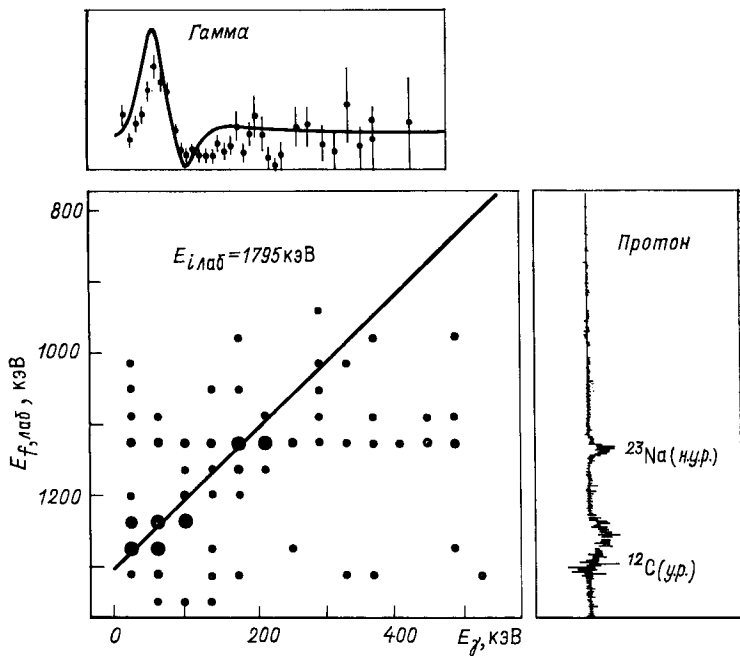


Рис. 11. Двумерный спектр $p - \gamma$ -совпадений

Результаты обрабатывались по формулам (13), (14). Извлекались $\cos \Delta\varphi$, а затем средние времена Δt . Если в работах других групп $\cos \Delta\varphi$ находился с помощью одновременного счета упругих протонов и протон-фотонных совпадений [27], то в [36] использовались относительные скорости протон-фотонных совпадений под углами в с. п. м. 90 и 158,9°. На рис. 13 и 14 представлены извлеченные из эксперимента значения $\cos \Delta\varphi$ и Δt , а также значения этих величин,

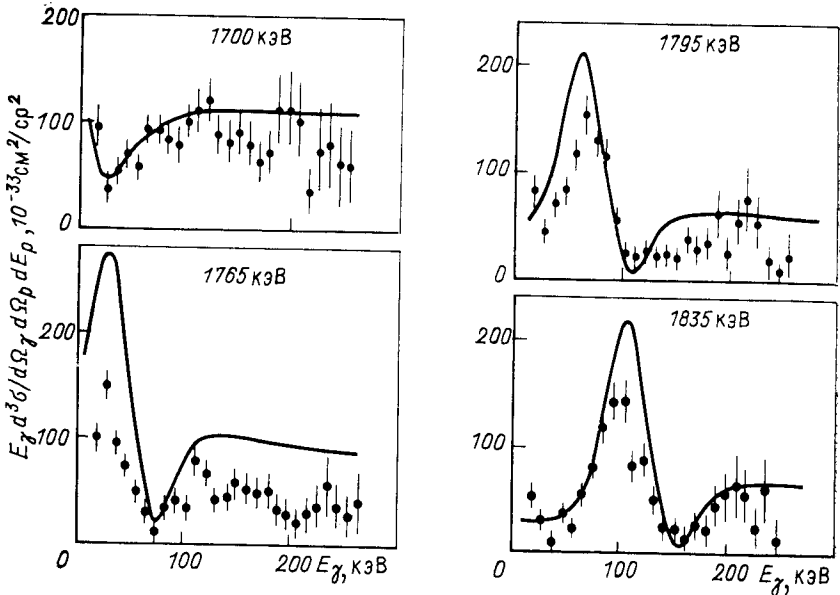


Рис. 12. Трижды дифференциальное сечение тормозного излучения $E_\gamma d^3\sigma / d\Omega_\gamma d\Omega_p dE_p$ в реакции $^{12}\text{C}(p, \gamma p')^{12}\text{C}$ при $\theta_p = 157,5^\circ$. Сплошная линия — расчет по формуле Фейсбаха — Энни

рассчитанные в рамках приближения FYA. Различие между экспериментом и расчетами характеризует степень точности приближения FYA.

В работе [30] для экспериментального определения средних времен задержки был предложен так называемый гибридный подход, основанный на описании тормозного спектра с помощью приближения FYCT (см. разд. 1). Извлеченные Δt примерно в 2 раза отличаются от полученных с использованием FYA.

Как показано в разд. 2, времена Δt и $\tau(E_f)$ не всегда совпадают. На рис. 15 демонстрируется степень совпадения в случае упругого рассеяния протонов на углероде вблизи резонанса с $E_r \cong 1735$ кэВ и $\Gamma \cong 60$ кэВ. Сплошной кривой обозначены времена $\tau(E_f)$, приведенные на рис. 8 работы [26], пунктирной — Δt при $E_i = 1765$ кэВ, а штрихпунктирной — при $E_i = 1795$ кэВ. Значения Δt находились

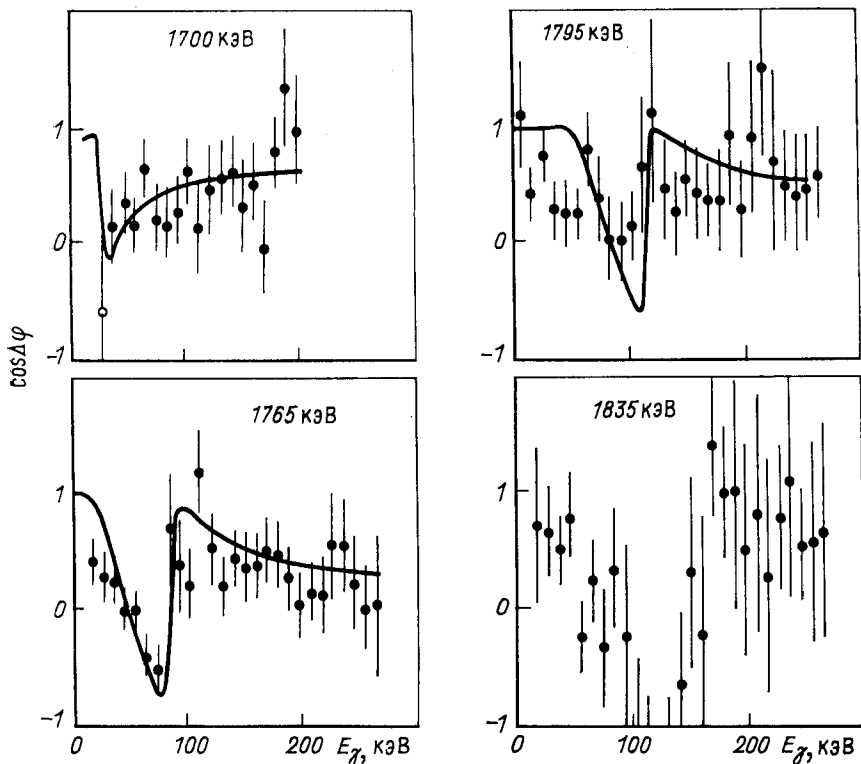


Рис. 13. Извлеченное из эксперимента и рассчитанное по формулам значение $\cos \Delta\varphi$

с использованием теоретических значений для $\cos \Delta\varphi$ из [26]. Видно, что вблизи резонанса ($E_f = E_r$) отклонение между значениями $\Delta\tau$ и τ увеличивается по мере роста энергии $E_\gamma = E_i - E_f = E_i - E_r$ и при $(E_i - E_r)/\Gamma \sim 0,5$ $(\tau - \Delta\tau)/\tau \sim 20\%$, а при $(E_i - E_r)/\Gamma \sim 1$ $(\tau - \Delta\tau)/\tau \sim 60\%$. Экспериментальные результаты по тормозному излучению в области $E_\gamma \ll E_i$, где можно использовать приближение ГYA, можно рассматривать как прямое экспериментальное доказательство наличия интерференции между двумя внешними вкладками в амплитуду тормозного излучения.

В ЛНФ ОИЯИ [21] изучалось ТИ протонов на углероде, когда протоны в выходном канале находились вблизи резонанса $s_{1/2}$ $E_r = 2365$ кэВ ядра ^{13}N . Использовался электростатический генератор ЭГ-5 при токе 5–8 мкА пучка протонов с энергией 1200–1450 кэВ. Самоподдерживающаяся углеродная мишень толщиной около 20 мкг/см² получалась распылением в вакууме реакторного графита. С целью уменьшения фона реакционная камера имела ионопровод

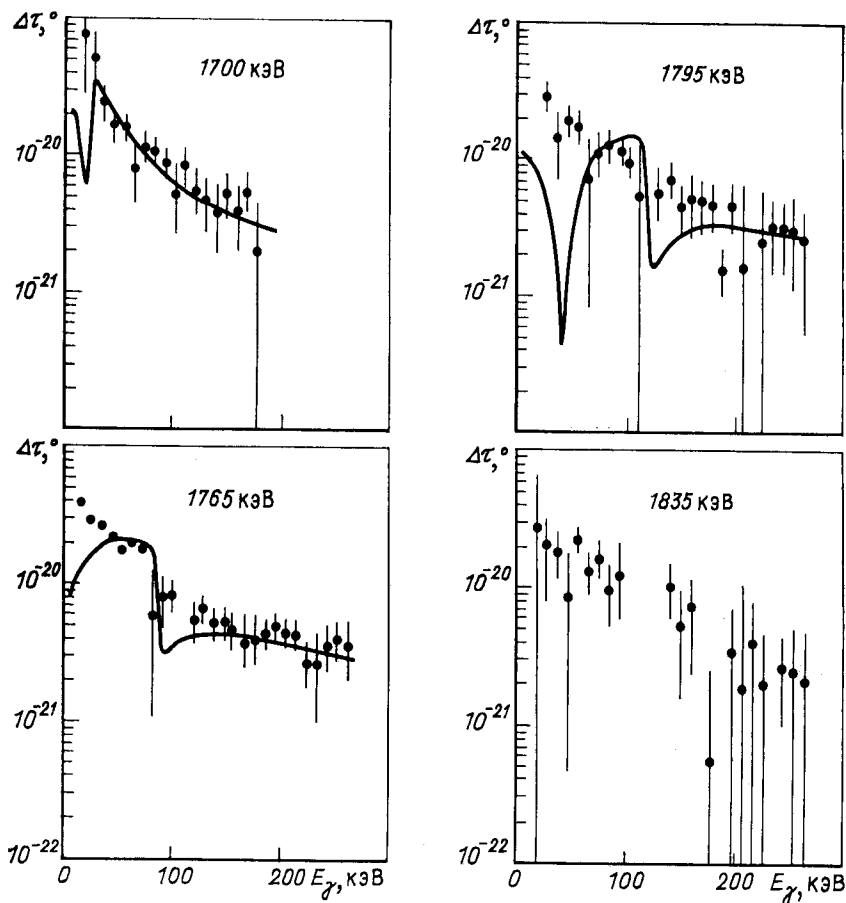


Рис. 14. Извлеченное из эксперимента и рассчитанное по формулам значение $\Delta\tau$

длиной 1,5 м для отвода пучка, прошедшего через мишень. Измерения мониторировались с помощью интегратора тока и Si-полупроводникового детектора, регистрировавшего протоны, упруго рассеянные на угол 135° . Для регистрации γ -излучения использовался Ge (Li)-детектор объемом 40 см^3 и разрешением 3 кэВ по линии 1,17 МэВ источника ^{60}Co . В качестве анализатора спектра использовался 4000-канальный амплитудный анализатор.

Энергетическая калибровка спектрометрического тракта проводилась по линиям 186,1; 241,9; 351,9; 609,3; 768,4; 934,1; 1120,3; 1377,3; 1764,6; 1847,4; 2204,1; 2447,6 кэВ источника ^{226}Ra .

Полученные в плоскости $N_k - E_\gamma$ точки (N_k — номер канала, соответствующий максимуму фотопика) аппроксимировались по

минимуму χ^2 параболой:

$$E_\gamma = a_1 + a_2 N_k + a_3 N_k^2.$$

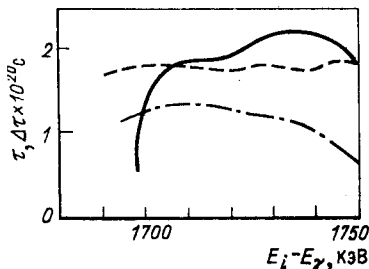
При этом $a_1 = 8,5$ кэВ; $a_2 = 1,956$ кэВ/канал; $a_3 = -6,4 \cdot 10^{-6}$ кэВ/канал². При такой калибровке энергия γ -квантов

определялась во всем энергетическом диапазоне с точностью, лучшей ± 1 кэВ. На основании данных об относительной интенсивности γ -линий была получена кривая относительной эффективности используемого Ge (Li)-детектора.

Спектры γ -квантов из реакции $^{12}\text{C}(p, \gamma p')^{12}\text{C}$ ($E_i = 1230, 1350$ кэВ) в диапазоне энергий 500—900 кэВ показаны на рис. 16.

Отчетливо видны максимумы с шириной около 40 кэВ при энергиях 821

Рис. 15. Зависимость Δt и τ от энергии γ -квантов



и 712,5 кэВ, соответствующие γ -квантам радиационного захвата протонов на резонансное состояние. Энергия (в кэВ) этих γ -квантов в максимуме должна определяться по формуле

$$E_{\gamma_0} = E_{i, \text{ц.м}} - 2366 + Q. \quad (44)$$

Положение максимумов в измеренных спектрах примерно согласуется с определенным в (44).

Измеренное в [104] сечение захвата протонов с энергией 1230 кэВ на резонанс 2366 кэВ в ядре ^{13}N $d\sigma/d\Omega_\gamma \sim 1,5 \cdot 10^{-31}$ см²·ср⁻¹ (при регистрации γ -излучения под углом 90°). Одновременно с γ -квантами, сопровождающими захват на резонанс, наблюдались γ -кванты из захвата на основное состояние ^{13}N . Фотофик от этих γ -квантов показан на рис. 16. Ширина фотофика определяется толщиной мишени, нестабильностью и размытием по энергии падающего пучка протонов, разрешением гамма-спектрометра, стабильностью электронной аппаратуры. Постоянное наблюдение фотофика позволяло непрерывно контролировать эти параметры в процессе измерений. В выбранной геометрии измерений доплеровским уширением можно пренебречь. Ширина фотофика по полувысоте равна 8,4 кэВ. Измеренное сечение захвата протонов с энергией 1230 кэВ на основное состояние ядра ^{13}N $d\sigma/d\Omega_\gamma = 4,5 \cdot 10^{-32}$ см²·ср⁻¹.

Большая часть фона в измерениях обусловлена естественной активностью окружающих материалов. С целью уменьшения этой компоненты фона Ge (Li)-детектор окружали свинцом. Фон, измерявшийся в течение 32 ч в той же геометрии, что и основные измерения, нормировался с основными измерениями по площади фотофика от наиболее интенсивной фоновой линии ^{40}K 1461 кэВ и затем вычитался. Такая нормировка спектров позволяла учесть случайные наложения импульсов.

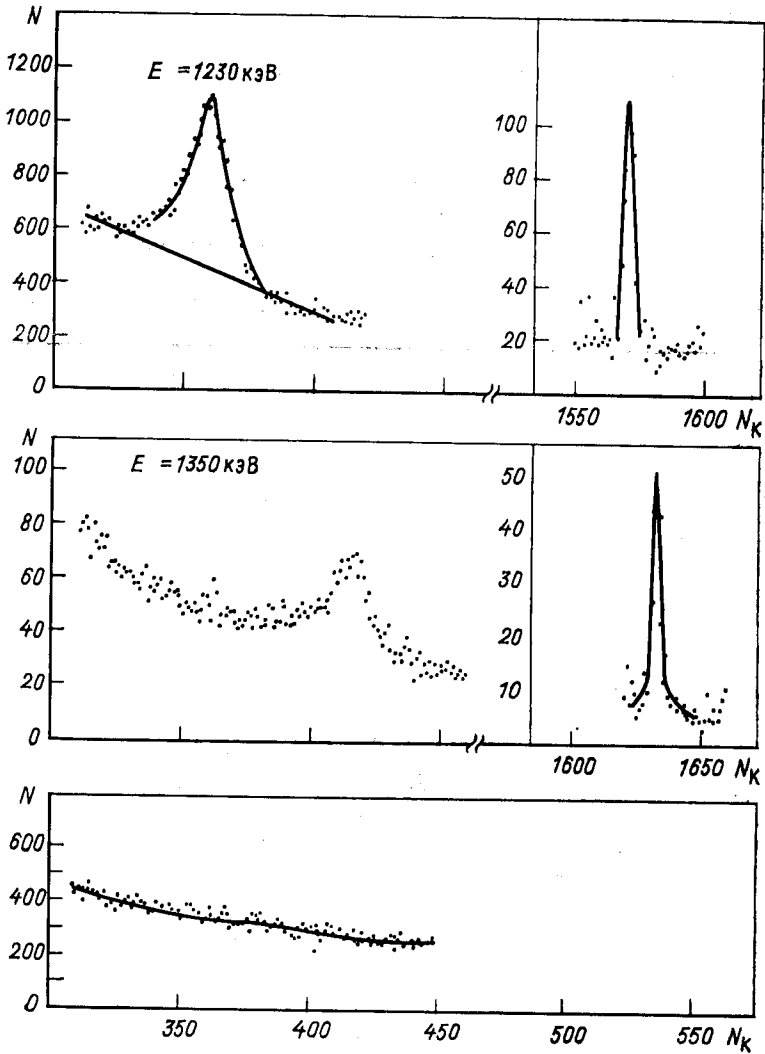


Рис. 16. Аппаратурные спектры γ -излучения из реакции $^{12}\text{C}(p, \gamma p')^{12}\text{C}$ при $E_i = 1230, 1350 \text{ кэВ}$ и E_f в районе резонанса с $E^* = 2365 \text{ кэВ}$, $\theta_\gamma = 90^\circ$ (л. с.).
Нижний рисунок — фон в этой области энергий

На рис. 17 приведен спектр γ -квантов из реакции $^{12}\text{C}(p, \gamma p')^{12}\text{C}$ (после вычитания фона) при энергии падающих протонов 1230 кэВ. Как видно, фон, связанный с пучком протонов, пренебрежимо мал (по крайней мере, в рассматриваемом интервале энергий $E_\gamma = 500 \div 900 \text{ кэВ}$).

Спектр γ -излучения состоит из двух компонент — плавной (пунктир) и резонансной с максимумами вблизи энергии, определяемой формулой (44). После вычитания фона и учета эффективности гамма-спектрометра число отсчетов в p — γ -совпадении аппроксимировалось функцией (рис. 17)

$$N_\gamma = a + \frac{b}{N_k} + \frac{c}{N_k^2} + d \frac{(\Delta N)^2}{(N_k - N_0)^2 + (\Delta N)^2}$$

в виде суммы полинома, описывающего первую компоненту и лоренцева слагаемого для второй; N_0 — номер канала в максимуме; ΔN — полуширина в единицах цены канала. Параметры кривой находи-

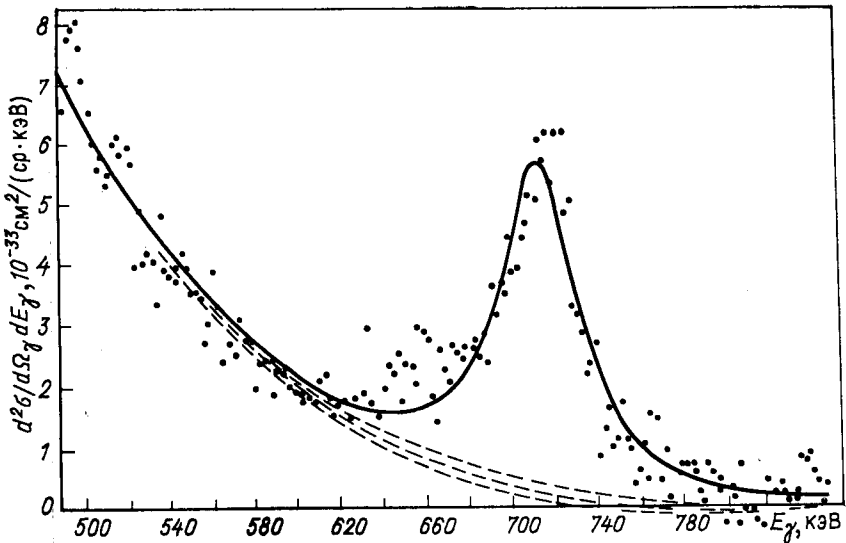


Рис. 17. Сечение реакции $^{12}\text{C}(p, \gamma p')^{12}\text{C}$ при $E_i = 1230$ кэВ и E_f вблизи резонанса $E_r = 461$ кэВ, $\theta_\gamma = 90^\circ$ (л. с.). Пунктир — плавная компонента тормозного спектра [101]

лись методом наименьших квадратов. Наличие в выражении для N_γ слагаемого a , по-видимому, можно рассматривать как отклонение при $E_\gamma/E_i \cong 0,5$ формы спектра от задаваемой приближением ГYA.

В [101] при энергиях $E_i \cong 1230$ кэВ и $E_\gamma \cong 715$ кэВ велись поиски интерференции между амплитудами различных вкладов в тормозной спектр. Исследовалось изменение формы спектра при небольших изменениях энергии падающих протонов, не задаваясь каким-либо аналитическим видом кривой, описывающей спектр вблизи максимума. В качестве критерия такого изменения было использовано смещение положения центра тяжести (E_{cc}^0) экспериментального спектра относительно положения максимума, определяемого форму-

лой (44). На рис. 18 приведена разность энергии $E_{\gamma_0} - E_{cc}^0$ в зависимости от энергии падающих протонов. Зависимость $E_{\gamma_0} - E_{cc}^0$ от энергии падающих протонов связана с изменением формы резонансной компоненты тормозного спектра и может рассматриваться как указание на проявление интерференции в районе максимума тормозного спектра, т. е. при $E_{\gamma}/E_i \sim 0,5$, где приближение ГYA, по-видимому, плохо выполняется.

С точки зрения перспективы изучения ТИ на других ядрах и в широком диапазоне E_{γ} методика $p - \gamma$ -совпадения предпочтительнее. Ее аппаратурная реализация сложна, но вместе с тем не требует создания каких-либо уникальных блоков и устройств. Многомерный анализ позволяет надежно отделять истинные события от фоновых. Наибольшую сложность представляет необходимость использования спектрометрических трактов, способных без существенных искажений измерять спектры высокой интенсивности. Особенно это касается спектрометрического тракта, регистрирующего протоны. Он в основном загружен импульсами от упругорассеянных протонов, которых в $\sim 10^6$ раз больше тормозных. Это также затрудняет использование для спектрометрии низкоэнергетического ТИ полупроводниковых детекторов, имеющих хорошее энергетическое разрешение. Применение сцинтилляционных детекторов может ограничить информативность экспериментов.

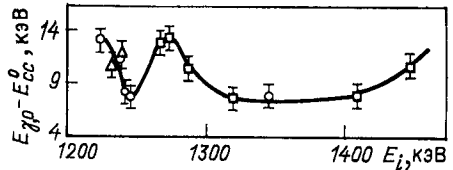


Рис. 18. Зависимость параметра формы максимума $E_{\gamma_0} - E_{cc}^0$ от энергии падающих протонов

Большие загрузки и не очень высокая временная разрешающая способность (больше 7 нс) требуют специальных измерений спектров случайно совпадающих импульсов, что значительно усложняет обработку результатов при E_{γ} меньше разрешения детектора протонов, т. е. когда импульсы от упругорассеянных протонов нельзя отделить по амплитуде от импульсов, соответствующих тормозным протонам. В этом случае спектр тормозных фотонов (или спектр соответствующих протонов) получается вычитанием из наблюдаемого спектра истинных плюс случайных совпадений спектра случайных совпадений, что значительно увеличивает его погрешность.

Энергетическое разрешение спектрометра протонов вряд ли возможно сделать существенно лучше 20 кэВ, поэтому наиболее эффективный путь улучшения отношения эффект/фон — уменьшение разрешающего времени при отборе совпадений.

Как следует из разд. 2 и 3, для измерения закона распределения времен протекания реакций $P(\tau)$ можно измерять спектры γ -излучения, усредненные по спектру падающих частиц. При этом предполагается, что поток таких частиц описывается волновым пакетом с шириной ΔE . Чтобы получить такой волновой пакет, можно изу-

чать реакции с протонами в мишени с потерей в ней энергии ΔE . При этом частицы, вступающие в реакцию, согласно [103], будут обладать свойствами волнового пакета. О распределении протонов в мишени можно судить по γ -спектру радиационного захвата на низколежащие состояния ядра-мишени.

В случае необходимости регистрации γ -излучения с энергией порядка 10 кэВ можно использовать пропорциональные газонаполненные детекторы, широко применяемые для рентгенофлуоресцентного анализа. Эти детекторы обладают хорошими перегрузочными характеристиками, удовлетворительным энергетическим разрешением и малой эффективностью по отношению к фоновому высокоэнергетическому γ -излучению. Однако проблемы выделения истинных совпадений на интенсивном фоне случайных требуют создания экспериментальных установок, обладающих высокой временной разрешающей способностью (лучше 1 нс).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ теоретических и экспериментальных исследований γ -излучения, сопровождающего торможение легких частиц на ядрах показывает, что в отсутствие кинематических ограничений для низкоэнергетической части γ -спектра можно использовать приближение ГYA и с его помощью получить некоторые новые данные об общих свойствах процесса взаимодействия частиц с ядрами, в частности — изучить интерференцию между амплитудами упругого рассеяния.

В случае тормозного излучения моноэнергетических протонов на четно-четных ядрах интерференционный член выражается через $\cos \varphi_{if}$ [см. формулу (15)]. Откуда вблизи изолированного резонанса, строго говоря, можно определить среднее время Δt . Вопрос о связи Δt и времени τ задержки плоской волны в поле ядра в каждом конкретном случае надо рассматривать отдельно. Оценки, приведенные в разд. 2 и 4, показывают, что эти значения могут различаться в 2 раза. В этом случае возникает дополнительная неопределенность, связанная с использованием вблизи резонанса ГYA, и это также примерно в 2 раза увеличивает погрешность определения Δt [30].

Усредненный по энергии падающих частиц спектр низкоэнергетических тормозных фотонов, как и в классическом случае, зависит от фурье-компоненты вероятностного закона распределения времен задержек в ядре и, в частности, содержит информацию о динамике ядерной системы в области перекрывающихся резонансов. Отметим, что при использовании в обработке экспериментов с широкими падающими пучками формул из разд. 3 должны выполняться условия $\Delta E \gg \gamma \gg E_\gamma$, $E_i \gg E_\gamma$. Кроме того, для идентификации лишь тормозного излучения, сопровождающего упругое рассеяние, необходимо, чтобы $\Delta E + \Delta E_d < \varepsilon_1$, где ΔE_d — энергетическое разрешение детектирующей аппаратуры, а ε_1 — энергия первого возбужденного уровня ядра-мишени. В противном случае в спектре будут присут-

ствовать и γ -кванты от неупругого рассеяния, спектр которых может иметь и непрерывную компоненту.

Учитывая в амплитуде T_{fi} процесса тормозного излучения члены порядка E_{γ}^0 , т. е. используя для векторной амплитуды \mathbf{V} формулу (11), можно улучшить согласие теоретического описания γ -спектра вблизи резонанса и при больших энергиях γ -квантов. В этом случае из экспериментов с моноэнергетическими пучками можно извлечь информацию о сдвиге плоской волны в поле ядра (см. разд. 2) или с точки зрения классической физики — о прицельном параметре рассеянных частиц.

Используя для потенциала взаимодействия с электромагнитным полем формулу (2), можно получить выражение и для спектра ядерного тормозного излучения, сопровождающего рассеяние тяжелых ионов*. Согласно [106—107], измерение тормозного излучения в таких реакциях будет способствовать выяснению природы наблюдаемых квазимолекулярных структур.

В экспериментальном отношении исследование низкоэнергетического тормозного излучения на средних и тяжелых ядрах в совпадении с частицами представляет сложную задачу, требующую быстродействующих детекторов, электронной аппаратуры и использования многомерного анализа, однако, по-видимому, решаемую на современном уровне развития экспериментальной техники.

Авторы выражают благодарность В. М. Струтинскому, Ю. П. Попову, И. В. Сизову, С. Н. Ежову, С. Ю. Куну за полезные обсуждения работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зоммерфельд А. Строение атома и спектры: Пер. с англ. Т. 2. М., ГИТТЛ, 1956.
2. Nordsieck A. // Phys. Rev. 1954. Vol. 93. P. 785—787.
3. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
4. Дубовой Э. И., Шапиро И. С. // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 8. С. 216—219.
5. Кондратюк Л. А. Низкоэнергетические теоремы для процессов взаимодействия мягких гамма-квантов с нуклонами и ядрами. Вопросы структуры ядра (конспект лекций). М.: МИФИ, 1971.
6. Eisberg R. M., Yennie D. R., Wilkinson D. H. // Nucl. Phys. 1960. Vol. 18. P. 338—345.
7. Feshbach H., Yennie D. R. // Nucl. Phys., 1962. Vol. 37. P. 150—171.
8. Low F. E. // Phys. Rev. 1958. Vol. 110. P. 974—977.
9. Green A. M., Müller R., Peyer U. // Nucl. Phys. A. 1973. Vol. 203. P. 42—64.
10. Heller L. // Phys. Rev. 1968. Vol. 174. P. 1580—1587.
11. Тарасов В. А. // ЯФ. 1969. Т. 9. С. 400—408.
12. Liou M. K. // Phys. Rev. C. 1970. Vol. 2. P. 131—138.
13. Liou M. K., Sobel M. I. // Phys. Rev. C. 1971. Vol. 3. P. 1430—1432.
14. Alder K., Bohr. A., Huus T. e.a. // Rev. Mod. Phys. 1956. Vol. 28. P. 432—542.
15. Brown V. R. // Phys. Rev. 1969. Vol. 177. P. 1498—1513.
16. Philpott R. J., Halderson D. // Nucl. Phys. A. 1982. Vol. 375. P. 169—186.

* Теория тормозного излучения в реакциях с тяжелыми ионами, основанная на классической электродинамике, дана в [105].

17. Baye D., Descouvement P.//Nucl. Phys. 1985. Vol. 443. P. 302—320.
18. Greiner W., Green A. M.//Nucl. Phys. 1963. Vol. 49. P. 481—488.
19. Faessler A.//Nucl. Phys. 1965. Vol. 65. P. 329—336.
20. Bauer G.//Nucl. Phys. A. 1977. Vol. 283. P. 521—525.
21. Heller L., Rich M.//Phys. Rev. C. 1974. Vol. 10. P. 479—493.
22. Weller H. R., Hasan M., Menglos S.//Phys. Rev. C. 1982. Vol. 25. P. 2921—2934.
23. Pluyko V. A., Poyarkov V. A.//Phys. Lett. B. 1983. Vol. 123. P. 373—374.
24. Плюйко В. А., Поярков В. А.//ЯФ. 1983. Т. 37. С. 298—304.
25. Massa I., Uguzzoni A., Vannini G.//Lett. Nuovo cimento. 1976. Vol. 16. P. 257—260.
26. Еремин Н. В., Меликов Ю. В., Тулинов А. Ф.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 897—902.
27. Maroni C., Massa I., Vannini G.//Nucl. Phys. A. 1976. Vol. 273. P. 429—444; Maroni C., Massa I., Vannini G.//Phys. Lett. B. 1976. Vol. 60. P. 344—346; Cristallini A., Maroni C., Massa I., Vannini G.//Phys. Lett. B. 1975. Vol. 56. P. 245—246.
28. Uguzzoni A., Vannini G.//Lett. Nuovo cimento. 1979. Vol. 25. P. 389—392.
29. Копылов Г. И., Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Сообщения ОИЯИ Р-9688. Дубна, 1976.
30. Liu C. K., Liou M. K., Trail C. C., Lesser P. M. S.//Phys. Rev. C. 1982. Vol. 26. P. 723—726.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
32. Cromer A. H., Sobel M. I.//Phys. Rev. 1966. Vol. 152 P. 1351—1356.
33. Ситенко А. Г. Теория рассеяния. Киев: Вища школа, 1975.
34. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений: Пер. с англ. М.: Мир, 1967.
35. Green A. M., Prodon A.//Nucl. Phys. A. 1972. Vol. 183. P. 225—239.
36. Taketani H., Endo N., Ishikawa G. e.a.//Nucl. Instrum. and Methods. 1982. Vol. 196. P. 283—287; Taketani H., Adachi M., Endo N., Suzuki T.//Phys. Lett. B. 1982. Vol. 113. P. 11—15.
37. Drechsel D., Maximon L. C.//Ann. of Phys. 1968. Vol. 49. P. 403—444.
38. Давыдов А. С. Квантовая механика. М.: Наука, 1973.
39. Signell P.//Adv. Nucl. Phys. 1969. Vol. 2. P. 223—294.
40. Liou M. K., Liu C. K., Lesser P. M. S., Trail C. C.//Phys. Rev. C. 1980. Vol. 21. P. 518—524; Jon G. J., Perng C. C., Liuo M. K.//Phys. Lett. B. 1979. Vol. 85. P. 25—28.
41. Fearing H. N.//Phys. Rev. C. 1980. Vol. 22. P. 1388—1393.
42. Trail C. C., Lesser P. M. S., Boud A. H. e.a.//Phys. Rev. C. 1980. Vol. 21. P. 2131—2134.
43. Perng C. C., Jan C. J., Liou M. K.//Phys. Rev. C. 1981. Vol. 23. P. 2357—2360.
44. Lesser P. M. S., Trail C. C., Perng C. C., Liou M. K.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 308—311.
45. Armstrong J. C., Baggett M. J., Harris W. R., Lattore V. A.//Phys. Rev. 1966. Vol. 144. P. 823—828.
46. Мигдал А. Б. Качественные методы в квантовой механике. М.: Наука, 1975.
47. Froissart M., Goldberger M. L., Watson K. M.//Phys. Rev. 1963. Vol. 131. P. 2820—2826.
48. Yoshida S.//Ann. Rev. Nucl. Science. 1974. Vol. 24. P. 1—33.
49. Ольховский В. С.//ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. Вып. 2. С. 289—329.
50. Любошиц В. Л.//Материалы XIX Зимней школы ЛИЯФ по физике атомного ядра и элементарных частиц. Ч. 3. Л., 1984. С. 33—41.
51. Ericson T., Mayer-Kuckuk T.//Ann. Rev. Nucl. Science. 1966. Vol. 16. P. 183—206.
52. Johnson C. H., Larson N. M., Mahaux C., Winters R. R.//Phys. Rev. C. 1983. Vol. 27. P. 1913—1926.

53. Eisberg K. M. // *Red. Mod. Phys.* 1964. Vol. 36. P. 1100—1102.
54. Любошиц В. Л. // *ЯФ.* 1978. Т. 27. С. 948—957.
55. Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Сообщения ОИЯИ P-10138. Дубна, 1976.
56. Lindner A. // *Nucl. Phys. A.* 1970. Vol. 155. P. 145—160; 1973. Vol. 199. P. 110—114.
57. Браун Дж. Единая теория ядерных моделей и сил: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1970.
58. Mahaux C., Weidenmüller H. A. // *Ann. Rev. Nucl. Science.* 1979. Vol. 29. P. 1—32.
59. Brody T. A., Flores J., French J. V. e.a. // *Rev. Mod. Phys.* 1981. Vol. 53. P. 385—479.
60. Porter C. E., Rosenzweig N. *Statistical Theories of Spectra*/Ed. C. E. Porter. N. Y.: Acad. Press. 1965. P. 235—298.
61. Бунаков В. Е., Оглоблин С. Г. // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1978. Т. 42. С. 107—111.
62. Grimes S. M., Bloom S. D. // *Phys. Rev. C.* 1981. Vol. 23. P. 1259—1264.
63. Brown B. A., Bertsch G. // *Phys. Lett. B.* 1984. Vol. 148. P. 5—7.
64. Richert J., Weidenmüller H. A. // *Phys. Rev. C.* 1977. Vol. 16. P. 1309—1313.
65. French J. V., Mello P. A., Pandey A. // *Phys. Lett. B.* 1978. Vol. 80. P. 17—19.
66. Климонтович Ю. Л. *Статистическая физика.* М.: Наука, 1982.
67. Hofmann H. M., Richert J., Tepel J. W., Weidenmüller H. A. // *Ann. of Phys.* 1975. Vol. 90. P. 403—435.
68. Яглом А. М. *Корреляционная теория стационарных случайных функций.* Л.: Гидрометеоздат, 1981.
69. Engelbrecht C. A., Weidenmüller H. A. // *Phys. Rev. C.* 1973. Vol. 8. P. 859—862.
70. Hofmann H. M., Mertelmeier T., Herman M., Tepel J. W. // *Z. Phys. A.* 1980. Vol. 297. P. 153—160.
71. Moldauer P. A. // *Phys. Rev. C.* 1975. Vol. 12. P. 744—756.
72. Ежов С. Н., Плюйко В. А. // *ЯФ.* 1984. Т. 39. С. 394—401.
73. Ежов С. Н., Кабакова Н. Е., Плюйко В. А. // *ЯФ.* 1985. Т. 42. С. 154—164.
74. Ежов С. Н., Кабакова Н. Е., Плюйко В. А. *Препринт ИТФ АН УССР, ИТФ-85-75Р.* Киев, 1985.
75. Moldauer P. A. // *Phys. Rev. C.* 1975. Vol. 11. P. 426—436.
76. Плюйко В. А. *Нейтронная физика. Материалы VI Всесоюзной конференции по нейтронной физике.* Киев, 2—6 октября 1983 г., Т. 1. М.: ЦНИИАтоминформ, 1984. С. 204—208.
77. Verbaarschot J. J. M., Weidenmüller H. A., Zirnbauer M. R. // *Phys. Lett. B.* 1984. Vol. 149. P. 263—266.
78. Verbaarschot J. J. M., Weidenmüller H. A., Zirnbauer M. R. *Preprint Max Planck Institut für Kernphysik MPIH-1985-V5, Heidelberg, 1985.*
79. Verbaarschot J. J. M. *Preprint Max Planck Institut für Kernphysik MPIH-1985-V8, Heidelberg, 1985.*
80. Кобзарев И. Ю., Николаев Н. Н., Окунь Л. Б. // *ЯФ.* 1969. Т. 10. С. 864—872.
81. Mahaux C., Weidenmüller H. A. *Shell-model approach to nuclear reactions.* Amsterdam, North-Holl and Pubc. comp., 1969.
82. Simonius M. // *Phys. Lett. B.* 1974. Vol. 52. P. 279—281.
83. Ericson T. // *Ann. Phys.* 1963. Vol. 23. P. 390—414.
84. Richert J., Simbel M. H., Weidenmüller H. A. // *Z. Phys. A.* 1975. Vol. 273. P. 195—204.
85. Tepel J. M. // *Z. Phys. A.* 1975. Vol. 273. P. 59—64.
86. Bauer M., Mello P. A., McVoy K. W. // *Z. Phys. A.* 1979. Vol. 293. P. 151—164.

87. Agassi D., Weidenmüller H. A., Mantzouranis G.//Phys. Rep. C. 1975. Vol. 22. P. 145—179.
88. Lyuboshitz V. L.//Phys. Lett. B. 1977. Vol. 72. P. 41—44.
89. Любошиц В. Л.//Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 53—55.
90. Simonius M.//Nucl. Phys. A. 1974. Vol. 218. P. 53—60.
91. Любошиц В. Л.//ЯФ. 1983. Т. 37. С. 292—297.
92. Rosengaus E., Mello P. A., Bauer M.//Amer. J. Phys. 1978. Vol. 46. P. 1170—1171.
93. Kadmsky S. G., Furman V. I. Neutron Induced Reactions, Physics and Applications. Vol. 10. Proc. Europ. Top. Conf., June 21—25, 1982, Smolenice, Bratislava, 1982. P. 67—74.
94. Кадменский С. Г., Фурман В. И. Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат, 1985.
95. Бычков В. М., Игнатюк А. В., Лунев В. П. и др.//ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. Вып. 2. С. 373.
96. Richert A. Nuclear Spectroscopy and Reactions/Ed. J. Gerny, N. Y.: Academic Press, 1974. P. 343—391.
97. Von Witsch W., Von Bretano P., Mayer-Kuckuk T., Richter A.//Nucl. Phys. 1966. Vol. 80. P. 394—416.
98. Aizenberg-Selov F.//Nucl. Phys. A. 1981. Vol. 360. P. 1—185.
99. Паржицкий С. С., Попов Ю. П., Поярков В. А. и др. Сообщения ОИЯИ P-15-9649, Дубна, 1976.
100. Войтов А. И., Паржицкий С. С., Попов Ю. П. и др. Сообщения ОИЯИ P15-11087. Дубна, 1977.
101. Войтов А. И., Паржицкий С. С., Попов Ю. П. и др. Сообщения ОИЯИ P15-11101. Дубна, 1977.
102. Еремин Н. В., Меликов Ю. В., Стрижов В. Ф., Тулинов А. Ф.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 16—20.
103. Поярков В. А., Сизов И. Ф.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 21—26.
104. Rolf C., Azume R. E.//Nucl. Phys. A. 1974. Vol. 227. P. 291—308.
105. Nifenecker H., Bondorf J. P.//Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 442. P. 478—508.
106. Еремин Н. В., Стрижов В. Ф., Торрес М., Тулинов А. Ф.//Материалы Всесоюзной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Ужгород, 12—18 сентября 1984 г., Киев, 1986. С. 102.
107. Tanimura O., Mosel U.//Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 440. P. 173—188.