

Взаимодействие адронов при высоких энергиях

А. Н. Валл

Иркутский государственный университет, Иркутск

Л. Л. Енковский, Б. В. Струминский

Институт теоретической физики АН УССР, Киев

В обзоре изложены свойства и следствия модели упругого рассеяния адронов, основанной на использовании аналитичности и унитарности. Исследована природа масштабных закономерностей (геометрический и КНО-скейлинг), связь между упругим рассеянием и множественным рождением; обсуждается процедура вычисления поправок на перерассеяние. Выполнено детальное сравнение с данными о $p\bar{p}$ - и $p\bar{p}$ -рассеянии в области энергий ускорителей ИФВЭ, FNAL, ISR и коллайдера. Даны предсказания для энергий будущих ускорителей (УНК, SSC).

A model for elastic hadron scattering based on analyticity and unitarity is reviewed. The relation between elastic scattering and multiple production of hadrons with the emphasis on geometrical and KNO scaling is studied. The role of rescattering corrections and a procedure for their evaluation are discussed. The model is fitted to $p\bar{p}$ and $p\bar{p}$ data from Serpukhov, FNAL, ISR and the Collider. Predictions for future accelerators (UNK, SSC) are given.

ВВЕДЕНИЕ

Проектирование, сооружение и запуск новых адронных ускорителей связаны с ожиданием ярких эффектов при столкновении протонов и антипротонов при более высоких энергиях. Однако экспериментальное изучение новых частиц («хиггсов», суперсимметричных партнеров известных частиц, субкварков, техничастиц и т. д.) станет возможным только после надежного выделения «фона», основную часть которого составляет сильное взаимодействие при малых переданных импульсах.

Ранее предполагалось, что сильное взаимодействие при высоких энергиях подчиняется простым, так называемым «асимптотическим» закономерностям. Экспериментальные данные, накопленные на ускорителях У-70, FNAL, ISR и $SppS$ -коллайдере, однако, опровергли эту точку зрения, открыв ряд новых явлений, не укладывающихся в рамки существующих теоретических построений, и возродив тем самым интерес к так называемой «мягкой» физике.

Актуальность исследования упругого рассеяния адронов при малых p_{\perp} связана также с тем обстоятельством, что амплитуда упру-

гого рассеяния — есть простейший и фундаментальнейший объект теории. Для этого процесса получены наиболее точные экспериментальные данные в широком интервале энергий, что позволяет во многих случаях выполнить количественную и критическую проверку теории.

Напомним также, что «мягкие» процессы составляют более 90 % всех событий в столкновении частиц. Недооценку их роли при высоких энергиях можно объяснить лишь трудностями, которые испытывает современная теория сильного взаимодействия при применении ее в области небольших значений переданного импульса.

Стало общепринятым считать, что микроскопической теорией взаимодействия адронов является квантовая хромодинамика (КХД) и построение этой теории, в принципе, завершено. Однако на пути применения КХД к реальным процессам стоит проблема удержания кварков, а вычисление процессов рассеяния с небольшими переданными импульсами выходит за рамки области применимости теории возмущений, основанной на малости бегущей константы связи. Вследствие трудностей КХД описание взаимодействия адронов через взаимодействие их составляющих в конечном счете сводится к использованию аналогии с рассеянием легких ядер и применению традиционных моделей: оптических, реджевских, дуальных, а также методов квазипотенциала, u -матрицы и др. (см., например, обзоры [1—9] и цитированную в них литературу).

Среди многочисленных предсказаний различных моделей и теорий сужение дифракционного конуса оказалось, пожалуй, наиболее надежным (возможно — единственным) предсказанием, выдержавшим испытание временем. Этот факт — веский аргумент в пользу реджевских моделей. Очевидно, что получение реджевской асимптотики из КХД является чрезвычайно важной, но в такой же степени сложной теоретической задачей.

Задачу построения амплитуды рассеяния можно разделить на два этапа: 1) нахождение приближенного решения [затравочной амплитуды (потенциала)]; 2) вычисление поправок к ней с помощью некоторой итерационной процедуры (как правило, основанной на условии унитарности). При этом очевидно, что успех итерации зависит от удачного выбора «затравки».

В качестве затравки обычно выбиралась реджевская амплитуда в однополюсном приближении с линейной траекторией. Исторически развитие этого подхода совпало с экспериментальной ситуацией (конец 60-х годов), в которой простая полюсная модель отражала основные тенденции, наблюдаемые в упругом рассеянии адронов, а именно:

- I. а) стремление полных сечений к постоянному пределу;
- б) бесструктурный, экспоненциальный (по t) логарифмически сужающийся (по s) дифракционный конус;
- в) мнимая амплитуда рассеяния вперед;
- г) вымирание с энергией поляризации.

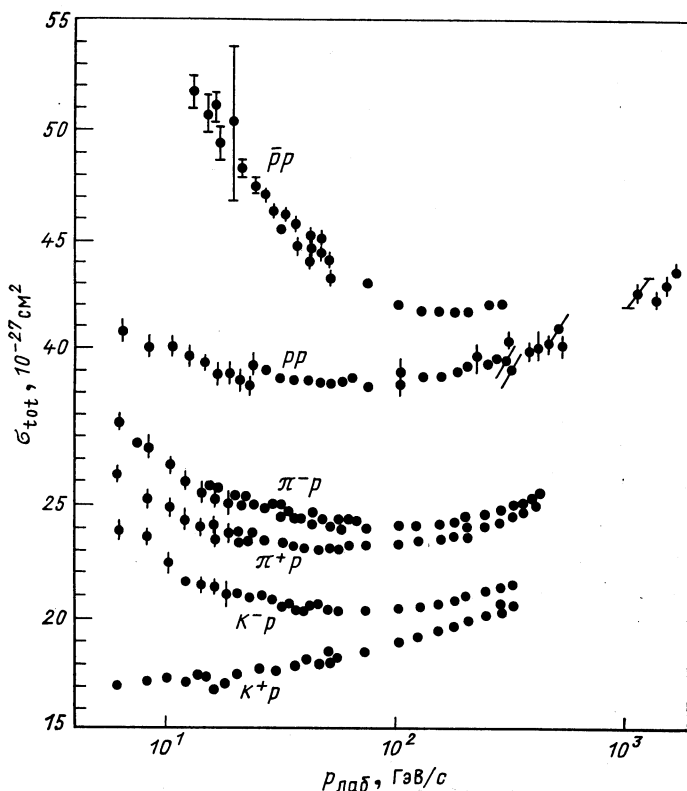


Рис. 1. Зависимость полных сечений рассеяния от импульса

Все это давало основания считать удачным выбор однополюсной модели с линейной траекторией в качестве затравочной амплитуды.

Экспериментальные данные, полученные на ускорителях ИФВЭ, FNAL, ISR и коллайдере, потребовали пересмотра такой точки зрения. Теперь хорошо известно, что (см., например, [10]):

II. а) все сечения растут с энергией (рис. 1);

б) дифференциальные сечения имеют структуру: «излом» вблизи $t = -0,15$ и движущийся с энергией «провал» (рис. 2);

в) амплитуда содержит положительную действительную часть (рис. 3);

г) поляризация при высоких энергиях не вымирает.

В работе А. А. Логунова и С. С. Герштейна [11] на основе кварк-глюонных представлений о структуре адронов было дано объяснение тому факту, что в области энергий ускорителей ИФВЭ — ISR начинается новая физика: универсальный рост всех адронных сечений рассеяния. В дальнейшем эти идеи были развиты в работах [12, 13],

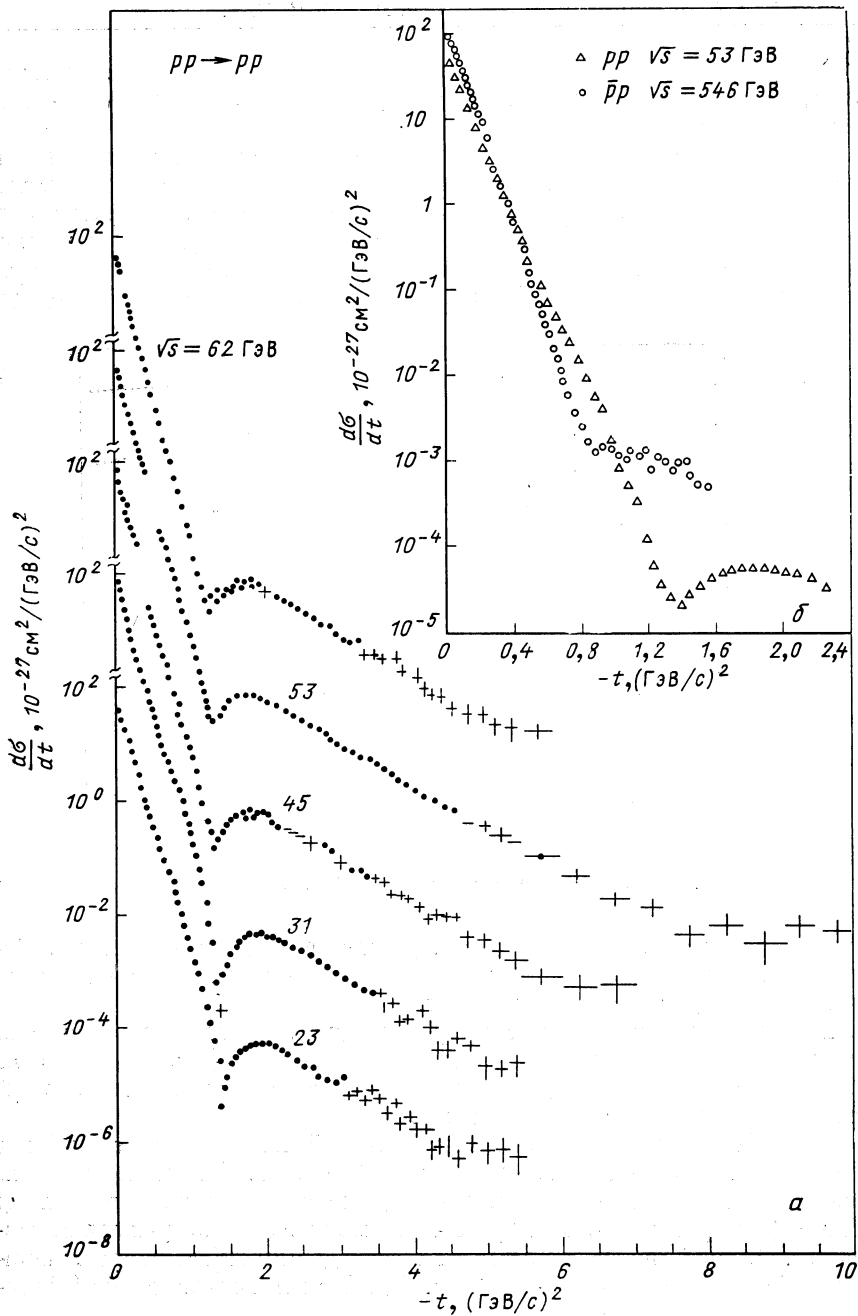


Рис. 2. Дифференциальные сечения pp - и $\bar{p}p$ -рассеяния при различных значениях

в которых на обширном экспериментальном материале было показано, что в полных сечениях существует универсальная компонента, растущая с энергией.

Новые экспериментальные данные можно воспроизвести в рамках традиционных схем, дополненных предположением об интерсепте $\alpha(0) > 1$ и с учетом унитарных поправок (абсорбций, перерасеяния) к простому полюсу. Поправки не малы, поэтому предсказания различных подходов, используемых для их вычисления (квазипотенциальный подход, формализм u -матрицы, эйкональный подход,

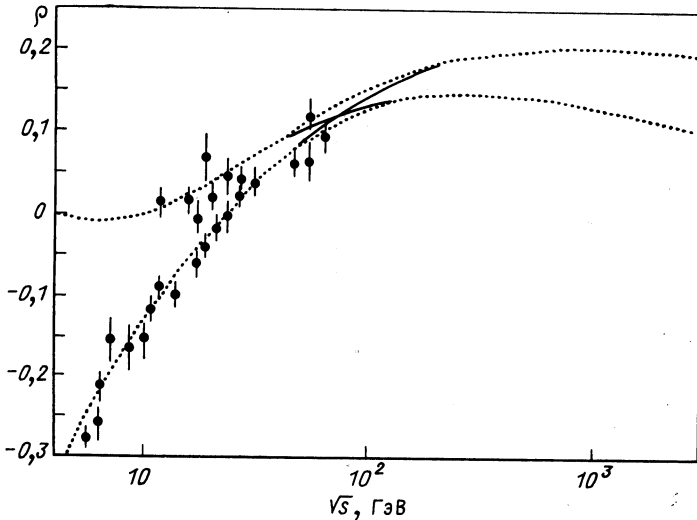


Рис. 3. Отношение $\rho(s, 0) = \text{Re } T(s, 0) / \text{Im } T(s, 0)$

реджевская полевая теория и пр.), различаются между собой. Эта проблема связана с правильным описанием вклада многочастичных процессов в условие унитарности.

В данной работе мы рассмотрим подход, в котором в качестве затравочной амплитуды используется модель [14], основанная на обмене двукратным вакуумным полюсом* с зависимостью от t , мотивированной дуальной моделью.

Из КХД также следует, что затравочный померон является более сложной сингулярностью, чем простой полюс. Л. Н. Липатовым с соавторами было показано, что реджезованному двухглюонному обмену (померону) (см. рис. 5) в J -плоскости соответствует серия особенностей, крайней из которых является движущийся разрез, начинающийся в точке $\delta = J - 1 > 0$. Удобной и пригодной для фено-

* Для кратности мы будем пользоваться принятыми в литературе — хоть и не совсем удачными — терминами диполь, дипольный померон (ДП).

менологических целей аппроксимацией сложной структуры сингулярностей померона в КХД является диполь.

Свойства и феноменологические следствия реджевского диполя неоднократно обсуждались в литературе [15—20]. Интерес к нему значительно возрос [14—16] после экспериментального обнаружения роста сечений [диполь содержит этот эффект без дополнительного предположения, $\alpha(0) > 1$]. Существенным моментом в развитии модели ДП явилось построение [14] механизма дифракционного минимума. Мы считаем, что анзац ДП [14] является «минимальной моделью», описывающей растущие полные сечения, а модель с простым полюсом адекватна «досерпуховской» картине.

Почему диполь, а не, скажем, триполь? Потому, что это единственная альтернатива простому полюсу: кратность, равная двум, — максимальная, допустимая условием унитарности при несингулярном вычете в точке $t = 0$. Легко убедиться, например, в том, что полюс более высокой кратности приводит к неравенству $\sigma_{el} > \sigma_{tot}$, явно противоречащему s -канальному условию унитарности*.

Итак, основным аргументом в пользу модели ДП является близость ее к реальности, вследствие чего поправки к ней малы и итерационная процедура имеет смысл. Иными словами, модель обладает свойством самовоспроизводимости по отношению к условию унитарности. Это свойство тесно связано со свойством геометрического скейлинга, присущего только модели ДП. В этом состоит существенное различие между данным подходом и широко используемой моделью простого полюса с $\alpha(0) > 1$.

В разд. 2 и далее подробно обсуждаются свойства самовоспроизводимости ДП. Для полного сечения сохраняется зависимость $\sigma_{tot} \sim (1 + \lambda \ln(s/s_0))$. Наблюдаемый на коллайдере рост σ_{el}/σ_{tot} требует медленного роста эффективной константы $g(s)$ с энергией. Полное сечение рассеяния при этом растет несколько быстрее, чем $1 + \lambda \ln(s/s_0)$. Если $g(s)$ возрастает как s , то при сверхвысоких энергиях логарифмический рост сечения сменится фруассаровским $\sim \ln^2 s$; это произойдет при $g(s) \gg 1$. Более подробно мы обсудим эти вопросы в разд. 2, 3.

Роль поправок при $t \neq 0$ зависит от формы траекторий Редже, которые в данной модели полностью определяют зависимость амплитуды от переданного импульса. Поправки малы при использовании реалистичных нелинейных траекторий, однако соответствующие вычисления, в отличие от случая линейных траекторий, требуют численного счета на ЭВМ.

Форму траектории

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \sum_i \ln(1 + \beta_i \sqrt{4m_i^2 - t}) \quad (1)$$

* Более сложные и специальные случаи возникновения кратных полюсов (например, при столкновении двух или нескольких траекторий) рассмотрены в [19, 20].

мы заимствуем из дуальной модели [21, 22]. В такой модели легчайший порог $t_0 = 4m_\pi^2$ связан [23] с наблюдаемым в дифференциальном сечении изломом, тяжелые пороги обеспечивают экспоненциальную форму дифракционного конуса, а логарифмическая асимптотика траектории однозначно следует из автомодельной асимптотики дуальной модели [22]. В рассматриваемой здесь дифракционной области * достаточно ограничиться приближением [24]

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha't - \alpha_1 \sqrt{4m_\pi^2 - t}, \quad (2)$$

обеспечивающим необходимые аналитические свойства амплитуды. Более того, в большинстве случаев в данной работе мы будем пользоваться линейным приближением траектории

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha't, \quad (3)$$

позволяющим выполнить вычисления в явном виде, выяснить фундаментальные свойства модели, а также физический смысл фигурирующих в ней параметров.

В приближении (3) ДП в представлении прицельного параметра является суммой двух гауссианов

$$\sum_{i=1}^2 c_i \exp(-\rho^2/R_i^2(s)), \quad (4)$$

где коэффициенты c_i не зависят от энергии — энергетическая зависимость амплитуды целиком содержится в радиусах $R_1^2(s)$ и $R_2^2(s)$. Таким образом, анзац (4) в одинаковой степени можно отнести как к геометрическим, так и к аналитическим (реджевским) моделям и его можно использовать для связи двух подходов.

Модель ДП с нелинейными траекториями близка к реальности и может быть использована непосредственно для анализа физических процессов. Такой путь близок по духу к программе аналитической теории S -матрицы (см. также [21]). Амплитуда рассеяния в этом подходе известна в явном виде, что является ее бесспорным преимуществом.

В то же время такую амплитуду можно рассматривать также в квантовой теории поля в качестве «борновского члена» некоторой итерационной процедуры. В данной работе мы следуем такому рецепту в рамках u -матричного подхода [3, 4].

Вообще говоря, два подхода — S -матричный и полевой — вполне дополняют друг друга: например, нелинейные траектории воспроизводят многие эффекты, ожидаемые в результате унитаризации.

Подгонка модели ДП к экспериментальным данным обсуждалась, в частности, в [9, 14, 18, 24—29]. Рамки данного обзора ограничивают нас обсуждением в основном дифракционной (померонной) компо-

* Описание области больших углов и низких энергий требует применения всей дуальной амплитуды [22], а не только рассматриваемой здесь реджевской асимптотики и выходит за рамки данного обзора.

ненты инвариантной амплитуды рассеяния. Детальный анализ данных требует включения вторичных траекторий (см. разд. 5) и учета спиновой структуры амплитуды. На этом пути мы не видим принципиальных препятствий, а возможность реализации такой программы с учетом нелинейных траекторий и (или) поправок на перерассеяние определяется главным образом вычислительными возможностями.

План нашего обзора таков: разд. 1 посвящен ангажу ДП. В разд. 2 и 3 приведены результаты вычисления поправок на перерассеяние. Эти вычисления удается провести в явном виде лишь для линейных траекторий. Для согласия с наблюдаемым на коллайдере ростом отношения сечений σ_{el}/σ_{tot} в разд. 3 вводится параметр δ , $\alpha(0) = 1 + \delta$, причем этот параметр однозначно определяется из существующих экспериментальных данных об отношении σ_{el}/σ_{tot} , что позволяет получить предсказания (см. разд. 3) в области сверхвысоких энергий.

В разд. 4 в рамках модели ДП исследуется связь амплитуды рассеяния с характеристиками множественного рождения, в частности — связь между присущим модели ДП свойством геометрического подобия и скейлингом КНО.

В разд. 5 проводится детальное сравнение рассматриваемой модели с данными о pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии при высоких энергиях. Показано, что совместное описание данных о pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии требует введения в амплитуду рассеяния также C -нечетной вакуумной особенности.

Обсуждению произвола, ограничений, следствий и перспектив дальнейшего развития этого направления посвящен последний раздел обзора.

1. ДИПОЛЬНЫЙ ПОМЕРОН

В реджевских моделях постоянство полного сечения обеспечивается обменом в t -канале простого полюса с вакуумными квантовыми числами и единичным пересечением, $\alpha(0) = 1$. Описание наблюдаемого на опыте медленного роста сечений требует введения более жесткой сингулярности в j -плоскости, простейшей из которых является полюс второго порядка — диполь.

Обычно предполагается, что вклад двукратного полюса P_2 , обеспечивающего рост сечений, существует наряду со вкладом простого полюса P_1 , связанного с постоянной компонентой сечения.

Траектория и вычет простого и двукратного полюсов — произвольные, не связанные между собой функции, поэтому такая модель содержит значительный произвол и может служить лишь для эмпирического анализа данных. Интерференция двух вкладов при соответствующем выборе вычетов может привести к провалу в дифференциальном сечении.

Вообще говоря, реджевские модели не содержат информацию о зависимости амплитуды от t . В [14] предположение о дипольном

обмене было дополнено зависимостью от t , заимствованной из дуальной модели [21]. Было показано [14, 25, 26], что обмен реджевским диполем с вычетом, определяемым дуальной моделью, приводит к появлению движущегося дифракционного минимума. Сложная динамика этого деликатного эффекта детально исследована на ускорителях протонов и антипротонов и является камнем преткновения при критической проверке различных моделей.

Другим нетривиальным свойством модели является его геометрическая форма (4), к обсуждению которой мы еще вернемся. Отметим также, что ДП содержит отличную от нуля действительную часть при $t = 0$. Правильные аналитические свойства обеспечиваются сигнатурой и пороговыми ветвлениями в траектории.

Итак, следуя свойствам дуальных моделей, предполагаем, что вычет в полюсе не зависит от t , т. е. парциальная волна амплитуды $T(s, t)$ имеет вид

$$a(j, t) = \frac{\beta(j)}{[j - \alpha(t)]^2} = \frac{d}{d\alpha} \frac{\beta(j)}{j - \alpha(t)}, \quad (5)$$

где функция $\beta(j)$ не зависит от t и не имеет особенностей в точке $j = \alpha(t)$.

Выполнив преобразование Зоммерфельда — Ватсона

$$T(s, t) = \frac{d}{d\alpha(t)} \int \frac{1 + e^{-i\pi j}}{\sin \pi j} \frac{\beta(j)}{j - \alpha(t)} \left(\frac{s}{s_0}\right)^j (2j + 1) dj,$$

получим следующее представление для амплитуды рассеяния:

$$\begin{aligned} T(s, t) &= \frac{d}{d\alpha} \left[e^{-\frac{i\pi\alpha}{2}} G(\alpha) \left(\frac{s}{s_0}\right)^\alpha \right] = \\ &= e^{-i\frac{\pi\alpha}{2}} \left(\frac{s}{s_0}\right)^\alpha \left[G' + \left(L - \frac{i\pi}{2}\right) G \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $L = \ln(s/s_0)$, а медленно меняющийся в рассматриваемой области множитель $\sin(\pi\alpha/2)$ мы включили в функцию вычета; $\alpha(t)$ — траектория вакуумного полюса, $\alpha(0) = 1$.

Выражение (6) обладает замечательными свойствами. Прежде всего — это механизм дифракционного минимума, обнаруженный в работе [14]. Существенным для него является связь между G' и G , а не конкретный вид этих функций. Зафиксировав G' , мы восстанавливаем G с точностью до постоянной интегрирования. Прежде чем перейти к рассмотрению конкретного примера функций G' и G , обсудим наиболее общие свойства представления (6).

Для удобства мы будем рассматривать функцию от переменной $\alpha - 1$, которая при $t = 0$ равна нулю.

Полное сечение

$$\sigma_{\text{tot}} = -\frac{16\pi}{s_0} [G'(0) + G(0)L] = \sigma_0(1 + \lambda L), \quad (7)$$

$$\sigma_0 = -\frac{16\pi}{s_0} G'(0), \quad \lambda = \frac{G(0)}{G'(0)}. \quad (8)$$

Определим теперь положение минимума и второго максимума в дифференциальном сечении. Для этого найдем производную:

$$\frac{d|T|^2}{d\alpha} = 2(s/s_0)^{2\alpha} (G' + GL) \left[L(G' + GL) + G \frac{\pi^2}{4} + G'' + G'L \right]. \quad (9)$$

Положение минимума в дифференциальном сечении определяется уравнением

$$G' + GL = 0 \quad (10)$$

и совпадает с нулем мнимой части амплитуды (6). Уравнение

$$L(G' + GL) + G \frac{\pi^2}{4} + G'' + G'L = 0 \quad (11)$$

определяет положение максимума. Из этих уравнений следует, что отношение дифференциального сечения в точке максимума к дифференциальному сечению в точке минимума равно

$$\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{\max} / \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{\min} \approx L^2, \quad (12)$$

т. е., грубо говоря, — это квадрат отношения мнимой части амплитуды к вещественной части.

Рассмотрим теперь простейшие параметризации функций G' ($\alpha - 1$) и G ($\alpha - 1$). Замечая, что первое слагаемое в (6) напоминает по виду вклад простого полюса, мы используем наиболее популярную параметризацию вычета G' , соответствующую асимптотике дуальной модели и согласующуюся с формой дифракционного конуса:

$$G'(\alpha - 1) = A \exp [b(\alpha - 1)].$$

Тогда для $G(\alpha - 1)$ получим

$$G(\alpha - 1) = A \left[\frac{\exp [b(\alpha - 1)]}{b} - \gamma \right],$$

где γ — постоянная интегрирования. Из сравнения с данными о дифференциальном сечении будет видно, что $\gamma > 0$. Действительно, уравнение (10), определяющее положение точки минимума, в этом случае принимает вид

$$(b + L) \exp [b(\alpha - 1)] - b\gamma L = 0.$$

Оно имеет решение только при $\gamma > 0$. Формула (8) дает связь между γ и константой λ , определяющей рост сечения $b\lambda = 1 - \gamma b$. В случае линейной траектории точка минимума находится при

$$t_{\min} = \frac{1}{\alpha' b} \ln \frac{b\gamma L}{b + L}. \quad (13)$$

Положение второго максимума определяется из формулы (11):

$$t_{\max} = \frac{1}{\alpha' b} \ln \frac{\gamma b (4L + \pi^2)}{4(b + L)^2 + \pi^2}. \quad (14)$$

Отношения дифференциальных сечений в точке максимума и точке минимума равно

$$\frac{(d\sigma/dt)_{\max}}{(d\sigma/dt)_{\min}} = \frac{4L^2}{\pi^2} \left\{ \frac{(4L^2 + \pi^2)(b+L)}{[4(b+L)^2 + \pi^2]L} \right\}^{\frac{2L}{b} + 2} \times \frac{(4L^2 + 4bL - \pi^2)^2 + \pi^2(4L + 2b)^2}{(4L^2 + \pi^2)^2} \quad (15)$$

Динамика дифракционного минимума в модели ДП является следствием характерного для геометрического скейлинга корреляции s - и t -зависимости амплитуды рассеяния и соответствует наблюдаемой

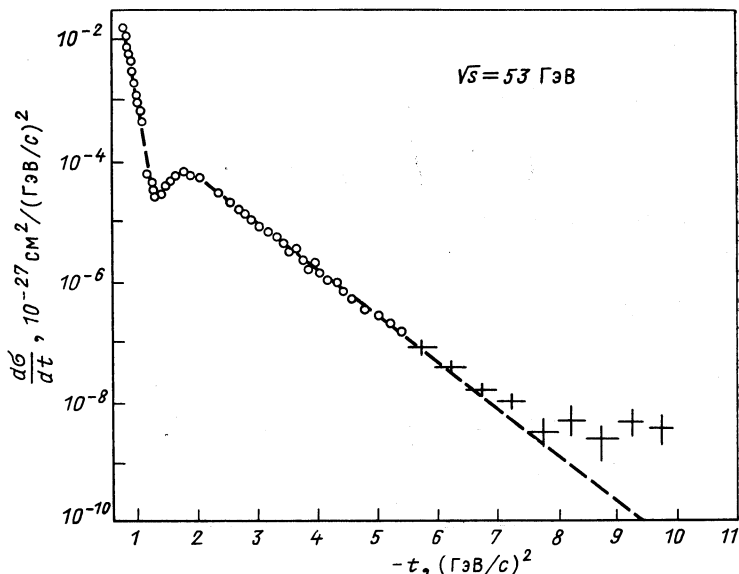


Рис. 4. Модель ДП (16) воспроизводит наблюдаемую в области энергий ИФВЭ — ISR динамику дифракционного рассеяния

на опыте картине упругого pp -рассеяния: на фоне экспоненциального конуса при $s \approx 200 \text{ ГэВ}^2$ возникает плечо, которое с ростом энергии превращается в четко выраженный дифракционный минимум.

Провал сужается, углубляется * в соответствии с (15) и движется в сторону $t = 0$ согласно (13). Появления дополнительных дифракционных минимумов модель не предсказывает. На рис. 4 показаны результаты подгонки модели ДП с линейной траекторией, выполненной в [29].

* «Плечо», обнаруженное на месте ожидавшегося «провала» в рассеянии при энергиях $Spp\bar{S}$ -коллайдера, связано, по-видимому, с C -нечетным вкладом в амплитуду (см. разд. 5).

Характерным свойством модели является то, что параметры, подогнанные к конусу $|t| \lesssim 1$ ГэВ², определяют сложное поведение сечения за его пределами: положение, форму и движение дифракционного минимума и максимума, а также наклон второго конуса.

В случае линейной траектории модель содержит, помимо нормировочной константы A и наклона траектории α' , три свободных параметра: b , λ и s_0 . Обсудим их физический смысл.

Масштабный параметр s_0 в случае простого полюса не имеет самостоятельного смысла — он связан либо с A (в полном сечении), либо с b (в наклоне).

В случае ДП наклон первого конуса равен $\alpha' (b + L)$, а второго $\alpha' L$, следовательно, связав α' со скоростью сужения конуса, увидим, что параметр b определяет наклон первого конуса, а s_0 — наклон второго. Параметр s_0 вместе с A определяют также постоянную компоненту полного сечения [см. формулу (7)]. Отметим, что из подгонок [28, 29] следует большое значение $s_0 \simeq 80$ ГэВ².

В [29] хорошее согласие с данными в области энергий ускорителей FNAL — ISR достигнуто со следующими значениями параметров: $s_0 = 78,3$ ГэВ², $b = 16,7$, $\alpha' = 0,25$ ГэВ⁻², $\lambda = 0,0583$.

Наиболее интересна связь между параметрами b и λ (λ определяет рост полного сечения). Механизм дифракционного минимума очень чувствителен к их комбинации. Провал появляется лишь в том случае, если $\lambda b - 1 = -\varepsilon$ является малым отрицательным числом. Как будет видно ниже из представления прицельного параметра, параметр ε имеет смысл коэффициента поглощения (абсорбции), которое в модели ДП присутствует уже в полюсном приближении.

В случае линейных траекторий амплитуду ДП можно переписать в виде

$$T(s, t) = \frac{is\sigma_0}{16\pi\alpha'b} \sum_{i=1}^2 c_i R_i^2 e^{R_i^2 t}, \quad (16)$$

где

$$c_1 = 1; \quad c_2 = \lambda b - 1 = -\varepsilon; \quad R_1^2 = \alpha' \left(b + L - \frac{i\pi}{2} \right); \quad R_2^2 = \alpha' (L - i\pi/2).$$

Другим примечательным свойством модели ДП является упоминавшаяся выше геометрическая форма. Выполнив преобразование Фурье-Бесселя

$$h(s, \rho) = \int_0^\infty dV \sqrt{-t} V \sqrt{-t} J_0(\rho V \sqrt{-t}) T(s, t) \quad (17)$$

над (16), увидим

$$h(s, \rho) = ig_0 \sum_{i=1}^2 c_i \exp(-\rho^2/4R_i^2), \quad g_0 = \frac{\sigma_0}{16\pi\alpha'b}, \quad (18)$$

т. е. что ДП с линейной траекторией является суммой двух гауссианов, без зависящих от энергии множителей, характерных для других реджевских моделей. В пределе больших энергий радиусы сравниваются и амплитуда точно удовлетворяет геометрическому скейлингу

$$h(s, \rho) = ig_0 (1 - \varepsilon) \exp(-\rho^2/R^2(s)).$$

Интересны свойства прицельной амплитуды в более общем случае нелинейных траекторий. Интеграл (17) вычисляется явно [30] при использовании траекторий вида

$$\alpha(t) = \alpha_0 - \alpha_1 \sqrt{4m_\pi^2 - t} \quad (19)$$

и равен

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\sqrt{-t} \sqrt{-t} J_0(\rho \sqrt{-t}) e^{\alpha - \alpha_0} = \\ & = \exp\left(-2m \sqrt{\rho^2 + \alpha_1^2}\right) \frac{\alpha_1 (1 + 2m \sqrt{\rho^2 + \alpha_1^2})}{(\rho^2 + \alpha_1^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Модель ДП с траекторией (19) очень удобна для анализа различных явлений в динамике взаимодействия адронов и связи между ними, так как она обладает, в принципе, необходимыми аналитическими и асимптотическими свойствами, с одной стороны, и позволяет выполнить вычисления в явном виде — с другой.

В частности, прицельная амплитуда $h(s, \rho)$ с траекторией (19) содержит: поглощение при малых ρ , гауссово убывание вблизи $\rho = 1$ фм и экспоненциальную асимптотику, обусловленную пороговым ветвлением вблизи $t = 4 m^2$, при $\rho \rightarrow \infty$. Таким образом, в данном подходе сложное поведение профильной функции контролируется более простой функцией — траекторией Редже.

Представление прицельного параметра удобно при изучении унитарных свойств амплитуды рассеяния и связи ее с характеристиками множественного рождения. При этом благодаря преобразованию (20) удастся связать различные явления и проследить за этой взаимосвязью аналитически, сводя анализ к варьированию траектории.

Преобразование Фурье — Бесселя (17) с более сложными примерами траекторий (1), (2) вычисляется только в предельных случаях [30] или с помощью численных методов.

Итак, в качестве исходной модели можно рассматривать выражение (16), обладающее геометрическим скейлингом в пределе больших энергий. С его помощью можно изучать степень нарушения скейлинга введением параметра δ в $\alpha(0) = 1 + \delta$ и (или) нелинейных траекторий.

2. УНИТАРНОСТЬ

В разд. 1 мы рассмотрели модельную амплитуду для упругого рассеяния адронов при высоких энергиях, которая описывает ряд наблюдаемых на сите явлений. Амплитуда рассеяния должна также

удовлетворять общим требованиям теории поля, таким, как правильные аналитические свойства и унитарность. Этим условиям можно удовлетворить в квантовой теории поля, основывающейся на теории возмущений. Методы вычисления амплитуд рассеяния вне теории возмущений или в режиме сильной связи пока не разработаны.

Наиболее сложной проблемой является выполнение условия унитарности. Рассеяние адронов при высоких энергиях есть существенно многочастичный процесс, вследствие чего условие унитарности сводится к (нерешаемой) бесконечной цепочке взаимозацепляющихся уравнений. Желательно иметь метод, который позволял бы строить амплитуду упругого рассеяния, удовлетворяющую хотя бы двухчастичному условию унитарности.

Одним из таких методов является квазипотенциальное уравнение [31] Логунова — Тавхелидзе, полученное в квантовой теории поля. Квазипотенциал в квантовой теории поля может быть рассчитан по теории возмущений. Однако в задаче о рассеянии адронов квазипотенциал приходится задавать феноменологически. Из условия унитарности следует, что мнимая часть квазипотенциала должна быть положительна и отлична от нуля лишь выше неупругого порога [31]. На основе квазипотенциального уравнения можно получить эйкональное представление для амплитуды рассеяния, которое широко используется для описания рассеяния адронов при высоких энергиях.

Другой метод основан на одновременном динамическом уравнении [3] для амплитуды рассеяния $F = F[U]$, ядром которого является U -матрица — релятивистский аналог матрицы реакций в квантовой механике. Преимуществом этого метода является то, что между амплитудой рассеяния и u -матрицей в представлении прицельного параметра имеется алгебраическое соотношение и ограничения, следующие из условия унитарности, имеют весьма простой вид.

Кроме того, в уравнение, связывающее матрицу рассеяния и u -матрицу, входят лишь величины на энергетической поверхности. По этим причинам мы будем пользоваться формализмом u -матрицы.

Условие унитарности в представлении прицельного параметра (17) в пределе больших энергий имеет вид

$$\text{Im } T(\rho, s) = |T(\rho, s)|^2 + G(\rho, s). \quad (21)$$

Функция $G(\rho, s)$ выражает вклад неупругих промежуточных состояний в условие унитарности, в силу чего $0 \leq G(\rho, s) \leq 1/4$ и $G(\rho, s)$ отлична от нуля лишь над неупругим порогом. Различные феноменологические схемы унитаризации модельных амплитуд — например, эйконализация — предназначены для того, чтобы выполнялось это условие.

Амплитуда рассеяния $T(\rho, s)$ связана с u -матрицей в представлении прицельного параметра следующим образом [3]:

$$T(\rho, s) = \frac{u(\rho, s)}{1 - iu(\rho, s)}. \quad (22)$$

Из условия унитарности мы находим

$$G(\rho, s) = \frac{\operatorname{Im} u(\rho, s)}{|1 - iu(\rho, s)|^2}, \quad (23)$$

$$0 \leq \frac{\operatorname{Im} u(\rho, s)}{|1 - iu(\rho, s)|^2} \leq \frac{1}{4}. \quad (24)$$

Амплитуда рассеяния $T(s, t)$ связана с $u(\rho, s)$ преобразованием Фурье—Бесселя

$$T(s, t) = q^2 \int_0^\infty \frac{u(\rho, s)}{1 - iu(\rho, s)} J_0(\rho \sqrt{-t}) d\rho^2, \quad (25)$$

где q — импульс в системе ц. м.

В качестве $U(s, t)$ мы возьмем дипольный померон (см. разд. 1)

$$U(s, t) = \frac{i s \sigma_0}{16\pi\alpha' b} \sum_{i=1}^2 c_i R_i^2 e^{R_i^2 t}, \quad (26)$$

где

$$c_1 = 1; \quad c_2 = \lambda b - 1 = -\varepsilon; \quad R_1^2 = \alpha' \left(b + L - \frac{i\pi}{2} \right); \quad R_2^2 = \alpha' \left(L - \frac{i\pi}{2} \right).$$

В представлении прицельного параметра

$$u(\rho, s) = \frac{i\sigma_0}{16\pi\alpha' b} \sum_{i=1}^2 c_i \exp(-\rho^2/4R_i^2). \quad (27)$$

Подставив (27) в (25), мы найдем унитаризованное выражение для дипольного померона. В данном разделе мы вычислим $T(s, 0)$. Даже при $t = 0$ вычисления удастся провести аналитически лишь в виде разложения по $1/L$. Мы ограничимся членами $O(1/L)$. Введем переменную $x = \rho^2/4\alpha' L$. В этом приближении для $u(x, s)$ имеем

$$u(x, s) = ig_0 e^{-x} (1 + \kappa x), \quad (28)$$

где

$$g = \frac{\sigma_0 \lambda}{16\pi\alpha}; \quad \kappa = \frac{1}{\lambda L} \left(1 - \frac{i\pi\lambda}{2} \right),$$

а для профильной функции в этом же приближении

$$\frac{u}{1 - iu} = \frac{ig_0 e^{-x}}{1 + ge^{-x}} \left(1 + \kappa \frac{x}{1 + ge^{-x}} \right). \quad (29)$$

Подставив это выражение в (25), найдем

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{16\pi\alpha'}{\lambda} \ln(1 + g)(1 + \lambda L); \quad (30)$$

$$\sigma_{\text{in}} = \frac{16\pi\alpha'}{\lambda} \frac{g}{1 + g} (1 + \lambda L); \quad (31)$$

$$\sigma_{\text{el}} = \frac{16\pi\alpha'}{\lambda} \left(\ln(1 + g) - \frac{g}{1 + g} \right) (1 + \lambda L). \quad (32)$$

Таким образом, в главном приближении по L энергетическая зависимость сечений для унитаризованной амплитуды остается такой же, как у затравочной амплитуды. В этом же приближении можно получить другие величины:

$$T(s, 0) = T_B(s, 0) \frac{\ln(1+g)}{g}, \quad (33)$$

где

$$T_B(s, 0) = i \frac{\sigma_0 s}{16\pi} \left[1 + \lambda \left(L - \frac{i\pi}{2} \right) \right]. \quad (34)$$

Отсюда видно, что отношение вещественной к мнимой части амплитуды рассеяния при унитаризации остается без изменения:

$$\frac{\operatorname{Re} T(s, 0)}{\operatorname{Im} T(s, 0)} = \frac{\pi\lambda}{2(1+\lambda L)} = \frac{\operatorname{Re} T_B(s, 0)}{\operatorname{Im} T_B(s, 0)}. \quad (35)$$

Для наклона дифракционного конуса

$$B(s, t) = \frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma}{dt} \quad (36)$$

получим

$$B(s, 0) = \frac{2\alpha'}{\lambda} \frac{\Sigma}{\ln(1+g)} (1 + \lambda L),$$

$$\Sigma = \int_0^{\infty} \frac{ge^{-x} x dx}{1+ge^{-x}}. \quad (37)$$

При малых x удобно представить (37) в виде

$$\Sigma = g \sum_{n=0}^{\infty} (-g)^n (n+1)^{-2}.$$

Сравнивая (37) с (30), получаем соотношение [24]

$$B(s, 0) = k\alpha' \sigma_{\text{tot}},$$

где

$$k = \frac{\Sigma}{8\pi\alpha' \ln^2(1+g)}.$$

В модели с линейной траекторией $\alpha(t)$ соотношение (37) удобнее всего представить в виде

$$B(s, 0) = \frac{1}{8\pi} \frac{\Sigma}{\ln^2(1+g)} \sigma_{\text{tot}}. \quad (38)$$

Отметим, что при выводе мы нигде не предполагали, что g — мало. В борновском приближении из нашей модели следует

$$B = \sigma_{\text{tot}}^2 / 16\pi\sigma_{e1}, \quad (39)$$

что соответствует насыщению границы Мак-Дауэлла — Мартэна.

Параметр g можно определить, например, из отношения

$$\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = 1 - \frac{g}{(1+g) \ln(1+g)}. \quad (40)$$

При энергиях ускорителя ISR это отношение равно 0,175, откуда находим $g = 0,49$. Воспользовавшись значением $g = 0,49$, мы получим $B = 0,3\sigma_{tot}$.

Малость параметра g указывает на то, что существенные свойства дипольного померона не меняются при учете унитарных поправок.

Приведем также среднеквадратичные радиусы упругого и неупругого взаимодействий [27]:

$$\langle \rho^2 \rangle_{el} = \frac{1}{\sigma_{el}} \int d^2\rho \rho^2 G_{el}(\rho, s);$$

$$\langle \rho^2 \rangle_{in} = \frac{1}{\sigma_{in}} \int d^2\rho \rho^2 G_{in}(\rho, s),$$

где $G_{el}(\rho, s)$ и $G_{in}(\rho, s)$ — упругая и неупругая функции перекрытия. В нашей модели мы получаем [27]

$$\langle \rho^2 \rangle_{el} = \frac{4\pi}{\sigma_{el}} (4\alpha' L)^2 (\Sigma - \ln(1+g)), \quad (41)$$

$$\langle \rho^2 \rangle_{in} = \frac{4\pi}{\sigma_{in}} (4\alpha' L)^2 \ln(1+g). \quad (42)$$

Из (41), (42) мы получим при энергиях ISR ($\sqrt{s} = 53$ ГэВ) $\sqrt{\langle \rho^2 \rangle_{in}} = 0,6$ фм, $\sqrt{\langle \rho^2 \rangle_{el}} = 0,4$ фм, что согласуется с оценками, основанными на данных о глубоконеупругом лептон-адронном рассеянии.

В данном разделе мы показали, что унитарные поправки малы в асимптотической области. Они, однако, могут быть важны в преасимптотической области. Мы рассмотрели дипольный померон с $\alpha(0) = 1$. Из выражения (28) явно видно, что модель обладает свойством геометрического скейлинга: зависимость от прицельного параметра ρ и энергии входит лишь через отношение $x = \rho^2/4\alpha' L$. Именно это обстоятельство приводит к тому, что σ_{tot} , σ_{el} и $B(s, 0)$ одинаково зависят от энергии (пропорциональны $1 + \lambda L$). В случае дипольного померона с $\alpha(0) = 1 + \delta$ в (28) надо заменить g на $g_0(s/s_0)$. Остальные формулы не меняются. Зависимость g от энергии приведет к нарушению геометрического скейлинга. Экспериментальные данные коллайдера указывают на то, что σ_{el}/σ_{tot} растет с энергией. Отсюда следует, что $\delta > 0$. Более подробно следствия модели с $\delta > 0$ будут рассмотрены в разд. 3.

3. АСИМПТОТИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АДРОНОВ

Принято считать, что адронные сечения при высоких энергиях подчиняются простым асимптотическим закономерностям. Некоторые из них — например, ограничение Фруассара — были получены из

общих принципов теории, таких, как аналитичность и унитарность. При выводе других, например геометрического скейлинга, — использовались также эмпирические факты. В любом случае недостатком «асимптотических» формул является отсутствие масштабов и пределов, определяющих область применимости этих закономерностей.

Мы попытаемся заглянуть в область энергий будущих ускорителей, основываясь на современной экспериментальной ситуации и используя обсуждаемую в данном обзоре модель взаимодействия адронов.

Первым и важнейшим следствием модели является наличие двух режимов в упругой дифракции адронов: 1) «низкоэнергетического» (область энергий ускорителей FNAL — ISR) — с логарифмически растущим сечением и постоянными отношениями σ_{el}/σ_{tot} и σ_{tot}/B ; 2) асимптотического — с фруассаровским насыщением и $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \rightarrow 1$. Переход между этими режимами определяется бегущей константой $g(s)$.

Зафиксировав функцию $g(s)$, можно сделать некоторые предсказания.

Из формулы (30) видно, что рост σ_{tot} является следствием двух факторов: увеличения интенсивности взаимодействия $\mathcal{L}_1 = \ln [1 + g(s)]$ и роста радиуса $\mathcal{L}_2 = 1 + \lambda L$. Их произведение приводит к асимптотическому фруассаровскому насыщению

$$\sigma_{tot} \underset{s \rightarrow \infty}{\simeq} c \ln^2 s. \tag{43}$$

На коллайдере компонента $\ln^2 s$ вносит не более 10 % в полное сечение. Поправки на перерассеяние становятся существенными при $g(s) \simeq 1$, т. е. при $\sqrt{s} \simeq 30$ ТэВ — где-то при энергии проектируемого ускорителя SSC. Асимптотический режим $\ln^2 s$ наступает при $g \gg 1$. Например, $g(s)$ достигает значения 10 при высоких энергиях $\sqrt{s} = 2,8 \cdot 10^{13}$ ГэВ, сравнимых с характерной массой Великого Объединения.

В наклоне конуса также произойдет смена режима, сходная с явлением, наблюдаемым в сечениях.

Поведение наклона при больших s можно определить на основе (37). При больших $g(s)$ Σ можно представить в виде

$$\Sigma(g) = \frac{1}{2} \ln^2 g + \frac{\pi^2}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} (-g)^{-n} n^{-2}. \tag{44}$$

Отсюда мы находим, что при $g(s) \gg 1$ наклон $B(s, 0)$ возрастает как L^2 .

Отношение σ_{el}/σ_{tot} пересечет значение 1/2 при очень высокой энергии $\sqrt{s} = 7 \cdot 10^9$ ГэВ, затем будет стремиться к асимптотическому пределу $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \rightarrow 1$, характерному для u -матричного подхода [3, 4].

Отношение σ_{tot}/B также растет в соответствии с данными коллайдера и стремится к асимптотическому пределу

$$\sigma_{\text{tot}}/B = 16\pi. \quad (45)$$

Отметим, что наши формулы явно показывают, при каких энергиях происходит переход логарифмической зависимости полного сечения рассеяния и наклона дифракционного конуса от энергии к фруассаровскому режиму $\sigma_{\text{tot}} \sim B \sim \ln^2 s$. Зависимость $g(s)$ от энергии становится заметной при переходе от ISR к коллайдеру. Фруассаровский режим наступает при сверхвысоких энергиях $\sqrt{s} \sim 10^{13}$ ГэВ.

Другим интересным свойством модели является универсальность сечения, проявляющаяся при сверхвысоких энергиях [4]. Действительно, перепишем (30) в виде

$$\sigma_{\text{tot}} = 16\pi\alpha' \ln [1 + g_0 (s/s_0)^\delta] (1/\lambda + L). \quad (46)$$

При $g_0 (s/s_0)^\delta \gg 1$ и $L \gg 1$ (первое условие является более жестким) формулу (46) можно приближенно переписать как

$$\sigma_{\text{tot}} = c \ln^2 s, \quad c = 16\pi\alpha'\delta. \quad (47)$$

Значение численного коэффициента c перед $\ln^2 s$ в (43) является предметом дискуссий в литературе. В формуле Фруассара этот коэффициент связан с массой пиона, $c = \pi/m_\pi^2 = 6 \cdot 10^{-26}$ см², и он значительно больше числа, получаемого из подгонок к экспериментальным данным.

Формула (47) связывает коэффициент c с параметрами траектории α' (натяжение струны) и δ . Из наших подгонок $\alpha' = 0,25$ ГэВ⁻², $\delta = 0,06$ мы получим $c = 0,274 \cdot 10^{-27}$ см², что соответствует значению, следующему из экспериментальных подгонок [12, 13].

Свойством универсальности обладают также σ_{el} , σ_{in} и B (см. [4]).

Формула (46) позволяет выделить компоненту полного сечения, ответственную за соотношения между сечениями различных реакций. Таковым является параметр $1/\lambda$ в \mathcal{L}_2 , а также g_0 в (46).

Из опыта известно, что отношение $\sigma_{\text{tot}}^{\text{MB}}/\sigma_{\text{tot}}^{\text{BB}} = 2/3$ удовлетворяется с точностью 10 %, и оно изменяется с энергией. Было предпринято много попыток улучшить точность этого отношения и его согласия с данными путем учета поправок на перерассеяние. По нашему мнению, кварковые соотношения могут быть поняты только после правильного разделения различных компонент полного сечения. Такое разделение можно произвести в нашей модели: первое, постоянное слагаемое в \mathcal{L}_2 , а также g_0 в \mathcal{L}_1 связаны с кварковым счетом, а логарифмически растущее — с универсальной глюонной компонентой.

При низких энергиях кварковая компонента «скрыта» вкладом вторичных траекторий, а при высоких — логарифмически растущей («глюонной») компонентой. Существует, однако, «окно» — при энергиях ускорителя FNAL, где вклад вторичных траекторий составляет всего около 15 %, а $L \ll 1/\lambda$. Например, при $\sqrt{s} = 20$ ГэВ, $L = \ln 4$, что значительно меньше $1/\lambda = 17$. Таким образом, кварковое отно-

шение $\sigma_{tot}^{MB}/\sigma_{tot}^{BB} = 2/3$ лучше всего выполняется при энергиях ускорителя FNAL. При более высоких энергиях отношение будет отклоняться от этого значения, стремясь к асимптотическому пределу 1.

Итак:

а) сечения растут неограниченно, ускоряясь от $\ln s$ до $\ln^2 s$. Компонента $\ln^2 s$ пренебрежимо мала в области энергий ускорителей FNAL, ISR, составляет около 10 % на коллайдере и преобладает в σ_{tot} лишь при энергиях, значительно превышающих энергии следующего поколения ускорителей;

б) параметр δ следует определять из отношения σ_{el}/σ_{tot} , а не из сечений, так как именно это отношение чувствительно к изменению параметра δ . Значение $\delta = 0,06$ в случае дипольной затравки меньше значения δ при выборе затравки в виде простого полюса [32];

в) дифракционное рассеяние содержит две компоненты. Одна из них универсальна и преобладает при сверхвысоких энергиях. Вторая зависит от сорта частиц и лучше всего «видна» в области энергий ускорителя FNAL.

Таблица 1 содержит некоторые предсказания модели для будущих ускорителей.

Таблица 1. Предсказания модели ДП для энергий будущих ускорителей. Под σ_{tot}^{th} подразумевается дифракционная компонента полного сечения (см. рис. 7)

\sqrt{s} , ГэВ	53	62	546	630	900	2200	$6 \cdot 10^3$	10^4	$3 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^4$
g	0,489	0,496	0,658	0,670	0,702	0,789	0,899	0,960	1,108	1,150
$\sigma_{tot}^{th}, 10^{-27} \text{ см}^2$	37,73	39,04	60,76	62,44	66,76	78,53	93,45	101,78	121,49	127,07
$\sigma_{tot}^{exp}, 10^{-27} \text{ см}^2$	37,7	38,7	61	—	66,5	—	—	—	—	—
$\sigma_{el}, 10^{-27} \text{ см}^2$	6,63	6,90	13,07	13,59	14,98	18,98	24,46	27,70	35,85	38,27
$\sigma_{in}, 10^{-27} \text{ см}^2$	31	32,13	47,68	48,83	51,77	59,94	68,98	74,07	85,62	88,79
B	10,75	10,97	13,96	14,14	14,65	15,96	17,49	18,32	20,00	20,49
σ_{el}/σ_{tot}	0,174	0,177	0,215	0,218	0,225	0,242	0,262	0,272	0,295	0,301
$\sigma_{tot}/16\pi B$	0,179	0,182	0,222	0,226	0,233	0,252	0,273	0,284	0,311	0,317

Необычное предельное поведение $\sigma_{el}/\sigma_{tot} \rightarrow 1$, характерное для u -матричного подхода, физически означает, что адроны, пройдя при некоторой промежуточной энергии (значительно превышающей энергию ближайших поколений ускорителей!) предел черного диска $\frac{\sigma_{el}}{\sigma_{tot}} = \frac{1}{2}$, станут светлеть. Увеличение прозрачности при $s \rightarrow \infty$ будет сопровождаться множественным рождением согласно формуле (34).

Отметим, что эти предсказания отражают лишь наше современное представление о структуре и динамике взаимодействия адронов. Следует ожидать, что энергии будущих ускорителей позволят нам проникнуть в глубь строения адронов и откроют новые непредсказуемые в настоящее время эффекты, возможно, связанные с внутренней структурой частиц.

Не исключено, однако, что с дальнейшим ростом энергии адекватной будет оптическая картина взаимодействия адронов. Рассмотрим такую возможность более подробно [33].

Для этой цели в представлении (25) удобно перейти к новой переменной интегрирования y :

$$T(s, t) = i\alpha' L \int_0^\infty \frac{g(s) \sum_{i=1}^2 c_i \exp(-y/(1+\epsilon_i))}{1 + g(s) \sum_{i=1}^2 c_i \exp(-y/(1+\epsilon_i))} J_0(2\gamma\sqrt{y}) dy, \quad (48)$$

$$y = \frac{\rho^2}{4\alpha' L}; \quad \epsilon_1 = \frac{b - i\pi/2}{L}; \quad \epsilon^2 = -\frac{i\pi}{2L}; \quad \gamma^2 = \alpha' |t| L.$$

В области сверхвысоких энергий параметры ϵ_i и $g^{-1}(s)$ являются малыми параметрами. Вычислим амплитуду $T(s, t)$, удерживая два ведущих члена по указанным параметрам. Так как $g(s)$ нарастает очень медленно по сравнению с параметрами ϵ_i^{-1} , мы разложим амплитуду по $g(s)$, ограничиваясь ведущими членами, а в ответе перейдем к большему $g(s)$, т. е. предельный переход осуществим адиабатически по $g(s)$. После несложных преобразований получим

$$T(s, t) = -i\alpha' L \frac{i}{2} \int_C \frac{e^{n \ln g(s) - \gamma^2/n}}{n \sin \pi n} \left(1 + \epsilon - \frac{\gamma^2}{n} \epsilon\right) dn, \quad (49)$$

где

$$\epsilon = \frac{1}{\lambda L} \left(1 - \frac{i\pi\lambda}{2}\right); \quad g(s) = g_0(s/s_0)^\delta,$$

а интегрирование ведется по контуру в комплексной плоскости вдоль мнимой оси между точками $n = 0, n = 1$. Область сверхвысоких энергий определим условием $g(s) > 1$. Как будет видно из дальнейшего, оно возникает естественным образом. При этом условии контур C можно замкнуть на бесконечность в области $\text{Re } n < 0$. Получившийся ряд вычетов от нулей синуса будет сходящимся рядом по степеням $g^{-1}(s)$, за исключением вклада точки $n = 0$. В этой точке

подынтегральная функция имеет существенную изолированную особенность. Вычислим вначале вклад в интеграл (49) от точек $n = -1, -2 \dots$. Обозначим эту часть амплитуды $T^{(1)}(s, t)$. Тогда

$$T(s, t) = -i\alpha' L \left(\frac{i}{2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp(\gamma^2/n) \frac{1}{ng^n} \left(1 + \varepsilon + \frac{\gamma^2 \varepsilon}{n} \right). \quad (50)$$

Отсюда мы видим, что ряд сходится при всех $g(s) > 1$. При $s \rightarrow \infty$ все члены ряда будут иметь степенное падение по энергии, если $\ln g(s) - \gamma^2 > 0$. Вскрывая зависимость $g(s)$ и γ^2 от s , получаем

$$\alpha' |t| < \delta + \frac{n g_0}{L}, \quad |t| \leq \frac{\delta}{\alpha'} \sim 0,1 \text{ ГэВ}^2.$$

Таким образом, в этой области передач вклад точек $n = -1, -2 \dots$ в амплитуду степенным образом падает при $s \rightarrow \infty$. Вычислим теперь вклад точки $n = 0$. В окрестности этой точки представим амплитуду в следующем виде:

$$T(s, t) = -i\alpha' L I, \quad I = T_1 + \varepsilon (I_1 - I_2); \quad (51)$$

$$I_1 = \frac{i}{2} \oint \frac{e^{n \ln g(s) - \gamma^2/n}}{n \sin \pi n} dn, \quad I_2 = \frac{i\gamma^2}{2} \oint \frac{e^{n \ln g - \gamma^2/n}}{n^2 \sin \pi n}.$$

Разложим подынтегральное выражение в окрестности точки $n = 0$. Получим

$$T_1 = \frac{i}{2\pi} \sum_{k, l} [\ln g(s)]^k \frac{(-1)^l \gamma^{2l}}{k! l!} \oint n^{-l+n-2} dn = \frac{1}{\gamma^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[-\gamma^2 \ln g(s)]^k}{k! (k-1)!} =$$

$$= -\ln g(s) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\gamma^2 \ln g(s)]^k}{k! (k+1)!}. \quad (52)$$

Воспользуемся теперь известным представлением для функции Бесселя через степенной ряд:

$$J_n(z) = \left(\frac{z}{2} \right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! (n+k)!} \left(\frac{z}{2} \right)^{2k}.$$

С учетом этого получим для интегралов следующие выражения:

$$I_1 = \frac{1}{\gamma} [\ln^{1/2} g(s)] J_1(2\gamma \ln^{1/2} g(s)),$$

$$I_2 = -\ln g(s) J_2[2\gamma \ln^{1/2} g(s)]. \quad (53)$$

И, наконец, используя рекуррентное соотношение для функций Бесселя

$$J_0(z) + J_2(z) = \frac{2}{z} J_1(z),$$

получаем окончательно для амплитуды (вернее, для вклада в нее от точки $n = 0$) следующее выражение:

$$T(s, t) = i\alpha' L \ln g(s) \left\{ \frac{J_1 [2\gamma \ln^{1/2} g(s)]}{\gamma \ln^{1/2} g(s)} + \epsilon J_0(2\gamma \ln^{1/2} g(s)) \right\} + O(1/s), \quad (54)$$

где $O(1/s)$ означает все степенным образом подавленные вклады.

Чтобы понять физический смысл полученного результата, приведем для сравнения амплитуду рассеяния на абсолютно черном диске радиуса $R(s)$:

$$\left. \begin{aligned} T_{\text{ч.д.}}(s, t) &= i \frac{s}{4} \frac{R(s)}{|t|^{1/2}} J_1[R(s)] |t|^{1/2}, \\ \sigma_{\text{ч.д.}}^t(s) &= 2\pi R^2(s). \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Отсюда видно, что если в (55) для радиуса $R(s)$ взять выражение

$$R(s) = 2[\alpha' L \ln g(s)]^{1/2}, \quad (56)$$

то наша амплитуда [ее первое слагаемое в (54)] равна удвоенной амплитуде рассеяния на черном диске. Поэтому ее вклад в полное сечение будет в 2 раза, а в упругое сечение — в 4 раза больше. Именно такая ситуация характерна для упругого рассеяния в геометрическом пределе, когда все частицы с прицельным параметром ρ , меньшим радиуса мишени, рассеиваются упруго, набирая максимально возможную фазу $\delta = \pi/2$, а все частицы с большим прицельным параметром не рассеиваются. Такой диск будем называть абсолютно упругим.

Таким образом, первый член в (54) описывает рассеяние на абсолютно упругом диске. Его вклад в полное сечение по оптической теореме равен

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = 16\pi\alpha' L \ln g(s) \left(1 + \frac{1}{\lambda L} \right).$$

Что происходит при $\rho = R(s)$, где $R(s)$ определяется соотношением (56)? Для ответа на этот вопрос вспомним, что эйконал

$$\chi(\rho, s) = \ln \left| \frac{1 - iu(\rho, s)}{1 + iu(\rho, s)} \right|.$$

В пределе больших энергий $u(\rho, s) \rightarrow ig(s) \exp[-\rho^2/(4\alpha' L)]$. Отсюда видно, что при $\rho = R(s)$ эйконал $\chi(\rho, s)$ обращается в бесконечность. Следовательно, на границе диска происходит полное поглощение. Итак, окончательно, первый член в (54) описывает рассеяние на абсолютно упругом диске с абсолютно поглощающим краем.

Отсюда следует, что отношение квадратов радиусов неупругого и упругого взаимодействий равно 2. Этот результат можно получить также из (40) и (41), если $g(s) \rightarrow \infty$ и воспользоваться разложением (44) для Σ при больших g .

При вычислении амплитуды мы ограничились в разложении профильной функции $h(\rho, s)$ первыми двумя членами по степеням L^{-1} , и второй член дал в амплитуду вклад, пропорциональный функции Бесселя $J_0 [2\gamma \ln^{1/2} g(s)]$. Какая физическая интерпретация у этого вклада? Анализ разложения профильной функции по степеням L^{-1} показывает, что удержание всех членов в этом разложении приводит к следующему выражению для амплитуды:

$$T(s, t) = i\alpha' L \ln g(s) \times \\ \times \left\{ \frac{J_1 [2\gamma \ln^{1/2} g(s)]}{\gamma \ln^{2/2} g(s)} + \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{b_k}{L^k} J_k [2\gamma \ln^{1/2} g(s)] \right\}. \quad (57)$$

Интерпретация второго слагаемого возможна в рамках модели, предложенной в [34] и известной как модель с упругим туннелированием. В этой модели рассматривается объемная дифракция на сфероиде с поглощающей поверхностью. Эффект упругого туннелирования заключается в том, что частица с прицельным параметром ρ , большим, чем перпендикулярный радиус сфероида, «втягивается» в классически запрещенную область, интерферируя с волной, дифрагирующей на поверхности сфероида. Этот эффект может быть интерпретирован как рассеяние на капле, поверхность которой испытывает деформацию под действием падающей волны. Радиус капли как функцию сферических углов можно разложить в ряд по сферическим функциям Лежандра:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{l, m} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi) \right].$$

Профиль капли в направлении распространения падающей волны задается соотношением

$$R\left(\frac{\pi}{2}, \varphi\right) = R_0 \left[1 + \sum_{l, m} Y_{lm}\left(\frac{\pi}{2}, \varphi\right) a_{lm} \right],$$

а амплитуда рассеяния есть

$$f(q_{\perp}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R(\pi/2, \varphi)} \exp(iq_{\perp}\rho) \rho d\rho.$$

Выполняя интегрирование, получаем

$$f(q_{\perp}) = i \frac{J_1(q_{\perp} R_0)}{q_{\perp} R_0} R_0^2 + i \sum_{k=0}^{\infty} c_k J_k(q_{\perp} R_0).$$

Сравнивая с нашей амплитудой, мы видим, что коэффициенты b_k определяют квантовые флуктуации капли. С другой стороны, природа этих коэффициентов связана с тем, что в исходном выражении матрицы $u(\rho, s)$ присутствуют члены с двумя различными радиусами R_1 и R_2 . Поэтому кратность вакуумного полюса можно интерпрети-

ровать как следствие деформации поверхности адрона при взаимодействии. В пределе $s \rightarrow \infty$ эти эффекты исчезают, и остается лишь вклад от рассеяния на диске с радиусом $R(s)$, задаваемым соотношением (56).

При $g(s) < 1$, т. е. в области энергий, где эйконал нарастает с ростом энергии, можно получить аналогичное (49) представление для амплитуды с той лишь разницей, что теперь мы не можем устремить контур интегрирования в область $\text{Re } n \rightarrow -\infty$. Однако можно выделить вклад точки $n = 0$, и тогда оставшийся интеграл будет играть роль «подкладки». Вклад точки $n = 0$ будет аналогичен (54), но вместо функций Бесселя с действительным аргументом будет стоять модифицированная функция Бесселя $I_\nu(q_\perp R_0)$. Такую амплитуду можно интерпретировать как рассеяние на объекте с мнимым радиусом, т. е. на «рыхлом» объекте. Это становится понятным, если вспомнить, что в нашей модели эйконал $\chi(\rho, s)$ обращается в бесконечность в центре адрона при энергии, задаваемой условием $g(s) = 1$. Это есть энергия возникновения упругого ядра.

4. МНОЖЕСТВЕННОЕ РОЖДЕНИЕ

Наряду с подтверждением роста сечений взаимодействия адронов и ростом отношения σ_{el}/σ_{tot} , свидетельствующим о нарушении геометрического скейлинга, к важнейшим результатам, полученным на $S\bar{p}pS$ -коллайдере, относится обнаружение нарушения скейлинга КНО в распределении по множественности. В данном разделе мы исследуем связь между этими явлениями.

Напомним, что скейлинг Кобы — Нильсена — Олесена (КНО) связывает между собой три наблюдаемые величины, каждая из которых сложным образом зависит от энергии: растущую с энергией среднюю множественность $\langle n(s) \rangle$, топологические сечения $\sigma_n(s)$ и неупругое сечение $\sigma_{in}(s)$, которое является суммой топологических сечений. Составленная из них комбинация

$$\Psi(z) = \langle n(s) \rangle \frac{\sigma_n(s)}{\sigma_{in}(s)}, \quad z = \frac{n}{\langle n \rangle},$$

однако, не зависит от энергии в широком интервале энергий. Представляет очевидный интерес исследование связи между наблюдаемым на коллайдере ростом отношения σ_{el}/σ_{tot} и нарушением скейлинга КНО.

Связь амплитуды рассеяния с неупругими процессами определяется условием унитарности (24). Функция перекрытия G_{in} , содержащая информацию о неупругих процессах, выражается через интервалы от неупругих амплитуд, поэтому непосредственной связи с такими характеристиками множественных процессов, как функция распределения, корреляционные коэффициенты и другие, не существует; установление ее требует привлечения дополнительных модельных предположений, которые мы обсудим ниже.

Известны различные модели, в которых предполагается, что процесс образования вторичных частиц идет через образование некоторого числа кластеров, распад которых дает вторичные частицы.

В кластерных моделях вводятся функции распределения по числу частиц, возникающих при распаде кластера, а затем строится функция распределения по полному числу вторичных частиц.

В моделях, основанных на теории поля, исходят из того, что амплитуду, имеющую полюс Редже, можно построить, суммируя лестничные диаграммы. Неупругие амплитуды получаются разрезанием лестницы или нескольких лестниц. Распределение по числу частиц в лестничной диаграмме предполагается пуассоновским. Это предположение базируется на анализе ряда теории возмущений.

К сожалению, нам не известен пример из теории поля, который показывал бы существование особенности типа кратного полюса в j -плоскости. Ситуация, по-видимому, является более сложной, и ведущей особенностью может быть сгущение полюсов или ветвление в j -плоскости около 1. Вполне возможно, что ДП является просто удобной аппроксимацией какой-то совокупности особенностей, расположенных правее 1. Поскольку нам неизвестно теоретико-полевое происхождение диполя, мы будем следовать геометрической модели множественного рождения, развитой в [35—42]. В этом подходе вводится среднее число частиц, рожденных при заданном значении прицельного параметра $P(n, \rho)$. Распределение по полному числу частиц получается усреднением с неупругой функцией перекрытия:

$$P(n) = \frac{1}{\sigma} \int d\rho G(\rho, s) P(n, \rho), \quad (58)$$

где

$$\sigma = \int d^2\rho G(\rho, s).$$

Средняя множественность $\langle n(s) \rangle$ определяется как

$$\langle n(s) \rangle = \frac{1}{\sigma} \int d^2\rho G(\rho, s) n(\rho, s), \quad (59)$$

а моменты распределения $P(n)$

$$\langle n^k \rangle = \sum_n n^k P(n) = \frac{1}{\sigma} \int d^2\rho G(\rho, s) \langle n^k(\rho) \rangle, \quad (60)$$

где

$$\langle n^k(\rho) \rangle = \sum_n n^k P(n, \rho).$$

Для корреляционных коэффициентов

$$c_k = \langle n^k \rangle / \langle n \rangle^k$$

получаем

$$c_k = \frac{1}{\sigma \langle n \rangle^k} \int d^2\rho G(\rho, s) n^k(\rho, s) b_k(\rho, s), \quad (61)$$

где $b_k(\rho, s)$ — корреляционные коэффициенты распределения $P(n, \rho)$:

$$b_k(\rho, s) = \frac{\langle n^k(\rho, s) \rangle}{n^k(\rho, s)}.$$

В геометрической модели множественного рождения предполагается, что число частиц, рожденных при заданном прицельном параметре ρ , пропорционально количеству сталкивающегося адронного вещества, т. е.

$$n(\rho, s) = N(s) G(\rho, s). \quad (62)$$

Это очень серьезное предположение. В принципе, число частиц $n(\rho, s)$ может зависеть от неупругой функции перекрытия более сложным образом. Например, в эйкональной модели для амплитуды упругого рассеяния более естественной представляется зависимость $n(\rho, s) \sim \sqrt{\Omega(\rho, s)}$. Обе эти возможности были рассмотрены в [41].

Анализ мультипериферической модели множественного рождения указывает, что в многочастичных процессах следует учитывать поглощение. С физической точки зрения это означает, что неупругая функция перекрытия $G(\rho, s)$ определяется не только процессами множественного рождения, но и взаимодействием частиц в конечном состоянии. Простейший способ учета абсорбтивных поправок состоит в том, что вместо функции перекрытия $G(\rho, s)$ вводится функция \tilde{G} , которая связана с G соотношением:

$$G = |S| \tilde{G}, \quad (63)$$

где S — двухчастичная S -матрица в представлении прицельного параметра [38]. В [39] указывается, что абсорбтивные поправки можно учитывать более общим способом, а именно заменой

$$G = f(S) \tilde{G},$$

где функция $f(S)$ удовлетворяет единственно условию $f(1) = 1$.

Теперь мы покажем в общем виде, как из геометрического скейлинга следует скейлинг КНО в распределении по множественности, а затем рассмотрим конкретные примеры. Предположим, что при заданном ρ имеет место скейлинг в распределении $P(n, \rho)$:

$$P(n, \rho) = \frac{1}{n(\rho, s)} \varphi(n/n(\rho, s)). \quad (64)$$

Если имеет место геометрический скейлинг, то зависимость $G(\rho, s)$ и соответственно $n(\rho, s)$ от ρ, s входит лишь через отношение $x = \rho^2/R^2(s)$, т. е.

$$G(\rho, s) = G(x), \quad n(\rho, s) = N(s) n(x);$$

$$\begin{aligned} \text{тогда } \sigma &= R^2 \int dx G(x) = R^2 I_0, \langle n \rangle = N I_1 I_0^{-1}, I_1 = \int dx G(x) n(x), \\ P(n) &= \frac{1}{I_0 N} \int dx \frac{G(x)}{n(x)} \varphi \left[\frac{n}{N n(x)} \right] = \\ &= \frac{I_1}{\langle n \rangle I_0^2} \int dx \frac{G(x)}{n(x)} \varphi \left[\frac{n I_1}{\langle n \rangle I_0 n(x)} \right], \end{aligned} \quad (65)$$

и мы видим, что величина $\langle n \rangle P(n)$ зависит лишь от $z = n / \langle n \rangle$,

$$\langle n \rangle P(n) = \Psi(z) = \frac{I_1}{I_0} \int dx \frac{G(x)}{n(x)} \varphi \left(\frac{z I_1}{I_0 n(x)} \right). \quad (66)$$

Если распределение $P(n, \rho)$ удовлетворяет (63), то его корреляционные коэффициенты b_h не зависят от ρ и s и тогда из (61) находим соотношение между корреляционными коэффициентами распределения $P(n)$ и $P(n, \rho)$:

$$c_h = \int_0^\infty dz z^h \Psi(z) = c_h^0 b_h,$$

где

$$c_h^0 = \frac{I_0^{h-1}}{I_1^h} \int_0^\infty dx G(x) n^h(x); \quad b_h = \int_0^\infty dz z^h \varphi(z).$$

Покажем теперь, что нарушение геометрического скейлинга, которое в данной модели описывается ростом g с энергией, приводит к нарушению КНО-скейлинга, а именно к расширению КНО-распределения, которое наблюдается при энергии коллайдера. Сначала, следуя [37, 40], мы рассмотрим упрощенную модель множественного рождения. В пределе больших энергий выражение для дипольного померона (18) упрощается:

$$h(\rho, s) = ig \exp(-x),$$

где

$$x = \rho^2 / 4\alpha' L.$$

Далее $h(\rho, s)$ мы рассматриваем как u -матрицу, которая связана с амплитудой рассеяния соотношением

$$f(\rho, s) = \frac{u(\rho, s)}{1 - iu(\rho, s)} = \frac{ig e^{-x}}{1 + g e^{-x}}.$$

Для неупругой функции перекрытия получаем

$$G(\rho, s) = \frac{g e^{-x}}{(1 + g e^{-x})^2}.$$

Двухчастичная S -матрица в представлении прицельного параметра есть

$$S = \frac{1 + iu}{1 - iu} = \frac{1 - g e^{-x}}{1 + g e^{-x}}.$$

Поглощение мы учтем формулой, обобщающей (63):

$$\tilde{C} = \frac{G}{|S|^\alpha} = \frac{ge^{-x}}{[1+ge^{-x}]^2} \left(\frac{1+ge^{-x}}{1-ge^{-x}} \right)^\alpha.$$

Число частиц, рожденных при прицельном параметре ρ ,

$$n(\rho, s) = N(s) \tilde{G}.$$

Считая, что распределение $P(n, \rho)$ в (58) является δ -функцией, после очевидной замены переменной интегрирования получаем

$$P(n) = \frac{1+g}{g} \int_0^g \frac{dx}{(1+x)^2} \delta \left[n - N \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha \frac{x}{(1+x)^2} \right], \quad (67)$$

а также среднюю множественность

$$\langle n(s) \rangle = \frac{N(1+g)}{g} \int_0^g \frac{x dx}{(1+x)^4} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^\alpha = Na^{-1}. \quad (68)$$

Выполнив интегрирование в (65), находим

$$\Psi(z) = \langle n \rangle P(n) = \frac{1+g}{g} \frac{x(1-x)}{(1+x)[(1-x)^2 + 2\alpha x]}, \quad (69)$$

где $z = n/\langle n \rangle$, а x связано с z уравнением

$$z = \frac{ux}{(1+x)^{2-\alpha}(1-x)^\alpha}. \quad (70)$$

Отметим, что из (65) следует существование максимального значения

$$z_{\max} = \frac{ag}{(1+g)^{2-\alpha}(1-g)^\alpha}. \quad (71)$$

Формулы (69) — (71) явным образом показывают, как нарушение геометрического скейлинга связано с нарушением КНО-скейлинга: единственным параметром, который входит в эти формулы, является g . Зависимость g от энергии (т. е. нарушение геометрического скейлинга) приводит к зависимости $\Psi(z)$ от энергии — нарушению КНО-скейлинга [37].

Рассмотрим теперь случай $\alpha = 0$ (без учета поглощения) и $\alpha = 1$ (учитывается поглощение), когда все вычисления можно выполнить аналитически. При $\alpha = 0$

$$\langle n \rangle = N \frac{g(3+g)}{6(1+g)^2}, \quad z_{\max} = \frac{6}{3+g};$$

z_{\max} убывает с ростом g , т. е. распределение $\Psi(z)$ с ростом s сужается, что противоречит экспериментальным данным.

При $\alpha = 1$

$$a^{-1} = \frac{1+g}{4g} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1+g}{1-g} - \frac{g}{(1+g)^2} \right], \quad z_{\max} = \frac{ag}{1-g^2}. \quad (72)$$

Из формул (72) легко убедиться, что z_{\max} увеличивается с ростом g , т. е. распределение $\Psi(z)$ расширяется, что и наблюдается на коллайдере.

В работе [40] были вычислены корреляционные коэффициенты распределений по множественности с учетом поглощений по (63). Распределение $P(n, \rho)$ считалось δ -функцией. Сравнение с экспериментальными данными показывает, что учет поглощения приводит к тому, что в ряде случаев корреляционные коэффициенты превосходят их экспериментальные значения. Такое расхождение нельзя компенсировать распределением $P(n, \rho)$, поскольку оно может только увеличить корреляционные коэффициенты.

Согласия с экспериментом можно добиться за счет выбора функции $n(\rho, s)$. Следует отметить, что основную характеристику нарушения КНО-скейлинга — расширение распределения с увеличением энергий — модель описывает правильно и связывает ее с нарушением геометрического скейлинга, а именно с ростом отношения σ_{el}/σ_{tot} . С ростом энергии нарушение КНО-скейлинга не исчезнет — в этом наши результаты отличаются от [38], где утверждает, что с ростом энергии зависимость корреляционных коэффициентов от энергии исчезнет.

В работах [42, 43] также изучалось нарушение КНО-скейлинга в модели, близкой к нашей. Однако в этих работах сразу задается неупругая функция перекрытия, которая подгоняется под распределение по множественности, но не соответствует (посредством условия унитарности) — в отличие от нашей модели — наблюдаемой картине упругого рассеяния.

После опубликования данных коллайдера о нарушении геометрического и КНО-скейлинга появилось много теоретических работ, в которых авторы предлагают [41—44] отказаться от этих закономерностей. По нашему мнению, такой вывод является преждевременным. Как и в случае симметрий и соответствующих им групп, нам представляется более естественным построение модели, обладающей скейлингом, затем — его нарушение. Обычные реджевские модели (с простым полюсом) вообще не обладают геометрическим скейлингом, поэтому авторы этих моделей с готовностью принимали нарушение геометрического скейлинга при энергиях коллайдера. Не удивительно также, что эти модели нарушают КНО-скейлинг, поскольку распределение по множественности в этих моделях строится из комбинаций пуассоновских распределений, которые не обладают КНО-скейлингом [44].

Перечислим использованные в наших расчетах приближения и отметим возможные пути улучшения согласия с экспериментальными данными:

1. В наших расчетах использовалось δ -видное распределение при прицельном параметре ρ . Для более реалистического «размытого» по $n(\rho)$ распределения получим выражение $c_k = c_0^k b_k$. Учитывая, что коэффициенты $b_k > 1$, легко увидеть, что размытие по $n(\rho)$

приведет к улучшению согласия с экспериментом для всех корреляционных коэффициентов, кроме c_2 , при $\sqrt{s} = 53$ ГэВ.

2. При вычислении G мы использовали предел больших энергий, в котором два радиуса сравниваются и амплитуда рассеяния имеет вид гауссиана, что позволило нам провести вычисления в явном виде. При этом, однако, мы пренебрегли важным свойством абсорбции, содержащимся в исходной модели (16) с двумя гауссианами.

3. По тем же соображениям простоты мы использовали линейные траектории. Чрезвычайно важным и неизученным пока является вопрос о влиянии структуры в дифференциальном сечении на распределение по множественности. Вполне возможно, что учет тонких эффектов, наблюдаемых в упругом рассеянии (излом, провал, орирзовское поведение) и связанных с формой траектории Редже, значительно повлияет на картину множественного рождения.

В следующем разделе мы подробно обсудим эти явления в упругом рассеянии при высоких энергиях.

5. УПРУГОЕ pp - И $\bar{p}p$ -РАССЕЯНИЕ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В разд. 1—3 были изложены общие свойства развиваемой нами дипольной (или геометрической) модели. Мы привели оценки параметров, основанные на том известном факте, что взаимодействие

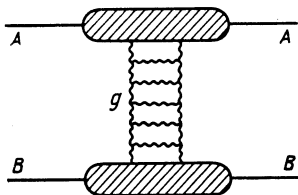


Рис. 5. Померон в КХД

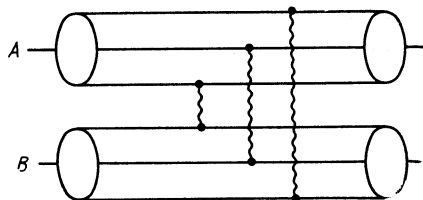


Рис. 6. Трехглюонный обмен (оддерон) в борновском приближении

адронов при высоких энергиях определяется в основном вкладом полюса Померанчука (помероном, рис. 5).

Детальное описание данных требует учета дополнительных к померону вкладов — вторичных траекторий, а также оддерона — C , нечетного аналога померона [45]. На присутствие оддерона указывает наблюдаемое при $\sqrt{s} = 53$ ГэВ различие в pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии в области дифракционного минимума, а также большое значение сечения в области «плеча» в $\bar{p}p$ -рассеянии, наблюдаемое на коллайдере. Отметим, что возможность существования C -нечетного вклада с вакуумными квантовыми числами и высоким интерсептом и ранее обсуждалась в литературе [46—49] (рис. 6).

При параметризации оддерона мы исходим из следующих соображений [45]:

1. При $t = 0$ вклад оддерона подавлен. На такое подавление указывает кварковая модель, а также анализ данных.

2. «Сшивка» с результатами КХД при больших $|t|$.

3. Рост сечения в области второго конуса, наблюдаемый в рассеянии при переходе от энергии $\sqrt{s} = 53$ ГэВ к энергии 546 ГэВ.

4. Согласие с экспериментальными данными в максимально широкой области переданных импульсов и при различных энергиях.

Из п. 3 следует, что оддерон является более жесткой сингулярностью, чем простой полюс. Учитывая совокупность перечисленных свойств, мы будем использовать для оддерона дипольный анзац (6), аналогичный ДП. Отметим, что в модели ДП вычет перед вторым слагаемым, соответствующий рассеянию в области второго конуса, является константой, что находится в соответствии с представлением о точечном взаимодействии глюонов с кварками в этой области.

В соответствии с п. 1 мы предполагаем также, что вычет оддерона G и его производная G' обращаются в нуль при $t = 0$.

Таблица 2. Знаки соответствующих слагаемых

Рассеяние	T_P	T_{odd}	T_f	T_ω
$p\bar{p}$	+	+	+	+
pp	+	-	+	-

Следуя работе [45], будем учитывать в амплитуде рассеяния четыре слагаемых — померон, оддерон и два реджеона — траектории f и ω (вклады ρ и A_2 траекторий малы, их учет сводится лишь к перенормировке параметров f - и ω -вкладов).

Итак (табл. 2),

$$T_{2 \rightarrow 2} = T_P + T_{\text{odd}} + T_f + T_\omega. \tag{73}$$

Соответствующие слагаемые имеют вид:

1. Для померона используется стандартный дипольный анзац (16):

$$T_P(s, t) = iAs \left(\frac{s}{s_0} e^{-\frac{i\pi}{2}} \right)^{\alpha_0} [R_1 \exp(-R_1 \tilde{\alpha}) - \varepsilon R_2 \exp(-R_2 \tilde{\alpha})],$$

где

$$\alpha_P(t) = 1 + \alpha_0 - \tilde{\alpha}(t); \quad \tilde{\alpha}(t) = -\alpha_1 t + \alpha_2 (\sqrt{4m_\pi^2 - t} - 2m_\pi);$$

$$R_1 = b + L - i\pi/2; \quad R_2 = L - i\pi/2.$$

2. Следуя аргументам, приведенным выше, мы используем для оддерона дипольную модель (6) с экспоненциальной

$$\left. \begin{aligned} G(\tilde{\beta}) &= [1 - \exp(-b\tilde{\beta}^\lambda)]^2, \quad \beta(t) = 1 + \beta_0 - \tilde{\beta}(t), \\ \tilde{\beta}(t) &= -\beta_1 t + \beta_2 (\sqrt{\mu^2 - t} - \mu) \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

параметризацией функции вычета. Приведенный пример нам представляется простейшим, удовлетворяющим сформулированным выше требованиям.

3. Для вклада ω - и f -мезонов используем стандартную параметризацию в виде простых полюсов

$$T_R(s, t) = A_R \left(-\frac{1 + \xi e^{-i\pi\alpha_R}}{\sin \pi\alpha_R} \right) \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_R} e^{bt} \quad (75)$$

с линейными траекториями

$$\alpha_f(t) = \alpha_f - 0,84 |t|, \quad \alpha_\omega(t) = \alpha_\omega - 0,93 |t|.$$

Интерсекты померона, оддерона, а также ω - и f -траекторий — свободные параметры, определяемые из подгонок (табл. 3).

Таблица 3. Значения подгоночных параметров и χ^2 [45] (см. разд. 5)

f (1270)	Померон
$a = 9,144 \pm 0,1039$	$b = 10,42 \pm 0,1517 \cdot 10^{-2}$
$B = 7,398 \pm 0,1875$	$A = 0,2435 \pm 0,7898 \cdot 10^{-4}$
$\alpha_f(0) = 0,7000 \pm 0,4980 \cdot 10^{-4}$	$S_0 = 16,46 \pm 0,02652$
ω (783)	$\varepsilon = 0,01657 \pm 0,1420 \cdot 10^{-3}$
$a = 5,718 \pm 0,01877$	$\alpha_0 = 0,0477 \pm 0,3496 \cdot 10^{-4}$
$b = 7,398$	$\alpha_1 = 0,3084 \pm 0,3719 \cdot 10^{-3}$
$\alpha_\omega = 0,4506 \pm 0,4307 \cdot 10^{-3}$	$\alpha_2 = 0,03618 \pm 0,4979 \cdot 10^{-3}$
ρ (770)	Оддерон с экспоненциальным вычетом
$a = 0,0000$	$b = 5,991 \pm 0,1560$
	$B = 0,2060 \cdot 10^{-2} \pm 0,2956 \cdot 10^{-4}$
	$S_0 = 302,4 \pm 11,71$
A_2 (1320)	$\lambda = 1,844 \pm 0,1702 \cdot 10^{-1}$
$a = 0,0000$	$\beta_0 = 0,6514 \pm 0,3758 \cdot 10^{-2}$
	$\beta_1 = 0,3998 \pm 0,1368 \cdot 10^{-2}$
	$\beta_2 = 0,0000$
	$\mu = 0,0000$
$N_{\text{точ}} = 565$	Масштаб
$N_{\text{пар}} = 20$	ISR — $\bar{p}p = 0,7900 \pm 0,4711 \cdot 10^{-2}$
$D_F = 545$	UA4-630 = $0,9148 \pm 0,02970$
$\chi^2/D_F = 2,091$	
$C_L = 0,000$	

Результаты подгонок показаны на рис. 7—12. Минимизация велась [45] одновременно к данным о pp - и $p\bar{p}$ -рассеянии в широком интервале энергии и переданного импульса с использованием банка данных ИФВЭ.

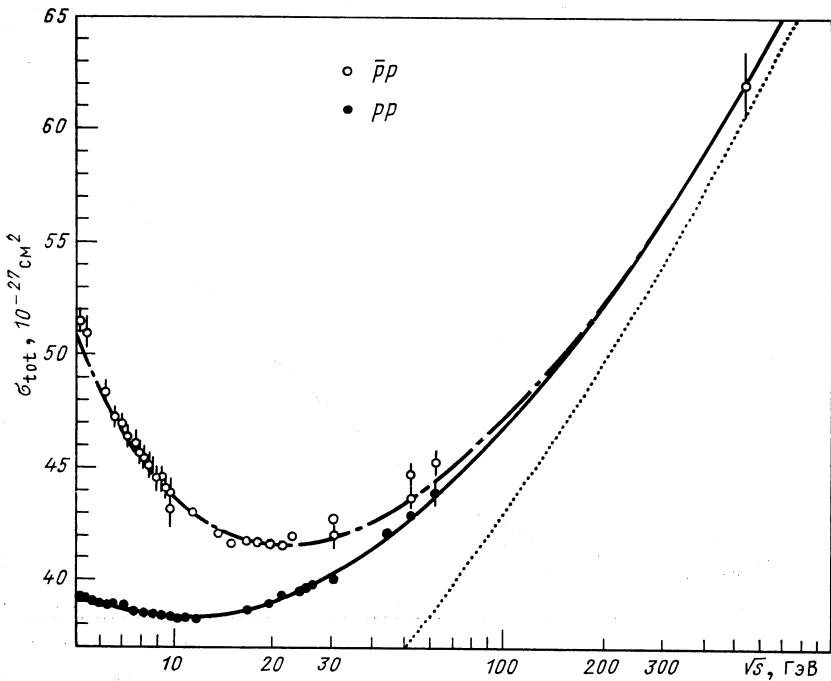


Рис. 7. Подгонка [45] к данным о полном сечении pp - и $\bar{p}p$ -рассеяния; точечная линия соответствует вкладу померона

Подгонка к данным о полном сечении в интервале энергий $6 < \sqrt{s} < 546$ ГэВ показана на рис. 7. Как видно из этого рисунка, теоретическая кривая находится в согласии с экспериментальными данными. Экстраполяция полного сечения в область сверхвысоких энергий показана на рис. 8. На обоих рисунках выделен вклад дифракционного рассеяния. Вклад вторичных траекторий составляет около 15 % в области энергий ISR и 3 % — на коллайдере.

Отношение действительной к мнимой части амплитуды рассеяния при $t = 0$, $\rho(s, 0)$ также отлично согласуется с данными о pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии в широкой области энергий начиная с $\sqrt{s} = 6$ ГэВ (рис. 9). Напомним, что для такого согласия необходимо подавление при $t = 0$ вклада оддерона*, растущего с энергией при $t \neq 0$. Подгонки к данным о дифференциальном сечении pp - и $\bar{p}p$ -рассеяния показаны на рис. 10–12.

Результаты подгонок к данным о дифференциальном сечении

* Недавно появились результаты измерений на pp -коллайдере отношения $\rho(\sqrt{s} = 546 \text{ ГэВ}) = 0,24$ (Bernard D. Preprint CERN/EP87-147), что указывает на возрастающий с энергией вклад в амплитуду рассеяния оддерона.

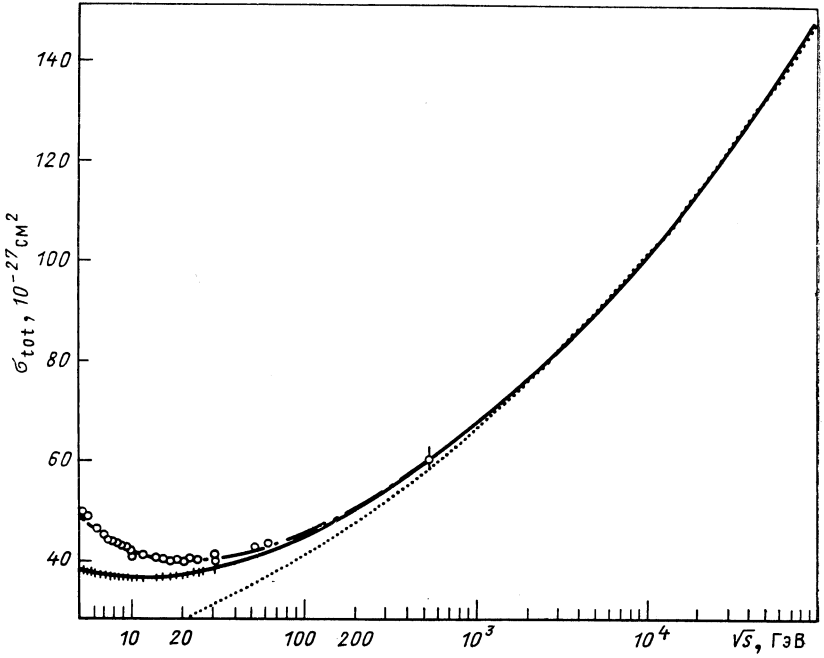


Рис. 8. Экстраполяция [45] полного сечения в область сверхвысоких энергий

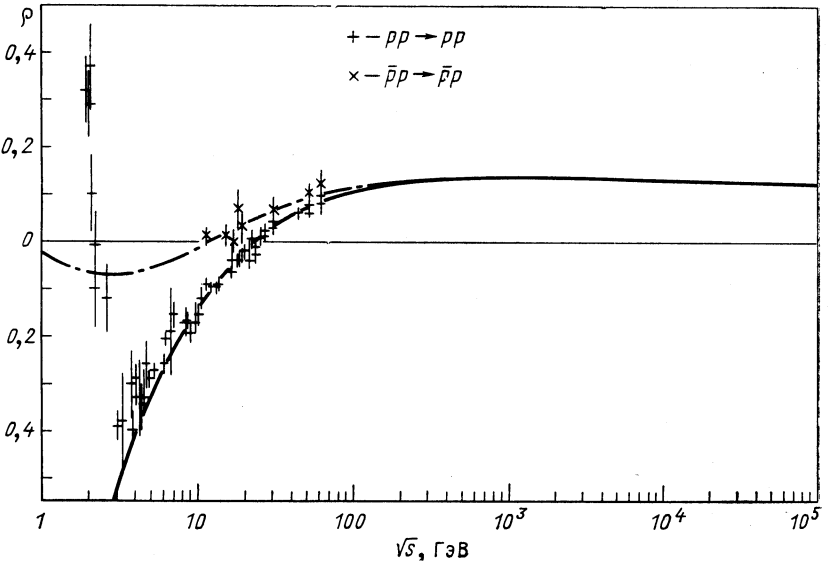


Рис. 9. Отношение $\rho(s, 0)$ в модели [45]

рассеяния при малых $|t|$, $-t < 0,45$ (ГэВ/с)² при энергиях $\sqrt{s} = 53$ ГэВ и $\sqrt{s} = 63$ ГэВ показаны на рис. 10.

На рис. 11 показаны результаты подгонок к данным о дифференциальном сечении, включающих область дифракционного минимума. Подгонки выполнены для pp -рассеяния при двух энергиях $\sqrt{s} = 53$ ГэВ и $\sqrt{s} = 62$ ГэВ в интервале переданных импульсов $0 < -t \leq 5$ (ГэВ/с)² и для $\bar{p}p$ -рассеяния при энергии ускорителя ISR $\sqrt{s} = 53$ ГэВ и энергии коллайдера $\sqrt{s} = 546$ ГэВ во всей области

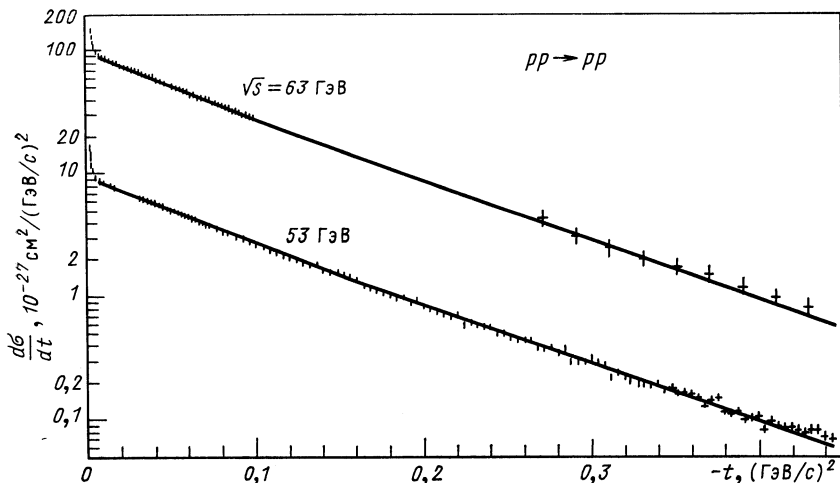


Рис. 10. Дифференциальное сечение в области излома [45]

значений переданных импульсов, для которых имеются экспериментальные данные.

На рис. 12 отдельно показаны также кривые квадратов реальной и мнимой частей померона и оддерона. Из этих рисунков видно, что в области второго конуса преобладает вклад оддерона над помероном, причем отношение их вкладов растет с энергией. Быстрый рост относительного вклада оддерона необходим для поднятия «полки» в $d\sigma/dt(\bar{p}p)$ при $t = -1,3$ (ГэВ/с)² от энергии ISR до энергии коллайдера более чем на порядок:

$$\left. \frac{\ln \left(\frac{s_{\text{coll}}}{s_0} \right) \left(\frac{s_{\text{coll}}}{s_0} \right)^{\beta(t)}}{\ln \left(\frac{s_{\text{ISR}}}{s_0} \right) \left(\frac{s_{\text{ISR}}}{s_0} \right)^{\beta(t)}} \right|_{-t=1,3 \text{ ГэВ}^2/c^2} \simeq \sqrt{10}.$$

Такой рост обеспечивается большим интерсептом оддерона

$$\beta_{\text{odd}}(0) = 1,65.$$

Для согласования большого вклада оддерона с наблюдаемым пове-

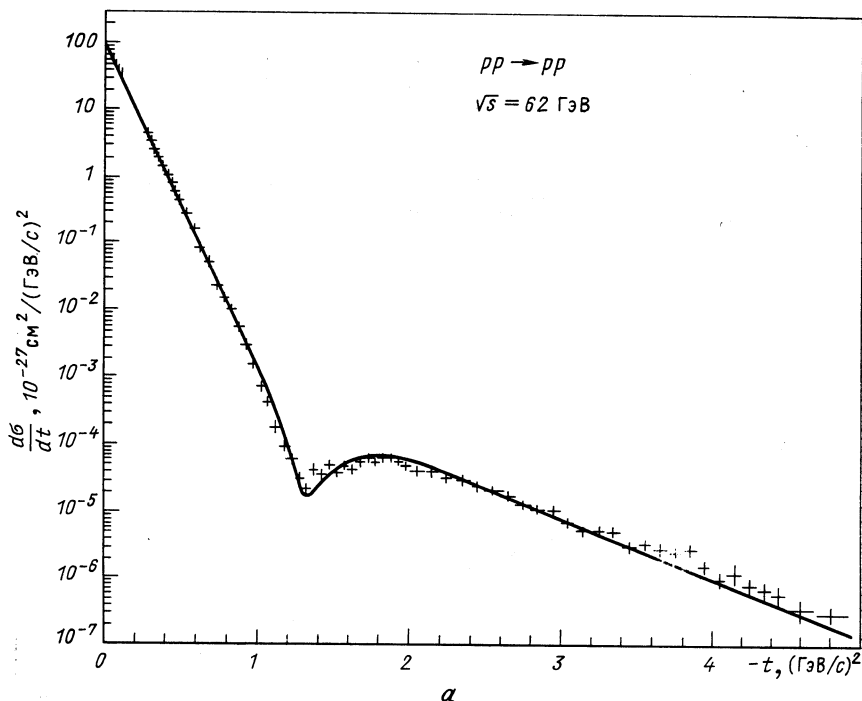


Рис. 11. Подгонка [45] к данным о pp - и $\bar{p}p$ -рассеянии, включающем дифракционный минимум при разных энергиях

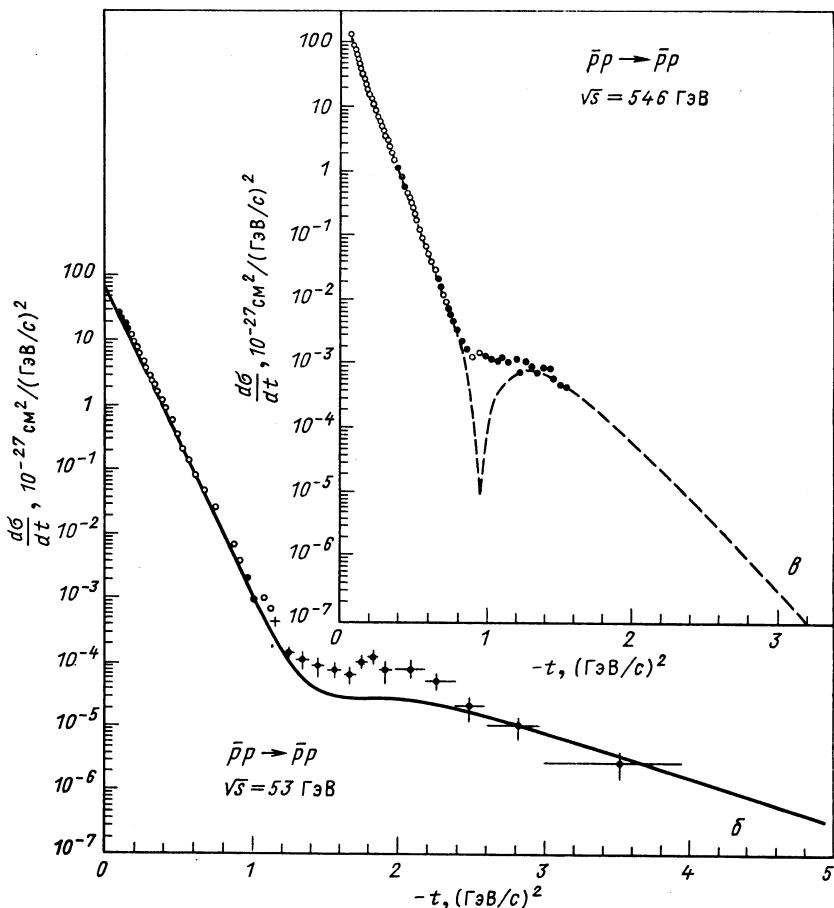
дением $\rho(s, 0)$ необходимо, как мы уже отмечали, подавление вклада оддерона вблизи $t = 0$.

Важным аспектом и следствием нашего анализа являются осцилляции или смена знака в слагаемых $\text{Re } T_P$, $\text{Im } T_P$, $\text{Re } T_{\text{odd}}$, $\text{Im } T_{\text{odd}}$.

В области $|t| \sim 1$ (ГэВ/c)² эти осцилляции существенны для механизма наблюдаемого на опыте дифракционного минимума. Знак амплитуды может служить указанием на сшивку с результатами КХД. Действительно, приняв точку зрения, что при больших $|t|$ рассеяние определяется трехглюонным обменом (который в амплитуду рассеяния дает реальный вклад с определенным знаком), мы должны потребовать, чтобы вклад оддерона в амплитуду имел тот же знак.

Итак, результаты анализа, выполненного в данном разделе, показывают, что в амплитуде рассеяния наряду с помероном и вторичными траекториями присутствует также оддерон. Вклад оддерона по сравнению с помероном подавлен примерно на порядок. Присутствие оддерона в амплитуде рассеяния следует как из подгонки к данным, так и из КХД.

В КХД в приближении главных логарифмов вклад дают диаграм-



мы с минимальным числом глюонов в t -канале, допустимые квантовыми числами. В этом приближении бесцветное состояние с положительной C -четностью — померон строится из двух глюонов. Бесцветный объект с $C = -1$, оддерон — из трех глюонов.

Следует подчеркнуть, что с точки зрения КХД оддерон более удобный объект исследования, чем померон, так как он (оддерон) доминирует при сравнительно больших $|t|$, где есть надежда полагаться на некоторые из результатов КХД и таким образом — на сшивку ее с реджевской моделию.

К сожалению, из КХД пока не удается получить сколь-нибудь надежных количественных результатов, касающихся главных вопросов, а именно: вида сингулярности (простой, кратный, полюс, разрез, сгущение полюсов...?), формы траектории и вычета. Тем не менее ряд качественных следствий КХД, использованный нами,

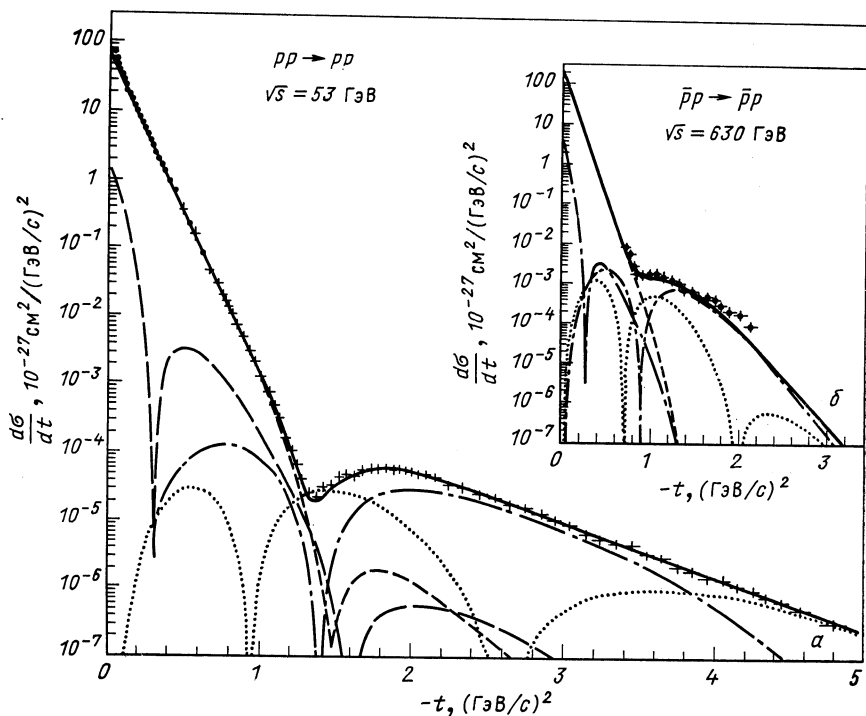


Рис. 12. Осцилляции реальной и мнимой частей померона и оддерона при разных энергиях [45]:

--- $\pi \text{Re}^2 f_P$; --- $\pi \text{Im}^2 f_P$; - - - $\pi \text{Re}^2 f_{\text{odd}}$; ... $\pi \text{Im}^2 f_{\text{odd}}$

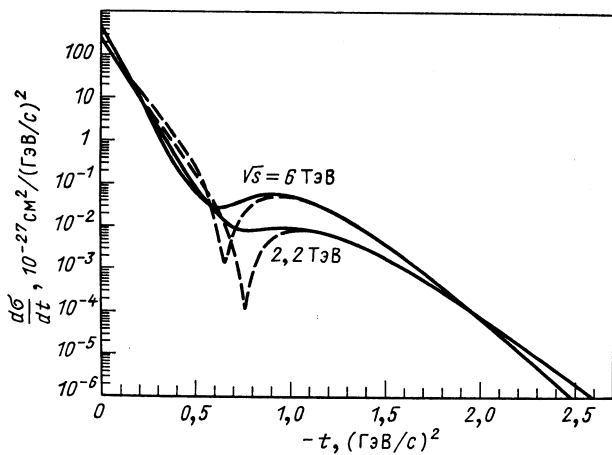


Рис. 13. Предсказания [45] дипольной модели для УНК

позволяет значительно сузить произвол при определении модели оддерона:

1. Анализ цветовой структуры диаграмм, описывающих взаимодействие трех глюонов с мезонами, состоящими из кварка и антикварка, показывает, что это взаимодействие описывается C -четной F -связью. По этой причине оддерон не дает вклада в амплитуды мезон-нуклонного рассеяния. Доминантной конфигурацией в нуклоне является конфигурация кварка и дикварка. Дикварк является антитриплетом по цвету и имеет малый радиус $0,2$ фм, т. е. при малых переданных импульсах дикварк представляется точечной системой. По этой причине цветовая структура диаграмм, описывающих взаимодействие трех глюонов с нуклоном, аналогична диаграмме, описывающей взаимодействие с мезоном, следовательно, и взаимодействие трех глюонов с нуклоном подавлено при малых $|t|$.

2. Сшивка с результатами КХД в области второго конуса свидетельствует в пользу дипольной модели, с «правильной» сменой знака $\text{Re } T_-$. Вопрос осцилляций непосредственно связан с механизмом дифракционного минимума.

3. Слабая энергетическая зависимость $d\sigma/dt$ в области второго конуса, следующая из КХД и подтверждаемая экспериментальными данными, указывает на выполаживание траектории оддерона.

4. Следующее из нашей подгонки большое значение интереса оддерона $\alpha(0) = 1 + 0,65$ не противоречит теоретическим оценкам, полученным [47, 48] в КХД.

Столь оптимистическая оценка возможностей КХД не должна, однако, заслонять принципиальные трудности, стоящие на пути непосредственного использования этой теории для количественных расчетов. Напомним, что без знания волновой функции адрона и умения вычислять непертурбативные эффекты нельзя полагаться ни на один из результатов КХД, так как эти эффекты могут полностью изменить результаты пертурбативных вычислений, сколь тщательно они бы ни были выполнены.

По этой причине реджевская теория остается пока единственной основой для количественного анализа данных. Она пополнилась новым объектом — оддероном. Этот объект пока непривычен и введение его может показаться искусственным. Однако его статус, в принципе, таков же, как у померона, который в свое время также был введен «искусственно», однако без которого теперь теория высокоэнергетического рассеяния адронов уже немислима.

В данном разделе мы не учитывали поправки на перерассеяние, хотя используемая нами амплитуда с $\alpha(0) > 1$ начиная с некоторых энергий приведет к нарушению унитарности. Это произойдет, однако, при энергиях $\sqrt{s} \sim 10^{13}$ ГэВ, значительно превышающих рассматриваемую здесь область энергий действующих ускорителей. Наблюдаемые эффекты, связанные со сменой режима при переходе к сверхвысоким энергиям, обсуждались в разд. 3.

Описание данных в области сверхвысоких энергий, конечно, потребует привлечения поправок на перерассеяние. При этом может быть использован метод u -матрицы (см. разд. 2) или эйконала. Следует отметить неоднозначность [46] в вычислении вклада эйкональных поправок, что — учитывая дополнительные технические трудности, возникающие при этом, — делает привлекательной возможность использования борновской амплитуды для описания данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная в данном обзоре модель сочетает в себе характерные черты развития различных подходов к высокоэнергетическому рассеянию адронов. У нас, конечно, нет оснований считать, что ДП — единственное решение рассматриваемого круга задач, однако сравнение модели с экспериментальными данными на протяжении прошедших 13 лет не потребовало существенного ее изменения, а лишь уточнения параметров. Основные свойства модели — вид сингулярности (более жесткая, чем простой полюс), искривление траектории и значение интерсепта, $\alpha(0) > 1$, подтверждаются квантовой хромодинамикой.

Значительные достижения КХД [47] связаны в основном с пертурбативными методами, хотя в рассматриваемой нами области непертурбативные эффекты могут существенно изменить полученные результаты. В этой связи особый интерес представляет изучение трехглюонного обмена (оддерона), вклад которого доминирует при умеренных значениях переданного импульса (см. разд. 5), где есть надежда полагаться на результаты пертурбативной КХД.

Очевидно, что любое достижение в изучении динамики взаимодействия адронов через взаимодействие их составляющих представляет ценность с точки зрения построения микроскопической теории сильного взаимодействия. Эффективным методом в этом направлении является сшивка результатов КХД с реджевскими моделями.

Весьма важным представляется нам изучение спиновых эффектов при высоких энергиях. В непертурбативной КХД возможно взаимодействие с большим аномальным магнитным моментом кварка или взаимодействие со скалярным вакуумным конденсатом, который не сохраняет спиральность. Для этого необходимо изучать структуру вершин, описывающих взаимодействие двух и трех глюонов с адронами, используя информацию о волновых функциях адронов, которую можно получить из других измерений.

В отсутствие надежных методов вычисления в КХД представленная здесь модель может служить удобной лабораторией для исследования сложного явления дифракции адронов. Простота позволяет использовать ее в более сложных задачах, например — изучении множественного рождения [37, 40], термодинамики [51], оптических и геометрических свойств адронов [30], взаимодействия ядер [52]. При этом во многих случаях удается провести аналитические вычис-

ления до конца (см. [53]), что позволяет изучать также корреляцию между различными явлениями на основе общей для них модели упругой амплитуды.

Модель допускает дальнейшее развитие и расширение области ее применимости путем:

- 1) использования нелинейных траекторий, максимально приближенных к реальности [22];
- 2) использования дуальной модели [21] (обсуждаемая в обзоре модель — ее асимптотика);
- 3) вычисления унитарных поправок [28];
- 4) учета дополнительных к померону слагаемых [45] (вторичных реджеонов, оддерона...);
- 5) учета спиновой структуры (см., например, [5]);
- 6) использования свойств симметрии для связи между различными реакциями [6, 9, 12].

Необходимость учета этих эффектов определяется постановкой задачи и вычислительными возможностями.

Можно надеяться также, что с помощью КХД удастся получить дополнительные ограничения на существующие модели дифракции адронов. В то же время эти модели дают примеры возможных решений будущей микроскопической теории сильного взаимодействия.

Благодарим А. Б. Кайдалова, Л. Н. Липатова, В. А. Петрова, В. В. Серебрякова, С. М. Трошина, Н. Е. Тюрина, О. А. Хрусталева и А. Н. Шелковенко за плодотворные обсуждения затронутых в обзоре вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tavkhelidze A. N. // High Energy Physics. Kiev: Naukova Dumka, 1972. P. 367—414.
2. Kaidalov A. V. // Phys. Repts. 1979. Vol. 50. P. 157—226.
3. Логунов А. А., Саврин В. И., Тюрин Н. Е., Хрусталева О. А. // ТМФ. 1971. Т. 6. С. 157—165; Саврин В. И., Тюрин Н. Е., Хрусталева О. А. // ЭЧАЯ. 1976. Т. 7. С. 21—54.
4. Трошин С. М., Тюрин Н. Е. // ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 53—93.
5. Голоскоков С. В., Кудинов А. В., Кулешов С. П. // ЭЧАЯ. 1981. Т. 12, вып. 3. С. 614—650; Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Селюгин О. В. // ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 39—78.
6. Зотов Н. П., Русаков С. В., Царев В. А. // ЭЧАЯ. 1980. Т. 11, вып. 5. С. 1160—1123.
7. Барбашов Б. М., Блохинцев Д. И., Нестеренко В. В., Первушин В. Н. // ЭЧАЯ. 1973. Т. 4, вып. 3. С. 623—661.
8. Alberi G., Goggi G. // Phys. Repts. 1982. Vol. 74. N. 1. P. 1.
9. Kamran Mujahid // Phys. Repts. 1984. Vol. 108, N 5, 6. P. 276—399.
10. Castaldi R., Sanguinetti G. Elastic Scattering and Total Cross-Section at Very High Energies. Prepr. CERN-EP/85-36.
11. Герштейн С. С., Логунов А. А. // ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1514—1517.
12. Прокошкин Ю. Д. ЯФ. 1984. Т. 40. С. 1579—1588.
13. Мещеряков В. А. Краткие сообщения ОИЯИ № 9-85, Дубна, 1985, с. 13—18.
14. Jenkovszky L. L., Wall A. N. Prepr. ITP-74-166E; Czech. J. Phys. 1976. Vol. B26. P. 447—450.
15. Bialkowski G. // Acta Phys. Polonica B. 1970. Vol. 1. P. 109—121.

16. Bugrij A. I., Jenkovszky L. L., Kobylinsky N. A., Shelest V. P. //Lett. Nuovo cimento. 1973. Vol. 6. P. 577—583.
17. Phillips R. J. N. Dipole Pomeron Ansatz, Rutherford Lab. Prepr. R1-74-043. Vol. 80.
18. Jenkovszky L. L. Total Cross-Sections and Multipole Phenomenology. Prepr. ITR-74-102E, Kiev, 1974.
19. Мур В. Д., Попов В. С. //ЯФ. 1975. Т. 21. С. 868—882.
20. Десаи Б. Р., Царев В. А. //ЭЧАЯ. 1974. Т. 5. С. 693—720.
21. Bugrij A. I., Cohen-Tannoudji G., Jenkovszky L. L., Kobylinsky N. A. // Fortsch. Phys. 1972. Vol. 21. P. 427—506.
22. Bugrij A. I., Chikovani Z. E., Jenkovszky L. L. //Z. Phys. C. 1980. Vol. 4. P. 45—52.
23. Cohen-Tannoudji G., Ilyin V. V., Jenkovszky L. L., Tutik R. S. //Lett. Nuovo cimento. 1972. Vol. 5. P. 957—1001.
24. Енковский Л. Л., Струминский Б. В. //ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1251—1259.
25. Jenkovszky L. L., Kholodkov A. V., Marina D. M., Wall A. N. Dipole Pomeron and pp -scattering. Prepr. ITP-75-88E, Kiev, 1975.
26. Валл А. Н., Енковский Л. Л., Струминский Б. В. //Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22. С. 168—171.
27. Jenkovszky L. L., Struminsky B. V., Wall A. N. In Nonlinear and Turbulence Processes in Physics. Harwood Ac. Publishers. 1984. Vol. 11. P. 249—255.
28. Валл А. Н., Енковский Л. Л., Струминский Б. В. Высокоэнергетическое рассеяние в модели дипольного померона. Препринт ИТФ-85-51Р, Киев, 1985.
29. Saleem M., Fazal-e-Alleem //Hadronic J. 1981. Vol. 5. P. 71—79.
30. Jenkovszky L. L., Paccanoni F. //Nuovo cimento. 1981. Vol. 62A. P. 133—143; Chikovani Z. E., Jenkovszky L. L., Maximov M. Z. Preprint ITP-87, Kiev, 1987.
31. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. //Nuovo cimento. 1965. Vol. 29. P. 380—390.
32. Kajdalov A. B., Ter-Martirosyan K. A. ИТЕР Prepr., 1986.
33. Валл А. Н. //ЯФ. 1986. Т. 44. С. 197—203.
34. Schrempp B., Schrempp R. //Nuovo cimento Lett. 1977. Vol. 20. P. 95—99; Nucl. Phys. 1980. Vol. B163. P. 397—409.
35. Barshay S. //Phys. Lett. 1970. Vol. 42B. P. 457—460.
36. Chou T. T., Yang C. N. //Phys. Lett. 1982. Vol. 116B. P. 301—304.
37. Алиев М. К., Валл А. Н., Енковский Л. Л., Струминский Б. В. Препринт ИТФ-84-74Р, Киев, 1984.
38. Семенов С. В. //ЯФ. 1979. Т. 30. С. 748—753.
39. Caneschi L. //Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 23. P. 254—256.
40. Енковский Л. Л., Струминский Б. В., Чиковани З. Е. Препринт ИТФ-86-55Р, Киев, 1986; Chikovani Z. E., Jenkovszky L. L., Kvaratshelia T. M., Struminsky B. V. Preprint ITP-87, Kiev, 1987.
41. Семенов С. В., Трошин С. М. Препринт ИФВЭ ОТФ77-133, Серпухов, 1977.
42. Barshay S. //Nucl. Phys. 1984. Vol. B238. P. 277—283.
43. Dias de Deus J. //Nucl. Phys. Vol. B252. P. 369—377.
44. Kaidalov A. B., Ter-Martirosyan K. A. //Phys. Lett. 1982. Vol. 117B. P. 247—301; Capella A., Tran-Thanh-Van J. //Phys. Lett. 1982. Vol. 114B. P. 450—455.
45. Енковский Л. Л., Струминский Б. В., Шелковенко А. Н. Препринт ИТФ-86-105Р, Киев, 1986. ЯФ, 1987. Т. 46 С. 1200—1212.
46. Donnachie A., Landshoff P. V. //Nucl. Phys. 1984. Vol. B231. P. 189—204; Nucl. Phys. 1986. Vol. B267. P. 690—701.
47. Липатов Л. Н. //ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1536—1553.
48. Jaroszewicz T., Kwicinski J. //Z. Phys. C. 1982. Vol. 12. P. 167—177.
49. Ансельм А. А., Данилов Г. С., Дятлов И. Т., Левин В. М. Модель рассеяния при высоких энергиях с нарушением теоремы Померанчука //ЯФ. 1970. Т. 11. С. 896—901; On properties of amplitudes not satisfying the Pomernanchuk

- theorem conditions/V. N. Gribov, I. Yu. Kobzarev, V. D. Mur, e.a.//Phys. Lett. 1970. Vol. 32B. P. 129—139; Oehme R. Complex negative-signature trajectories and the Pomeranchuk Theorem//Phys. Rev. D. 1971. Vol. 3. P. 3217—3220; Efremov A. V., Peschansky R. Evidence for new singularities in Regge phenomenology. Preprint E2-6350, Dubna 1972; Енковский Л. Л., Струминский Б. В. О поляризации в реакции перезарядки $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$. Препринт ИТФ-86-169Р, Киев, 1983.
50. Gauron P., Nicolescu B., Leader E.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2656—2661.
51. Jenkovszky L. L., Trushevsky A. A.//Nuovo cimento. 1976. Vol. 34A. P. 369—384.
52. Енковский Л. Л., Полозов А. Д., Струминский Б. В. Препринт ИТФ-85-92Р; Jenkovszky L. L., Polozov A. D., Shalabanov O. V., Struminsky B. V. Preprint ITP-87. Kiev, 1987.
53. Валл А. Н., Енковский Л. Л., Струминский Б. В. Препринт ИТФ-86-82Е, Киев, 1986; ЯФ 1987. Т. 46. С. 1519—1524.