

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МОДЕЛИ КВАРКОВЫХ МЕШКОВ

П. Н. Боголюбов, А. Е. Дорохов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В обзоре представлено современное состояние модели мешков — составной кварковой модели адронов. Основным пунктом модели является представление о квазинезависимых кварках, движущихся в конечной замкнутой области пространства.

Дана развернутая характеристика дубненской формулировки модели, различных ее версий (МТИ, киральная модель и ряда других), отмечены наиболее перспективные направления развития. Подчеркнута роль симметричных и физических принципов, лежащих в основе модели, дан критический обзор массовых формул в модели, рассмотрены вопросы взаимоотношения модели мешков с солитоноподобными моделями (в частности, с моделью Скирма).

A review contains a modern status of the bag model—a composite quark model of hadrons. The idea of quasi-independent quarks moving in a finite closed region of space is a basic feature of the model.

Dubna's formulation of the model and its different versions (MIT, chiral model and others) are given in detail. The role of symmetric and physical principles of the model is underlined, a critical review of mass formulas is given, the relation of the bag model and the soliton-like models (in particular with the Skyrme model) is considered.

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 1964 г. в Дубне была развернута работа по составным кварковым моделям адронов [1—3]. В этих и последующих за ними работах были в целом сформулированы симметричные и динамические принципы кварковых моделей. Введение цветовых степеней свободы кварков [1, 4], формулировка динамических моделей составных частиц [2, 3], доказательство скейлинга асимптотических формфакторов в локальной теории поля [5], правила кваркового счета [6] являются содержанием наиболее значительных результатов, полученных за десятилетний период Н. Н. Боголюбовым и его учениками в области физики высоких энергий. Эта деятельность оказала непосредственное влияние на создание в 1967 г. кварковой модели адронов [7, 8], названной впоследствии моделью мешков.

Основным постулатом модели является динамическое предположение о том, что квазинезависимые релятивистские составляющие частицы (кварки и глюоны) движутся в конечной замкнутой области пространства. Любую релятивистскую модель, содержащую в себе это положение, можно называть вариантом модели мешков.

Привлекательная сторона модели мешков состоит прежде всего в том, что она дает наглядные представления об адронах и процессах с их участием. В течение почти двадцатилетнего развития модель не потеряла своей значимости. Наоборот, легко обогащаясь новыми экспериментальными и теоретическими данными о природе сильных взаимодействий, она и поныне служит важным инструментом для описания этой области взаимодействия элементарных частиц. Своим успехом модель также обязана простым практическим вычислениям, в основе которых лежит приближенное решение модели.

В данном обзоре мы хотим охарактеризовать логическое развитие модели, ее наиболее важные достижения, а также некоторые проблемы, возникающие при описании свойств адронов и обосновании модели и ее структуры. За истекшие двадцать лет накопился огромный материал, поэтому мы не опасаемся, что наше изложение в значительной степени пересечется с известными обзорами по модели мешков [8—15]. В частности, мы собираемся уделить больше внимания дубненской формулировке модели, обсуждению соответствия параметров модели и КХД, описанию свойств ядерной материи, вопросам выхода за рамки статического приближения и ряду других.

На рубеже 40-х и 50-х годов с развитием физики космических лучей и экспериментальной техники число обнаруженных элементарных частиц стало быстро возрастать. С этим фактом связано возникновение составных моделей элементарных частиц, среди которых одной из первых была модель Ферми—Янга [16]. Развитием модели Ферми—Янга явилась модель Маркова—Сакаты [17]. Ценность последней состояла в том, что она привлекла физиков к использованию группы $SU(3)$ в теории элементарных частиц и тем самым явилась прямой предшественницей кварковых моделей.

Предсказание и в последующем обнаружение в указанном интервале масс Ω -частицы сделало симметричный подход наиболее привлекательным при классификации адронов. Развитие и углубление этих представлений дало возможность отказаться от предположения об истинной элементарности сильновзаимодействующих частиц — адронов и ввести новые структурные объекты — дробнозаряженные кварки [18, 19].

В этой схеме предполагается, что существует несколько типов (ароматов) кварков ($u, d, s \dots$), несущих квантовые числа электрического заряда ($+2/3$ или $-1/3$), проекции спина ($\pm 1/2$) и изоспина ($\pm 1/2, 0$), странности ($\pm 1, 0$), барионного заряда ($\pm 1/3$). Мезоны представляются как связанные состояния кварка и антикварка ($q\bar{q}$), а барионы как связанные состояния трех кварков (qqq). Соответствующие комбинации кварков полностью воспроизводят

размерности низколежащих наблюдаемых мезонов и барионов:

$$\begin{aligned} \bar{q}q &\equiv 3 \times \bar{3} = 1 \oplus 8, \\ qqq &\equiv 3 \times 3 \times 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10. \end{aligned}$$

Здесь символ $q \equiv 3$ означает, что волновая функция кварка преобразуется по фундаментальному (трехмерному) представлению группы $SU_f(3)$.

При построении волновых функций барионов возникла принципиальная трудность: симметричные по совокупности всех переменных (пространственных, спиновых, унитарных) состояния трех кварков $\Psi_{ijk} = \Psi_{P(ijk)}$ [$P(ijk)$ — любая перестановка], хорошо воспроизводящие спектр основных состояний барионов, противоречили принципу Паули — одному из фундаментальных принципов квантовой теории.

Чтобы разрешить эту трудность, в январе 1965 г. Б. В. Струминским [4] было высказано предположение о наличии у кварков еще одной дополнительной степени свободы, впоследствии названной цветом. Антисимметризация волновой функции бариона по цвету решила отмеченную проблему

$$\Psi_{ijk} = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{abc} \Psi_{ia, jb, kc}.$$

Окончательная формулировка нового принципа была завершена в публикациях дубненских физиков, работавших под руководством Н. Н. Боголюбова [1, 2]. Независимо и почти одновременно Хан и Миямото [20] и Миямото [21] также пришли к заключению о необходимости приписать кваркам новое квантовое число. Благодаря наличию у кварков цветовых степеней свободы и принципу бесцветности наблюдаемых состояний образование многокварковых адронных состояний в корне отличается от образования ядер из нуклонов.

Дубненские работы [1—3] явились одними из первых, где ставилась задача о разработке динамических принципов построения кварковых моделей адронов. При этом в основу подхода были положены релятивистски-инвариантные уравнения движения для составляющих частиц.

Среди других идей, предшествовавших возникновению теории кварковых мешков, следует отметить гипотезу тяжелых кварков. С помощью этого предположения, моделирующего современные представления о сложной структуре вакуума квантовой хромодинамики, объяснялась ненаблюдаемость кварков в свободном состоянии. Оказалось, однако, что динамически трудно объединить предположение о достаточно большой массе кварка со значениями магнитных моментов барионов, складываемыми из дираковских магнитных моментов отдельных кварков $e/2M_q$. Механизм увеличения магнитного момента кварка, находящегося в связанном состоянии, был

указан в основополагающей работе Н. Н. Боголюбова, Б. В. Струминского и А. Н. Тавхелидзе [1]. Ими было отмечено, что магнитный момент кварка в сильном скалярном поле определяется энергией связанного состояния, играющей роль эффективной массы частицы $\mu_q \sim e/2\epsilon_q \gg e/2M_q$.

Это утверждение не зависит от выбора формы скалярного поля. Как показано в работе Х. Липкина и А. Н. Тавхелидзе [22], эффект усиления магнитного момента кварка может быть получен только при использовании скалярного потенциала и полностью отсутствует для потенциалов с другими трансформационными свойствами [23].

Упомянутые выше результаты, полученные в дубненских работах, послужили основой развития нового направления в физике элементарных частиц, которое впоследствии было названо моделью кварковых мешков. Существенным здесь было положение о релятивистских квазисвободных цветных SU_3 (3)-кварках, движущихся в скалярном потенциале удержания, который препятствует разлету кварков на большие расстояния. Окончательно модель «дубненского мешка» была сформулирована в работе [7] (см. также [8]), где одновременно были продемонстрированы широкие возможности применения модели к вычислению статических свойств элементарных частиц.

Прежде чем перейти от предыстории к основной части нашего изложения, сделаем еще два вводных замечания.

На рубеже 70-х годов интерес к кварковым моделям несколько снизился. Этот пессимистический этап связан с отсутствием прямых экспериментальных доказательств существования кварков, несмотря на интенсивные исследования, проведенные в этом направлении в течение почти десяти лет. Новый импульс развитие кварковых моделей получило после открытия в 1974 г. J/ψ -частиц, интерпретированных как связанные состояния кварков с новым квантовым числом «очарованием» C .

К этому периоду относятся формулировка КХД и доказательство ее асимптотически свободного поведения на малых расстояниях [24, 25], а также формулировка группой МТИ своего варианта модели адронов [26] (МТИ-мешок).

На первый взгляд кажется удивительным, что уже более десяти лет сосуществуют формулировка КХД, претендующая на роль теории сильных взаимодействий, и модели сильных взаимодействий. Дело здесь состоит в том, что методы вычислений ограничены теорией возмущений и мы плохо представляем структуру КХД на больших расстояниях, на которых формируются силы удержания кварков и работает механизм спонтанного нарушения киральной симметрии. Возможность строго ответить на эти вопросы привела бы к построению спектра адронов в рамках теории. Модельные представления призваны восполнить пробел наших теоретических знаний об области взаимодействия на больших расстояниях. Теория возмущений дает непротиворечивое с опытными данными описание физики сильных взаимодействий на малых расстояниях.

Существует важный метод анализа процессов физики высоких энергий, непосредственно не обращающийся к теории возмущений по константе связи. Это метод правил сумм [27], разработанный в физике высоких энергий А. А. Логуновым и сотрудниками. Позднее метод получил широкое распространение в КХД [28], и областью его приложений также явились статические характеристики низколежащих адронов [29]. Наиболее важным в этом подходе является то, что из сравнения с экспериментом определяются значения величин вакуумных конденсатов, характеризующих структуру основного состояния КХД. Это позволяет сопоставить результаты, полученные по методу правил сумм КХД, с параметрами, используемыми в модели мешков, и должно послужить дальнейшим стимулом в совершенствовании модели [30]. (Здесь следует также отметить существование решеточного подхода к решению уравнений КХД [31], который не опирается на теорию возмущений; этот метод является альтернативным и активно развивается в последнее время).

Второе замечание относится к тем причинам, которые определяют развитие модели мешков. Их перечисление характеризует структуру настоящего обзора.

Начальная точка эволюции — модель дубненского мешка. Она содержит два основных элемента: характерный размер удержания (радиус мешка) релятивистских кварков и $SU_f(N) \otimes SU_s(2) \otimes SU_c(3)$ -симметричная структура систематики адронов. Первое направление связано с попыткой использовать модель для описания всей совокупности экспериментальных данных в процессах, в которых участвуют адроны. Вторым направлением является также глобальная задача понять с помощью модели мешков микроскопическую природу ядерных сил. Включение в структуру модели экспериментально установленных принципов симметрии является содержанием третьего направления. К этим принципам следует отнести калибровочную, релятивистскую и киральные симметрии. Четвертое направление связано с техническими проблемами, возникающими в самой модели (нахождение решения модели и вычисление ее параметров). К последнему относятся вопросы обоснования модели и вывод ее связи с КХД.

1. МОДЕЛЬ ДУБНЕНСКОГО МЕШКА

В этой части мы рассмотрим симметричные и динамические принципы модели дубненского мешка. К первым мы отнесем здесь правила построения волновых функций адронов относительно их внутренних квантовых чисел, ко вторым — выбор уравнения движения. В целом в обзоре мы будем в основном иметь в виду случай легких u -, d -, s -кварков (унитарный триплет).

Прежде всего кварки являются носителями свойств внутренней симметрии сильных взаимодействий. По предположению, их волновая функция преобразуется по фундаментальному представлению

3×3 группы $SU_f(3) \times SU_c(3)$ и спинорному представлению $SU_s(2)$ (антикварки \bar{q} образуют сопряженные представления)

$$\left. \begin{aligned} q_{Aia} &= t_A \chi_i \lambda_a, \\ \bar{q}_{Aia} &= q^{Aia} = t^A \chi^i \lambda^a, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где χ_i — спиновая функция ($i = 1, 2$); t_A — функция в унитарном пространстве ($A = 1, 2$ ($3 = n_f$)) и λ_a — цветовая функция ($a = 1, 2, 3$). Кварки обладают дробными электрическими ($e_u = +2/3$, $e_d = e_s = -1/3$, $e_{\bar{q}} = -e_q$) и барионными зарядами ($B_q = -B_{\bar{q}} = 1/3$).

Волновые функции адронов составляются в виде комбинаций волновых функций кварков (1) и конструируются в соответствии с законами построения элементов представления группы симметрии, характеризующей спиновые, унитарные и орбитальные степени свободы взаимодействующих кварков [32]. Полученные состояния имеют значения квантовых чисел наблюдаемых частиц и, как отмечалось во введении, полностью воспроизводят размерности основных состояний низколежащих мезонов и барионов: нонеты псевдоскалярных ($J^P = 0^-$) и векторных ($J^P = 1^-$) мезонов ($B = 0$), а также синглет ($J^P = 1/2^-$), октет ($J^P = 1/2^+$) и декаплет ($J^P = 3/2^+$) барионов ($B = 1$).

Теория представлений определяет, например, для протона комбинацию

$$P = \frac{1}{\sqrt{6}} \varepsilon_{abc} \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_{M, s} \chi_{M, s} + \varphi_{M, A} \chi_{M, A}) \Psi(r_1, r_2, r_3), \quad (2)$$

где Ψ — симметричная пространственная часть волновой функции; χ — спиновые, а φ — унитарные волновые функции смешанной симметрии [32]:

$$\varphi_{M, s} = \frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)u - 2uud]; \quad \varphi_{M, A} = \frac{1}{\sqrt{2}} (ud - du)u \text{ и т. д.}$$

Комбинация (2) обладает квантовыми числами $Q = +1$, $s = 1/2$, $I = 1/2$, $c = 0$, которые соответствуют квантовым числам протона. Действуя стандартной техникой понижающих и повышающих операторов спина и изоспина, из протонной волновой функции можно получить остальные волновые функции октета барионов ($J^P = 1/2^+$).

Важно подчеркнуть [7], что спин-изоспиновая часть волновой функции адронов строится так же, как и в нерелятивистской модели, основанной на группе $SU(6)$. Нужно лишь учесть, что в модели мешков имеют дело с полными моментами кварков. Как будет видно ниже, замена нерелятивистских паулиевских спиноров на дираковские, предложенная в [7], существенна для изучения эффектов нарушения $SU(6)$ -симметрии за счет релятивистского движения кварков.

Основным динамическим постулатом модели [7] явилось предположение о квази независи́мом характере движения релятивистских

кварков в адроне. Одночастичный способ описания кварков позволяет единым образом рассматривать не только системы, состоящие из двух, но и большего числа кварков (барионы, многокварковые состояния). Этот принцип позволяет обойти существенные трудности, возникающие при попытке трактовать многочастичные системы на основе релятивистски-инвариантных уравнений. С другой стороны, в дальнейшем он явился основным принципом построения спектроскопии огромного числа адронных состояний. Предположение о независимости кварков впоследствии нашло свое подкрепление в обнаруженном теоретически и экспериментально асимптотически свободном характере движения кварков на малых расстояниях. Вместе с тем нам представляется целесообразным нахождение степенных поправок, дающих отклонения от этой гипотезы.

В качестве уравнения движения, определяющего одночастичную волновую функцию кварка $\Psi(\mathbf{x}) \exp(-iEt)$, было выбрано релятивистское уравнение Дирака со скалярным потенциалом удержания:

$$\left. \begin{aligned} [\gamma\mathbf{p} + M + V(r)] \Psi &= \gamma_0 E \Psi, \\ V(r) &\xrightarrow{|r| \rightarrow \infty} \infty. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В частности, для запирающего потенциала в виде сферически-симметричной прямоугольной ямы (мешка радиуса R)

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & r > R; \\ 0, & r < R \end{cases} \quad (4)$$

имеем решение для n -й моды волновой функции кварка (s волна, безмассовые кварки):

$$\Psi_n(\mathbf{x}, t) = N \exp(-i\omega_n t) \begin{pmatrix} j_0(\kappa_n r) \\ i(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{r}) j_1(\kappa_n r) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где значения одночастичной энергии кварка $\omega_n = \kappa_n/R$ определяются из граничного условия

$$j_0(\omega_n R) = j_1(\omega_n R). \quad (6)$$

Во введении уже отмечалась выделенность по лоренцевой структуре скалярного потенциала удержания, обеспечивающего механизм увеличения магнитного момента кварка. Приведем еще одно независимое соображение в пользу этого утверждения [33, 34]. Если потенциал удержания преобразовывается как четвертая компонента 4-вектора, то возникает парадокс Клейна: чем круче потенциал, тем больше свободных кварк-антикварковых пар рождается во внешней области адрона.

Парадокс Клейна не имеет места для скалярного поля. Физически возникает следующая картина. Кварк достаточно большой массы M_q , находясь в связанном состоянии, приобретает эффективную массу $m = -V_0 + M_q \ll M_q$, где V_0 — глубина ямы. Вероятность нахо-

ждения кварка вне ямы пропорциональна $|\Psi|^2 \xrightarrow{|r| \rightarrow \infty} \exp[-M(r-R)]$.

В предельном случае $M \rightarrow \infty$, $m = \text{const}$ возникает режим абсолютного удержания кварка внутри ямы-мешка.

Как уже отмечалось выше, принципиально важной чертой данной модели является релятивистский характер движения кварков. Использование дираковских волновых функций позволяет выявить роль и характер релятивистских поправок для цветowych, слабых и электромагнитных токов кварков.

Рассмотрим калибровочные взаимодействия, вводимые минимальным образом:

$$\begin{aligned} i\partial_\mu &\rightarrow i\partial_\mu + eA_\mu; \\ i\partial_\mu &\rightarrow i\partial_\mu + G/2\gamma_5\tau^\pm l_\mu^\pm; \\ i\partial_\mu &\rightarrow i\partial_\mu + gA_\mu^a\lambda^a. \end{aligned}$$

Магнитный момент протона и отношение g_A/g_V аксиальной к векторной константе слабого взаимодействия принимают вид

$$\begin{aligned} \mu_p &= \frac{e}{2\varepsilon_q} \langle \uparrow | \sigma_z + L_z | \uparrow \rangle; \\ g_A/g_V &= -5/3 \langle \uparrow | \sigma_z | \uparrow \rangle, \end{aligned}$$

где ε_q — энергия связи кварка в протоне, а $\frac{1}{2}\sigma_z, L_z$ обозначают операторы спинового и орбитального моментов соответственно. Усреднив по состоянию, в котором z -компонента углового момента кварка равняется $+1/2$:

$$\langle \uparrow | J_z | \uparrow \rangle = \left\langle \uparrow \left| \frac{\sigma_z}{2} + L_z \right| \uparrow \right\rangle = \frac{1}{2},$$

получим

$$\mu_p = \frac{e}{2\varepsilon_q} (1 - \delta); \quad g_A/g_V = -(5/3) (1 - 2\delta). \quad (7)$$

В этих выражениях параметр δ [вычисленный с волновыми функциями (5)]

$$\delta = \langle \uparrow | L_z | \uparrow \rangle = \int d\mathbf{r} \Psi^*(r) L_z \Psi(r) = \frac{1}{6} \frac{2\kappa_0 - 3}{\kappa_0 - 1}$$

характеризует величину релятивистских поправок к предсказаниям наивной релятивистской SU_{NR} (6)-модели. Для безмассовых кварков ($\kappa_0 = 2,04$) $\delta = 0,17$, что дает для отношения g_A/g_V поправку около 30%. Релятивистские поправки качественно улучшают результаты SU_{NR} (6)-модели.

Впоследствии идея об использовании дираковских волновых функций, учитывающих внутренние движения кварков в адроне, была принята Ле Юанком и др. [35] для изучения нарушения SU_W (6)-симметрии. В этих работах были, в частности, оценены характери-

стики распадов радиально-возбужденных состояний чармония и других мезонов с $L = 1$.

Единственным параметром модели является радиус мешка, фиксируемый, например, по массе протона. Интересным предсказанием, полученным в дубненской модели, является оценка массы роперовского состояния ($M_{\mathbf{R}}^{\text{экср}} = 1470$ МэВ). Предполагая, что этот резонанс представляет собой связанное состояние кварка, находящегося в радиально-возбужденном состоянии, и двух кварков в основном, и что радиусы $R_p = R_R$, имеем

$$\frac{M_R}{M_p} = \frac{2\kappa_0 + \kappa_1}{3\kappa_0} = 1,547; \quad \left(\frac{M_R}{M_p}\right)^{\text{экср}} = 1,567,$$

где $\kappa_1 = 5,396$ — энергия радиального возбуждения кварка. Совпадение теоретической оценки массы с экспериментальным значением явилось одним из самых удивительных результатов этой модели.

Открытие во второй половине 70-х годов J/ψ - и Υ -семейств частиц вызвало появление массы работ по спектроскопии кваркониев [36]. Для описания двухчастичной системы из тяжелых кварков в основном использовалось уравнение Шредингера с потенциалом, запирающим кварки на больших расстояниях и точно учитывающим взаимодействие КХД на малых расстояниях [37].

Однако оказывается, что в составных частицах, где определяющими являются силы удержания, поправки по $(v/c)^2$ к уровням энергий возбужденных состояний могут быть весьма значительны. В этом отношении результаты, полученные на основе модели дубненского мешка, являются более определенными. Модель была успешно применена к описанию векторных мезонов (ρ , J/ψ , D , Υ и др.) [33]. В качестве феноменологического потенциала в уравнении Дирака использовался потенциал

$$V(r) = -\alpha_s/r + br,$$

(где α_s — бегущая константа связи), представляющий собой комбинацию линейного скалярного слагаемого, ответственного за удержание кварков в адроне, и кулоновского слагаемого, отвечающего учету взаимодействия кварков посредством одноглюонного обмена.

При описании состояний кваркония была предложена гипотеза о независимости потенциала от аромата кварков [33, 38]. В результате было получено удовлетворительное согласие расчетов с экспериментальными данными по энергетическому спектру векторных мезонов (ρ , J/ψ , D , Υ и др.) с использованием лишь двух потенциальных параметров и масс кварков $m_u = m_d$, m_s , m_c , m_b .

В заключении этого раздела следует еще раз напомнить, что в работах дубненской группы [1—3] основным принципом построения составных моделей элементарных частиц является релятивистски-ковариантный подход (уравнение Дирака с факторизующимся потен-

диалом [2, 3], релятивистское квазипотенциальное уравнение Логунова — Тавхелидзе [39]). В этой связи тогда же был отмечен полурелятивистский характер модели квазинезависимых кварков и поставлена задача об учете в этой модели движения составной частицы как целого и построении релятивистски-ковариантных локальных токов составных частиц [40].

Поэтому логически следующий этап развития модели, который начался с работы группы МТИ [26, 41], связан с построением релятивистски-инвариантных вариантов модели мешков. О классе таких моделей речь будет вестись в следующем разделе.

Решение проблемы построения релятивистски-ковариантных локальных токов в таких моделях оказалось более тонкой задачей. На квазиклассическом уровне она решена лишь в самое последнее время [42]. Этому вопросу будет посвящен раздел, в котором обсуждаются поправки, обусловленные эффектом отдачи.

2. ПРИНЦИПЫ СИММЕТРИИ В МОДЕЛИ МЕШКОВ

А. Законы сохранения. Принципы симметрии играют фундаментальную роль при построении физических теорий. При этом в физике элементарных частиц основополагающим является положение о релятивистской инвариантности теории. Большой экспериментальный материал свидетельствует о выполнении в процессах сильного взаимодействия с высокой степенью точности законов сохранения барионного числа, аромата, проявления киральной $SU(3)$ -симметрии и ряда других внутренних симметрий. Поэтому представляется необходимым включить эти принципы в формулировку модели мешков. Эта задача определила дальнейшее развитие модели. С феноменологической точки зрения установление каждого принципа симметрии в модели приводит к введению либо нового поля, либо новых параметров.

Принципы симметрии наиболее удобно рассматривать в лагранжевой формулировке теории поля. Рассмотрим возможную теоретико-полевою формулировку модели, в которой кварки, как и в дубненском варианте, могут свободно двигаться в конечной области пространства:

$$L = \int_{\text{Bag}} d^3x \bar{\Psi}(x) [i\hat{\partial} - m] \Psi(x). \quad (8)$$

Проверим выполнение законов сохранения, соответствующих глобальным преобразованиям пространственно-временной симметрии:

$$x \rightarrow x' = (\Lambda x + a); \quad \Psi \rightarrow \Psi' = S(\Lambda) \Psi(x') \quad (9)$$

и внутренних симметрий:

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x) &\rightarrow \Psi'(x) = \exp(-i\theta J) \Psi(x); \\ \Psi_A(x) &\rightarrow \Psi'_A(x) = \exp(-i\theta_A I) \Psi_A(x), \quad A = 1, \dots, N_f; \\ \Psi_\alpha(x) &\rightarrow \Psi'_\alpha(x) = \exp(-i\theta_a T^a) \Psi_\alpha(x), \quad a = 1, \dots, N_f^2 - 1; \\ \Psi_\alpha(x) &\rightarrow \Psi'_\alpha(x) = \exp(-i\theta_a T^a \gamma_5) \Psi_\alpha(x), \quad a = 1, \dots, N_f^2 - 1. \end{aligned} \right\} (10)$$

Выпишем с помощью лагранжиана (8) по теореме Нётер токи симметрий:

$$\left. \begin{aligned} T_\nu^\mu &= \frac{i}{2} \bar{\Psi}(x) \gamma^\mu \partial_\nu \Psi(x) - \frac{i}{2} \partial_\nu \bar{\Psi}(x) \gamma^\mu \Psi(x); \\ J_B^\mu &= \frac{1}{N} \bar{\Psi}_\alpha^A(x) \gamma^\mu \Psi_\alpha^A(x); \\ (J_f)_A^\mu &= \bar{\Psi}_\alpha^A(x) \gamma^\mu \Psi_\alpha^A(x), \quad A = 1, \dots, N_f; \\ V_a^\mu &= \bar{\Psi}_\alpha^A(x) \gamma^\mu (T^a)_{AB} \Psi_\alpha^B(x); \\ A_a^\mu &= \bar{\Psi}_\alpha^A(x) \gamma^\mu \gamma_5 (T^a)_{AB} \Psi_\alpha^B(x). \end{aligned} \right\} (11)$$

Все токи в модели с лагранжианом (8) испытывают разрыв на поверхности мешка. Поэтому для восстановления условия непрерывности токов на поверхности мешка следует каким-то образом ввести компенсирующие члены.

Б.Релятивистски-инвариантные формулировки модели мешков. Наиболее популярной формулировкой, в которой решается проблема построения Пуанкаре инвариантной модели адронов, является вариант, предложенный группой МТИ [26],

$$L = \int_{Bag} d^3x \{ \bar{\Psi}(x) [i\gamma^\mu \partial_\mu - m] \Psi(x) - B \}, \quad (12)$$

$$j^\mu|_{s-} \equiv \frac{i}{2} (\bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_0 \Psi - \partial_0 \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi) = j^\mu|_{s+} \equiv B n^\mu.$$

Здесь n^μ — 4-вектор внешней нормали к поверхности. Таким образом, здесь предполагается, что потенциальная энергия поля, обеспечивающего невылетание кварков, пропорциональна объему мешка, т. е. объему области движения кварков. Пользуясь геометрическими соображениями, можно также предположить, что эта энергия частично или полностью обязана силам поверхностного натяжения мешка [43, 44].

В модели (12) возможен такой выбор релятивистских уравнений движения и граничных условий, при котором выполняется дополнительное физическое требование о невылетании кварков:

$$i\gamma^\mu n_\mu \Psi|_s = \Psi|_s. \quad (13)$$

Один способ вывода уравнений был уже нами описан. Он сводится к рассмотрению предела, при котором масса кварка вне мешка ста-

новится бесконечно большой [7]. Именно так в работе группы МТИ были получены правильные граничные условия удержания.

Мы представим другой вывод [45], являющийся более традиционным при выводе уравнений движения с помощью вариационных принципов. В указанной работе предложено искать уравнения движения модели мешков, варьируя действие при дополнительном релятивистски-инвариантном условии

$$G(\bar{\Psi}\Psi, n_\mu \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi) = 0, \quad (14)$$

определяемом требованием невылетания кварков

$$n_\mu T^{\mu\nu}|_s \equiv -\frac{i}{2} [n_\mu \bar{\Psi}\gamma^\mu\partial^\nu\Psi - (\partial^\nu\bar{\Psi}) n_\mu\gamma^\mu\Psi]|_s - Bn^\nu = 0. \quad (15)$$

Возникает вариационная задача (14), (15) с подвижной границей [46], в которой предполагается, что вариация поля зависит от вариации границы. В результате получаются уравнения модели мешков

$$\left. \begin{aligned} G &= \bar{\Psi}\Psi; \\ (i\hat{\partial} - m)\Psi &= 0; & \text{в мешке} \\ \left\{ \begin{aligned} in^\mu\gamma_\mu\Psi &= \pm\Psi; & \text{на границе} \\ \pm n_\mu\partial^\mu(\bar{\Psi}\Psi) &= 2B. & \text{мешка} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Как показано в [47], для получения правильных уравнений обычный вариационный принцип может быть применен к функции действия

$$S = \int d^4x \{ \theta_{\text{bag}}(x) \{ \Psi(x) [i\gamma\partial - m]\Psi(x) - B \} + \Delta_{\text{bag}}(\bar{\Psi}\Psi) \}, \quad (17)$$

где

$$\theta_{\text{bag}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{в мешке,} \\ 0 & \text{вне мешка;} \end{cases}$$

Δ_{bag} — поверхностная δ -функция мешка.

Итак, кварки в модели МТИ движутся внутри адрона свободным образом. На границе мешка выполняются условия, обеспечивающие непрерывность плотности $\bar{\Psi}\Psi$ кварков и невылетание энергетического потока кварков через поверхность мешка. Эти условия гарантируют инвариантность классической теории мешков [26] относительно преобразований групп Пуанкаре.

Резкая граница, разделяющая область свободного движения кварков от внешней области, запрещенной для их движения, представляется трехмерной поверхностью в четырехмерном пространстве-времени. Эта поверхность параметризуется бесконечным числом динамических степеней свободы, которые в силу граничных усло-

вий (17) не являются независимыми, а являются функционалами полей кварков.

В адиабатическом приближении (которое будет обсуждаться ниже) модель МТИ с резкой границей сводится к потенциальной модели с бесконечно глубокой сферически-симметричной ямой. Это приближение является частным случаем модели дубненского мешка [17].

По целому ряду причин резкая граница мешка является физически неудовлетворительной аппроксимацией. Например, нуклонные формфакторы при переданных импульсах $q^2 \gg 1/R^2$ становятся отрицательными [48, 49], также возникает преувеличенная роль эффекта Казимира в мешке [50]. Набор этих фактов указывает на неприменимость модели МТИ в тех процессах, в которых влияние границы на результаты не малó.

Для преодоления возникших трудностей нами была предложена [51] релятивистская модель, обобщающая модель дубненского мешка [7]. В качестве действия модели предложен функционал

$$S_1 = \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \int d\mathbf{r} \left[\frac{i}{2} \bar{\Psi} \overleftrightarrow{\partial} \Psi - U(\{g\}, x) \bar{\Psi} \Psi \right] - \int_V d\mu(\mathbf{r}) B \right\}. \quad (18)$$

Здесь $U(\{g\}, x)$ — скалярная функция, характеризуемая набором параметров $\{g\}$ и обладающая свойством

$$U(\{g\}, x) \xrightarrow[\substack{|\mathbf{r}| \rightarrow \infty \\ t \text{ — фиксировано}}]{\quad} \infty. \quad (19)$$

Слагаемое $\int d\mu(\mathbf{r}) B$ есть потенциальная энергия, необходимая для обеспечения энергетической устойчивости системы. Мера $\mu(\mathbf{r})$ является заданным функционалом от $U(\{g\}, x)$ с асимптотическим поведением

$$\mu(U, x) \xrightarrow[\substack{|\mathbf{r}| \rightarrow \infty \\ t \text{ — фиксировано}}]{\quad} O\left(\frac{1}{r^{3+}}\right). \quad (20)$$

Параметры $\{g\}$ определяют геометрию поверхности мешка. Вариант МТИ-модели получается при выборе

$$U(\{g\}, x) = \begin{cases} m_q & \text{в мешке,} \\ \infty & \text{вне мешка;} \end{cases} \quad (21)$$

$$\mu(U, g) = \begin{cases} 0 & U = \infty, \\ 1 & U = m < \infty. \end{cases}$$

Динамическими параметрами модели, определенной действием S_1 , являются кварковое поле Ψ и набор параметров $\{g\}$, задающих динамику геометрических степеней свободы мешка. Считая вариации

поля Ψ зависимыми от вариации параметров $\{g\}$, получаем уравнения движения

$$\left. \begin{aligned} [i\hat{\partial} - U] \Psi(x) &= 0, \\ \overline{\Psi} \Psi &\xrightarrow[|r| \rightarrow \infty]{t - \text{фиксировано}} \infty \\ \int d\mathbf{r} \frac{\partial U}{\partial g_\alpha} \overline{\Psi} \Psi &= -B \int d\mathbf{r} \frac{\delta \mu}{\delta U} \frac{\partial U}{\partial g_\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

В [51] была рассмотрена конкретная реализация модели (18), (19) и найдено ее решение в адиабатическом приближении:

$$\begin{aligned} U &= gx, \\ d\mu(x) &= \theta(gx - E) dx \end{aligned} \quad (23)$$

и было показано, что такое «смягчение» конфайнмента приводит к конечности вклада моря кварков в структурные функции нуклонов. Исследование характеристик рассеяния при $q^2 \sim 1/R^2$ должно дать более детальную информацию о виде функции U , т. е. о поведении размеров области конфайнмента от внутреннего состояния кварков внутри адрона.

Известен ряд других релятивистски-инвариантных формулировок модели мешков [52—55]: модель адронов с поверхностным натяжением Кути и соавторов [44], модель Салама — Стради [52, 53]. Топологические (пространственно) аспекты моделей протяженных объектов типа мешков можно найти в [54].

Таким образом, можно различными способами строить релятивистски-инвариантные модели мешков. При этом имеется значительная неопределенность с заданием геометрических свойств самого мешка (свойств конфайнмента). Выбор же какой-либо предпочтительной модели путем сравнения с экспериментом ограничен возникающими существенными вычислительными трудностями. Поэтому в каждой модели можно получить лишь ряд оценок. Наиболее продвинутым в этом смысле оказался МТИ-вариант модели мешков.

В стандартных формулировках модели, например, электромагнитный ток в конфигурационном пространстве представляется суммой одночастичных операторов отдельных кварков. Как указывалось во введении, эта независимость является приближенной. Используя идеи квазипотенциального подхода [39], С. Б. Герасимов предложил формулировку модели [56], в которой поведение кварков существенным образом зависит от квантовых чисел и поведения соседних кварков. В этой теории скорости кварков не предполагаются малыми, но функционал энергии имеет квазинерелятивистскую форму:

$$\begin{aligned} W = \left\langle \Psi_{p=0} \left| \sum_{i=1}^N \frac{1}{2e_i} \left\{ \varepsilon_i^2 + p_i^2 + \left[m_i + \frac{1}{2(N-1)} \sum_{j \neq i} V_s(r_{ij}) \right]^2 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \left[\frac{1}{2(N-1)} \sum_{j \neq i} V_v(r_{ij}) \right]^2 \right\} + \frac{1}{N-1} \sum_{i < j} V_v(r_{ij}) \right| \Psi_{p=0} \right\rangle. \end{aligned} \quad (24)$$

Квазипотенциалы V_s, V_v универсального qq -взаимодействия определяются в рамках модели мешков. Таким образом, здесь предпринята попытка использовать достижения нерелятивистских моделей и преимущества релятивистской трактовки.

В. Цветовая симметрия. Кварки являются цветными объектами [триплеты $SU_c(3)$]. Их взаимодействие с калибровочным полем Янга — Миллса вводится минимальным образом $i\partial_\mu \rightarrow i\partial_\mu + gA_\mu^a \lambda^a$. Из вариационного принципа получается граничное условие

$$n_\mu F_{\mu\nu}|_s = 0, \quad (25)$$

гарантирующее отсутствие цветового потока во внешнюю область, в соответствии с принципом цветонейтральности адронов. Цветовой синглет в мешке можно составить из чисто глюонных состояний. Такие частицы принято называть глюболами [57].

Ключевую роль цветные степени свободы играют в многокварковых системах [58]. Волновая функция такой системы представляется в виде разложения по полной системе более элементарных состояний, среди которых существуют компоненты со «скрытым цветом»

$$q^6 = (3q) \otimes (3q) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \oplus 1 \\ 8 \oplus 8 \end{array} \right.$$

т.е. такое состояние, у которого цвет любой его части компенсируется («скрывается») цветом оставшейся части. Такие состояния в последнее время привлекли к себе внимание в связи с проблемой учета кварковых степеней свободы при описании структуры ядер и их взаимодействий на малых расстояниях [59].

Таким образом, цветовая симметрия строго учитывается в модели мешков, граничные условия обеспечивают динамическое выполнение конфайнмента и учет цветовых степеней свободы необходим при построении спектроскопии адронов.

Г. Кирально-инвариантные модели мешков. Новый импульс развитию модели мешков был придан после появления работ по изучению киральной симметрии в модели. Киральная симметрия сильных взаимодействий является одной из наиболее точно экспериментально установленных. Предполагается, что в пределе безмассовых пионов аксиальный ток сохраняется и существует алгебра векторных и аксиальных токов, отвечающих симметрии $SU(2) \times SU(2)$. Эффекты частичного сохранения аксиального тока (ЧСАТ) связывают с ненулевой (но малой) массой пиона. Гипотеза ЧСАТ подтверждена большой совокупностью экспериментов, и нет фактов, ей противоречащих [60].

Все это обуславливает важность рассмотрения принципа киральной симметрии в модели мешков. В [61, 62] было впервые обращено внимание на то, что в формулировке МТИ-модели мешков аксиальный ток не сохраняется. Причиной этому является то, что удержание кварков в модели осуществляется скалярным полем (мешок представ-

ляет собой объект скалярной природы). Последнее можно интерпретировать как эффективную массу кварка, зависящую от расстояния до центра мешка. Массовые члены, как известно, явно нарушают симметрию между левыми и правыми компонентами спиноров:

$$\Psi_L \rightarrow \exp(i\tau\gamma_5\alpha) \Psi_L; \quad \Psi_R \rightarrow \exp(i\tau\gamma_5\alpha) \Psi_R. \quad (26)$$

С этим преобразованием в модели (16) связан аксиальный ток

$$A^\mu(x) = \bar{\Psi}(x) \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau}{2} \Psi(x) \theta_V,$$

дивергенция которого пропорциональна поверхностной δ -функции

$$\partial_\mu A^\mu(x) = -i\bar{\Psi}(x) \frac{\tau}{2} \gamma_5 \Psi(x) \Delta_s.$$

Для восстановления киральной симметрии было предложено [61] связать на поверхности мешка кварковые степени свободы с внешним π -мезонным полем:

$$L_{\text{int}} = -\frac{\eta}{2} \bar{\Psi}(x) (\sigma(x) + i\tau\gamma_5) \Psi(x) \Delta_s, \quad \eta = (\sigma^2 + \pi^2)^{-1/2}. \quad (27)$$

Впоследствии интерес к таким гибридным моделям вновь возник в связи с попытками объяснить на основе модели мешков межнуклонные силы. В таких моделях пион трактуется как голдстоуновский бозон и в рассматриваемом приближении его внутренней структурой полностью пренебрегают. Данная ситуация вызывает определенную неудовлетворенность, так как в модели мешков пион рассматривается как связанное состояние кварков, движущихся в полости, на равных правах с другими частицами. Следует констатировать, что на сегодня нет однозначной динамической трактовки пиона в модели мешков, как и нет полного понимания роли π -мезона в структуре нуклона.

Киральную симметрию в модели мешков можно реализовать бесконечным числом способов. Вопрос упирается в нахождение решений таких моделей и в установление соответствия найденных решений с описанием мира адронов. Подробное изложение различных подходов, основанных на гибридных моделях, можно найти в обзоре [14]. Мы же здесь только вкратце остановимся на некоторых моментах.

В 1979 г. появилась работа [63], которая своими выводами вновь привлекла интерес к проблеме. Авторами [63] была рассмотрена двухфазная система, в которой пионное поле существует лишь вне мешка. Киральная симметрия реализовывалась нелинейным образом:

$$\pi = \xi (1 + \xi^2/f^2)^{-1/2}; \quad \sigma = f (1 + \xi^2/f^2)^{-1/2}.$$

Среди качественных результатов, полученных в [63], одним из самых впечатляющих было сокращение радиуса мешка до 0,3 фм. Это породило надежду на возможность интерпретации кора нуклона как кваркового мешка.

Однако возникшие при такой трактовке проблемы представляются более серьезными. Взаимодействие мешка с пионами оказалось слишком сильным, а сам мешок неустойчивым по отношению к его схлопыванию [64]. Были попытки уравновесить мешок, дополнительно учтя его связь с ω -мезонами [65]. Кроме того, существенное уменьшение радиуса мешка явилось проявлением применения нетеоретико-возмущенческих расчетов. Последнее сильно исказило количественные успехи в описании адронов, полученные в МТИ-модели.

Позже Джаффе [66] и М. М. Мусаханов [67] пришли к выводу, что пионное поле следует описывать в длинноволновом приближении с тем, чтобы результаты МТИ сильно не изменились. С этой целью была выбрана нелинейная реализация в виде

$$\left. \begin{aligned} \pi &= f\hat{\Phi} \sin(|\Phi|/f), \quad \text{где } \sigma^2 + \pi^2 = f^2, \\ \sigma &= f \cos(|\Phi|/f), \quad |\Phi| = \sqrt{\Phi^2}, \quad \hat{\Phi} = \Phi/|\Phi|. \end{aligned} \right\}$$

Параметр разложения в этой модели, определяющий степень взаимодействия пионного поля с мешком,

$$\varepsilon = g_A / (8\pi f_\pi^2 R^2)$$

принимает значения $\varepsilon \sim 0,2$ при $R \sim 1$ фм и $\varepsilon \sim 2$ при $R \sim 0,3$ фм. В этой модели наряду с сохранением основных результатов МТИ пионное поле дает вклад по теории возмущений в расщепление $N - \Delta$ масс и, кроме того, улучшает численные значения магнитных моментов протона, нейтрона и Λ -частицы [68].

В модели [66] π -мезоны связаны с мешком на его поверхности и не проникают во внутреннюю область. Вклад таких поверхностных пионов в аксиальный ток увеличивал в 1,5 раза значение константы g_A по сравнению с удовлетворительным результатом модели мешков [41]. Вычисления высших поправок по пионному взаимодействию еще более ухудшают эту ситуацию.

Для преодоления этого препятствия в [69—71] было предложено рассматривать пионы во всей области пространства, включая и внутреннюю область мешка. С учетом этого кирально-инвариантный лагранжиан модели мешков приобретает вид

$$\begin{aligned} L_{CBM} = & (i\bar{\Psi}\hat{\partial}\Psi - B)\theta_V - \frac{1}{2}\bar{\Psi}\Psi\Delta_s + \frac{1}{2}(\partial\mu\Phi)^2 - \\ & - \frac{1}{2}m_\pi^2\Phi^2 - \frac{i}{2f}\bar{\Psi}\gamma_5\tau\Psi\Phi\Delta_s. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь уже учтено, что рассмотрение ведется в длинноволновом приближении, т. е. во взаимодействии оставлены лишь линейные по Φ слагаемые, а нарушение киральной симметрии обусловлено ненулевой массой π -мезона. С точки зрения КХД проникновение пионного поля внутрь мешка можно трактовать как условие скор-

релированности внутри мешка кварк-антикварковых пар с квантовыми числами λ -мезона.

Поля кварков и пионов рассматриваются квантовым образом. Поверхность мешка считается статической классической сферой радиуса R . Основная техническая трудность в модели состоит в том, чтобы доказать быструю сходимость ряда теории возмущений по кварк-пионному взаимодействию, и что соответственно низшие порядки теории возмущений дают основные вклады. При этом, с одной стороны, удается получить результаты относительно статических свойств адронов, не слишком отличающиеся от стандартных [70], а с другой стороны, описать процессы $\pi - N$ - и $N - N$ -рассеяния [71]. Более того, можно построить полный кирально-инвариантный лагранжиан таким образом, что он позволит получить основные результаты алгебры токов для низкоэнергетического λ -рассеяния и обобщит известный лагранжиан Вайнберга [72].

В 1983 г. после появления работ Виттена [73] был реанимирован интерес к модели Скирма [74] как модели барионов. Лагранжиан Скирма, соответствующий киральной $SU(2) \times SU(2)$ -группе, имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} f_{\pi}^2 \text{Tr} (L_{\mu} L^{\mu}) - \frac{1}{4} \varepsilon^2 \text{Tr} \{ [L_{\mu}, L_{\nu}] \}^2, \quad (29)$$

где $L_{\mu} = U^+ \partial_{\mu} U$;

$$U = \exp \{ i \hat{f}_{\pi}^{-1} [\sigma(x) + i \tau \pi(x)] \}; \quad U^+ U = 1; \quad (30)$$

f_{π} — пионная константа распада; ε — параметр модели; σ — скалярное мезонное поле; π — триплетное голдстоуновское бозонное (пионное) поле. Виттеном, в частности, было показано, что эффективный лагранжиан (29) возникает в ведущем порядке $1/N_c$ разложения КХД. В лагранжиан (29) входят только эффективные бозе (мезонные)-поля. Модель имеет солитонное решение — скирмион

$$U(r) = \exp [i \tau \hat{\theta}(r)], \quad (31)$$

топологический заряд которого отождествляется с барионным зарядом. В [75] аргументировано, что в пределе больших N_c масса скирмовского бариона пропорциональна N_c и в древесном приближении для лагранжиана (29) установлена справедливость низкоэнергетических теорем алгебры токов. Таким образом, стали сосуществовать два противоположных подхода к описанию барионов: кварковый мешок, содержащий три (почти безмассовых) кварка, и скирмион, определенный лишь через эффективные бозе-поля и не апеллирующий явно к кварковым степеням свободы. Причем оба подхода описывают область низкоэнергетической физики.

Чуть позже было обнаружено явление [76], которое дало возможность объединить два подхода и поставило вопрос о причинах такого

неожиданного совпадения. Оказалось, что при достаточно общих предположениях в модели мешков с граничными условиями на сфере

$$n_{\mu}\gamma^{\mu}\Psi = \exp(i n \tau \gamma_5 \theta(R)) \Psi, \quad (32)$$

гарантирующими киральную инвариантность модели, барионный заряд при $\theta \neq 0$ не полностью сосредоточен внутри мешка:

$$B_{in} = 1 - \frac{1}{\pi} \left[\theta(R) - \frac{1}{2} \sin 2\theta(R) \right]. \quad (33)$$

Происходит утечка барионного заряда из мешка. В качестве причины утечки рассматривают поляризацию отрицательного моря Дирака внутри мешка. Для $\theta \neq 0, \pi/2, \pi$ граничные условия нарушают CP -симметрию между положительным и отрицательным энергетическими спектрами кварков. Вследствие этого отрицательное море исчезает при переходе $\theta: 0 \rightarrow \pi$. Это явление обусловлено аномалией в барионном токе, связанной с граничными условиями для меняющегося со временем кирального угла θ . Сохранение барионного тока при этом нарушается [77–79].

Далее было замечено [80], что недостаток барионного заряда может быть отождествлен со скирмионом, выходящим из мешка. Действительно, решение (31) модели (29) несет барионный заряд

$$B_{out} = \frac{1}{\pi} \left[\theta(R) - \frac{1}{2} \sin 2\theta(R) \right] \quad (34)$$

и, таким образом, полный заряд $B_{tot} = B_{in} + B_{out} = 1$.

С другой стороны, утечка барионного заряда очевидно должна сопровождаться утечкой и других зарядов (электрический заряд, магнитный момент, аксиальный заряд). Компенсировать утечку должен скирмион, причем в пределе нулевого радиуса мешка он будет определять полные заряды. Если дополнительно предположить, что при изменении R , разделяющего область мешка и решение Скирмы, например, заряд g_A остается фиксированным, то оказывается, что другие физические величины (энергия, магнитный момент, зарядовый радиус) слабо меняются при изменении R . Тем самым R не фиксировано в этой картине.

Ро [81] предполагает, что R может определяться лишь процессом, в котором участвует барион. Это могло бы качественно объяснить, почему пионные степени свободы совершенно по-разному ведут себя в различных процессах. Они доминируют при описании электрораспада дейтрона, аксиального перехода, магнитного формфактора ${}^3\text{He}$ и др. Однако в процессах, в которых определяющим является асимптотически свободное поведение кварков, пионные степени свободы почти не заметны. Другими словами, в одних процессах мешок мал, а в других он большой. В такой картине скирмион и

мешок представляют два предельных режима КХД и радиус R является произвольным масштабным параметром, оптимальным образом определяющим физику явления. Остается, однако, невыясненным вопрос о природе регулирования R .

3. МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ МОДЕЛИ МЕШКОВ

В предыдущем разделе были разработаны способы построения различных формулировок модели мешков, инвариантных относительно релятивистской и внутренних симметрий. Ни на квантовом, ни на классическом уровнях не представляется возможным решить точно соответствующие уравнения движения. Поэтому успех модели зависит от выбора нулевого приближения теории.

Обычно предполагается [7, 26, 82], что статические свойства адронов в основном определяются системой невзаимодействующих кварков, движущихся в мешке, а их взаимодействие на малых расстояниях рассматривается как слабое «остаточное», которое учитывается методами теории возмущений.

Даже такая задача оказывается неразрешимой из-за существенно нелинейной связи, определяющей динамику поверхности мешка через поля кварков. (Классические уравнения движения модели решены лишь в двумерном пространстве-времени [26].) Необходимо вводить дальнейшие упрощающие, плохо контролируемые предположения [83, 84]. Наиболее широко используемой аппроксимацией является приближение статической полости [82]. В статическом приближении устойчивой формой поверхности мешка является сферически-симметричная полость радиуса R [82].

В этом случае уравнения модели мешков (16) принимают вид: внутри сферы

$$(i\gamma\partial - m)\Psi = 0; \quad (35)$$

на поверхности сферы

$$-i\gamma n\Psi = \Psi; \quad (36)$$

$$-n\partial(\bar{\Psi}\Psi) = 2B. \quad (37)$$

Тогда, как известно [85], общее решение уравнения Дирака в сферически-симметричном поле имеет форму:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{nJlm} a_{nJlm} \Psi_{nJlm}(\mathbf{r}) \exp(-i\epsilon_{nl}t), \quad (38)$$

где

$$\Psi_{nJlm}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} f_l(\epsilon_{nl}r) \Omega_{Jlm}(\mathbf{n}) \\ ig_{l'}(\epsilon_{nl}r) \Omega_{Jl'm}(\mathbf{n}) \end{pmatrix};$$

$$l + l' = 2J; \quad \sigma n \Omega_{nlm} = -\Omega_{nl'm}.$$

Явный вид функций $f(r)$ и $g(r)$ находится из решения радиального уравнения Дирака с граничным условием (36). Независимость левой части граничного условия (37) от времени и углов приводит к требованию, чтобы кварковое поле представлялось одной фиксированной модой $a_{n\bar{J}lm}$ с $J = 1/2$.

Выпишем вид волновой функции кварка с полным моментом $J = 1/2$:

$$\Psi_s(\mathbf{r}) = \frac{N_s}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\omega_n+m}{\omega_n}} i j_0\left(\frac{\chi_n^s r}{R}\right) U_m \\ -\sqrt{\frac{\omega_n-m}{\omega_n}} j_1\left(\frac{\chi_n^s r}{R}\right) U_m(\hat{\sigma}\hat{\mathbf{r}}) \end{pmatrix}, \quad (39)$$

где $N_s^{-2} = R^3 j_0^2(\chi_n^s) \frac{2\omega_n(\omega_n-1/R)+m/R}{\omega_n(\omega_n-m)}$;

$$\Psi_p(\mathbf{r}) = \frac{N_p}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} i \sqrt{\frac{\omega_n+m}{\omega_n}} j_1\left(\frac{\chi_n^p r}{R}\right) \hat{\sigma}\hat{\mathbf{r}} U_m \\ \sqrt{\frac{\omega_n-m}{\omega_n}} j_0\left(\frac{\chi_n^p r}{R}\right) U_m \end{pmatrix}, \quad (40)$$

где $N_p^{-2} = R^3 j_0^2(\chi_n^p) \frac{2\omega_n(\omega_n+1/R)+m/R}{\omega_n(\omega_n-m)}$.

Здесь U_m — двухкомпонентный спинор, соответствующий проекции углового момента на ось квантования z ; ω_n — одночастичная энергия кварка с массой m :

$$\omega_n = (m^2 + \chi_n^2/R^2)^{1/2}. \quad (41)$$

Решения Ψ_s и Ψ_p отвечают состояниям с различной четностью ($s: k = -1$; $p: k = 1$). Граничное условие (36) определяет правило квантования значений энергии:

$$j_1(\chi_n^s) = \sqrt{\frac{\omega_n^s+m}{\omega_n^s-m}} j_0(\chi_n^s); \quad (42)$$

$$j_1(\chi_n^p) = -\sqrt{\frac{\omega_n^p-m}{\omega_n^p+m}} j_0(\chi_n^p). \quad (43)$$

Численные значения решений этих уравнений при $m = 0$ равны $\chi_1^s = 2,04$; $\chi_1^p = 3,84$; $\chi_2^s = 5,40$ и т. д.

Предположим, что в основном состоянии адрона все кварки находятся в наимизшем s -состоянии. Тогда в приближении статической полости энергия такого состояния принимает вид

$$E_{\text{bag}} = \frac{N\chi_s}{R} + B \frac{4\pi}{3} R^3 + E_{\text{int}}(R). \quad (44)$$

Условие баланса давления на поверхности мешка (37) сводится к минимизации полной энергии адрона по отношению к радиусу мешка R (при фиксированном значении «внешнего» давления B):

$$\partial E_{\text{bag}}/\partial R = 0. \quad (45)$$

Соотношения (38) — (44) представляют собой решение уравнений модели мешков МТИ в приближении статической полости. Решение (38) — (40) и условия квантования дираковских мод (42), (43) в точности совпадают с решениями (5), (6) модели дубненского мешка [7, 8].

В исходной модели без включения дополнительных типов взаимодействия между кварками можно лишь оценить центроидные характеристики энергетического спектра мезонов и барионов и сделать оценку статических свойств адронов. Как указывалось выше [7], такие оценки дают удовлетворительные результаты, если выбрать радиус мешка $R \sim 1$ фм ($B^{1/4} \sim 140$ МэВ). Для описания энергетического спектра всех адронов и их статических свойств уже необходимо ввести взаимодействие между кварками, которое генерирует структуру спектра.

Обычно предполагается, что расщепление между адронными мультиплетами обязано процессам одноглюонного обмена между кварками внутри мешка.

Кварки внутри мешка, как цветозаряженные частицы, являются источниками цветовых электрического и магнитного полей. Эти поля удовлетворяют внутри мешка уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{B}_i^a &= \mathbf{j}_i^a; & \text{div } \mathbf{B}_i^a &= 0; \\ \text{div } \mathbf{E}_i^a &= \mathbf{j}_i^a; & \text{rot } \mathbf{E}_i^a &= 0, \end{aligned} \quad (46)$$

где $j_\mu^{ai} = g \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \lambda^a \Psi_i$ — цветовой ток кварков, и подчиняются граничным условиям на поверхности мешка:

$$\hat{\mathbf{r}} \left(\sum_i \mathbf{E}_i^a \right) = 0, \quad \hat{\mathbf{r}} \times \left(\sum_i \mathbf{B}_i^a \right) = 0. \quad (47)$$

Граничные условия гарантируют невылетание цветоэлектрического поля из мешка. А их вид позволяет рассматривать вакуум внутри мешка как совершенный цветодиэлектрик (см. ниже).

Вклад в энергию адрона за счет кварк-кваркового одноглюонного взаимодействия определяется выражением

$$\Delta E_g = \alpha_s \sum_{a=1}^8 \frac{1}{2} \int d\mathbf{x} [\mathbf{E}^a \mathbf{E}^a - \mathbf{B}^a \mathbf{B}^a] = \Delta E_g^E + \Delta E_g^M. \quad (48)$$

В рассматриваемом порядке теории возмущений вклад происходит от диаграмм двух типов: обменной (а) и собственно энергетической (б)



Если обменные диаграммы вычисляются явно, то относительно собственно энергетических диаграмм делается некоторое предположение. Обычно считается, что диаграммы б каким-то образом перенормируют массы кварков, которые, вообще говоря, являются параметрами модели. Вместе с тем часть собственно энергетических вкладов следует сохранить с тем, чтобы гарантировать выполнение граничных условий. Действительно для цветоэлектрического поля, имеющего радиальное направление, граничное условие удовлетворяется лишь для состояний синглетных по цвету: $\sum_i \lambda_i^2 = 0$. Для состояний, являющихся комбинацией тождественных кварков, вклад в энергию цветоэлектрического поля равен нулю: $\Delta E^E = 0$, а для разных кварков он не превышает 5 МэВ.

Более существенное влияние на формирование спектра основных состояний оказывает цветомагнитное взаимодействие кварков. Магнитное поле \mathbf{V}_i^a каждого кварка удовлетворяет граничному условию модели мешков (47), поэтому для описания его вклада в энергию используют формулу

$$\Delta E_g^M = -\alpha_s \sum_{a=1}^8 \sum_{i < j} \frac{1}{2} \int d\mathbf{x} \mathbf{V}_i^a \mathbf{V}_j^a = -\frac{3\alpha_s}{R} \sum_{a=1}^8 \sum_{i < j} (\sigma_i \lambda_i^a) (\sigma_j \lambda_j^a) \times \\ \times \bar{M}(m_i, m_j, R) = \frac{\eta \alpha_s}{R} \sum_{i < j} \bar{M}(m_i, m_j, R) (\sigma_i \sigma_j). \quad (49)$$

При переходе к последней строчке взято среднее по цветосинглетному состоянию ($\eta = 1$ для барионов и $\eta = 2$ для мезонов), $\bar{M}(m_i, m_j, R)$ — интеграл по волновым функциям кварков.

Проявлением неабелевой структуры теории является одинаковый знак сил как в случае барионов, так и в случае мезонов. Выражение (49) определяет вклад цветомагнитных сил в массу адрона.

Наиболее важным моментом в применении модели мешков в статическом приближении к описанию спектра адронов является выбор массовой формулы (44). В МТИ-версии модели массовая формула была задана выражением

$$E(R) = \sum_{\text{flav}} \frac{n_i \omega(m_i, R)}{R} + \frac{4}{3} \pi B R^3 - \frac{Z_0}{R} + \Delta E_g. \quad (50)$$

Первое слагаемое в (50) есть кинетическая энергия $N = \sum n_i$ кварков, запертых в мешке радиуса R , а ω являются собственными значениями решений уравнения Дирака в полости. Второе слагаемое по предположению определяет (объемную) энергию, необходимую для создания удерживающего потенциала. Константа B характеризует степень разрушения физического вакуума внутри мешка. В работах МТИ-группы считалось, что кварки внутри мешка взаимодействуют между собой по теории возмущений с константой сильной связи α_s , а физический вакуум внутри мешка полностью разрушен. Член $-Z_0/R$ содержит вклады, отождествляемые с энергией «нулевых колебаний», поправкой за счет движения центра масс, и возможные другие вклады.

Величины B , Z_0 , α_s и m_q были получены из сравнения с экспериментальными значениями масс p , Δ , Ω^- и ω частиц. Радиус мешка фиксируется условием баланса (45). Константа B определяет энергетический масштаб масс адронов, α_s ответственна за получение правильного расщепления между адронными мультиплетами ($N - \Delta$ расщепление), параметры N_q (число кварков) и Z_0 характеризуют выбор масштаба мезонных и барионных масс, наконец, массы кварков m_u , m_d , m_s определяют электромагнитное расщепление масс в изоспиновых мультиплетах и разницу масс странных и нестранных адронов. В [41] получены значения

$$\begin{aligned} B^{1/4} &= 145 \text{ МэВ}, & Z_0 &= 1,84, & \alpha_s &= 2,2, \\ m_s &= 279 \text{ МэВ} & \text{для } m_u &= m_d = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

или

$$\begin{aligned} B^{1/4} &= 125 \text{ МэВ}, & Z_0 &= 1,95, & \alpha_s &= 3,0, \\ m_s &= 353 \text{ МэВ} & \text{для } m_u &= m_d = 108 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Предсказания масс основных состояний других адронов имеют, за исключением пиона, разумное согласие с экспериментом. Аналогичная процедура, содержащая новые модельные предположения, которые позволили сократить число независимых параметров модели, была выполнена в [86]. В этой работе использовалась массовая формула

$$M_{\text{нагр}}^2 = E_{\text{bag}}^2 - \sum_i n_i \left(\frac{\kappa_i}{R} \right)^2, \quad \frac{dM}{dR} = 0, \quad (52)$$

позволяющая явно оценить вклад движения центра масс кварков в энергию мешка [87, 88]. Из сравнения с экспериментом были получены следующие значения параметров:

$$\begin{aligned} B^{1/4} &= 228 \text{ МэВ}, & Z_0 &= 2,33, & \alpha_s &= 0,96, \\ m_s &= 288 \text{ МэВ}, & m_u &= m_d = 0. \end{aligned} \quad (53)$$

В работе [86] Z_0 вела себя подобно цветоэлектрической энергии, α_s считалась бегущей константой связи, а B вычислялась по модели вакуума КХД [89].

Большие усилия в последующем были направлены на то, чтобы вычислить параметры модели и сопоставить их значения с аналогичными параметрами в других подходах. На основе этих данных оказывается, что использование массовой формулы МТИ (50) не является самосогласованным.

В работе [90], пользуясь стандартными предположениями МТИ, формула (50) была обобщена на случай адронов, содержащих один тяжелый Q и легкие кварки:

$$E(R) = m_Q + E_{\text{kin}}^q + \frac{4\pi}{3} BR^3 + \frac{Z_0}{R} + \Delta E_g, \quad (54)$$

где ΔE_g — цветомагнитная поправка к энергии. Этот случай важен тем, что теоретическая неопределенность в оценке параметров гораздо меньше, чем только для легких кварков. Позже в [91] была доказана невозможность описания с помощью (50) наблюдаемых $D^* - D$ и $\Sigma_c - \Lambda_c$ расщеплений масс и указано на необходимость введения дополнительных, зависящих от спинов членов.

Кроме того, во всех вычислениях (для легких кварков) для описания $\Delta - N$ -расщепления приходится выбирать достаточно большую константу $\alpha_s \approx 1 \div 2$ внутри мешка. Недавние вычисления собственной энергии кварка указали на неприменимость в этом случае теории возмущений, так как первая поправка к собственной энергии кварка оказалась равной почти 50 % [92]. Надежды на получение большого отрицательного значения параметра Z_0 за счет учета геометрического эффекта Казимира также не получили своего подтверждения [93].

Другим источником, свидетельствующим о несогласованности массовой формулы (50), является сопоставление с результатами, полученными с помощью метода правил сумм КХД [28]. Наиболее важный вывод из приложений метода правил сумм (ПС) состоит в том, что статические характеристики определяются главным образом эффектами, связанными с наличием в вакууме КХД различных конденсатов. Оказалось, что константа мешка B , характеризующая степень разрушения вакуума, на порядок меньше «глубины» вакуума, определяемой величиной $\left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \right\rangle$, которая была оценена в ПС [28]. Таким образом не подтверждается одна из основных гипотез МТИ-версии модели о тривиальной структуре вакуума внутри мешка. Учет взаимодействия валентных составляющих с конденсатными полями приводит к тому, что параметры модели мешков становятся существенно зависящими от рассматриваемого состояния. По всей видимости, такое взаимодействие может оказать доминирующее воздействие на формирование спектроскопии адронов [30, 94].

Среди других факторов, влияющих на описание статических свойств адронов, следует отметить пионные взаимодействия [67, 69], взаимодействие с высокочастотными вакуумными полями, примером которых являются инстантоны [30, 95].

Вклады кирального и инстантонного кварк-кваркового взаимодействия в энергию состояний адронов аналогичны цветомагнитным. Например, диаграммы, соответствующие однопионному обмену имеют вид



Диаграмма *a* приводит к спин-изоспиновой структуре взаимодействия вида

$$(\tau_i^a \sigma_i) (\tau_j^a \sigma_j).$$

Для корректного учета пионного поля вне бариона следует также учесть пионную собственно энергетическую диаграмму *б*. Но суммирование по всем возможным промежуточным кварковым состояниям приводит к расходящимся выражениям [96]. Такая ситуация подобна вычислениям по модели мешков вкладов кваркового моря в структурные функции глубоконеупругого рассеяния. Она является следствием включения в сумму промежуточных состояний с очень высоким импульсом, где квазиклассические представления о конфайнменте недоуверены. Поэтому обычно либо сохраняют лишь основной член в сумме, либо вводят эффективное обрезание вкладов высокоимпульсных промежуточных состояний [51, 97].

В совокупности представленная процедура очень успешна при описании статических свойств основных состояний барионов и ширины распадов возбужденных барионных состояний N^* и Δ^* [98]. Однако уже на протяжении многих лет существует проблема описания энергетического спектра возбужденных состояний барионов. Впервые в [99, 100] в МТИ-модели была предпринята попытка вычисления масс отрицательно-четных барионов, в которых два кварка находятся в основном состоянии и один кварк возбужден в $P_{1/2^-}$ или $P_{3/2^-}$ состояние [99]. Более полно техника вычислений спектра возбужденных состояний с учетом взаимодействий, обусловленных одноглюонным и однопионным обменами, была разработана в [101]. Здесь получено заметное улучшение результатов модели мешков при вычислении спектра возбужденных отрицательно-четных N^* - и Δ^* -состояний. Вместе с тем остаются проблемы. Например, при получении требуемого расщепления N^* ($3/2^-$)-состояний требуются нереально большие значения константы α_s .

Вычисление возбужденных N^* - и Δ^* -состояний является важным и с точки зрения попытки воспроизвести в рамках модели мешков

дальнодействующие нуклон-нуклонные силы. Мы считаем, что в этой ситуации должны существенную роль играть также эффекты взаимодействия кварков с вакуумом КХД.

Все, что рассматривалось выше, связано с проблемой учета остаточного взаимодействия между кварками. Во второй главе уже было отмечено, что одним из основных предположений модели мешков [7, 26] является предположение о квазинезависимом поведении кварков в мешке, и указано на необходимость выхода за рамки этого приближения. Там же нами был упомянут один из привлекательных способов учета многочастичных сил, предложенный С. Б. Герасимовым [56].

В основу этого подхода положены массовая формула для состояния $|\Psi\rangle$ кварков с импульсами \mathbf{p}_i , энергиями ε_i , массами m_i , находящимися в точках r_i :

$$E = \left\langle \Psi_{\mathbf{p}=0} \left| \sum_{i=1}^N \frac{1}{2\varepsilon_i} \left\{ \varepsilon_i^2 + \mathbf{p}_i^2 + \left[m_i + \frac{1}{2(N-1)} \sum_{j \neq i} V_s(r_{ij}) \right]^2 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \left[\frac{1}{2(N-1)} \sum_{j \neq i} V_v(r_{ij}) \right]^2 \right\} + \frac{1}{N-1} \sum_{i < j} V_v(r_{ij}) \right| \Psi_{\mathbf{p}=0} \right\rangle \quad (55)$$

и вариационный принцип

$$\partial E / \partial \alpha_i = 0; \quad \partial E / \partial x_i = 0 \quad (x_i = \varepsilon_i / E), \quad (56)$$

где варьируемыми параметрами являются одночастичные энергии кварков ε_i и набор потенциальных параметров $\{\alpha_i\}$, определяющих пробную волновую функцию состояния адрона с полным импульсом $\mathbf{p} = 0$:

$$\Psi_{\mathbf{p}=0}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{N-1}; \{\alpha\}), \quad (57)$$

где

$$\mathbf{p}_N = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i - n\mathbf{r}_{N+1} \right) - \text{координаты Якоби } [n = 1 \div \div (N-1)].$$

При выводе (55) делаются следующие предположения. Существует универсальное взаимодействие $V_0(r)$ (r — относительное межкварковое расстояние) системы кварк — антикварк ($q\bar{q}$), описываемое волновой функцией

$$\Psi_{q\bar{q}} = N \exp\left(-\frac{1}{2} \gamma r\right). \quad (58)$$

Потенциал взаимодействия N кварков определяется через V_0 :

$$V(1, 2, \dots, N) = \frac{1}{N-1} \sum_{i < j} V_0(r_{ij}), \quad (59)$$

где r_{ij} — расстояние между i -м и j -м кварками. Такой выбор связан с рассмотрением взаимодействия i -го кварка с соседями как универсального $q\bar{q}$ взаимодействия i -го кварка q с «антикварком» q^{N-1} . Считается, что пробная волновая функция состояния имеет вид

$$\Psi_{q^N; N \geq 3} = N \exp \left[-\frac{1}{2} \alpha^2 (\mathbf{p}_1^2 + \dots + \mathbf{p}_{N-1}^2) \right]. \quad (60)$$

В подходе [56] спиновые взаимодействия учитываются по теории возмущений таким образом, что результаты минимизации E с волновыми функциями (58), (60) сравниваются с линейными комбинациями масс физических частиц, из которых приближенно исключены вклады спин-спинового взаимодействия.

Вариационный принцип $\delta E / \delta x_i = 0$ постулирует способ выхода частиц за «массовую оболочку» при включении взаимодействия. Как видно из (55), взаимодействие вводится как (квази) потенциал, параметрически зависящий от энергии частиц.

Для определения потенциала универсального $q\bar{q}$ -взаимодействия используется выражение энергии двух покоящихся цветовых зарядов $q\bar{q}$, полученное в рамках модели мешков [102]:

$$V_s = ar; \quad V_v = ar - \kappa/r, \quad (61)$$

где V_s и V_v — скалярная и векторная части возникающего в модели потенциала удержания.

С параметрами $a = 0,055$ ГэВ, $m_{u,d} = 0$, $m_s = 0,33$ ГэВ, $m_c = 1,65$ ГэВ, $m_b = 5,1$ ГэВ хорошо воспроизводятся массы основных состояний адронов, радиационные ширины распадов векторных мезонов. Магнитные моменты барионов имеют тот же вид, что и в нерелятивистской $SU(6)$ -модели: в выражения моментов кварков $e_i/2\varepsilon_i$ входит энергия кварков, зависящая от состояния адрона и состояния, в котором находятся кварки-соседи. Мы специально уделили внимание подходу [56], чтобы подчеркнуть перспективность развиваемых в этой работе идей.

4. СОЛИТОНОПОДОБНЫЕ МОДЕЛИ МЕШКОВ

К проблеме обоснования модели мешков можно подходить с нескольких точек зрения. Сюда можно отнести и проблему формальной согласованности модели, и совместность модели с другими известными подходами к описанию элементарных частиц (нерелятивистские модели, квазипотенциальный подход, реджистика, поведение структурных функций), и попытки вычисления параметров модели исходя из КХД (правила сумм КХД, и в частности инстантонный подход). В этом разделе мы остановимся на связи модели мешков с локальной квантовой теорией поля и рассмотрим принцип динамического нарушения киральной инвариантности.

Модель мешков в формулировке МТИ [26] представляет собой теорию нелокальных объектов (мешков). Размерность этих объектов

совпадает с размерностью пространства рассматриваемой теории. В двумерной теории (x, t) мешок представляет собой релятивистскую струну. Это обстоятельство позволяет наиболее далеко продвинуться при формальном решении модели мешков в двумерной модели [26, 42, 103—105], так как теория релятивистской струны достаточно хорошо разработана [106]. Но даже в этом случае проблема упорядочивания операторов, возникающая при квантовании, ставит труднопреодолимые препятствия на пути извлечения из полученных решений полной информации о теории. Лишь в конечномодовом (фактически одномодовом) приближении [104] удастся справиться с возникающими проблемами. Основным результатом, который можно извлечь на этом пути, состоит в получении трансляционно-инвариантного приближенного решения к модели мешков. К этому вопросу мы вернемся в соответствующем месте.

В теориях с более высокой размерностью, в частности в четырехмерной теории, невозможно построить даже классическую теорию мешка. Поэтому на практике используют два существенно обедняющих динамику исходной модели предположения о классическом описании мешка и его статичности.

С середины 70-х годов проводятся интенсивные исследования по изучению моделей теории поля с нетривиальными частицеподобными решениями. Разработанные методы квантования в окрестности таких решений [107] позволили придать классическим протяженным объектам реальный смысл. Обычно энергетический спектр возбуждений модели состоит из нескольких дискретных уровней и полосы сплошного спектра. Первые возбуждения соответствуют связанным состояниям, вторые описывают процессы рассеяния возбужденных квантов на солитоне. Как правило, солитон рассматривают как барион, а кванты возбуждения как мезоны [108]. Многосолитонные решения позволяют рассматривать процессы рассеяния барионов.

Если при рассмотрении двумерной модели мешков полезным оказалось знание о решениях модели релятивистской струны, то для четырехмерной модели, где такой информации нет, естественным было бы применение методов локальной теории поля. Этот подход породил целый класс так называемых солитоноподобных моделей [109—114], (классические) решения которых качественно воспроизводят структуру решений моделей мешков. Действительно, мешок в приближении, когда динамика его поверхности задана и является классической (приближение статической полости, например), можно рассматривать как протяженный классический объект, при квантовании в окрестности которого возникает бесконечный дискретный спектр возбужденных состояний — дираковских квантов в полости.

Общей идеей построения солитоноподобных лагранжианов является введение наряду со спинорным полем $\Psi(x)$, соответствующим кварковым степеням свободы, эффективного (скалярного) поля $\sigma(x)$, определяющего эффективную массу кварка и самодействие которого формирует протяженный объект — мешок. Мешок представляет собой

пространственно неоднородное вакуумное состояние теории, обладающее собственным импульсом P и энергией E . Кварки определяются как одночастичные фермионные возбуждения над таким вакуумом. Заметим, что в отличие от МТИ-модели поле σ является независимой переменной.

Рассмотрим лагранжиан модели Фридберга—Ли [112], являющейся наиболее продвинутой моделью этого типа:

$$L = \frac{i}{2} \bar{\Psi} (\hat{\nabla} - m) \Psi - \frac{i}{2} g \bar{\Psi} \sigma \Psi - U(\sigma) + \\ + \frac{1}{2} (\nabla_{\mu} \sigma)^2 - \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_0}\right) (G_{\mu\nu})^2, \quad (62)$$

где

$$U(\sigma) = \frac{a}{4!} \sigma^4 + \frac{b}{3!} \sigma^3 + \frac{c}{2} \sigma^2 + B.$$

Предполагается, что кварки эффективно взаимодействуют с глюонным полем $G_{\mu\nu}$ по теории возмущений. В лагранжиан (62), вообще говоря, могут входить также эффективные псевдоскалярные поля Хиггса и другие, а кроме того, для построения перенормированной теории возмущений следует ввести контрчлены. (В силу требования перенормируемости теории самодействие $U(\sigma)$ выбрано в виде полинома четвертой степени.) Но для описания качественной картины в квазиклассическом приближении эти модификации несущественны.

С точки зрения современных представлений о КХД любая модель адронов определяется заложенной в ней информацией о структуре вакуума. Нетривиальность структуры вакуума КХД есть проявление самодействия глюонного поля и оказывается существенной на характерных для сильных взаимодействий масштабах.

В модели Фридберга — Лиэти особенности КХД, по предположению, аппроксимируются эффективным скалярным полем σ с самодействием $U(\sigma)$, выбранным в виде функции от σ и имеющим один локальный минимум при $\sigma = 0$, $U(0) = B$ и абсолютный минимум при $\sigma(x, t) \equiv \sigma_v$, $U(\sigma_v) = 0$. Такое поведение соответствует картине двух фаз, отделенных резкой замкнутой границей (мешком): во внешней области — вакуум σ_v , непрозрачный для кварков и глюонов, и адронная фаза $\sigma = 0$ внутри мешка. Кварки существуют в вакуумной «яме». Константа B определяется из условия $U(\sigma_v) = 0$, а σ_v через параметры самодействия $U(\sigma)$. Конфайнмент в модели обеспечивается выполнением граничных условий

$$\sigma_0 = \begin{cases} -m/g, & r \ll R; \\ \sigma_v \rightarrow \infty, & r \gg R, \end{cases} \quad (63)$$

при которых масса кварка $M_q \rightarrow \infty$ во внешней области. Предел теории, при котором энергия и толщина переходной зоны между вакуумами стремятся к нулю, а относительно масс предполагается,

что все массы, за исключением массы кварков внутри мешка, стремятся к бесконечности [110], соответствует модели мешков (рис. 1).

Построить квантовую теорию модели (62) не представляется возможным, поэтому используется квазиклассическая теория возмущений, в основе которой рассматриваются классические уравнения движения, причем решением является нетопологический солитон [112]. Топологический заряд такого поля равен нулю, другими словами, $\sigma(x) \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} \sigma_v$. Устойчивость решения обеспечивается сохранением некоторых нетеровских зарядов (электрического заряда в заряженной скалярной теории, числа фермионов в спинорной теории) и непосредственно связана с существованием валентных (кварко-

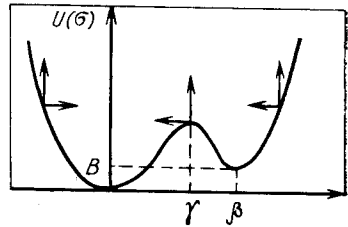


Рис. 1. Функция $U(\sigma)$:

модели мешков соответствует выбор параметров: B — фиксировано, $\beta \rightarrow 0$, $1/2 < \gamma/\beta < 1$ — фиксировано, $\alpha = k_1 \beta^{-(p_1+4)}$; $\lambda = k_2 \beta^{-(p_2+2)}$, ($k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $0 < p_2 < p_1 < 2$)

вых) степеней свободы. Это есть следствие известной теоремы Деррика [140]. В классических уравнениях спинорные поля являются s -числовыми грасмановыми функциями.

В работе [112] показано, что при определенном выборе параметров модели солитонное решение энергетически выгоднее, чем плосковолновые решения, и, следовательно, стабильно относительно распада.

Методы функционального интегрирования и уравнения, учитывающие вклады поляризации вакуума, рассмотрены в [115].

В классическом пределе самосогласованное решение связанной системы уравнений для дираковского и скалярного полей представляет собой связанное состояние сильновзаимодействующих фермионов ($\lambda \gg 1$).

Волновые функции состояний кварков $\Psi(x)$ и поле σ в приближении среднего поля удовлетворяют уравнениям:

$$\begin{aligned} [-i\alpha\nabla + \beta m + \beta g\sigma(\mathbf{r})] \Psi_k(\mathbf{r}) &= \epsilon_k \Psi_k(\mathbf{r}); \\ -\nabla^2 \sigma(\mathbf{r}) + \frac{\partial U(\sigma)}{\partial \sigma} &= -g \sum \bar{\Psi}_k(\mathbf{r}) \Psi_k(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (64)$$

с условием нормировки

$$\int \Psi_k^+(\mathbf{r}) \Psi_k(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 1,$$

где α , β — матрицы Дирака, а g — константа связи кварков с полем σ . Сумма в (64) распространяется по всем заполненным состояниям минус вклад дираковского подвала уровней.

По сравнению с приближением статической полости в модели мешков солитоноподобные модели обладают рядом особенностей.

Прежде всего «степень» конфайнмента определяется в данной модели некоторым пределом функции самодействия $U(\sigma)$ при специально выбранном предельном поведении четырех параметров этой функции. При этом (в зависимости от выбора параметров) реализуются варианты моделей мешков МТИ (кварк в объеме мешка) или *SLAC* (кварк, «живущий» на поверхности мешка) (рис. 2).

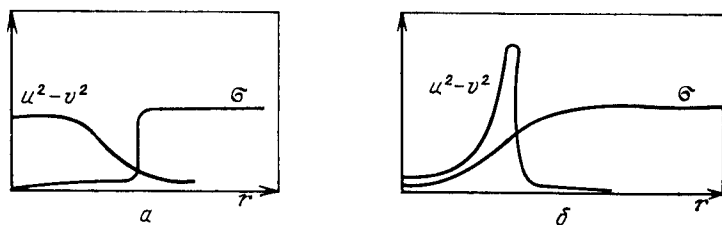


Рис. 2. Поведение функций $\sigma(r)$ и $(u^2 - v^2)(r)$:
 a — МТИ-вариант ($\alpha \gg 1$, $g \sim 1$); b — *SLAC*-вариант ($\alpha \sim 1$, $g \gg 1$)

В работах [116], где большое внимание уделено разработке численных методов, были получены решения классических уравнений модели Фридберга — Ли для широкой области изменения параметров функции $U(\sigma)$. (В последней работе были изучены решения для возбужденных состояний модели.)

Можно, однако, показать, что качественное поведение этих решений можно получить из решения уравнения Дирака со скалярными запирающими потенциалами, зависящими от параметров, которые имеют смысл, аналогичный выделяемым параметрам в модели Фридберга — Ли.

В отмеченных выше работах показано, что не удастся количественно совместить статические характеристики нуклона и параметры модели, и делается вывод о необходимости введения новых эффективных полей и учета дополнительно ряда эффектов.

Кроме того, модель Фридберга — Ли в принципе допускает многосолитонные решения. Этот факт позволяет изучать в рамках этой модели процессы с участием адронов: динамику столкновений нестатических мешков; нормальные моды осцилляций мешка, приводящие к распаду; окружающее адроны мезонное поле $\bar{q}q$ как представление осцилляций эффективных полей (σ, π) .

С этой (физической) точки зрения интересным явилось изучение в модели изменения свойств нуклона в ядре [117]. Если в ядре выделить некоторый произвольный нуклон и для простоты предположить, что все окружающие его нуклоны представляют собой однородную ядерную материю, то на языке модели такая ситуация сводится к замене внешнего физического вакуума на внешнюю ядерную среду. Причем последняя, вообще говоря, является полупрозрачной для

кварков. Соответствующие расчеты указывают на разбухание протонного мешка, внесенного в ядерную материю, что приводит к качественному согласию с поведением структурных функций, найденных из ЕМК данных. Расчеты свидетельствуют [118] и о модификации электромагнитных формфакторов нуклона в ядре, согласованной с увеличением размера нуклона.

Важными при описании эффекта ЕМК являются не только изменения свойств нуклона в ядерной среде, но и изменение свойств самой среды с увеличением атомного номера [59, 119]. В частности, ядерная материя может представлять собой не просто «чистое» нуклонное вещество, а являться однородной смесью (гетерофазой) различных состояний кварковой материи, характеризуемой числом кварков в одном мешке: $n = 0, 3, 6, 9, \dots$ (фаза с $n = 0$ учитывает нетривиальный характер вакуума КХД). В работах [120] была приближенно оценена возможность существования таких фазовых состояний мешков. Было бы интересно в дальнейшем объединить динамический подход солитоноподобной модели мешков с изучением статических свойств ядерной материи.

Следующие наглядные представления о цветодиелектрическом вакууме дают объяснение конфайнмента цветовых глюонных полей в модели Фридберга — Ли. Цветовые поля $A_\mu^a(x)$ вводятся как в КХД, за исключением того, что они взаимодействуют с полем солитона через диэлектрическую функцию $k(\sigma)$, выбранную так, что $k(0) = 1$ и $k(\sigma_v) = 0$. Например, $k(\sigma) = |1 - \sigma/\sigma_v|$.

Конфайнмент цвета возникает из этих общих требований на k . В соответствии с законом Гаусса

$$\operatorname{div} \mathbf{D}^a = J_0^a.$$

Если полный цветовой заряд не исчезает внутри некоторой конечной полости, то D -поле ведет себя по закону $r^{-(2-\epsilon)}$ при $r \rightarrow \infty$ и цветодиелектрическая энергия в среде

$$\frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \frac{[D(r)]^2}{k(r)} \rightarrow \infty, \text{ так как } k(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0.$$

Внутри мешка, где $k \simeq 1$, глюонное поле практически свободно. В такой картине использование в расчетах разложения в ряд по α_s получает качественное объяснение. Оценка высших поправок является технической проблемой. Но из расчетов [121] известно, что поправки за счет учета квантовых флуктуаций кварковых полей, обусловленных их взаимодействием с глюонами, малы.

Тракуя глюонное поле по теории возмущений, можно развить технику функций Грина в сферической полости и решить линеаризованные уравнения, которые имеют тот же вид, что и уравнения Максвелла для поля в среде. Оценка $N - \Delta$ -расщепления позволяет

зафиксировать константу α_s . Как и в МТИ-модели, она оказывается приблизительно равной 2, что исключает применение теории возмущений и заставляет сделать предположение о наличии более существенных вкладов в величину $N - \Delta$ -расщепления [30].

Модель Фридберга — Ли оказалась удобной для разработки методов учета теории возмущений КХД в полости [121, 122], изучения проблемы движения центра масс [42, 123, 124] и киральной инвариантности [114, 116]. В [114] идеи, разрабатываемые в [125—128] (пион-голдстоуновская мода и т. д.), применены для восстановления киральной инвариантности теории.

5. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ В МОДЕЛИ МЕШКОВ

В течение всего предшествовавшего изложения неоднократно подчеркивалась роль релятивистских эффектов в предсказаниях модели мешков. В этом разделе мы специально остановимся на способах учета этого важнейшего принципа модели. Все особенности релятивизма связаны с тем, что кварки — это частицы со спином $1/2$, динамика которых описывается релятивистским уравнением Дирака. Перечислим эти особенности.

Переход от паулиевских спиноров, используемых в нерелятивистских моделях, к дираковским [7] позволил учесть релятивистскую связь спин—орбита. Поправки от вклада нижней компоненты волновой функции к статическим характеристикам адронов не малы и качественно улучшают результаты нерелятивистской $SU_{NR}(6)$ -теории [7, 35] (см. разд. 1). Здесь также существенным моментом оказывается использование скалярного поля в качестве сил удержания кварков.

Кроме того, известно, что при релятивистских трансформациях компоненты дираковского поля преобразуются. Возможность описания движений мешка-адрона безусловно необходима при вычислении формфакторов и структурных функций процессов рассеяния. Важно подчеркнуть (этот момент часто вызывает недоразумения), что и статические величины, например магнитные моменты, характеризуют реакцию частицы на ее движение. Поэтому расчеты следует проводить не в системе покоя при $\mathbf{p} = 0$, а как предел для этой величины при $\mathbf{p} \rightarrow 0$. В этой части далее мы подробно остановимся на вычислении эффектов, обусловленных трансформационными свойствами кварков.

Другая проблема связана с составной природой адрона. Она возникает из-за того, что кварки движутся в замкнутом пространстве, ограниченном поверхностью мешка. Центр масс кварков находится в движении. Оно дает фиктивный вклад в энергию и другие параметры и особенно существенно для легких кварков [87, 88]. Альтернативный подход к решению этого вопроса [56] мы уже рассматривали.

Наконец, важным проявлением релятивизма в модели являются эффекты, обусловленные влиянием дираковского моря кварков.

Ранее мы уже отмечали вклад моря при вычислении барионного числа в модели мешков [76]. Еще более существенной оказывается роль моря Дирака в развиваемом в последнее время подходе к низкоэнергетической физике [129].

Прогресс в решении каждого из отмеченных моментов давал существенное улучшение предсказательной силы модели мешков. Ниже мы подробно рассмотрим метод учета эффектов отдачи и движения центра масс кварков [42].

Проблема учета этих эффектов вызвана тем, что обычно используемое решение в приближении статической полости явным образом нарушает релятивистскую и трансляционную симметрии и соответствующие законы сохранения. Причиной этого является классическое рассмотрение поверхности мешка. Такого рода проблемы известны, и существует метод коллективных координат Боголюбова [130], позволяющий строго учитывать исходные симметрии теории [131].

Для последовательного изложения этого подхода к модели мешков удобно использовать формулировку модели в варианте Фридберга — Ли (62), лагранжиан которой

$$L = g^{-1} \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 - \frac{1}{2} (\nabla \sigma)^2 - U(\sigma) - \bar{\Psi} (-i\gamma^\mu \partial_\mu + h\sigma) \Psi \right\}$$

определен в разд. 4. Преимущество локальной формулировки, в частности, заключается в том, что поля Ψ и σ определены во всей области пространства-времени и подчиняются (обычным) каноническим коммутационным соотношениям

$$\left. \begin{aligned} [\sigma(\mathbf{x}, t), \dot{\sigma}(\mathbf{y}, t)] &= ig\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}); \\ \{\Psi(\mathbf{x}, t), \Psi^+(\mathbf{y}, t)\} &= g\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

где g — параметр квазиклассического разложения теории.

В применении к рассматриваемому случаю релятивистских симметрий идея метода Боголюбова состоит в том, чтобы среди динамических переменных теории выделить переменные, описывающие движение протяженного объекта (мешка) как целого, и связать их с параметрами симметрии (коллективными координатами). Коллективные координаты вводятся только для тех преобразований симметрии, которые нарушены классическим решением.

Будем считать для простоты, что статическое приближение модели мешков нарушает только трансляционную инвариантность и пространство коллективных координат пространственно однородно. Более последовательно можно рассмотреть проблему, пользуясь разработанным в [42] методом.

В результате в квазиклассическом приближении можно построить оператор Гейзенберга, соответствующий кварку, находящемуся

в мешке [42]:

$$\left. \begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}, t) &= \int d\mathbf{f} d\omega \exp [i(\omega \hat{\tau}(\mathbf{x}, t) - \\ &- \mathbf{f} \hat{\xi}(\mathbf{x}, t))] \Phi^j(\omega, \mathbf{f}) D_{ij}(\theta(\mathbf{p})); \\ \Phi(\omega, \mathbf{f}) &= \int \frac{d\beta d\alpha}{(2\pi)^4} \exp[-i(\beta\omega - \mathbf{f}\alpha)] Q(\alpha, \beta); \\ Q(\alpha, \beta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \Psi_n(\alpha) \exp(-ik_n\beta); \\ \{b_m, b_n^+\} &= \delta_{mn}, \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

где Ψ_m и k_m — волновые функции (38) — (40) и энергии (42), (43) кварков в статическом мешке, $D(\theta(\mathbf{p}))$ — матрица, являющаяся неприводимой спинорной составляющей представления группы Пуанкаре, а вид операторов $\hat{\xi}_\alpha(x)$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\tau}(\mathbf{x}, t) &= Ht - P_z z - D; \\ \hat{\xi}(\mathbf{x}, t) &= Hz - P_z t - L_z; \\ \hat{\eta}_\perp &= \mathbf{x}_\perp - \mathbf{q}_\perp, \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

коммутирующих друг с другом и зависящих от генераторов группы Пуанкаре [L — буст в направлении z , D — оператор продольных (t, z) масштабных преобразований], гарантирует выполнение для спинорного поля $\Psi(x)$ правильных трансформационных свойств относительно релятивистских преобразований.

Состояние мешка $|\Omega_p\rangle$ есть вектор относительно релятивистских преобразований

$$P_\mu |\Omega_p\rangle = p_\mu |\Omega_p\rangle, \quad P_\mu^2 = M^2 \quad (68)$$

и является вакуумом по отношению ко вторично квантованному полю Ψ :

$$b_n |\Omega_p\rangle = 0. \quad (69)$$

Сделаем два замечания относительно выбора переменных. Во-первых, они достаточны для рассмотрения сферически-симметричного мешка в системе Брейта, когда в течение всего процесса частица движется по прямой. Для произвольного движения такого мешка (или деформированного мешка) следует пользоваться переменными, построенными в [132].

Во-вторых, составная природа адрона означает, что каждая составляющая частица обладает независимыми собственными значениями энергии-импульса. Учет этого факта приводит к дальнейшему обобщению координат и последовательному решению проблемы движения центра масс [132]. В обоих этих случаях в отличие от (66) возникают

проблемы с коммутативностью операторов ξ_α . Как при каноническом преобразовании (66) можно удовлетворить каноническим соотношениям (65), последовательно разлагая поля в ряд по g (\hbar) [133], так и в этом случае проблему упорядочивания некоммутирующих ξ_α операторов можно решить, дополнительно раскладывая поля в ряд по v/c [134].

Изложенная процедура позволяет строить локальные токи составной частицы и вычислять различные матричные элементы от них. Релятивистская инвариантность гарантирована.

Приведем результаты вычислений с помощью этого метода среднеквадратичного электромагнитного радиуса и магнитного момента протона [49]:

$$\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle^{(st)}; \quad \mu_p = \frac{M}{M_{st}} \mu_p^{(st)} + \Delta\mu_p, \quad (70)$$

где поправка к статическому приближению имеет вид

$$\Delta\mu_p = \frac{e}{2M} \int_0^\infty dr r^2 \left[u^2(r) - \frac{1}{3} l^2(r) \right], \quad \text{где } \Psi(r) = \begin{pmatrix} u(r) \\ l(r) \end{pmatrix} \chi.$$

Если модельные параметры зафиксировать по экспериментальному значению радиуса протона $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0,83$ фм, то поправка к значению магнитного момента, вычисленному в приближении статической полости, является положительной и составляет $\Delta\mu_p = 0,65e/2M_p$.

Там же, в [49], приведен вид протонных электрического, магнитного и аксиально-векторного формфакторов. При $q^2 \simeq 0,5$ ГэВ² их вид становится физически неудовлетворителен. Это связано с использованием волновых функций кварков в полости, что, как отмечено в разд. 1, неправомерно в этой области передач импульса.

Сделаем заключительные замечания. Эффекты отдачи в модели мешков изучались в большом числе статей [135—137]. Непоследовательность в подходах приводила к разнобою в результатах, часть из которых оказались неправильными. Рассмотренный выше метод существенным образом устраняет неопределенность вычислений статических свойств адронов, выполненных в приближении статической полости.

Для решения рассмотренных в этом разделе проблем широко используется метод проекций Пайерлса — Йозока [138], получивший распространение в нерелятивистской ядерной физике. Являясь в сущности частной конкретизацией метода Боголюбова, метод проекций сталкивается с определенными трудностями при непосредственном его обобщении на релятивистский случай. Это связано с возникающей при этом дилеммой [139]: использование базиса локализованных функций для описания флуктуаций в окрестности классического решения нарушает трансляционную инвариантность вакуума и приводит к неразрешимой в таком подходе проблеме вычисления

перекрытия мешков, расположенных в разных пространственно-временных точках. С другой стороны, использование плосковолнового базиса делает решения явно трансляционно-инвариантными, но при этом полностью теряется свойство локализации решения. Как показано выше, использование преобразования Боголюбова в форме «двойной проекции» (66) устраняет указанное противоречие.

Наконец, как показано в [42], решение двумерной модели, полученное методом коллективных координат, совпадает с известным решением трансляционно-инвариантного L_0 -приближения [104, 105], полученным как приближенное решение к точному. В четырехмерной модели мешков точное решение не найдено, и, следовательно, невозможно построить L_0 -приближение. По аналогии с двумерной моделью, вероятно, можно рассматривать решения (66) как решения, соответствующие L_0 -приближению. Вместе с тем выход за рамки квазиклассического приближения является актуальной проблемой в релятивистской модели мешков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель мешков представляет собой составную кварковую модель адронов. Основными принципами модели являются релятивистская ковариантность, калибровочные симметрии, а также представление о том, что квазинезависимые кварки движутся в конечной замкнутой области пространства. Модель мешков является теорией со «встроенным» конфайнментом, и ее параметры характеризуют структуру вакуума теории сильных взаимодействий.

Наибольший успех модель имеет при описании статических свойств адронов. Выход за рамки статического приближения позволяет рассматривать также и процессы рассеяния. Важными для распутывания ситуации, возникшей в спектроскопии адронов, являются исследования по модели мешков возбужденных состояний адронов и мультикварков. Эти исследования, а также изучение динамических проблем (деформированные мешки) способствуют лучшему пониманию микроскопической природы межнуклонных сил.

В данном обзоре выделены основные направления развития модели мешков. Следует подчеркнуть, что наряду с успехами модели остается ряд проблем, ждущих своего разрешения. Среди них наиболее существенными, на наш взгляд, являются получение теоретико-полевого решения модели, а также включение в принципы модели информации о структуре сильных взаимодействий, вытекающей из экспериментальных данных и независимых теоретических подходов (метод правил сумм КХД, решеточные модели и т. д.). По-видимому, эти направления будут определять позитивную роль модели в ближайшем ее будущем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н. Препринт ОИЯИ Д-1968. Дубна, 1965.
2. Боголюбов Н. Н., Нгуен Ван Хьеу, Стоянов Д. и др. Препринт ОИЯИ Д-2075. Дубна, 1965.
3. Боголюбов Н. Н., Матвеев В. А., Нгуен Ван Хьеу и др. Препринт ОИЯИ Р-2141. Дубна, 1965.
4. Струминский Б. В. Препринт ОИЯИ Р-1939. Дубна, 1965.
5. Боголюбов Н. Н., Владимиров В. С., Тавхелидзе А. Н.//ТМФ. 1972. Т. 12. С. 3—17; 305—330.
6. Matveev V., Muradyan R., Tavkhelidze A.//Nuov. cim. Lett. 1973. Vol. 7. P. 719—723.
7. Боголюбов П. Н. Препринт ОИЯИ Р2-3115. Дубна, 1967; Bogolubov P. N. //Ann. Inst. Henri Poincare. 1967. Vol. 8. P. 163—190.
8. Боголюбов П. Н.//ЭЧАЯ. 1972. Т. 3. С. 144—174.
9. Johnson K.//Acta Phys. Pol. 1975. Vol. B6. P. 865—892.
10. Hasenfratz P., Kuti J.//Phys. Rep. 1978. Vol. 40C. P. 75—181.
11. Heller L.//Springer tracts in modern physics. 1982. Vol. 100. P. 145—185.
12. De Tar C. E., Donoghue J. F.//Ann. Nucl. Part. Sci. 1983. Vol. 33. P. 235—264.
13. Jaffe R. L.//Acta Phys. Austr. Suppl. XXII 1980. P. 269—339.
14. Thomas A.//Adv. Nucl. Phys. 1983. Vol. 13. P. 1—137.
15. Щепкин М. Г.//Элементарные частицы. М.: Атомиздат, 1978, № 3. С. 34—55.
16. Fermi E., Yang C. N.//Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739—1743.
17. Sakata S.//Progr. Theoret. Phys. 1956. Vol. 16. P. 686—688; Марков М. А. Гипероны и К-мезоны. М.: Физматгиз, 1958.
18. Gell-Mann M.//Phys. Lett. 1964. Vol. 8. P. 214—215.
19. Zweig G. CERN Report 81821/TH401, 1964.
20. Han M. Y., Nambu Y.//Phys. Rev. 1965. Vol. 139B. P. 1006—1010.
21. Miyamoto Y.//Suppl. Progr. Theoret. Phys. Number Extra 1965. P. 187—192.
22. Lipkin H. S., Tavkhelidze A. N.//Phys. Lett. 1965. Vol. 17. P. 331—332.
23. Боголюбов П. Н. Препринт ОИЯИ Р-2569. Дубна, 1965.
24. Gross D., Wilczek F.//Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30. P. 1343—1346.
25. Politzer H. D.//Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30. P. 1346—1349.
26. Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K. e.a.//Phys. Rev. 1974. Vol. D9. P. 3471—3495.
27. Logunov A. A., Soloviev L. D., Tavkhelidze A. N.//Phys. Lett. 1967. Vol. 24B. P. 181—182.
28. Chetyrkin K. G., Krasnikov N. V., Tavkhelidze A. N.//Phys. Lett. 1978. Vol. 76B. P. 83—84; Chetyrkin K. G., Krasnikov N. V.//Nucl. Phys. 1977. Vol. B119. P. 174—188; Shifman M. A., Vainstein A. I., Zakharov V. I.//Nucl. Phys 1979. Vol. B147. P. 385—447; 448—518.
29. Reinders L. J., Rubinstein H. R., Yazaki S.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B186. P. 109—146; Ioffe B. L.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B188. P. 317—341; Krasnikov N. V., Pivovarov A. A., Tavkhelidze A. N.//Z. Phys. 1983. Vol. C19. P. 301—310.
30. Дорохов А. Е., Кочелев Н. И. Препринты ОИЯИ Е2-86-224, Е2-86-355, Е2-86-790, Е2-86-847. Дубна, 1986.
31. Wilson K. G.//Phys. Rev. 1974. Vol. D10. P. 2445—2459; Greutz M.//Phys. Rev. 1980. Vol. D21. P. 2308—2315; Hamber H., Parisi G.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47. P. 1792—1795.
32. Клоуз Ф. Кварки и партоны: Пер. с англ. М.: Мир, 1982.
33. Дорохов А. Е. Сообщения ОИЯИ Р2-12459. Дубна, 1979.
34. Первушин В. Н. Препринт ОИЯИ Р2-85-520. Дубна, 1985.
35. Le Yaouanc A., Oliver L., Pene O., Raynal J.-C.//Phys. Rev. 1973. Vol. D8. P. 2223—2234; 1974. Vol. D9. P. 1415—1419; 1975. Vol. D11. P. 1272—1281.

36. Eichten E., Gottfried, Kinoshita T. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 34. P. 369—372; Barbieri R., Kogerler R., Kunst Z., Gatto R. // Nucl. Phys. 1975. Vol. B105. P. 125—138; Isgur N., Karl G. // Phys. Rev. 1979. Vol. D20. P. 1191—1194; Герасимов С. Б. Препринт ОИЯИ Е2-81-268. Дубна, 1981.
37. de Rujula A., Georgi H., Glashow S. L. // Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 147—162.
38. Martin A. CERN Report THZ741, 1979.
39. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. // Nuov. cimento. 1963. Vol. 29. P. 380—399.
40. Боголюбов Н. Н., Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н. // Тр. Международного семинара по теории элементарных частиц. Варна, 1968. С. 269.
41. De Grand T., Jaffe R. L., Johnson K., Kiskis J. // Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 2060—2076; Кобзарев И. Ю., Мартемьянов Б. В., Щепкин М. Г. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1620—1629; Т. 30. С. 504—509.
42. Дорохов А. Е. // ТМФ. 1984. Т. 61. С. 64—84.
43. Bardeen W. A., Chanowitz M. S., Drell S. D. e. a. // Phys. Rev. 1975. Vol. D11. P. 1094—1136.
44. Gnadig P., Hasenfratz P., Kuti J., Szalay A. // Phys. Lett. 1976. Vol. 648. P. 62—66.
45. Логунов В. Н., Мартемьянов Б. В. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 815—816.
46. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
47. Johnson K. // Phys. Lett. 1978. Vol. 78B. P. 259—262.
48. Betz M., Goldflam R. // Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2848—2861.
49. Chizhov A. V., Dorokhov A. E. // Phys. Lett. 1985. Vol. B157. P. 85—89.
50. Johnson K. Preprint CTP 1101, Cambridge, 1983; Покровский Ю. Е. Препринт ИАЭ-58/2. М., 1986.
51. Боголюбов П. Н., Дорохов А. Е. // ЯФ. 1982. Т. 36. Вып. 4. С. 957—964.
52. Salam A., Strathdee J. // Phys. Rev. 1978. Vol. D18. P. 4596—4609.
53. Szwed R. // Phys. Rev. 1979. Vol. D14. 4323—4328.
54. Wadati M., Matsumoto H., Umezawa H. // Phys. Rev. 1978. Vol. D18. P. 1192—1195.
55. Ravndal F. // Phys. Lett. 1982. Vol. 113B. P. 57—60.
56. Герасимов С. Б. // Кварки-82. М., ИЯИ АН СССР, 1983. С. 314; Gerasimov S. B. // Progress in particle and nuclear Physics. Oxford, Pergamon Press, 1982. Vol. 8. P. 207.
57. Jaffe R. L., Johnson K. // Phys. Lett. 1976. Vol. 60B. P. 201—204; Кобзарев И. Ю., Мартемьянов Б. В., Щепкин М. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. Вып. 12. С. 600—603; Donoghue J. F., Gomm H. // Phys. Lett. 1983. Vol. 121B. P. 49—52; Carlson C. E., Hansson T. H., Peterson C. // Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 2167—2181.
58. Matveev V. A., Sorba P. // Lett. Nuovocimento. 1977. Vol. 20. P. 435—439; Nuovo cimento. 1978. Vol. 45A. P. 257—279.
59. Балдин А. М. Краткие сообщения по физике. М., ФИАН. 1971. С. 35—39; ОИЯИ P7-58. Дубна, 1974; ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 429—477; Baldin A. M. e. a. // Proc. Rochester Meeting. APS/OPV. 1971. P. 131.
60. Pagels H. // Phys. Rep. 1975. Vol. 16. P. 249—311; Gasser J., Leutwyller H. // Phys. Rep. 1982. Vol. 87. P. 77—169.
61. Chodos A., Thorn C. B. // Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 2733—2743.
62. Иноэ Т., Maskawa T. // Progr. Theoret. Phys. 1975. Vol. 54. P. 1833—1847.
63. Brown G. R., Rho M. // Phys. Lett. 1979. Vol. 82B. P. 177—181.
64. Vento V., Rho M., Numan E. a. e. // Nucl. Phys. 1980. Vol. A345. P. 413—434.
65. Gonzalez P., Vento V., Rho M. // Nucl. Phys. 1983. Vol. A376. P. 446—456.
66. Jaffe R. L. // Point-like structures inside and outside hadrons./ed. Zichichi, N. Y., 1982. P. 99—154.
67. Мусаханов М. М. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 810—816; 1621—1625; Т. 34. С. 1123—1129.

68. Barahill M. V., Halprin A. // Phys. Rev. 1980. Vol. D21. P. 1916—1918;
 Myhrer F., Brown G. E., Xu. Z. // Nucl. Phys. 1981. Vol. A362. P. 317—330.
69. Theberge S., Thomas A. W., Miller G. A. // Phys. Rev. 1980. Vol. D22. P. 2838—2852; *ibid.* 1981. Vol. D23. P. 2106 (E)—2106.
70. Saito K. // Progr. Theoret. Phys. 1984. Vol. 71. P. 775—790.
71. Musakhanov M. M. // Czechoslovak J. Phys. 1982. No. 3. P. 248—263;
 Vol. D24. Theberge S., Thomas A. W., Miller G. A. // Phys. Rev. 1981. P. 216—229.
72. Thomas A. W. // J. Phys. 1981. Vol. G7. P. L283—L286.
73. Witten E. // Nucl. Phys. 1983. Vol. B223. P. 422—432; 433—444.
74. Skyrme T. H. R. // Proc. Roy Soc. Lond. 1961. Vol. A260. P. 127—142;
 Nucl. Phys. 1962. Vol. 31. P. 556—569.
75. Witten E. // Nucl. Phys. 1979. Vol. B160. P. 57—115.
76. Goldstone J., Jaffe R. L. // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 1518—1521.
77. Rho M., Goldhaber A. S., Brown G. E. // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 747—750.
78. Jezabek M., Zalewski K. // Phys. Lett. 1984. Vol. 148B. P. 334—336.
79. Jaroszewicz T. // Phys. Lett. 1984. Vol. 143B. P. 217—221.
80. Vepstas L., Jackson A. D., Goldhaber A. S. // Phys. Lett. 1984. Vol. 140B. P. 280—284; Brown G. E., Jackson A. D., Rho M., Vento V. // Phys. Lett. 1984. Vol. 140B. P. 285—289.
81. Rho M. // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1984. Vol. 34. P. 531—582.
82. Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K., Thorn C. B. // Phys. Rev. 1974. Vol. D10. P. 2599—2604.
83. Rebbi C. // Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 2407—2421; Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 2362—2373.
84. De Grand T., Rebbi C. // Phys. Rev. 1978. Vol. D17. P. 2358—2363.
85. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969.
86. Carlson C., Hansson T. H., Peterson C. // Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 1556—1564.
87. Donoghue J. F., Johnson K. // Phys. Rev. 1980. Vol. D21. P. 1975—1985.
88. Wong C. W. // Phys. Rev. 1981. Vol. D24. P. 1416—1419.
89. Hansson T. H., Johnson K., Peterson C. // Phys. Rev. 1982. Vol. D26. P. 415—428.
90. Shuryak E. V. // Phys. Lett. 1980. Vol. 93B. P. 134—136.
91. Aerts A. T. M., Hansson T. H., Wroldsen J. CERN TH-4068/84, Geneva, 1984.
92. Baacke J., Igarashi Y., Kasperidus G., Uster H. // Z. Phys. 1983. Vol. C21. P. 127—135.
93. Milton K. A. // Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 439—443; *ibid.* 1980. Vol. D22. P. 1441—1443.
94. Hansson T. H. // Nucl. Phys. 1985. Vol. B249. P. 742—749; Celenza L. S., Shakin C. M. // Phys. Rev. 1985. Vol. D32. P. 1807—1815.
95. Horn D., Yankielowicz S. // Phys. Lett. 1978. Vol. 76B. P. 343—346;
 Кочелев Н. И. // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 456—462.
96. Chin S. A. // Phys. Lett. 1982. Vol. 109B. P. 161—163; Nucl. Phys. 1982. Vol. A382. P. 355—377; Oset F. // Nucl. Phys. 1983. Vol. A411. P. 357—368.
97. Crawford G. A., Miller G. // Phys. Lett. 1983. Vol. 132B. P. 173—177.
98. Leroy C. // Phys. Rev. 1978. Vol. D18. P. 326—332.
99. De Grand T. A., Jaffe R. L. // Ann. Phys. 1976. Vol. 100. P. 425—456.
100. De Grand T. A. // Ann. Phys. 1976. Vol. 101. P. 496—519.
101. Wroldsen J., Myhrer F. // Z. Phys. 1984. Vol. C25. P. 59—73.
102. Hasenfratz P., Horgan R. R., Kuti J., Richard J. M. // Phys. Lett. 1980. Vol. 94B. P. 401—404; Vol. 95B. P. 299—305.
103. Shalloway D. // Phys. Rev. 1975. Vol. D11. P. 3545—3564.
104. Krapchev V. // Phys. Rev. 1976. Vol. D13. P. 329—336.
105. Jaffe R. L. // Ann. of Phys. 1981. Vol. 132. P. 32—52; Davis A. C., Squires E. J. // Phys. Rev. 1979. Vol. D19. P. 388—390.

106. **Goddard P., Goldstone J., Rebbi C., Thorn C. B.**//Nucl. Phys. 1973. Vol. B56. P. 109—135.
107. **Корепин В.Е., Фаддеев Л.Д.**//ТМФ. 1975. Т. 25. С. 147—163; **Christ N. H., Lee T. D.**//Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 1606—1627; **Tomboulis E.**//Phys. Rev. 1975. Vol. D12. P. 1678—1683; **Khrustalev O. A., Razumov A. V., Taranov A. Yu.**//Nucl. Phys. 1980. Vol. B172. P. 44—58.
108. **Goldstone J., Jackiw R.**//Phys. Rev. 1975. Vol. D11. P. 1486—1498.
109. **Vinciarelli P.**//Nucl. Phys. 1975. Vol. B89. P. 463—492; 493—507; **Rafelski J.**//Phys. Lett. 1978. Vol. 79B. P. 419—422.
110. **Creutz M.**//Phys. Rev. 1975. Vol. D10. P. 1749—1752.
111. **Huang K., Stump D. R.**//Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 223—245.
112. **Friedberg R., Lee T. D.**//Phys. Rev. 1977. Vol. D15. P. 1694—1708; 1977. Vol. D16. P. 1096—1116.
113. **Goldflam R., Wilets L.**//Phys. Rev. 1982. Vol. D25. P. 1951—1963.
114. **Birse M., Banerjee M.**//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 118—127.
115. **Cahill R. T., Williams A. G.**//Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 1966—1977; 2599—2603.
116. **Saly R., Sundaresan M. K.**//Phys. Rev. 1984. Vol. D29. P. 525—532; **Birse M., Banerjee M.**//Phys. Lett. 1984. Vol. 136B. P. 284—288; **Kahana S., Ripka G., Soni V.**//Nucl. Phys. 1984. Vol. A415. P. 351—364; **Köppel Th., Harvey M.**//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 171—180.
117. **Jandel M., Peters G.**//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 1117—1119.
118. **Celenza L. S., Rosenthal A., Shakin C. M.**//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 232—239.
119. **Балдин А. М.** Краткие сообщения по физике, М., ФИАН, 1972. т. 18. С. 465; **Балдин А. М., Гиордэнеску Н., Зубарев В. Н. и др.**//ЯФ, 1975. Т. 21. Вып. 6. С. 1008—1014.
120. **Балдин А. М., Назмитдинов Р. Г., Чижов А. В. и др.**//ДАН СССР. 1984. Т. 279. № 3, С. 602—605; **Chizhov A. V., Nazmitdinov R. G., Shumovsky A. S., Yukalov V. I.**//Nucl. Phys. 1986. Vol. A449. P. 660—672.
121. **Maxwell O. V., Vento V.**//Nucl. Phys. 1982. Vol. 407. P. 366—412.
122. **Lee T. D.**//Phys. Rev. 1979. Vol. D19. P. 1802—1819; **Close F. E., Horgan R. R.**//Nucl. Phys. 1980. Vol. B 164. P. 413—421; Nucl. Phys. 1981. Vol. B185. P. 333—345.
123. **Dethier J.-L., Goldflam R., Henley E. M., Wilets I.**//Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 2191—2198.
124. **Gattone A. O., Hwang W.-W.P.**//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 2874—2879.
125. **Волков М. К., Эберт Д.** ЯФ. 1982. Т. 36. С. 1265—1277. **Ebert D., Volkov M. K.**//Z. Phys. 1983. Vol. C16. P. 205—210.
126. **Goldman T., Naumaker R. W.**//Phys. Rev. 1981. Vol. 24. P. 724—742; 743—751.
127. **Miransky V. A., Gusynin V. P., Sitenko Yu. A.**//Phys. Lett. 1981. Vol. 100B. P. 157—161; **Miransky V. A., Fomin P. I.**//Ibid. 1981. Vol. 105B. P. 387—391; **Gusynin V. P., Miransky V. A., Sitenko Yu. A.**//Ibid. 1983. Vol. 123B. P. 428—433.
128. **Le Yaouanc A., Oliver L., Ono S.e.a.**//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 137—159.
129. **Дьяконов Д. И., Петров В. Ю.**//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 361—379.
130. **Боголюбов Н. Н.**//Укр. матем. журн. 1950. Т. 2. С. 3—24; см. также Избранные труды. Т.2. Киев: Наукова Думка, 1970.
131. **Солодовникова Е. П., Тавхелидзе А. Н., Хрусталева О. А.**//ТМФ. 1972. Т. 11. С. 317—330.
132. **Дорохов А. Е.** Препринт ОИЯИ P2-85-1985. Дубна; ТМФ. 1987. Т. 70. С. 52—62.
133. **Свешников К. А.**//ТМФ. 1983. Т. 55. С. 361—384.
134. **Krajcik R. A., Foldy L. L.**//Phys. Rev. 1974. Vol. D10. P. 1777—1795.

135. **Picek I., Tadic D.**//Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 665—667; **Wang X. M., Yin P. C.**//Phys. Lett. 1984. Vol. B140. P. 249—252; **Wang X. M.**//Phys. Lett. 1984. Vol. B140. P. 413—416.
136. **Quichon P. A. M.**//Phys. Lett. 1983. Vol. B129. P. 108—112; **Tegen R., Brockman R., Weise W.**//Z. Phys. 1983. Vol. A307. P. 339—350.
137. **Kobushkin A. P., Fuji K.**//Nuovo cimento. 1985. Vol. 89A. P. 257—266.
138. **Peterls R. E., Yoccoz J.**//Proc. Phys. Soc. 1957. Vol. A70. P. 381—385;
- Peierls R. E., Thouless D. J.**//Nucl. Phys. 1962. Vol. 38. P. 154—176.
139. **Wilets L.**//Foundations of Physics. 1985. Vol. 18. P. 293—312.
140. **Derrick G. N.**//Journ. Math. Phys. 1964. Vol. 5. P. 1252—1254.