

## Реакции выбивания нуклонов и кластеров из легких ядер протонами средних энергий

А. И. Вдовин, А. В. Головин, И. И. Лошаков

Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина. Ленинград

Дан обзор экспериментальных и теоретических исследований реакции выбивания нуклонов и кластеров протонами средних энергий (30—150 МэВ) из легких ядер. Рассмотрены методы теоретического анализа реакций выбивания. Основное внимание уделено  $t$ -матричному приближению с искаженными волнами. На примере реакций выбивания кластеров показано, как квазиупругие и двухступенчатые процессы когерентно включаются в матричный элемент при использовании  $t$ -матричного приближения.

The review of experimental and theoretical investigations of the nucleons and clusters knockout reactions induced by medium energy (30—150 MeV) protons from light nuclei is given. The theoretical methods of the reactions analysis are observed. The main attention is paid to the distorted waves  $t$ -matrix approximation. The quasi-elastic and two-step processes are shown to be included to the matrix element calculation using  $t$ -matrix approximation for knockout reactions.

### ВВЕДЕНИЕ

Реакции выбивания типа  $(p, 2p)$ ,  $(p, pn)$ ,  $(p, pd)$ ,  $(p, p\alpha)$  и другие дают два, относительно независимых вида информации: 1) о механизме реакций, т. е. о двухчастичных силах и взаимодействиях в начальном и конечном состояниях; 2) о свойствах состояний остаточных ядерных систем и о волновых функциях выбиваемых частиц. Из всех указанных реакций наибольшее внимание уделяется реакции  $(p, 2p)$ , которую иногда называют квазиупругим рассеянием протонов. В области промежуточных начальных энергий (150—1000 МэВ) эксперименты, в которых она изучалась, подтвердили правильность модели прямого (квазиупругого) выбивания частицы из ядра и оболочечной структуры ядер. Из угловых корреляций протонов в  $(p, 2p)$ -экспериментах при достаточно больших энергиях частиц ( $\sim 400$  МэВ) непосредственно получают данные о внутриядерных импульсных распределениях протонов.

Из-за важности такой информации неоднократно публиковались обзоры работ и их основные результаты. Как правило, они касались только  $(p, 2p)$ -реакций. В разное время такие обзорные работы выполнялись Джакобом и Марисом [1,2], Риу [3], Чантом [4], Мак-Дональдом [5]. Все они посвящались реакциям выбивания при начальных энергиях протонов, больших 150 МэВ, и в каждой отмечалось, что, несмотря на качественный прогресс в понимании квазиупругих процессов, до сих пор остаются нерешенными проблемы, с ко-

торами столкнулись еще в 60-е годы. В первую очередь, отсутствует количественное описание экспериментальных дифференциальных сечений (функций угловых корреляций). Расчетные сечения приходится умножать на коэффициенты (редукции), которые, учитывая поглощение, непредсказуемо меняются при изменении начальной энергии протонов. Например, в случае реакции ( $p$ ,  $2p$ ) на  $^{16}\text{O}$  этот коэффициент равен  $1/3$  при энергии протонов 450 МэВ и  $1/7$  при 170 МэВ [3].

В спектрах возбуждений остаточных ядер отчетливо наблюдаются пики, соответствующие  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -состояниям. Эти пики сами имеют сложную структуру, но из-за плохого энергетического разрешения детекторов отдельные уровни ядер не выделяются (в лучшем случае разрешение достигает 1,5 МэВ). Вероятность их образования приходится учитывать, вводя весовые коэффициенты с помощью модельных расчетов с  $j-j$ -,  $L-S$ - или промежуточной связями, что снижает точность расчетов.

Выбивание частиц из внутренних оболочек сопровождается широким (10—15 МэВ)  $s$ -пиком в спектре возбуждения остаточных ядер, простирающимся в область энергий 30—35 МэВ. Проблема расшифровки отдельных уровней в этом диапазоне энергий возбуждения сложна и не решена в настоящее время. Здесь предлагается учесть [2]: взаимодействие нуклонов внешних оболочек с внутренними, интерференцию процессов прямого выбивания и перерассеяния, парные и многочастичные корреляции нуклонов внутри ядра и т. д.

Эти проблемы привели к тому, что интерес к реакциям выбивания под действием протонов промежуточных энергий в 70-х годах начал постепенно падать.

Повысить энергетическое разрешение можно за счет уменьшения энергии падающего протона. Так, при энергии протонов 50 МэВ разрешение для вылетающих протонов достигает 300 кэВ и, следовательно, появляется возможность непосредственно наблюдать отдельные уровни верхних оболочек ядер. Первый же эксперимент, в котором изучалась реакция ( $p$ ,  $2p$ ) на  $^{12}\text{C}$  при энергии 50 МэВ [6], позволил выделить сразу пять отдельных уровней в спектре возбуждения  $^{11}\text{B}$ . С этого момента начались интенсивные исследования реакций выбивания под действием протонов средних энергий (30—150 МэВ). Строятся ускорители, позволяющие плавно менять энергию протонов в диапазоне 50—200 МэВ. В СССР такой ускоритель работает в ИЯИ АН УССР (Киев). Целью исследований по-прежнему является изучение механизма реакций; однако в этом диапазоне энергий кроме квазиупругого возможны и другие, например двухстадийные и обменные, процессы. При их анализе встает задача корректного учета: 1) искажений волновых функций (отражения, поглощения, преломления и фокусировки поверхностью ядра); 2) немассовых эффектов в двухчастичных амплитудах реакций; 3) влияния резонансов промежуточных ядер.

Анализ реакций выбивания при средних энергиях протонов проводился с привлечением различных моделей, в частности для

ядер с  $A = 2 \div 4$  в [7] использовались уравнения Фаддеева. В большинстве случаев их решения объяснили характер экспериментальных данных. Для  $A \geq 6$  уравнения Фаддеева оказались не эффективными из-за отсутствия надежных данных о парных взаимодействиях [8].

В области средних энергий реакция  $(p, 2p)$  изучена наиболее полно. Наибольший вклад в развитие ее теории внес Мак-Карти. Разработанное им  $t$ -матричное приближение DWTA [9] было положено в основу метода эффективной  $t$ -матрицы DWETA [10], который используется при анализе выбивания из ядер сложных частиц.

Несмотря на определенные успехи в описании механизма ядерных реакций при средних энергиях протонов, многие вопросы еще остаются открытыми. В какой-то степени это связано с нерешенными проблемами из области теории ядра: отсутствие надежных данных о внутриядерных волновых функциях, двухчастичных потенциалах и др.

Для дальнейшего продвижения вперед наступило время подвести итоги сделанному за прошедшие два десятилетия, принимая во внимание, что ни в отечественной, ни в зарубежной литературе систематизации накопленных к настоящему времени данных не проводилось. В настоящей работе и предпринята попытка анализа экспериментальных и теоретических работ, в которых изучались реакции выбивания частиц из ядер с  $A \geq 6$  при средних энергиях.

Обзор состоит из двух частей. В первой рассматриваются реакции выбивания нуклонов, во второй главное внимание уделено реакциям выбивания сложных частиц (кластеров). На их примере показано, каким образом квазиупругие, двухстадийные и обменные процессы когерентно включаются в матричный элемент при использовании DWETA.

## 1. РЕАКЦИИ $(p, 2p)$ И $(p, pn)$

**Постановка экспериментов.** Мы рассматриваем лишь те способы исследования реакций выбивания, в которых получают дифференциальные сечения реакций, и не касаемся методов, в основном радиохимических, получения интегральных сечений и выходов продуктов реакций.

У реакций с тремя частицами в конечном состоянии имеется пять степеней свободы (независимых параметров), не считая поляризации, поэтому важно так проводить измерения, чтобы одновременно было удобно с точки зрения и теории, и эксперимента.

Различают компланарные, некомпланарные и камерные эксперименты. Компланарными называются такие опыты, в которых импульсы всех частиц, участвующих в реакции, лежат в одной плоскости. Среди компланарных экспериментов выделяют четыре типа:

1. Симметричный компланарный, схема которого показана на рис. 1. Частицы регистрируются при одинаковых углах  $\theta$  по разные

стороны от направления движения налетающего протона (оси  $Z$ ). Отбираются события, в которых импульсы вылетающих частиц одинаковы по величине ( $P_1 = P_2$ ), т. е. в зависимости от величины угла  $\theta$  остаточное ядро движется по (или против) направлению падающего протона.

2. Компланный несимметричный эксперимент, в котором фиксируется угол вылета одной из частиц,  $\theta_1 = \text{const}$ , а другой угол  $\theta_2$  меняется. При изучении  $(p, 2p)$ -реакций в таких экспериментах обычно отбирают события с одинаковыми импульсами (энергиями), в случае реакций со сложными частицами предполагается равенство проекций импульсов обеих вылетающих частиц на ось  $X$ , т. е. остаточное ядро летит по направлению оси  $Z$ .

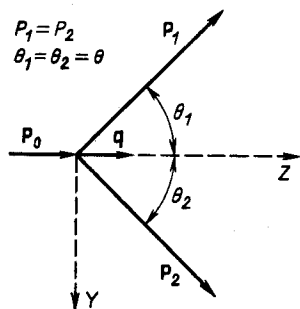


Рис. 1. Симметричная компланарная  $(p, 2p)$ -реакция

3. При одинаковых углах  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$  регистрируют частицы при фиксированном значении параметра  $x = P_1/P_2 = \text{const}$  ( $P_1 \geq P_2$ ), обычно значение параметра  $x$  близко к единице. При такой постановке опыта ядро отдачи движется в плоскости  $(Z, Y)$ .

4. При фиксированных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , обычно  $\theta_1 = \theta_2 = \text{const}$  при выбивании нуклонов, регистрируют все события, соответствующие данной реакции, и исследуют энергетические спектры частиц (energy sharing spectrum). Отличительной (и привлекательной) чертой экспериментов такого типа является полное (100 %) использование измеренного материала.

Как следует из названия, в некопланарных экспериментах импульсы только двух вылетающих частиц лежат в одной плоскости. В принципе, все перечисленные выше способы измерений (1—4) можно использовать и в некопланарной геометрии, однако этот метод начал использоваться совсем недавно с появлением сильноточных ускорителей, поскольку в таких опытах обычно приходится иметь дело с малыми величинами сечений.

Во всех перечисленных способах измерений события регистрируют на совпадения, используя полупроводниковые ( $\Delta E/\Delta x - \Delta E$ )-телескопы, кристаллы полного поглощения, магнитные спектрометры, в случае реакций  $(p, pn)$  — времяпролетную технику. Когда речь идет о событиях с одинаковой энергией у вылетающих частиц, это значит, что отбираются события, удовлетворяющие условию  $|E_1 - E_2| \leq C$ . Иными словами, сечения усредняются внутри энергетического интервала шириной  $2C$ , при этом подразумевается, что изменение сечения внутри интервала незначительно. Для  $(p, 2p)$ -реакций обычно  $C = 5$  МэВ в лучших экспериментах.

Разброс по углам  $\Delta\theta$  обычно составляет  $2-3^\circ$  и определяется размерами детекторов. Их конечные размеры (так называемые экс-

периментальные эффекты) являются причиной того, что все измерения в компланарной геометрии содержат примесь некопланарных событий. Влияние экспериментальных эффектов исследовалось неоднократно в работах Джакоба и Мариса [11], Сакамото [12], Джексона [13]; недавно для этой цели был применен метод Монте-Карло [14] и  $t$ -матричное приближение [15]. Во всех случаях отмечалось, что разброс  $|E_1 - E_2| \leq C$  не оказывает существенного влияния, но конечные размеры детекторов могут исказить результаты.

Все перечисленные выше способы измерений называются корреляционными или опытами в ограниченной геометрии. Измеряемые в них экспериментальные сечения определяются с помощью выражения:

$$D^3\sigma = \frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE_1} = \frac{N_x}{N_0 N \varepsilon} \frac{1}{\Delta\Omega_1 \Delta\Omega_2 \Delta E_1}, \quad (1)$$

где  $N_x$  — число событий в зоне кинематической линии бипараметрического спектра, соответствующей выбранному значению  $\Delta E_1$  (бипараметрический спектр — зависимость числа событий от  $E_1$  и  $E_2$  при фиксированных углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$ );  $N_0$  — число падающих частиц;  $N$  — число ядер мишени на  $1 \text{ см}^2$ ;  $\varepsilon$  — эффективность регистрации;  $\Delta\Omega$  — телесные углы детекторов.

В отличие от корреляционных экспериментов, измерения с помощью пузырьковых, искровых и фотоэмульсионных камер проводятся во всем доступном фазовом пространстве реакций, ограниченном лишь порогом регистрации частиц. Такие эксперименты называют камерными или экспериментами в полной геометрии.

Камерные измерения проводятся с низким энергетическим разрешением ( $\sim 1-2 \text{ МэВ}$ ), однако возможность одновременной регистрации сразу всех событий (и с малыми, и с большими переданными импульсами) выгодно отличает такие измерения от корреляционных. Принято считать, что камерные эксперименты дополняют корреляционные. Если же в конечном состоянии образуются нестабильные ядра [реакции  $^{12}\text{C}(p, p3\alpha)$ ,  $^{16}\text{O}(p, p4\alpha)$  и др.], только эксперименты в полной геометрии дают объективную информацию и о механизме реакций, и о состояниях (уровнях) образующихся промежуточных ядер.

Можно отметить, что теоретический анализ реакций выбивания, измеренных в полной геометрии, существенно сложнее, чем в ограниченной. Легко видеть, что корреляционные измерения проводятся в области фазового пространства, где ожидаемый механизм реакции кинематически выделен (например, симметричная геометрия соответствует прямому выбиванию). При измерениях и анализе реакций в полной геометрии приходится иметь дело сразу со всей гаммой процессов и явлений, которые возможны при выбранной начальной энергии частиц. Прямые процессы в реакциях, которые изучаются с помощью камер, в некоторых случаях [16] можно выделить с помощью критерия Треймана — Янга [17]. Как правило, это события с малыми переданными импульсами.

**Качественное описание реакций выбивания. Одночастичное приближение.** Качественное описание реакций выбивания удобно начать с идеализированного одночастичного приближения, в котором неупругое взаимодействие нуклонов с ядрами можно представить как последовательность независимых внутриядерных нуклон-нуклонных столкновений. Иными словами, считается, что в ядре возможны только нуклон-нуклонные, и нет трехчастичных взаимодействий. Это объясняется тем, что межнуклонные расстояния в ядрах около 2 фм, а длина дебройлевской волны, соответствующая средней передаваемому ядру импульсу, при начальной энергии 50 МэВ составляет 1 фм. Принцип Паули запрещает столкновения нуклонов с малыми переданными импульсами (большими длинами волн) [2,18]. В этой схеме квазиупругое выбивание представляется просто однократным взаимодействием налетающего протона с внутриядерным. Для объяснения квазиупругого выбивания кластеров приходится допускать существование в ядре короткодействующих взаимодействий нуклонов (корреляций), которые вызывают ассоциирование нуклонов в кластеры [19].

Для удобства изложения формализма реакций выбивания введем следующую систему индексов. Обозначим налетающий протон, внутриядерный и два вылетающих индексами  $0'$ ,  $1'$ ,  $0$ ,  $1$ , индексом  $A$  обозначим начальное ядро,  $(A - 1)$  — конечное, которое может находиться в возбужденном состоянии. В нерелятивистском случае:

$$E_{0'} = E_0 + E_1 + E_{A-1} + |Q| + E_{\text{возб}}; \quad (2)$$

$$\hbar\mathbf{k}_{0'} = \hbar\mathbf{k}_0 + \hbar\mathbf{k}_1 + \hbar\mathbf{k}_{A-1}, \quad (3)$$

где  $E_i$  — кинетические энергии частиц. Определим энергию отделения частиц как  $E_s = |Q| + E_{\text{возб}}$ , где,  $E_{\text{возб}}$  — энергия возбуждения остаточного ядра, а  $Q$  — энергия реакции.

Энергия отделения  $E_s$  испущенного протона и импульс ядра отдачи  $\hbar\mathbf{k}_{A-1}$  имеют простое физическое толкование. Ядро отдачи имеет дырку в оболочке, из которой испускается протон, а энергия отделения равна энергии этого одночастичного состояния. Поскольку в начале ядро  $A$  покоилось, импульс ядра отдачи равен импульсу внутриядерного протона до столкновения  $\hbar\mathbf{k}_{A-1} = -\mathbf{q}$ . Измеряя энергии вылетающих частиц и углы их вылета, можно прямо измерить энергии и импульсные распределения одночастичных состояний в конкретных оболочках.

**Импульсное приближение с плоскими волнами (PWIA).** Этот метод анализа реакций выбивания разработан в начале 50-х годов Чу и Лоу и до сих пор с небольшими изменениями используется на практике. Пренебрегая спиновыми и изоспиновыми переменными, дифференциальное сечение реакции ( $p$ ,  $2p$ ) запишем в виде

$$D^3\sigma = \frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE_1} = (2\pi)^{-5} \frac{k_0 k_1}{k_0'} \frac{m_1^2}{(\hbar c)^6} \sum_{l, m} |T_l^m|^2, \quad (4)$$

где  $d\Omega_i = 2\pi \sin \theta_i d\theta_i$  — телесные углы вылета протонов;  $m_1$  — масса протона, а  $T_l^m$  — матричный элемент, равный

$$T_l^m = \iint d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \exp(-i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}_1 - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_2) \times \\ \times V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \exp(i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_1) \psi_l^m(\mathbf{r}_2). \quad (5)$$

Здесь  $\psi_l^m$  — одночастичная координатная волновая функция внутриядерного протона  $1'$  с орбитальным моментом  $l$  и его проекцией  $m$ ,  $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$  — двухчастичный локальный центральный потенциал  $p-p$ -взаимодействия.

После замены переменных  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}'$  (приближение нулевого радиуса взаимодействия) матричный элемент  $T_l^m$  представляется в виде произведения двух сомножителей (факторизуется):

$$T_l^m = \left\{ \int d\mathbf{r} \exp[i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1) \mathbf{r}] V(r) \right\} \times \\ \times \left\{ \int d\mathbf{r}' \exp[i(\mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_0) \mathbf{r}'] \psi_l^m(\mathbf{r}') \right\}. \quad (6)$$

Первый сомножитель — это фурье-преобразование двухчастичного взаимодействия при значении импульса, равном импульсу, переданному начальным протоном. Лучшим приближением для  $V(r)$  является псевдопотенциал, квадрат фурье-преобразования которого дает сечение свободного  $(p, p)$ -рассеяния. Это и есть импульсное приближение, причем в формулу (4) вместо квадрата фурье-преобразования потенциала двухчастичного взаимодействия подставляют экспериментальное сечение  $(d\sigma/d\Omega)_{p-p}$ .

Второй множитель — это фурье-образ волновой функции связанного протона (интеграла перекрытия волновых функций начального ядра и кора)  $\psi_l^m(\mathbf{r})$  в импульсном представлении:  $g_l^m(\mathbf{q})$ . При подстановке его в (4) получится протонный формфактор оболочки  $l$  или плотность вероятности импульсного распределения протонов в ядре (после суммирования по  $l$  и  $m$ ). Таким образом, формула (4) может быть записана в виде

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} = \mathcal{K}' \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{p-p} \sum_{lm} |g_l^m(\mathbf{q})|^2, \quad (7)$$

где  $\mathcal{K}'$  — кинематический множитель, на который, чтобы исключить его влияние, делят измеренные дифференциальные сечения (спектры) в экспериментах типа 4); в экспериментах типа 1) — 3) он меняется незначительно [20].

**Информация, получаемая с помощью PWIA.** 1. Аналитический вид одночастичных волновых функций  $g_l^m(\mathbf{q})$  будет разным в зависимости от типа потенциалов, с которыми определяются  $\psi_l^m(\mathbf{r})$ . В частности, для всех  $m$  прямоугольная яма дает сферические функции Бесселя  $j_l(q)$ , гармонический осциллятор  $-q^l \exp(-q^2/q_0^2)$ . Явный вид функций  $g_l^m(\mathbf{q})$  для осцилляторного потенциала и некоторых значений  $l$  и  $m$  можно найти в работах Джексона [13, 21]. Свойства волно-

вых функций  $g_l^m(q)$  не зависят от типа используемых на практике потенциалов (включая и вудс-саксоновский). При всех значениях  $l \neq 0$ ,  $g_l(q) = 0$ , если  $q = 0$  и наоборот, если  $l = 0$ , функция  $g_l(q)$  имеет максимум при  $q = 0$ . Это позволяет по виду измеренных в эксперименте дифференциальных сечений различать, из каких оболочек, скажем  $s$  или  $p$ , выбит протон. Например, в симметричной компланарной геометрии  $q = 0$  при  $\theta \approx 45^\circ$  ( $\theta = 45^\circ$ , если  $Q = 0$ ). Когда протоны выбиваются из  $s$ -оболочки, измеренное сечение  $D^3\sigma$  будет иметь колоколообразный вид с максимумом при угле  $45^\circ$ . Если протоны будут выбиваться из других оболочек, сечение при  $45^\circ$  должно иметь минимум (обращаться в нуль), причем по обе стороны этого минимума располагаются два максимума при углах  $\theta_1$  и  $\theta_2$  ( $\theta_1 < \theta < \theta_2$ ). Максимум при угле  $\theta_1$  должен быть выше, чем при  $\theta_2$ , поскольку он соответствует  $(d\sigma/d\Omega)_{p-p}$ , взятому при меньшей начальной энергии в с. ц. м. (меньшем переданном импульсе), иными словами, максимум при  $\theta_1$  соответствует столкновению протонов, движущихся в одном направлении.

2. В симметричной компланарной геометрии теоретический анализ экспериментальных сечений существенно упрощается, для нечетных  $m$  матричные элементы  $T_l^m = 0$ . Впервые на это обратил внимание Марис [22], а позднее показала Джексон [21]. В PWIA это приводит к интересным следствиям. При взаимодействии с  $p$ -протонами отбираются только те столкновения, которые произошли на периферии (точнее, на двух полюсах) ядра, когда внутриядерный протон двигался коллинеарно по отношению к направлению пучка ускорителя. И наоборот, эксперименты типа 2)–4) позволяют исследовать другие орбитали с  $m \neq 0$  при выбранных значениях  $l$ . При промежуточных энергиях такие исследования к началу 70-х годов были выполнены для ядер  $1p$ -оболочки, их результаты обсуждены в обзоре [2], где и сделано заключение лишь о качественном соответствии PWIA экспериментальным результатам.

3. Оба максимума при  $l \neq 0$  должны располагаться симметрично относительно значения  $q = 0$ , если в качестве переменной по оси абсцисс используется величина  $q = q(\theta)$ .

4. Одни функции угловых корреляций  $D^3\sigma(\theta)$  не позволяют различать, из каких конкретно внешних оболочек выбит протон, если  $l \neq 0$ . Однако, привлекая дополнительную информацию о спектрах возбуждения остаточных ядер, решают и задачу идентификации значения  $l$ . Отметим, что с ростом  $l$  расстояние между соседними максимумами (в масштабе  $q$  по оси абсцисс) возрастает.

Таким образом, PWIA имеет наглядную физическую интерпретацию: механизм взаимодействия определяет первым множителем в (6), второй множитель определяет вероятность внутриядерному протону иметь значение импульса  $q$  (т. е. структуру ядра).

На рис. 2, 3 приведены спектры возбуждения остаточных ядер и функции угловых корреляций из разных экспериментов, в которых реакция  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  изучалась при энергиях 400 [23], 155 [24];



100 [20] и 50 МэВ [6] в симметричной компланарной геометрии. О соответствии PWIA и экспериментальных данных можно говорить, и то лишь условно, для опытов при энергии 400 МэВ, где события отбираются сразу для всех уровней возбуждения  $^{11}\text{B}$  в интервале 0–16 МэВ. В действительности же не все уровни  $^{11}\text{B}$  соответствуют

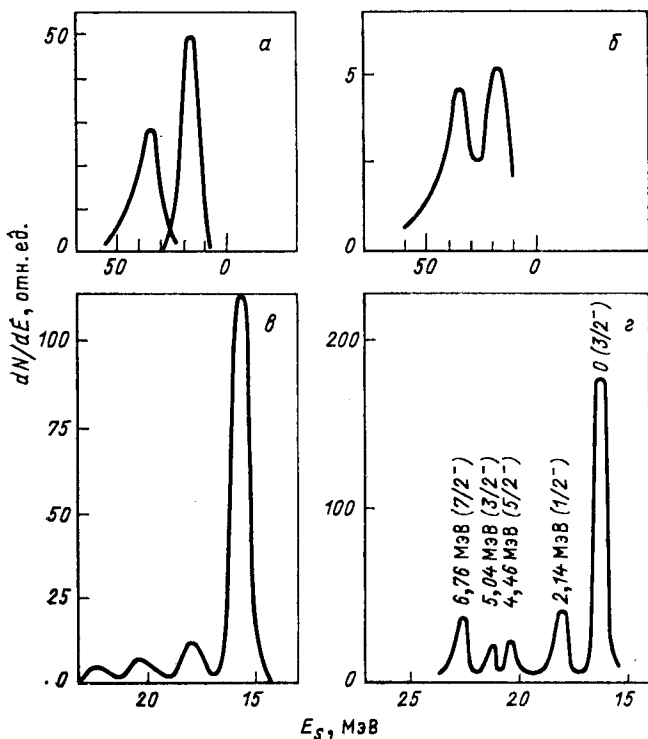


Рис. 2. Спектры возбуждения остаточных ядер из реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергии 400 МэВ (а) [23], 155 МэВ (б) [24], 100 МэВ (в) [20] и 50 МэВ (г) [6]

квазиупругому выбиванию, а лишь те (см. рис. 2), которые имеют спин  $1/2^-$  и  $3/2^-$ , если считать, что в ядре  $^{12}\text{C}$  нет примеси  $f$ ,  $d$  и других нуклонов.

5. Импульсное приближение по отношению к реакциям выбивания нуклонов эквивалентно предположению, что нуклоны взаимодействуют только в синглетных  $^1S_0$  (или триплетных  $^3S_1$ )-состояниях, что обусловлено изотропным характером дифференциальных сечений свободного ( $p - p$ ) (или  $p - n$ )-рассеяния  $(d\sigma/d\Omega)_{\text{ц.м}}$  в формуле (7). Фактически именно здесь теряется информация о фазе матричного элемента реакции, что, в свою очередь, не позволяет когерентно суммировать матричные элементы, отвечающие другим, отличным от квазиупругого, процессам, например двухстадийным. Особенно

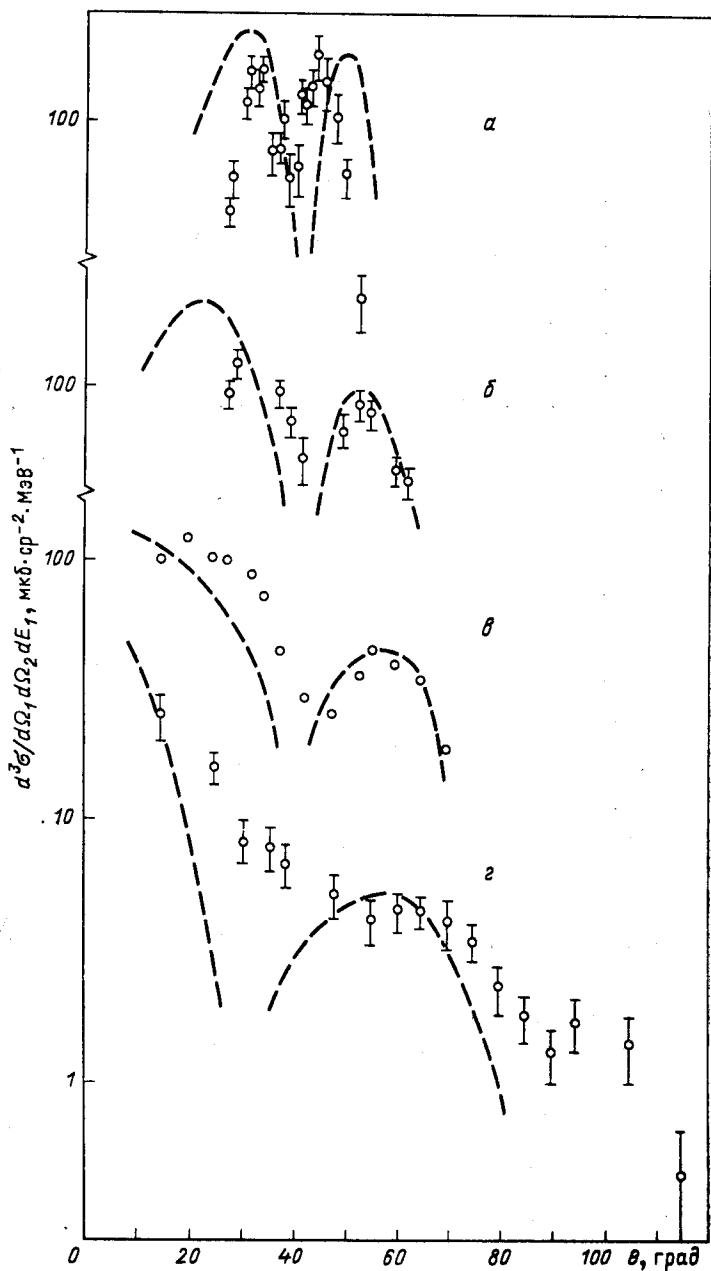


Рис. 3. Функции угловых корреляций протонов, выбиваемых из  $p$ -оболочки, в реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергиях 400 МэВ (а) [23], 155 МэВ (б) [24], 100 МэВ (е) [20] и 50 МэВ (з) [6]. Кривые — расчет в PWIA

важно понимать это, применяя импульсное приближение для описания реакций под действием протонов средних энергий, так как благодаря хорошему энергетическому разрешению при таких энергиях экспериментально выделяются различные двухстадийные механизмы взаимодействия.

Из рис. 3, где на примере реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  показаны типичные для большинства ядер функции угловой корреляции, когда протоны выбиваются из оболочек ядер с  $l \neq 0$ , можно видеть, что при энергиях протонов выше 100 МэВ форма экспериментальных распределений близка к предсказываемой импульсным приближением. Такое соответствие послужило стимулом для дальнейшего совершенствования импульсного приближения, включения в расчет эффектов искажений волновых функций протонов до и после реакции, в результате появилось импульсное приближение с искаженными волнами DWIA. Вид экспериментальных распределений для начальной энергии протонов 50 МэВ (рис. 3) отличается по форме от соответствующих зависимостей при больших энергиях, поэтому именно на этих распределениях проверялись и совершенствовались другие методики и теории. В частности, в цикле работ Мак-Карти [6, 9, 25—28] предлагает модели псевдопотенциала [25, 26], локальной  $t$ -матрицы [27] и в конечном счете создает теорию нелокальной реалистической  $t$ -матрицы [9, 28] для анализа реакций  $(p, 2p)$  —  $t$ -матричное приближение с искаженными волнами DWTA. При энергиях протонов порядка 150 МэВ его теория дает результаты, аналогичные DWIA, однако, в отличие от него, позволяет когерентно учитывать двухступенчатые процессы. В результате сейчас в области средних энергий протонов сложилась ситуация, когда при энергиях протонов ниже 100 МэВ используется  $t$ -матричное приближение, а выше 100 МэВ — в основном DWIA. Прежде чем обсуждать результаты экспериментальных работ, мы кратко изложим суть DWIA и более подробно остановимся на DWTA.

**Импульсное приближение с искаженными волнами DWIA.** В результате сравнения экспериментальных дифференциальных сечений с расчетами в PWIA, проведенного для большого числа ядер в широком диапазоне энергий 150—1000 МэВ, выявлены следующие закономерности [1—5]:

а. Минимумы при  $q = 0$ , когда  $l \neq 0$ , наблюдаются, но они обычно отличны от нуля, т. е. происходит заполнение минимумов. С уменьшением энергии налетающих протонов их глубина уменьшается. Мерой заполнения минимумов служит отношение сечений в левом или правом максимуме и минимуме.

б. С уменьшением начальной энергии протона положение минимума смещается относительно значения  $q = 0$  в область больших импульсов.

в. Отношение сечений в максимумах не равно отношению сечений свободного рассеяния при энергиях, соответствующих переданным импульсам.

г. Положение максимумов не симметрично относительно  $q = 0$  и даже относительно экспериментального минимума.

Причиной таких расхождений считают:

1. Перерассеяние, т. е. взаимодействие протонов с внутриядерными нуклонами до и после квазиупругого взаимодействия. Иногда обсуждаются проблемы трехчастичных взаимодействий, т. е. влияние короткодействующих корреляций нуклонов во время взаимодействия.

2. Внемассовые эффекты, обусловленные присутствием третьей частицы (кора) в момент взаимодействия. Проявляются они в том, что различия между кинетическими энергиями относительного движения протонов во входном и выходном каналах приводят к неоднозначности в энергии, при которой нужно определять сечение свободного рассеяния в (7).

3. Недостаточная точность определения  $\psi_l^m(\mathbf{r})$ , т. е. использование простых потенциалов, приводит к решениям  $\psi_l^m(\mathbf{r})$ , быстро спадающим за пределами размеров ядра, а эта часть волновой функции (ее хвост) может оказывать существенное влияние при расчете  $g_l^m(\mathbf{q})$ . Возможные примесные состояния, например,  $2p$  в ядре  $^{12}\text{C}$  оказывают слабое влияние.

В DWIA перерассеяние учитывают искажением волновых функций падающего  $0'$  и вылетающих  $0, 1$  протонов. Для этой цели используют оптические потенциалы (чаще потенциал Вудса — Саксона), пренебрегая спин-орбитальным взаимодействием. Широко используются два метода — квазиклассическое и эйкональное приближения. Первое разработано Марисом [22], второе — Мак-Карти [29]. Мы остановимся в этом разделе на квазиклассическом приближении, а при рассмотрении DWTA используем эйкональное, где и будут видны их отличия.

Процедуру введения искажений формально можно представить как изменение волновых векторов  $\mathbf{k}_i$  в плоских волнах формулы (6), умножением их на комплексные числа вида  $D = 1 + Z$ . В результате  $\text{Re} Z$  изменяет импульс частицы в поле ядра,  $\text{Im} Z$  отвечает за поглощение волн ядром, т. е. фактически вводится комплексный показатель преломления  $D$ .

Интеграл перекрытия (6) в DWIA с квазиклассическим приближением имеет вид

$$\sum_{lm} |g_l^m|^2 = \sum_{lm} \left| \int \exp(i\mathbf{k}_{A-1}\mathbf{r}) \prod_{i=1}^3 D_i(\mathbf{r}) \psi_l^m(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2, \quad (8)$$

где

$$D_i(\mathbf{r}) = \exp[-i(E_i/\hbar^2 c^2 k_i) \int V_i(\mathbf{r}') dS_i], \quad i = 0', 0, 1; \quad (9)$$

$V_i$  — оптический потенциал, параметры которого подбираются из упругого рассеяния протонов на соответствующих ядрах (мишени и коре), т. е. независимо от изучаемой ( $p, 2p$ )-реакции.

Интегралы в (9) берутся вдоль классических траекторий  $S_i$  для падающей частицы от  $-\infty$  до  $r$ , для вылетающих от  $r$  до  $\infty$ . Понятно, что расчеты в DWIA с квазиклассическим приближением требуют значительного машинного времени.

Свойства интегралов перекрытия (8) и обоснование такого способа вычисления  $g_l^n$  можно найти в [2, 30]. В общем случае искажения  $D_i(r)$  зависят от геометрии эксперимента, сферически не симметричны и могут значительно отличаться от единицы.

Как же проявляет себя DWIA по отношению к PWIA? Действительная часть  $Z$  приводит к появлению фазового множителя вида  $\exp(i\Delta k r)$ , причем  $\Delta k$  параллелен  $k$  и может быть выражен через действительные параметры искажающего оптического потенциала.

Мнимые части оптического потенциала дают действительный множитель в показателе экспоненты. В результате расчетные кривые сдвигаются на  $\Delta k$  по оси абсцисс и изменяется абсолютное значение сечения (его нормировка), что приводит к заполнению минимума. Подробное объяснение таких эффектов можно найти в [31] и недавно опубликованной работе Н. С. Зеленской и И. Б. Теплова [32].

Область средних энергий оказалась удобной для проверки корректности DWIA, так как искажения здесь играют существенную роль. Под корректностью понимается справедливость факторизации в (7), если используется искаженное импульсное распределение  $g_l^n(q)$  из (8). Такое разделение на два сомножителя справедливо лишь для плоских волн, а единственным аргументом за факторизацию при использовании искаженных волн служит лишь короткое действие ядерных сил.

В [33, 34] на примере реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергии 160 МэВ сравнивались результаты расчетов по формуле (7) с расчетами, когда искажения вводились непосредственно в (5), т. е. с нефакторизованным приближением. Различие в обоих случаях составляло десятки процентов, что сравнимо с экспериментальными погрешностями.

В работе [35] экспериментально проверялась справедливость факторизации в DWIA. Измерялись функции угловых корреляций протонов из реакции  $^{40}\text{Ca}(p, 2p)^{39}\text{K}$  при энергии 148 МэВ в несимметричной геометрии. Условия измерений, т. е. углы и энергии вылетающих протонов, выбирались такими, чтобы сохранялось равенство  $q = 0$ . Из результатов опыта извлекалось значение дифференциального сечения  $p - p$ -рассеяния и сравнивалось с соответствующими значениями для свободного  $p - p$ -рассеяния. Исследовалась область углов свободного рассеяния в с. п. м. двух протонов от  $51$  до  $84^\circ$ . Эксперимент проводился для основного и первого возбужденного состояний  $^{39}\text{K}$  и дал удовлетворительные результаты.

Интересная проверка DWIA на соответствие экспериментальным данным реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергиях протонов 50 и 100 МэВ проведена совсем недавно [36]. Рассчитывались сечения этой реакции с учетом поправки к DWIA на взаимодействие падающего

протона с кором  $^{11}\text{B}$ . Матричный элемент реакции  $T_{if}$  перехода из начального состояния  $i$  в конечное  $f$  представляется в виде суммы двух слагаемых:

$$T_{if} = t_{01} F^{01}(\mathbf{P}_{0'}, \mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1) + t_{0^{11}\text{B}} F^{0^{11}\text{B}}(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1), \quad (10)$$

где  $t_0$  и  $t_{0^{11}\text{B}}$  — двухчастичные немассовые  $t$ -матрицы, квадраты модулей которых определяют сечение упругого рассеяния  $p-p$  и  $p-^{11}\text{B}$ ;  $F^{01}$ ,  $F^{0^{11}\text{B}}$  — искаженные импульсные распределения в предположении, что падающий протон рассеивается на валентном протоне и коре.

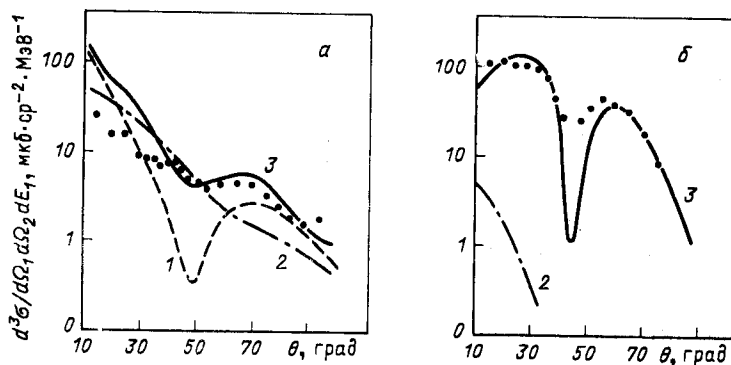


Рис. 4. Расчетные функции угловых корреляций протонов из реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергии 50 МэВ (а) и 100 МэВ (б) [36]: 1 — DWIA; 2 — поправка за счет взаимодействия с кором; 3 — результирующая кривая. Точки — экспериментальные данные [6, 20]

На рис. 4 мы воспроизводим результаты расчетов из [36] в сравнении с экспериментальными данными. Видно, что поправка на взаимодействие с кором улучшает согласие DWIA с экспериментальными данными при энергии 50 МэВ, однако вопрос о применимости DWIA в диапазоне средних энергий 50—100 МэВ по утверждению авторов остается открытым.

**Экспериментальные данные и проблемы их анализа в интервале средних энергий протонов, больших 100 МэВ.** В табл. 1 мы приводим перечень экспериментов, в которых изучались  $(p, 2p)$ -реакции при энергиях 100—200 МэВ. В большинстве случаев эксперименты выполнены с хорошим энергетическим разрешением (особенно при энергиях протонов около 100 МэВ), что дало возможность получить дифференциальные сечения для отдельных уровней возбуждения остаточных ядер. Условно можно считать, что при энергиях протонов выше 100 МэВ (точное значение этого числа для каждого конкретного ядра свое и определяется величиной  $Q$  реакции) функции угловых корреляций протонов из  $(p, 2p)$ -реакций похожи на измеренные ранее при более высоких энергиях и по своему виду согласуются

Таблица 1. Экспериментальные исследования ( $p$ ,  $2p$ )-реакций при средних энергиях протонов ( $\geq 100$  МэВ)

Ядро-мишень	Энергия, МэВ	Литература	Геометрия эксперимента	Место выполнения эксперимента	Разрешение, $\Delta E$ , МэВ	$ E_1 - E_2 $ , МэВ
${}^6,7\text{Li}$	185	[37]	Симметричная	Уппсала	3	—
${}^{12}\text{C}$	158	[38]	»	Гарвард	2	8
${}^6,7\text{Li}$ , ${}^9\text{Be}$	156	[39]	»	Орсе	2	10
${}^{40}\text{Ca}$ , ${}^{45}\text{Sc}$ , ${}^{48}\text{Ti}$ , ${}^{52}\text{Cr}$ , ${}^{58}\text{Mn}$	156	[40]	»	»	2	10
${}^6,7\text{Li}$ , ${}^{10,11}\text{B}$ , ${}^{12}\text{C}$	155	[24]	»	»	1,5	10
${}^{40}\text{Ca}$	148	[35]	Симметричная + несимметричная	Мэриленд	—	—
${}^6\text{Li}$	100	[41]	Симметричная	Монреаль	1	10
${}^6\text{Li}$	100	[42]	»	Мэриленд	1	10
${}^7\text{Li}$ , ${}^{12}\text{C}$	100	[29]	»	»	1	10
${}^{12}\text{C}$	100	[43]	Симметричная + несимметричная	Индиана	3	—

с предсказаниями DWIA. На рис. 5 показаны типичные для этого интервала средних энергий спектр возбуждения остаточного ядра и функция угловых корреляций протонов из ( $p$ ,  $2p$ )-реакции на ядре  ${}^7\text{Li}$  при энергии 100 МэВ вместе с расчетом в DWIA. Исключением является ядро  ${}^6\text{Li}$ , функции угловых корреляций для которого имеют неглубокий минимум, а угловое расстояние между двумя максимумами меньше, чем у других ядер (рис. 6). Такое поведение объясняется высокой степенью кластеризации  ${}^6\text{Li}$ . В работе [44] анализ реакции  ${}^6\text{Li} (p, 2p){}^5\text{He}$  проведен с помощью  $\alpha - d$ -кластерной модели  ${}^6\text{Li}$ . Минимум при  $q = 0$  был заполнен благодаря вкладу от  $s$ -состояния, возникающего при распаде  ${}^5\text{He}$  на нейтрон и  ${}^4\text{He}$ . При энергии протонов 70 МэВ в [10] использовалась внутриядерная волновая функция протона в  ${}^6\text{Li}$  из трехчастичной  $p - {}^4\text{He} - n$ -модели [45]. Согласие получилось хорошим, правда, в расчете использовалось  $t$ -матричное приближение.

Остановимся на энергии протонов 100 МэВ. Полученные здесь результаты поучительны и интересны благодаря хорошему энергетическому разрешению в экспериментах. На рис. 6 показаны функции угловых корреляций протонов из реакции  ${}^6\text{Li} (p, 2p){}^5\text{He}$  при энергии 100 МэВ из [41, 42]. Как видно, результаты отличаются и по абсолютному значению почти в 2 раза, и по виду, хотя эксперименты проводились в одинаковых условиях. В [42] утверждается, что минимум при угле  $42^\circ$  не наблюдается, в отличие от результатов [41]. Понятно, что в такой ситуации о возможностях DWIA судить трудно, однако в целом из данных, представленных на рис. 6, следует другой интересный вывод: при энергиях протонов от 47 до

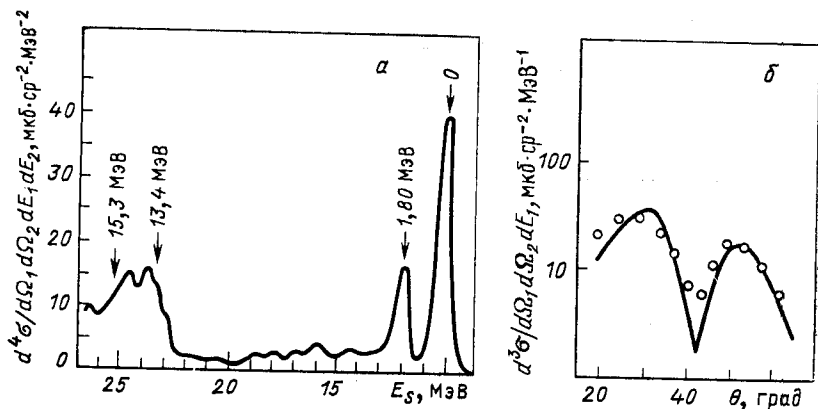


Рис. 5. Энергетический спектр возбуждения остаточных ядер (а) и функция угловых корреляций протонов (б) из реакции  ${}^7\text{Li}(p, 2p){}^6\text{He}$  при энергии 100 МэВ [20]

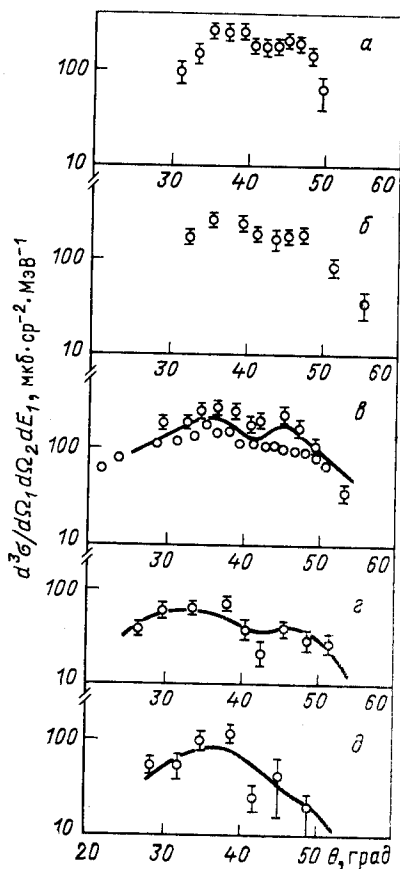


Рис. 6. Функции угловых корреляций протонов из реакции  ${}^6\text{Li}(p, 2p){}^5\text{He}$  при энергиях: а — 185 МэВ [37]; б — 156 МэВ [39]; в — 100 МэВ [41], г — 100 МэВ [42]; д — 70 МэВ [45]; е — 47 МэВ [46]. Расчетные кривые — DWIA [76]

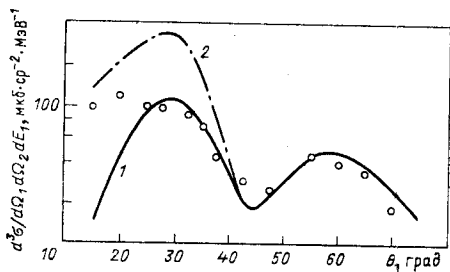


Рис. 7. Функции угловых корреляций протонов из реакции  ${}^{12}\text{C}(p, 2p){}^{11}\text{B}$  при энергии протонов 100 МэВ: кривые — расчет в DWIA с равными приближениями для относительной энергии (р.р.-взаимодействия): 1 — приближение начальной относительной энергии ( $e_i$ ), 2 — приближение конечной относительной энергии ( $e_f$ )



185 МэВ функции угловых корреляций реакций  ${}^6\text{Li}(p, 2p){}^5\text{He}$  сохраняют примерно одинаковый вид: два максимума и минимум при  $q = 0$ . Ни на одном другом исследованном к настоящему времени ядре такая закономерность не наблюдается.

В симметричной компланарной геометрии при энергии протонов 100 МэВ [20] изучалась реакция  $(p, 2p)$  на ядрах  ${}^7\text{Li}$   ${}^{12}\text{C}$ . Для этих ядер в функциях угловых корреляций наблюдается отчетливый минимум. Проведенные расчеты в DWIA показали устойчивость результатов (формы кривой) от параметров оптического потенциала, используемого для описания искаженных волн, а спектроскопическая амплитуда значительно отличалась от значений, обычно используемых при расчете  ${}^7\text{Li}(p, 2p){}^6\text{He}$  при промежуточных энергиях.

На рис. 2, в и 3, в приведены экспериментальные данные по реакции  $(p, 2p)$  на  ${}^{12}\text{C}$  при энергии 100 МэВ. В спектре энергий возбуждения ядер  ${}^{11}\text{B}$  отчетливо проявляются уровни возбуждения 2,14 (3/2<sup>-</sup>); 4,4 (5/2<sup>-</sup>); 5,02 (3/2<sup>-</sup>); 6,76 МэВ (7/2<sup>-</sup>). В модели квазиупругого выбивания протонов из  $p$ -оболочки уровни 4,4 и 6,76 МэВ возбуждаться не могут, а их появление свидетельствует о наличии двухстадийных процессов. Примесь состояний  $1f_{7/2}$  и  $1d_{5/2}$  составляет 1,3 и 0,12% и не может быть причиной появления таких пиков [6].

При средних энергиях протонов дифференциальные сечения реакций  $(p, 2p)$ , измеренные в симметричной компланарной геометрии, обычно не совпадают с расчетами в DWIA при малых углах  $\theta$ . Расчетные кривые спадают более круто при уменьшении угла по сравнению с экспериментальными данными. В работе [20] исследовалось поведение расчетных кривых в этой области углов в зависимости от способа определения относительной энергии  $e$  взаимодействия протонов (т. е. от немассовых эффектов). Энергия  $e$  задавалась двумя способами:  $e_i = (P_0 - P_1 \cos \theta)^2/m$  — относительная энергия в начальном канале и  $e_f = (P_1 \sin \theta)^2/m$  — в конечном канале. На рис. 7 показаны результаты этих расчетов вместе с экспериментальными данными. Отметим, что немассовые эффекты, обнаруженные здесь, проявляются в области углов  $\theta = 0 \div 40^\circ$  и заключаются в том, что при  $e = e_f$  расчетная кривая спадает быстрее, чем при  $e = e_i$ , и сама кривая при  $e = e_f$  идет выше, чем при  $e = e_i$ . Такое поведение сечения полностью соответствует результатам работ [48], где дан обстоятельный анализ этих эффектов для различных способов расчета реакций  $(p, 2p)$ .

В работе [43] реакция  $(p, 2p)$  на  ${}^{12}\text{C}$  одновременно изучалась в симметричной и несимметричной компланарных геометриях. Рассматривались случаи, когда ядро  ${}^{11}\text{B}$  образуется в различных возбужденных состояниях. В ней сделан вывод, что при больших  $q$  расчетные кривые спадают быстрее, чем экспериментальные сечения, а спектроскопические множители для всех наблюдаемых уровней  ${}^{11}\text{B}$  оказались в 1,5—2 раза меньшими, чем в случае симметричной компланарной геометрии.

Прежде чем рассмотреть эксперименты при энергиях ниже 100 МэВ, где DWIA не применяется, попробуем подвести первые итоги в использовании DWIA при изучении  $(p, 2p)$ -реакций при средних энергиях.

Доверие к этому методу, по выражению Мариса, вызвано правильным предсказанием формы дифференциальных сечений. Главные его недостатки — отсутствие надежных сведений об оптических потенциалах при расчете искаженных волн и разделение двухнуклонного взаимодействия с интегралом перекрытия искаженных волн. Вследствие этого и оказываются различными спектроскопические амплитуды при разных начальных энергиях протонов в одной и той же реакции или при измерениях в разной геометрии.

В какой-то степени на восполнение этих пробелов в начале 80-х годов были направлены работы на новом сильноточном ускорителе TRIUMF, где реакцию  $(p, 2p)$  изучают на поляризованных пучках протонов. С помощью асимметрии появилась возможность более надежного разделения уровней возбуждения остаточных ядер при энергии протонов около 200 МэВ.

Впервые были изучены реакции  $^{40}\text{Ca}(\vec{p}, 2p)^{39}\text{K}$  и  $^{16}\text{O}(\vec{p}, 2p)^{15}\text{N}$  [5]. Обнаружились интересные и парадоксальные факты: и асимметрия, и дифференциальные сечения слабо зависят от добавления спин-орбитального члена в оптический потенциал, причем асимметрия в меньшей степени по сравнению с сечениями. Высказано предположение, что дифференциальные сечения более чувствительны к параметрам оптического потенциала, чем асимметрия. Поэтому предполагается, что проверять DWIA вообще лучше по результатам измерения асимметрии, поскольку отсутствие информации об оптических потенциалах ограничивает наши возможности.

**$t$ -Матричное приближение (DWIA) с локальной  $t$ -матрицей (псевдопотенциалом).** Самое лучшее (менее 300 кэВ) энергетическое разрешение достигается при измерении энергии протонов в реакциях  $(p, 2p)$ , когда начальная энергия близка к 50 МэВ. Это обусловлено свойствами полупроводниковых (на основе Li — Si и др.)

$\left(\frac{\Delta E}{\Delta x} - \Delta E\right)$ -телескопов, в основном, их размерами. В работе [6] эксперимент с такой точностью был выполнен группой Пью на  $^{12}\text{C}$  в симметричной и несимметричной компланарных геометриях. В отличие от более ранней работы [49], где реакция  $(p, 2p)$  на  $^{12}\text{C}$  изучалась тоже при энергии 50 МэВ, в [6] измерены дифференциальные сечения реакции при образовании остаточного ядра  $^{11}\text{B}$  в основном и первых возбужденных состояниях 2,14; 4,44; 5,04 и 6,76 МэВ. Как уже отмечалось, появление уровней 4,44 и 6,76 МэВ связывается с двухстадийными процессами, а 2,14 и 5,04 МэВ — с квазиупругими. По отношению высот пиков уровней, соответствующих разным процессам, судят о роли этих процессов. Если провести сравнение спектров возбуждения  $^{11}\text{B}$  при начальных энергиях 50 и 100 МэВ

(см. рис. 2), то видно возрастание роли двухступенчатых процессов при уменьшении начальной энергии до 50 МэВ.

В дифференциальных сечениях, измеренных в [6,49], наблюдались осцилляции, и они отличались от предсказаний импульсного приближения отсутствием минимума при  $q = 0$  ( $\theta = 31^\circ$  в симметричной компланарной геометрии при начальной энергии 50 МэВ). По мнению авторов [6], сечение имеет дифракционную структуру с двумя максимумами при  $0$  и  $65^\circ$  (совпадающими с положением максимумов у сферической функции Бесселя). Максимум при  $40^\circ$  объяснили за счет искажений. Работами [6,49] была показана необходимость разработки новой теории, способной, в отличие от DWIA, корректно учитывать все возможные процессы: прямые, двухстадийные, обменные и др. Такая теория была создана Мак-Карти [6, 9, 25—27].

Матричный элемент (5) в своих работах он не разделяет на два множителя, а представляет его в виде

$$T_i^n = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \chi^{-*}(\mathbf{k}_1, \mathbf{r}_1) \chi^{-*}(\mathbf{k}_0, \mathbf{r}_2) \times \\ \times V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \chi^+(\mathbf{k}_0', \mathbf{r}_1) \psi_i^n(\mathbf{r}_2), \quad (11)$$

где  $\chi^\pm$  — искаженные волны, которые определялись из уравнения Шредингера с помощью оптических потенциалов;  $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$  — двухчастичный псевдопотенциал типа Юкавы с тремя одноопионными компонентами. Его параметры определялись так, чтобы воспроизвести сечение свободного  $p$  —  $p$ -рассеяния в интервале энергий 0—300 МэВ с помощью одних синглетных (четных  $L$ ) состояний. Вклад триплетного (нечетные  $L$ ) канала определялся как поправка к синглетному из условия совпадения расчетных кривых с экспериментальными данными. Иными словами, в первых работах параметры потенциала  $V$  для триплетного канала  $p$  —  $p$ -рассеяния совпадали с синглетными, но сами потенциалы отличались только нормировкой. Расчеты дифференциальных сечений ( $p$ ,  $2p$ )-реакций на  $^{12}\text{C}$  дали оценку доли триплетного канала  $p$  —  $p$ -рассеяния в полное сечение ( $p$ ,  $2p$ )-реакции для случая, когда  $^{11}\text{B}$  образуется в основном состоянии. При энергии протонов 155 МэВ вклад триплетной составляющей мал (около 1 %), а для 50 МэВ он составил 20 % [27]. Интерес к DWIA при энергиях протонов ниже 100 МэВ после этих оценок значительно снизился, и все последующие ( $p$ ,  $2p$ )-эксперименты анализировались с помощью DWTA.

**Экспериментальные данные при энергиях протонов ниже 100 МэВ и проблемы их анализа.** Перечень экспериментов, где ( $p$ ,  $2p$ )-реакция изучалась при энергиях протонов ниже 100 МэВ, дан в табл. 2. Исследовались ядра  $^6,7\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{89}\text{Y}$  в корреляционных и камерных опытах с разными способами отбора событий и разными разрешениями. На рис. 8 мы приводим измеренные в симметричной компланарной геометрии дифференциальные сечения ( $p$ ,  $2p$ )-реакций вместе с расчетами в DWTA, выполненными в разных работах с использованием локальных потенциалов  $V(r)$ . В не-

Таблица 2. Экспериментальные исследования ( $p$ ,  $2p$ )-реакций при средних энергиях протонов (ниже 100 МэВ)

Ядро-мишень	Энергия, МэВ	Литература	Геометрия эксперимента	Место выполнения эксперимента	Разрешение, $\Delta E$ , МэВ	$ E_1 - E_2 $ , МэВ
$^{12}\text{C}$	50	[6]	Симметричная + несимметричная	Беркли	0,3	5
$^{12}\text{C}$	50	[49]	Симметричная	»	—	5
$^{12}\text{C}$ , $^{16}\text{O}$	49,5	[50]	»	Харуэлл	0,3	12
$^{12}\text{C}$	45,5	[51]	Симметричная + несимметричная	Лос-Анджелес	0,3	4—6
$^{89}\text{Y}$	46	[52]	Симметричная	»	0,5	14
$^{14}\text{N}$	46	[53]	»	»	—	5
$^{16}\text{O}$	45	[54]	»	»	—	4
$^{10}\text{Ca}$	45	[55]	»	Виннипег	0,6	3,5
$^{49}\text{F}$	42,7	[56]	»	Вашингтон	0,6	10
$^7\text{Li}$	47	[47]	»	Киев	—	—
$^6\text{Li}$	70	[46]	»	»	—	—
$^6\text{Li}$	70	[57]	»	»	—	—
$^{72}\text{C}$	50—110	[58]	Полная	Орсе	1	—
$^{12}\text{C}$	50	[59]	»	Ленинград	1	—
$^{14}\text{N}$	50	[60]	»	»	1	—
$^{16}\text{O}$	50	[61]	»	»	1	—

которых работах [50, 51] проверялись результаты Пью. В [50] сечение ( $p$ ,  $2p$ )-реакции на  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  при начальной энергии протонов 50 МэВ усреднялось в интервале  $|E_1 - E_2| < 12$  МэВ, точность оказалась низкой, сечения завышенными и не такими, как у Пью. Мы, однако, приводим их (рис. 8, а, в) вместе с данными [6, 54], чтобы показать, как меняется ход функций угловых корреляций в зависимости от точности измерений. В [51] реакция  $^{12}\text{C} (p, 2p)^{11}\text{B}$  изучалась в несимметричной компланарной геометрии при энергии протонов 46 МэВ, полученные результаты подтвердили данные [6].

Все функции угловых корреляций на рис. 8 имеют сложную структуру, наблюдаются осцилляции, отсутствуют минимумы при углах, соответствующих  $q = 0$ . Интересно, что дифференциальные сечения на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$  подобны друг другу по форме и близки по абсолютной величине. В настоящее время они считаются наиболее достоверными в смысле точности измерений, и их обычно используют при исследовании разных методов расчета.

На рис. 8, г — з приводятся функции угловых корреляций протонов, выбиваемых из разных оболочек ядер  $^{19}\text{F}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{89}\text{Y}$ ,  $^7\text{Li}$ . Как видно, и здесь нет максимумов при выбивании протонов из  $2s$  и минимумов из  $1p$ -,  $1d$ - и  $2p$ -оболочек при  $q = 0$ .

Обсудим также вопрос о дифракционном характере экспериментальных сечений. Этот термин впервые появился в [6] из аналогии вида функций угловой корреляции протонов ( $p$ ,  $2p$ )-реакции на  $^{12}\text{C}$

и дифракционной картины света на непрозрачном экране (светлое пятно в центре тени). Причина такого поведения сечений неоднократно обсуждалась и оспаривалась [50] в литературе. Нам кажется, что ответ на вопрос, почему у всех измеренных дифференциальных сечений (см. рис. 8) отсутствует первый максимум, можно получить из сравнения рис. 3 и 5. Только на ядре  ${}^6\text{Li}$  функции угловой корреляции не меняют свою форму, т. е. сохраняют оба максимума во всем исследованном интервале энергий протонов 47—155 МэВ. Объясняется это малым значением  $Q(p, 2p)$ -реакции на  ${}^6\text{Li}$ , равным —4,59 МэВ, и особенностями импульсного распределения  $g_l^m(q) {}^6\text{Li}$ , первый максимум которого расположен при  $q = -40$  МэВ/с. Для  ${}^{12}\text{C}$ :  $Q = -16$  МэВ, а значение  $q$ , соответствующее первому максимуму, равно —100 МэВ/с. Когда начальная энергия протона равна 50 МэВ, наибольшее значение  $q$  ( $\theta \simeq 10^\circ$ ) в районе первого максимума реакции  ${}^{12}\text{C}(p, 2p){}^{11}\text{B}$  не превышает —45 МэВ/с, т. е. кинематикой просто запрещается при энергии 50 МэВ наблюдать картину с двумя максимумами. Что касается  ${}^6\text{Li}$ , для него при энергии протонов 47 МэВ ситуация в случае  $(p, 2p)$ -реакций такая же, как для  ${}^{12}\text{C}$  при начальной энергии протонов 100 МэВ, т. е. кинематикой разрешаются значения  $q$ , превышающие —40 МэВ/с. Аналогичные выводы можно сделать в отношении всех других ядер, представленных на рис. 8. Сечения реакций в DWBA (рис. 8) не следует, конечно, воспринимать в качестве искаженных импульсных распределений протонов в ядрах, аналогично  $g_l^m$ . Согласие расчетных сечений с экспериментальными только свидетельствует, что волновые функции внутриядерного нуклона, двухчастичный потенциал  $V(r)$  и искажения волновых функций протонов определены правильно. Потому-то при изучении реакций выбивания протонами средних энергий ставится только задача изучения механизма реакции: корректной оценки искажающих и двухчастичных потенциалов.

**Двухступенчатые процессы.** В реакциях  $(p, 2p)$  двухступенчатые процессы рассматривались в работе Герамба [62] как поправка к квазиупругим в рамках теории возмущений. Под двухступенчатым процессом он понимал рассеяние протона на коре ядра с возбуждением кора в область гигантского резонанса и последующей разрядкой его на валентный протон. Эти процессы учитывались с помощью теории Сачлера и Лава [63], называемой поляризацией кора, в которой взаимодействие частица — кор описывается обобщенным оптическим потенциалом деформации. Эффективный двухнуклонный оператор перехода Герамб представлял в виде когерентной суммы:

$$\bar{t}(0, 1) = V(0, 1) + \sum_{\lambda\mu} y_{\lambda}^{\bar{}}(\bar{Q}) \left[ \delta_{\tau, 0} + \left( \frac{j_{01}}{j_{00}} \right)^2 \delta_{\tau, 1} \tau_{\eta}(0) \tau_{-\eta}(1) (-1)^{\eta} \right] \times \\ \times V_{\lambda\mu}(0) V_{\lambda-\mu}(1) (-1)^{\mu}. \quad (12)$$

Здесь используются обозначения из [62], причем  $V(0, 1)$  — потенциал типа Мак-Карти;  $y_{\lambda}^{\bar{}}(\bar{Q})$  — константа связи, соответствующая

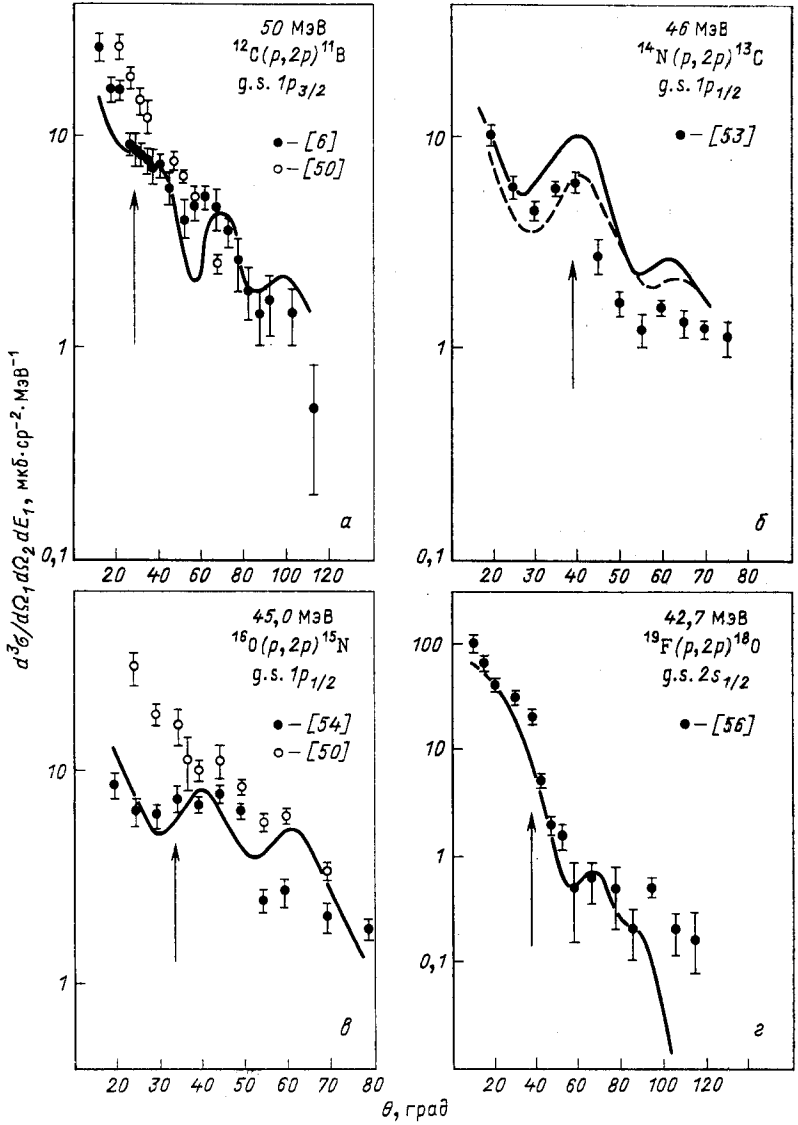
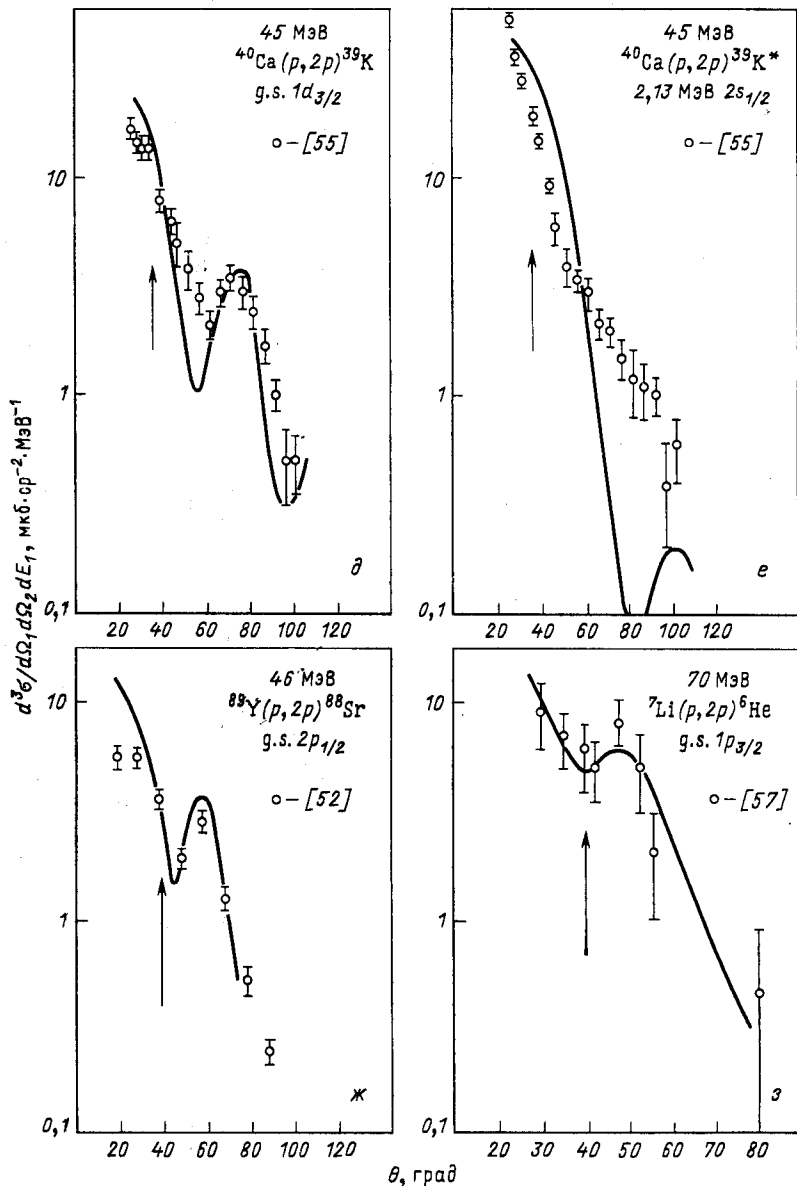


Рис. 8. Функции угловых корреляций протонов из  $(p, 2p)$ -реакций. расчетные кривые получены в разных работах с использованием DWТА: с локальной (сплошная кривая на рис. а)  $t$ -матрицами. Стрелки



ций на разных ядрах при энергиях протонов около 50 МэВ:  
 ные кривые на рис. а — ж), нелокальной (штриховая кривая на рис. б) и реалистической  
 нами отмечены углы, при которых  $q = 0$

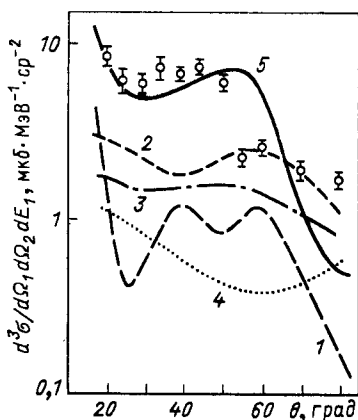


Рис. 9. Функция угловых корреляций протонов из реакции  $^{16}\text{O}(p, 2p)^{15}\text{N}$  при энергии 45 МэВ:

расчетные кривые [62]: 1 — квазиупругое приближение; 2—4 — возбуждение резонансов кора различной мультипольности; 5 — сумма

возбуждению кора на уровень  $\bar{Q}$  мультипольности  $2\lambda + 1$ ;  $j, \tau$  — спин в изоспин, передаваемые через возбуждение кора;  $\mu$  — проекция  $\lambda$ ;  $V_{\lambda\mu}$  — одночастичные потенциалы, явный вид которых приводится в [9, 62, 63].

Герамб провел расчеты функции угловой корреляции протонов  $(p, 2p)$ -реакции на  $^{16}\text{O}$  для начальной энергии

протонов 45 МэВ. Использовались потенциалы Мак-Карти, Хамады — Джонстона и гауссова вида. Учитывались возбуждения уронеи, соответствующие  $\lambda = 1, 2, 3$ .

Впервые при изучении  $(p, 2p)$ -реакции была продемонстрирована возможность достичь согласия между расчетными и измеренными сечениями за счет конструктивной интерференции квазиупругих и двухступенчатых процессов. На рис. 9 мы приводим результаты расчетов Герамба вместе с соответствующими экспериментальными данными, которые получены для основного состояния  $^{15}\text{N}$  в  $(p, 2p)$ -реакции на  $^{16}\text{O}$ . Здесь уместно обратить внимание на то, что при некоторых углах роль поляризации кора явно завышена. Вместо того чтобы быть поправкой, она сама определяет ход сечения. Так как в эксперименте [54] отбрасывались события, соответствующие прямым взаимодействиям (из области энергетического спектра протонов  $|E_1 - E_2| < 4$  МэВ, где нет никаких осцилляций, свидетельствующих о двухступенчатых процессах), встал вопрос о более точном описании квазиупругого выбивания протонов при средних энергиях.

Другой способ описания двухступенчатых процессов предложен в [64], где при анализе реакции  $^{16}\text{O}(p, 2p)^{15}\text{N}$  использовалось микроскопическое описание в борновском приближении с учетом второго члена борновского ряда. Полная амплитуда  $(p, 2p)$ -реакции представлялась в виде суммы одно- и двухступенчатых амплитуд. Одноступенчатые переходы описывались локальным  $p - p$ -потенциалом, параметризованным с помощью сечений свободного рассеяния. Использование в расчете плоских волн не позволило получить приемлемого согласия с экспериментом при энергии 45 МэВ. Однако в работе были сделаны важные выводы: 1) двухступенчатые процессы соответствуют возбуждению ядра  $^{16}\text{O}$  на уровни  $1d$  и  $1f$ . Сечение этих процессов резко падает, когда начальная энергия протонов возрастает в интервале энергий 45—100 МэВ; 2) сечение двухступенчатых процес-



сов примерно на порядок меньше квазиупругих. В работе также подчеркивается важность более точного описания квазиупругих процессов.

**Необходимость использования нелокальных потенциалов при описании квазиупругих взаимодействий.** Кроме локального трехчленного потенциала Мак-Карти  $V(r)$ , для описания квазиупругого рассеяния протонов при энергии около 50 МэВ использовались и другие подходы: Джексон ввела дипротонную модель для учета поправок к импульсному приближению [65], Стробел [8] предложил модификацию борновского приближения с искаженными волнами, Мебония разработал трехтельное унитаризованное импульсное приближение [66], Дойчман и Олд предложили метод учета несферичности ядер [67]. Наиболее полно специфику прямых процессов при средних энергиях учитывает все же DWTA, но одним изменением параметров трехчленного псевдопотенциала  $V(r)$  добиться улучшения результатов не удалось.

В работах [25, 27, 48] исследовались различные феноменологические нуклон-нуклонные потенциалы и было установлено, что при удовлетворительном описании свободного  $p-p$ -рассеяния они дают разные значения сечений  $(p, 2p)$ -реакций вне массовой поверхности. При средних энергиях значения  $Q$  реакций сравнимы (одного порядка) с начальной энергией частицы, поэтому дифференциальные сечения  $(p, 2p)$ -реакций оказываются сильно зависящими от вне-массового поведения нуклон-нуклонного рассеяния. Понятно, что с простой псевдопотенциальной моделью  $t$ -матрицы  $p-p$ -рассеяния из [25, 27] не добиться удовлетворительного описания  $(p, 2p)$ -реакций.  $t$ -Матрица вне энергетической поверхности в реакциях  $(p, 2p)$  должна зависеть от трех переменных: относительных координат двух протонов до ( $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'_0 - \mathbf{r}'_1$ ) и после ( $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1$ ) рассеяния, а также от их относительной энергии  $e$ , т. е. она должна быть нелокальной.

Предлагались и другие способы улучшения согласия расчетных и экспериментальных сечений, в частности, в [68] для описания реакции  $(p, 2p)$  на  $^{12}\text{C}$  доказывалась целесообразность использования комплексной  $t$ -матрицы  $p-p$ -рассеяния.

Нелокальные потенциалы и раньше применялись в расчетах, но использовали их в факторизованном DWTA, где матричный элемент реакции совпадает с первым слагаемым (10). На примере  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$ -реакции при энергии протонов 155 МэВ с помощью такого приближения исследовалось поведение дифференциальных сечений в зависимости от типа нелокального  $p-p$ -потенциала, определяющего  $t$ -матрицу. Оказалось, что разные нелокальные потенциалы дают примерно одинаковые функции угловых корреляций.

В настоящее время известны и часто используются различные нелокальные потенциалы, которые хорошо себя зарекомендовали в расчетах нуклон-нуклонных взаимодействий, такие, как потенциалы Монгана, Стробэла, Чрепиншека и др. При разработке теории нелокальной  $t$ -матрицы для анализа реакций  $(p, 2p)$  эти потенциалы

оказались непригодными, поскольку с ними трудно вычислять многомерные интегралы типа (11), кроме того, параметры потенциалов определены лишь для ограниченного числа каналов свободного  $p-p$ -рассеяния, что явно недостаточно при расчете сечений ( $p, 2p$ )-реакций, Мак-Карти в [9] предложил нелокальный сепарабельный потенциал с гауссовыми формфакторами, параметры которого определены по фазовым сдвигам для пяти каналов  ${}^1S_0, {}^1D_2, {}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2$  упругого  $p-p$ -рассеяния в интервале энергий протонов 0–350 МэВ.

В обозначениях работы [9]  $V_L(r, r')$  в сепарабельном виде записывается как

$$V_L(r, r') = (g_L(r) h_L(r)) \begin{pmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_L(r') \\ h_L(r') \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где  $g_L(r), h_L(r)$  — формфакторы вида  $r^L \exp(-a_i^2 r^2)$ , а  $L$  — относительный орбитальный момент двух протонов. Потенциал (13) позволяет аналитически вычислять интегралы, входящие в матричный элемент.

Нелокальная сепарабельная, зависящая от энергии, реалистическая  $t$ -матрица свободного  $p-p$ -рассеяния находится из решения уравнения Липпмана — Швингера с потенциалом (13):

$$\left. \begin{aligned} t_L(r, r'; e) &= \tilde{V}_L^+(r) M_L(e) \tilde{V}_L^-(r'), \\ \tilde{V}_L^i &= r^L \exp(-a_i^2 r^2), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

матрица  $M_L(e)$  имеет ранг 2 [9].

В потенциале (13) составляющие  $g_L$  и  $h_L$  отвечают за притяжение и отталкивание,  $C_i$  — их силы. Параметры потенциала  $V_L(r, r')$  упругого нуклон-нуклонного рассеяния для значений изоспина  $T = 0, 1$  приведены в табл. 3.

**Искаженные волны.** Для удобства вычисления многомерных интегралов типа (11) Мак-Карти предложил использовать аналитическую форму представления искаженных волн протонов:

$$\chi^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \exp(-\gamma k R_N) \exp[\pm(1 + \beta \mp i\gamma) \mathbf{k} \mathbf{r}], \quad (15)$$

которое называется эйкональным приближением. В формуле (15) параметр  $\beta$  определяет эффективное волновое число в области взаимодействия частиц, параметр  $\gamma$  — уменьшение амплитуды искаженной волны за счет поглощения ядром. Параметр  $R_N$  нормирует волну, его значение близко к радиусу ядра  $R_0$ . По своему смыслу эйкональное приближение близко к квазиклассическому, условие его применимости совпадает с обычным квазиклассическим условием  $\lambda = 1/k \ll \ll R_0$ . На границе ядра справедливы следующие оценки для параметров  $\beta$  и  $\gamma$ :

$$\left. \begin{aligned} \beta &\approx U_1(R_0)/2 [E + U_1(R_0)]; \\ \gamma &\approx U_2(R_0)/2 [E + U_2(R_0)], \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Таблица 3. Параметры сепарабельных потенциалов ( $p, p$ )-, ( $p, n$ )-, ( $p, \alpha$ )- и ( $p, d$ )-рассеяния\*

Канал	$a_1, \text{фм}^{-1}$	$a_2, \text{фм}^{-1}$	$C_1,$ МэВ·фм $^{-2L-3}$	$C_2,$ МэВ·фм $^{-2L-3}$
( $p, p$ ) [9]				
$^1S_0$	7,8438	7,8118(-1)	8,9826(6)	-7,911(1)
$^1D_2$	4,1252(-1)	9,6861(-1)	-7,0461(-3)	-9,1961(1)
$^3P_0$	3,0428	5,6896(-1)	2,227(7)	-3,4283
$^3P_1$	3,4924(-1)	1,0147	2,3237(-2)	4,1748(2)
$^3P_2$	7,2076(-1)	1,3132	-5,225	-1,187(3)
( $p, n$ ), $T=1$ [78]				
$^1S_0$	7,13	0,774	1,01(7)	-82,5
$^1D_2$	3,08	0,561	2,247(7)	3,46
$^3P_0$	1,01	0,349	405	0,0281
$^3P_1$	1,31	0,721	-1187	-5,23
$^3P_2$	0,969	0,413	-91,96	-0,00705
( $p, n$ ), $T=0$ [78]				
$^3S_1$	1,3(1)	0,74	1,16(7)	-9,5(1)
$^1P_1$	1,37	0,25	1,14(4)	0,002
$^3D_1$	0,848	0,388	6,8(1)	0,017
$^3D_2$	0,95	0,51	-1,9(2)	-0,33
$^3D_3$	1,11	0,4	-2,18(2)	-0,001
( $p, \alpha$ ), [113]				
$S_{1/2}$	0,88	8,42	-2,3(2)	-3,1(6)
$P_{3/2}$	0,549	1,12	-1,16(1)	-1,89(2)
$P_{1/2}$	0,645	1,15	-2,16(1)	-3,74(2)
$D_{5/2}$	0,548	1,31	-0,76	-2,74(2)
$D_{3/2}$	0,63	1,18	-2,32	-1,60(2)
( $p, d$ ) [115]				
$^2S_0$	1,809	0,4223	-4,285(3)	-1,942(1)
$^4S_0$	1,892	0,5423	-3,786(3)	-1,492(1)
$^2P_1$	0,164	0,707	0,384(-3)	-3,578(1)
$^4P_1$	0,3113	0,6994	-0,99(-1)	-1,807(1)
$^2D_2$	0,43	0,795	-0,988(-1)	-2,763(1)
$^4D_2$	0,268	0,705	0,120(-2)	-1,0

 \* Цифры в скобках означают показатель множителя  $10^x$ , на который следует умножить приведенные в таблице значения.

где  $U(r) = U_1(r) + iU_2(r)$  — искажающий оптический потенциал;  $E$  — кинетическая энергия частицы в поле действия ядерных сил. Свойства эйконального приближения рассмотрены в работе [32], где показано, что внутри ядра параметр  $\beta$  положителен ( $\beta \approx 0,5$ ), на периферии ядра оценка  $\beta$  по формулам (16) дает небольшие отрицательные значения. Параметр  $\gamma$  по своему смыслу всегда положителен. Из соотношений между действительной и мнимой частями потенциала  $U(r)$  можно получить такую оценку для параметров  $\beta$  и  $\gamma$ :  $\gamma \approx 0,1\beta$ . В конкретных расчетах эти оценки параметров необходимо уточнять или рассматривать  $\beta$  и  $\gamma$  как подгоночные параметры. Следующим шагом в улучшении эйконального приближения явился учет фокусировки падающей и выходящих волн протонов поверхностью ядра [9]:

$$\chi_k^\pm(r) = \exp(\pm iDkr) \{1 + F \exp[-(R\hat{k} \mp r)^2/S^2]\}, \quad (17)$$

где  $D = 1 + \beta + i\gamma$  — обобщенный искажающий множитель, который следует понимать как усредненный по поверхности ядра комплексный показатель преломления;  $F$ ,  $R$ ,  $S$  — параметры фокусировки, которые определяют фокусирующую способность данного ядра (его фокус  $F$ ), положение поверхностного пика искаженной волны, возникающего за счет фокусировки ( $R$ ), и ширину этого пика ( $S$ ).

DWTA с нелокальной реалистической  $t$ -матрицей Мак-Карти. Располагая нелокальной  $t$ -матрицей типа (14), Мак-Карти отказался от приближения нулевого радиуса действия (11) и включил в матричный элемент координаты всех частиц:

$$\left. \begin{aligned} T_{IF} = \sum_{j, m} (j m J_F M_F | J_I M_I) \int \hat{A} [\chi_{\bar{k}_1}(r_0) S_{\sigma_1}(0) \chi_{\bar{k}_2}(r_1) S_{\sigma_2}(1)]^* \cdot \\ \bar{\tau}(0, 1; 0', 1'; e) \chi_{\bar{k}_0}^+(r'_0) S_{\sigma_0}(0') \Psi_{j m}(1') d0' d1' d0 d1. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Здесь  $\hat{A}$  — оператор антисимметризации;  $S_\sigma$  — спиновые волновые функции частиц;  $\sigma$  — проекции спинов частиц;  $j, m, J_F, M_F, J_I, M_I$  — моменты и их проекции соответственно для выбиваемого протона, кора и начального ядра;  $0, 1, 0', 1'$  — обобщенные (пространственные и спиновые) координаты протонов.

Эффективная квазидвухчастичная  $\tau$ -матрица является когерентной суммой квазиупругой  $\tau$ -матрицы и оператора поляризации кора:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}(0, 1; 0', 1'; e) = \tau(0, 1; 0', 1'; e) + \\ + \sum_{\lambda \mu} y_\lambda^T(\bar{Q}) V_{\lambda \mu}(0) V_{\lambda - \mu}(1) (-1)^{\mu+1} \delta_{0,0} \delta_{1,1'}. \end{aligned} \quad (19)$$

Переход от матрицы  $\tau(0, 1; 0', 1'; e)$  к квазиупругой матрице  $t(r, r'; e)$  осуществляется разложением матрицы  $\tau$  по парциальным волнам, выделением относительных координат  $r, r'$  и центра масс  $R, R'$ . После такой замены 12-кратный интеграл (18) сводится к 9-кратному, а он вычисляется аналитически за счет экспоненциаль-

ного представления (разложения по гауссовым функциям) волновой функции  $\Psi_{jm}(\mathbf{r})$  внутриядерного протона и использования производящих функций в экспоненциальной форме при вычислении собственных функций углового момента. После таких замен все подынтегральные функции в (18) становятся экспонентами, показателем произведения экспонент является квадратичная форма, которую преобразуют к сумме квадратов.

**Анализ экспериментальных данных с помощью DWTA и нелокальной реалистической  $t$ -матрицы.** В настоящее время термин  $t$ -ма-

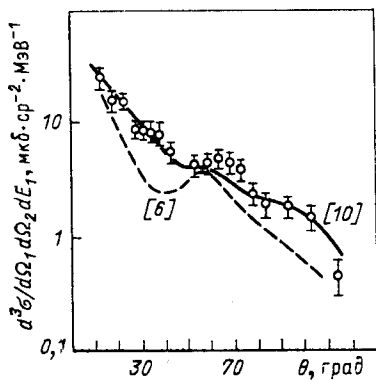


Рис. 10. Функция угловых корреляций протонов из реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергии 50 МэВ

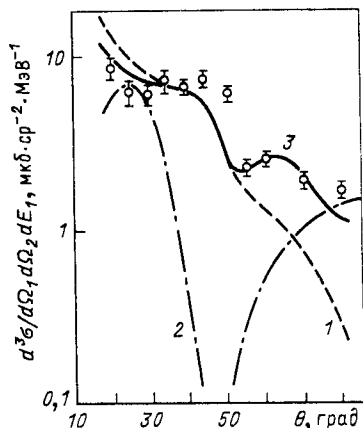


Рис. 11. Функция угловых корреляций протонов из реакции  $^{16}\text{O}(p, 2p)^{15}\text{N}$  при энергии 45 МэВ:

расчетные кривые [61]: 1 — квазиупругое выбивание; 2 — поляризация кора; 3 — сумма двух процессов

тричное приближение употребляется в двух случаях: когда используют формулу (10) или (18). Чтобы различать их, обычно приближение в виде (10) называют факторизованным DWTA, а (18) — DWTA.

Первые расчеты реакций  $(p, 2p)$  на ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  при энергиях протонов соответственно 50 и 45 МэВ, в которых проверялись возможности DWTA [9], не дали существенного улучшения согласия с экспериментом по сравнению с ранее применявшимися моделями (рис. 10). В последующих работах [10, 59—61] были тщательно проанализированы причины такого расхождения и показано, что: во-первых, необходимо проводить параметризацию искаженных волн  $\chi^\pm$  в интервале энергий протонов 10—70 МэВ по данным упругого рассеяния с обеспечением непрерывности (и гладкости) энергетической зависимости параметров. Во-вторых, в работе [9] учитывались виртуальные возбуждения только квадрупольных ( $\lambda = 2$ ) гигант-

ских резонансов, а этого, в соответствии с [62], явно недостаточно. Необходимо включать в расчет также дипольные ( $\lambda = 1$ ) резонансы. В-третьих, в [9] использовались случайные значения констант связи  $y_{\lambda}^T(Q)$ , чем, по-видимому, и объяснялось отсутствие в расчетах интерференции прямых процессов и поляризации кора.

Параметризации искаженных волн посвящена работа [69], оптимальные значения их параметров для ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$  и  $^{16}\text{O}$  даны в [59—61], причем там же получены простые аналитические зависимости значений некоторых параметров от энергии протонов. Включив в расчет дипольные резонансы и оптимальные значения констант связи  $y_{\lambda}$ , в [61] удалось улучшить согласие расчетов с экспериментальными данными.

Результаты расчетов из работ [10, 59—61] приведены на рис. 8, 9, 10, 11. Интерференция процессов прямого выбивания и поляризации кора хорошо видна на рис. 11.

Серьезным недостатком указанных работ является сам способ параметризации искаженных волн  $\chi^{\pm}$  с помощью оптических потенциалов  $U(r)$ . Реакция ( $p$ ,  $2p$ ), по существу, частный случай неупругого рассеяния протонов, поэтому естественным является вопрос, нельзя ли неупругое рассеяние протонов ядрами описать с помощью той же протон-протонной  $t$ -матрицы? Такая задача впоследствии была решена в [70].

В результате появляется реальная возможность по данным неупругого рассеяния провести, а на основе анализа реакций выбивания независимым образом проверить параметризацию искаженных волн  $\chi^{\pm}$ . В какой-то мере это позволяет решить проблему неоднозначности параметризации искаженных волн  $\chi^{\pm}$ .

Таблица 4. Параметры искаженных волн протонов для неупругого рассеяния и реакций ( $p$ ,  $p$   $N$ ) на ядрах  $1p$ -оболочки

Ядро	$E$ , МэВ	$ F $	$\arg F$ , град	$\beta$	$\gamma$	$S$ , фм	$R$ , фм
$^{16}\text{O}$	50	2	30	0,035	0,008	1,2	2,46
	20	6	120	0,55	0,3	1,2	1,51
$^{14}\text{N}$	50	2	30	0,035	0,008	1,2	2,4
	20	6	120	0,5	0,2	1,2	1,56
$^{12}\text{C}$	50	2	30	0,035	0,008	1,2	2,28
	20	6	120	0,4	0,1	1,3	1,7
$^7\text{Li}$	50	2	30	0,035	0,008	1,5	1,53
	20	4	150	0,2	0,06	1,5	0,956
$^6\text{Li}$	50	2	30	0,035	0,008	1,6	1,45
	20	3	150	0,04	0,03	1,6	0,91

В табл. 4 приведены параметры искаженных волн протонов  $\chi^{\pm}$  для ( $p$ ,  $2p$ )-реакций и неупругого рассеяния на ядрах  $1p$ -оболочки. Сравнивая их значения, можно видеть рост искажающих параметров

$\beta$  и  $\gamma$  как с уменьшением энергии протонов, так и с увеличением числа нуклонов в  $1p$ -оболочке.

В табл. 5 даны значения констант связи  $y_\lambda^{T=1}$  дипольных и квадрупольных гигантских резонансов, полученные в результате анализа  $(p, 2p)$ -реакций на указанных ядрах. Точность определения силы  $|y_\lambda|$ , как следует из формулы (19), непосредственно связана с точностью определения глубины оптических потенциалов  $V_{\lambda\mu}$ . Во всех исследованных нами случаях использовались комплексные потенциалы Вудса — Саксона для налетающей и вылетающих частиц. Их глубины определялись по данным [71]. Для потенциала связи частицы с кором использовался действительный потенциал, а его глубина находилась с помощью фрагмента программы OLYMP [72].

Таблица 5. Константы связи  $y_\lambda^{T=1}$ , полученные при излучении  $(p, 2p)$ -реакций

Ядро	$ y_1 $ , МэВ <sup>-1</sup>	arg $y_1$ , град	$ y_2 $ , МэВ <sup>-1</sup>	arg $y_2$ , град
<sup>16</sup> O	0,208	70	0,01	15
<sup>14</sup> N	0,01	60	0,005	50
<sup>12</sup> C	0,12	50	0,02	58
<sup>7</sup> Li	0,047	48	0,067	81
<sup>6</sup> Li	0,029	17	0,037	44

Ранее константы связи для значений  $\lambda = 1, 2, 3$  были определены Герамбом [62] при анализе неупругого рассеяния протонов на <sup>16</sup>O и <sup>12</sup>C. На рис. 12 приведены для сравнения его результаты, которые в пределах указанных погрешностей соответствуют нашим данным (см. табл. 5).

Отметим, что константы связи, приведенные в табл. 5 и на рис. 12, в действительности соответствуют виртуальному возбуждению кора (остова), например, в случае ядра <sup>16</sup>O — возбуждению <sup>15</sup>N. Это следует учитывать, сравнивая значения констант связи, если они получены при исследовании разных каналов реакций. Иными словами, значение  $y_\lambda$  из табл. 5 для ядра <sup>12</sup>C можно было бы сопоставить с аналогичным значением из реакции <sup>14</sup>N  $(p, p^3 \text{He})^{11}\text{B}$  и т. д. В настоящее время сведения о константах связи  $y_\lambda$  практически отсутствуют.

**Анализ камерных экспериментов.** В полной геометрии реакция  $(p, 2p)$  впервые изучалась на <sup>12</sup>C с помощью пузырьковой камеры в интервале энергий протонов 50—110 МэВ [58]. Ставилась задача проследить изменение динамики процессов, т. е. увидеть, как меняется механизм реакции  $(p, 2p)$  внутри выбранного интервала начальных энергий. Теоретический анализ экспериментальных результатов провел Сакамото [73], используя импульсное приближе-

ние. На рис. 13 приводятся результаты его расчетов вместе с экспериментальными данными. К сожалению, свойственная всем камерным экспериментам малая статистика и экспериментальные погрешности не позволили однозначно решить поставленную задачу. Усиление роли процессов, отличных от прямых, при переходе к энер-

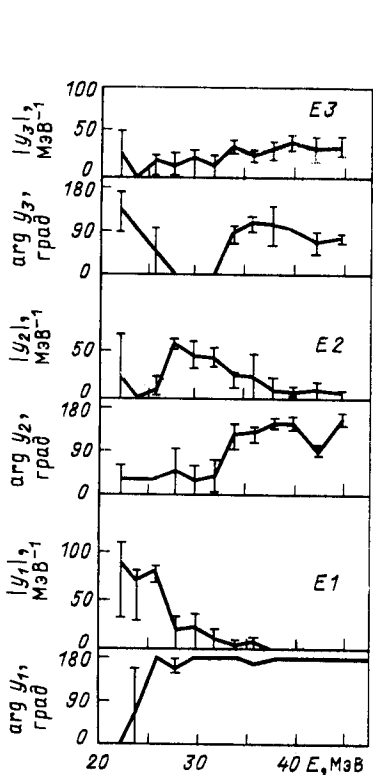


Рис. 12. Константы связи  $y_l = |y_l| e^{i\Phi} \cdot 10^3$  возбуждения гигантских дипольных ( $E1$ ), квадрупольных ( $E2$ ) и октупольных ( $E3$ ) резонансов из неупругого рассеяния протонов на  $^{12}\text{C}$  [62]

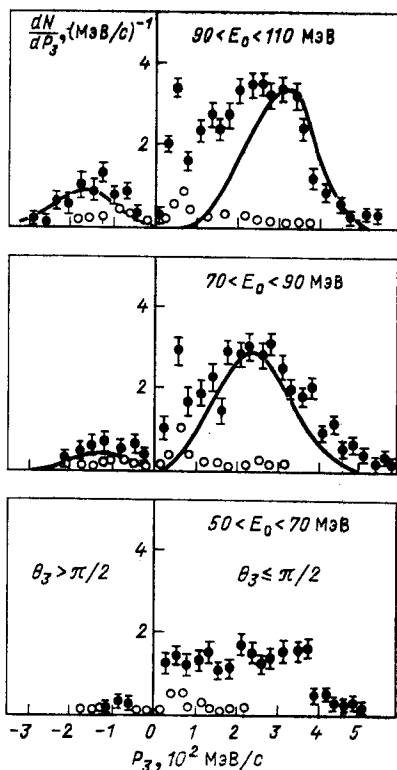


Рис. 13. Импульсный спектр остаточных ядер из реакции  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  в полной геометрии при разных начальных энергиях протонов:

○ — компланарные события; ● — вся статистика. Расчетные кривые Саямото [71]

гии 50 МэВ видно и без расчета. В импульсном спектре, соответствующем прямым процессам, должен быть максимум в области малых переданных импульсов,  $q \approx 100$  МэВ/с.

Фотоэмульсионным методом реакции  $(p, 2p)$  на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$  при энергии протонов 50 МэВ изучались в [59—61]. При анализе экспериментальных данных использовалось DWTA с искаженными волнами  $\chi^\pm$ , параметризованными по данным соответствующих комп-



ланарных опытов. Результаты расчетов импульсных спектров остаточных ядер вместе с соответствующими экспериментальными данными приведены на рис. 14. Наблюдается удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных спектров, а это свидетельствует о том, что с  $t$ -матрицей (12) можно описать реакцию  $(p, 2p)$  в любой геометрии.

В работах [59—61] отмечается возрастание роли триплетных каналов  ${}^3P_0$ ,  ${}^3P_1$ ,  ${}^3P_2$  в полном сечении  $(p, 2p)$ -реакции, измеренном в опытах с полной геометрией по отношению к компланарной для всех трех исследованных в этих работах ядер.

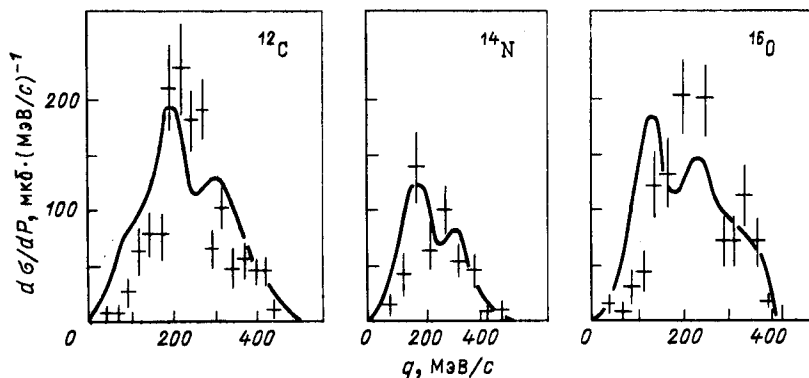


Рис. 14. Импульсные спектры остаточных ядер из реакций  $(p, 2p)$  на различных ядрах при энергии 50 МэВ [59—61]. Расчет в DWTA

**Внемассовые эффекты.** Одним из принципиальных вопросов, возникающих при описании реакций выбивания с помощью эффективной двухчастичной амплитуды, являются внемассовые или внеэнергетические эффекты. Они появляются потому, что, в отличие от свободного  $p$ - $p$ -рассеяния, с помощью которого параметризуются все двухчастичные потенциалы, в реакциях выбивания налетающий протон взаимодействует со связанным внутриядерным протоном, энергия отделения которого  $E_s \neq 0$ . В результате относительные импульсы взаимодействующих частиц во входном  $P_i = (P_0 + q)/2$  и выходном  $P_f = (P_0 - P_1)/2$  каналах оказываются различными, что приводит к неоднозначности при расчете эффективного протон-протонного матричного элемента  $T_{pp}$ .

Внемассовые явления присущи всем трех- (или много-) частичным процессам, когда рассеяние в двухчастичной системе искажается третьей частицей. Только когда  $E_s = 0$  и можно пренебречь кинетической энергией ядра отдачи, относительные импульсы в начальном и конечном каналах будут равны, а двухчастичная амплитуда  $|T_{pp}|^2$  будет определена на массовой поверхности.

Внемассовые свойства двухчастичной амплитуды, которые, в принципе, можно получить из реакций выбивания, могли бы сыграть

определенную роль при решении обратной задачи (восстановлении двухчастичного потенциала по данным нуклон-нуклонного рассеяния). Даже с полным набором данных по нуклон-нуклонному рассеянию (сведения об  $n - n$ -рассеянии отсутствуют) можно построить бесконечное число фазовоэквивалентных потенциалов, таких, которые дают одинаковые двухчастичные амплитуды на массовой поверхности и различающиеся вне ее. Информация о немассовом поведении двухчастичной амплитуды в реакциях выбивания позволила бы из всего многообразия потенциалов выбрать истинный, т. е. решить обратную задачу рассеяния.

Оказалось, что в действительности получить такую информацию не просто, так как во всех выполненных к настоящему времени экспериментах немассовые эффекты проявляются одновременно с искажениями и разделить их практически невозможно.

Марис и Джакоб [2] в отношении применимости импульсного приближения к  $(p, 2p)$ -реакциям отмечали, что влиянием немассовых эффектов при энергиях 150—500 МэВ, где сечение свободного  $p$ - $p$ -рассеяния слабо зависит от энергии налетающего протона и угла рассеяния, можно пренебречь. Они же рекомендовали не применять импульсное приближение с искаженными волнами, если роль немассовых эффектов существенна.

В импульсном приближении с плоскими волнами Редип [48] исследовал чувствительность двухчастичной амплитуды  $|T_{pp}|^2$ , определенной с помощью потенциала Риды с мягким кором, в зависимости от способа определения этой амплитуды и относительной энергии протонов. Матричный элемент он предложил использовать в полумассовой форме (half-off energy shell):

$$T_{pp} = \langle \mathbf{P}_{on} | t(e) | \mathbf{P}_{off} \rangle, \quad (20)$$

где  $\mathbf{P}_{on} \equiv \mathbf{P}_f$ ,  $\mathbf{P}_{off} = \mathbf{P}_i$  — относительные импульсы двух протонов на массовой поверхности и вне ее;  $e$  — относительная энергия двух протонов на массовой поверхности  $e = e_f$ , вне ее  $e = e_i$ , или их среднее значение  $e = (e_i + e_f)/2$ . Название «полумассовый» следует из вида выражения (20), если заменить в нем  $\mathbf{P}_{on}$  на  $\mathbf{P}_{off}$ , матричный элемент будет называться полностью немассовым.

По данным Редипа,  $(p, 2p)$ -реакции не чувствительны к немассовому поведению двухчастичной амплитуды при энергиях выше 300 МэВ, поэтому именно эта область энергий рекомендуется для непосредственного (прямо из эксперимента) изучения внутриядерных волновых функций. Область энергий ниже 200 МэВ чувствительна к немассовому поведению  $p - p$ -взаимодействия и поэтому наиболее удобна для изучения немассовых явлений. В качестве энергии  $e$  в [48] предлагается использовать  $e_i$  или  $(e_i + e_f)/2$ .

Нельзя ли на основании поведения расчетных сечений  $(p, 2p)$ -реакций в DWTA судить о немассовых свойствах двухчастичных потенциалов? С этой целью на примере реакции  ${}^6\text{Li}(p, 2p){}^5\text{He}$  при энергии протонов 100 МэВ в симметричной компланарной гео-

метрии мы сравнили результаты расчетов в DWTA, используя некоторые известные нелокальные потенциалы, предварительно разложив их в ряд по гауссовым функциям. Были выбраны потенциалы Монгана (Mo) [74] и Стробэла (С) [75]. Результаты расчетов нормировались на экспериментальное сечение при угле  $30^\circ$ .

Таблица 6. Сравнение расчетных функций угловых корреляций протонов из  $(p, 2p)$ -реакций для разных  $p-p$ -потенциалов

$\theta$ , град	С/М	Mo/М	GTGW/НМ [28]
10	0,91	0,90	—
20	0,96	1,00	1,41
30	1,00	1,00	1,00
40	1,03	1,06	1,00
50	1,02	1,27	1,41
60	1,02	1,03	1,22

В табл. 6 приводятся отношения сечений реакций  $(p, 2p)$ , рассчитанные с этими потенциалами, к сечениям, полученным при использовании потенциала Мак-Карти (М). Как видно, все три потенциала дают значения сечений, не выходящие за пределы экспериментальных погрешностей. Для сравнения в табл. 6 приведены результаты подобных расчетов из [28], где изучалась реакция  $^{12}\text{C}(p, 2p)^{11}\text{B}$  при энергии 155 МэВ. Авторы [28] использовали факторизованное DWTA с потенциалами НМ [76] и GTGW [77]. Все расчетные значения в табл. 6 получены для  $^1S_0$  канала  $p-p$ -рассеяния, причем, как и в [28], предпочтения нельзя отдать ни одному из трех рассмотренных потенциалов.

В работах [8, 70, 78] изучено поведение функции угловой корреляции протонов  $(p, 2p)$ -реакций в симметричной компланарной геометрии при начальной энергии 50 МэВ в зависимости от способа задания относительной энергии взаимодействия протонов  $e$ : в начальном  $e = e_i$ - и в конечном  $e = e_f$ -каналах. Оказалось, что сечения отличаются лишь в области малых углов  $\theta \leq 40^\circ$ , где при  $e = e_f$  расчетные сечения всегда больше, чем при  $e = e_i$ . Характер такой зависимости определяется поведением  $|t(k, k'; e)|$  ( $t$ -матрицей в импульсном представлении, которая при  $e < 10$  МэВ быстро возрастает с уменьшением  $e$ ). Что касается приложения этих выводов к конкретным реакциям  $(p, 2p)$  при начальной энергии протонов 50 МэВ, установлено, что при больших  $Q$  (ядра С, N, O), когда роль немассовых эффектов велика, только  $e = e_f$  дает согласие с экспериментом, и наоборот [78], когда  $Q$  мало ( $^6\text{Li}$ ), тогда только  $e = e_i$  приводит к правильному результату. При энергиях протонов 100 МэВ

и выше на всех исследованных ядрах (С, N, O, Li) согласие с экспериментом в области малых углов удается получить только при  $e = e_i$ .

Приведенные результаты подтверждают справедливость утверждений, что одновременное изменение искажений и немассовых свойств не позволяет однозначно судить о немассовых эффектах в реакциях выбивания.

При систематическом изучении немассовых эффектов, по-видимому, необходимо разделить искажения и немассовые эффекты еще на стадии эксперимента. Для этой цели Джексон предложила установить кинематический контроль над измеряемыми переменными [79]. Предлагается разделить на две группы измеряемые (и контролируемые) в опыте переменные: а) ответственные за немассовые эффекты ( $P_{\text{он}}$ ,  $P_{\text{оф}}$  и угол между этими векторами); б) переменные, отвечающие за искажение ( $q$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ). Предположив, что сечение ( $p$ ,  $2p$ )-реакции существенно не меняется с изменением углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , можно выбрать кинематические условия измерения так, чтобы импульсы ядра отдачи  $q$  и сумма энергий  $E_1 + E_2$  были постоянными. Остаются лишь четыре переменных  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\lambda = E_1 / (E_1 + E_2)$  и  $\theta_3$  — угол вылета ядра отдачи по отношению к направлению падающего пучка протонов, которые будут изменяться в опыте.

Изменением  $\theta_3$  при фиксированном  $\lambda$  все переменные в группе (б) фиксируются, а в зависимости от  $\theta_3$  отношение  $P_{\text{оф}}/P_{\text{он}}$  можно сделать сколь угодно большим. Изменяя  $\lambda$  при фиксированном  $\theta_3$ , фиксируются  $P_{\text{оф}}$  и  $P_{\text{он}}$  в области малых  $\theta_3$  (меньших  $45^\circ$ ), а переменные группы (б) изменяются.

Экспериментально такую программу исследований можно реализовать на высокоточных ускорителях типа ускорителя мезонной фабрики или TRIUMF. Проведение таких работ в ИЯИ АН СССР было бы весьма актуальным.

**Реакции ( $p$ ,  $pn$ ).** Несмотря на большие сечения свободного  $p$  —  $n$ -рассеяния, изучение реакций ( $p$ ,  $pn$ ) началось недавно, что связано с трудностями регистрации нейтронов. Для этой цели обычно применяется времяпролетная методика. Реакции ( $p$ ,  $pn$ ) принято рассматривать как дополняющие ( $p$ ,  $2p$ ), поэтому их обычно изучают совместно. Обобщение результатов по реакциям выбивания нейтронов при промежуточных энергиях содержится в обзорах Мак-Дональда [5]. В этой области энергий отношение сечений ( $p$ ,  $2p$ )- и ( $p$ ,  $pn$ )-реакций, измеренных в одинаковых кинематических условиях, обычно совпадает с отношением соответствующих сечений свободного  $p$  —  $p$ - и  $p$  —  $n$ -рассеяния, что является дополнительным критерием правильности импульсного приближения.

При средних энергиях протонов реакции ( $p$ ,  $pn$ ) изучались лишь в работах [80, 81], Миллером [80] при энергии 46 МэВ получены спектры протонов из ( $p$ ,  $pn$ )-реакций на ядрах  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  и  ${}^{13}\text{C}$ , группой Чанга [81] при энергии 47 МэВ — ядрах  ${}^{6,7}\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ . Имеются предварительные сообщения об изучении реакции  ${}^6\text{Li} (p, pn) {}^6\text{Li}$  при энергии 70 МэВ в Киеве [82].

В энергетических спектрах протонов из  $(p, pn)$ -реакций для всех изотопных ядер, кроме  ${}^6\text{Li}$ , наблюдается минимум при энергиях, соответствующих  $q = 0$ , что согласуется с импульсным приближением. Расчеты с использованием DWIA, проведенные в [80, 81], дали хорошее согласие с экспериментом. Аналогичный вид протонных спектров из  $(p, pn)$ -реакций характерен и для более высоких начальных энергий протонов, т. е. при переходе к средним энергиям форма этих спектров не меняется. Этот факт, однако, не противоречит результатам исследований  $(p, 2p)$ -реакций при средних энергиях, поскольку для указанных ядер энергия связи нейтрона мала (от 1,7 МэВ для  ${}^9\text{Be}$  до 7,3 МэВ для  ${}^6\text{Li}$ ).

Энергетический спектр протонов из реакции  $(p, pn)$  на  ${}^6\text{Li}$  не имеет провала при  $q = 0$ , что объясняется, как и в случае реакций  $(p, 2p)$ , кластерной структурой этого ядра. Использование  $d - \alpha$ -кластерной модели  ${}^6\text{Li}$  [44] позволило в расчетах [81] получить согласие расчетных и экспериментальных спектров.

Для реакций  $(p, pn)$  на ядрах, для которых энергия отделения нейтрона больше, следует ожидать изменения структуры дифференциальных сечений при средних энергиях протонов. В этом случае импульсное приближение, для которого переход от реакций  $(p, 2p)$  к  $(p, pn)$  сводится, по существу, лишь к увеличению сечения свободного рассеяния, является некорректным.

В [78]  $t$ -матричное приближение распространено на  $(p, pn)$ -реакций включением в нуклон-нуклонную  $t$ -матрицу канала  $p - n$ -рассеяния с  $T = 0$ . Это приближение дает более точное описание динамики квазисвободного  $p - n$ -рассеяния при средних энергиях. Результаты расчетов, приведенные в [78] для известных экспериментальных данных с использованием DWIA, хорошо согласуются с экспериментом.

**Внутриядерные волновые функции нуклонов.** Экспериментальные данные, которые получают при исследовании реакций выбивания, несомненно содержат информацию о структуре ядра, однако сложность интерпретации механизма реакций затрудняет ее извлечение. Волновая функция  $\Psi_{jm}(r)$ , входящая в выражение (18), рассчитывается исходя из оболочечной или кластерной моделей ядра. Обычно ее представляют в виде интеграла перекрытия:

$$\begin{aligned} \Psi_{jm}(\mathbf{r}) &= \int d^3\xi \Psi_F^*(\xi) \Psi_I(\xi, \mathbf{r}) = \\ &= \sum_{j, m} (J_F M_F j m | J_I M_I) C_{J_I J_F} \Psi_j^m(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\Psi_F, \Psi_I$  — полный набор состояний конечного  $F$  и исходного  $I$  ядер;  $\xi$  — внутренние координаты ядра  $F$ ;  $C_{J_I J_F}$  — генеалогический коэффициент отделения нуклона (или кластера) в исходном ядре;  $\Psi_j^m(\mathbf{r})$  — нормированная одночастичная волновая функция.

Полный момент  $j$ -частицы — это сумма орбитального момента  $l$  и спина  $s$ . Если в ядре есть  $N_{lj}$  идентичных частиц (обычно это число частиц в выделенной подоболочке), вводится понятие спектроскопического множителя:

$$S_{J_I J_F}(l, j) = N_{lj} \{C_{J_I J_F}\}. \quad (22)$$

Асимптотическое поведение волновой функции  $\Psi_{J_m}(\mathbf{r})$  можно определить из уравнения Шредингера

$$(H_F + T_F + V) \Psi_I = E_I \Psi_I. \quad (23)$$

Умножая это выражение слева на  $\Psi_F^*$  и интегрируя по  $\xi$ , получаем

$$(T_F + V) \Psi(\mathbf{r}) = (E_I - E_F) \Psi(\mathbf{r}), \quad (24)$$

т. е. поведение радиальной части  $R_{jl}(\mathbf{r})$  за пределами эффективности потенциала  $V$  ( $V = 0$ ) имеет вид

$$R_{jl}(r) \rightarrow \exp(-kr)/r, \quad (25)$$

где

$$k^2 = \frac{2\mu_F(E_I - E_F)}{\hbar^2} = \frac{2\mu_F E_S}{\hbar^2}. \quad (26)$$

В уравнениях использованы обычные обозначения:  $H_F$ ,  $T_F$  — гамильтониан и оператор кинетической энергии конечного состояния;  $E_I$ ,  $E_F$  — собственные значения энергии гамильтонианов начального и конечного состояний;  $E_S = E_I - E_F$  — энергия отделения частицы;  $\mu_F$  — приведенная масса выбиваемой частицы (протона) и ядра-остатка.

Обычно в качестве потенциала  $V$  используется сферически-симметричный потенциал Вудса — Саксона, параметры которого подбираются так, чтобы энергия связи нуклона оказалась равной известному значению энергии отделения  $E_S$ . Значения средней энергии отделения протонов, полученные из ( $p$ ,  $2p$ )- и ( $e$ ,  $ep$ )-экспериментов, приведены в [83]. Иногда в качестве  $V$  употребляют потенциал гармонического осциллятора, однако асимптотика получаемых при этом функций оказывается отличной от (25) [функции  $\Psi(r)$  при больших значениях  $r$  спадают быстрее, чем (25)], хотя физически измеряемую величину (зарядовый  $rms$  — радиус ядра) они воспроизводят правильно.

Метод энергии отделения позволяет корректно описать асимптотическую радиальную зависимость внутриядерных волновых функций, но не их поведение внутри ядра и не абсолютное значение в асимптотической области. Для уточнения волновых функций следовало бы учитывать остаточное взаимодействие, а это приведет к системе связанных уравнений. Обзор методов, позволяющих практически использовать эти уравнения, дан в [84].

На практике при расчете матричного элемента (18) удобно использовать осцилляторные волновые функции, которые получаются

с помощью программы OLYMP [72]. Неправильная асимптотика таких функций при больших  $r$  существенно не сказывается на точности расчета, так как  $|\bar{\tau}(r, r'; e)|$  быстро спадает с ростом  $r$ .

Информация о структуре ядра содержится в спектроскопическом множителе  $S_{J_I J_F}$ , который определяют экспериментально или теоретически. В первом случае спектроскопический множитель — это нормировочный коэффициент, которым нормируют расчетное дифференциальное сечение  $(p, 2p)$ -реакции на экспериментальное. Теоретический спектроскопический множитель рассматривают в рамках какой-либо модели, поэтому он зависит от типа использованного в расчете потенциала и схемы связи:  $j - j$  или промежуточной  $l - s$ . В результате появляется возможность проверять различные модели для конкретных состояний ядер.

В области высоких энергий (несколько сот мегаэлектрон-вольт) при анализе реакций выбивания кластеров необходимо учитывать перестройку внутриядерных волновых функций кластеров, т. е. учитывать возбуждение кластеров. Расчеты таких процессов впервые проведены в НИИЯФ МГУ под руководством В. Г. Неудачина [85]. Учет возбуждения кластеров позволяет сделать ряд предсказаний, которые можно проверить экспериментально, в частности зависимость сечения от ориентации импульса ядра отдачи, анизотропии по углу Треймана — Янга и др. Авторами работ [85] предложен метод расчета спектроскопических множителей для ядер  $1p$ -оболочки в трансляционно-инвариантной модели. Оказалось, что учет возбуждения кластеров значительно повышает эффективное число нуклонных ассоциаций (например, для  $^{16}\text{O}$ , если учесть возбуждение кластеров, эффективное число  $\alpha$ -частиц возрастает от 13 до 35).

Укажем еще на одно свойство ядерных реакций выбивания — возможность изучать заселенность состояний остаточного ядра. Она появляется, когда  $(p, 2p)$ -реакция выполняется в симметричной геометрии и вклад в сечение дают четные компоненты  $m$ . Если протон выбивается из  $p$ -оболочки основного состояния ядра  $\text{O}^+$ , то в симметричной компланарной геометрии возможные состояния остаточного ядра —  $M = \pm 1/2$ , в отличие от несимметричной, где заселяются все состояния  $-3/2 \leq M \leq 3/2$ . Меняя геометрию реакции, можно изучать относительную заселенность состояний [13].

В заключение на примере реакций  $(p, 2p)$  на  $^6\text{Li}$  рассмотрим чувствительность дифференциального сечения от вида внутриядерной волновой функции протона. Известно, что ядро  $^6\text{Li}$  сильно кластеризовано, однако многие его свойства (структуру уровней, зарядовый формфактор и др.) можно независимо получить (и объяснить) в  $\alpha - d$ -, трехтельной или оболочечной моделях. Тогда реакция  $(p, 2p)$  может служить своего рода тестом правильности определения внутриядерной волновой функции, т. е. модели ядра.

На рис. 15 приведены результаты нашего расчета  $(p, 2p)$ -реакции на  $^6\text{Li}$  при энергии 47 МэВ с волновой функцией трехтельной  $n - \alpha - p$ -модели [86]. По сравнению с аналитическим расчетом (см.

рис. 6,  $\partial$ ), где использовалась оболочечная модель, можно видеть существенное улучшение согласия с экспериментом. Оно стало возможным благодаря вкладу (20%) состояний  $(S_{1/2})^2$  валентных нуклонов, обусловленному  $S_{1/2}$ -взаимодействием системы  $\alpha - N$ . В оболочечной модели возможные состояния валентных нуклонов  ${}^6\text{Li}$  —

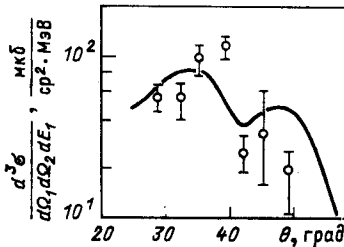


Рис. 15. То же, что на рис. 6,  $\partial$ :

кривая — расчет в DWTA с волновой функцией  ${}^6\text{Li}$  трехтельной  $n - \alpha - p$ -модели [86]

только  $p_{3/2}$  и ни с каким набором параметров в DWTA воспроизвести экспериментальное сечение, показанное на рис. 6,  $\partial$ , не удастся [78]. Ранее такой же вывод был сделан при анализе экспериментальных данных ( $p, 2p$ )-реакции на  ${}^6\text{Li}$  при энергии 70 МэВ [10].

## 2. РЕАКЦИИ ВЫБИВАНИЯ КЛАСТЕРОВ

**Постановка экспериментов.** В данном разделе будут рассмотрены реакции выбивания дейтронов и  $\alpha$ -частиц из ядер с  $9 \leq A \leq 16$ . Как и в случае ( $p, 2p$ )-реакций, здесь различают компланарные, некомпланарные и камерные эксперименты. Сводка экспериментальных работ при начальной энергии протонов меньше 100 МэВ приведена в табл. 7. Как правило, компланарные эксперименты выполняются одним из следующих способов:

1. Фиксируется угол вылета протона, меняется угол вылета кластера. Отбираются события, удовлетворяющие условию  $P_p \sin \theta_p = P_x \sin \theta_x$ .

2. Меняется угол вылета и протона, и кластера, причем  $\theta_p = \theta_x$ . Отбираются события, удовлетворяющие условию  $|P_p - P_x| < C$ . В этих двух случаях измеряются функции угловых корреляций. Ограничения, налагаемые на импульсы, приводят к тому, что рассматриваются только события, в которых направление движения остаточного ядра совпадает с направлением импульса налетающего протона.

3. Фиксируются углы вылета протона и кластера. Измеряется энергетический спектр протонов.

В большинстве экспериментов определяются энергетические спектры протонов, причем, как правило, выбирается квазиупругая пара углов, т. е. углы вылетающего протона и кластера, при которых кинематически разрешено нулевое значение импульса остаточного ядра.

Анализ компланарных экспериментов позволяет получить информацию о механизме ядерных реакций, структуре ядер. Так,



Таблица 7. Экспериментальные исследования реакций  $(p, pd)$  и  $(p, p\alpha)$  при средних энергиях протонов ( $\leq 100$  МэВ) на ядрах  $9 \leq A \leq 16$ 

Реакция	Ядро-мишень	Энергия, МэВ	Литература	Геометрия эксперимента
$(p, pd)$	$^{14}\text{N}$	44	[87]	Компланарная
	$^{14}\text{N}$	46	[88]	»
	$^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}$	75	[89]	»
	$^9\text{Be}, ^{12}\text{C}, ^{14}\text{N}$	58	[90, 91]	»
	$^{12}\text{C}, ^{14}\text{N}, ^{16}\text{O}$	50	[92]	Полная
$(p, p\alpha)$	$^{12}\text{C}$	57	[93]	Компланарная
	$^9\text{Be}$	57	[94]	»
	$^9\text{Be}$	55	[95]	»
	$^9\text{Be}$	26, 35, 46, 8	[96]	»
	$^{16}\text{O}$	46,8	[97]	»
	$^9\text{Be}, ^{12}\text{C}$	100	[98]	»
	$^{16}\text{O}$	101,5	[99, 100]	»
	$^9\text{Be}$	101,5	[101]	Некомпланарная
	$^{12}\text{C}$	85	[102]	Полная
	$^{16}\text{O}$	50	[103]	»

колоколообразный вид функции угловых корреляций с максимумом, соответствующим минимальному переданному импульсу, говорит о квазиупругом характере взаимодействия и о том, что волновая функция относительного движения кластера и кора имеет нулевой орбитальный момент; наличие узких (шириной  $\leq 0,25$  фм $^{-1}$  по шкале волновых векторов остаточного ядра) пиков в энергетических спектрах протонов указывает на то, что реакция идет в две ступени: неупругое рассеяние протона с образованием возбужденных состояний промежуточных ядер и их последующим распадом с испусканием частицы  $x$  и т. д. Однако компланарные эксперименты выполняются в ограниченной области фазового пространства. Это не позволяет проанализировать вклад всех механизмов в сечение реакции. Поэтому при теоретическом анализе реакций выбивания кластеров расчеты в компланарном случае надо использовать для проверки правильности выбора волновых функций и потенциалов, а окончательное суждение о механизмах реакций получать из анализа экспериментальных данных, полученных в полной геометрии.

**Анализ  $(p, p\alpha)$ -реакций в PWIA.** Как и в случае  $(p, 2p)$ -реакций, традиционными методами, применяющимися для анализа реакций выбивания кластеров, являются PWIA и DWIA. Выражение для сечения  $(p, p\alpha)$ -реакции в PWIA получается аналогично случаю  $(p, 2p)$  и имеет вид

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p d\Omega_x dE_p} = KFS_x |g(q)|^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}. \quad (27)$$

Здесь  $KF$  — кинематический множитель;  $S_x$  — спектроскопический множитель (эффективное число  $x$ -ассоциаций в ядре-мишени);  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}$  — сечение  $p-x$ -рассеяния;  $g(q)$  — импульсное распределение  $x$ -кластера в ядре-мишени (фурье-преобразование волновой функции относительного движения кластера и кора).

Использование PWIA позволяет в случае, если расчетная кривая описывает форму экспериментального распределения, нормировкой получать значения спектроскопических множителей. Кривые

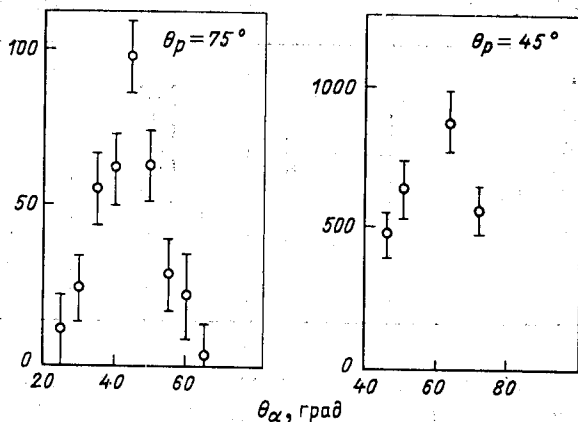


Рис. 16. Экспериментальные функции угловых корреляций  ${}^9\text{Be}(p, p\alpha){}^5\text{He}$  реакции при энергии 55 МэВ [95]

PWIA неплохо описывают форму экспериментальной зависимости реакций с начальной энергией выше 150 МэВ. Так, PWIA-анализ реакции  ${}^{12}\text{C}(p, p\alpha){}^8\text{Be}$ , выполненный для начальной энергии 150 МэВ [104] и 160 МэВ [105], дал близкие значения спектроскопических множителей:  $0,30^{+0,23}_{-0,11}$  и  $0,13 \pm 0,07$ .

При энергии ниже 100 МэВ PWIA позволяет описать только  $(p, p\alpha)$ -реакции на  ${}^9\text{Be}$ . На рис 16 представлены экспериментальные функции угловых корреляций  ${}^9\text{Be}(p, p\alpha){}^5\text{He}$  реакции при  $E_0 = 55$  МэВ [95]. Они представляют собой кривые с одним широким максимумом в области, соответствующей минимальному переданному импульсу, что свидетельствует:

1) о значительном вкладе квазиупругого выбивания в механизм реакции;

2) о том, что преобладает вклад от  $s$ -компоненты волновой функции относительного движения  $\alpha$ -кластера в ядре-мишени. Большой вклад квазиупругого выбивания в  ${}^9\text{Be}(p, p\alpha){}^5\text{He}$  реакции объясняется малой энергией связи  $\alpha$ -частиц в  ${}^9\text{Be}$  ( $Q = 2,53$  МэВ, что значительно меньше, чем для других легких ядер: для  ${}^{12}\text{C}$   $Q = 7,36$  МэВ,  ${}^{16}\text{O}$

$Q = 7,16$  МэВ). Форма этих угловых распределений неплохо описывается в PWIA, если в качестве импульсного распределения  $\alpha$ -частиц в ядре использовать осцилляторное  $\exp[-(q/\sigma)^2]$  с параметром  $\sigma = 0,304$  фм<sup>-1</sup>, взятым из анализа  ${}^9\text{Be}(\alpha, 2\alpha)$ -реакции [106]. Однако полученная в [95] вероятность найти  $\alpha$ -кластер в ядре (0,87) значительно больше, чем соответствующее значение, определенное из анализа  ${}^9\text{Be}(\alpha, 2\alpha)$  [106] и равное 0,12. Это говорит о необходимости учета искажений волновых функций падающей и вылетающих частиц.

Для моделирования искажения волновых функций падающей и вылетающих частиц (учета эффектов поглощения) используют обрезание по радиусу, т. е. волновые функции полагаются равными нулю в области  $r \leq R_{\text{обр}}$ , где  $R_{\text{обр}}$  — радиус обрезания (только частицы, находящиеся вне области, ограниченной радиусом обрезания, принимают участие в реакции). В [107] использовалось PWIA с обрезанием по радиусу для анализа  ${}^9\text{Be}(p, p\alpha)$ -реакции при энергии ниже 160 МэВ. В качестве волновой функции относительного движения  $\alpha$ -кластера и кора использовались волновые функции гармонического осциллятора, прямоугольной ямы и потенциала Вудса — Саксона. Из анализа реакции при 160 МэВ получено значение спектроскопического множителя  $S_\alpha = 0,208$  (при радиусе обрезания, равном нулю). Для получения того же значения  $S_\alpha$  при более низких энергиях необходимо менять радиус обрезания (он равен 1,2 фм при 46,8 МэВ и 2,8 фм при 35 МэВ). Фактически радиус обрезания является свободным параметром, и достоверность информации о структуре ядра, полученной из PWIA-анализа с обрезанием по радиусу, внушает большие сомнения. Для анализа реакций выбивания кластеров из других ядер PWIA оказалось непригодным.

**Применение DWIA для анализа реакций  $(p, p\alpha)$ .** Переход к импульсному приближению с искаженными волнами ведет к замене плоских волн в выражении для  $g(q)$  в (27) искаженными. Как и в случае  $(p, 2p)$ -реакций, простейший способ введения искажений — использование квазиклассического приближения. Вид искажающих множителей для  $\alpha$ -частиц и дейтронов — такой же, как и для протонов. Такие волновые функции использовались в работах Сакамото [108, 109], причем была сделана попытка вычислить абсолютные значения  $(p, p\alpha)$ -реакций. В качестве волновой функции относительного движения кластера и кора использовалась волновая функция гармонического осциллятора. Применение этого метода к анализу угловых корреляций  ${}^{12}\text{C}(p, p\alpha)$ -реакции при 150 МэВ (экспериментальные данные работы [104] не дали согласия с экспериментом (результаты расчета примерно в 5 раз меньше). В других случаях квазиклассическое приближение для описания  $(p, p\alpha)$ -реакций не использовалось.

Строго вычисление сечения  $(p, p\alpha)$ -реакции в DWIA рассмотрено в [110]. Выражение для сечения имеет вид (без учета спинов):

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p d\Omega_\alpha dE_p} = PSF \cdot C^2 \sum_J \left| \sum_{\alpha LA} S_{\alpha LJ}^{1/2} \pi_{BA}^{\alpha LA} \right|^2, \quad (28)$$

где  $PSF$  — кинематический множитель;  $C$  — изоспиновый коэффициент Клебша — Гордана;  $S_{\alpha LJ}$  — спектроскопическая амплитуда;  $L, \Lambda, J$  — орбитальный момент, его проекция и полный момент кластера;  $\alpha$  — набор остальных квантовых чисел, необходимых для описания реакции;  $A, B$  — квантовые числа ядер;  $\pi$  — трехчастичная амплитуда перехода. В импульсном приближении  $\pi$  представляется как произведение двухчастичной амплитуды перехода на интеграл перекрытия, и (28) можно записать:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p d\Omega_x dE_p} = KFC^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}^{\text{off}} \sum_{\Lambda LJ} \left| \sum_{\alpha} S_{\alpha LJ}^{1/2} T_{BA}^{\alpha L \Lambda} \right|^2, \quad (29)$$

где  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}^{\text{off}}$  — сечение  $p-x$ -рассеяния вне энергетической поверхности;  $T$  — интеграл перекрытия волновых функций падающей, вылетающих частиц (искаженных волн) и функции относительного движения кластера и кора;  $KF$  — кинематический множитель. Выражение (29) справедливо в случаях, когда  $L = 0$  или когда спин кластера равен 0 или 1/2. Таким образом, для  $(p, pd)$ -реакций выражение (29) справедливо для переходов с  $L = 0$  и для переходов с  $L = 0, 2$  со слабой  $D$ -компонентой. Когда  $S$ -компонента мала или отсутствует чистая  $D$ -компонента,  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}$  не выделяется, и двухчастичная амплитуда  $p-x$ -взаимодействия интерферирует с  $T_{BA}^{\alpha L \Lambda}$ .

Если величина  $T_{BA}^{\alpha L \Lambda}$  не зависит от  $\alpha$ , то определяют спектроскопический множитель  $S_{LJ} = \left| \sum_{\alpha} S_{\alpha LJ}^{1/2} \right|^2$ , и для каждого набора  $L, J$  соответствующее парциальное сечение пропорционально  $S_{LJ}$ . Величина  $\varphi(q) = \sum_{\Lambda} |T_{BA}^{\Lambda}|^2$  называется искаженным импульсным распределением кластера в ядре-мишени. Для вычисления  $T_{BA}^{\Lambda}$  искаженные волны, разложенные по парциальным волнам, рассчитывают, используя оптический потенциал Вудса — Саксона. При расчете волновой функции связанного состояния используют вещественный потенциал Вудса — Саксона, глубина которого выбирается из описания энергии отделения кластера.

Сечение  $p-x$ -рассеяния  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-x}^{\text{off}}$  обычно заменяется сечением на энергетической поверхности, при этом возможны различные способы выбора энергии  $E_{ц.м}$  и угла рассеяния  $\theta_{ц.м}$ . Как правило, для  $E_{ц.м}$  выбирается приближение начальной энергии  $E_i$  или конечной энергии  $E_f$ , для  $\theta_{ц.м}$  — приближение эффективного угла  $\theta_{\text{eff}}$  или переданного импульса  $P_t$ . В приближении эффективного угла  $\theta_{ц.м}$  берется равным  $\theta_{\text{eff}}$  — углу между падающим и вылетающим протонами, в приближении переданного импульса двухчастичное сечение берется при угле  $\theta_{ц.м}$ , соответствующем такому же значению переданного импульса  $P_t = |P_0 - P_p|$ , что и в трехчастичной реакции. Таким образом, наиболее часто используется одно из четырех

представлений:  $(E_i, \theta_{\text{eff}})$ ,  $(E_f, \theta_{\text{eff}})$ ,  $(E_i, P_t)$ ,  $(E_f, P_t)$ . Выбор представления для двухчастичного сечения осуществляется при DWIA-анализе экспериментальных данных из лучшего их описания. Он проще, если двухчастичное сечение сильно зависит от энергии и угла, как, например, в случае  $(\alpha, 2\alpha)$ -реакций. Для  $(p, pd)$ - и  $(p, p\alpha)$ -реакций двухчастичное сечение меняется слабо, поэтому соответствующие трехчастичные сечения имеют одинаковую форму и различаются только абсолютными значениями, и трудно выбрать лучшее представление. Поскольку нельзя строго выбрать  $E_i$  или  $E_f$ , иногда из анализа эксперимента получают два набора спектроскопических

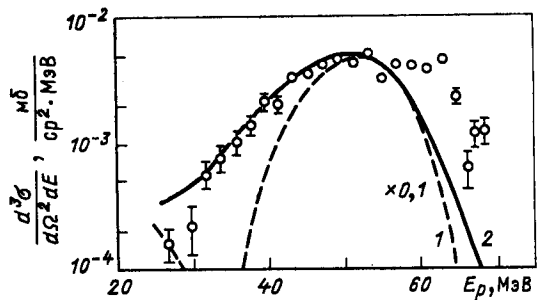


Рис. 17. Энергетический спектр протонов из реакции  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)^8\text{Be}$  при энергии 100 МэВ [92]:

расчетные кривые: 1 — сечение PWIA; 2 — сечение DWIA

множителей  $S_i$  и  $S_f$ , которые значительно различаются. Так, в [88] при анализе реакций  $^{12}\text{C}(p, pd)^{10}\text{B}^*$  (0,72 МэВ) и  $^{16}\text{O}(p, pd)^{14}\text{N}^*$  (3,95 МэВ) с начальной энергией 75 МэВ для первой реакции получено:  $S_f = 0,14$ ,  $S_i = 0,71$ ; для второй:  $S_f \leq 0,19$ ,  $S_i \leq 0,95$ . Невозможность строгого выбора представления для двухчастичного сечения является серьезным недостатком DWIA и уменьшает достоверность спектроскопической информации, получаемой из DWIA-анализа экспериментальных данных.

Сравнение результатов расчетов в DWIA и PWIA показывает, что эффекты искажений уменьшают сечение [для  $(p, p\alpha)$ -реакций на ядрах 1р-оболочки отношение сечения, вычисленного при  $E_0 = 100$  МэВ вблизи точки, соответствующей нулевому переданному импульсу, в PWIA к сечению, вычисленному в DWIA, изменяется приблизительно от 2 до 10 для разных ядер]. Это говорит о значительном поглощении. На рис. 17 приведены результаты расчета энергетического спектра протонов реакции  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)^8\text{Be}$  под действием протонов с энергией 100 МэВ, выполненного в DWIA и PWIA, в сравнении с экспериментальными данными [98]. На кривой PWIA наблюдается глубокий минимум, который отсутствует на экспериментальных зависимостях [аналогичные минимумы на кривых PWIA есть и в энергетических спектрах протонов в  $(p, p\alpha)$ -реакциях на других ядрах]. Использование обрезания по радиусу не убирает этого минимума. В то же время DWIA позволяет получить хорошее согласие с экспериментом.

При энергии протонов больше 100 МэВ импульсное приближение хорошо описывает экспериментальные данные. При более низких энергиях DWIA применялось к анализу  $(p, p\alpha)$ -реакций с начальной энергией 100 МэВ [98—101, 110],  $(p, pd)$ -реакций с начальной энергией 75 [89] и 58 МэВ [91]. DWIA хорошо описывает экспериментальные данные  $(p, p\alpha)$ -реакций при 100 МэВ (см. например, рис. 17). Нормировка DWIA-вычислений на экспериментальные данные позволила определить спектроскопические множители  $S_\alpha$ . В табл. 8

Таблица 8. Спектроскопические множители, полученные при DWIA-анализе  $(p, p\alpha)$ - и  $(\alpha, 2\alpha)$ -реакций

Ядро	$S_\alpha^{\text{эксп}}$		$S_\alpha^{\text{теор}}$
	Реакция $(p, p\alpha)$	Реакция $(\alpha, 2\alpha)$	
${}^9\text{Be}$	0,45 $L=0$	0,633	0,56
	0,55 $L=2$		$L=0$ 0,55 $L=2$
${}^{12}\text{C}$	0,59	0,558	0,56
${}^{16}\text{O}$	1,15	0,244	0,23

приведены спектроскопические множители  $S_\alpha$  для  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ , полученные из DWIA-анализа  $(p, p\alpha)$ -реакций при 100 МэВ и  $(\alpha, 2\alpha)$ -реакций при 140 МэВ [111] в сравнении с теоретическими значениями, рассчитанными в оболочечной модели. Полученные различным образом спектроскопические множители хорошо согласуются для ядер  ${}^9\text{Be}$  и  ${}^{12}\text{C}$ . Значительные различия в значениях  $S_\alpha$  для  ${}^{16}\text{O}$  можно объяснить большой чувствительностью результатов DWIA-вычислений к параметрам волновой функции относительного движения кластера и кора. Однако уже при 100 МэВ значительны эффекты искажения волновых функций падающей и вылетающих частиц и в [110] отмечается, что DWIA не применимо для анализа  $(p, p\alpha)$ -реакций при более низких энергиях.

Использование DWIA в работах [89, 91] в целом позволило удовлетворительно описать форму энергетических спектров протонов в  $(p, pd)$ -реакциях на ядрах  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{14}\text{N}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  при энергиях 75 и 58 МэВ. Лучшее согласие расчета с экспериментом получено для реакции  ${}^{12}\text{C}(p, pd){}^{10}\text{B}^*$  (0,72 МэВ). Нормировка позволила определить спектроскопические множители  $S_\alpha$ , которые приведены в табл. 9 в сравнении с теоретическими значениями. Наблюдается значительное расхождение экспериментальных спектроскопических множителей, полученных при разных энергиях, между собой и с теоретическим значением. Авторы работы [91] объясняют это различие, в первую оче-

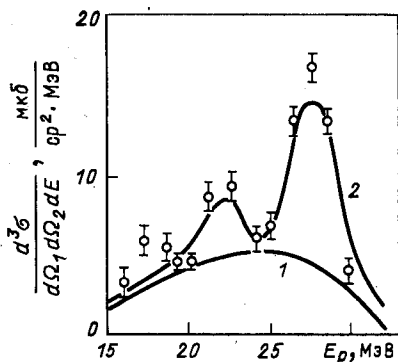
Таблица 9. Дейтронные спектроскопические множители, полученные из анализа реакции  $^{12}\text{C}(p, pd)^{10}\text{B}^*$  (0,72 МэВ)

Энергия, МэВ	$S_d^{\text{эксп}}$		$S_d^{\text{теор}}$
	Представление		
	$(E_f, \theta_{\text{eff}})$	$(E_i, \theta_{\text{eff}})$	
75	0,14	0,71	} 1,19
58	0,22	1,86	

редь, трудностью выбора того или иного представления для  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{p-\alpha}^{\text{off}}$  и большой чувствительностью к оптическим потенциалам. Энергетические спектры реакции  $^{16}\text{O}(p, pd)^{14}\text{N}^*$  (3,95 МэВ) при начальной энергии 75 МэВ, полученные для разных наборов углов  $(\theta_p, \theta_d)$ , оказалось невозможно описать, используя одно значение  $S_d$ . Поэтому в [89] приводится только верхняя оценка  $S_d : S_f \leq 0,19$ ,  $S_i \leq 0,95$ , которая значительно меньше теоретического значения 1,75.

Рис. 18. Энергетический спектр протонов из реакции  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)^8\text{Be}$  при энергии 57 МэВ [87].  $\theta_p = 101^\circ$ ,  $\theta_\alpha = 30^\circ$ :

расчетные кривые [70]: 1 — квазиупругое выбивание; 2 — когерентная сумма квазиупругого выбивания и двухступенчатых процессов (расчет в DWETA)



DWIA-анализ реакции  $^9\text{Be}(p, pd)^7\text{Li}$  при 58 МэВ [91] показал, что для описания экспериментальных данных достаточно учесть значение  $L = 0$ . В то же время, в соответствии с предсказаниями оболочечной модели, в сечении этой реакции должен преобладать вклад  $D$ -компоненты. Возможность описания этой реакции при учете только  $L = 0$  указывает на то, что при энергии около 50 МэВ эффекты искажения очень велики и применение DWIA не обосновано.

Ряд экспериментальных зависимостей (угловые корреляции реакций  $^{16}\text{O}(p, p\alpha)^{12}\text{C}$  при 46 МэВ [96],  $^{14}\text{N}(p, pd)^{12}\text{C}$  при 46 МэВ [87, 88], энергетические спектры протонов реакций  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)^8\text{Be}$  при 57 МэВ [92] и др.) невозможно описать в рамках DWIA. На рис. 18 представлен энергетический спектр протонов реакции  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)^8\text{Be}$

при 57 МэВ [93]. Наблюдаемые на нем пики (которые встречаются и в спектрах протонов других реакций выбивания) соответствуют возбужденным состояниям промежуточных ядер, т. е. реакция идет в две ступени через неупругое рассеяние протона на ядре-мишени. В [87] показано, что в  $^{14}\text{N}(p, pd)^{12}\text{C}$ -реакции при 46 МэВ наряду с прямым выбиванием значительную роль играют двухступенчатые процессы (на первой стадии протон замещает в ядре валентный дейтрон, а затем возбужденное промежуточное ядро испускает протон). Это говорит о том, что в схеме расчета надо наряду с квазиупругим рассеянием протона на валентном кластере учитывать и другие, более сложные процессы. Используя импульсное приближение, корректно это сделать нельзя, поскольку при факторизации амплитуды квазиупругого взаимодействия и выделения сечения свободного рассеяния теряется информация о фазе процесса. Это не позволяет учесть интерференционные эффекты, возникающие при когерентном сложении амплитуд, соответствующих различным механизмам.

Таким образом, импульсное приближение не позволяет корректно учесть немассовые эффекты и эффекты искажения при энергиях около 50 МэВ, а также получить когерентную сумму амплитуд различных механизмов, дающих вклад в сечение реакции.

**DWETA для анализа  $(p, px)$ -реакций.** Необходимость более корректного, чем в DWIA, учета немассовых эффектов требует отказа от факторизации трехчастичной амплитуды. В [112, 113] мы рассмотрели  $t$ -матричное приближение с искаженными волнами на реакции выбивания кластеров. Квазитрехчастичный оператор перехода представляется в виде суммы нелокальной  $t$ -матрицы квазисвободного  $p-x$ -рассеяния и поправки за счет поляризации кора. Этот оператор перехода назван эффективной  $t$ -матрицей, так как:

1)  $t$ -матрица квазисвободного  $p-x$ -рассеяния строится в предположении только одного (упругого) открытого канала свободного  $p-x$ -рассеяния;

2) оператор перехода учитывает поляризацию кора (виртуальное возбуждение кора налетающим протоном с последующей разрядкой и передачей возбуждения валентному кластеру).

Построение  $t$ -матрицы квазисвободного  $p-x$ -рассеяния рассмотрено в приложении, учет поляризации кора проводится аналогично случаю  $(p, 2p)$ -реакций.

В расчетах удобно использовать волновые функции начального и конечного ядер в модели оболочек с промежуточной связью [114]. Волновая функция кластера в начальном ядре выделяется с помощью генеалогических коэффициентов трансляционно-инвариантной модели оболочек в соответствии с методикой [19]. В качестве волновой функции движения центра масс кластера в начальном ядре используется осцилляторная функция [85]. Волновые функции падающей и вылетающих частиц (искаженные волны) представляются в виде (17). Для дейтронов и  $\alpha$ -частиц эффекты фокусировки не наблюдаются, поэтому для них фокусы в (17) полагаются равными нулю. Метод,



аналогичный изложенному для  $(p, 2p)$ -реакций, дает возможность аналитически вычислять интегралы, входящие в матричный элемент.

$t$ -Матричное приближение с искаженными волнами позволяет воспроизвести экспериментальные данные  $(p, px)$ -реакций при энергии ниже 100 МэВ, причем использование генеалогических коэффициентов дает возможность описать абсолютные значения сечений. Для примера на рис. 19 приведены результаты расчета угловых корреляций

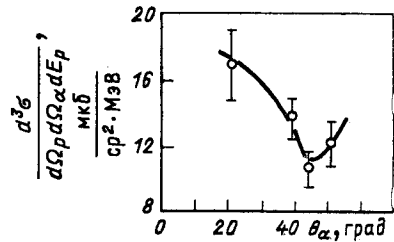


Рис. 19. Функция угловых корреляций реакции  $^{16}\text{O}(p, p\alpha)^{12}\text{C}$  при энергии 46,8 МэВ,  $\theta_p = 81^\circ$  [91]. Кривая — расчет в DWETA [107]

реакции  $^{16}\text{O}(p, p\alpha)^{12}\text{C}$  под действием протонов с энергией 46 МэВ, которые показывают, что DWETA позволяет корректно описать квазиупругое выбивание кластеров из легких ядер.

Для учета двухступенчатых процессов (неупругое рассеяние протонов с последующим развалом возбужденного промежуточного ядра с испусканием частицы  $x$ ) в [70] матричный элемент представлен в виде

$$T_{IF} = T_0 + \sum_g \delta(E_p - E_g) T_{I_g} \Phi_{gF}, \quad (30)$$

где первое слагаемое отвечает за квазиупругое выбивание (рассчитывается в DWETA [111, 112]), второе — за двухступенчатые процессы. Здесь  $E_g$  — кинетическая энергия протона, неупруго рассеянного с образованием состояния  $g$  промежуточного ядра;  $T_{I_g}$  — амплитуда неупругого рассеяния протонов с образованием возбужденного состояния  $g$  промежуточного ядра;  $\Phi_{gF}$  — интеграл перекрытия, связанный с испусканием возбужденным ядром частицы  $x$ . Для расчета матричного элемента неупругого рассеяния предложено использовать DWTA с эффективной  $t$ -матрицей  $p$  —  $N$ -взаимодействия. Расчет сечений неупругого рассеяния, выполненный с использованием DWTA, позволил воспроизвести экспериментальные данные. Учет двухступенчатых процессов в (30) улучшил согласие результатов расчета  $(p, px)$ -реакций с экспериментальными данными, в первую очередь, описание энергетических спектров протонов. Для примера на рис. 18 приведены результаты расчета энергетического спектра  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)$ -реакции в DWETA без учета и с учетом двухступенчатых процессов.

В [115] предложено рассматривать в рамках  $t$ -матричного приближения и обменные процессы [на первой стадии реакция замещения  $(p, x)$ , на второй возбужденное промежуточное ядро испускает протон]. Окончательно матричный элемент  $(p, px)$ -реакции записы-

вается в виде

$$T_{IF} = T_0 + T_1 + T_2, \quad (31)$$

где  $T_0 + T_1$  совпадает с правой частью выражения (30);  $T_2$  учитывает обменные процессы. Для расчета амплитуды первой стадии обменных процессов (реакции замещения) предложено в качестве оператора перехода использовать эффективную  $t$ -матрицу  $p - x$ -взаимодействия. Эта модификация DWETA в применении к реакциям замещения позволяет рассматривать данные реакции аналогично квазиупругому выбиванию. Учет обменных процессов позволил описать экспериментальные угловые корреляции реакции  $^{14}\text{N}(p, pd)^{12}\text{C}$ , приведенные в [87].

Применение  $t$ -матричного приближения для анализа  $(p, px)$ -реакций дало возможность с единых позиций рассмотреть различные процессы, дающие вклад в сечение реакции. Когерентное суммирование амплитуд прямого выбивания и двухступенчатых процессов, рассчитанных в DWETA, позволяет получить хорошее согласие с экспериментальными данными. Вместе с тем и при описании квазиупругого выбивания  $t$ -матричное приближение применяется более успешно, чем импульсное, так как оно позволяет более корректно учесть немассовые эффекты. Все это говорит о том, что в настоящее время DWETA является наиболее перспективным методом анализа  $(p, px)$ -реакций.

**Реакция выбивания кластеров в полной геометрии.** Как и в случае реакций  $(p, 2p)$ , камерные эксперименты при изучении реакций выбивания кластеров представляют возможность проверки теоретических моделей, созданных на основе анализа компланарных экспериментов, во всем диапазоне изменения энергий и углов вторичных частиц. Однако в настоящее время таких экспериментальных данных крайне мало.

В [102] реакция  $^{12}\text{C}(p, p\alpha)$  с начальной энергией 85 МэВ изучалась с помощью пузырьковой камеры. Полученные дифференциальные сечения показали, что эта реакция обладает признаками квазиупругих процессов. Однако высокое обрезание по энергиям  $\alpha$ -частиц в этой работе могло существенно исказить вид и значение дифференциальных сечений. Приведенное в [102] полное сечение этой реакции (5,5 мб) значительно ниже данных, полученных в эксперименте без обрезания по энергии (50 мб при начальной энергии 50 МэВ) [116]. Исследование  $(p, pd)$ - и  $(p, p\alpha)$ -реакций в полной геометрии проведено в работах [92, 103] при энергии 50 МэВ фотоэмulsionным методом. Полученные дифференциальные сечения свидетельствуют о существенной роли эффектов перерасеяния в конечном состоянии и наличии процессов, отличных от прямого выбивания.

Применение для теоретического анализа DWETA с учетом двухступенчатых процессов позволило получить хорошее согласие с экспериментальными данными [117]. Достигнутое в расчетах не только качественное по форме кривых, но и количественное, по парциальным

сечениям образования остаточных ядер в различных состояниях согласие с экспериментом дает возможность перейти к анализу более сложных, чем трехчастичные, реакций. Полученные фотоэмульсионным методом экспериментальные данные по четырех- и пятичастичным реакциям под действием протонов с энергией 50 МэВ  $^{12}\text{C}$  ( $p, p3\alpha$ ) [116] и  $^{16}\text{O}$  ( $p, p4\alpha$ ) [118] свидетельствуют о том, что в них преобладают двухступенчатые процессы, идущие через образование различных промежуточных ядер (аналогичные результаты получены при анализе реакций  $^{12}\text{C}$  ( $n, n3\alpha$ ) [119] и  $^{16}\text{O}$  ( $n, n4\alpha$ ) [120]). Результаты этих опытов дают уникальную возможность проверки правильности учета всего многообразия процессов в соответствующих реакциях. В [118] проведен теоретический анализ  $\alpha$ -частичного развала  $^{16}\text{O}$  под действием протонов в DWETA с учетом двухступенчатых процессов, который позволил с достаточно высокой точностью воспроизвести экспериментальные дифференциальные сечения. Успех DWETA при анализе многочастичных реакций свидетельствует о справедливости описания реакций выбивания кластеров на основе эффективной  $t$ -матрицы.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ экспериментов, в которых изучались реакции выбивания при средних энергиях протонов, позволяет сделать следующие выводы.

При энергиях протонов выше 100 МэВ факторизованное DWTA позволяет описать квазиупругое выбивание нуклонов и кластеров. С уменьшением энергии наряду с квазиупругими наблюдаются двухступенчатые процессы, корректное описание которых возможно с помощью DWTA или приближения эффективной  $t$ -матрицы DWETA.

Применение DWETA позволяет оценить роль виртуальных резонансов (в частности, получить константы связи), проверить правильность определения внутриядерных волновых функций и искаженных волн. Для этого, однако, необходимы точные эксперименты в широком кинематическом диапазоне.

Серьезной проблемой является параметризация искаженных волн, осуществляемая, как правило, с использованием оптических потенциалов. Было бы правильным при анализе реакций выбивания в DWTA и параметризацию искаженных волн по данным неупругого рассеяния проводить в  $t$ -матричном приближении. Описание неупругого рассеяния протонов с нелокальной реалистической  $t$ -матрицей рассмотрено в [70, 78]. Такой анализ реакций выбивания и неупругого рассеяния, проводимый с единых позиций в DWTA, позволит снять проблему неоднозначности аппроксимации волновых функций и потенциалов.

Остановимся на задачах экспериментального и теоретического изучения реакций выбивания.

Область средних энергий оказалась наиболее подходящей для изучения немассовых эффектов, поэтому с появлением новых сильно-

точных ускорителей необходимо сконцентрировать усилия по их изучению. Особенно это относится к области малых углов  $\theta$ , наиболее информативной при анализе двухчастичных потенциалов. С точки зрения анализа реакций выбивания может оказаться интересной область больших переданных остаточному ядру импульсов. Эксперименты, в которых бы изучались такие реакции, следует проводить не только в компланарной, но и в некопланарной геометриях.

Необходимо интенсивнее развивать исследование реакций типа  $(p, px)$  корреляционной методикой, ведь именно в этих реакциях наблюдается многообразие двухступенчатых процессов (например, неупругое рассеяние или подхват на первой стадии). Их анализ позволит определить и парциальный, и суммарный вклад рассматриваемых процессов в полное сечение реакции.

Теоретический анализ реакций выбивания требует более строгого рассмотрения внутриядерных волновых функций, в частности учета возбуждения кластеров; для анализа реакций на более тяжелых ядрах нужны более полные сведения о волновых функциях этих ядер. Возможно распространение DWETA на анализ реакций выбивания под действием сложных частиц (дейтронов,  $\alpha$ -частиц) и  $\pi$ -мезонов. Для этого необходимо построить соответствующие  $t$ -матрицы свободного рассеяния. Рассмотрение этих реакций не требует существенных изменений в алгоритме расчета трехчастичных сечений в DWETA. В то же время, анализируя в рамках единого метода реакции, вызванные разными частицами, можно извлекать более достоверную информацию о структуре ядер и проверить правильность рассмотрения реакций выбивания на основе эффективного двухчастичного взаимодействия.

## П Р И Л О Ж Е Н И Е

### ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НЕЛОКАЛЬНЫХ СЕПАРАБЕЛЬНЫХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Коротко рассмотрим вопросы построения  $t$ -матриц, описывающих упругое  $p - n$ -,  $p - d$ -,  $p - \alpha$ -рассеяния.

Потенциал вида 13), предложенный Мак-Карти [9] для  $p - p$ -рассеяния является, по сути частью  $T = 1$  потенциала  $p - n$ -рассеяния. По аналогии с [9] легко построить и вторую часть этого потенциала, соответствующую  $T = 0$ . Техника решения уравнения Липпмана — Швингера с сепарабельным потенциалом, имеющим формфакторы гауссовой формы, подробно изложена в [9]. Параметризация этого потенциала производится на массовой поверхности по фазовым сдвигам  $p - n$ -рассеяния. Соответствующие этим фазовым сдвигам параметры потенциала [13] для  $p - n$ -рассеяния при относительных энергиях двух нуклонов от 0 до 350 МэВ приведены в табл. 3. Поскольку фазовые сдвиги  $p - n$ -рассеяния для  $T = 1$  несколько отличаются от соответствующих значений для  $p - p$ -рассеяния, в таблице приведены параметры, наилучшим образом описывающие соответствующие фазовые сдвиги, хотя использование потенциалов  $p - p$ -рассеяния для описания  $p - n$ -рассеяния в канале  $T = 1$  не приводит к существенному изменению результатов расчетов в реакциях выбивания нуклонов.

Для описания реакций выбивания кластеров в [113] предложено использовать ту же технику решения уравнения Липпмана — Швингера для двух-

частичного упругого  $p - {}^4\text{He}$ -рассеяния, что и в [9]. При этом предполагается, что упругий канал  $p - \alpha$ -рассеяния является единственным открытым во всем диапазоне относительных энергий протонов и  $\alpha$ -частицы, в котором производится параметризация потенциала. Пренебрежение неупругими каналами  $p - \alpha$ -рассеяния в фазовом анализе приводит к тому, что соответствующие фазовые сдвиги являются действительными при любой энергии. Такие фазовые сдвиги в [113] названы упругими. При малых значениях относительной энергии протона и  $\alpha$ -частицы упругие фазовые сдвиги совпадают с действительной частью комплексных фазовых сдвигов, описывающих наряду с упругим открытые неупругие каналы двухчастичного рассеяния.

Полный фазовый анализ упругого  $p - d$ - и  $p - \alpha$ -рассеяния проведен в настоящее время лишь для энергии от 0 до 50 МэВ. Этого энергетического диапазона недостаточно для анализа  $(p, pd)$ - и  $(p, p\alpha)$ -реакций при начальных энергиях от 0 до 150 МэВ. Поэтому сначала в [113] для  $p - \alpha$ -рассеяния в диапазоне энергий от 0 до 300 МэВ, а позднее для  $(p, d)$  [115] при энергиях от 0 до 150 МэВ был проведен фазовый анализ известных экспериментальных данных для этих процессов с целью нахождения соответствующих упругих фазовых сдвигов.

В процессе проведения фазового анализа выяснилось, что для удовлетворительного описания экспериментальных данных по  $p - d$ - и  $p - \alpha$ -рассеянию достаточно учета двухчастичных каналов  $S$ -,  $P$ - и  $D$ -рассеяния, при этом расчеты соответствующих реакций выбивания также обнаружили сходимость при увеличении  $L$ . По полученным фазовым сдвигам найдены параметры соответствующих потенциалов  $p - d$ - и  $p - \alpha$ -рассеяния, приведенные в табл. 3.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jacob G., Maris T. A. J. // Rev. Mod. Phys. 1966. Vol. 38. P. 121—142.
2. Jacob G., Maris T. A. J. // Rev. Mod. Phys. 1973. Vol. 45. P. 6—21.
3. Riou M. // Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 375—387.
4. Chant N. S. // Moment Wave Funct. 2nd Meet. Adelaide, 18—24 Febr., 1982. P. 19—44.
5. McDonald W. J. // Nucl. Phys. 1980. Vol. A335. P. 463—477.
6. Pugh H. G., Hendrie D. L., Chabre M. e. a. // Phys. Rev. 1967. Vol. 155. P. 1054—1061.
7. Durand M. // Nucl. Phys. 1973. Vol. A201. P. 313—325.; Young S. K., Redish E. F. // Phys. Rev. 1974. Vol. C10. P. 498—519; Mebonija I. V. // Phys. Lett. 1974. Vol. B48. P. 196—198; Cowley A. A., Roos P. G., Pugh H. G. e. a. // Nucl. Phys. 1974. Vol. A220. P. 429—437; L'Huillier M., Benoist-Guental P., Ballot J. L. // Phys. Rev. 1975. Vol. C12. P. 948—962.
8. Strobel L. G. // Phys. Rev. 1972. Vol. C6. P. 2039—2046.
9. Wright P. C., Storer R. G., Mc Carthy I. E. // Phys. Rev. 1978. Vol. C17. P. 473—498.
10. Остроумов В. И., Лоцаков И. И., Вдовин А. И. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 916—922.
11. Jacob G., Maris T. A. J. // Nucl. Phys. 1960. Vol. 20. P. 40—54.
12. Sakamoto Y. // Nucl. Phys. 1963. Vol. 46. P. 293—307.
13. Jackson D. F. // Phys. Rev. 1967. Vol. 155. P. 1065—1069; *ibid.* P. 1070—1072.
14. Lattuada M. // Nucl. Instrum. and Methods Phys. Rev. 1984. Vol. A226. P. 569—573.
15. Вдовин А. И., Лоцаков И. И. Тез. докл. XXXVI Сессии по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1986. С. 273.
16. Шапиро И. С. // УФН. 1967. Т. 92. С. 549—578.
17. Shapiro I. S., Kolybasov V. M., Augst J. P. // Nucl. Phys. 1965. Vol. 61. P. 353—367.
18. Кукулин В. И., Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. // ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. С. 1236—1293.

19. Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука, 1969.
20. Bhowmik Ranjan K., Chang C. C., Didelez J. P., Holmgren H. D. // Phys. Rev. 1976. Vol. C13. P. 2105—2115.
21. Jackson D. F., Berggren T. // Nucl. Phys. 1965. Vol. 62. P. 353—362
22. Maris T. A. J. // Nucl. Phys. 1958—1959. Vol. 9. P. 577—587.
23. Tyran H., Kullender S., Sundberg O. e. a. // Nucl. Phys. 1966. Vol. 79. P. 321—329.
24. Garron J. P., Jacmart G. C., Riou M. e. a. // Nucl. Phys. 1962. Vol. 37. P. 126—146.
25. McCarthy I. E., Lim K. L. // Phys. Rev. 1964. Vol. 133B. P. 1006—1016.
26. McCarthy I. E. // Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 388—397.
27. McCarthy I. E., Lim K. L. // Nucl. Phys. 1966. Vol. 88. P. 433—456.
28. Birrell N. D., McCarthy I. E., Noble C. J. // Nucl. Phys. 1976. Vol. A27. P. 469—476.
29. Janus R. T., McCarthy I. E. // Phys. Rev. 1974. Vol. C10. P. 1041—1044.
30. Berggren T. // Nucl. Phys. 1965. Vol. 72. P. 337—353.
31. Gustaffson G., Berggren T. // Phys. Lett. 1971. Vol. 35B. P. 1540—1542.
32. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. Обменные процессы в ядерных реакциях. М.: Изд-во МГУ, 1985.
33. Austren N. // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41. P. 1696—1698.
34. Jackson D. F. // Phys. Scripta. 1982. Vol. 25. P. 514—516.
35. Roos P. G., Chant N. S. // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40. P. 1439—1443.
36. Ikebata Y., Kudo Y. // Progr. Theoret. Phys. 1983. Vol. 70. P. 1439—1443.
37. Tibell G., Sundberg O., Mičlavžič // Phys. Lett. 1962. Vol. 1. P. 172—174.
38. Gottshalt B., Strauch K. // Phys. Rev. 1960. Vol. 120. P. 1005—1012.
39. Roynette J. C., Arditi M., Jacmart J. C. e. a. // Nucl. Phys. 1967. Vol. A95. P. 545—560.
40. Ruhla C., Arditi M., Doubré H. e. a. // Nucl. Phys. 1967. Vol. A95. P. 526—544.
41. Mackenzie I. E., Mark S. K., Tseh Y. L. // Nucl. Phys. 1972. Vol. A195. P. 609—616.
42. Bhowmik Ranjan K., Chang C. C., Roos P. G. // Nucl. Phys. 1974. Vol. A226. P. 365—380.
43. Devins D. W., Friesel D. L., Jones W. P. e. a. // Austr. J. Phys. 1979. Vol. 32. P. 323—334.
44. Saito S., Hiura J., Tanaka H. // Progr. Theoret. Phys. 1968. Vol. 39. P. 635—648.
45. Кукулин В. И., Пересыпкин В. В. // ЯФ. 1984. Т. 39. С. 412—418.
46. Вдовин А. И., Кадкин Е. П., Лоццаков И. И. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. С. 2219—2223.
47. Пасечник М. В., Бадковский В. П., Горпинич О. К. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 2160—2165.
48. Stephenson G. J., Redish E. F., Lerner G. M. // Phys. Rev. 1972. Vol. C6. P. 1559—1564.
- Redish E. F., Stephenson G. J., Lerner G. M. // Phys. Rev. 1970. Vol. C2. P. 1665—1677.
49. Pugh H. G., Hendrie D. L., Chabre M., Boschitz E. // Phys. Rev. Lett. 1965. Vol. 14. P. 434.
50. Hanna A. M., Griffiths R. J., Clarke N. M., Squier G. T. A. // Phys. Lett. 1971. Vol. 37B. P. 361—362.
51. Richie K. E., Wright B. T. // Phys. Rev. 1967. Vol. 159. P. 839—845.
52. Richie K. E., Eisberg R., Makino M., Waddel C. // Nucl. Phys. 1969. Vol. A131. P. 501—512.
53. Welch L. C., Chang C. C., Forster H. H. e. a. // Nucl. Phys. 1970. Vol. A158. P. 644—656.
54. Eisberg R.M., Ingham D., Makino M. e. a. // Nucl. Phys. 1971. Vol. A175. P. 58—64.

55. **Bray K. H., Bunker S. N., Jain M. e. a.**//Phys. Lett. 1971. Vol. 35B. P. 41—43.
56. **High M. D., Bedi J. F., Devins D. W. e. a.**//Phys. Lett. 1972. Vol. 41B. P. 588—590.
57. **Пасечник М. В., Салтыков Л. С., Кадкин Е. П. и др.**//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. С. 58—61.
58. **Yuasa T., Hourany E.**//Nucl. Phys. 1967. Vol. A103. P. 577—587.
59. **Вдовин А. И., Голиков А. Г., Лоцаков И. И.**//ЯФ. 1984. Т. 39.С532.—537.
60. **Вдовин А. И., Голиков И. Г., Лоцаков И. И.**//ЯФ. 1984. Т39. С. 1321—1322.
61. **Бойкова Н. Ф., Вдовин А. И., Голиков И. Г., Лоцаков И. И.**//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 272—280.
62. **Geramb H. V., Eppel D.**//Z. Phys. 1973. Vol. 261. P. 177—186; **Geramb H. V., Amos K.**//Phys. Rev. 1975. Vol. C12. P. 1697—1710.
63. **Satchler G. R., Love W. G.**//Nucl. Phys. 1972. Vol. A172. P. 449—462.
64. **Kudo Y., Mano J.**//Lett. Nuovo cimento. 1979. Vol. 24. P. 289—292.
65. **Jackson D. F.**//Phys. Scripta. 1982. Vol. 25. P. 514—516.
66. **Mebonija J. V., Kvaratskhelia T. I.**//Phys. Lett. 1980. Vol. B90. P. 17—20.
67. **Deutchman P. A., Old. J. G.**//Nucl. Phys. 1977. Vol. A283. P. 289—306.
68. **Koshel R. D.**//Nucl. Phys. 1976. Vol. A260. P. 401—412.
69. **Вдовин А. И., Головин А. В., Лоцаков И. И.**//Тр. Ленинград. политехн. ин-та. 1985. Т. 408. С. 47—50.
70. **Вдовин А. И., Головин А. В., Лоцаков И. И.**//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1443—1452.
71. **Ходгсон П.**//Прямые процессы в ядерных реакциях. М.: Атомиздат, 1965. С. 39—48.
72. **Беляева Т. Л., Заикин П. Н., Зеленская Н. С. и др.** Программа OLYMP для расчета сечений реакций со сложными частицами методом искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия. М.: Изд-во МГУ, 1981.
73. **Ngueng Trung C., Sakamoto Y.**//Progr. Theoret. Phys. 1966. Vol. 35. P. 423—435.
74. **Mongan T. R.**//Phys. Rev. 1969. Vol. 478. P. 1597—1611.
75. **Strobel G. L.**//Nucl. Phys. 1968. Vol. A116. P. 465—472.
76. **Holinde K., Machleidt R.**//Nucl. Phys. 1975. Vol. A247. P. 495—507.
77. **Bryan R. A., Gersten A.**//Phys. Rev. 1972. Vol. D6. P. 341—343.
78. **Вдовин А. И., Лоцаков И. И.**//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 67—79.
79. **Ioannides A. A., Jackson D. F.**//Nucl. Phys. 1978. Vol. A308. P. 305—316; *ibid.* P. 317—329.
80. **Miller C., Watson J. W., Bonbright D. I. e. a.**//Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 32. P. 684—687.
81. **Waddell C. N., Diener E. M., Allas R. G. e. a.**//Nucl. Phys. 1977. Vol. A281. P. 418—442.
82. **Пасечник М. В., Шостак В. Б., Бадковский В. П. и др.**//Тез. докл. XXXV Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1985. С. 295.
83. **Баррет Р., Джексон Д.** Размеры и структура ядер. Киев: Наукова Думка, 1981.
84. **Philpott R. J., Pinkston W. I., Satchler G. R.**//Nucl. Phys. 1968. Vol. A.119. P. 241—258.
85. **Голованова Н. Ф., Ильин И. М., Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф.**//Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 674—676; **Голованова Н. Ф., Ильин И. М., Неудачин В. Г. и др.**//Там же. 1975. Т. 22. С. 112—114; **Голованова Н. Ф., Ибраева И. Т., Неудачин В. Г.**//Там же. 1978. Т. 27. С. 56—60; **Smirnov Yu. F., Tchuvil'sky Yu. M.**// Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 84—93.
86. **Lehman D. R., Parke W. C.**//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 98—101.
87. **Chang C. C., Forster H. H., Kim C. C. e. a.** Research program of the nuclear consortium at the UCLA cyclotron laboratory UCLA. Report AR-5. 1970. P. 40—42.

88. Welch L. C., Chang C. C., Forster H. H. e. a. // Lett. Nuovo cimento. 1971. Vol. 1. P. 25—29.
89. Grossiord J. Y. // Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 843—863.
90. Descroix E. // Clustering aspects of nuclear structure and nuclear reactions. 3rd Intern. Conf. Winnipeg, 1978. P. 626—627.
91. Descroix E., Bedjidian M., Grossiord J. Y. e. a. // Nucl. Phys. 1985. Vol. A438. P. 112—140.
92. Бойков В. В., Вельберг Б. В., Лоццаков И. И., Остроумов В. И. // ЯФ. 1972. Т. 15. С. 425—428.
93. Epstein M., Holmgren H. D., Jain M. e. a. // Phys. Rev. 1969. Vol. 178. P. 1698—1705.
94. Roos P. G., Pugh H. V., Jain M. e. a. // Phys. Rev. 1968. Vol. 176. P. 1246—1253.
95. Yamashita S., Kakigi S., Fujiwara N. e. a. // J. Phys. Soc. Japan. 1969. Vol. 26. P. 1078—1082.
96. Quinn J. R., Epstein M. B., Bunker S. N. e. a. // Nucl. Phys. 1972. Vol. 181. P. 440—452.
97. Epstein M. B., Quinn J. R., Bunker S. N. e. a. // Nucl. Phys. 1971. Vol. A169. P. 337—352.
98. Roos P. G., Chant N. S., Cowley A. A. e. a. // Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 69—93.
99. Carey T. A., Roos P. G., Chant N. S. e. a. // Phys. Rev. 1981. Vol. C23. P. 576—579.
100. Carey T. A., Roos P. G., Chant N. S. e. a. // Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 1273—1288.
101. Nadasen A., Chant N. S., Roos P. G. e. a. // Phys. Rev. 1980. Vol. C22. P. 1394—1400.
102. Yuasa T., Hourany E. // Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 399—401.
103. Бойков В. В., Вельберг Б. В., Лоццаков И. И., Остроумов В. И. // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 901—904.
104. James A. N., Pugh H. G. // Nucl. Phys. 1963. Vol. 42. P. 441—453.
105. Gottshalk B., Kannenberg S. L. // Phys. Rev. 1970. Vol. C2. P. 24—40.
106. Yanaby T. // J. Phys. Soc. Japan. 1965. Vol. 20. P. 1303—1312.
107. Hoffman H. J., Epstein M. B. // Nucl. Phys. 1973. Vol. A210. P. 126—132.
108. Sakamoto Y. // Nuovo cimento. 1963. Vol. 30. P. 1073—1082.
109. Sakamoto Y. // Nuovo cimento. 1964. Vol. 33. P. 566—577.
110. Chant N. S., Roos P. G. // Phys. Rev. 1977. Vol. C15. P. 57—68.
111. Wang C. W. // Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 1705—1717.
112. Вдовин А. И., Головин А. В., Лоццаков И. И. Нуклон-нуклонные и ядро-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях. Л.: Изд. ЛИЯФ, 1984. С. 509—515.
113. Вдовин А. И., Головин А. В., Лоццаков И. И. // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 134—144.
114. Бояркина А. Н. Структура ядер 1р-оболочки. М.: Изд-во МГУ, 1973.
115. Вдовин А. И., Головин А. В., Лоццаков И. И. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1595—1603.
116. Вдовин А. И., Голиков И. Г., Головин А. В. и др. // Тез. докл. XXXV Сессия по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1985. С. 266.
117. Вдовин А. И., Голиков И. Г., Головин А. В. и др. // Тез. докл. XXXV Сессия по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1985. С. 267.
118. Вдовин А. И., Голиков И. Г., Головин А. В. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 936—940.
119. Antolkovič B., Šlaus I., Plenković D. e. a. // Nucl. Phys. 1983. Vol. A394. P. 87—108.
120. Antolkovič B., Zuly S. // Few. body problems in physics 10th Intern. IUPAP Conf. Karlsruhe, 21—27 Aug. 1983. P. 553—554.