

# СМЕШИВАНИЕ И ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО

*С. М. Виленский*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дан обзор феноменологической теории смешивания массивных нейтрино. Детально рассмотрено смешивание нейтрино в случае трех возможных нейтринных массовых членов: дираковского, майорановского, дираковского и майорановского. Изложена общая теория осцилляций нейтрино для всех трех возможных типов смешивания нейтрино. Детально рассмотрены случаи двух и трех типов осциллирующих нейтрино. Изложены основы теории двойного безнейтринного  $\beta$ -распада. Приводятся данные опытов по проверке гипотезы смешивания массивных нейтрино.

A review of the phenomenological theory of neutrino mixing is given. The neutrino mixing in the case of possible neutrino mass terms (Dirac, Majorana, both Dirac and Majorana) is discussed in detail. The general theory of neutrino oscillations in all the three possible types of neutrino mixing is presented. The cases of two and three oscillating neutrinos are considered in detail. Fundamentals of the theory of the neutrinoless double  $\beta$ -decay are expounded. The results are also presented of the experiments aimed at testing the hypothesis of mixing of massive neutrinos.

## ВВЕДЕНИЕ

Отличны ли от нуля массы нейтрино? Какими частицами являются нейтрино с определенными массами — дираковскими или майорановскими? Существуют ли нейтрино, не участвующие в стандартном слабом взаимодействии (так называемые стерильные нейтрино)? Имеет ли место  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе? На эти и многие другие фундаментальные вопросы физики нейтрино до сих пор мы не знаем ответа. В настоящее время в десятках лабораторий мира ставятся многочисленные эксперименты по изучению свойств нейтрино.

Нейтрино с отличными от нуля массами и смешивание нейтрино естественно возникают в различных вариантах теорий, обобщающих теорию электрослабого взаимодействия Глэшоу — Вайнберга — Салама. Обнаружение эффектов, связанных с отличными от нуля массами нейтрино, имело бы, следовательно, огромное значение для поиска путей выхода за стандартную теорию.

Одним из наиболее интересных эффектов, возникающих в случае, если имеет место смешивание массивных нейтрино, несомненно является эффект осцилляций нейтрино. Впервые это явление было рассмотрено Б. М. Понтекорво в 1957—1958 гг. [1]. В те годы был известен только один тип нейтрино. Появилась и была подтверждена

опытом [2] теория двухкомпонентного нейтрино [3]. Успех этой теории многими физиками рассматривался как свидетельство в пользу того, что масса нейтрино равна нулю. Б. М. Понтекорво предположил, что имеет место аналогия между лептонным зарядом и странностью и что слабое взаимодействие не сохраняет не только странность, но и лептонный заряд. В соответствии с этой гипотезой естественно было предположить (по аналогии с системой  $K^0 - \bar{K}^0$ ), что вектор состояния нейтрино представляет собой суперпозицию векторов состояния майорановских нейтрино (аналогичных  $K_1$  и  $K_2$ ) с малыми, но различными массами. В пучке нейтрино должны иметь место в этом случае осцилляции  $\nu \rightleftharpoons \bar{\nu}_L$ , где  $\bar{\nu}_L$  — левое антинейтрино, частица, практически не участвующая в  $V - A$  слабом взаимодействии (такие частицы были названы стерильными [1]). В том, что осцилляции  $\nu \rightleftharpoons \bar{\nu}_L$  имеют место, можно убедиться по «недостаче» нейтрино на некотором расстоянии от источника.

Обобщение идеи осцилляций на случай двух типов нейтрино ( $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ ) было сделано в работе [4]. В этом случае возможны осцилляции как между «активными» (участвующими в  $V - A$ -взаимодействии) нейтрино ( $\nu_e \rightleftharpoons \nu_\mu$ ), так и осцилляции между активными и стерильными нейтрино ( $\nu_e \rightleftharpoons \bar{\nu}_{eL}$ ,  $\nu_e \rightleftharpoons \bar{\nu}_{\mu L}$  ...).

Отметим, что в работах японских авторов 1962, 1963 гг. [5], мало известных до недавнего времени, было также введено смешивание двух массивных нейтрино. Авторы этих работ отметили, что возможность смешивания нейтрино необходимо учитывать при интерпретации проводившегося в то время известного брукхейвенского нейтринного эксперимента [6].

Существенную роль для развития теории осцилляций нейтрино сыграла работа В. Н. Грибова и Б. М. Понтекорво [7]. В этой работе для двух типов нейтрино была создана последовательная, феноменологическая теория смешивания и осцилляций нейтрино. Схема Грибова и Понтекорво является минимальной схемой смешивания нейтрино: четырем нейтрино  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_e$ ,  $\bar{\nu}_\mu$  в этой схеме отвечают четыре состояния двух нейтрино Майорана с отличными от нуля и разными массами. Стерильные нейтрино в этой схеме отсутствуют.

Уже в первых работах по осцилляциям нейтрино было обращено внимание на необходимость учета возможных эффектов осцилляций при интерпретации опытов с солнечными нейтрино [1, 4]. Следует подчеркнуть, что это было задолго до того, как Дэвис и др. обнаружили так называемый парадокс солнечных нейтрино [8].

Начиная с 70-х годов работы по осцилляциям нейтрино становятся все более тесно связанными с калибровочными теориями. Во многих работах рассматривается уже общий случай произвольного числа  $n$  типов нейтрино. Впервые смешивание  $n$  массивных майорановских нейтрино было рассмотрено в работе [9].

Работы [10—12] основывались на обобщенной кварк-лептонной аналогии (поля лептонов, так же как и поля кварков, входят в за-

ряженный слабый ток в смешанном виде). Поля токовых нейтрино представляют собой при этом линейные ортогональные суперпозиции полей дираковских нейтрино с различными массами.

В работе [13] было рассмотрено смешивание произвольного числа нейтрино в случае как активных, так и стерильных нейтрино.

Детальный обзор всех этих работ, включавший подробное рассмотрение возможных методов поиска осцилляций и обсуждение проблемы солнечных нейтрино, был опубликован в 1977 г. [14].

После появления теорий великого объединения интерес к осцилляциям нейтрино резко возрос. Это связано прежде всего с тем, что массы и смешивание нейтрино являются естественным следствием этих теорий. В конце 70-х годов начался интенсивный экспериментальный поиск осцилляций нейтрино и других эффектов, которые могут возникать в случае, если массы нейтрино отличны от нуля и имеет место смешивание нейтрино.

В последние годы активно развивалась также феноменологическая теория смешивания и осцилляций нейтрино. В настоящее время существует практически законченная «устоявшаяся» феноменологическая теория смешивания нейтрино, имеющая прямой выход на эксперимент. Изложению этой теории и посвящен настоящий обзор. Мы приведем здесь основные результаты феноменологической теории смешивания. При этом все выкладки будут проделаны настолько подробно, что они могут быть прослежены читателем без обращения к оригинальной литературе.

В рамках конкретных моделей великого объединения и суперсимметричных моделей значения масс и углов смешивания нейтрино могут быть вычислены. Эти предсказания весьма сильно зависят, однако, от модели (интервал значений масс нейтрино, предсказываемых различными моделями, исключительно широк — от  $10^{-5}$  эВ до десятков килоэлектрон-вольт).

Если массы нейтрино отличны от нуля, то, как хорошо известно, это имеет важные астрофизические следствия. Изложение астрофизических аспектов, связанных с отличными от нуля массами нейтрино, выходит за рамки настоящего обзора. Интересующимся этими аспектами проблемы масс нейтрино следует обратиться к обзорам [15].

Мой интерес к проблеме смешивания массивных нейтрино сформировался под влиянием Б. М. Понтекорво. Многие из приведенных здесь результатов получены нами совместно. Я выражаю самую глубокую благодарность Б. М. Понтекорво за многочисленные, чрезвычайно полезные обсуждения рассмотренных здесь вопросов.

Я благодарен также Н. Неделчевой, Ф. Нидермайеру, С. Петкову и И. Хошеку, совместно с которыми получен ряд приведенных здесь результатов.

## 1. ЛЕПТОННЫЕ ЧИСЛА

Если имеет место смешивание нейтрино, то должен нарушаться закон сохранения лептонных чисел. Несмотря на интенсивные поиски процессов, в которых бы нарушался этот закон, до сих пор ни один такой процесс не был найден. В этом вводном разделе мы сформулируем закон сохранения лептонных чисел (лептонных зарядов) и приведем результаты опытов по проверке этого закона. Здесь будут приведены также различные формулировки закона сохранения лептонных чисел.

Для того чтобы ввести закон сохранения лептонных чисел, определим лептонные числа частиц. В настоящее время известны следующие три поколения лептонов \*:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}.$$

Предположим, что каждое поколение лептонов характеризуется лептонным числом, и определим лептонные числа частиц (электронное  $L_e$ , мюонное  $L_\mu$  и тауонное  $L_\tau$ ) в соответствии с табл. 1. Лептонные числа античастиц по определению противоположны лептонным числам соответствующих частиц. Закон сохранения лептонных чисел формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i L_e^i &= \text{const}; \\ \sum_i L_\mu^i &= \text{const}; \\ \sum_i L_\tau^i &= \text{const}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(Суммирование проводится по всем частицам).

Таблица 1. Лептонные числа частиц

Частицы	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
$e, \nu_e$	1	0	0
$\mu, \nu_\mu$	0	1	0
$\tau, \nu_\tau$	0	0	1
Адроны, $\gamma, Z, W$	0	0	0

Закон сохранения (1) называют аддитивным законом сохранения лептонных чисел. В соответствии с (1) по отдельности сохраняются

\* Прямых доказательств существования нейтрино третьего типа  $\nu_\tau$  пока нет. Имеющиеся данные свидетельствуют, однако, в пользу того, что  $\nu_\tau$  не может совпадать с  $\nu_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_\mu$  и  $\bar{\nu}_e$ .

суммарные электронное, мюонное и тауонное лептонные числа. Существуют и другие формулировки закона сохранения лептонных чисел. Мы рассмотрим их ниже.

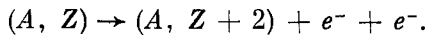
Приведем теперь результаты опытов по проверке аддитивного закона сохранения лептонных чисел. В табл. 2 перечислены про-

Т а б л и ц а 2. Верхние границы относительных вероятностей процессов, запрещенных аддитивным законом сохранения лептонных чисел

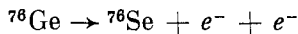
Процесс	Верхняя граница	Литература
$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$	$1,7 \cdot 10^{-10}$	[16]
$\mu^+ \rightarrow e^+e^-e^+$	$2,4 \cdot 10^{-12}$	[17]
$\mu^+ \rightarrow e^+\gamma\gamma$	$8,4 \cdot 10^{-9}$	[18]
$\mu^-Ti \rightarrow e^-Ti$	$1,6 \cdot 10^{-11}$	[19]
$K^+ \rightarrow \pi^+e\mu$	$5 \cdot 10^{-9}$	[20]

цессы, запрещенные законами сохранения (1). Во второй колонке таблицы приведены верхние границы отношения вероятности соответствующего канала распада к полной вероятности распада, либо, для случая реакций, верхние границы отношения сечения запрещенного процесса к сечению соответствующего разрешенного процесса.

В настоящее время в различных лабораториях мира ставятся многочисленные эксперименты по поиску запрещенного законом (1) безнейтринного  $\beta$ -распада



Этот процесс до сих пор не был обнаружен. Наилучшие результаты получены в опытах с  $^{76}\text{Ge}$ . Для периода полураспада



было найдено, что [21]

$$T_{1/2} > 1,65 \cdot 10^{23} \text{ лет.}$$

Отметим, что в табл. 2 приведены наиболее жесткие экспериментальные ограничения на вероятности процессов, запрещенных аддитивным законом сохранения лептонных чисел. Они получены в опытах по изучению процессов с участием мюонов и в экспериментах по изучению распадов каонов. Верхние границы вероятностей запрещенных (1) распадов тауона существенно выше границ, приведенных в табл. 2. Например [22]:

$$R(\tau^- \rightarrow \mu^-\gamma) < 5,5 \cdot 10^{-4},$$

$$R(\tau^- \rightarrow \mu^-e^+e^-) < 4,4 \cdot 10^{-4}.$$

Несколько слов теперь о других формулировках закона сохранения лептонных чисел. Много лет назад был введен так называемый

мультипликативный закон сохранения лептонных чисел [23]. Для двух лептонных чисел мультипликативный закон формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sum_i L_e^i + \sum_i L_\mu^i &= \text{const.} \\ (-1)^i \sum_i L_e^i &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что мультипликативный закон запрещает безнейтринный двойной  $\beta$ -распад и процессы, перечисленные в табл. 2. Ясно также, что законы сохранения (1) и (2) приводят к одним и тем же следствиям для процессов с участием двух лептонов (например, оба закона разрешают  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$  и запрещают  $\nu_\mu + N \rightarrow e^- + X$  и т. д.). Для процессов с участием четырех лептонов аддитивный и мультипликативный законы сохранения лептонных чисел приводят к разным следствиям. В соответствии с (2) возможны распады

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad (3)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (4)$$

и процессы

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e, \quad (5)$$

$$\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_e. \quad (6)$$

Аддитивный закон процессы (4) и (6) запрещает.

Распад (4) искался на опыте и не был найден. Для верхней границы отношения вероятности распада (4) к вероятности обычного распада мюона (3) было найдено значение [24]:

$$\frac{\Gamma(\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\mu)}{\Gamma(\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu)} < 5 \cdot 10^{-2}.$$

Далее для отношения сечений процессов (6) и (5) в экспериментах с нейтрино высоких энергий получено [25]:

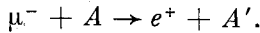
$$\frac{\sigma(\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_e)}{\sigma(\nu_\mu e \rightarrow \mu^- \nu_e)} < 0,09.$$

Таким образом, имеющиеся данные не свидетельствуют в пользу справедливости мультипликативного закона сохранения лептонных чисел.

Наконец, существует еще одна формулировка закона сохранения лептонных чисел. Введем лептонное число  $L$ , равное 1 для  $e^-$  и  $\mu^+$  (Зельдович [26], Конопински и Махмуд [27], ЗКМ). Если  $L$  сохраняется, то  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распад и перечисленные в табл. 1 процессы запрещены. Два нейтрино и два антинейтрино ( $\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$ ) описываются

дираковским полем  $\nu$ . При этом  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\bar{\nu}_e$  и  $\bar{\nu}_\mu$  отвечают соответственно левое нейтрино  $\nu_L$ , левое антинейтрино  $\bar{\nu}_L$ , правое антинейтрино  $\bar{\nu}_R$  и правое нейтрино  $\nu_R$ .

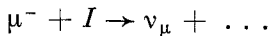
Если рассматривать процессы с участием нейтрино, то очевидно, что теория с лептонным числом ЗКМ эквивалентна теории с двумя сохраняющимися лептонными числами  $L_e$  и  $L_\mu$ . Теория с лептонным числом ЗКМ разрешает, однако, такие запрещенные обычной теорией процессы, как



На опыте процессы такого типа найдены не были. В недавней работе для отношения вероятности процесса



к полной вероятности процесса



получено следующее ограничение [28]:

$$\frac{W(\mu^- I \rightarrow e^+ \text{Sb})}{W(\mu^- I \rightarrow \nu_\mu \dots)} < 3 \cdot 10^{-10}.$$

Схема с лептонным числом ЗКМ выделена своей экономичностью. Представляет интерес ее обобщение на случай произвольного числа заряженных лептонов. Такое обобщение было сделано в [29]. Поскольку двум заряженным лептонам отвечает один заряд ЗКМ, то ясно, что обобщенные схемы ЗКМ требуют существования  $2n$  заряженных лептонов. Нейтрино в таких схемах отвечают  $n$  четырехкомпонентных дираковских полей.

Итак, до сих пор не было обнаружено процессов, в которых нарушался бы закон сохранения лептонных чисел. Тем не менее в соответствии с теорией смешивания нейтрино, изложению которой посвящен настоящий обзор, лептонные числа представляют собой приближенные феноменологические понятия. С точки зрения этой теории несохранение лептонных чисел тесно связано с массами нейтрино. То, что до сих пор не было наблюдено процессов, в которых не сохранялись бы лептонные числа, может быть связано (с точки зрения теории смешивания нейтрино) с малостью масс и (или) углов смешивания нейтрино.

## 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГЛЭШОУ — ВАЙНБЕРГА — САЛАМА

Как хорошо известно, все имеющиеся в настоящее время данные описываются теорией Глэшоу — Вайнберга — Салама [30]. Эту теорию принято называть стандартной теорией электрослабого взаимодействия.

При обсуждении осцилляций нейтрино мы будем естественно основываться на том, что взаимодействие нейтрино с нуклонами и

электронами описывается гамильтонианом стандартной теории. Иными словами, мы будем основываться на том, что «феноменологическими» нейтрино  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$  являются частицы, поля которых (соответственно  $\nu_{eL}, \nu_{\mu L}, \nu_{\tau L}$ ) входят в гамильтониан стандартной теории.

Далее, прежде чем обсуждать смешивание массивных нейтрино, полезно напомнить, как возникают массы и смешивание кварков в стандартной теории. В связи с этим мы начнем обзор с краткого изложения теории Глэшоу — Вайнберга — Салама \*.

Стандартная теория электрослабого взаимодействия основана на предположении о том, что левые компоненты полей лептонов и кварков образуют дублеты группы  $SU_L(2)$  \*\*:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{lL} &= \begin{pmatrix} \nu'_{lL} \\ l'_L \end{pmatrix}, \quad l = e, \mu, \tau, \\ \psi_{1L} &= \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \quad \psi_{2L} = \begin{pmatrix} c'_L \\ s'_L \end{pmatrix}, \quad \psi_{3L} = \begin{pmatrix} t'_L \\ b'_L \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

а правые компоненты  $l'_R, q'_R$  являются синглетами этой группы (смысл штрихов будет ясен из дальнейшего).

Нетрудно убедиться в том, что кинетическая (безмассовая) часть свободного лагранжиана полей лептонов и кварков инвариантна относительно глобальной  $SU_L(2)$ -группы.

Современные теории основаны, однако, на локальной калибровочной инвариантности.

Локальная калибровочная  $SU_L(2)$ -инвариантность лагранжиана полей лептонов и кварков может быть обеспечена, если ввести взаимодействие этих полей с триплетом полей векторных бозонов. Если взаимодействие вводится только «удлинением» производной (как в случае электродинамики), то мы придем при этом к лагранжиану слабого взаимодействия с «правильным» (отвечающим данным опыта) заряженным током.

Стандартная теория является, однако, единой теорией слабого и электромагнитного взаимодействий и требует рассмотрения группы локальной калибровочной симметрии, более широкой, чем  $SU_L(2)$ . Минимальной группой, позволяющей построить электрослабое взаимодействие, является локальная  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ -группа [ $U_Y(1)$ -группа слабого гиперзаряда].

\* Подробное изложение теории Глэшоу — Вайнберга — Салама можно найти в obraх [31].

\*\* Мы будем использовать метрику Паули. Уравнение Дирака имеет в этой метрике вид  $\gamma_\alpha \frac{\partial \psi}{\partial x_\alpha} + m\psi = 0$ , где  $\alpha$  меняется от 1 до 4,  $\gamma_\alpha^+ = \gamma_\alpha$ ,  $\gamma_\alpha \gamma_\beta + \gamma_\beta \gamma_\alpha = 2\delta_{\alpha\beta}$ . Левая и правая компоненты поля  $\psi$  соответственно равны:  $\psi_{L,R} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \psi$ .



Локальная  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  имеет место, если в свободном лагранжиане полей лептонов и кварков сделать следующие замены:

$$\left. \begin{aligned} \partial_\alpha \psi_{lL} &\rightarrow \left( \partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \vec{A}_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_L B_\alpha \right) \psi_{lL}, \quad l = e, \mu, \tau; \\ \partial_\alpha \psi_{kL} &\rightarrow \left( \partial_\alpha - ig \frac{1}{2} \vec{\tau} \vec{A}_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_L^q B_\alpha \right) \psi_{kL}, \quad k = 1, 2, 3; \\ \partial_\alpha l'_R &\rightarrow \left( \partial_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_R B_\alpha \right) l'_R; \\ \partial_\alpha q'_R &\rightarrow \left( \partial_\alpha - ig' \frac{1}{2} Y_R^q B_\alpha \right) q'_R. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь  $g$  и  $g'$  — безразмерные константы связи,  $\tau_i$  — матрицы Паули,  $Y_L$  и  $Y_R$  — гиперзаряды лептонных дублета  $\psi_{lR}$  и синглета  $l'_R$ ,  $Y_L^q$  и  $Y_R^q$  — гиперзаряды кварковых дублета  $\psi_{kL}$  и синглета  $q'_R$ ,  $A_\alpha^i$  и  $B_\alpha$  — соответственно триплет и синглет векторных калибровочных полей групп  $SU_L(2)$  и  $U_Y(1)$ .

Стандартная теория основана на предположении о том, что лагранжиан взаимодействия лептонов, кварков и калибровочных векторных бозонов возникает только в результате замены (8) и не содержит других возможных с точки зрения калибровочной инвариантности членов. Таким образом, принимаемый стандартной теорией лагранжиан взаимодействия фермионов и векторных бозонов является минимальным, совместимым с калибровочной инвариантностью взаимодействием.

Далее для того чтобы объединить слабое и электромагнитное взаимодействия в единое электрослабое взаимодействие, гиперзаряды дублетов и синглетов выбираются таким образом, чтобы выполнялось соотношение Гелл-Мана — Нишиджимы:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y. \quad (9)$$

Здесь  $Q$  — заряд (в единицах заряда протона), а  $T_3$  — третья компонента слабого изоспина. Из (9) следует, что

$$\left. \begin{aligned} Y_L &= -1, \quad Y_L^q = \frac{1}{3}, \\ Y_R &= -2, \quad Y_R^q = 2e_q, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $e_q$  — заряд кварка.

С помощью (8) и (10) для лагранжиана взаимодействия лептонов, кварков и векторных бозонов получаем

$$\mathcal{L}_I = ig j_\alpha^k A_\alpha^k + ig' \frac{1}{2} j_\alpha^Y B_\alpha. \quad (11)$$

Здесь

$$j_\alpha^k = \sum_{a=1}^3 \bar{\Psi}_{aL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau_k \Psi_{aL} + \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{\Psi}_{lL} \gamma_\alpha \frac{1}{2} \tau_k \Psi_{lL} \quad (12)$$

— изовекторный ток, а

$$\frac{1}{2} j_{\alpha}^Y = j_{\alpha}^{em} - j_{\alpha}^3 \quad (13)$$

— гипертюк. В этом последнем выражении  $j_{\alpha}^{em}$  — электромагнитный ток лептонов и кварков.

Выделим из (11) лагранжиан взаимодействия фундаментальных фермионов и заряженных векторных бозонов. Имеем

$$\mathcal{L}_I = \left( \frac{ig}{2\sqrt{2}} j_{\alpha}^{(+)} W_{\alpha} + \text{h. c.} \right) + \mathcal{L}_I^0. \quad (14)$$

Здесь

$$j_{\alpha}^{(+)} = 2 \sum_{a=1}^3 \bar{\Psi}_{aL} \gamma_{\alpha} \tau_{+} \Psi_{aL} + 2 \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{\Psi}_{lL} \gamma_{\alpha} \tau_{+} \Psi_{lL} \quad (15)$$

— заряженный слабый ток,

$$W_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{\alpha}^1 - iA_{\alpha}^2)$$

— поле заряженных векторных бозонов, а

$$\mathcal{L}^0 = ig j_{\alpha}^3 A_{\alpha}^3 + ig' (j_{\alpha}^{em} - j_{\alpha}^3) B_{\alpha} \quad (16)$$

— лагранжиан взаимодействия лептонов, кварков и нейтральных векторных бозонов. Выделим теперь из  $\mathcal{L}^0$  лагранжиан электромагнитного взаимодействия. Для этого вместо  $A_{\alpha}^3$  и  $B_{\alpha}$  введем поля

$$\left. \begin{aligned} Z_{\alpha} &= \cos \theta_W A_{\alpha}^3 - \sin \theta_W B_{\alpha}, \\ A_{\alpha} &= \sin \theta_W A_{\alpha}^3 + \cos \theta_W B_{\alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где

$$g'/g = \text{tg } \theta_W. \quad (18)$$

Угол  $\theta_W$  называют углом Вайнберга. Далее потребуем, чтобы константы  $g$  и  $\sin \theta_W$  были связаны с зарядом  $e$  соотношением

$$g \sin \theta_W = e. \quad (19)$$

Подставляя (17) в (16) и используя (19), получаем

$$\mathcal{L}^0 = ie j_{\alpha}^{em} A_{\alpha} + \frac{g}{2 \cos \theta_W} j_{\alpha}^3 Z_{\alpha}, \quad (20)$$

где

$$j_{\alpha}^3 = 2j_{\alpha}^3 - 2 \sin^2 \theta_W j_{\alpha}^{em}. \quad (21)$$

Первый член выражения (20) представляет собой стандартный лагранжиан электромагнитного взаимодействия. Вторым членом описывает взаимодействие лептонов и кварков с нейтральными  $Z^0$ -бозонами. Таким образом, объединение на основе калибровочной симметрии слабого и электромагнитного взаимодействий требует существования нового типа слабых взаимодействий — так называемых

нейтральных токов. Открытие в 1973 г. нейтральных токов, затем доказательство того, что нейтральный ток  $J_\alpha^0$  имеет вид (21) (в опытах 1973—1980 гг.), и, наконец, открытие в 1983 г.  $W^\pm$ - и  $Z^0$ -бозонов явились триумфальным подтверждением стандартной теории.

До сих пор мы обсуждали только такие аспекты стандартной теории, которые связаны с калибровочной инвариантностью. Точная калибровочная  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ -инвариантность может, однако, иметь место только в случае, если массы всех частиц равны нулю. Стандартная теория основана на хиггсовском механизме генерации масс частиц. Рассмотрим кратко этот механизм (подробно см. [32]).

В простейшем варианте теории вводится дублет скалярных хиггсовских полей  $\phi = \begin{pmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{pmatrix}$  ( $\phi_+$  и  $\phi_0$  — поля заряженных и нейтральных частиц).

Характерная особенность полей Хиггса состоит в том, что в лагранжиан (со знаком минус) входит потенциал

$$V(\phi^+\phi) = \lambda(\phi^+\phi)^2 - \mu^2(\phi^+\phi) \quad (22)$$

( $\lambda$  и  $\mu^2$  — положительные константы), который приводит к тому, что

$$|\langle 0 | \phi_0 | 0 \rangle| = v/\sqrt{2},$$

где  $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ . Если выбрать

$$\langle 0 | \phi_0 | 0 \rangle = v/\sqrt{2} \quad (23)$$

(и тем самым из бесконечно большого числа возможных вакуумных состояний выбрать одно состояние), то из (22) и лагранжианов взаимодействия полей хиггсовских бозонов и полей фермионов, а также промежуточных бозонов выделяются соответствующие массовые члены. В качестве примера рассмотрим вопрос о том, как в стандартной теории генерируются массы и параметры смешивания кварков.

Для того чтобы генерировать массы фермионов, следует предположить, что взаимодействие поля Хиггса и полей фермионов описывается лагранжианом юкавского типа. Нетрудно видеть, что могут быть построены следующие два  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ -инвариантных юкавских лагранжиана взаимодействия полей кварков и хиггсовского поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(-1)} &= -\frac{\sqrt{2}}{v} \sum_{\substack{a=1, 2, 3 \\ q'=d', s', b'}} \bar{\psi}_{aL} M_{aq'}^{(-1)} q'_R \phi + \text{h. c.}, \\ \mathcal{L}^{(1)} &= -\frac{\sqrt{2}}{v} \sum_{\substack{a=1, 2, 3 \\ q'=u', c', t'}} \bar{\psi}_{aL} M_{aq'}^{(1)} q'_R \tilde{\phi} + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $M^{(1)}$  и  $M^{(-1)}$  — комплексные  $3 \times 3$ -матрицы, а

$$\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi_+^* \end{pmatrix}.$$

Далее, учитывая (23) и используя калибровочную инвариантность исходной теории, полагаем, что

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v + \chi(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi}(x) = \begin{pmatrix} \frac{v + \chi(x)}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где  $\chi(x)$  — поле физических нейтральных, скалярных хиггсовских частиц. Подставляя (25) в (24), для кварковых массовых членов получаем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_M^{(1)} &= -\bar{p}'_L M^{(1)} p'_R + \text{h. c.}, \\ \mathcal{L}_M^{(-1)} &= -\bar{n}'_L M^{(-1)} n'_R + \text{h. c.}, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где

$$p'_{L,R} = \begin{pmatrix} u'_{L,R} \\ c'_{L,R} \\ t'_{L,R} \end{pmatrix}, \quad n'_{L,R} = \begin{pmatrix} d'_{L,R} \\ s'_{L,R} \\ b'_{L,R} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Из (24) и (26) следует, что константы юкавского взаимодействия кварковых и хиггсовского полей (с точностью до множителя  $\sqrt{2}/v$ ) являются элементами кварковой массовой матрицы.

Перейдем теперь к заключительному этапу нашего рассмотрения — приведению массовых членов (28) к стандартному диагональному виду. Любую комплексную матрицу можно привести к диагональному виду с помощью биунитарного преобразования (доказательство см. в разд. 4). Имеем

$$M^{(1)} = U_L m^{(1)} U_R^{\dagger}; \quad M^{(-1)} = V_L m^{(-1)} V_R^{\dagger}, \quad (28)$$

где  $U_{L,R}$  и  $V_{L,R}$  — унитарные матрицы, а

$$m^{(1)} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad m^{(-1)} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}.$$

Подставляя (28) в (27), для кваркового массового члена получаем окончательно

$$\mathcal{L}_M = \mathcal{L}_M^{(1)} + \mathcal{L}_M^{(-1)} = -\bar{p} m^{(1)} p - \bar{n} m^{(-1)} n = - \sum_{q=d, s, \dots, t} m_q \bar{q} q. \quad (29)$$

Здесь

$$p = p_L + p_R = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}; \quad n = n_L + n_R = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где

$$p_{L,R} = U_{L,R}^{\dagger} p'_{L,R}; \quad n_{L,R} = V_{L,R}^{\dagger} n'_{L,R}. \quad (31)$$

Итак, из (29) следует, что  $d(x)$ ,  $s(x)$ ,  $\dots$ ,  $t(x)$  являются полями кварков с массами  $m_d$ ,  $m_s$ ,  $\dots$ ,  $m_t$ . Входящие в мультиплеты группы  $SU(2)$  штрихованные поля  $(d'_{L,R}, s'_{L,R} \dots)$  представляют собой [как видно из (31)] ортогональные комбинации левых (правых) компонент полей кварков с определенными массами.

Запишем наконец заряженный и нейтральный токи стандартной теории через поля кварков с определенными массами. Используя унитарность матриц  $U_{L,R}$  и  $V_{L,R}$ , с помощью (15), (21) и (31) для кварковых заряженного и нейтрального токов получаем следующие выражения:

$$j_{\alpha}^{(+);q} = 2\bar{p}'_L \gamma_{\alpha} n'_L = 2\bar{p}_L \gamma_{\alpha} U_{KM} n_L; \quad (32)$$

$$j_{\alpha}^{0;q} = \bar{p}_L \gamma_{\alpha} p_L - \bar{n}_L \gamma_{\alpha} n_L - 2 \sin^2 \theta_W \left[ \left( \frac{2}{3} \right) \bar{p} \gamma_{\alpha} p + \left( -\frac{1}{3} \right) \bar{n} \gamma_{\alpha} n \right], \quad (33)$$

где  $U_{KM} = U_L^{\dagger} Y_L$  — унитарная матрица смешивания кварков.

Для рассматриваемого случая трех поколений кварков матрица смешивания  $U_{KM}$  была впервые рассмотрена Кобаяши и Маскава [32a]. Матрица  $U_{KM}$  характеризуется тремя углами и одной фазой и может быть представлена в следующем виде:

$$U_{KM} = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & -c_1 s_2 c_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} & -c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (34)$$

где

$$s_i = \sin \theta_i, \quad c_i = \cos \theta_i \quad (i = 1, 2, 3).$$

Хиггсовский механизм генерации масс лептонов и нейтрино аналогичен механизму генерации масс кварков. Если предположить, что в лагранжиан системы входят следующие юкавские лагранжианы взаимодействия:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}^l &= -\frac{V\sqrt{2}}{v} \sum_{l_1, l_2} \bar{\psi}_{l_1, L} M_{l_1 l_2}^l l'_{2R} \phi + \text{h. c.}, \\ \mathcal{L}^{\nu} &= -\frac{V\sqrt{2}}{v} \sum_{l_1, l_2} \bar{\psi}_{l_1, L} M_{l_1 l_2}^{\nu} \nu'_{l_2 R} \tilde{\phi} + \text{h. c.}, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

то нетрудно убедиться в том, что после спонтанного нарушения симметрии [подстановки в (35) выражений (25)] лагранжиан  $\mathcal{L}^l + \mathcal{L}^{\nu}$  представляет собой сумму нейтринного и лептонного массовых членов и лагранжиана взаимодействия хиггсовских частиц с лептонами и нейтрино. Повторяя выкладки, которые проделывались в случае кварков, для лептонных заряженного и нейтрального токов получаем следующие выражения:

$$j_{\alpha}^{(+);l} = 2 \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_{\alpha} l_L; \quad (36)$$

$$j_{\alpha}^{0;l} = \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_{\alpha} \nu_{lL} - \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{l}_L \gamma_{\alpha} l_L + 2 \sin^2 \theta_W \sum_{l=e, \mu, \tau} \bar{l} \gamma_{\alpha} l. \quad (37)$$

Здесь  $l$  — поле лептонов с массой  $m_l$ , а

$$\nu_{lL} = \sum_{k=1}^3 U_{lk} \nu_{kL}. \quad (38)$$

В (38)  $\nu_k$  — поле нейтрино с массой  $m_k$ , а  $U$  — унитарная матрица смешивания [имеющая такой же вид, как и матрица Кобаяши — Маскава (34)].

В заключение несколько слов о том, как в общем случае смешивания определяются «феноменологические» нейтрино  $\nu_e$ ,  $\nu_{\mu}$ ,  $\nu_{\tau}$ . Мы будем предполагать, что независимо от того, имеет место смешивание (38) или нет, тип феноменологического нейтрино определяется гамильтонианом стандартной теории. Например, мюонным нейтрино  $\nu_{\mu}$  мы будем называть левую частицу, которая образуется в распадах совместно с  $\mu^{+}$ , может образовывать при взаимодействии с нуклоном  $\mu^{-}$  и т. д.

### 3. НЕЙТРИННЫЕ МАССОВЫЕ ЧЛЕНЫ

Мы приступим теперь к подробному рассмотрению возможных схем смешивания нейтрино. Смешивание нейтрино (как и смешивание кварков) возникает при диагонализации нейтринного массового члена. В этом разделе будут построены все возможные типы нейтринных массовых членов.

Отметим, что имеется существенная разница между случаем кварков и случаем нейтрино. Поскольку электрический заряд кварков отличен от нуля, кварки — дираковские частицы. Электрический заряд нейтрино равен нулю. Нейтрино с определенными массами могут быть как дираковскими, так и истинно нейтральными, майорановскими частицами. Соответственно для кварков может быть построен только один (дираковский) массовый член [см. (26)]. Для нейтрино, как мы увидим в этом разделе, может быть построено три различных массовых члена.

Мы будем рассматривать общий случай  $n$  заряженных лептонов ( $e, \mu, \tau \dots$ ).

Очевидно, что в нейтринные массовые члены должны входить токовые поля  $\nu_{lL}^*$ . При построении массовых членов могут, однако, использоваться также правые поля  $\nu_{lR}$ , не входящие в лагранжиан взаимодействия стандартной теории. Мы будем предполагать, что индекс  $l'$  в  $\nu_{l'R}$  может принимать  $n$  значений ( $e, \mu, \tau \dots$ ). Отметим, что

\* Мы предполагаем, что в выражении (36) для лептонного заряженного тока  $l_L$  — левые компоненты полей лептонов с определенными массами. В токовые поля  $\nu_{lL}$  включены, таким образом, элементы унитарной матрицы, возникающей при диагонализации массовой матрицы полей заряженных лептонов.

в принципе число правых нейтринных полей может не совпадать с числом левых полей.

Массовые члены фермионов представляют собой сумму скалярных произведений правых и левых компонент. Для того чтобы построить все возможные нейтринные массовые члены, следует учесть, что

$$(\nu_{iL})^c = C \bar{\nu}_{iL}^T \quad \text{и} \quad (\nu_{iR})^c = C \bar{\nu}_{iR}^T \quad (39)$$

являются соответственно правой и левой компонентами. В (39)  $C$  — матрица зарядового сопряжения, удовлетворяющая условиям

$$C \gamma_\alpha^T C^{-1} = -\gamma_\alpha, \quad C^T = -C, \quad C^+ C = 1. \quad (40)$$

Действительно, используя

$$C^{-1} \gamma_5 C = \gamma_5^T, \quad (41)$$

имеем

$$\begin{aligned} \frac{1-\gamma_5}{2} (\nu_{iL})^c &= C \frac{1-\gamma_5^T}{2} \bar{\nu}_{iL}^T = C \bar{\nu}_{iL}^T = (\nu_{iL})^c; \\ \frac{1+\gamma_5}{2} (\nu_{iR})^c &= C \frac{1+\gamma_5^T}{2} \bar{\nu}_{iR}^T = C \bar{\nu}_{iR}^T = (\nu_{iR})^c. \end{aligned}$$

Введем столбцы

$$\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \nu'_R = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (42)$$

С помощью левых полей  $\nu'_L$  и  $(\nu'_R)^c$  и правых полей  $\nu'_R$  и  $(\nu'_L)^c$  могут быть построены следующие массовые члены:

1. Дираковский массовый член

$$\mathcal{L}^D = -\bar{\nu}'_R M^D \nu'_L + \text{h. c.} \quad (43)$$

2. Майорановский массовый член

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{(\nu'_L)^c} M^M \nu'_L + \text{h. c.} \quad (44)$$

3. Дираковский и майорановский массовый член

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{D+M} &= -\frac{1}{2} \overline{(\nu'_L)^c} M_L^M \nu'_L - \frac{1}{2} \bar{\nu}'_R M_R^M (\nu'_R)^c - \\ &- \frac{1}{2} \bar{\nu}'_R M_1^D \nu'_L - \frac{1}{2} \overline{(\nu'_L)^c} (M_1^D)^T (\nu'_R)^c + \text{h. c.} \end{aligned} \quad (45)$$

В этих выражениях  $M^D$ ,  $M^M$ ,  $M_L^M$ ,  $M_R^M$  и  $M_1^D$  — комплексные  $n \times n$ -матрицы.

В связи с выражениями (43) — (45) сделаем следующие замечания:

1. Дираковский массовый член  $\mathcal{L}^D$  аналогичен кварковым массовым членам [см. (26)]. Очевидно, что теория с массовым членом  $\mathcal{L}^D$  и стандартным заряженным и нейтральным лептонными токами инварианта относительно глобальных калибровочных преобразований

$$\left. \begin{aligned} \nu_{iL} &\rightarrow e^{i\lambda} \nu_{iL}; \\ \nu_{iR} &\rightarrow e^{i\lambda} \nu_{iR}; \\ l &\rightarrow e^{i\lambda} l, \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

где  $\lambda$  — произвольная константа. Инвариантность относительно преобразований (46) означает, что лептонное число, одинаковое для всех типов нейтрино и всех лептонов, сохраняется. Мы покажем в следующем разделе, что для массового члена  $\mathcal{L}^D$  нейтрино с определенными массами являются дираковскими частицами.

2. При построении майорановского массового члена  $\mathcal{L}^M$  используются только токовые левые компоненты полей нейтрино. В этом смысле введение майорановского массового члена является наиболее экономным способом введения масс нейтрино в теорию. Впервые на это обратили внимание В. Грибов и Б. М. Понтекорво [7]. Очевидно, что в общем случае теория с массовым членом  $\mathcal{L}^M$  не инвариантна относительно калибровочных преобразований полей нейтрино. В такой теории не сохраняются, следовательно, лептонные числа. Мы покажем в разд. 5, что нейтрино с определенными массами являются при этом истинно нейтральными майорановскими частицами.

3. Дираковский и майорановский массовый член  $\mathcal{L}^{D+M}$  является наиболее общим нейтринным массовым членом, который может быть построен с помощью  $\nu'_L$ ,  $\nu'_R$ ,  $(\nu'_L)^c$  и  $(\nu'_R)^c$ . В этом легко убедиться, если использовать соотношение

$$\bar{\nu}'_R M \nu'_L = -\nu'^T_L M^T (\nu'_R)^T = \overline{(\nu'_L)^c} M^T (\nu'_R)^c. \quad (47)$$

Отметим, что для получения этого последнего соотношения следует использовать

$$-\nu'^T_L C^{-1} = \overline{(\nu'_L)^c}. \quad (48)$$

Состояниями с определенными массами являются в случае дираковского и майорановского массового члена  $2n$  майорановских нейтрино (см. разд. 6).

4. Отметим в заключение, что наряду с (44) может быть построен также правый майорановский массовый член

$$\mathcal{L}^{M'} = -\frac{1}{2} \bar{\nu}'_R M'_M (\nu'_R)^c + \text{h. c.}$$

Поля нейтрино с определенными массами связаны в случае массового члена  $\mathcal{L}^{M'}$  только с полями  $\nu_{iR}$ , не входящими в лагранжиан взаимодействия стандартной теории. Вследствие этого массовый член  $\mathcal{L}^{M'}$  интересовать нас не будет.



## 4. ДИРАКОВСКИЙ МАССОВЫЙ ЧЛЕН

В этом разделе мы подробно рассмотрим случай дираковского нейтринного массового члена

$$\mathcal{L}^D = - \sum_{l', l} \bar{\nu}_{l'R} M_{l'l} \nu_{lL} + \text{h. c.} = - \bar{\nu}_R M' \nu_L' + \text{h. c.} \quad (49)$$

Здесь  $M$  — комплексная  $n \times n$ -матрица,  $\nu_L' = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \vdots \end{pmatrix}$ ,  $\nu_R' = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \vdots \end{pmatrix}$ .

Массовый член  $\mathcal{L}^D$  имеет такую же структуру, как и кварковые массовые члены [см. (24)]. Это означает, что в теории с дираковским массовым членом имеется полная аналогия между слабым взаимодействием кварков и лептонов [5, 10—12].

Для того чтобы привести массовый член  $\mathcal{L}^D$  к стандартному виду, необходимо диагонализировать матрицу  $M$ . Произвольную комплексную матрицу можно привести к диагональному виду с помощью биунитарного преобразования \*. Имеем

$$M = V m U^+, \quad (50)$$

где  $U$  и  $V$  — унитарные матрицы, а  $m$  — диагональная матрица с положительными элементами.

Подставим теперь (50) в (49). Для массового члена получаем стандартное выражение

$$\mathcal{L}^D = - \bar{\nu}_R m \nu_L + \text{h. c.} = - \bar{\nu} m \nu = - \sum_{k=1}^n m_k \bar{\nu}_k \nu_k. \quad (51)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \nu_L &= U^+ \nu_L', & \nu_R &= V^+ \nu_R', \\ \nu &= \nu_L + \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \vdots \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

\* Приведем простое доказательство этого утверждения. Пусть  $M$  — комплексная  $n \times n$ -матрица, детерминант которой отличен от нуля. Матрица  $MM^+$  — эрмитова и ее собственные значения положительны. Имеем

$$MM^+ = V m^2 V^+,$$

где  $V^+ V = 1$ , а  $(m^2)_{ik} = m_i^2 \delta_{ik}$ . Очевидно, что

$$M = V m U^+,$$

где  $U^+ = m^{-1} V^+ M$ . Нетрудно убедиться в том, что  $U$  — унитарная матрица. Действительно, находим

$$U^+ U = m^{-1} V^+ M M^+ V m^{-1} = 1.$$

Таким образом,  $\nu_k$  является полем нейтрино с массой  $m_k$  \*.

Используя унитарность матрицы  $U$ , для токовых левых нейтринных полей из (52) получаем

$$\nu'_L = U\nu_L. \quad (53)$$

В компонентах это соотношение имеет вид

$$\nu_{lL} = \sum_{k=1}^n U_{lk} \nu_{kL}. \quad (54)$$

Итак, если массовый член имеет вид (49), то мы приходим к нейтринному смешиванию: входящие в слабые токи поля  $\nu_{lL}$  (индекс  $l$  принимает  $n$  значений) представляют собой линейные ортогональные комбинации левых компонент  $n$  полей нейтрино с определенными массами.

В теории с массовым членом  $\mathcal{L}^D$  нейтрино с определенными массами являются дираковскими частицами. Действительно, из (36), (37) и (54) следует, что лагранжиан рассматриваемой теории инвариантен относительно глобальных калибровочных преобразований

$$\nu_k \rightarrow e^{i\lambda} \nu_k, \quad l \rightarrow e^{i\lambda} l, \quad (55)$$

где  $\lambda$  — произвольная константа. Инвариантность относительно этих преобразований означает, что сохраняется лептонное число  $L$ , одинаковое для всех лептонов и всех нейтрино  $\nu_k$ . Таким образом, нейтрино  $\nu_k$  отличается от антинейтрино  $\bar{\nu}_k$  знаком  $L$ . Различные нейтрино отличаются друг от друга массой.

Из (55) следует также, что имеет место инвариантность лагранжиана относительно преобразований

$$\nu_{lL} \rightarrow e^{i\lambda} \nu_{lL}, \quad \nu_{lR} \rightarrow e^{i\lambda} \nu_{lR}, \quad l \rightarrow e^{i\lambda} l. \quad (56)$$

Инвариантность относительно преобразований (56) означает, что сохраняется лептонное число  $L$ , одинаковое для всех типов нейтрино и всех лептонов. Очевидно, что  $L$  совпадает с суммарным лептонным числом:

$$L = \sum_{l=e, \mu, \tau \dots} L_l. \quad (57)$$

Итак, в теории с дираковским массовым членом сохраняется суммарное лептонное число  $L$ . В такой теории запрещены, следовательно, безнейтринный двойной  $\beta$ -распад

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^-,$$

\* Кинетический член лагранжиана полей нейтрино имеет вид

$$\mathcal{L}_0 = -\bar{\nu}'_L \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu'_L - \bar{\nu}'_R \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu'_R = -\bar{\nu} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \nu.$$

Отметим, что при получении этого выражения мы использовали унитарность матриц  $U$  и  $V$ .

распад

$$K^+ \rightarrow \pi^- + e^+ + \mu^+$$

и другие аналогичные процессы. Распады

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma, \mu^+ \rightarrow e^+ + e^+ + e^-, K_L \rightarrow \mu^+ + e^- \quad (58)$$

и другие в теории с дираковским массовым членом в принципе разрешены. Можно показать, однако [33], что ожидаемые в такой теории вероятности процессов типа (58) на много порядков меньше достигнутых на опыте верхних границ.

## 5. МАЙОРАНОВСКИЙ МАССОВЫЙ ЧЛЕН

В этом разделе мы рассмотрим смешивание нейтрино в случае майорановского массового члена

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{l', l} \overline{(\nu_{l'L})^c} M_{l'l} \nu_{lL} + \text{h. c.} = -\frac{1}{2} \overline{(\nu'_L)^c} M \nu'_L + \text{h. c.} \quad (59)$$

Здесь  $M$  — комплексная  $n \times n$ -матрица,  $\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \vdots \end{pmatrix}$ ; индексы  $l$  и

$l'$  принимают  $n$  значений ( $e, \mu, \tau, \dots$ ). Нетрудно видеть, что матрица  $M$  — симметрична. Действительно, используя (48), а также учитывая, что при перестановке фермионных операторов возникает знак минус, получаем

$$\overline{(\nu'_L)^c} M \nu'_L = -\nu'_L{}^T C^{-1} M \nu'_L = \nu'_L{}^T (C^{-1})^T M^T \nu'_L = \overline{(\nu'_L)^c} M^T \nu'_L.$$

Отсюда следует, что

$$M^T = M. \quad (60)$$

Приведем теперь массовый член (59) к диагональному виду. Нас будет интересовать случай разных собственных значений матрицы  $M$ . Для симметричной невырожденной матрицы имеем \*

$$M = (U^+)^T m U^+, \quad (61)$$

\* Произвольную матрицу  $M$  можно представить в виде  $M = V m U^+$ ,  $U$  и  $V$  — унитарные матрицы, а  $m_{ik} = m_k \delta_{ik}$ ,  $m_k \geq 0$  (см. примечание на с. 465). Из этого соотношения получаем  $M M^+ = V m^2 V^+$ . С другой стороны, для симметричной матрицы имеем  $M = M^T = (U^+)^T m V^T$  и  $M M^+ = (U^+)^T m^2 U^T$ . Из этих двух соотношений следует, что  $(U^+)^T m^2 U^T = V m^2 V^+$ . Отсюда получаем  $U^T V m^2 = m^2 U^T V$ . Далее поскольку  $m^2$  — диагональная матрица и  $m_i \neq m_k$ , то, как нетрудно показать,  $U^T V$  — диагональная матрица. Очевидно также, что  $U^T V$  — унитарная матрица. Имеем, следовательно,  $U^T V = S$ ,  $S_{ik} = e^{2i\alpha_k} \delta_{ik}$ ,  $\alpha_k$  — вещественны. Используя это последнее соотношение, получаем  $M = (U^+)^T m U^+$ , где  $U^+ = S^{1/2} U$ .

где  $U$  — унитарная матрица, а  $m$  — диагональная матрица с положительными элементами.

Подставляя теперь (61) в (59), получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^M &= \frac{1}{2} v_L'^T C^{-1} (U^+)^T m U^+ v_L' + \text{h. c.} = \\ &= -\frac{1}{2} \overline{(U^+ v_L')^c} m U^+ v_L' + \text{h. c.} = -\frac{1}{2} \bar{\chi} m \chi, \end{aligned} \quad (62)$$

где

$$\chi = U^+ v_L' + (U^+ v_L')^c. \quad (63)$$

Далее запишем

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

Для массового члена  $\mathcal{L}^M$  имеем

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_k \bar{\chi}_k \chi_k. \quad (64)$$

Таким образом,  $\chi_k$  является полем нейтрино с массой  $m_k^*$ . При этом число полей с определенными массами равно числу заряженных лептонов.

Нетрудно видеть, что в рассматриваемом случае массового члена (59) частицами с определенными массами являются нейтрино Майорана. Действительно, из (63) очевидно, что поля  $\chi_k$  удовлетворяют соотношению

$$\chi_k = \chi_k^c = C \bar{\chi}_k^T. \quad (65)$$

Отсюда для оператора  $\chi_k(x)$  имеем

$$\chi_k(x) = \int \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2p_0}} (u^r(p) a_r(p) e^{ipx} + u^r(-p) a_r^+(p) e^{-ipx}) d\vec{p}, \quad (66)$$

где спинор  $u^r(p)$  описывает состояние с импульсом  $p$  и спиральностью  $r$ ,  $u^r(-p) = C (\bar{u}^r(-p))^T$ ,  $a_r(p)$  и  $a_r^+(p)$  — операторы уничтожения и рождения частицы с импульсом  $p$  и спиральностью  $r$ . Из (66) следует, что  $\chi_k$  является полем истинно нейтральных частиц со спином  $1/2$ . Гипотеза о том, что такие частицы могут существовать в природе, была впервые выдвинута Майорана [34].

\* Для кинетического члена лагранжиана полей нейтрино имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= -\bar{v}_L' \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} v_L' = -\frac{1}{2} \overline{U^+ v_L'} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} U^+ v_L' - \frac{1}{2} \overline{(U^+ v_L')^c} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (U^+ v_L')^c = \\ &= -\frac{1}{2} \bar{\chi} \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \chi = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{\chi}_k \gamma_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \chi_k. \end{aligned}$$

Получим теперь соотношения, связывающие токовые нейтринные поля с полями нейтрино с майорановскими массами. Умножая (63) на  $(1 + \gamma_5)/2$  и используя унитарность матрицы  $U$ , находим

$$\nu'_L = U\chi_L. \quad (67)$$

Отсюда получаем

$$\nu_{lL} = \sum_{k=1}^n U_{lk}\chi_{kL}, \quad l = e, \mu, \tau \dots \quad (68)$$

Таким образом, если нейтринный массовый член дается выражением (59), то  $n$  токовых полей  $\nu_{lL}$  представляют собой линейные ортогональные комбинации  $n$  левых компонент полей нейтрино с майорановскими массами. Отметим, что феноменологическим нейтрино ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \dots$ ) и антинейтрино ( $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau \dots$ ) отвечают  $n$  состояний майорановских нейтрино соответственно с левой и правой спиральностью.

Мы закончим этот раздел следующими замечаниями.

1. Из (59) очевидно, что в общем случае не существует калибровочных преобразований, относительно которых был бы инвариантен майорановский массовый член. Таким образом, в случае массового члена  $\mathcal{L}^M$  невозможно ввести сохраняющиеся лептонные числа, которые позволили бы отличить нейтрино от антинейтрино.

2. Различие между полями нейтрино с дираковскими и майорановскими массами можно пояснить следующим образом. Из (36), (37) и (54) очевидно, что слабые лептонные токи инвариантны относительно следующих глобальных калибровочных преобразований  $\nu_{kL} \rightarrow e^{i\lambda}\nu_{kL}$ ,  $l_L \rightarrow e^{i\lambda}l_L$  ( $\lambda$  — произвольная константа). Левая и правая компоненты дираковских полей  $\nu_k$  и  $l$  независимы. Компоненты  $\nu_{kR}$  и  $l_R$  всегда можно преобразовать таким образом, чтобы нейтринный и лептонный массовые члены были также инвариантны относительно рассматриваемого калибровочного преобразования ( $\nu_{kR} \rightarrow e^{i\lambda}\nu_{kR}$ ,  $l_R \rightarrow e^{i\lambda}l_R$ ).

Правая и левая компоненты майорановского поля  $\chi_k$  связаны соотношением \*

$$\chi_{kR} = (\chi_{kL})^c = C\bar{\chi}_{kL}^T. \quad (69)$$

Из (36), (37) и (68) очевидно, что слабые лептонные токи инвариантны относительно преобразования

$$\chi_{kL} \rightarrow e^{i\lambda}\chi_{kL}, \quad l_L \rightarrow e^{i\lambda}l_L. \quad (70)$$

В силу (69) это преобразование требует, однако, чтобы

$$\chi_{kR} \rightarrow e^{-i\lambda}\chi_{kR}. \quad (71)$$

\* Действительно, с помощью (41) и (65) получим

$$C\bar{\chi}_L^T = C \frac{1 - \gamma_5^T}{2} C^{-1} C\bar{\chi}^T = \frac{1 - \gamma_5}{2} \chi = \chi_R.$$

Ясно, что нейтринный массовый член не инвариантен относительно преобразований (70) и (71).

В результате в случае нейтрино с дираковскими массами сохраняется суммарное лептонное число. В случае нейтрино с майорановскими массами ввести сохраняющееся лептонное число нельзя.

3. Ясно, что в теории с майорановским массовым членом разрешены те же несохраняющие лептонные числа процессы, что и в теории с дираковским массовым членом ( $\mu \rightarrow e\gamma$ ,  $\mu \rightarrow Ze$  и др.). Однако в такой теории разрешены также

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^-, \quad K^+ \rightarrow \pi^- + e^+ + \mu^+, \\ \mu^- + (A, Z) \rightarrow e^+ + (A, Z - 2)$$

и другие процессы, в которых не сохраняется суммарное лептонное число.

## 6. ДИРАКОВСКИЙ И МАЙОРАНОВСКИЙ МАССОВЫЙ ЧЛЕН

В этом разделе будет рассмотрено смешивание нейтрино в случае дираковского и майорановского массового члена (45). Очевидно, что выражение (45) может быть записано в виде

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{(n'_L)^c} M n'_L + \text{h. c.} \quad (72)$$

Здесь

$$n'_L = \begin{pmatrix} \nu'_L \\ (\nu'_R)^c \end{pmatrix}$$

— столбец из  $2n$  элементов  $\left( \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad (\nu'_R)^c = \begin{pmatrix} (\nu_{eR})^c \\ (\nu_{\mu R})^c \\ \vdots \end{pmatrix} \right)$ ,

$M$  —  $2n \times 2n$ -матрица ( $n$  — число заряженных лептонов).

Очевидно, что матрица  $M$  — симметрична. Действительно, имеем

$$\overline{(n'_L)^c} M n'_L = -n_L^T C^{-1} M n'_L = n_L^T (C^{-1})^T M^T n'_L = \overline{(n'_L)^c} M^T n'_L.$$

Отсюда получаем

$$M^T = M. \quad (73)$$

Из (73) следует, что (см. примечание на с. 467)

$$M = (U^+)^T m U^+, \quad (74)$$

где  $U$  — унитарная  $2n \times 2n$ -матрица, а  $m_{ik} = m_k \delta_{ik}$ ,  $m_k > 0$ ,  $i, k = 1, 2, \dots, 2n$ . Подставляя (74) в (72) для массового члена, получаем

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{\chi} m \chi = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2n} m_k \overline{\chi}_k \chi_k, \quad (75)$$

где

$$\chi = U^+ \nu_L + (U^+ \nu_L)^c = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (76)$$

Из (76) очевидно, что поля  $\chi_k$  удовлетворяют условию Майорана

$$\chi_k = \chi_k^c = C \bar{\chi}_k^T. \quad (77)$$

Соотношения (75) и (77) означают, что в случае дираковского и майорановского массового члена (72) частицами с определенными массами являются  $2n$  нейтрино Майорана.

Далее умножим (76) на  $(1 + \gamma_5)/2$ . Используя унитарность матрицы  $U$ , получаем

$$\nu_L = U \chi_L. \quad (78)$$

Отсюда следует, что

$$\nu_{lL} = \sum_{k=1}^{2n} U_{lk} \chi_{kL}; \quad (\nu_{lR})^c = \sum_{k=1}^{2n} U_{\bar{l}k} \chi_{kR} \quad (79)$$

(индекс  $\bar{l}$  перенумеровывает  $n$  нижних строк матрицы  $U$ ).

Итак, если нейтринный массовый член дается выражением (72), то  $n$  токовых полей нейтрино  $\nu_{lL}$  являются линейными ортогональными комбинациями  $2n$  левых компонент полей нейтрино с майорановскими массами [13, 35, 36]. Существенно, что поля  $(\nu_{lR})^c$  не участвующих в стандартном, слабом взаимодействии левых антинейтрино и правых нейтрино (такие частицы были названы стерильными [1, 4]) представляют собой при этом ортогональные комбинации тех же  $2n$  левых компонент майорановских полей. Отметим, что из (79) следует также

$$\left. \begin{aligned} (\nu_{lL})^c &= \sum_{k=1}^{2n} U_{lk}^* \chi_{kR}, \\ \nu_{lR} &= \sum_{k=1}^{2n} U_{\bar{l}k}^* \chi_{kR}. \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Очевидно, что в теории с дираковским и майорановским массовым членом (72) в общем случае не сохраняются как по отдельности лептонные числа  $L_l$  ( $l = e, \mu, \tau, \dots$ ), так и суммарное лептонное число  $L$ . Как и в теории с майорановским массовым членом (59), в такой теории разрешены, следовательно, процессы типа  $\mu \rightarrow e\gamma$ ,  $\mu \rightarrow 3e$  и другие, а также безнейтринный двойной  $\beta$ -распад, процесс  $\mu^- + A \rightarrow e^+ + A'$  и другие аналогичные процессы. Как будет показано в разд. 8, случай дираковского и майорановского массового члена отличить от случая майорановского массового члена можно, в принципе, по осцилляциям нейтрино.

7. *CP*-ИНВАРИАНТНОСТЬ И СМЕШИВАНИЕ НЕЙТРИНО

Во всех трех рассмотренных выше схемах смешивания массивных нейтрино матрица смешивания  $U$  является в общем случае комплексной унитарной матрицей. В этом разделе мы рассмотрим вопрос о том, какие ограничения на матрицу смешивания вытекают из предположения о *CP*-инвариантности лагранжиана взаимодействия лептонов и нейтрино с промежуточными бозонами.

Начнем со случая смешивания нейтрино с дираковскими массами. Дираковское поле  $\psi(x)$  следующим образом преобразуется при *CP*-преобразовании:

$$U_{CP}\psi(x)U_{CP}^{-1} = \eta_{CP}\gamma_4 C\bar{\psi}^T(x'). \quad (81)$$

Здесь  $U_{CP}$  — оператор *CP*-сопряжения,  $x' = (-\vec{x}, ix_0)$ ,  $C$  — матрица зарядового сопряжения,  $\eta_{CP}$  — фазовый множитель. Используя (40), из (81) получаем также

$$U_{CP}\bar{\psi}(x)U_{CP}^{-1} = -\eta_{CP}^*\psi^T(x')C^{-1}\gamma_4. \quad (82)$$

С помощью (81) и (82) для левой и правой компонент поля  $\psi(x)$  находим

$$\left. \begin{aligned} U_{CP}\psi_{L,R}(x)U_{CP}^{-1} &= \eta_{CP}\gamma_4 C\bar{\psi}_{L,R}^T(x'), \\ U_{CP}\bar{\psi}_{L,R}(x)U_{CP}^{-1} &= -\eta_{CP}^*\psi_{L,R}^T(x')C^{-1}\gamma_4. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

Фаза дираковского поля ненаблюдаема. Это означает, что множитель  $\eta_{CP}$  в (81) и (82) не имеет физического смысла и может быть выбран произвольно. Полагая, что *CP*-фазовые множители полей нейтрино и лептонов одинаковы, получаем

$$U_{CP}\bar{\nu}_{kL}(x)\gamma_4 l_L(x)U_{CP}^{-1} = -\eta_k \bar{l}_L(x')\gamma_4 \nu_{kL}(x'), \quad (84)$$

где знаковый множитель  $\eta_k$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_k &= -1, \quad k = 1, 2, 3, \\ \eta_4 &= 1. \end{aligned}$$

Предположим теперь, что имеет место *CP*-инвариантность в лептонном секторе. Очевидно, что свободный лагранжиан нейтринных и лептонных полей, а также лагранжиан взаимодействия нейтрино и лептонов с *Z*-бозонами [см. выражения (20) и (37)] инвариантны относительно *CP*-преобразования. *CP*-инвариантность в лептонном секторе, следовательно, имеет место, если

$$U_{CP}\mathcal{L}_I^{\text{ch}}(x)U_{CP}^{-1} = \mathcal{L}_I^{\text{ch}}(x'), \quad (85)$$

где

$$\mathcal{L}_I^{\text{ch}} = \frac{ig}{2\sqrt{2}} \sum_{k,l} \bar{\nu}_{kL}\gamma_\alpha U_{lk}^* l_L W_\alpha + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \sum_{k,l} \bar{l}_L\gamma_\alpha U_{lk} \nu_{kL} \bar{W}_\alpha. \quad (86)$$



Здесь  $W_\alpha$  — поле заряженных промежуточных бозонов, а  $\bar{W}_\alpha = -W_\alpha^\dagger$ . Используя (84), а также учитывая, что

$$U_{CP} W_\alpha(x) U_{CP}^{-1} = -\eta_\alpha \bar{W}_\alpha(x'), \quad (87)$$

из (85) и (86) получаем

$$U_{lk} = U_{lk}^*. \quad (88)$$

Итак, если имеет место  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе, то матрицу смешивания нейтрино с дираковскими массами выбором произвольных  $CP$ -фазовых множителей полей нейтрино, лептонов и  $W$ -бозонов всегда можно сделать вещественной.

Перейдем теперь к рассмотрению смешивания нейтрино с майорановскими массами (майорановский, либо дираковский и майорановский массовые члены). Поле  $\chi_k(x)$  истинно нейтральных майорановских частиц следующим образом преобразуется при  $CP$ -преобразовании:

$$U_{CP} \chi_k(x) U_{CP}^{-1} = \eta_{CP}^k \gamma_4 \chi_k(x'), \quad (89)$$

где  $\eta_{CP}^k$  — фазовый множитель. Из (66) и (89) получаем

$$U_{CP} |p, r\rangle = \eta_{CP}^{k*} |p' - r\rangle,$$

где  $|p, r\rangle$  — вектор состояния майорановского нейтрино с импульсом  $p$  и спиральностью  $r$ ,  $p' = (-\vec{p}, ip_0)$ . Таким образом, множитель  $\eta_{CP}^{k*}$  представляет собой  $CP$ -четность частицы с майорановской массой  $m_k$ .

Нетрудно показать, что  $CP$ -четности частиц Майорана могут принимать значения  $\pm i$ . Действительно, учитывая, что  $C\gamma_4^T C^{-1} = -\gamma_4$ , из (89) имеем

$$U_{CP} C \bar{\chi}_k^T(x) U_{CP}^{-1} = -\eta_{CP}^{k*} \gamma_4 C \bar{\chi}_k^T(x'). \quad (90)$$

С другой стороны поля  $\chi_k(x)$  удовлетворяют условию Майорана

$$C \bar{\chi}_k^T(x) = \chi_k(x). \quad (91)$$

Сравнивая (91) и (90) с (89), получаем

$$\eta_{CP}^k = -\eta_{CP}^{k*}. \quad (92)$$

Отсюда следует, что

$$(\eta_{CP}^k)^2 = -1, \quad \eta_{CP}^k = \pm i. \quad (93)$$

Из предположения  $CP$ -инвариантности в лептонном секторе получим теперь ограничения на матрицу смешивания. Из (89) и (91) находим

$$U_{CP} \bar{\chi}_{kL}(x) U_{CP}^{-1} = -\eta_{CP}^{k*} \chi_{kL}^T(x') C^{-1} \gamma_4. \quad (94)$$

Произвольные фазовые множители  $\eta_{CP}$  дираковских полей удобно в данном случае выбрать равными  $i$ . Имеем

$$U_{CP} l_{L,R}(x) U_{CP}^{-1} = i \gamma_4 C \bar{l}_{L,R}^T(x'). \quad (95)$$

Из (94) и (95) получаем

$$U_{CP} \bar{\chi}_{hL}(x) \gamma_\alpha l_L(x) U_{CP}^{-1} = -i \eta_{CP}^{h*} \eta_\alpha \bar{l}_L(x') \gamma_\alpha \chi_{hL}(x'). \quad (96)$$

С помощью (87), (95) и (96) нетрудно показать, что из  $CP$ -инвариантности лагранжиана взаимодействия

$$\mathcal{L}_I^{\text{ch}} = \frac{ig}{2\sqrt{2}} \sum_{h,l} \bar{\chi}_{hL} \gamma_\alpha U_{lh}^* l_L W_\alpha + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \sum_{h,l} \bar{l}_L \gamma_\alpha U_{lh} \chi_{hL} \bar{W}_\alpha \quad (97)$$

следует [37, 38]:

$$i \eta_{CP}^{h*} U_{lh}^* = U_{lh}. \quad (98)$$

Запишем  $CP$ -четности частиц с майорановскими массами в виде

$$\eta_{CP}^h = i \eta_h.$$

Из (98) получаем

$$U_{lh} = U_{lh}^* \eta_h. \quad (99)$$

Итак, если имеет место  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе, то матрица смешивания нейтрино с майорановскими массами удовлетворяет соотношению (99). Подчеркнем, что соотношение (99) относится как к случаю майорановского массового члена ( $k$  принимает  $n$  значений), так и к случаю дираковского и майорановского массового члена ( $k$  принимает  $2n$  значений).

В отличие от дираковского случая относительные  $CP$ -четности майорановских нейтрино являются измеряемыми на опыте величинами. Мы покажем в дальнейшем, что  $\eta_h$  входят в амплитуду безнейтринного двойного  $\beta$ -распада.

В заключение рассмотрим вопрос о  $CP$ -инвариантности при смешивании нейтрино с майорановскими массами с другой точки зрения. Начнем с майорановского массового члена. При  $CP$ -преобразовании  $\nu_{iL}$  преобразуются как дираковские поля. Выбирая произвольную  $CP$ -фазу этих полей равной  $i$ , имеем

$$\left. \begin{aligned} U_{CP} \nu_{iL}(x) U_{CP}^{-1} &= i \gamma_4 C \bar{\nu}_{iL}^T(x'), \\ U_{CP} \bar{\nu}_{iL}(x) U_{CP}^{-1} &= i \nu_{iL}^T(x') C^{-1} \gamma_4. \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

С помощью (95) и (100) нетрудно убедиться в том, что лагранжиан слабого взаимодействия инвариантен относительно  $CP$ -преобразования.  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе имеет, следовательно, место при условии, что

$$U_{CP} \mathcal{L}^M(x) U_{CP}^{-1} = \mathcal{L}^M(x'), \quad (101)$$

где  $\mathcal{L}^M$  — майорановский массовый член [см. выражение (59)]. Из (59), (100) и (101) получаем

$$M^+ = M. \quad (102)$$

Учитывая, что  $M^T = M$ , имеем

$$M^* = M. \quad (103)$$

Таким образом, из  $CP$ -инвариантности лагранжиана рассматриваемой нами системы следует, что майорановскую массовую матрицу  $M$  выбором произвольных  $CP$ -фазовых множителей полей  $\nu_{iL}$  всегда можно сделать вещественной.

Приведем теперь матрицу  $M$  к диагональному виду. Для симметричной вещественной матрицы имеем

$$M = Om'O^T, \quad (104)$$

где  $O$  — ортогональная матрица ( $O^T O = 1$ ),  $m'_{ik} = m'_k \delta_{ik}$ ,  $m'_k$  —  $k$ -е собственное значение матрицы  $M$ . Значения  $m'_k$  могут быть как положительными, так и отрицательными. Запишем

$$m'_k = m_k \rho_k. \quad (105)$$

Подставляя (105) в (104), нетрудно привести массовую матрицу к виду (61):

$$M = (U^+)^T m U^+, \quad (106)$$

где матрица смешивания  $U$  дается выражением

$$U_{ik} = e^{-i \frac{\pi}{4} (\rho_k - 1)} O_{ik}. \quad (107)$$

Итак, если имеет место  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе, то матрица смешивания нейтрино имеет вид (107). Фазы элементов матрицы смешивания равны 0 ( $\rho_k = 1$ ), либо  $\pi/2$  ( $\rho_k = -1$ ). Из (107) получаем

$$U_{ik}^* = U_{ik} \rho_k. \quad (108)$$

Сравнивая (99) и (108), мы заключаем, что

$$\eta_k = \rho_k. \quad (109)$$

Таким образом,  $CP$ -четность поля нейтрино с майорановской массой  $m_k$  равна [37, 38]:

$$\eta_{CP}^k = i \rho_k. \quad (110)$$

В заключение несколько слов о  $CP$ -инвариантности в случае дираковского и майорановского массового члена. Если выбрать произвольные  $CP$ -фазовые множители токовых левых полей  $\nu_{iL}$  и правых полей  $\nu_{iR}$  одинаковыми и равными  $i$ , то очевидно, что в этом случае

$2n \times 2n$ -матрица  $M$  в выражении (72) будет вещественной. Унитарная матрица смешивания имеет при этом вид (107), а  $CP$ -четности майорановских полей даются (110) ( $k = 1, 2, \dots, 2n$ ).

## 8. СМЕШИВАНИЕ ДВУХ ПОЛЕЙ НЕЙТРИНО С МАЙОРАНОВСКИМИ МАССАМИ

Полезно рассмотреть простейший случай смешивания двух полей нейтрино с майорановскими массами. Мы показали в предыдущих разделах, что такое смешивание возникает как для майорановского, так и для дираковского и майорановского массовых членов. Рассмотрим вначале майорановский массовый член. Для двух типов нейтрино (скажем,  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ ) массовый член имеет вид

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{(\nu'_L)^c} M \nu'_L + \text{h. c.}, \quad (111)$$

где  $\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \end{pmatrix}$ , а

$$M = \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{\mu e} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} \end{pmatrix}. \quad (112)$$

Предположим, что имеет место  $CP$ -инвариантность в лептонном секторе. В этом случае, как показано в предыдущем разделе,  $M^* = M$  и, следовательно, параметры  $m_{ee}$ ,  $m_{\mu\mu}$  и  $m_{\mu e}$  вещественны. Отметим, что выражение (111) было впервые получено и подробно проанализировано В. Н. Грибовым и Б. М. Понтекорво [7].

Проведем теперь стандартную процедуру диагонализации массовой матрицы. Имеем

$$M = O m' O^T, \quad (113)$$

где  $O$  — ортогональная матрица  $m'_{ik} = m'_k \delta_{ik}$ ,  $m'_k$  —  $k$ -е собственное значение матрицы  $M$  ( $i, k = 1, 2$ ). Получаем

$$m'_{1,2} = \frac{1}{2} (m_{ee} + m_{\mu\mu} \pm \sqrt{(m_{ee} - m_{\mu\mu})^2 + 4m_{\mu e}^2}). \quad (114)$$

Далее ортогональная  $2 \times 2$ -матрица имеет следующий общий вид:

$$O = \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix}. \quad (115)$$

Подставляя (115) в (113), получаем

$$\left. \begin{aligned} m_{ee} &= \sin^2 \theta m'_1 + \cos^2 \theta m'_2; \\ m_{\mu\mu} &= \cos^2 \theta m'_1 + \sin^2 \theta m'_2; \\ 2m_{\mu e} &= \sin 2\theta (m'_1 - m'_2). \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

С помощью (116) нетрудно показать, что

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2m_{\mu e}}{m_{\mu\mu} - m_{ee}}. \quad (117)$$

Для того чтобы однозначно определить угол  $\theta$ , помимо  $\operatorname{tg} 2\theta$  необходимо знать еще, например, знак  $\sin 2\theta$ . Из (114) и (116) находим

$$\sin 2\theta = \frac{2m_{\mu e}}{\sqrt{(m_{ee} - m_{\mu\mu})^2 + 4m_{\mu e}^2}}. \quad (118)$$

Далее запишем

$$m'_k = m_k \rho_k, \quad (119)$$

где  $m_k = |m'_k|$ ,  $\rho_k = \pm 1$ .

Подставляя (113) в (111), для массового члена получаем

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\chi}_k \chi_k, \quad (120)$$

где

$$\chi_k = (O^T v'_L)_k + \rho_k (O^T v'_L)^c. \quad (121)$$

Очевидно, что поля  $\chi_k$  удовлетворяют следующему условию Майорана:

$$\chi_k^c = C \bar{\chi}_k^{-T} = \rho_k \chi_k. \quad (122)$$

С помощью (115) и (121) находим

$$\left. \begin{aligned} v_{eL} &= \sin \theta \chi_{1L} - \cos \theta \chi_{2L}, \\ v_{\mu L} &= \cos \theta \chi_{1L} + \sin \theta \chi_{2L}. \end{aligned} \right\} \quad (123)$$

Итак, в рассматриваемом случае смешивания двух полей матрица смешивания нейтрино является вещественной ортогональной матрицей. При этом, как видно из (122), величины  $\rho_k$ , определяющие  $CP$ -четности майорановских полей  $\chi_k$  ( $\eta_{CP}^k = i\rho_k$ ), входят в условие Майорана. Можно показать [38], что это утверждение справедливо и в общем случае смешивания  $n$  полей Майорана.

Рассмотрим теперь простейший дираковский и майорановский массовый член

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} (\bar{n}_L)^c M n_L + \text{h. c.} \quad (124)$$

Здесь

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}, \quad n_L = \begin{pmatrix} v_L \\ (v_R)^c \end{pmatrix}, \quad (125)$$

где  $v_L$  — поле активного нейтрино ( $v_e$  либо  $v_\mu \dots$ ),  $v_R$  — поле стерильного нейтрино, а  $m_L$ ,  $m_R$  и  $m_D$  — параметры (вещественные в рассматриваемом случае  $CP$ -инвариантности).

Из изложенного выше очевидно, что

$$\left. \begin{aligned} v_L &= \sin \theta \chi_{1L} - \cos \theta \chi_{2L}; \\ (v_R)^c &= \cos \theta \chi_{1L} + \sin \theta \chi_{2L}, \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

где угол смешивания  $\theta$  дается выражением

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L}, \quad (127)$$

а  $\chi_1$  и  $\chi_2$  — поля нейтрино с майорановскими массами

$$m_{1,2} = \rho_{1,2} \frac{1}{2} (m_R + m_L \pm \sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2})$$

[множитель  $\rho_k$  равен 1 (−1), если выражение в круглых скобках положительно (отрицательно)].

Отметим, что общие формулы этого раздела были использованы для получения различных представляющих интерес с физической точки зрения предельных случаев [39—41].

## 9. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО

Если массы нейтрино отличны от нуля и имеет место смешивание, то в пучках нейтрино (антинейтрино) возникнут осцилляции. В этом разделе мы подробно рассмотрим это явление.

Предположим вначале, что число массивных нейтрино совпадает с числом токовых нейтрино. В предыдущих разделах было показано, что это имеет место в случае дираковского либо майорановского массовых членов. Имеем при этом

$$v_{lL} = \sum_{k=1}^n U_{lk} v_{kL}, \quad l = e, \mu, \tau \dots, \quad (128)$$

$v_k$  — поле нейтрино с дираковской (либо майорановской) массой  $m_k$ , а  $U$  — унитарная  $n \times n$ -матрица смешивания.

Получим прежде всего векторы состояния участвующих в слабом взаимодействии (феноменологических) нейтрино и антинейтрино ( $v_e, v_\mu, v_\tau, \dots, \bar{v}_e, \bar{v}_\mu, \bar{v}_\tau \dots$ ) с определенным импульсом  $\vec{p}$ . Во всех практически интересных случаях  $|\vec{p}| \gg m_k$ . Предполагая также, что разности масс нейтрино  $v_k$  достаточно малы, из (128) находим

$$|v_l\rangle = \sum_{k=1}^n U_{lk}^* |k, L\rangle, \quad (129)$$

$$|\bar{v}_l\rangle = \sum_{k=1}^n U_{lk} |k, R\rangle, \quad (130)$$

где  $|k, L\rangle$  ( $|k, R\rangle$ ) — вектор состояния нейтрино (антинейтрино, либо в майорановском случае нейтрино) с массой  $m_k$  и отрицательной (положительной) спиральностью.

Если в процессе слабого взаимодействия (распад пиона,  $\beta$ -распады ядер и др.) образовался пучок нейтрино, то в начальный момент ( $t = 0$ ) вектор состояния нейтрино дается выражением (129). Очевидно, что в момент времени  $t$  состояние нейтрино описывается вектором

$$| \nu_l \rangle_t = e^{-iH_0 t} | \nu_l \rangle, \quad (131)$$

где  $H_0$  — свободный гамильтониан. Имеем

$$H_0 | k, L \rangle = E_k | k, L \rangle, \quad (132)$$

где  $E_k = \sqrt{m_k^2 + \vec{p}^2}$ .

С помощью (129), (131) и (132) получаем \*

$$| \nu_l \rangle_t = \sum_{k=1}^n e^{-iE_k t} U_{lk}^* | k, L \rangle. \quad (133)$$

Нейтрино регистрируются путем наблюдения слабых процессов. В слабых процессах участвуют феноменологические нейтрино  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \dots$ , векторы состояний которых даются (129). Разлагая вектор  $| \nu_l \rangle_t$  по полной системе векторов  $| \nu_{l'} \rangle$  и используя унитарность матрицы  $U$ , получаем

$$| \nu_l \rangle_t = \sum_{l'} | \nu_{l'} \rangle \left( \sum_{k=1}^n U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right). \quad (134)$$

Величина

$$\mathcal{A}_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = \sum_{k=1}^n U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \quad (135)$$

представляет собой, следовательно, амплитуду вероятности обнаружения  $\nu_{l'}$  через время  $t$  после рождения  $\nu_l$ .

Очевидно, что в случае рождения  $\bar{\nu}_l$  имеем

$$| \bar{\nu}_l \rangle_t = \sum_{l'} | \bar{\nu}_{l'} \rangle \mathcal{A}_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t), \quad (136)$$

где

$$\mathcal{A}_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t) = \sum_{k=1}^n U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \quad (137)$$

— амплитуда вероятности обнаружения  $\bar{\nu}_{l'}$  через время  $t$  после образования  $\bar{\nu}_l$ .

\* Можно показать [33], что в рассматриваемой нами здесь теории время жизни нейтрино на много порядков превосходит время жизни Вселенной. Нестабильность нейтрино мы, следовательно, учитывать не будем.

Если все массы нейтрино одинаковы, то из (135) и (137) очевидно, что

$$| \nu_l \rangle_t = e^{-iEt} | \nu_l \rangle \quad \text{и} \quad | \bar{\nu}_l \rangle_t = e^{-iEt} | \bar{\nu}_l \rangle.$$

Такой же вид имеют векторы состояния нейтрино и антинейтрино, если матрица смешивания диагональна (нет смешивания). Нас интересует случай разных масс и смешивания. Из (134), (136) следует, что в этом случае через время  $t$  после образования нейтрино (антинейтрино) **данного** типа вектор состояния системы представляет собой суперпозицию векторов состояния нейтрино (антинейтрино) **различных** типов. Вероятность обнаружения  $\nu_l$  ( $\bar{\nu}_l$ ) через время  $t$  после рождения  $\nu_l$  ( $\bar{\nu}_l$ ) соответственно равна

$$\left. \begin{aligned} P_{\nu_l, \nu_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^n U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right|^2, \\ P_{\bar{\nu}_l, \bar{\nu}_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^n U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \right|^2. \end{aligned} \right\} \quad (138)$$

Рассмотрим теперь случай дираковского и майорановского массового члена. В этом случае число нейтрино с определенными массами вдвое превышает число токовых нейтрино. Имеем

$$\nu_{lL} = \sum_{k=1}^{2n} U_{lk} \chi_{kL}, \quad (139)$$

$$(\nu_{lR})^c = \sum_{k=1}^{2n} U_{\bar{l}k} \chi_{kL}, \quad (140)$$

где  $U$  — унитарная  $2n \times 2n$ -матрица смешивания;  $\chi_k$  — поле нейтрино с майорановской массой  $m_k$ . Из (139) для векторов состояния токовых нейтрино  $\nu_l$  и антинейтрино  $\bar{\nu}_l$  с импульсом  $\vec{p}$  ( $|\vec{p}| \gg m_k$ ) получаем соответственно

$$\left. \begin{aligned} | \nu_l \rangle &= \sum_{k=1}^{2n} U_{lk}^* | k, L \rangle, \\ | \bar{\nu}_l \rangle &= \sum_{k=1}^{2n} U_{lk} | k, R \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

Здесь  $| k, L \rangle$  ( $| k, R \rangle$ ) — вектор состояния нейтрино с майорановской массой  $m_k$  и отрицательной (положительной) спиральностью.

Если в результате слабого распада образовался пучок  $\nu_l$ , ( $\bar{\nu}_l$ ), то через время  $t$  после рождения  $\nu_l$  ( $\bar{\nu}_l$ ) вектор состояния системы



дается соответственно

$$\left. \begin{aligned} | \nu_l \rangle_t &= \sum_{k=1}^{2n} e^{-iE_k t} U_{lk}^* | k, L \rangle, \\ | \bar{\nu}_l \rangle_t &= \sum_{k=1}^{2n} e^{-iE_k t} U_{lk} | k, R \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (142)$$

Нас интересуют амплитуды вероятности обнаружения в пучке, описываемом вектором  $| \nu_l \rangle_t$  ( $| \bar{\nu}_l \rangle_t$ ), нейтрино (антинейтрино) различных типов. Для того чтобы найти эти величины, вектор  $| \nu_l \rangle_t$  ( $| \bar{\nu}_l \rangle_t$ ) следует разложить по соответствующей полной системе. Из (141), однако, очевидно, что векторы  $| \nu_l \rangle$  ( $| \bar{\nu}_l \rangle$ ) не образуют полной системы.

Используя (140), получаем

$$\left. \begin{aligned} | \bar{\nu}_{lL} \rangle &= \sum_{k=1}^{2n} U_{lk}^* | k, L \rangle; \\ | \nu_{lR} \rangle &= \sum_{k=1}^{2n} U_{lk} | k, R \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (143)$$

где  $| \bar{\nu}_{lL} \rangle$  — вектор состояния  $\bar{\nu}_{lL}$  (антинейтрино с отрицательной спиральностью), а  $| \nu_{lR} \rangle$  — вектор состояния  $\nu_{lR}$  (нейтрино с положительной спиральностью). Эти частицы являются квантами правого поля  $\nu_{lR}(x)$ , которое не входит в стандартный гамильтониан слабого взаимодействия. Напомним, что такие нейтрино и антинейтрино называют стерильными [1].

Очевидно, что  $2n$  векторов  $| \nu_{l'} \rangle$ ,  $| \bar{\nu}_{l'L} \rangle$ ,  $| \bar{\nu}_{l'} \rangle$ ,  $| \nu_{l'R} \rangle$  образуют полную систему. С помощью (141) — (143) получаем

$$\left. \begin{aligned} | \nu_l \rangle_t &= \sum_{l'} | \nu_{l'} \rangle \left( \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right) + \\ &+ \sum_{l'} | \bar{\nu}_{l'L} \rangle \left( \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right); \\ | \bar{\nu}_l \rangle_t &= \sum_{l'} | \bar{\nu}_{l'} \rangle \left( \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \right) + \\ &+ \sum_{l'} | \nu_{l'R} \rangle \left( \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \right). \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

Итак, в рассматриваемом случае дираковского и майорановского массового члена через время  $t$  после рождения нейтрино  $\nu_l$  (антинейтрино  $\bar{\nu}_l$ ) вектор состояния системы представляет собой суперпозицию векторов состояния как активных нейтрино (антинейтрино), так и стерильных левых антинейтрино (правых нейтрино). Для

вероятностей переходов  $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$ ,  $\nu_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'L}$  за время  $t$  из (144) получаем

$$\left. \begin{aligned} P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right|^2, \\ P_{\bar{\nu}_{l'L}; \nu_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k} e^{-iE_k t} U_{lk}^* \right|^2. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

Для вероятностей переходов  $\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'}$  и  $\bar{\nu}_l \rightarrow \nu_{l'R}$  соответственно имеем

$$\left. \begin{aligned} P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \right|^2, \\ P_{\nu_{l'R}; \bar{\nu}_l}(t) &= \left| \sum_{k=1}^{2n} U_{l'k}^* e^{-iE_k t} U_{lk} \right|^2. \end{aligned} \right\} \quad (146)$$

Рассмотрим теперь выражения (138), (145), (146) для вероятностей переходов. Из (138) получаем

$$P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = \sum_{k,j} U_{l'k} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{lj} (e^{-i(E_k - E_j)t} - 1 + 1). \quad (147)$$

Нас интересует случай  $|\vec{p}| \gg m_k$ . Ограничиваясь линейными по  $m_k^2/\vec{p}^2$  членами, имеем

$$E_k - E_j \simeq (m_k^2 - m_j^2)/2E \quad (148)$$

( $E \simeq |\vec{p}|$ ). Далее, используя унитарность матрицы  $U$ , из (147) получаем

$$P_{\nu_{l'}; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) = \delta_{l'l} - 2 \operatorname{Re} \sum_{k>j} U_{l'k} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{lj} \left( 1 - e^{-i \frac{1}{2} \Delta_{kj} \frac{R}{E}} \right). \quad (149)$$

Здесь

$$\Delta_{kj} = m_k^2 - m_j^2, \quad (150)$$

а  $R = t$  — расстояние от источника до детектора нейтрино. Аналогично для вероятности перехода  $\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'}$  из (138) находим

$$P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l} \left( \frac{R}{E} \right) = \delta_{l'l} - 2 \operatorname{Re} \sum_{k>j} U_{l'k}^* U_{lk} U_{l'j} U_{lj}^* \left( 1 - e^{-i \frac{1}{2} \Delta_{kj} \frac{R}{E}} \right). \quad (151)$$

В выражениях (149) и (151)  $k$  и  $j$  меняются от 1 до  $n$ . Ясно, что в случае дираковского и майорановского массового члена вероятности переходов  $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$  и  $\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'}$  даются выражениями (149) и (150), в которых, однако,  $k$  и  $j$  меняются от 1 до  $2n$ . Выражения для вероятностей переходов  $\nu_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'L}$  и  $\bar{\nu}_l \rightarrow \nu_{l'R}$  могут быть получены из (149) и (151), если заменить  $U_{l'k} \rightarrow U_{l'k}$ ,  $U_{l'j} \rightarrow U_{l'j}$  и опустить  $\delta_{l'l}$ .

Итак, как видно из (149) и (151), вероятности переходов  $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$ ,  $\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'}$ , ... ,

- 1) представляют собой суммы периодических функций;
- 2) зависят от разностей квадратов масс нейтрино  $(m_j^2 - m_k^2)$ .

Из (149) и (151) очевидно, что если при всех значениях  $k$  и  $j$  выполняются неравенства

$$\frac{E}{R} \gg (m_k^2 - m_j^2), \quad (152)$$

то при этом  $P_{\nu_{l'}; \nu_l} = P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l} = \delta_{l'l}$ . Таким образом, если для всех характерных для данного опыта  $E$  и  $R$  выполняются неравенства (152), то осцилляции нейтрино в таком эксперименте наблюдаться не будут. Для наблюдения осцилляций необходимо, чтобы по крайней мере одна разность квадратов масс нейтрино была порядка или больше  $E/R$ .

В следующем разделе с помощью общих формул (149) и (151) будут найдены выражения для вероятностей переходов в простейших случаях осцилляций между двумя и тремя типами нейтрино. Этот раздел мы закончим следующими замечаниями:

1. Сравнивая (135) и (137), мы заключаем, что

$$\mathcal{A}_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = \mathcal{A}_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t).$$

Таким образом, в общем случае имеем [42]

$$P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t).$$

Очевидно, что это соотношение является следствием  $CPT$ -инвариантности.

В случае  $CP$ -инвариантности в лептонном секторе имеют место также соотношения

$$P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t). \quad (153)$$

В справедливости этих соотношений нетрудно убедиться с помощью (88) (дираковские массы) и (99) (майорановские массы).

2. Суммируя (147) по  $l'$  и используя унитарность матрицы смешивания, получаем

$$\sum_{l'} P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) = 1. \quad (154)$$

Аналогично имеем

$$\sum_{l'} P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t) = 1. \quad (155)$$

Для дираковского и майорановского массового члена из унитарности  $2n \times 2n$ -матрицы смешивания следует, что

$$\left. \begin{aligned} \sum_{l'} P_{\nu_{l'}; \nu_l}(t) + \sum_{l'} P_{\bar{\nu}_{l'L}; \nu_l}(t) &= 1, \\ \sum_{l'} P_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l}(t) + \sum_{l'} P_{\nu_{l'R}; \bar{\nu}_l}(t) &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (156)$$

3. Фазы дираковских полей ненаблюдаемы. Это означает, что только те фазы матрицы смешивания  $U^D$  являются физическими, которые нельзя устранить с помощью преобразования

$$U_{lk}^{D'} = e^{i\alpha_l} U_{lk}^D e^{-i\beta_k}, \quad (157)$$

где  $\alpha_l$  и  $\beta_k$  — произвольные параметры. В майорановские поля включить дополнительные фазовые множители нельзя. В случае майорановского массового члена физическими являются, следовательно, фазы матрицы смешивания  $U^M$ , которые нельзя устранить преобразованием

$$U_{lk}^{M'} = e^{i\alpha_l} U_{lk}^M. \quad (158)$$

Таким образом, в майорановском случае в матрицу смешивания входит больше фаз, чем в дираковском. Можно ли, имея в виду это различие, при изучении осцилляций нейтрино ответить на вопрос о том, какой частицей является нейтрино с определенной массой — дираковской или майорановской? Для того чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к выражениям (138). Очевидно, что вероятности переходов  $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$  и  $\bar{\nu}_l \rightarrow \bar{\nu}_{l'}$  не изменятся, если сделать замену

$$U_{lk} \rightarrow U'_{lk} = e^{i\alpha_l} U_{lk} e^{-i\beta_k}. \quad (159)$$

Сравнивая (157) и (158) с (159), мы заключаем, что дополнительные фазы матрицы смешивания, возникающие в майорановском случае, не входят в выражения для вероятностей переходов [43].

4. При анализе экспериментальных данных полученные выражения для вероятностей переходов следует усреднить по спектру нейтрино, размерам области, в которой рождаются нейтрино, и др. Предположим, что при всех  $k \neq j$

$$\frac{R}{E} \gg \frac{1}{|m_k^2 - m_j^2|}.$$

При этом  $\exp \left[ -i \frac{1}{2} \Delta_{kj} R/E \right] \simeq 0$  и из (149) и (151) для усредненных вероятностей получаем

$$\bar{P}_{\nu_{l'}; \nu_l} = \bar{P}_{\bar{\nu}_{l'}; \bar{\nu}_l} = \delta_{l'l} - 2 \sum_{k>j} U_{l'k} U_{lk}^* U_{l'j}^* U_{lj} = \sum_k |U_{l'k}|^2 |U_{lk}|^2. \quad (160)$$

### 10. ОСЦИЛЛЯЦИИ МЕЖДУ ДВУМЯ И ТРЕМЯ ТИПАМИ НЕЙТРИНО

В этом разделе мы подробно рассмотрим простейшие случаи осцилляций между двумя и тремя типами нейтрино. Здесь будут получены стандартные выражения для вероятностей переходов, которые используются при анализе экспериментальных данных.

Начнем со смешивания двух типов нейтрино (см. разд. 8). Имеем в этом случае

$$\left. \begin{aligned} \nu_{lL} &= \sin \theta \nu_{1L} - \cos \theta \nu_{2L}, \\ \nu_{l'L} &= \cos \theta \nu_{1L} + \sin \theta \nu_{2L}, \end{aligned} \right\} \quad (161)$$

где  $l$  и  $l'$  принимают значения  $e$  и  $\mu$ , либо  $e$  и  $\tau$ , либо  $\mu$  и  $\tau$  и т. д.;  $\nu_1$  и  $\nu_2$  — поля нейтрино с массами  $m_1$  и  $m_2$ ;  $\theta$  — лептонный угол смешивания. Из общего выражения (149) для вероятностей переходов получаем

$$\left. \begin{aligned} P_{\nu_l; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos \frac{\Delta m^2 R}{2E} \right), \\ P_{\nu_l; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) &= P_{\nu_{l'}; \nu_{l'}} \left( \frac{R}{E} \right) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos \frac{\Delta m^2 R}{2E} \right), \end{aligned} \right\} \quad (162)$$

где  $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$ .

Выражения (162) записаны в системе единиц  $\hbar = c = 1$ . Если ввести соответствующим образом  $\hbar$  и  $c$ , то для вероятности перехода  $\nu_l \rightarrow \nu_{l'}$  получаем\*

$$P_{\nu_l; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos 2,54 \frac{\Delta m^2 R}{E} \right). \quad (163)$$

Здесь  $\Delta m^2$  — разность квадратов масс нейтрино в эВ<sup>2</sup>,  $R$  — расстояние от источника до детектора нейтрино в м,  $E$  — энергия нейтрино в МэВ.

Часто вводят длину осцилляций  $L$ . Имеем

$$P_{\nu_l; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left( 1 - \cos 2\pi \frac{R}{L} \right). \quad (164)$$

Сравнивая (162) и (164), мы заключаем, что длина осцилляций дается выражением

$$L = 4\pi E / \Delta m^2. \quad (165)$$

Отсюда находим, что

$$L \simeq 2,5 E / \Delta m^2, \quad (166)$$

где  $E$  — в МэВ, а  $\Delta m^2$  — в эВ<sup>2</sup>.

Длина осцилляций характеризует расстояние, на котором про-

\* Действительно, в СГС-системе для аргумента косинуса имеем

$$\frac{\Delta m^2 c^4 R}{2E\hbar c} \simeq 2,54 \cdot \frac{(\Delta m^2 c^4 / \text{эВ}^2)(R/\text{м})}{(E/\text{МэВ})}$$

исходит переход одного типа нейтрино в другой. Если  $L \gg R$ , то осцилляции не успевают произойти и  $P_{\nu_l; \nu_l} \simeq 0$ . Осцилляции нейтрино могут наблюдаться при условии, что

$$L \ll R. \tag{167}$$

Отметим, что, например, для  $\Delta m^2 = 1 \text{ эВ}^2$   $L = 2,5 \text{ м}$  при  $E = 1 \text{ МэВ}$  (реакторы),  $L = 25 \text{ м}$  при  $E = 10 \text{ МэВ}$  (мезонные фабрики),  $L = 2,5 \text{ км}$  при  $E = 1 \text{ ГэВ}$  (ускорители).

Выражения (162) и (163) широко используются при анализе данных опытов по поиску осцилляций нейтрино. Результаты анализа последних данных приведены в разд. 12.

Приведем теперь выражения для вероятностей переходов при смешивании трех типов нейтрино ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ). Из изложенного выше ясно, что в вероятности переходов как в случае дираковских, так и в случае майорановских масс входят элементы  $3 \times 3$ -матрицы смешивания, имеющей вид матрицы Кобаяши — Маскава (34). С помощью общей формулы (149) для вероятностей переходов  $\nu_e \rightarrow \nu_e$  и  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  получаем

$$P_{\nu_l; \nu_l} \left( \frac{R}{E} \right) = 1 - 2A_{21}^l \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{21} \frac{R}{E} \right) - 2A_{31}^l \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{31} \frac{R}{E} \right) - 2A_{32}^l \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{32} \frac{R}{E} \right). \tag{168}$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} A_{21}^e &= s_1^2 c_1^2 c_3^2, & A_{31}^e &= s_1^2 s_3^2 c_1^2, & A_{32}^e &= s_1^4 s_3^2 c_3^2; \\ A_{21}^\mu &= s_1^2 c_2^2 (c_1^2 c_2^2 c_3^2 + s_2^2 s_3^2 - 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta); \\ A_{31}^\mu &= s_1^2 c_2^2 (c_1^2 c_2^2 s_3^2 + s_2^2 c_3^2 + 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta); \\ A_{32}^\mu &= (c_1^2 c_2^2 c_3^2 + s_2^2 s_3^2 - 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta) (c_1^2 c_2^2 s_3^2 + s_2^2 c_3^2 + 2c_1 c_2 c_3 s_2 s_3 \cos \delta). \end{aligned} \right\} \tag{169}$$

Для вероятностей переходов  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  и  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  получаем соответственно

$$P_{\nu_e; \nu_\mu (\bar{\nu}_e; \bar{\nu}_\mu)} = 2s_1^2 c_1 c_2 c_3 \left[ c_1 c_2 c_3 \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{21} \frac{R}{E} \right) - s_2 s_3 \left( \cos \delta - \cos \left( \frac{1}{2} \Delta_{21} \frac{R}{E} \pm \delta \right) \right) \right] + 2s_1^2 s_3 c_1 c_2 \times \\ \times \left[ c_1 c_2 s_3 \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{31} \frac{R}{E} \right) + s_2 c_3 \left( \cos \delta - \cos \left( \frac{1}{2} \Delta_{31} \frac{R}{E} \pm \delta \right) \right) \right] - \\ - 2s_1^2 s_3 c_3 \left[ (s_3 c_1^2 c_2^2 c_3 - s_2^2 s_3 c_3) \left( 1 - \cos \frac{1}{2} \Delta_{32} \frac{R}{E} \right) + \right. \\ \left. + s_2 c_1 c_2 c_3^2 \left( \cos \delta - \cos \left( \frac{1}{2} \Delta_{32} \frac{R}{E} \pm \delta \right) \right) - \right. \\ \left. - s_2 s_3^2 c_1 c_2 \left( \cos \delta - \cos \left( \frac{1}{2} \Delta_{32} \frac{R}{E} \mp \delta \right) \right) \right]. \tag{170}$$

### 11. БЕЗНЕЙТРИННЫЙ ДВОЙНОЙ $\beta$ -РАСПАД

Если нейтрино с определенными массами — майорановские частицы, то становится возможным безнейтринный двойной  $\beta$ -распад

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^-. \quad (171)$$

Обнаружение этого процесса имело бы, следовательно, исключительно важное значение для выяснения природы нейтрино. В настоящее время ставятся многочисленные эксперименты по его поиску (см., например, [44]).

В этом разделе будут изложены основы теории безнейтринного двойного  $\beta$ -распада  $[(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада]\*. Для гамилтониана слабого взаимодействия мы примем стандартное выражение

$$\mathcal{H} = \frac{G}{\sqrt{2}} 2(\bar{e}_L \gamma_\alpha \nu_{eL}) j_\alpha + \text{h.c.} \quad (172)$$

( $j_\alpha$  — не меняющий странности адронный ток) и предположим при этом, что имеет место нейтринное смешивание

$$\nu_{eL} = \sum U_{ek} \chi_{kL}, \quad (173)$$

где  $\chi_k$  — поле нейтрино с майорановской массой  $m_k$ ;

$U$  — нейтринная матрица смешивания; индекс  $k$  меняется от 1 до  $n$  для майорановского массового члена и от 1 до  $2n$  для дираковского и майорановского массового члена.

Очевидно, что распад (171) является процессом второго порядка по  $G$ . Диаграмма процесса представлена на рис 1.

Для вычисления матричного элемента  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада необходимо найти пропагатор

$$\overline{\nu_{eL}(x_1)} \nu_{eL}^T(x_2) = \sum_{i, k} U_{ei} U_{ek} \frac{1 + \gamma_5}{2} \overline{\chi_i(x_1)} \chi_k^T(x_2) \frac{1 + \gamma_5^T}{2}. \quad (174)$$

Очевидно, что для полей с дираковскими массами свертка (174) равна нулю. Для майорановских полей  $\chi_k(x)$  из условия Майорана (77) следует, что

$$\overline{\nu_{eL}(x_1)} \nu_{eL}^T(x_2) = \frac{i}{(2\pi)^4} \sum_k U_{ek}^2 m_k \int \frac{e^{iq(x_1 - x_2)}}{q^2 + m_k^2} dq \frac{1 + \gamma_5}{2} C. \quad (175)$$

Используя это выражение, для матричного элемента  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада

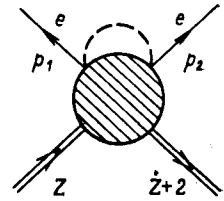


Рис. 1. Диаграмма безнейтринного двойного  $\beta$ -распада

\* Более подробно см., например, [45].

получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \langle p_1 p_2 f | S^{(2)} | i \rangle = & - \left( \frac{G}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{4p_{10}p_{20}}} \sum_k U_{ek}^2 m_k \bar{u}(p_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \times \\ & \times \gamma_\beta \bar{C} u^T(p_2) \int e^{-ip_1 x_1 - ip_2 x_2} \left( \frac{-i}{(2\pi)^4} \int \frac{e^{iq(x_1 - x_2)} dq}{q^2 + m_k^2} \right) \times \\ & \times \langle f | T(J_\alpha(x_1) J_\beta(x_2)) | i \rangle dx_1 dx_2 - (p_1 \rightleftharpoons p_2). \end{aligned} \quad (176)$$

Здесь  $p_1$  и  $p_2$  — импульсы конечных электронов,  $J_\alpha(x)$  — слабый адронный ток в представлении Гейзенберга,  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  — векторы состояния начального и конечного ядер. Второй член в (176) возникает вследствие тождественности электронов. Нетрудно видеть, что он совпадает с первым членом.

Как видно из (176), амплитуда  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада обращается в нуль при равных нулю майорановских массах  $m_k$ . Отметим, что это является следствием общей теоремы об эквивалентности (в случае  $V - A$ -взаимодействия) теории с безмассовыми майорановскими нейтрино и теории с безмассовыми дираковскими нейтрино [46].

Далее проведем в (176) интегрирование по временным переменным  $x_{10}$  и  $x_{20}$ . Получим

$$\begin{aligned} \langle p_1 p_2 f | S^{(2)} | i \rangle = & i \left( \frac{G}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{4p_{10}p_{20}}} \sum_k U_{ek}^2 m_k \bar{u}(p_1) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \times \\ & \times \gamma_\beta \bar{C} u^T(p_2) \int e^{-i\vec{p}_1 \vec{x}_1 - i\vec{p}_2 \vec{x}_2} \left( \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{e^{i\vec{q}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)} d\vec{q}}{q_{0k}} \right) \times \\ & \times \sum_n \left[ \frac{\langle f | J_\alpha(\vec{x}_1) | n \rangle \langle n | J_\beta(\vec{x}_2) | i \rangle}{E_n + q_{0k} + p_{20} - E_i} + \frac{\langle f | J_\beta(\vec{x}_2) | n \rangle \langle n | J_\alpha(\vec{x}_1) | i \rangle}{E_n + q_{0k} + p_{10} - E_i} \right] d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 \times \\ & \times 2\pi \delta(E_f + p_{10} + p_{20} - E_i), \end{aligned} \quad (177)$$

где  $q_{0k} = \sqrt{q^2 + m_k^2}$ ;  $|n\rangle$  — вектор состояния промежуточного ядра;  $E_i$  и  $E_f$  — энергии начального и конечного ядер.

Выражение (177) является точным (во втором порядке по  $G$ ). Обычно делаются следующие приближения [45]:

1. Энергии промежуточных состояний заменяются средней энергией ( $E_n \rightarrow \langle E_n \rangle$ ). Это позволяет просуммировать в (177) по полной системе состояний  $|n\rangle$  (приближение полноты).

2.  $e^{i\vec{p}_1 \vec{x}_1 + i\vec{p}_2 \vec{x}_2} \rightarrow 1$  (длинноволновое приближение). Возможность такой замены обусловлена малостью  $p_{1,2}R$  ( $R$  — радиус ядра).

3. Для оператора тока принимается нерелятивистское выражение

$$J_\alpha(\vec{x}) = \sum_n (\tau_+)_n (\delta_{\alpha 4} + i g_A \delta_{\alpha k} (\sigma_k)_n) \delta(\vec{x} - \vec{x}_n), \quad (178)$$



где суммирование проводится по всем нуклонам ядра,  $g_A \simeq 1,25$  — аксиальная константа (матрицы  $\tau_+$  действуют на изотопические переменные,  $\sigma_k$  — на спиновые переменные).

Из (178) следует, что

$$J_\alpha(\vec{x}_1) J_\beta(\vec{x}_2) = J_\beta(\vec{x}_2) J_\alpha(\vec{x}_1) \quad (179)$$

Далее запишем

$$\gamma_\alpha \gamma_\beta = \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} (\gamma_\alpha \gamma_\beta - \gamma_\beta \gamma_\alpha). \quad (180)$$

Очевидно, что второй член в (180) не дает вклада в матричный элемент  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада. Пренебрегая отдачей конечного ядра, получаем

$$\begin{aligned} \langle p_1 p_2 f | S^{(2)} | i \rangle &= \frac{i}{2(2\pi)^3} \left( \frac{G}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{p_{10} p_{20}}} \left( \sum_k U_{ek}^2 m_k \right) \times \\ &\times \frac{1}{R} \bar{u}(p_1) (1 - \gamma_5) C \bar{u}^T(p_2) (M_F - g_A^2 M_{GT}) \delta(p_{10} + p_{20} + M_f - M_i). \end{aligned} \quad (181)$$

Здесь  $M_i$  и  $M_f$  — массы начального и конечного ядер, а

$$\left. \begin{aligned} M_F &= \langle \psi_f | \sum_{n,m} h(|\vec{x}_n - \vec{x}_m|; m_k) (\tau_+)_n (\tau_+)_m | \psi_i \rangle, \\ M_{GT} &= \langle \psi_f | \sum_{n,m} h(|\vec{x}_n - \vec{x}_m|; m_k) (\tau_+)_n (\tau_+)_m \vec{\sigma}_n \vec{\sigma}_m | \psi_i \rangle \end{aligned} \right\} \quad (182)$$

— соответственно фермиевский и гамов-теллеровский матричные элементы. В выражении (182)

$$h(x; m_k) = \frac{R}{x} e^{-m_k x}. \quad (183)$$

Если массы майорановских нейтрино достаточно малы ( $\ll 1$  МэВ) то

$$h \simeq R/x.$$

В этом случае майорановские массы входят в матричный элемент  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада в виде

$$\langle m \rangle = \sum_k U_{ek}^2 m_k. \quad (184)$$

Из (181) для полной вероятности безнейтринного двойного  $\beta$ -распада получаем

$$\begin{aligned} \Gamma_{0\nu} &= \frac{1}{2} \frac{G^4 m_e^5}{(2\pi)^5} |\langle m \rangle|^2 \frac{1}{R^2} |M_F - g_A^2 M_{GT}|^2 F^2(Z) \times \\ &\times \frac{1}{15} (\epsilon_0^5 + 10\epsilon_0^4 + 40\epsilon_0^3 + 60\epsilon_0^2 + 30\epsilon_0). \end{aligned} \quad (185)$$

Здесь  $\epsilon_0 = \frac{M_i - M_f - 2m_e}{m_e}$  ( $m_e$  — масса электрона), а

$$F(Z) = \frac{2\pi\alpha(Z+2)}{1 - \exp[-2\pi\alpha(Z+2)]}$$

— кулоновский ферми-множитель.

Выражение (185) используется при анализе экспериментальных данных. Как видно из этого выражения, данные опыта позволяют получить информацию о величине  $|\langle m \rangle|$ . В следующем разделе мы приведем полученные в настоящее время верхние ограничения на значения этой величины.

Особый интерес для  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада представляет случай  $CP$ -сохранения в лептонном секторе. Как показано в разд. 7, матрица смешивания удовлетворяет при этом соотношению

$$U_{ek} = U_{ek}^* \eta_k, \quad (186)$$

где  $\eta_k^{CP*} = -i\eta_k$  —  $CP$ -четность нейтрино с майорановской массой  $m_k$ . Для  $\langle m \rangle$  из (186) получаем [37, 38]:

$$\langle m \rangle = \sum_k |U_{ek}|^2 m_k \eta_k. \quad (187)$$

Как видно из (187), в амплитуде  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада возможна компенсация вкладов нейтрино с различными массами. Такую возможность важно учитывать при совместном анализе данных опытов по поиску  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада и данных экспериментов по измерению  $\beta$ -спектра трития.

## 12. ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗЫ СМЕШИВАНИЯ НЕЙТРИНО

**1. Опыты по поиску осцилляций нейтрино.** Проверка гипотезы смешивания нейтрино с дираковскими, либо майорановскими массами является одной из наиболее актуальных задач современной физики слабого взаимодействия. Во многих лабораториях мира ставятся различные опыты по поиску эффектов, которые могли бы быть обусловлены смешиванием массивных нейтрино. Мы обсудим вначале результаты последних экспериментов по поиску осцилляций нейтрино.

Существуют два типа опытов по поиску осцилляций нейтрино. В опытах первого рода на некотором расстоянии от источника нейтрино данного типа  $\nu_l$  ( $l = e, \mu$ ) ищутся нейтрино другого типа  $\nu_{l'}$  ( $l' = e, \mu, \tau$ ;  $l' \neq l$ ). Обнаружение таких нейтрино было бы свидетельством в пользу осцилляций  $\nu_l \rightleftharpoons \nu_{l'}$ . В экспериментах второго рода на некотором расстоянии от источника нейтрино данного типа регистрируются нейтрино того же типа. Если зарегистрированный в таких опытах поток нейтрино окажется меньше ожидаемого в отсутствие осцилляций потока, то это будет свидетельством в пользу

осцилляций  $\nu_l \rightleftharpoons \nu_x$  ( $\nu_x$  — активное, либо стерильное нейтрино).

Данные экспериментов обычно анализируются в простейшем предположении осцилляций между двумя типами нейтрино (анти-нейтрино). Выражения для вероятностей переходов в этом случае были получены в разд. 10 [см. (162), (163)]. Из этих выражений очевидно, что при достаточно большом значении параметра  $\sin^2 2\theta$  ( $\theta$  — угол смешивания) для наблюдения осцилляций необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$\Delta m^2 \gg E/R, \tag{188}$$

где  $\Delta m^2 = |m_1^2 - m_2^2|$  — разность квадратов масс нейтрино в эВ<sup>2</sup>,  $E$  — энергия нейтрино в МэВ,  $R$  — расстояние от источника до детектора в м. Из (188) следует, что параметр

$$(\Delta m^2)_0 = E/R$$

качественно характеризует чувствительность опыта по поиску осцилляций нейтрино [14] (чем меньше этот параметр, тем при меньших значениях  $\Delta m^2$  могут наблюдаться осцилляции в данном опыте). В табл. 3 приведены характерные значения параметра  $(\Delta m^2)_0$  для

Таблица 3. Значения параметра  $(\Delta m^2)_0$ , качественно характеризующего чувствительность опытов по поиску осцилляций нейтрино.  $E$  и  $R$  — характерное значение энергии нейтрино и характерное расстояние от источника до детектора

Источник нейтрино	$E$ , МэВ	$R$ , м	$(\Delta m^2)_0$ , эВ <sup>2</sup>
Реактор	1	10 <sup>2</sup>	10 <sup>-2</sup>
Мезонная фабрика	10	10 <sup>3</sup>	10 <sup>-1</sup>
Ускоритель высоких энергий	10 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>	1
Космические лучи	10 <sup>4</sup>	10 <sup>7</sup>	10 <sup>-3</sup>
Солнце	1	10 <sup>11</sup>	10 <sup>-11</sup>

экспериментов с нейтрино от различных источников.

Обсудим вначале результаты последних реакторных опытов. Реактор является интенсивным источником электронных антинейтрино малых энергий ( $\ll 10$  МэВ). Антинейтрино регистрируются с помощью наблюдения обратного  $\beta$ -распада

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \tag{189}$$

на различных расстояниях от реактора.

В течение последних четырех лет группа Мёссбауэра проводит опыты по поиску осцилляций на реакторе в Гёсгене (Швейцария). Ранее измерения проводились на расстояниях 37,9 м [47] и 45,9 м [48] между центром активной зоны реактора и детектором. Недавно закончены измерения на расстоянии 64,7 м [49].

Детектор группы Мёссбауэра представляет собой сандвич из скintилляторов, которые являются мишенью и в которых регистрируются позитроны, и заполненных  $^3\text{He}$  пропорциональных камер, регистрирующих нейтроны. События отбираются по регистрации совпадений между  $e^+$  и  $n$ . Было зарегистрировано  $10\,930 \pm 220$  событий на расстоянии 37,9 м,  $10\,590 \pm 190$  событий на расстоянии 45,9 м и  $8785 \pm 325$  событий на расстоянии 64,7 м. На каждом из расстояний был измерен спектр позитронов от реакции (189).

Полученные данные анализировались двумя методами [49]. Первый метод состоял в сравнении данных на разных расстояниях. При

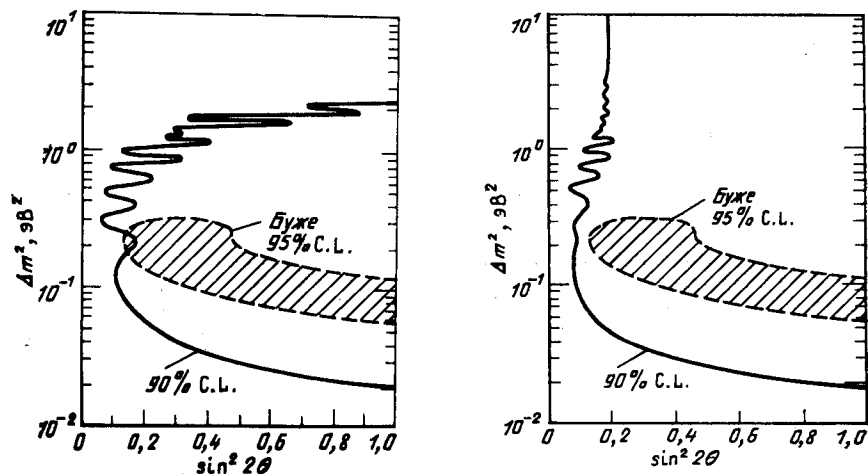


Рис. 2. Результаты анализа данных по поиску осцилляций  $\bar{\nu}_e \rightleftharpoons \bar{\nu}_x$  с реакторными антинейтрино:

сплошная кривая получена в результате анализа данных Гёсгена [49] на расстояниях 37,9; 45,9 и 64,7 м; справа от сплошной кривой — запрещенная данными Гёсгена область. Заштрихованная область получена из анализа данных Буже [52] (13,6 м и 18,3 м). Заштрихована область значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , разрешенная данными Буже

Рис. 3. Результаты анализа данных по поиску осцилляций реакторных антинейтрино. При анализе данных Гёсгена [49] использовалась информация о спектре начальных антинейтрино. Область значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , расположенная справа от сплошной кривой, исключается данными Гёсгена. Заштрихована область значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , разрешенная данными Буже [52]

этом не использовалась информация о спектре выходящих из реактора антинейтрино. Спектр начальных антинейтрино представлялся в виде

$$S(E) = \exp \left[ - \sum_{n=0}^2 A_n E^n \right],$$

где  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  — свободные параметры. Измеренные спектры позитронов на всех трех расстояниях хорошо описываются с помощью этих трех параметров, если не вводить при этом осцилляций ней-

трино. Если предположить, что осцилляции нейтрино имеют место, то из полученных данных могут быть найдены ограничения на возможные значения параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ . На рис. 2 представлены результаты анализа полученных на трех расстояниях данных. Область значений параметров  $\Delta m^2$ , в эВ<sup>2</sup>, и  $\sin^2 2\theta$ , расположенная справа от сплошной кривой, исключается на уровне достоверности 90 %.

Другой метод анализа данных Гёсгена состоял в использовании информации о спектре начальных антинейтрино. Основными делящимися изотопами реактора в Гёсгене являются <sup>235</sup>U, <sup>239</sup>Pu, <sup>238</sup>U, <sup>241</sup>Pu. Их вклады в мощность реактора составляют соответственно  $\simeq 60$ ,  $\simeq 28$ ,  $\simeq 7$ ,  $\simeq 5$  %. Спектры антинейтрино от распада осколков деления <sup>235</sup>U и <sup>239</sup>Pu были получены из измерений  $\beta$ -спектров, выполненных в [50]. Спектры антинейтрино от <sup>238</sup>U и <sup>241</sup>Pu взяты из расчетов [51]. Найденный таким способом спектр антинейтрино использовался при анализе полученных в Гёсгене на трех расстояниях данных. Результаты анализа представлены на рис. 3 (справа от сплошной кривой — запрещенная область значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ ). Из полученных в Гёсгене данных следует, что

$$\begin{aligned}\Delta m^2 &< 0,019 \text{ эВ}^2 \text{ при } \sin^2 2\theta = 1, \\ \sin^2 2\theta &< 0,18 \text{ при } \Delta m^2 \geq 5 \text{ эВ}^2.\end{aligned}$$

Итак, в экспериментах группы Мёссбуэра осцилляций нейтрино найдено не было. С другой стороны, группа, ведущая нейтринные эксперименты на реакторе в Буже (Франция), выступила недавно с утверждением о том, что ею получены указания в пользу осцилляций нейтрино [52].

В Буже и Гёсгене одинаковые реакторы. Детекторы обеих групп также практически одинаковы. Опыты в Буже проводились, однако, на расстояниях 13,6 и 18,3 м, меньших, чем в Гёсгене. Это позволило группе Буже получить существенно большую статистику, чем группе Гёсгена:  $39\,881 \pm 262$  событий на расстоянии 13,6 м и  $23\,345 \pm 310$  событий на расстоянии 18,3 м. Для отношения интегральных выходов реакции (189) на расстояниях 13,6 и 18,3 м (с учетом поправок на разницу в телесных углах, выгорание ядерного топлива и др.) найдено значение

$$Y_1/Y_2 = 1,102 \pm 0,014 \text{ (стат.)} \pm 0,028 \text{ (сист.)}.$$

Группа Буже интерпретирует полученные данные как указание в пользу осцилляций нейтрино. Для возможных значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  найдена область, заштрихованная на рис. 2 и 3.

Как видно из рис. 2, существует такая область разрешенных данными Буже значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  ( $\Delta m^2 \simeq 0,2$  эВ<sup>2</sup>,  $\sin^2 2\theta \simeq 0,2$ ), которая лежит вне сплошной кривой и, следовательно, не противоречит результатам, полученным из анализа данных измерений на трех расстояниях опыта в Гёсгене. Однако если при анализе данных Гёсгена используется информация о спектре началь-

ных антинейтрино, то в этом случае вся полученная группой Буже область значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  лежит внутри области, запрещенной данными Гёстгена.

Итак, опыты с реакторными антинейтрино не дают однозначного ответа на вопрос о том, имеют ли место осцилляции нейтрино. Такие эксперименты продолжаются. Отметим, что помимо Гёстгена и Буже реакторные нейтринные эксперименты проводятся также на Ровенской АЭС в СССР [53] и на реакторе Саванна-Ривер в США [54].

Перейдем теперь к обсуждению результатов последних экспериментов по поиску осцилляций на пучках нейтрино от ускорителей. Недавно были опубликованы результаты трех опытов инклюзивного типа по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_\tau$  [55—57]. Первые два эксперимента были выполнены в ЦЕРН, третий в Батавии. В этих опытах

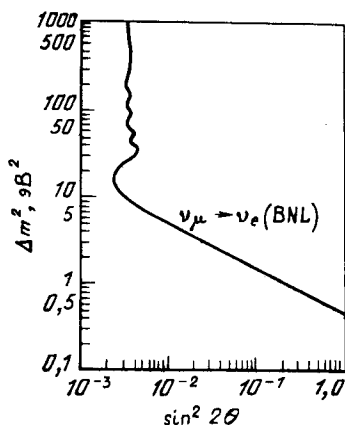
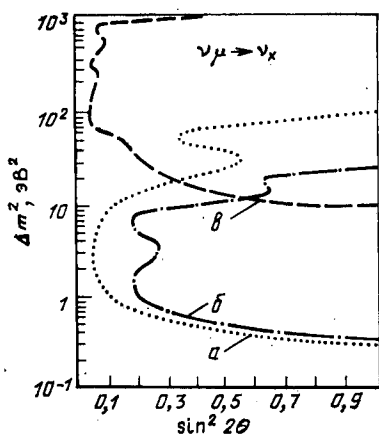


Рис. 4. Результаты анализа данных опытов с двумя детекторами по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_\tau$ . Исключены области значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , расположенные справа от кривых:

а — CDHS [55], б — CHARM [56]; в — CCFR [57]

Рис. 5. Область значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , запрещенная данными по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$ , полученными в BNL [58] (справа от кривой)

нейтринные события  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$  впервые регистрировались одновременно двумя детекторами. В опытах групп CDHS [55], CHARM [56], CCFR [57] детекторы располагались соответственно на следующих расстояниях от мишени: 130 и 885 м; 123 и 903 м; 715 и 1116 м. В ЦЕРН использовался пучок нейтрино относительно малых энергий (около 1 ГэВ). Нейтрино в Батавии обладали энергиями в интервале от 40 до 230 ГэВ.

Указаний в пользу осцилляций нейтрино в этих экспериментах получено не было. На рис. 4 приведены области значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , исключаемых данными опытов с двумя детекторами

(исключенные области справа от кривых). Из полученных данных следует, что при максимальном смешивании ( $\sin^2 2\theta = 1$ ) исключаются значения параметра  $\Delta m^2$  в интервалах

$$\begin{aligned} 0,26 &\leq \Delta m^2 \leq 90 \text{ эВ}^2, \text{ CDHS}; \\ 0,29 &\leq \Delta m^2 \leq 22 \text{ эВ}^2, \text{ CHARM}; \\ 15 &\leq \Delta m^2 \leq 1600 \text{ эВ}^2, \text{ CCFR}. \end{aligned}$$

Найдено также, что

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta &< 0,053, \Delta m^2 = 2,5 \text{ эВ}^2, \text{ CDHS}; \\ \sin^2 2\theta &< 0,20, \Delta m^2 \simeq 2 \text{ эВ}^2, \text{ CHARM}; \\ \sin^2 2\theta &< 0,002, \Delta m^2 \simeq 100 \text{ эВ}^2, \text{ CCFR}. \end{aligned}$$

Теперь мы приведем результаты последних опытов эксклюзивного типа по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$ . В эксперименте [58], выполненном на брукхейвском ускорителе (средняя энергия нейтрино около 1,5 ГэВ), на расстоянии около 100 м от мишени регистрировались квазиупругие процессы  $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$  и  $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$ . Из полученных данных было определено отношение потоков  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$  при различных энергиях нейтрино. Указаний в пользу осцилляций нейтрино в этом опыте найдено не было. Результаты анализа данных этого эксперимента представлены на рис. 5. Из этих данных следует, что при больших  $\Delta m^2$

$$\sin^2 2\theta < 3,4 \cdot 10^{-3}.$$

Если параметр  $\Delta m^2$  настолько мал, что  $\Delta m^2 R/E \ll 1$ , то из данных работы [58] следует

$$\Delta m^2 \sin 2\theta < 0,43 \text{ эВ}^2.$$

В эксперименте с двумя детекторами группы CHARM [56] наряду с процессом  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$  регистрировались также квазиупругие  $\nu_e$ -события. Целью этого опыта был поиск осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$ . Указаний в пользу осцилляций нейтрино найдено не было. Результаты анализа полученных данных представлены на рис. 6. Найдено, что

$$\begin{aligned} \Delta m^2 &< 0,20 \text{ эВ}^2 (\sin^2 2\theta \simeq 1), \\ \sin^2 2\theta &< 0,04 (\Delta m^2 \simeq 2 \text{ эВ}^2). \end{aligned}$$

Опыты по поиску осцилляций  $\bar{\nu}_\mu \simeq \bar{\nu}_e$  проводятся на мезонной фабрике в Лос-Аламосе [59]. Нейтрино в этих экспериментах образуются от распада оставшихся пионов ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ) и последующего распада  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ . Примесь  $\bar{\nu}_e$  в начальном пучке составляет  $\simeq 10^{-3}$ . Расстояние от мишени до детектора, в котором регистрировался процесс  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ , составляло  $\simeq 10$  м. Указаний в пользу осцилляций нейтрино в этом эксперименте также

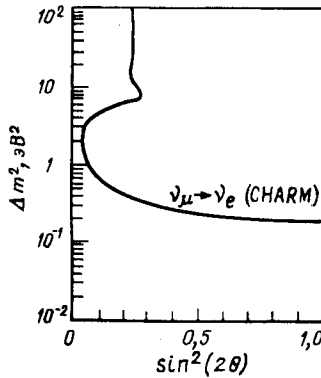


Рис. 6. Результаты анализа данных CHARM [60] по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$ . Справа от кривой — запрещенная область значений параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$

получено не было. Для параметров найдены следующие ограничения:

$$\Delta m^2 < 0,49 \text{ эВ}^2 \quad (\sin^2 2\theta \simeq 1),$$

$$\sin^2 2\theta < 0,028 \quad (\Delta m^2 \simeq 2 \text{ эВ}^2).$$

Наконец, эксперимент по поиску осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$  был закончен недавно в ЦЕРН на пузырьковой камере BEBC [60]. В этом эксперименте средняя энергия  $\nu_\mu \simeq 1$  ГэВ. Камера находилась на расстоянии 820 м от мишени. Искались электроны, которые могли бы появиться вследствие осцилляций  $\nu_\mu \rightleftharpoons \nu_e$ . Было наблюдеено 434 события  $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$  и 4 события  $\nu_e + N \rightarrow e^- + X$ ; все эти последние события могут быть объяснены примесью  $\nu_e$  в исходном пучке. Из полученных данных следует, что

$$\Delta m^2 < 0,14 \text{ эВ}^2 \quad (\sin^2 2\theta = 1),$$

$$\sin^2 2\theta < 0,02 \quad (\Delta m^2 \simeq 2,2 \text{ эВ}^2).$$

Итак, в настоящее время существует единственный эксперимент [52], авторы которого склонны рассматривать полученные данные как указание в пользу осцилляций нейтрино. Данные всех других групп позволяют получить только ограничения на возможные значения разности квадратов масс нейтрино  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ . Отметим, что эксперименты по поиску осцилляций нейтрино продолжают в большинстве нейтринных лабораторий мира.

В заключение несколько слов об опытах по поиску осцилляций с нейтрино от неземных источников. Недавно были опубликованы результаты двух таких экспериментов с атмосферными нейтрино (т. е. нейтрино от распада пионов, каонов и мюонов, образующихся при взаимодействии космических лучей в атмосфере Земли). В опыте Баксанской нейтринной лаборатории [61] регистрировались мюоны, образованные атмосферными нейтрино, идущими с противоположной



стороны Земли (расстояние около  $10^7$  м, средняя энергия нейтрино около 10 ГэВ). Для отношения  $r$  зарегистрированного потока  $\nu_\mu$  к ожидаемому потоку получено

$$r = 0,98 \pm 0,20.$$

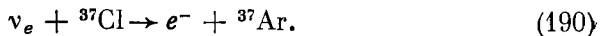
Из этих данных следует, что

$$\Delta m^2 < 6 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2 \quad (\sin^2 2\theta \simeq 1), \\ \sin^2 2\theta < 0,65 \quad (\text{большие } \Delta m^2).$$

Другой эксперимент с атмосферными нейтрино [62] был выполнен на детекторе IMB, предназначенном для поиска распада протона. В этом опыте сравнивались числа нейтрино, идущих (в одинаковом телесном угле) вверх и вниз. При максимальном смешивании данными этого эксперимента исключается следующая область значений параметра  $\Delta m^2$ :

$$2,2 \cdot 10^{-5} < \Delta m^2 < 11,2 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2.$$

Наконец, об опытах по регистрации нейтрино от Солнца. Солнечные нейтрино наблюдались пока только в эксперименте Дэвиса и др. [63]. Этот опыт основан на хлор-аргонном радиохимическом методе Понтекорво. Нейтрино от Солнца регистрируются по наблюдению реакции



Измеренный в опыте Дэвиса средний по результатам многолетних экспозиций поток солнечных нейтрино \*

$$\bar{I} = (2,1 \pm 0,3) \text{ SNU}.$$

С другой стороны, ожидаемый поток солнечных нейтрино [64]

$$I_0 = (7,9 \pm 1,5) \text{ SNU}.$$

Таким образом, наблюдаемый Дэвисом поток солнечных нейтрино существенно меньше ожидаемого потока. Осцилляции нейтрино были бы наиболее естественным объяснением этого расхождения. Хорошо известно, однако, что из опытов Дэвиса нельзя сделать определенных заключений об осцилляциях. Это связано с тем, что хлор-аргонный метод [из-за высокого порога реакции (190)] позволяет зарегистрировать только малую ( $\simeq 10^{-4}$ ) часть полного потока нейтрино. Поток таких нейтрино сильно зависит от температуры центральной области

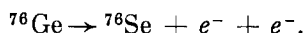
\*  $I$  — представляет собой произведение потока нейтрино на сечение процесса (190). Солнечная нейтринная единица определяется следующим образом:

$$\text{SNU} = 10^{-36} \frac{\text{событий } \nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}}{\text{атом } {}^{37}\text{Cl} \cdot \text{с}}.$$

Солнца и других параметров. Его надежное предсказание — весьма трудная задача. Отметим, что в настоящее время разработан галий-германиевый метод ( $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}$ ), который позволит зарегистрировать полный поток нейтрино от Солнца. Полный поток солнечных нейтрино может быть предсказан из общих термодинамических соображений.

**2. Опыты по поиску безнейтринного двойного  $\beta$ -распада.** Поиск безнейтринного двойного  $\beta$ -распада [ $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада] имеет исключительно важное значение для выяснения вопроса о том, какой частицей является нейтрино с определенной массой — дираковской или майорановской. До сих пор  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распад никем не наблюдался. В последние годы, однако, существенно увеличены нижние границы времен жизни  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада различных ядер.

Наибольший прогресс достигнут в экспериментах по поиску процесса



В этих опытах используются германиевые детекторы, обладающие хорошим энергетическим разрешением и  $4\pi$ -геометрией. Ищутся пики, отвечающие  $0^+ \rightarrow 0^+$ - и  $0^+ \rightarrow 2^+$ -переходам  ${}^{76}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}\text{Se}$  (соответственно 2040,7 и 1481,6 кэВ). В работах последнего времени были получены следующие ограничения на время жизни  $0^+ \rightarrow 0^+$ -перехода:  $T_{1/2} > 1,65 \cdot 10^{23}$  лет [65];  $T_{1/2} > 1,2 \cdot 10^{23}$  лет [66]. Из этих данных следует, что

$$|\langle m \rangle| < 4 \text{ эВ}$$

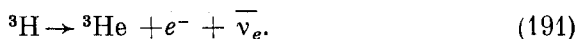
$\langle m \rangle = \sum_k U_{ek}^2 m_k \eta_k$ ). Переход  $0^+ \rightarrow 2^+$  возможен в случае, если в гамильтониан слабого взаимодействия входят правые токи. Для времени жизни  $0^+ \rightarrow 2^+$ -перехода  ${}^{76}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}\text{Se}$  в работе [66] получено  $T_{1/2} > 1,3 \cdot 10^{23}$  лет.

В настоящее время ведутся эксперименты по поиску  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада не только  ${}^{76}\text{Ge}$ , но и других ядер. В недавней работе Баксанской лаборатории [67] для времени жизни  ${}^{150}\text{Nd}$  получено следующее нижнее ограничение:

$$T_{1/2} > 2,3 \cdot 10^{21} \text{ лет.}$$

Опыты по поиску  $(\beta\beta)_{0\nu}$ -распада продолжают. Интенсивно развиваются новые методики [44]. Ожидается, что в ближайшие годы будет достигнут существенный прогресс в изучении этого исключительно важного с точки зрения проблемы массы нейтрино процесса.

**3. Прямые опыты по определению массы нейтрино ( $\beta$ -спектр трития).** Классический метод определения массы нейтрино состоит в прецизионном измерении жесткой части спектра электронов от распада



Спектр электронов в распаде (191) определяется статистическим весом и имеет вид

$$\frac{dN}{dE} = n(E) = C^2 p E p_\nu E_\nu F(E).$$

Здесь  $p$  и  $E$  — импульс и энергия электрона,  $C$  — константа,  $F(E)$  — кулоновская функция Ферми, а  $E_\nu = E_0 - E$ ,  $p_\nu = \sqrt{(E_0 - E)^2 - m_\nu^2}$  — энергия и импульс нейтрино [ $E_0$  — выделяемая в распаде (191) энергия].

Обычно строится функция Кёри

$$K(T) = \sqrt{\frac{n(E)}{pEF(E)}} = C \sqrt{(Q-T) \sqrt{(Q-T)^2 - m_\nu^2}}, \quad (192)$$

где  $T = E - m_e$  — кинетическая энергия электрона, а  $Q = E_0 - m_e$ . В распаде трития  $Q \simeq 18,58$  кэВ.

Если  $m_\nu = 0$ , то, как видно из (192), функция Кёри представляет собой прямую, пересекающую ось абсцисс в точке  $T_{\max} = Q$ . При  $m_\nu \neq 0$  функция Кёри в области  $Q - T \sim m_\nu$  отклоняется от прямой и пересекает ось абсцисс в точке  $T_{\max} = Q - m_\nu$ .

Измеряемый на опыте спектр электронов  $\tilde{n}(E)$  представляет собой свертку  $n(E)$  с функцией разрешения спектрометра  $R(E', E)$ :

$$\tilde{n}(E) = \int n(E') R(E', E) dE'.$$

Функция  $R(E', E)$  определяется в специальных калибровочных экспериментах.

В настоящее время ставятся свыше десяти экспериментов по прецизионному измерению спектра электронов от распада  $^3\text{H}$  с целью определения массы нейтрино. Огромный интерес к измерению массы нейтрино тритиевым методом несомненно связан с работой группы ИТЭФ [68]. Начиная с 1980 г., эта группа утверждает, что полученные ею данные свидетельствуют в пользу того, что масса нейтрино отлична от нуля. Из последних данных следует, что [69]

$$17 < m_\nu < 40 \text{ эВ}$$

В качестве мишени в эксперименте ИТЭФ используется соединение трития с валином ( $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{NO}_2$ ). Одна из проблем, возникающих при интерпретации полученных данных, связана с трудностью учета молекулярных эффектов, существенно влияющих на  $\beta$ -спектр трития в области, чувствительной к массе нейтрино. В настоящее время проводятся эксперименты, в которых используют самые разные мишени, в том числе молекулярный и атомарный тритий.

В 1986 г. опубликованы первые результаты новых экспериментов по измерению массы нейтрино [70]. Эти результаты приведены в табл. 4. Как видно из таблицы, данные всех групп, кроме группы

Таблица 4. Результаты опытов по измерению массы нейтрино тритиевым методом

Группа	Разрешение спектрометра, эВ	Мишень	$m_\nu$ , эВ (95% C.L.)
ИТЭФ	20	Валин—Т	17—40
Цюрих	27	С—Т	< 18
Токио	8—10	Органическая молекула—Т	< 33
Лос-Аламос	38	T <sub>2</sub>	< 27
Пекин	20	—	< 30

ИТЭФ, не исключают  $m_\nu = 0$  (приводятся верхние границы). Наиболее жесткое ограничение на массу нейтрино получено группой Цюриха

$$m_\nu < 18 \text{ эВ}$$

Отметим, что приведенные в табл. 4 границы на массу нейтрино получены с учетом возможных систематических ошибок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтекорво Б. М. // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 549—552; ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 247—249.
2. Goldhaber M., Grodzins L., Sunyar A. // Phys. Rev. 1958. Vol. 109. P. 1015—1017.
3. Ландау Л. Д. // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 407—410; Lee T. D., Yang C. N. // Phys. Rev. 1957. Vol. 105. P. 1957—1963; Salam A. // Nuovo cimento. 1957. Vol. 5. P. 229—232.
4. Понтекорво Б. М. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. С. 1717—1725.
5. Maki Z., Nakagawa M., Sakata S. // Prog. Theoret Phys. 1962. Vol. 28. P. 870—880.
6. Danby G., Gaillard J. M., Goulianos K. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1962. Vol. 9. P. 36—44.
7. Gribov V., Pontecorvo B. // Phys. Lett. 1969. Vol. 28B. P. 493—495.
8. Davis R., Evans J. C., Cleveland P. T. // Proc. of the Intern. Conf. «Neutrino-78», Purdue, 1978. P. 53—67.
9. Понтекорво Б. М. // Письма ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 281—283.
10. Bilenky S. M., Pontecorvo B. // Phys. Lett. 1976. Vol. B61. P. 248—250.
11. Fritsch M., Minkowsky P. // Phys. Lett. 1976. Vol. B62. P. 72—75.
12. Eliezer S., Swift A. // Nucl. Phys. 1976. Vol. B105. P. 45—51.
13. Bilenky S. M., Pontecorvo B. // Lett. Nuovo cimento. 1976. Vol. 17. P. 569—574.
14. Биленький С. М., Понтекорво Б. М. // УФН. 1977. Т. 123. С. 181—215.
15. Зельдович Я. Б., Хлопов М. Ю. // УФН. 1981. Т. 135. Вып. 1. С. 45—78; Fargion D., Mignani R. Preprint 370, Istituto di Fisica G. Marconi, Univ. di Roma. 1983. P. 1—160.
16. Kinnison W. W., Anderson H. L., Matis H. S. e.a. // Phys. Rev. 1982. Vol. 25. P. 2846—2868.
17. Bertl W. S., Egli R., Eichler R. e.a. // Nucl. Phys. 1985. Vol. B260. P. 1—15.

18. Azuelos G., Dopommier P., Leroy C. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 51. N 3. P. 164—167.
19. Bryman D. A., Clifford E. T. M., Leitch M. J. e.a. Preprint TRI-PP-85-14. 1985. P. 1—11.
20. Diamant-Berger A. M., Bloch B., Do-Duo G.//Phys. Lett. 1976. Vol. 62B. P. 485—490.
21. Bellotti E., Fiorini E., Ligouri C. e.a.//Phys. Lett. 1983. Vol. 121B. P. 72—76.
22. Hayes K. G., Perl M. L., Alam M. S. e.a.//Phys. Rev. 1982. Vol. 25. P. 2869—2886.
23. Feinberg G., Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1961. Vol. 6. P. 381—383.
24. Willes S. E., Huges V. W., Nemethy P. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 44. P. 522—525.
25. Bergsma F., Dorenbosch J., Jonker M. e.a.//Phys. Lett. 1983. Vol. 122B. P. 465—470.
26. Зельдович Я. Б.//ДАН АН СССР. 1952. Т. 86. С. 505—508.
27. Konopinsky E. J., Mahmoud M.//Phys. Rev. 1953. Vol. 92. P. 1045—1051.
28. Abela B., Backenstoss G., Kowald W. e.a.//Phys. Lett. 1980. Vol. 95B. P. 318—322.
29. Bilenky S. M., Pontecorvo B.//Phys. Lett. 1980. Vol. 95B. P. 233—235.
30. Glashow S. L.//Nucl. Phys. 1961. Vol. 22. P. 579—587; Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 19. P. 1264—1267; Salam A.//Proc. 8th Nobel Symp./Ed. N. Svartholm. Stockholm. 1968. P. 367.
31. Jarlskog C.//Proc. of the 1981 CERN-JINR School of Physico CERN Yellow Report 82-04. P. 63-95; Maiani L. CERN Yellow Report 78-20, 1976. P. 23—56; Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1978. С. 1—238; Bilenky S. M., Hasek J.//Phys. Repts. 1982. Vol. 90. N 2. P. 74—157.
32. Abers E. S., Lee B. W.//Phys. Repts. 1973. Vol. 9C. P. 1; Bernstein J.//Rev. Mod. Phys. 1974. Vol. 46. P. 7—48; Ellis J.//Proc. Summer Inst. on Particle Physics. SLAC Report N 245. 1978. P. 69—97.
- 33a. Kobayashi M., Maskawa K.//Prog. Theor. Phys. 1973. Vol 49. P. 652.
- 33b. Пегков С. Т.//ЯФ. 1977. Т. 25. С. 340. С. 698—706.
34. Majorana E.//Nuovo cimento. 1937. Vol. 14. P. 170—180.
35. Bilenky S. M., Hasek J., Petcov S. T.//Phys. Lett. 1980. Vol. 94B. P. 495—488.
36. Barger V., Langacker P., Leveille J. P., Pakvasa S.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 692—695; Кобзарев И. Ю., Мартемьянов Б. В., Окунь Л. Б., Щепкин М. Г.//ЯФ. 1980. Т. 32. С. 1590—1596; Schechter J., Valle J. W. F.//Phys. Rev. 1980. Vol. D22. P. 2227—2235.
37. Wolfenstein L.//Phys. Lett. 1981. Vol. 107B. P. 77—79.
38. Bilenky S. M., Nedelcheva N. P., Petcov S. T.//Nucl. Phys. 1984. Vol. B247. P. 61—69; Kayser B., Goldhaber A.//Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2341—2348.
39. Gell-Mann M., Ramond P. Slansky, Supergravity/Ed. P. van Nieuwenhuizen, O. Freedman. North Holland, 1979. P. 317—322.
40. Wolfenstein L.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B186. P. 147—153.
41. Биленький С. М., Понтекорво Б. М.//ЯФ. 1983. Т. 38. С. 415—419.
42. Cabibbo N.//Phys. Lett. 1978. Vol. 72B. P. 333—336.
43. Bilenky S. M., Hasek J., Petcov S. T.//Phys. Lett. 1980. Vol. 94B. P. 495—498; Doi M., Kotani H., Nishiura H. e.a.//Phys. Lett. 1981. Vol. 102. P. 323—326.
44. Caldwell D. O.//Proc. of the XXII Intern. Conf. on High Energy Physics, Leipzig, 1984. Vol. 1. P. 270—272.
45. Haxton W. C., Stephenson G. J.//Progres in Particle and Nuclear Physics. 1985. Vol. 12. P. 409—479.
46. Case K. M.//Phys. Rev. 1957. Vol. 107. P. 307—317; Ryan C., Okubo S.//Nuovo cimento Suppl. 1964. Vol. 2. P. 234—239.
47. Vuillemier J. L., Boehm F., Egger J.//Phys. Lett. 1982. Vol. 114B. P. 298—306.

48. Gabathuler K., Boehm F., Feilitzsch F. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 138B. P. 449—453.
49. Zacek V., Zacek G., Boehm F. e.a. Preprint SIN PR-85-11, 1985.
50. Feilitzsch F. V., Hahn A. A., Schreckenbach K. e.a.//Phys. Lett. 1982. Vol. 118B. P. 162—166.
51. Vogel P., Schenter G. K., Mann F. H., Schenter R. E.//Phys. Rev. 1981. Vol. C24. P. 1543—1553.
52. Cavaignac J. F., Hoummada A., Koang D. H. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 148B. P. 387—394.
53. Афонин А. И., Богатов С. А., Боровой А. А. и др.//Письма ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 361—363.
54. Baumann N.//Proc. of the Intern. Conf. «Neutrino-84» Purdue, 1984. P. 984—990.
55. Dydak F., Feldman G. J., Guyot C. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 134B. P. 281—286.
56. Bergama F., Dorenbosch J., Jonker H. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 142B. P. 103—110.
57. Stockdale I. E., Bodek A., Borcharding F. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 1384—1388.
58. Ahreno L. A., Azonson S. H., Connolly P. L. e.a.//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 2732—2736.
59. Wotschack J.//Proc. of the Intern. Conf. «Neutrino-84», 1984. P. 117—125.
60. Baldo-Ceolin M. Preprint INF-Padova. 1985. P. 1—12.
61. Болшев М. М., Буткевич А. В., Закидышев В. Н. и др.//ЯФ. 1981. Т. 34. С. 1418—1421.
62. Lo Secco J. M., Bionta R. M., Blewitt G. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2299—2301.
63. Davis J. Jr., Cleveland B. T., Rowley J. K.//Proc. of the Neutrino Mass Miniconference, Telemark, Wisconsin, 1980. P. 38—45.
64. Bahcall J. N., Lubow S. H., Walter F. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 945—948.
65. Bellotti E., Gremonesi O., Fiorini E. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 146. P. 450—456.
66. Caldwell D. O., Eisberg R. M., Grumm D. M. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 281—284.
67. Klimenko A. A., Pomansky A. A., Smolnikov A. A.//Proc. of the Intern. Conf. «Neutrino-84», 1984. P. 161—165.
68. Boris S., Golutvin A., Laptin L. e.a.//Proc. of the XXII Intern. Conf. on High Energy Physics, Leipzig. 1984. Vol. 1. P. 259—261.
69. Lubimov V.//Proc. Intern. Conf. «Neutrino-86», 1986.
70. Fackler O. Roc. of the XXI Intern. Conf. on High Energy Physics, Berkeley, 1986.