

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА

И. С. Гулькаргов

Ташкентский политехнический институт, Ташкент

Работа посвящена исследованию переходных плотностей заряда (ППЗ) состояний электрического типа ядер с $A \leq 40 \div 50$, полученных из данных по неупругому рассеянию электронов. Рассматривается формализм электровозбуждения ядер, а также различные модели (макро- и микро-), применяемые для расчетов формфакторов, ППЗ и моментов ППЗ — $B(E\lambda)$ и R_λ . Дано микроскопическое обоснование макромоделей и показано, что модельно-независимые правила сумм приводят к тем же переходным плотностям, что и расчеты на основе различных гидродинамических моделей. Обсуждаются правила сумм без учета и с учетом обменного взаимодействия Скирма.

Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными формфакторами рассеяния электронов на ядрах от ^{12}C до ^{48}Ca с возбуждением в них состояний нормальной четности с $I^\pi = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$ и $T = 0$. Модельно-независимые ППЗ для слабоколлективизированных возбуждений существенно отличаются от модельно-зависимых ППЗ. Рассматривается влияние нейтронов на ППЗ ядер-изотопов — $^{16,18}\text{O}$, $^{32,34}\text{S}$ и $^{40,48}\text{Ca}$.

This work is devoted to the researches of transition charge densities (TCD) of states of electric type in nucleus with $A \leq 40 \div 50$, obtained from the data on the inelastic electron scattering. The review considers formalism of electroexcitation of nuclei including different models of macro and micro nuclei which are used in calculating form factors, TCD and moments of TCD — $B(E\lambda)$ and R_λ .

The microscopic basing of macromodels is given and it is proved that model independent sum rules drive to the same transition density as calculations on the basis of different hydrodynamic models.

The sum rules are considered with and without taking into account the exchange interaction of Scirma.

The results of the calculations are compared with experimental form factors of nuclear scattering on nuclei from ^{12}C to ^{48}Ca with excitation in them of states of normal parity with $I^\pi = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$ and $T = 0$.

For weakly collectivized excitations, model independent TCD strongly differs from the model dependent TCD.

The influence of the neutrons on TCD nuclear isotopes — $^{16,18}\text{O}$, $^{32,34}\text{S}$ and $^{40,48}\text{Ca}$ is considered.

ВВЕДЕНИЕ

С помощью рассеяния электронов на ядрах можно исследовать переходные плотности заряда (ППЗ) — фундаментальные динамические характеристики ядра, поэтому их изучение является актуальной задачей ядерной физики. Переход ядра из основного состояния $|i\rangle$ в возбужденное $|f\rangle$ сопровождается изменением плотности заряда, которое зависит от структуры рассматриваемых состояний. Частным случаем ППЗ является распределение плотности заряда (РПЗ)

ядра в основном состоянии, когда $f = i$. Если же конечное состояние ядра отличается от начального, то необходимо ввести ППЗ $\rho_{if}(\mathbf{r}) = \langle J_i M_i | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | J_f M_f \rangle$, которая в общем случае представляет собой недиагональный матричный элемент оператора плотности заряда $\hat{\rho}(\mathbf{r})$. Сведения о ППЗ могут быть получены как из экспериментов по рассеянию различных частиц на ядрах, так и на основе ядерных моделей и правил сумм. ППЗ содержит полную информацию о процессе рассеяния и позволяет установить, какая часть ядерного вещества принимает участие в коллективном движении. Так, в случае сильноколлективизированных состояний ($\lambda > 1$) ППЗ имеет поверхностный характер, тогда как монопольные ($\lambda = 0$) и дипольные колебания ($\lambda = 1$) охватывают почти все ядро и в ядре возникают объемные колебания, свидетельствующие о сжимаемости ядерного вещества.

Одной из убедительных проверок предсказаний ядерных моделей и правил сумм является сравнение модельно-независимых (МН) ППЗ, полученных из эксперимента с рассчитанными. В последние годы благодаря введению в строй новых прецизионных ускорителей электронов появилась возможность измерять формфакторы отдельных уровней ядра при переданных импульсах до 3 фм^{-1} и извлекать из таких измерений МН ППЗ не только коллективных, но и одночастичных состояний (а в ряде случаев и токи). Зная ППЗ, можно легко вычислить различные характеристики ядер — формфакторы, вероятности переходов, переходные радиусы, силовые функции, переходные потенциалы (они необходимы для описания неупругого рассеяния протонов на ядрах), амплитуды конверсий и т. д. Если формфактор известен при всех q , то можно определить переходную плотность при всех r , т. е. получить информацию о распределении силы перехода вдоль радиуса ядра, что существенно информативнее, чем интегральные характеристики РПЗ и ППЗ — радиусы, $B(E\lambda)$, R_λ [расстояние, на котором находится максимум $\rho_\lambda(r)$] и т. д.

В разд. I кратко рассматривается формализм электровозбуждения ядер. Приведены формула для дифференциального сечения рассеяния электронов на ядрах, определения формфакторов, $B(E\lambda)$ и R_λ и их связь с ППЗ, а также результаты расчетов РПЗ ядер $2s - 1d$ -оболочки с радиальными волновыми функциями гармонического осциллятора. МН РПЗ хорошо согласуются с рассчитанными, если ввести числа заполнения состояний, отличные от 0 или 1. Обсуждается РПЗ ядра ^{32}S , рассчитанное по методу Хартри — Фока (ХФ) с различными вариантами сил Скирма и в теории конечных ферми-систем (ТКФС) и отмечается, что имеет место частичное заполнение протонами оболочечных орбит вблизи поверхности Ферми.

Второй раздел посвящен расчетам ППЗ в макромоделях Хелма, Тасси, Бора — Моттельсона и Штейнведеля — Йенсена. Модифицированные варианты этих моделей в ряде случаев приводят к хорошему согласию как с экспериментальными данными, так и с результатами

расчетов по фундаментальным теориям, основанным на методе ХФ и приближении случайных фаз (ПСФ). Модель Хелма развита для описания монополярных колебаний ядер. Рассмотрены: возможности улучшения модели Тасси, модифицированная модель Штейнведела — Йенсена и дано микроскопическое обоснование этих моделей.

Переходная плотность в микромодели (частично-дырочная модель, ХФ + ПСФ и ТКФС) обсуждается в третьем разделе.

Приведена связь ППЗ с функцией Грина, а также результаты расчетов ППЗ в ТКФС и оболочечной модели с радиальными волновыми функциями гармонического осциллятора. Рассчитанные ППЗ сравниваются с модельно-независимыми. Для правильного описания МН ППЗ необходим учет частичного заполнения протонами оболочечных орбит ядер в основном состоянии.

Четвертый раздел посвящен обсуждению правил сумм для изоскалярных возбуждений с учетом и без учета обменного взаимодействия Скирма. ППЗ, найденные с помощью правил сумм, в точности совпадают с предсказаниями макромоделей и дают микроскопическое обоснование гидродинамических моделей. Но эти правила богаче, они существенно расширяют возможности изучения ППЗ и их можно применять для исследования рассеяния частиц на ядрах. Приведены рекуррентные формулы для определения ППЗ и матричных элементов переходов.

Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными форм-факторами и МН ППЗ ядер от ^{12}C до ^{48}Ca с $I^\pi = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$ и $T = 0$.

1. ФОРМАЛИЗМ ЭЛЕКТРОВЗБУЖДЕНИЯ ЯДЕР

Дифференциальное сечение рассеяния электронов на ядрах. *Переходная плотность заряда и ее моменты.* Особенности рассеяния электронов хорошо известны и изложены в монографиях [1—5] и некоторых обзорах [6—11]. Здесь кратко рассмотрим некоторые вопросы теории рассеяния электронов, связанные с исследованиями особенностей ППЗ. Дифференциальное эффективное сечение рассеяния электрона ядром определяется квадратом амплитуды известной диаграммы Файнмана [4], описывающей рассеяние электрона на ядре (в приближении однофотонного обмена):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\sigma_M}{1 + \frac{2E_0}{Mc^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} \left[\sum_{\lambda=0}^{\infty} |F_{\lambda}^C(q)|^2 + \left(\frac{1}{2} + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} (|F_{\lambda}^E(q)|^2 + |F_{\lambda}^M(q)|^2) \right], \quad (1)$$

где моттовское сечение

$$\sigma_M = \left(\frac{Ze}{2E_0} \right)^2 \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)},$$

а $F_\lambda^C(q)$, $F_\lambda^E(q)$ и $F_\lambda^M(q)$ — соответственно продольный (кулоновский) и поперечные электрический и магнитный формфакторы, которые содержат в себе полную информацию о процессе рассеяния и структуре ядра. Переданный ядру импульс $q = (2E_0E)^{1/2} \sin(\theta/2)/\hbar c$, где $E = E_0 - \varepsilon$, ε — переданная энергия, причем $\varepsilon \ll q\hbar c$. Доказательство формулы (1) приведено в ряде работ [1, 2, 6, 7]. Вывод (1) на основе графических методов алгебры спинов, широко применяемых в исследованиях по атомной и ядерной физике, дан в [12]. Эти методы существенно упрощают вычисления сумм, содержащих коэффициенты Клебша — Гордана, D -функции вращения и $3nj$ -символы.

Формфакторы $F_\lambda^C(q)$, $F_\lambda^E(q)$ и $F_\lambda^M(q)$ представляют собой фурье-преобразования от соответствующих ППЗ, тока и намагничивания. Так, фурье-преобразование от ППЗ

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \int \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho_{fi}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2)$$

есть зарядовый формфактор перехода ядра из состояния i в состояние f . Разложим в формуле (2) электронную плоскую волну по сферическим функциям [13]:

$$\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\lambda\mu} i^\lambda j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{n}}_r) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{n}}_q) \quad (3)$$

и учтем, что

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}) = \left\langle J_f M_f \left| \sum_{n=1}^Z e_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) \right| J_i M_i \right\rangle.$$

Разлагая δ -функцию и принимая во внимание условие полноты сферических функций, имеем

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}) = \left\langle J_f M_f \left| \frac{1}{r^2} \sum_{n\lambda\mu} e_n \delta(r - r_n) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{n}}_n) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{n}}_r) \right| J_i M_i \right\rangle.$$

Учитывая теорему Вигнера — Экарта и вводя λ -польную компоненту ППЗ

$$\rho_\lambda(r) = \left\langle J_f \left\| \frac{1}{r^2} \sum_n e_n \delta(r - r_n) Y_{\lambda 0}(\hat{\mathbf{n}}_n) \right\| J_i \right\rangle,$$

получаем

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda\mu} \frac{(J_i M_i \lambda \mu | J_f M_f)}{(2J_f + 1)^{1/2}} \rho_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{n}}_r). \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), формфактор запишем в виде

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = 4\pi \sum_{\lambda\mu} i^\lambda \frac{(J_i M_i \lambda \mu | J_f M_f)}{(2J_f + 1)^{1/2}} Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{n}}_q) \int_0^\infty \rho_\lambda(r) j_\lambda(qr) r^2 dr.$$

Наконец, вспоминая теорему сложения сферических функций и свойство ортонормированности коэффициентов Клебша — Гордана, при $J_i = 0$, $J_f = \lambda$ имеем

$$|F_\lambda^C(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} (2\lambda + 1) \left| \int_0^\infty j_\lambda(qr) \rho_\lambda(r) r^2 dr \right|^2. \quad (5)$$

Поперечные электрический $F_\lambda^E(q)$ и магнитный $F_\lambda^M(q)$ формфакторы связаны соответственно с плотностями тока $J_{\lambda, \lambda \pm 1}(r)$ и намагничивания $J_{\lambda\lambda}(r)$ [10].

Формула (1) получена в борновском приближении с плоскими волнами (БППВ). В улучшенном борновском приближении искажения электронной плоской волны могут быть учтены, если заменить q его эффективным значением [1,3] $q' = q(1 + 3Ze^2/2E_0R_0)$, в котором $R_0 = 1,12 A^{1/3}$ фм [10]. Расчеты формфакторов ядра ^{28}Si (2^+ и 4^+) на основе борновского приближения с искаженными волнами (БПИВ) и БППВ [11] не выявили различий между ними до 3 фм^{-1} (за исключением области дифракционных минимумов). Поэтому авторы [11] заключают, что для ядер $1s - 1p$ - и $2s - 1d$ -оболочек анализ формфакторов неупругого рассеяния в БППВ является вполне корректным.

Разложим в формуле (5) функцию Бесселя в ряд и ограничимся первыми двумя членами разложения:

$$|F_\lambda^C(q)|^2 = \frac{4\pi B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)}{Z^2 [(2\lambda + 1)!!]^2} q^{2\lambda} \left[1 - \frac{q^2 R_\lambda^2}{2(2\lambda + 3)} + \dots \right]. \quad (6)$$

В этой формуле приведенная вероятность перехода и переходный радиус соответственно равны

$$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda) = (2\lambda + 1) \left| \int_0^\infty \rho_\lambda(r) r^{\lambda+2} dr \right|^2; \quad (7)$$

$$R_\lambda^2 = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda(r) r^{\lambda+4} dr}{\int_0^\infty \rho_\lambda(r) r^{\lambda+2} dr} \quad (8)$$

и являются первым и вторым моментами ППЗ.

Часто пользуются формулой, обратной (5),

$$\rho_\lambda(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty F_\lambda(q) j_\lambda(qr) q^2 dq. \quad (9)$$

При малых r

$$\rho_\lambda(r) \sim r^\lambda.$$

Чтобы учесть конечные размеры протона и поправки на движение центра масс [14], теоретический формфактор следует умножить на

Формфактор протона $f_p(q) = (1 + q^2 a_p^2 / 12)^{-2}$ и фактор отдачи ядра $f_R(q) = \exp(q^2 b^2 / 4A)$, причем $a_p = 0,84$ фм, b — осцилляторный параметр. Для ядер от ^{12}C до ^{48}Ca и $q = 0,5 \div 3$ фм $^{-1}$ произведение $f_p f_R$ изменяется от 0,985 до 0,532.

ППЗ можно получить также из нейтронной $\rho_n(r)$ и протонной $\rho_p(r)$ переходных плотностей сверткой их с формфакторами нуклонов [15, 16]:

$$\rho_\lambda(r) = \int [f^p(r - r') \rho_p(r') + f^n(r - r') \rho_n(r)] dr'. \quad (10)$$

В этой формуле $f^p(r) = \exp\left(-\frac{r}{a_1}\right) / 8\pi a_1^3$, $f^n(r) = \exp\left(-\frac{r}{a_1}\right) / 8\pi a_1^3 - \exp\left(-\frac{r}{a_2}\right) / 8\pi a_2^3$ с параметрами $a = 0,2304$ фм, $a_1 = 0,220$ фм и $a_2 = 0,242$ фм.

Из нейтронной и протонной переходных плотностей, которые существуют для каждого возбужденного состояния, можно получить изоскалярную (протоны и нейтроны совершают колебания в фазе) и изовекторную (нейтроны и протоны колеблются в противофазе) переходные плотности. В то время как рассеяние электронов дает точную информацию о распределении заряда в ядре, с помощью сильновзаимодействующих частиц (протонов, α -частиц, нейтронов и т. д.) можно исследовать и распределения нейтронов в ядрах [17]. Информацию о суммарном распределении протонов и нейтронов, т. е. о распределении ядерной материи, можно получить из данных по рассеянию протонов. Для ядер с $N = Z$, а также дважды магических ядер с $N > Z$ различия между нейтронными и протонными переходными плотностями для низколежащих коллективных состояний (НКС) очень малы. Так, расчеты протонной и нейтронной переходной плотностей для состояния 3_1^- ядра ^{40}Ca в квазичастичном лагранжевом подходе не выявили различий между ними [16].

Распределение плотности заряда ядер $2s - 1d$ -оболочки и числа заполнения состояний. Для расчетов ППЗ в макро- или микромоде ядра, а также с помощью правил сумм необходимы достаточно точные сведения о РПЗ. МН РПЗ могут быть получены прямым фурье-анализом экспериментальных данных по упругому рассеянию электронов на ядрах. Чем больше переданный ядру импульс, тем более точной является извлекаемая из таких экспериментов плотность заряда. Так, РПЗ ядер ^{12}C и $^{16,18}\text{O}$ получены с погрешностью 1 % в [18], ядер ^{24}Mg , ^{28}Si и $^{32,34}\text{S}$ в [19], а $^{40,48}\text{Ca}$ — в [20, 21] ($q_{max} \sim 3 \div 4$ фм $^{-1}$).

Вычислим РПЗ ядер $1s - 1p$ и $2s - 1d$ -оболочек с волновыми функциями гармонического осциллятора (ГО) $R_{nl}(r)$ в предположении, что числа заполнения состояний n вблизи поверхности Ферми отличаются от 0 или 1. Так как [1]

$$\rho(r) = \frac{4i}{4\pi} \sum_{nl} (2j + 1) R_{nl}^2(r), \quad (11)$$

а [22]

$$R_{nl}^2(r) = \frac{1}{\pi^{1/2} b^3} \frac{2^{l-n+3} (2l+2n-1)!!}{[(2l+1)!!]^2 (n-1)!} \left(\frac{r}{b}\right)^{2l} \times \\ \times \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) \left[\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{2^k (n-1)!}{(n-k-1)! k!} \frac{(2l+1)!!}{(2l+2k+1)!!} \left(\frac{r}{b}\right)^{2k} \right]^2, \quad (12)$$

то из (11) и (12) получим следующее модифицированное РПЗ для ядер $1s - 1p$ -оболочки в предположении, что оболочка $1s$ заполнена, а число протонов на оболочках $1p$ и $1s$ соответственно равно $Z - 2 - n$ и n [23]

$$\rho(r) = \frac{2}{\pi^{3/2} b^3 Z} \left[1 + \frac{3n}{4} + \frac{r^2}{3b^2} (Z - 2 - 4n) + \right. \\ \left. + \frac{n}{3} \frac{r^4}{b^4} \right] \exp(-r^2/b^2). \quad (13a)$$

Для ядер $1d - 2s$ -оболочки (кроме $^{40}, ^{48}\text{Ca}$) имеем ($1s_2^1 1p_8 2s_{2-n} 1d_{Z-10+n}$)

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi^{3/2} b^3 Z} \left[5 - \frac{3n}{2} + \frac{2nr^2}{b^2} + \frac{2r^4}{b^4} \left(\frac{2Z}{15} - \frac{n}{5} - \frac{2}{3} \right) \right] \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right). \quad (13b)$$

В ядрах ^{40}Ca и ^{48}Ca заполнены не только $1s$ - и $1p$ -оболочки, но и оболочка $1d$, поэтому РПЗ рассчитаны в предположении, что числа заполнения состояний $2s$ и $1f$ равны $2 - n$ и n соответственно. Тогда

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi^{3/2} b^3 Z} \left[5 - \frac{3n}{2} + 2n \frac{r^2}{b^2} + \right. \\ \left. + \frac{2r^4}{b^4} \left(2 - \frac{n}{3} \right) + \frac{8nr^6}{105b^6} \right] \exp(-r^2/b^2). \quad (13в)$$

Если $n = 0$, то формулы (13а) — (13в) совпадают с РПЗ простой оболочечной модели. Среднеквадратичные радиусы, соответствующие плотностям (13а) — (13в), равны

$$\langle r^2 \rangle = \frac{b^2}{2} \left(5 - \frac{4}{Z} + \frac{2n}{Z} \right); \quad (14a)$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{b^2}{2} \left(7 - \frac{20}{Z} \right); \quad (14б)$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3b^2}{Z} \left(20 + \frac{n}{3} \right). \quad (14в)$$

С помощью формул (13а) — (13в), зная $\rho(0)$, можно определить параметр n , характеризующий отклонение чисел заполнения состояний от предсказаний простой оболочечной модели. На рис. 1 пунктирные кривые ($n = 0$) плохо описывают экспериментальные данные, тогда как сплошные кривые ($n \neq 0$) очень хорошо согласуются с измеренными РПЗ. Осцилляторные параметры рассматриваемых ядер вычис-

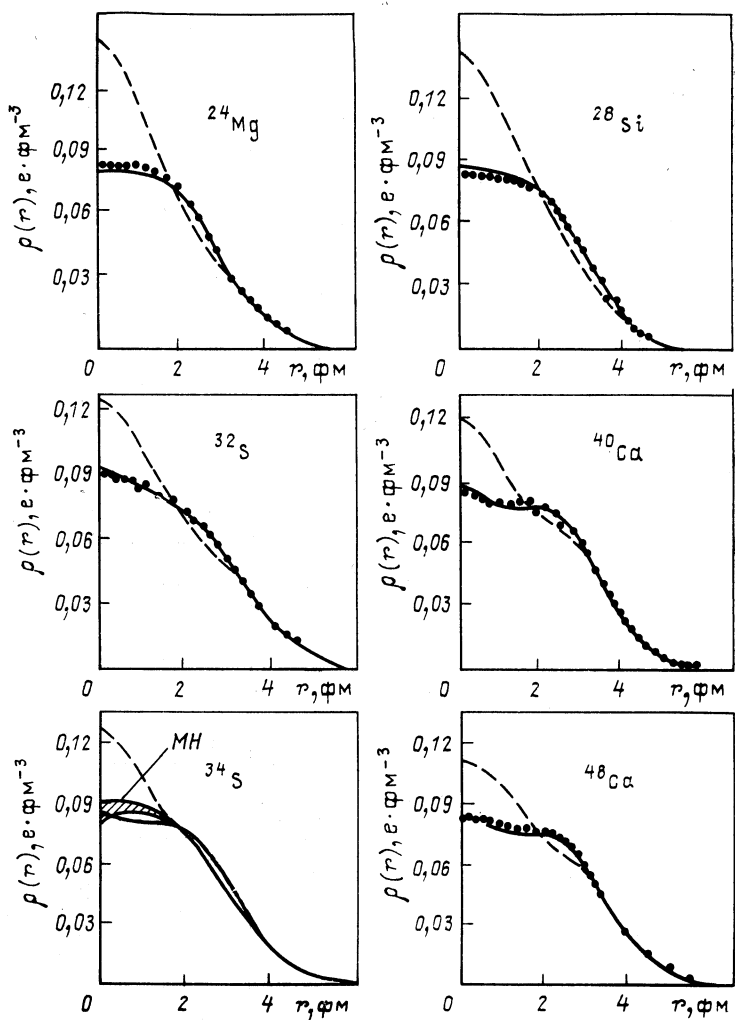


Рис. 1. РПЗ ядер ^{24}Mg , ^{28}Si , $^{32,34}\text{S}$ и $^{40,48}\text{Ca}$:

пунктирные и сплошные кривые рассчитаны по формулам [(13б), (13в)] с параметром $n = 0$ и $n \neq 0$ соответственно; экспериментальные точки — [18—21]; МН — модельно-независимое РПЗ ядра ^{34}S [19]

лены по формулам (14а) — (14в), так как значения $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ известны (табл. 1). В таблице приведены значения $\rho(0)$, параметры b , n , n_{1p} , n_{2s} , n_{1d} и n_{1f} , а также числа заполнения состояний $2s$, $1d$ и $1f$, полученные в [11, 21, 24].

Подбором параметров n и b удается получить хорошее согласие МН РПЗ с теоретически рассчитанными.

Таблица 1. Параметры РПЗ ядер $1s$ — $1p$ - и $1d$ — $2s$ -оболочек

Ядро	$Zp(0), 10^{-1} \text{ e} \cdot \text{фм}^{-3}$	$(r^{-2})^{1/2}, \text{фм}$	$b, \text{фм}$	n	n_{1p}	n_{2s}	n_{1d}	n_{1f}	n_{2s}	n_{1d}	n_{1f}
^{12}C	0,828 } [18]	2,45	1,66	0,07	3,93	0,07	—	—	—	—	—
^{16}O		2,73	1,807	0,26	5,74	0,26	—	—	—	—	—
^{18}O		2,793	1,847	0,31	5,69	0,31	—	—	—	—	—
^{24}Mg	0,82 } [19]	3,024	1,852	1,40	6	0,60	3,40	—	0,45 [11]; 0,3 [24]	3,55 [11]; 3,7 [24]	—
^{28}Si		3,109	1,863	1,29	6	0,71	5,29	—	0,70 [11]; 0,75 [24]	5,30 [11]; 5,25 [24]	—
^{32}S		3,253	1,918	0,92	6	1,08	6,92	—	1,42 [11]; 1,45 [24]	6,58 [11]; 6,55 [24]	—
^{34}S		3,281	1,935	1,00	6	1,00	7,00	—	1,66 [11]; 1,7 [24]	6,34 [11]; 6,3 [24]	—
^{40}Ca	0,88 [18, 20, 21]	3,43	1,968	0,84	6	1,16	4,0	0,84	1,9 [24]; 1,70 [21]	4,0	0,56 [21]; 0,5 [24]
^{48}Ca	0,80 [20, 21]	3,48	2,01	0,92	6	1,08	4,0	0,92	1,99; 1,8 [21]	4,0	0,3 [21]

Примечание. Значение n_{2s} для ядра ^{24}Mg , полученное в методе SPP [21], равно 0,60, а числа заполнения n_{2s} и n_{1d} ядра ^{32}S , найденные в ТКФС [23], соответственно равны 1,28 и 6,32.

Отклонения параметра n от чисел заполнения простой оболочечной модели могут быть вызваны остаточными взаимодействиями нуклонов, смешиванием конфигураций, эффектами спаривания нуклонов, отличием модельного потенциала от истинного среднего поля и другими причинами.

Учет конечных размеров протона и эффектов движения центра масс несколько изменяет формулы для $\rho(r)$ и $\langle r^2 \rangle$ и соответственно параметры b и n . Но эти изменения незначительны [23]. Нейтронный вклад и релятивистские поправки (член Дарвина — Фолди и спин-орбитальные члены) не превышают 1 % в $\rho(r)$ [21].

Для расчетов РПЗ применяются различные теоретические методы — теория конечных ферми-систем [16, 25—27], метод Хартри — Фока с эффективным взаимодействием [28, 29], метод одночастичного потенциала (SPP) [21] и др.

В методе SPP [21] рассматривается одночастичная матрица плотности, содержащая полную информацию об одночастичных свойствах ядра. Данный метод близок к методу ХФ, но при этом вводятся дробные числа заполнения состояний n_α , а РПЗ равно

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \langle \tilde{n}_{\alpha} \rangle |\tilde{\varphi}_{\alpha}(\mathbf{r})|^2,$$

\tilde{n}_{α} — «естественные числа заполнения» преобразованной матрицы $\tilde{D}'_{\alpha\beta} = \langle \tilde{n}_{\alpha} \rangle \delta_{\alpha\beta}$, а $\tilde{\varphi}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \sum_{\beta} U_{\alpha\beta} \varphi_{\beta}(\mathbf{r})$ — одночастичные волновые функции.

Для определения φ_{α} используется одночастичный потенциал, состоящий из центрального (вудс-саксоновского), спин-орбитального и кулоновского членов. Числа заполнения n_{α} , как и в модели ГО, определяются из сравнения теории с опытом. Так, РПЗ ядра ^{24}Mg , рассчитанные по формуле (13) и по методу SPP с различными значениями n и b , практически совпадают друг с другом [23].

Из уравнений ХФ методом итерации определяются одночастичные функции φ_{α} , энергетический спектр ядра ϵ_{λ} и тем самым различные ядерные характеристики, в том числе РПЗ $\rho(r)$. С помощью φ_{λ} и ϵ_{λ} можно вычислить новую плотность ρ , потенциал U , спин-орбитальный потенциал W , эффективную массу m^* и перейти затем к новой итерации. После 10—20 итераций [29] значения ϵ_{λ} и φ_{λ} будут совпадать с заданной точностью, т. е. будет достигнуто необходимое самосогласование.

Описание свойств магических [26] и немагических [27] ядер, проведенное в квазичастичном лагранжевом методе, выявило важность учета энергетической зависимости эффективного взаимодействия квазичастиц. Теория ХФ, в которой не учитывается запаздывание, представляет собой приближенную форму ТКФС. Расчеты реальной самосогласованной плотности ядра ^{32}S на основе ТКФС (рис. 2) [23] показывают, что в этом случае константа C_p , увеличенная до 1,2 МэВ (рис. 2, а, кривая 2), все еще не приводит к эффекту спари-

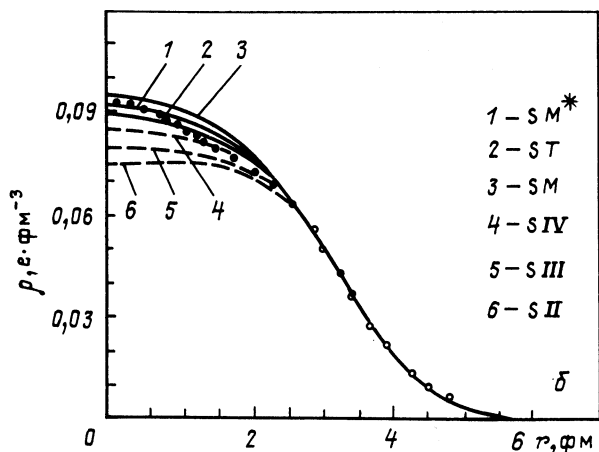
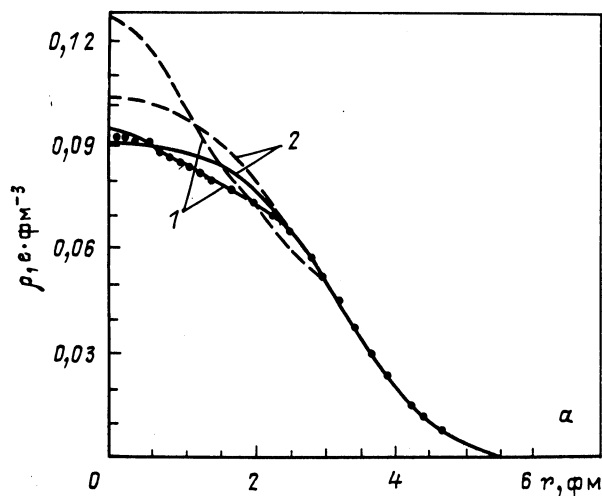


Рис. 2. Зависимости ρ ядра ^{32}S от r (точки — экспериментальные РПЗ [19]):

a — расчеты ρ в модифицированной модели ГО (1) по формуле (13б) с $n = 0$ (пунктирная кривая) и с $n \neq 0$ (сплошная) и в ТКФС (2) с $C_p = 1,2$ МэВ (пунктирная) и $C_p = 3,3$ МэВ (сплошная); b — результаты расчетов ρ по методу ХФ с различными силами Скирма. Расчеты с силами SI, SII и SVI совпадают с результатами расчетов с SIV и SIII соответственно

вания нуклонов, в чем можно легко убедиться, вычислив числа заполнения состояний n_λ [25]

$$n_\lambda = \frac{E_\lambda - \varepsilon_\lambda}{2E_\lambda}, \quad (15)$$

где ε_λ — одночастичные энергии; E_λ — энергия, которая заменяет ε_λ , если учесть спаривание нуклонов, т. е. $E_\lambda = (\varepsilon_\lambda^2 + \Delta^2)^{1/2}$, а Δ — энергия парной корреляции, причем $\Delta \approx 2C_p$. Обе энергии E_λ и ε_λ отсчитаны от значения химического потенциала μ . Величины n_λ , ε'_λ , E'_λ и μ приведены в табл. 2 с тремя значениями константы C_p . Из таблицы видно, что в случае $C_p = 1,2$ МэВ числа заполнения n_λ равны 1 и 0, т. е. эффекты спаривания отсутствуют. При $C_p = 2,0$ МэВ эти числа соответственно равны 0,85; 1 и 0,075. Полное число частиц

Таблица 2. Одночастичные энергии, химические потенциалы и числа заполнения состояний $2s$ и $1d$ ядра ^{32}S , рассчитанные в ТКФС

Параметры	$C_p = 1,2$ МэВ			$C_p = 2,0$ МэВ			$C_p = 3,3$ МэВ		
	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$
ϵ'_λ , МэВ	-6,459	-10,982	-3,620	-6,712	-10,951	-3,786	-7,144	-10,894	-4,175
μ , МэВ	-5,187	-5,187	-5,187	-5,524	-5,524	-5,524	-6,232	-6,232	-6,232
E'_λ , МэВ	-6,460	-10,983	-3,619	-7,206	-11,085	-3,480	-9,578	-12,087	-2,359
n_π	1	1	0	0,85	1	0,075	0,64	0,90	0,23

Примечание. В формуле (15) $E_\lambda = E'_\lambda - \mu$, $\epsilon_\lambda = \epsilon'_\lambda - \mu$; полное число частиц на оболочке $N = n_\lambda (2j + 1)$.

на оболочках $2s$ и $1d$ в ТКФС соответственно равны 1,28 и 6,32 (табл. 2) для константы $C_p = 3,3$ МэВ. В модели ГО эти числа равны 1,23 и 6,77, если учесть конечные размеры протонов и эффекты движения центра масс [23]. Кривая 2 на рис. 2, а рассчитана с константой $C_p = 3,3$ МэВ. Увеличение константы C_p приводит к улучшению согласия теории с опытом.

Однако ТКФС не дает адекватного описания РПЗ ядра ^{32}S во всем диапазоне r . Возможно, это связано с тем, что современная ТКФС позволяет достаточно точно рассчитать свойства лишь средних и тяжелых ядер [25] и неприменима для описания ядер с $A < 50$.

С целью сравнения плотностей, полученных в ТКФС и по методу ХФ с эффективными силами Скирма, на том же рис. 2 приведены также хартри-фоковские РПЗ ядра ^{32}S , рассчитанные с различными вариантами сил Скирма $SI-SVI$ и SM, SM^*, Skb, ST [28-33]. Некоторые многопараметрические силы SM, SM^*, ST (до десяти параметров) приводят к неплохому согласию теории с опытом, но и в этих случаях теория не передает всех тонких особенностей РПЗ ядра ^{32}S , в частности осцилляций плотности $\rho(r)$ в диапазоне $0 < r < 2$ фм. Отметим, что при расчете самосогласованной плотности учитывались эффекты спаривания нуклонов [34], обменная часть кулоновского взаимодействия [35], формфакторы протона и нейтрона и спин-орбитальная связь [36].

Таким образом, РПЗ ядер $1s - 1p$ - и $1d - 2s$ -оболочек, рассчитанные в модифицированной модели ГО с помощью простых аналитических формул, описывают МН РПЗ не хуже самосогласованных расчетов плотностей по методам ХФ, ТКФС и SPP.

Анализ РПЗ ядер-изотопов $^{16,18}\text{O}$, $^{32,34}\text{S}$ и $^{40,48}\text{Ca}$ в модифицированной модели ГО показывает, что уменьшение $\rho(0)$ при добавлении к ядру нейтронов связано не только с увеличением осцилляторного параметра b , но и с возрастанием n . Различия РПЗ ядер-изотопов,

таким образом, обусловлены перераспределением протонов по оболочкам вследствие их ядерного взаимодействия с дополнительными нейтронами. Гипотеза о наличии у нейтрона небольшого электрического заряда, приводящего к изменению РПЗ при добавлении к ядру нейтронов, в рамках данного анализа не является необходимой.

2. ПЕРЕХОДНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЗАРЯДА В МАКРОМОДЕЛИ

ППЗ в модели Хелма. Монопольные формфакторы ядер ^{12}C , $^{16,18}\text{O}$, ^{28}Si и ^{40}Ca . Для получения информации о структуре ядра из данных по рассеянию электронов применяются простые модели, дающие параметризацию коллективных свойств нуклонов и не требующие детальных, иногда весьма сложных и громоздких расчетов, как это имеет место в случае микроскопических моделей. Модель Хелма [37] является одной из первых феноменологических моделей для ППЗ, широко применяемой ввиду ее простоты для изучения электровозбуждений ядер [1—3]. В [38] эта модель обобщена для рассмотрения и поперечных переходов ядер. Обоснованием этой модели является тот факт, что ППЗ локализуется на ядерной поверхности радиусом R , так как принцип Паули подавляет нуклон-нуклонное рассеяние внутри ядра. В низколежащих коллективных возбуждениях ядра участвуют нуклоны, расположенные вблизи его поверхности, где имеются незанятые состояния.

В последние годы снова возрос интерес к этой модели, которая оказалась успешной не только при изучении рассеяния электронов, но и для описания взаимодействий нейтрино с ядрами, фоторождения заряженных пионов, процессов β -распада и μ -захвата [39—43].

В этой модели

$$\rho_{fi}(\mathbf{r}) = \frac{Ze}{R^2} \delta(r - R) \Psi_f^*(\hat{\mathbf{r}}) \Psi_i(\hat{\mathbf{r}}),$$

где Ψ_i , Ψ_f — ядерные волновые функции в начальном и конечном состояниях. Это распределение с учетом гауссова множителя приводит к известному формфактору [1—3]:

$$F_\lambda(q) = \beta_\lambda j_\lambda(qR) \exp\left(-\frac{q^2 g^2}{2}\right), \quad (16)$$

где R и g — параметры модели, причем параметр g связан с толщиной поверхности ядра. Удобно переходную плотность определить также из соотношений (9) и (16):

$$\rho_\lambda(r) = \frac{2}{\pi} \beta_\lambda \int_0^\infty j_\lambda(qR) \exp\left(-\frac{q^2 g^2}{2}\right) q^2 dq.$$

Учитывая [44]

$$\int_0^\infty x \exp(-\gamma^2 x^2) J_p(\alpha x) J_p(\beta x) dx = \frac{1}{2\gamma^2} I_p\left(\frac{\alpha\beta}{2\gamma^2}\right) \exp\left(-\frac{\alpha^2 + \beta^2}{4\gamma^2}\right),$$

где

$$J_{\lambda+\frac{1}{2}}(x) = \left(\frac{2x}{\pi}\right)^{1/2} j_{\lambda}(x), \quad I_{\lambda+\frac{1}{2}}(x) = \left(\frac{2x}{\pi}\right)^{1/2} i_{\lambda}(x),$$

получаем

$$\rho_{\lambda}(r) = \frac{\beta_{\lambda}}{(Rr)^{1/2} g^2} I_{\lambda+\frac{1}{2}}\left(\frac{rR}{g^2}\right) \exp\left(-\frac{R^2+r^2}{2g^2}\right)$$

или

$$\rho_{\lambda}(r) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\beta_{\lambda}}{g^3} i_{\lambda}\left(\frac{rR}{g^2}\right) \exp\left(-\frac{R^2+r^2}{2g^2}\right). \quad (17)$$

Модифицированная сферическая функция Бесселя в формуле (17) равна

$$i_{\lambda}(x) = x^{\lambda} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx}\right)^{\lambda} \frac{\text{sh } x}{x}.$$

Плотность (17) имеет максимум в точке $r = R$, который смещается к большему r с ростом λ . Таким же способом можно получить выражения для переходных плотностей тока и намагничивания [42].

Приведенную вероятность перехода можно получить из (6) и (16) при $q \rightarrow 0$

$$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda) = \frac{\beta_{\lambda}^2}{4\pi} Z^2 e^2 R^{2\lambda}. \quad (18)$$

ППЗ в модели Хелма с учетом гауссового множителя можно записать в другой форме

$$\rho_{\lambda}(\mathbf{r}) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \beta_{\lambda} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{R})^2}{2g^2}\right], \quad (19)$$

так как $\rho_{\lambda}(r)$ равно интегралу от свертки двух плотностей — гауссовой и δ -функции. Такое представление ППЗ (19) удобно для вывода формулы для переходного радиуса [45]. Учитывая (8) и (19), разложение экспоненты и свойства полиномов Лагерра, получаем

$$R_{\lambda}^2 = R^2 + (2\lambda + 3)g^2. \quad (20)$$

Модель Хелма может быть развита и для исследования монополюсных переходов в ядрах. В этом случае формфактор и переходная плотность совпадают с производной по g от выражений (16) и (17) при $\lambda = 0$ [42]:

$$F_0(q) = \beta_0 g q^2 j_0(qR) \exp\left(-\frac{q^2 g^2}{2}\right); \quad (21)$$

$$\rho_0(r) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\beta_0}{g^4} \exp\left(-\frac{R^2+r^2}{2g^2}\right) \left[\frac{i_0(x)}{g^2} (R^2+r^2-g^2) - 2 \text{ch } x\right], \quad (22)$$

где $x = rR/g^2$; $i_0(x) = \text{sh } x/x$,

а

$$\rho_0(0) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\beta_0}{g^4} \exp\left(-\frac{R^2}{2g^2}\right) \left(\frac{R^2}{g^2} - 3\right).$$

Для определения матричного элемента перехода ME при малых q учтем, что [1]

$$[4\pi B(C0, q)]^{1/2} = \frac{q^2}{6} ME \left(1 - \frac{q^2 R_0^2}{20}\right);$$

$$[4\pi B(C0, q)]^{1/2} = ZF_0(q),$$

где $ME = \langle r_{tr}^2 \rangle$, $R_0^2 = \frac{\langle r_{tr}^4 \rangle}{\langle r_{tr}^2 \rangle}$. Следовательно, $ME = 6gZ\beta_0$.

Переходный радиус для $\lambda = 0$ можно получить из соотношений

$$[4\pi B(C0, q)]^{1/2} = Z\beta_0 g q^2 \left(1 - \frac{q^2 R_0^2}{20}\right),$$

$$[4\pi B(C0, q)]^{1/2} = Z\beta_0 g q^2 j_0(qR) \exp\left(-\frac{q^2 g^2}{2}\right).$$

Так как при малых q

$$j_0(qR) \exp\left(-\frac{q^2 g^2}{2}\right) = 1 - \frac{q^2 R^2}{6} - \frac{q^2 g^2}{2},$$

то

$$R_0^2 = \frac{10}{3} (R^2 + 3g^2) \quad (23)$$

На рис. 3—5 приведены результаты расчетов монопольных формфакторов и ППЗ ядер ^{12}C , $^{16,18}\text{O}$, ^{28}Si и ^{40}Ca по модели Хелма и дан-

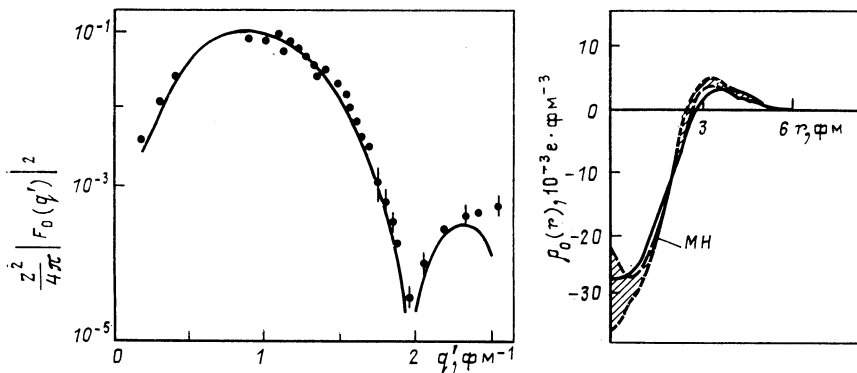


Рис. 3. Монопольный формфактор и ППЗ ядра ^{12}C ($\varepsilon = 7,658$ МэВ). Формфактор и ППЗ рассчитаны по модели Хелма по формулам (21) и (22) соответственно; точки и MN — данные [10]

ные работ [10, 46—49]. Из рисунков видно, что теоретические формфакторы хорошо описывают экспериментальные, включая первый

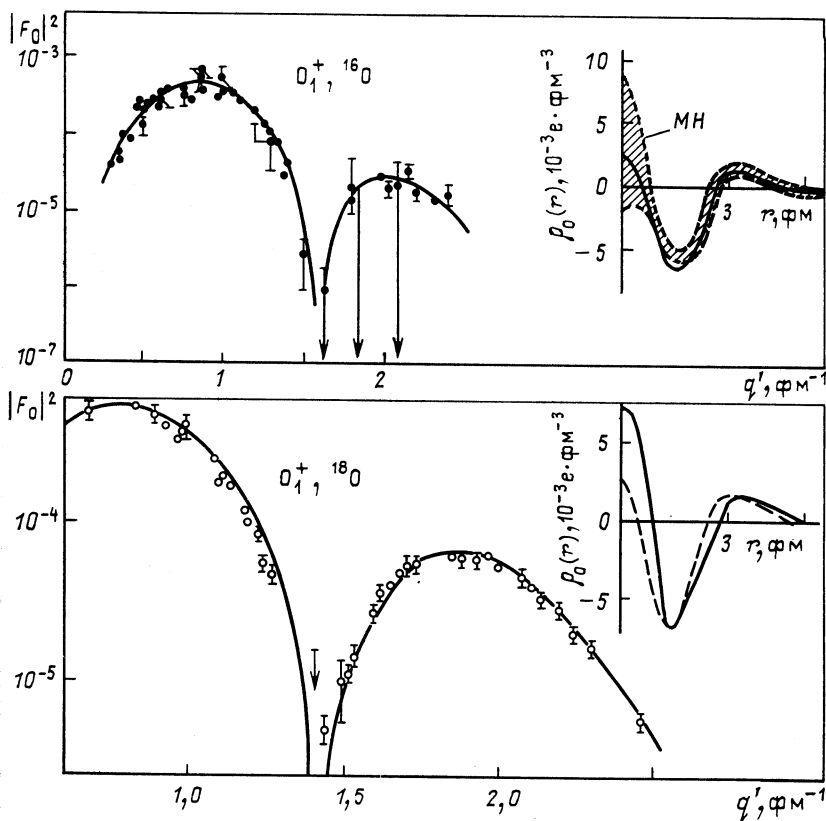


Рис. 4. Монопольные формфакторы и ППЗ ядер ^{16}O ($\epsilon = 6,052$ МэВ) и ^{18}O ($\epsilon = 3,630$ МэВ):

Сплошные кривые рассчитаны по модели Хелма; пунктирная кривая — ППЗ ядра ^{16}O , которая сравнивается с ППЗ ядра ^{18}O ; экспериментальные точки — [46, 47]; MH — данные [46]

дифракционный минимум (в случае ядра ^{40}Ca рассчитанный формфактор не согласуется с измеренным в области второго дифракционного минимума). Все переходные плотности имеют объемный характер, что указывает на проявление сжимаемости ядерной материи и важную роль протонов s -оболочки. Сравнение ППЗ ядер ^{16}O и ^{18}O показывает, что добавление двух нейтронов к ^{16}O обуславливает увеличение $\rho_0(r)$ в центре ядра ($r = 0$) и небольшое перераспределение заряда к его поверхности (рис. 4).

В табл. 3 приведены характеристики монопольных колебаний рассматриваемых ядер. Параметры R определены из соотношения $R = 1,11A^{1/3}$ фм [1, 3], а g из $\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5}(R^2 + 5g^2)$, так как значения $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ известны. Параметры R_{tr} и g_{tr} , приводящие к хорошему согла-

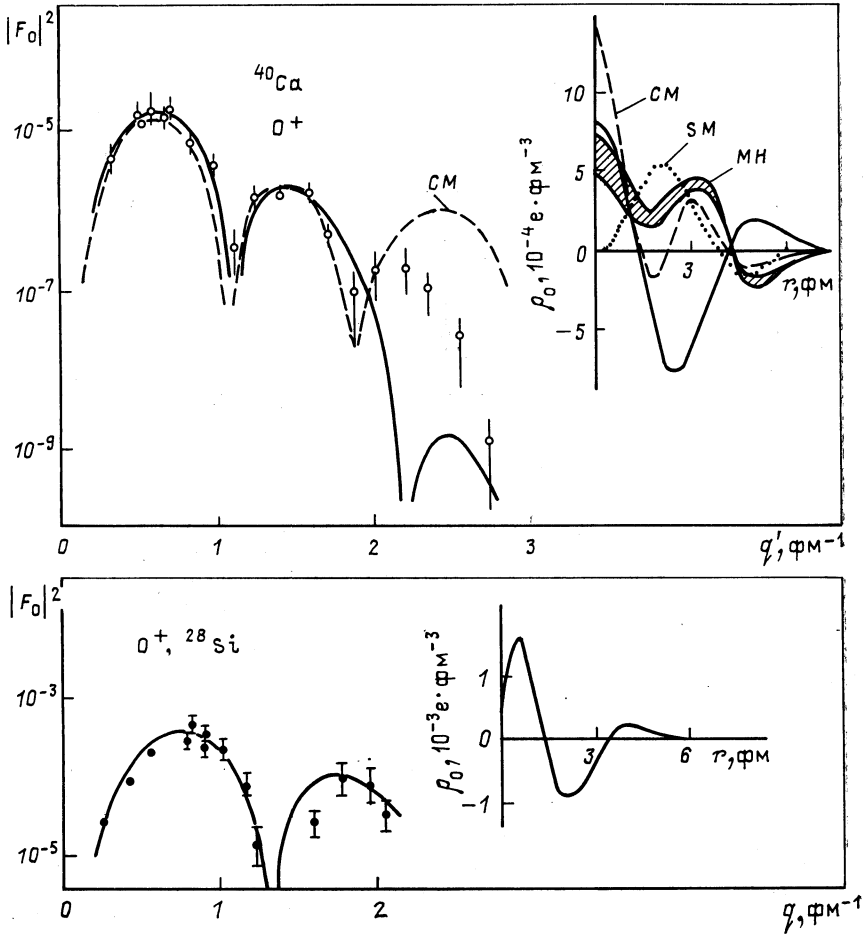


Рис. 5. Монопольные формфакторы и ППЗ ядер ^{28}Si ($\epsilon = 4,97$ МэВ) и ^{40}Ca ($\epsilon = 3,352$ МэВ):

экспериментальные точки — [48] (^{28}Si) и [49] (^{40}Ca); МН — модельно-независимое ППЗ [49]; сплошные кривые — расчет по модели Хелма; SM и CM — расчеты по оболочечной и coexistence моделям соответственно [49]

сию теории с опытом, существенно отличаются от параметров R и g . Как отмечалось в [50], отличия R_{tr} и R или g_{tr} и g , по-видимому, связаны с эффектами деформации ядер.

На рис. 3—5 ППЗ ядер ^{12}C , ^{16}O и ^{40}Ca сравниваются с МН ППЗ [10, 46, 49]. Эти плотности можно восстановить из измеренного формфактора, если определить коэффициенты A_n разложения $\rho_\lambda(r)$ в ряд [58] с помощью критерия χ^2 :

$$\rho_\lambda(r) = \sum_n A_n q_n^{\lambda-1} j_\lambda(q_n^{\lambda-1} r), \quad (24)$$

Таблица 3. Характеристики монополюсных (0⁺) колебаний ядер ¹²C, ¹⁶O, ¹⁸O, ²⁸Si и ⁴⁰Ca

Ядро	ε, МэВ	R _{тг} , фм	ε _{тг} , фм	10 β ₀ , фм	ME, фм ²	R ₀ , фм	γ	R, фм	g, фм	
¹² C	7,65	1,60±0,02	1,20±0,05	1,4±0,4	6,4±0,6	4,79±0,15 4,7±0,3 [57]	1,92±0,06 1,92±0,12 [57]	2,54	0,82	
¹⁶ O	6,049	1,97±0,02	1,08±0,04	0,70±0,07	3,63±0,50 3,80 [53] 5,44±0,29 [46] 4,14±0,58 5,92±0,25 [46]	4,96±0,11 5,4±0,4 [54] 4,66±0,12	1,82±0,04 1,98±0,52 [57] 1,71±0,04	2,80	0,95	
¹⁸ O	3,630	2,47±0,02	1,08±0,03	0,85±0,05	4,43±0,38	5,00±0,11	1,79±0,04	2,91	0,95	
²⁸ Si	4,97	2,40±0,04	1,05±0,04	0,85±0,05	7,5±0,7 6,82±0,52 [56]	5,50±0,17 5,64±0,27 [56]	1,75±0,05 1,86±0,09 [57]	3,37	1,01	
⁴⁰ Ca	3,352	2,80±0,04	1,40±0,05	0,28±0,02	4,7±0,5 2,2-5,5 [49] 2,53±0,44 [55]	6,76±0,24 6,1±0,09 [55]	1,98±0,06 1,94 [57]	3,80	1,08	

Примечание. Среднеквадратичные радиусы ядер ¹²C, ¹⁶O, ¹⁸O, ²⁸Si и ⁴⁰Ca соответственно равны 2,43 фм [18], 2,720 фм [51], 2,794 фм [51], 3,138 фм [48] и 3,49 фм [52]. Значения ME для ¹⁶O (O₁⁺ и O₂⁺) из [46] умножены на л³/2.

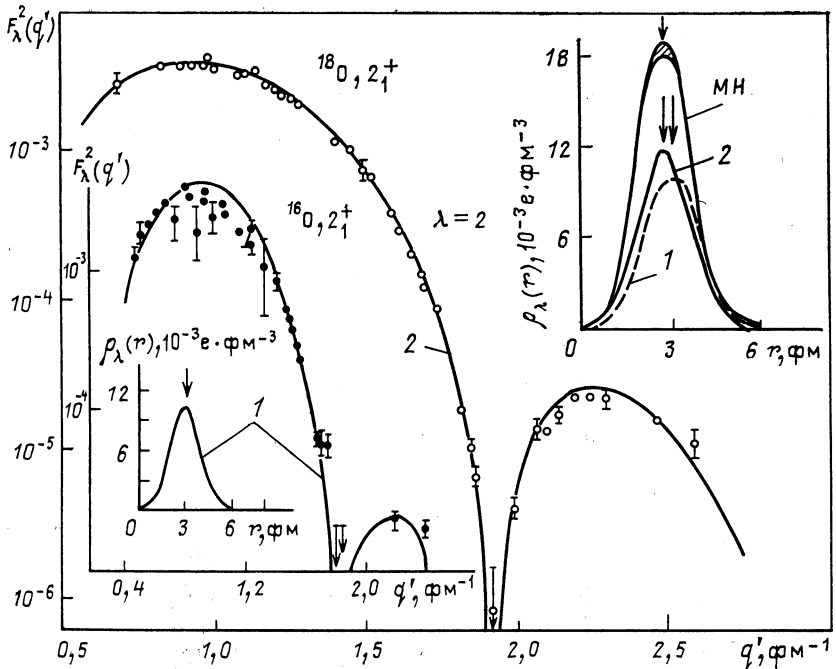


Рис. 6. Квадрупольные формфакторы и ППЗ ядер ^{16}O (кривые 1) и ^{18}O (кривые 2):

пунктирная кривая — ППЗ ядра ^{16}O ; экспериментальные точки — [46, 47]; сплошные кривые — расчет по модели Хелма; МН — данные для ядра ^{16}O [46]. В случае ядра ^{16}O МН ППЗ совпадает с теоретически рассчитанной (стрелки указывают на положение максимумов)

где $r \leq R_C$, а $q_n^{-1} R_C$ — величины, при которых функция Бесселя $j_{\lambda-1}(x)$ обращается в нуль; R_C — радиус обрезания плотности.

Из рис. 3 и 4 видно, что модель Хелма хорошо согласуется с МН ППЗ ядер ^{12}C и ^{16}O . Подобная картина наблюдается при сравнении предсказаний модели с МН ППЗ уровня 0_2^+ ядра ^{16}O [60]. Однако в случае ^{40}Ca (рис. 5) эта модель неадекватна структуре возбуждения уровня 0^+ с $\varepsilon = 3,352$ МэВ, хотя хорошо согласуется с экспериментальной ППЗ в точке $r = 0$, отражая тот факт, что $\rho_\lambda(r)$ имеет максимум в этой точке. Оболочечная модель (SM), в которой учитываются $0p - 0h$ -, $2p - 2h$ - и $4p - 4h$ -возбуждения, и так называемая coexistence модель (CM) [49, 59], в которой сосуществуют как сферические, так и деформированные состояния и учитываются $6p - 6h$ - и $8p - 8h$ -конфигурации, не описывают многих особенностей МН ППЗ и, в частности, не предсказывают значения $\rho_\lambda(r)$ в точке $r = 0$. Модель SM, описывающая 0^+ -состояние как деформированное, качественно передает осцилляции МН ППЗ и гораздо лучше согласуется с опытом, чем оболочечная модель. Формфактор, рассчитанный

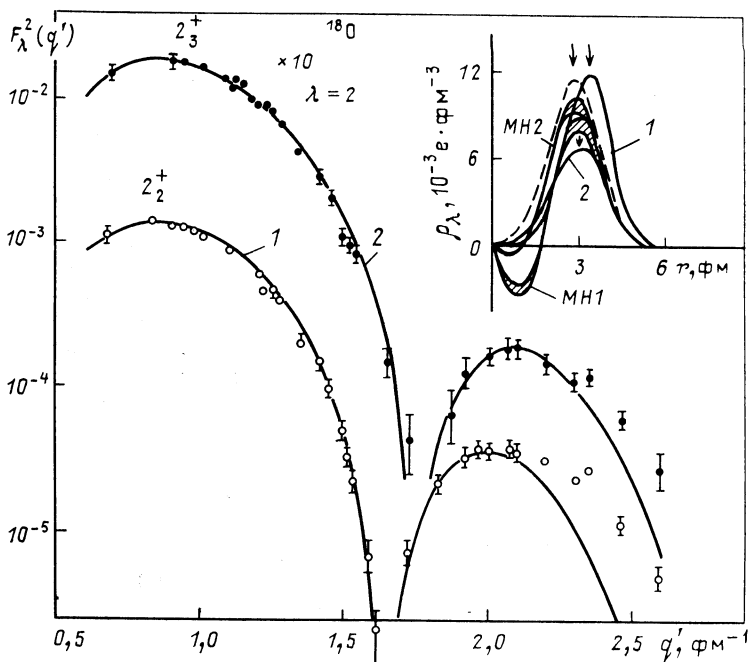


Рис. 7. Формфакторы и ППЗ уровней 2_2^+ (кривые 1) и 2_3^+ (кривые 2) ядра ^{18}O : пунктирная кривая — ППЗ уровня 2_1^+ ядра ^{16}O ; экспериментальные точки — [46]; кривые — расчет по модели Хелма; MN1 и MN2 — данные для уровней 2_2^+ и 2_3^+ соответственно [46]

в модели *СМ*, практически совпадает с экспериментальным до $q \sim 2 \text{ fm}^{-1}$, однако превышает его при $q > 2 \text{ fm}^{-1}$ в несколько раз.

На рис. 6—8 приведены мультипольные формфакторы и ППЗ ядер ^{16}O (2_1^+) и ^{18}O (2_1^+ , 2_2^+ , 2_3^+ , 4_1^+ , 4_2^+) [46], которые сравниваются с рассчитанными по модели Хелма [60]. Эта модель хорошо описывает измеренные формфакторы, включая в случае 2^+ -уровней и первый дифракционный минимум. Вычисленные ППЗ сравниваются с модельно-независимыми [46]. Характеристики квадрупольных и гексадекапольных состояний ядер ^{16}O и ^{18}O приведены в табл. 4. Величины $B(E_\lambda)$ и (R_λ) , полученные на основе модели Хелма и другими способами, практически совпадают. Сравнение ППЗ уровней 2_1^+ ядер ^{16}O и ^{18}O показывает (рис. 6, сплошная и пунктирная кривые), что их максимумы сдвинуты примерно на 0,3 фм, а добавление двух нейтронов к ^{16}O приводит к увеличению максимума ППЗ и его смещению к меньшим r . При этом параметры R_{t_r} больше значений примерно на 10%, а значения g_{t_r} составляют 0,95 значений g . В то время как положения максимумов ППЗ уровней 4_1^+ и 4_2^+ практически совпадают (рис. 8), максимумы $\rho_\lambda(r)$ уровней 2_1^+ и 2_2^+ (рис. 7, кривая 1 и пунктирная кривая) сдвинуты на 0,5 фм, что связано с соответ-

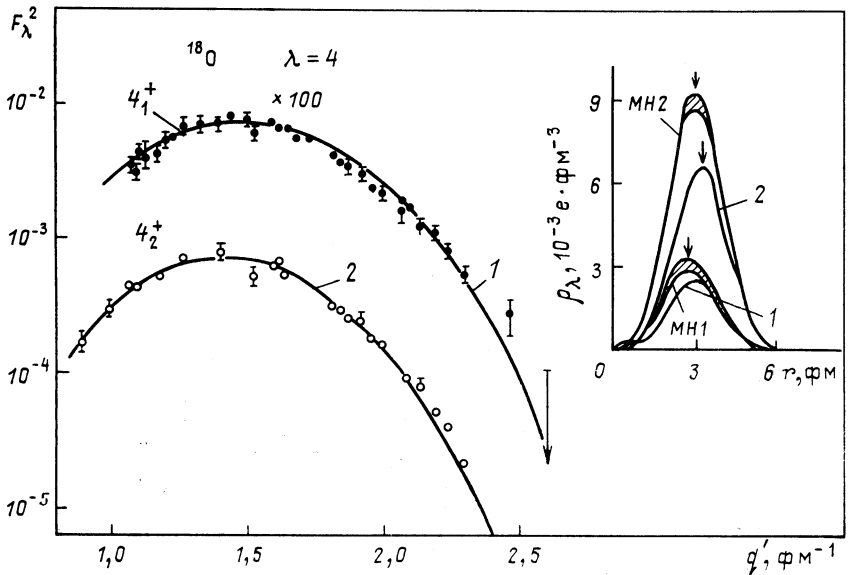


Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но для уровней 4_1^+ и 4_2^+

ствующим сдвигом дифракционных минимумов формфакторов этих уровней на $0,3 \text{ фм}^{-1}$.

Модельно-независимые ППЗ уровней 2_2^+ и 2_3^+ ядра ^{18}O (рис. 7) отличаются от предсказаний модели Хелма: они изменяют знак в зависимости от r и также приводят к хорошему описанию экспериментальных формфакторов. Здесь проявляется отмеченная ранее в [8, 62] модельная неоднозначность, состоящая в том, что в ряде случаев различные ППЗ приводят к примерно одинаковому описанию одних и тех экспериментальных данных. Результаты подобного анализа формфакторов и ППЗ различных состояний ядра ^{16}O (2_1^+ , 2_2^+ , 2_3^+ , 3_1^- , 4_1^+ , 4_2^+) на основе модели Хелма приведены в [60].

Отличие ППЗ уровней 2_2^+ и 2_3^+ ядра ^{18}O и 2_2^+ ядра ^{16}O от МН ППЗ свидетельствует о неадекватности модели Хелма структуре этих возбуждений. Для слабоколлективизированных возбуждений МН ППЗ могут существенно отличаться от вычисляемых модельно-независимым способом.

На рис. 9 приведены зависимости переходных радиусов от атомной массы для монополярных и квадрупольных переходов ядер ^{12}C — ^{48}Ca . Значения R_0 (0_1^+) изотопов 16 , ^{18}O [60] и 40 , 42 , 44 , ^{48}Ca [55], а также ядер ^{12}C , ^{20}Ne , ^{24}Mg и ^{28}Si увеличиваются с ростом A . В случае 2_1^+ -переходов значения R_2 приведены для пар изотопов 16 , ^{18}O [60], 20 , ^{22}Ne [56], 28 , ^{30}Si [63], 36 , ^{40}Ar [64] и 40 , ^{48}Ca . Таким образом, переходные радиусы зависят от атомной массы и мультипольности перехода.

Т а б л и ц а 4. Характеристики квадрупольных и гексадекапольных возбужденных состояний ядер ^{16}O и ^{18}O

Ядро	J ^π	E _г , МэВ	R _{гг} , фм	ε _{гг} , фм	β _λ	R _λ , фм	γ	B(E _λ , 0 → λ), e ² ·фм ² λ	Данные других работ B(E _λ , 0 → λ), e ² ·фм ² λ
^{16}O	2 ⁺	6,917	2,98±0,03	0,93±0,03	0,30±0,02	3,87±0,09	1,42±0,04	36,1±3,4	44,2±2,0 [64] 40,6±10,8 [61] 38,9±0,3 [46]
	2 ⁺ ₂	9,85	2,22±0,11	0,65±0,07	(0,65±0,07)·10 ⁻¹	2,84±0,20	1,03±0,07	0,52±0,16	0,24±0,08 [46]
	2 ⁺ ₃	11,52	2,92±0,03	0,80±0,08	0,18±0,02	3,61±0,15	1,32±0,05	12,0±1,7	17,0±0,5 [46]
^{16}O	4 ⁺	10,35	2,38±0,04	1,18±0,06	0,80±0,08	4,58±0,16	1,68±0,06	(3,4±0,8)·10 ³	(3,8±0,7)·10 ³ [46]
	4 ⁺ ₂	11,09	2,23±0,04	11,1±0,05	0,60±0,06	4,30±0,14	1,58±0,05	(1,12±0,30)× ×10 ³	(3,35±0,76)·10 ³ [46]
^{18}O	2 ⁺	1,982	3,00±0,03	0,88±0,03	0,30±0,02	3,80±0,07	1,36±0,03	37,2±2,6	41,7±2,4 [64] 44,8±11,3 [46]
	2 ⁺ ₂	3,919	3,47±0,03	0,80±0,02	0,16±0,01	4,06±0,06	1,45±0,02	18,5±2,3	39,3±1,6 [54]
	2 ⁺ ₃	5,250	3,27±0,03	0,90±0,03	0,20±0,01	4,05±0,07	1,45±0,03	23,3±2,0	22,2±1,0 [46] 28,3±1,5 [46]
^{18}O	4 ⁺	3,553	2,90±0,03	0,97±0,04	0,16±0,01	4,33±0,12	1,55±0,04	(6,88±1,15)× ×10 ³	(9,04±0,90)·10 ² [46]
	4 ⁺ ₂	7,114	3,10±0,03	1,00±0,04	0,47±0,03	4,54±0,12	1,63±0,04	(9,55±0,57)× ×10 ³	(13,1±0,6)·10 ³ [46]

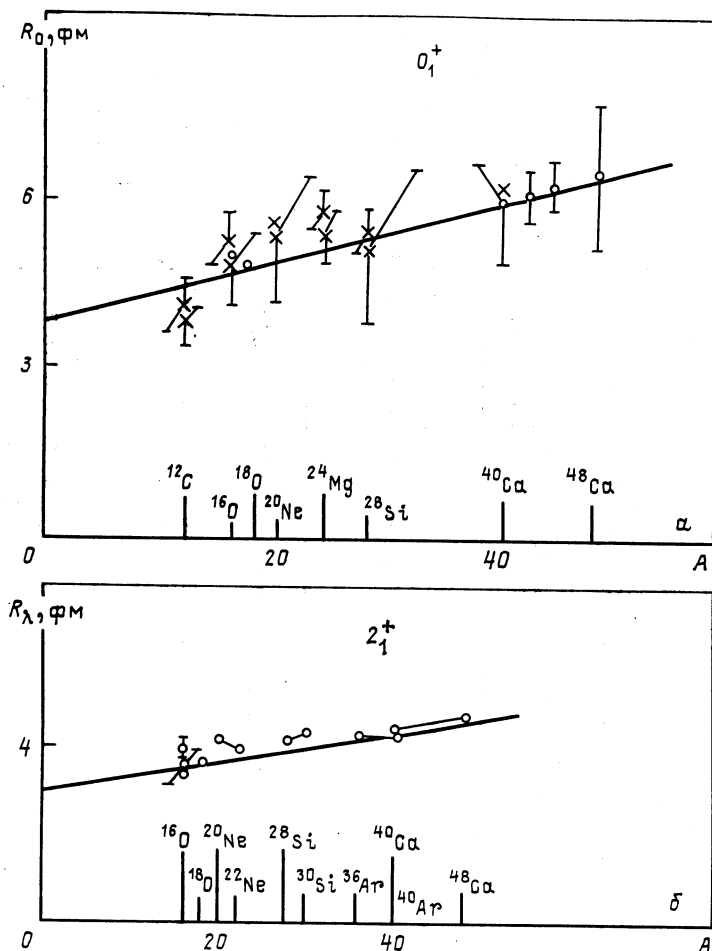


Рис. 9. Переходные радиусы монополярных R_0 (а) и квадрупольных $R_{\lambda=2}$ (б) переходов ядер $^{12}\text{C} - ^{48}\text{Ca}$. Прямые — результаты расчетов R_λ по формулам $R_{\lambda=0} = 3,9 + 0,06A$ фм и $R_{\lambda=2} = 3,0 + 0,035A$ фм

Для ядер $^{12}\text{C} - ^{40}\text{Ca}$ отношения $R_0/\langle r^2 \rangle^{1/2}$ равны $1,91 \pm 0,10$ [1], а $R_2/\langle r^2 \rangle^{1/2} = 1,39 \pm 0,04$ [65]. Тогда $R_2/R_0 = 0,73 \pm 0,06$. Это отношение в модели Хелма равно $R_2/R_0 = \frac{3}{10} \frac{R^2 + 7g^2}{R^2 + 3g^2}$, т. е. $\frac{R_2}{R_0} = 0,72 \div 0,74$.

Это же отношение можно определить на основе модели Тасси [66], если учесть, что $R_2^2 = 7 \langle r^4 \rangle / 5 \langle r^2 \rangle$, $R_0^2 = 2 \langle r^4 \rangle / \langle r^2 \rangle$. В этом случае $R_2/R_0 = 0,84$, что хуже согласуется со значением $0,73 \pm 0,06$, чем по сравнению с моделью Хелма.

Таким образом, проведенное на основе модели Хелма исследование формфакторов и ППЗ НКС ядер для λ , равной 0; 2; 3 и 4, свидетельствует в ряде случаев об адекватности этой модели структуре этих состояний. При этом для $\lambda = 0$ ППЗ имеет объемный характер, тогда как при $\lambda = 2$ и 4 ППЗ характеризуются большими поверхностными максимумами, расположенными при $r \sim R$. Модель Хелма позволяет определить также эффекты, связанные с изменениями в ППЗ ядер-изотопов, и тем самым исследовать влияние добавляемых к ядру нейтронов на ППЗ. Успех модели Хелма связан с тем, что во многих ядерных моделях перекрытие волновых функций Ψ_i и Ψ_f в матричных элементах перехода приводит к образованию пика, расположенного вблизи поверхности ядра.

В то же время для слабоколлективизированных состояний эта модель неадекватна структуре этих возбуждений и для улучшения согласия с экспериментом необходим учет (для $\lambda > 0$) эффектов сжимаемости ядерного вещества. В модели Хелма эти эффекты для $\lambda > 0$ отсутствуют.

Модели Тасси, Бора — Моттельсона, Штейнведеля — Йенсена и их модификации. ППЗ и формфакторы ядер ^{24}Mg , ^{32}S и ^{40}Ca . Модель Тасси — одна из популярных моделей, применяемых для изучения рассеяния частиц на ядрах. Тасси рассчитал ППЗ на основе гидродинамической модели ядра [67] в предположении, что изменение формы ядра связано с безвихревым движением ядерной материи, плотность которой постоянна. В этой модели ядро несжимаемо (кроме случая $\lambda = 0$) и колебания имеют поверхностный характер. ППЗ при этом ($T = 0$ и 1) равна

$$\rho_\lambda(r) = \begin{cases} cr^{\lambda-1} d\rho(r)/dr, & \lambda \geq 1, \\ c[3\rho(r) + r d\rho(r)/dr], & \lambda = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Эту формулу можно доказать несколькими способами [1, 67, 68].

Рассмотрим такое изменение одночастичного потенциала, которое приводит к коллективному возбуждению ядра. Это изменение пропорционально амплитуде колебаний $\alpha_{\lambda\mu}$ и может быть записано в виде [68]:

$$\delta V = \kappa_\lambda \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} F_{\lambda\mu}^+,$$

где $F_{\lambda\mu}$ — одночастичный локальный оператор (вибрационное поле), который выберем равным мультипольному оператору $r^\lambda Y_{\lambda\mu}$, а κ_λ — константа связи. В случае потенциала гармонического осциллятора $V = (1/2) M \omega_0^2 r^2$ деформацию потенциала можно записать в виде

$$\delta V = \frac{\kappa_\lambda}{M \omega_0^2} r^{\lambda-1} \frac{\partial V}{\partial r} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*.$$

Изменение плотности ядра $\delta\rho$ выражается такой же формулой, если заменить V на $\rho(r)$, и совпадает с радиальной ППЗ модели Тасси.

Микроскопическое обоснование модели Тасси путем решения зависящего от времени уравнения Шредингера с одночастичным оператором $F = r^\lambda Y_{\lambda\mu}$ в формализме обобщенной координаты Q_K и обобщенного импульса P_K приведено в [69]. Этот формализм очень удобен для описания гидродинамики ядерного движения.

Операторы Q_K и P_K удовлетворяют уравнениям движения

$$\left. \begin{aligned} [H, Q_K] |0\rangle &= -\frac{i}{M_K} P_K |0\rangle; \\ [H, P_K] |0\rangle &= iM_K \omega_K^2 Q_K |0\rangle \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

и условию нормировки $\langle 0 | [Q_K, P_K] | 0 \rangle = i$. При этом зависящая от времени волновая функция системы выражается через оператор $A = -ie (\omega_K M_K Q_K \sin \omega_K t + P_K \cos \omega_K t)$, т. е. $|\Psi(t)\rangle = \exp A(t) |0\rangle$, а Q_K и P_K являются компонентами этого оператора. Переходная плотность связана с коллективным оператором P_K соотношением [69]:

$$\langle 0 | \rho(\mathbf{r}) | k \rangle = -\frac{i}{(2M_K \omega_K)^{1/2}} \langle 0 | [P_K, \rho(\mathbf{r})] | 0 \rangle. \quad (27)$$

В случае изоскалярных переходов ядерный потенциал коммутирует с F и из (26), заменив $Q = \sum_i r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}$, получим

$$P_K = \frac{M_K}{2m} \sum_i \mathbf{p}_i \nabla (r_i^\lambda Y_{\lambda\mu}),$$

а из (27) — выражение для переходной плотности модели Тасси

$$\rho_\lambda(\mathbf{r}) = \frac{1}{m} \left(\frac{M_K}{2\omega_K} \right)^{1/2} \lambda r^{\lambda-1} \frac{d\rho(r)}{dr} Y_{\lambda\mu}.$$

Модель Тасси дает точное решение уравнений движения, если мультипольный оператор (обобщенная координата) возбуждает только одно состояние в ядре. Эта модель, как отмечалось в [69], полезна для изучения гигантских резонансов и оказывается некорректной при рассмотрении НКС ядер.

Для $\lambda = 0$ доказательство, основанное на правилах сумм, приведено в [70].

В самосогласованной гидродинамической модели (СГМ) ядра [71] монополярные возбуждения рассматриваются, как гидродинамические флуктуации плотности. Переходную плотность модели Тасси (скейлинг-модели) для $\lambda = 0$ можно получить из уравнения непрерывности $\partial\rho/\partial t + \operatorname{div} \mathbf{u} = 0$ с полем скоростей \mathbf{u} , заданным с точностью до амплитуды $\mathbf{u} \sim \mathbf{r}$. Переходная плотность, рассчитанная в СГМ с нуклон-нуклонным взаимодействием SkM для ^{40}Ca и $\lambda = 0$, практически совпадает с результатами расчетов по модели Тасси. Переходная плотность в СГМ получена из уравнения непрерывности и уравнения движения безвихревой жидкости с эффективным нуклон-нуклонным взаимодействием, зависящим от плотности.

Модель Тасси для $\lambda > 0$ плохо согласуется с экспериментальными данными, и, в частности, форма формфакторов неадекватна предсказаниям этой модели. Модель приводит к завышенным значениям B ($E\lambda, 0 \rightarrow \lambda$) [50]. Как отмечалось А. Б. Мигдалом [25], в гидродинамической модели пренебрегается вкладом объемной компоненты, тогда как экспериментальные данные указывают на их существование. Однако имеются пути улучшения этой модели. Рассмотрим некоторые из них.

В модифицированной модели Тасси параметры РПЗ считаются свободными и определяются из наилучшей подгонки к экспериментальным данным [62, 63]. Новые параметры на 5—10 % отличаются от параметров РПЗ, и это отличие, как уже отмечалось [50], связано с эффектами деформации ядер. Так, анализ квадрупольных формфакторов изотопов $^{28}, ^{30}\text{Si}$ на основе этой модели [63] приводит к очень хорошему согласию теории с опытом, если несколько изменить параметры c и t фермиевского РПЗ. Однако экспериментальные данные ограничены низкими $q \sim 0,16 \div 1,1 \text{ фм}^{-1}$. Формфакторы, измеренные при больших q (около $3,0 \text{ фм}^{-1}$), не согласуются с моделью Тасси, даже если существенно изменить параметры РПЗ [72].

В связи с этим для улучшения описания формфакторов в модели Тасси при больших q РПЗ данной модели была модифицирована [14] добавлением к $\rho_\lambda(r)$ величины $\Delta\rho(r) \sim j_2(Qr)$ для $\lambda = 2$ (объемная компонента), т. е.

$$\rho_{\lambda=2}(r) = Ar \frac{d\rho(r)}{dr} + Bj_2(Qr),$$

где $Q = q_{\text{макс}}$ (максимальный переданный ядру импульс); A и B — константы, определяемые из сравнения теории с опытом. Учет этой добавки приводит к хорошему описанию квадрупольных формфакторов изотопов $^{50}, ^{52}, ^{54}\text{Cr}$, включая второй дифракционный минимум, во всем диапазоне q (до $q_{\text{макс}} \sim 2,6 \text{ фм}^{-1}$). При этом переходные плотности характеризуются не только большим поверхностным пиком, но и заметной объемной компонентой с максимумом, расположенным при $r \sim 1,5 \text{ фм}$.

В случае $\lambda = 0$ РПЗ модели Тасси хорошо согласуется с $\rho_{\lambda=0}(r)$, рассчитанной в формализме функции Грина в ПСФ с силами Скирма. В формуле (25) РПЗ с $\lambda = 0$ в отличие от $\rho_\lambda(r)$ с $\lambda \geq 1$ содержит дополнительный член, зависящий от плотности, вследствие которого плотность имеет объемный характер. Поэтому представляет также интерес феноменологическая модификация модели Тасси, связанная с добавлением в $\rho_\lambda(r)$ члена, зависящего от плотности [73]:

$$\rho_\lambda(r) = c [1 + t\rho(r)] r^{\lambda-1} \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (28)$$

Физической предпосылкой для такой модификации является возникновение обменного члена $\frac{4M}{\hbar^2} (t_1 + t_2) \rho(r) r^{\lambda-1} \frac{d\rho(r)}{dr}$, зави-

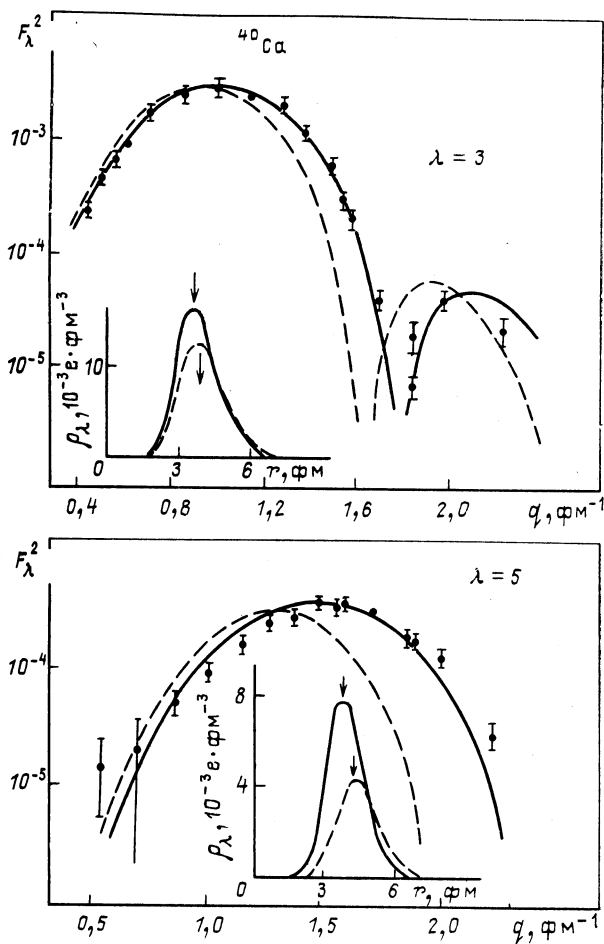


Рис. 10. Формфакторы и ППЗ уровней 3- и 5- ядра ^{40}Ca :

пунктирные и сплошные кривые рассчитаны по формулам (5) и (28) с ХФ РПЗ соответственно с $t = 0$ (модель Тасси) и $t \neq 0$; точки — данные [74]

сящего от плотности, в правилах сумм для изовекторных возбуждений. Подробно этот вопрос будет рассмотрен в последнем разделе.

Константа t может быть определена из сравнения теории с опытом и характеризует долю объемной компоненты в модифицированной ППЗ. Расчеты формфакторов, $B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)$ и R_λ ядер ^{32}S , ^{40}Ca и ^{48}Ca ($\lambda = 2, 3, 5$) с возбуждением в них различных состояний с учетом (28) показывают, что наличие в $\rho_\lambda(r)$ члена, зависящего от плотности, существенно изменяет эти параметры [73]. Этот член обуславливает смещение переходной плотности к меньшим r , что отра-

жается на зависимости формфакторов от q . Изменяя параметр t , можно получить хорошее согласие теории с опытом, чего нельзя достичь в рамках простой модели Тасси.

Если в формуле (28) заменить t на $(4M/\hbar^2)(t_1 + t_2)$, то эта формула имеет смысл только при использовании хартри-фоковского РПЗ.

На рис. 10 приведены результаты расчетов переходных плотностей и формфакторов ядра ^{40}Ca ($\lambda = 3$ и $\lambda = 5$). Из рисунка видно, что учет феноменологического члена в формуле (28) существенно изменяет формфакторы электронного рассеяния и улучшает согласие теории с опытом. Переходные плотности при этом смещаются примерно на 0,5 фм к меньшим значениям r .

Для $\lambda = 2$ ППЗ модели Тасси лучше согласуется с экспериментом в районе дифракционного минимума по сравнению с $\rho_\lambda(r)$, рассчитанной по формуле (28). Интересно, что для $\lambda = 2$ микроскопические расчеты [69] дают ту же зависимость ППЗ от r , что и модель Тасси.

Подобные вычисления плотностей и формфакторов ядер ^{32}S ($\lambda = 2$ и $\lambda = 3$) и ^{48}Ca ($\lambda = 2$ и $\lambda = 3$) приводят к таким же результатам.

Учет в ППЗ члена, зависящего от плотности, изменяет также моменты ППЗ — $B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)$ и R_λ . При этом их значения уменьшаются по сравнению с предсказаниями модели Тасси и лучше согласуются с данными других работ [73].

Аналогичные расчеты формфакторов и ППЗ этих же ядер проведены с РПЗ по модифицированной модели ГО [см. (13б), (13в)], имеющей простую аналитическую форму и позволяющей рассчитать формфакторы и ППЗ в явном виде. Оба РПЗ (хартри-фоковское и оболочечное) приводят практически к одинаковой зависимости формфакторов от q , что свидетельствует о близости ХФ волновых функций рассматриваемых ядер и волновых функций модифицированной модели ГО.

Таким образом, учет в модели Тасси дополнительного члена, зависящего от плотности и связанного с обменными силами Скирма, изменяет (по сравнению с простой моделью Тасси) переходные плотности и формфакторы электронного рассеяния, улучшая согласие между теорией и экспериментом.

Модель Бора — Моттельсона [68], как известно, основана на классических колебаниях ядерной поверхности (колебания формы) с радиусом

$$R = R_0 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}),$$

где $\alpha_\lambda = R_0 \beta_\lambda / (2\lambda + 1)^{1/2}$ — параметр деформации ядерной поверхности.

Согласно этой модели ядро — капля несжимаемой жидкости, а $\rho_\lambda(r) \sim d\rho/dr$, т. е. в структуре НКС важную роль играет поверхность ядра, что подтверждается при сравнении $\rho_\lambda(r)$ с экспериментом. Однако модель приводит к неправильным значениям частот

и вероятностей переходов и к заниженному по сравнению с опытом значению εB ($E\lambda, 0 \rightarrow \lambda$) (правило сумм) [25, 75, 76].

Микроскопическое рассмотрение коллективной модели Бора — Моттельсона в ТКФС (квантовогидродинамическое описание) показывает, что в капле ферми-жидкости, кроме поверхностных, имеются также и объемные колебания, которых нет в модели жидкой капли. Если в ТКФС пропагатор $A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$ (связанный с изменением плотности невзаимодействующих квазичастиц в точке \mathbf{r}_1 , когда в точке \mathbf{r}_2 на ядро действует внешнее поле) заменить δ -функцией, то A_λ не будет зависеть от λ , частота $\omega_\lambda = 0$, а $\rho_\lambda = \alpha_\lambda d\rho(r)/dr$ [16, 25, 75, 76] — результат модели Бора — Моттельсона. На самом деле пропагатор состоит не только из локальной, но и дальнедействующей части, приводящей к появлению в ρ_λ объемной части (квантовые поправки). В этом существенное различие между микроскопическим описанием свойств НКС и в коллективной модели.

ППЗ этой модели для $T = 0$ и 1 можно записать в виде [50, 68, 77, 78]:

$$\rho_\lambda(r) = \frac{\beta_\lambda R_0}{(2\lambda + 1)^{1/2}} \frac{d\rho(r)}{dr}, \quad (29)$$

совпадающим с радиальной зависимостью ППЗ модели Тасси в случае $\lambda = 1$ (модель Бора — Тасси). При $\lambda = 1$ и $T = 1$ эту модель называют также моделью Гольдгабера — Теллера.

Анализ формфакторов НКС ядер ^{28}Si , $^{40,42,44}\text{Ca}$, ^{48}Ti и изотопов никеля с λ , равным 2, 3, 4, 5 [50], показывает на лучшее по сравнению с моделью Тасси согласие модели Бора — Моттельсона с экспериментом [11].

На рис. 11 формфакторы квадрупольного и гексадекапольного колебаний ядра ^{24}Mg сравниваются с предсказаниями модели Бора — Моттельсона. В качестве $\rho(r)$ использовано трехпараметрическое фермиевское распределение с феноменологической добавкой $\Delta\rho(r)$, зависящей от трех параметров, которое хорошо согласуется с формфактором упругого рассеяния электронов на ^{24}Mg до значений $q' \sim 3,1 \text{ фм}^{-1}$ [19]. Отметим, что теоретические формфакторы для $\lambda = 2$ и 4 (рис. 11) рассчитаны с теми же параметрами РПЗ, которые хорошо согласуются с упругим формфактором ядра ^{24}Mg . Совместное описание упругого и неупругого рассеяния позволяет, с одной стороны, проверить связь между плотностями $\rho(r)$ и $\rho_\lambda(r)$, с другой — уточнить радиальную зависимость $\rho(r)$ [78].

В то время как в модели Гольдгабера — Теллера (ГТ) вводится представление о ядре как о несжимаемой и невращающейся жидкости, в модели Штейнведеля — Йенсена (ШЙ) учитываются эффекты сжимаемости ядерной материи. Поэтому переходная плотность в первом случае имеет поверхностный характер, а во втором — объемный. В модели ШЙ ППЗ равна ($\lambda = 1, T = 1$)

$$\rho_1(r) = c\rho(r) j_1(kr),$$

где k — волновые числа, определяемые из условия $j_1'(kR_0) = 0$.

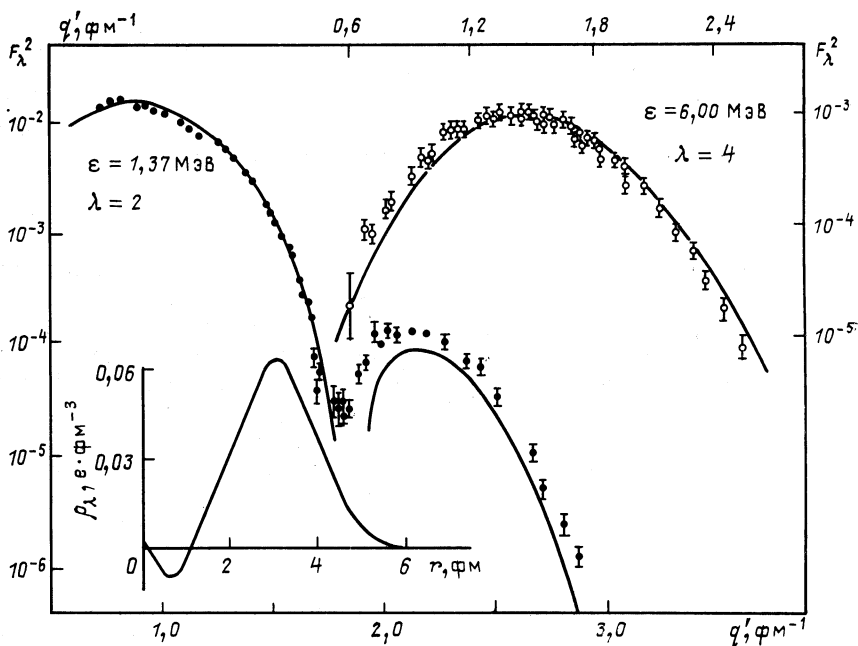


Рис. 11. Формфакторы и ППЗ квадрупольного и гексадекапольного колебаний ядра ^{24}Mg , рассчитанные по модели Бора — Моттельсона по формулам (5) и (29) соответственно: экспериментальные точки — [19, 79]

Общее решение волнового уравнения гидродинамики для двух-компонентной жидкости имеет вид ($T = 1$ для произвольной λ) [68]:

$$\rho_\lambda(\mathbf{r}) = \rho(r) j_\lambda(k_n r) Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu}. \quad (30)$$

Изменение плотности в этом случае равно разности плотностей нейтронов и протонов (поляризационные антисимметричные колебания). При этом поверхность ядра фиксирована, а граничное условие имеет вид $j'_\lambda(k_n R_0) = 0$ (n соответствует различным корням этого уравнения и характеризует различные обертоны колебаний).

У жидкой капли есть еще одна мода колебания, связанная со сжатием ядра (звуковые симметричные колебания). Изменение плотности в этом случае равно изоскалярной сумме изменений плотностей нейтронов и протонов. Вариация плотности также определяется уравнением (30), но с граничным условием $j_\lambda(k_n R_0) = 0$, т. е. изменение плотности на поверхности ядра равно нулю. Звуковые волны харак-

теризуются тем, что $\int_0^\infty \rho_1(r) r^3 dr = 0$, т. е. такие колебания не создают мультипольного момента. Поэтому изоскалярные ($T = 0$) дипольные резонансы имеют очень малые значения $B(E1)$. Для раз-

личных дипольных состояний $\rho_\lambda(r)$ изменяется от объемной (для состояний ниже максимума резонанса) до поверхностной (в области максимума резонанса) [80].

Более вероятной является переходная плотность, в которой имеются оба типа колебаний — поверхностное и объемное. В связи с этим в [81] на основе модели жидкой капли получена плотность

$$\rho_\lambda(r) = \frac{c}{1+\alpha} [\rho_\lambda^{\text{ГТ}}(r) + \alpha \rho_\lambda^{\text{ШЙ}}(r)],$$

в которой параметр α характеризует долю объемной компоненты в $\rho_\lambda(r)$ и подбирается при сравнении теории с опытом. Так, в случае ^{28}Si $\alpha = 0,44$, а для $^{58}, ^{60}\text{Ni}$ $\alpha = 0,29$. Сравнение микроскопических переходных плотностей, соответствующих возбуждению дипольных состояний в ^{90}Zr и ^{140}Ce , с плотностями моделей ГТ и ШЙ показывает [80], что состояния с большими $B(E1)$ характеризуются $\rho_\lambda(r)$ с максимумом на поверхности. Интересное представление $\rho_{\lambda=1}(r)$ дано в [82], в которой проводится совместное микроскопическое описание монополярных и дипольных переходов при неупругом рассеянии протонов, а также получены ППЗ этих колебаний на основе правил сумм.

Микроскопическое обоснование ядерных гидродинамических моделей (Бора — Тасси, $\lambda \geq 0$, $T = 0, 1$; ШЙ, $\lambda \geq 0$, $T = 1$ и модели сжимаемой жидкости, $\lambda \geq 0$, $T = 0$ [1]) на основе правил сумм для плотности тока дано в [83, 84]. Эти правила также приводят к ППЗ (25), т. е. $\rho_\lambda(r)$ модели Тасси, модифицированной переходной плотности (для $T = 1$) и модели сжимаемой жидкости (для $T = 0$) [83, 84]:

$$\rho_\lambda(r) = N \left[\frac{d\rho(r)}{dr} \frac{dj_\lambda(kr)}{dr} - k^2 \rho(r) j_\lambda(kr) \right]. \quad (31)$$

Если $\rho(r) \approx \text{const}$, то $\rho_\lambda(r) = N\rho(r) j_\lambda(kr)$, что соответствует простой модели ШЙ ($T = 1$) и модели сжимаемой жидкости ($T = 0$). В этом случае колебания плотности внутри объема ядра описываются волновыми уравнениями [68] или кинетическим уравнением Ландау, решения которых соответствуют указанной вариации плотности. При $k \rightarrow 0$ $\rho_\lambda(r) = Nr^{\lambda-1} d\rho(r)/dr$, что совпадает с предсказаниями модели Бора — Тасси ($\lambda \geq 0$, $T = 0, 1$) и модели ГТ ($\lambda = 1$, $T = 1$). Модель несжимаемой жидкости Бора — Тасси является, таким образом, частным случаем модифицированной модели ШЙ и модели сжимаемой жидкости.

Подобное (31) выражение для переходной плотности получено в газовой-капельной модели (ГКМ) Струтинского в приближении динамической эффективной поверхности (ДЭП) [85, 86] как для изоскалярных, так и для изовекторных возбуждений. При расчетах переходной плотности учитывается динамика поверхностной области ядра. Переходная (динамическая) плотность представлена в виде суммы объемной и поверхностной компонент: первое слагаемое в (31)

связывается со сдвигом ДЭП ядра и учитывает динамику изменения плотности вблизи поверхности, второе обусловлено изменением плотности в объеме ядра. Таким образом, динамика колебаний плотности в объеме ядра связана с динамикой поверхности в приближении ДЭП.

Учет обоих слагаемых в (31) дает бóльший поверхностный вклад, чем в модели ШИ, и бóльший объемный вклад, чем в модели ГТ. Как отмечалось в [80, 85], вклад в переходную плотность второго слагаемого (ШИ) увеличивается с ростом A , а вклад первого слагаемого (ГТ) — с уменьшением A . Соотношение (31) имеет место как

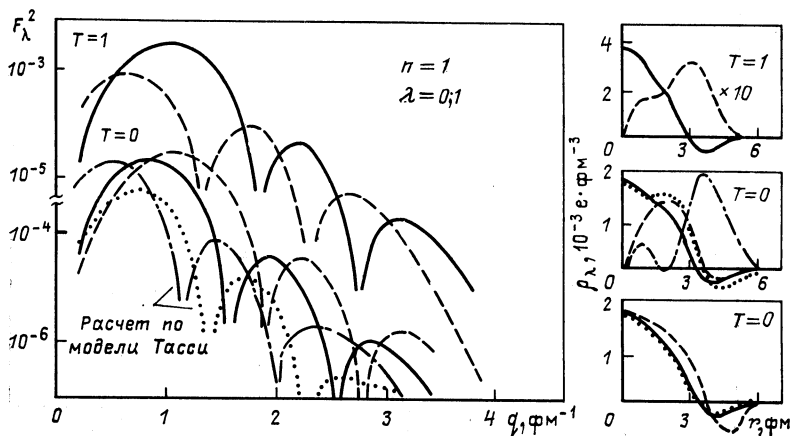


Рис. 12. Переходные плотности и формфакторы, рассчитанные в модифицированной модели ШИ по формулам (31) и (5) соответственно с $N = 1$, для изоскалярных $T = 0$ и изовекторных $T = 1$ состояний ядра ^{40}Ca и $\lambda = 0, \lambda = 1$

для колебаний плотности типа первого звука (гидродинамические колебания), так и для колебаний нулевого звука (газовые колебания). Различие связано со значением параметра k , который определяется из соответствующих граничных условий. Результаты расчетов в ГКМ [86] для колебаний нулевого звука ($\lambda = 0,2$) сравниваются с результатами расчетов в ПСФ с силами Скирма SI [87]. Оба расчета хорошо согласуются.

На рис. 12 приведены результаты расчетов переходных плотностей в модифицированной модели ШИ и формфакторов ядра ^{40}Ca ($\lambda = 0; 1, T = 0$ и $T = 1, n = 1$) с РПЗ модели ГО (136) ($b = 1,968$ фм, $n = 0,84$). Волновые числа k определены из условий $j_\lambda(k_{n\lambda}R_0) = 0$ для $T = 0$ и $j'_\lambda(k_{n\lambda}R_0) = 0$ для $T = 1$ [88]. Аналогичные расчеты проведены с теми же значениями λ, T и $n = 2,3$. Для сравнения на рис. 12 приведены также результаты расчетов формфакторов и переходных плотностей по модели Тасси (точечные кривые, $\lambda = 0$ и штрихпунктирные, $\lambda = 1$). На рис. 12 в нижнем правом углу приведена переходная плотность (31) для $\lambda = 0, T = 0$ (сплошная

кривая), которая сравнивается с предсказаниями самосогласованной гидродинамической модели (СГМ) (пунктирная кривая) и модели с резким краем ядра (точечная кривая) [71]. В СГМ монопольные возбуждения рассматриваются как гидродинамические флуктуации плотности. На рис. 13 приведены те же зависимости, но для $\lambda = 2$ и 3. Результаты расчетов переходных плотностей приводят к следующим выводам [88]: для монопольных колебаний плотности для $T = 0, 1$ и $n = 1, 2, 3$ в модели ШИ практически не различаются между собой и близки к предсказаниям моделей Тасси, ГКМ и СГМ; для

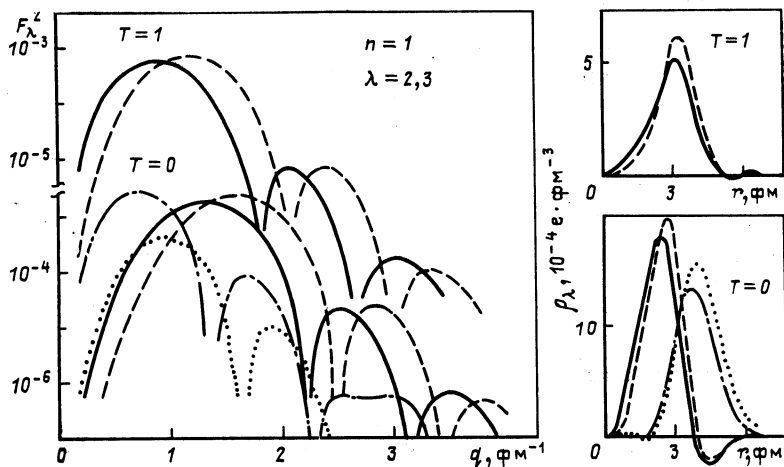


Рис. 13. То же, что на рис. 12, но для $\lambda = 2$ (сплошные кривые) и $\lambda = 3$ (пунктирные кривые); штрихпунктирные ($\lambda = 2$) и точечные ($\lambda = 3$) кривые — расчет по модели Тасси

дипольных колебаний модель Тасси не согласуется с предсказаниями ШИ и ГКМ, при этом плотности для $T = 0$ и 1 существенно различаются между собой в случае $n = 1$, но подобны по форме, когда $n = 2$ и 3; для $\lambda = 2$ и 3 модель Тасси приводит к поверхностной $\rho_{\lambda}(r)$, тогда как $\rho_{\lambda}(r)$ модели ШИ и ГКМ характеризуются глубоко объемной компонентой, что представляет собой проявление сжимаемости ядра.

Сравнение переходных плотностей, рассчитанных в ГКМ, с результатами расчетов в ПСФ с силами Скирма SM и SI [86] для свинца и гипотетического ядра с $A = 1000$ показывает на удовлетворительное согласие обоих подходов между собой.

Таким образом, макроскопические переходные плотности Бора — Тасси и ШИ лишь качественно согласуются с экспериментальными данными. Однако если макромоделю модифицировать так, чтобы $\rho_{\lambda}(r)$ этих моделей содержали как поверхностную, так и объемную компоненту плотности, то они хорошо согласуются с микроскопиче-

скими и МН плотностями, определяемыми из данных по электронному рассеянию. Микроскопическое обоснование указанных моделей и доказательство формул (25), (28) — (30) и (31) на основе правил сумм приведено в разд. 4.

3. ПЕРЕХОДНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЗАРЯДА В МИКРОМОДЕЛИ

Модель гармонического осциллятора и приближение случайных фаз. Формфакторы и ППЗ ядер ^{12}C , ^{20}Ne , ^{24}Mg , ^{28}Si , ^{32}S и ^{34}S . Первые микроскопические расчеты ППЗ проведены в [6, 89], а их результаты суммированы в обзорах [7, 90] и монографии [1]. Микроскопическое описание плотностей заряда и тока для коллективных возбуждений сферических ядер рассматривалось также в [91, 92]. В приближении случайных фаз (ПСФ) ППЗ выражаются через радиальные волновые функции одночастичных состояний $R_j(r)$ и частично-дырочные амплитуды

$$\rho_\lambda(j_1 j_2; r) = (-1)^{j_1 + j_2 - \lambda} \langle j_2 \| i^\lambda Y_\lambda \| j_1 \rangle R_{j_1}(r) R_{j_2}(r), \quad (32)$$

причем $\rho_\lambda(r) = \sum_{j_1 j_2} \rho_\lambda(j_1 j_2; r) (X_{12} + Y_{12})$, где X_{12} , Y_{12} — коэффициенты, определяемые из уравнений ПСФ [91], или

$$\rho_\lambda(r) \sim \sum_{j_1 j_2} \alpha_{j_1 j_2} R_{j_1}(r) R_{j_2}(r) \sim r^{\lambda f}(r).$$

Переходную плотность в общем виде можно представить через волновые функции ядра Ψ_i , Ψ_f и оператор плотности заряда

$$\rho_\lambda(r) = \int \langle \Psi_f \| \hat{\rho}(\mathbf{r}) Y_\lambda(\mathbf{r}) \| \Psi_i \rangle d\mathbf{r}, \quad (33)$$

а оператор плотности заряда

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda\mu} \sum_{j_1 j_2} \rho_{\lambda\mu}(j_1 j_2; \mathbf{r}) A_{\lambda\mu}^+(j_1^- j_2),$$

где $A_{\lambda\mu}^+(j_1^- j_2)$ — частично-дырочный оператор рождения с мультипольностью $(\lambda\mu)$. В ПСФ вибрационное возбуждение рассматривается как линейная комбинация частично-дырочных операторов $A_{\lambda\mu}^+$ и $A_{\lambda-\mu}$. Для определения волновых функций необходимо ввести ту или иную модель ядра. Так, в модели с парным и мультипольным взаимодействием [93] основное состояние ядра представляет собой фоновый вакуум, а возбужденное состояние можно получить, если подействовать на основное состояние оператором рождения фонона. В рамках квазичастично-фононной модели можно рассчитать микроскопические ядерные переходные плотности и применить их для описания НКС и гигантских резонансов ядер [93].

Произведение радиальных волновых функций гармонического осциллятора (12) может привести к любой $\rho_\lambda(r)$ — поверхностной

или объемной, или той и другой одновременно. В ряде случаев ППЗ характеризуется двумя пиками — внешним ($r \sim R$) и внутренним ($r < R$), т. е. $\rho_\lambda(r)$ изменяет знак в зависимости от r . Поверхностные колебания имеют гидродинамическую природу, тогда как объемные связаны с квантовыми эффектами. Хотя НКС ядер представляет собой смесь нескольких частично-дырочных конфигураций, их ППЗ может быть выражена в достаточно простой форме. Так, в случае 3- и 5-состояний ядра ^{40}Ca [3, 74]:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\lambda=3}(r) &= N \left(\frac{r}{b} \right)^3 \left(1 - \alpha \frac{r^2}{b^2} \right) \exp \left(- \frac{r^2}{b^2} \right); \\ \rho_{\lambda=5}(r) &= N \left(\frac{r}{b} \right)^5 \left(1 - \alpha \frac{r^2}{b^2} \right) \exp \left(- \frac{r^2}{b^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где α определяет положение узла $\rho_\lambda(r)$ или дифракционного минимума формфактора. При $\alpha = 0$ учитывается лишь одна конфигурация ($1f, 1d^{-1}$) и соответствующее $\rho_\lambda(r)$ совпадает с результатами расчетов в ПСФ [74].

Для произвольного λ $\rho_\lambda(r)$ можно представить в виде [23, 65, 94]

$$\rho_\lambda(r) = N r^\lambda (a + cr^2 + dr^4) \exp \left(- \frac{r^2}{b^2} \right). \quad (35)$$

При $r \rightarrow 0$ $\rho_\lambda(r) \sim r^\lambda$, которое следует также из определения $\rho_\lambda(r)$ (9). Параметры a, c, d зависят от структуры рассматриваемого возбуждения и могут быть рассчитаны для конкретного ядра.

В [69] $\rho_\lambda(r)$ получено в модели гармонического осциллятора (ГО) в формализме обобщенной координаты Q_k и обобщенного импульса P_k , причем $\langle 0 | \rho(\mathbf{r}) | k \rangle$ определяется формулой (27). Для низколежащей коллективной моды $P = G - 3T$, где операторы

$$\begin{aligned} G &= - \frac{1}{m} \sum_i (p_{x_i} y_i z_i + p_{y_i} x_i z_i + p_{z_i} x_i y_i); \\ T &= \frac{1}{m^3 \omega_0^3} \sum_i p_{x_i} p_{y_i} p_{z_i}. \end{aligned}$$

Мультипольный оператор для $\lambda = 3$ имеет форму $F = \sum_i x_i y_i z_i$ и ППЗ в этом случае равна

$$\rho_{\lambda=3}(r) = N \left[\frac{3}{4} \frac{1}{m^3 \omega_0^3} \nabla_x \nabla_y \nabla_z \rho(r) - \frac{3xyz}{r} \frac{d\rho(r)}{dr} \right], \quad (36)$$

где $m\omega_0 = 1/b^2$. В этой формуле дополнительный член $\Delta_x \Delta_y \Delta_z \rho(r)$ существенно модифицирует член Тасси $\frac{xyz}{r} \frac{d\rho}{dr}$ и очень чувствителен

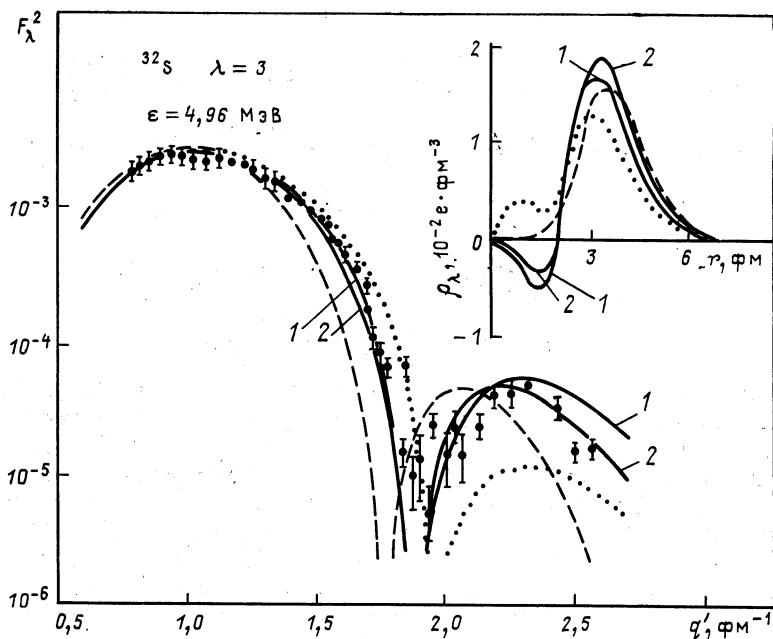


Рис. 14. Октупольный формфактор и ППЗ ядра ^{32}S : сплошные кривые 1 и 2 — расчет ППЗ и формфактора в модели ГО и ПСФ соответственно; точечные — модель Бора — Моттельсона; пунктирные — модель Тасси; точки — экспериментальный формфактор ядра ^{32}S [19]

к выбору $\rho(r)$. Для оболочечной РПЗ (13б) имеем из (36)

$$\rho_{\lambda=3}(r) = N \left(\frac{r}{b}\right)^3 \left[1 - \frac{(3n+10-2Z)}{3(4n+5-Z)} \frac{r^2}{b^2}\right] \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) \quad (37)$$

Вводя $\alpha = \frac{3n+10-2Z}{3(4n+5-Z)}$, получаем формулу (34).

На рис. 14 приведены результаты расчетов $\rho_{\lambda=3}(r)$ и $F_{\lambda=3}^2(q')$ (кривые 1), которые сравниваются с измеренным октупольным формфактором ядра ^{32}S . Параметры $b = 1,918 \text{ фм}$ и $\alpha = 0,88$ определены из данных по упругому рассеянию электронов на ^{32}S . Хорошее согласие рассчитанного формфактора с экспериментальным при $n \neq 0$ свидетельствует о важности учета частичной заполненности протонных орбит при описании ППЗ и формфакторов электронного рассеяния.

Расчеты в ПСФ с сепарабельным мультиполь-мультипольным взаимодействием приводят к оператору $P = 1,5G - 3T$ и к

$$\rho_{\lambda=3}(r) = N \left(\frac{r}{b}\right)^3 \left(a_0 + a_1 \frac{r^2}{b^2} + a_2 \frac{r^4}{b^4}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) \quad (38)$$

с коэффициентами $a_0 = (9,3n + 21 - 3,2Z)$; $a_1 = 2(0,8Z - 4 - 0,2n)$ и $a_2 = 2(0,13Z - 0,67 - 0,2n)$. В этом случае формфактор

и моменты ППЗ могут быть представлены в аналитическом виде

$$F_{\lambda=3}^2(q) = \frac{4\pi^2}{Z^2} (2\lambda + 1) \frac{q^{2\lambda} b^{4\lambda} N^2}{4^{\lambda+2}} \left\{ a_0 + \frac{a_1}{2} (2\lambda + 3 - \frac{q^2 b^2}{2}) + \right. \\ \left. + \frac{a_2}{4} \left[(2\lambda + 3)(2\lambda + 5) - (2\lambda + 5) q^2 b^2 + \frac{q^4 b^4}{4} \right] \right\} \exp(-q^2 b^2/2); \quad (39)$$

$$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda) = \frac{(2\lambda + 1) \pi b^{4\lambda} N^2}{4^{\lambda+2}} [(2\lambda + 1)!!]^2 \times \\ \times \left\{ a_0 + \frac{a_1}{2} (2\lambda + 3) + \frac{a_2}{4} (2\lambda + 3)(2\lambda + 5) \right\}^2; \quad (40)$$

$$R_{\lambda=3}^2 = \frac{9b^2}{2} \frac{(4a_0 + 22a_1 + 143a_2)}{(4a_0 + 18a_1 + 99a_2)}. \quad (41)$$

Кривые 2 на рис. 14 рассчитаны по формулам (38) и (39). Видно, что нуклон-нуклонные корреляции незначительно изменяют ППЗ и формфактор ядра ^{32}S . Однако, как было показано в [89], учет остаточного взаимодействия между нуклонами существенно изменяет квадрупольный формфактор ядра ^{12}C и приводит к хорошему согласию теории с экспериментом. Вероятность перехода $B(E3, 0^+ \rightarrow 3^-)$ равна $8,12 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{фм}^6$ в модели ГО и $10,3 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{фм}^6$ в ПСФ. Переходные радиусы, равные $4,63 \text{ фм}$ в ГО и $4,77 \text{ фм}$ в ПСФ, хорошо согласуются с результатами, полученными другими способами [65].

На этом же рисунке приведены формфакторы и ППЗ, рассчитанные по модели Тасси (пунктирные кривые) и Бора — Моттельсона (точечные кривые) с теми же параметрами b и α . Эти модели плохо согласуются с экспериментальным формфактором. Хорошее согласие октупольного формфактора ядра ^{32}S с рассчитанными в модели ГО и ПСФ (за дифракционным минимумом ПСФ лучше описывает опыт по сравнению с моделью ГО) свидетельствует о важности учета объемной компоненты в $\rho_\lambda(r)$ НКС ядер. Учет в теории объемных колебаний существенно изменяет формфакторы и ППЗ НКС ядер.

На рис. 15—17 приведены результаты расчетов ППЗ и формфакторов ядер ^{12}C , ^{20}Ne , ^{24}Mg , ^{28}Si , ^{32}S и ^{34}S . Для произвольной мультипольности перехода λ ρ_λ и формфакторы рассчитаны по формулам

$$\rho_\lambda(r) = N \left(\frac{r}{b} \right)^\lambda \left(1 - \alpha \frac{r^2}{b^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{b^2} \right), \quad (42)$$

$$F_\lambda^2(q) = \frac{N_\lambda^2 q^{2\lambda} (2\lambda + 1) \pi^2 b^{2(\lambda+3)}}{4^{\lambda+1} Z^2} \left[1 - \alpha \left(\lambda + \frac{3}{2} \right) + \frac{\alpha b^2 q^2}{4} \right]^2 \exp(-q^2 b^2/2); \quad (43)$$

а моменты ППЗ равны

$$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda) = \frac{N_\lambda^2 (2\lambda + 1) \pi b^{2(\lambda+3)}}{4^{\lambda+2}} [(2\lambda + 1)!!]^2 \left[1 - \alpha \left(\lambda + \frac{3}{2} \right) \right]^2; \quad (44)$$

$$R_\lambda^2 = \left(\lambda + \frac{3}{2} b^2 \right) \left[\frac{2 - \alpha (2\lambda + 5)}{2 - \alpha (2\lambda + 3)} \right]. \quad (45)$$

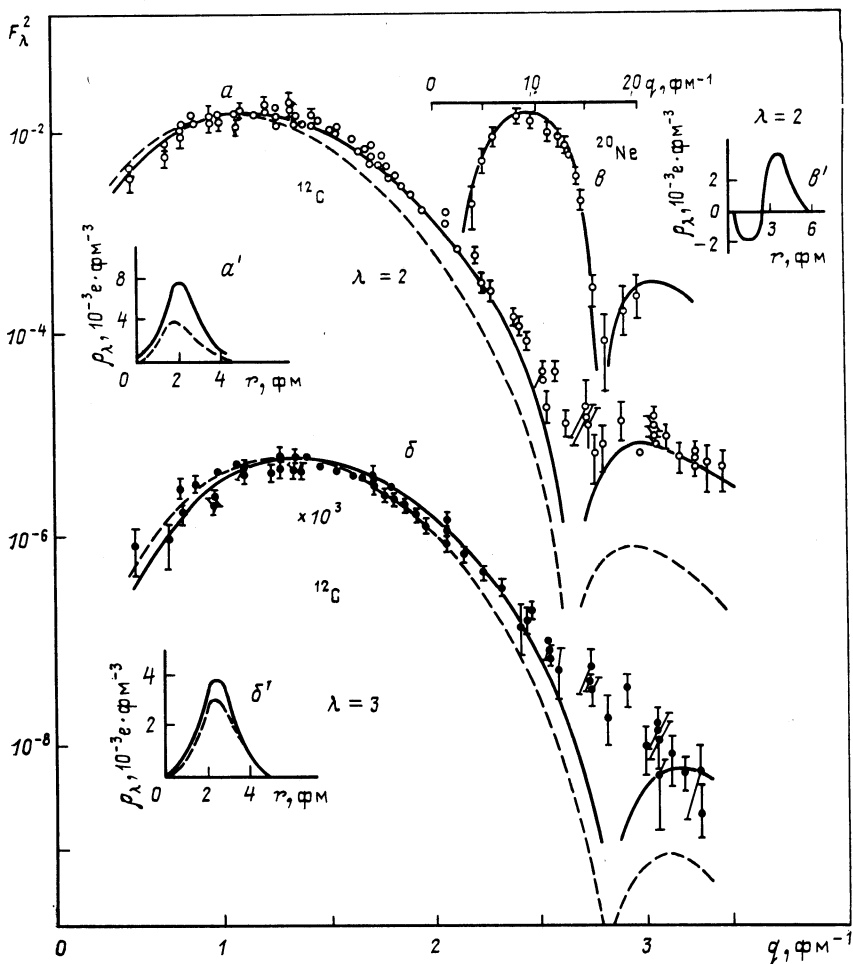


Рис. 15. Формфакторы и ППЗ ядер ^{12}C и ^{20}Ne [65]:

$\alpha, \alpha' - ^{12}\text{C}$ ($\lambda = 2, \varepsilon = 4,43$ МэВ); $\beta, \beta' - ^{12}\text{C}$ ($\lambda = 3, \varepsilon = 9,64$ МэВ); $\alpha, \alpha' - ^{12}\text{Ne}$ ($\lambda = 2, \varepsilon = 1,63$ МэВ). Пунктирные кривые рассчитаны в модели ГО с осцилляторным параметром, полученным из упругого рассеяния электронов, сплошные — при уменьшении этого параметра примерно на 10%

Параметр α определяет положение дифракционного минимума формфактора, когда $1 - \alpha(\lambda + 3/2) + \alpha b^2 q^2/4 = 0$. Из рисунков видно, что ППЗ ядер ^{12}C ($\lambda = 2,3$) и ^{24}Mg ($\lambda = 4$, [65]) имеют поверхностный характер, тогда как ППЗ ядер ^{20}Ne , ^{24}Mg , ^{28}Si ($\lambda = 2$), ^{32}S ($\lambda = 2$ и 3) и ^{34}S (2_1^+ и 2_2^+) характеризуются объемной компонентой, имеющей квантовое происхождение.

Переходные плотности 2_1^- -уровней изотопов $^{32,34}\text{S}$ (сплошные кривые на рис. 14 и 17) практически совпадают. Сравнение $\rho_\lambda(r)$ уров-

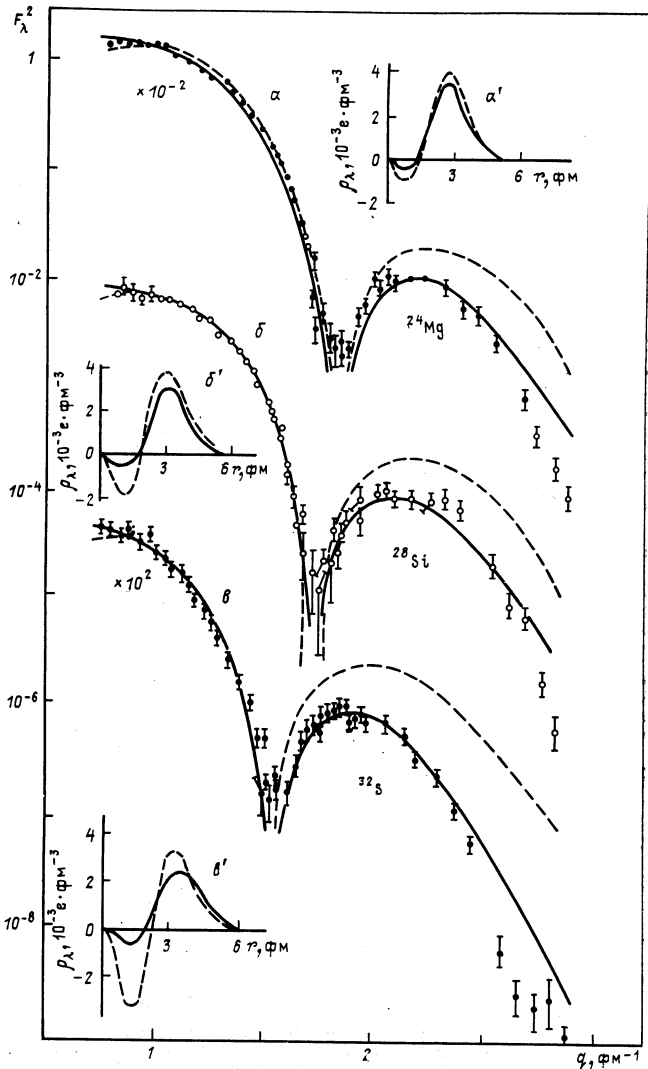


Рис. 16. Квадрупольные формфакторы и ПЗ ядер ^{24}Mg , ^{28}Si и ^{32}S : α, α' — ^{24}Mg ($\lambda = 2, \varepsilon = 1,37$ МэВ); σ, σ' — ^{28}Si ($\lambda = 2, \varepsilon = 1,78$ МэВ); δ, δ' — ^{32}S ($\lambda = 2, \varepsilon = 2,237$ МэВ). Сплошные кривые рассчитаны с осцилляторным параметром, увеличенным на 5, 7 и 11 % соответственно для ^{24}Mg , ^{28}Si и ^{32}S пунктирные — $b = b_{\text{tr}}$. Точки — данные [19]

ней 2_1^+ и 2_2^+ ядра ^{34}S с плотностями МН (рис. 17) показывает на практически их полное совпадение друг с другом, что указывает на адекватность ПЗ (42) структуре возбуждения уровней ядер ^{32}S и ^{34}S .

Соответствующие характеристики 2^+ -состояний изотопов серы приведены в табл. 5. Значения $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$, β , R_λ и $R_\lambda / \langle r^2 \rangle^{1/2}$

Т а б л и ц а 5. Характеристики возбужденных 2^+ -состояний ядер ^{32}S и ^{34}S

Ядро	I^π	ϵ , МэВ	α	b , фм	$10 N_A$, фм $^{-3}$	$B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$, эв. фм 4	β	R_A , фм	$R_A / (r^2)^{1/2}$
^{32}S	2_1^+	2,237	$0,74 \pm 0,03$ $1,20 \pm 0,06$	$1,91 \pm 0,02$ $2,12 \pm 0,04$	$1,14 \pm 0,11$ $0,39 \pm 0,04$	$296,1 \pm 14,8$ $388,8 \pm 19,4$ $300,3 \pm 14,1$ [11]	$0,310 \pm 0,030$ $0,356 \pm 0,036$ $0,28 \pm 0,05$ [96] $0,286 \pm 0,016$ [96]	$4,33 \pm 0,06$ $4,65 \pm 0,07$	$1,33 \pm 0,03$ $1,44 \pm 0,05$
^{34}S	2_1^+	2,127	$0,89 \pm 0,04$ $1,15 \pm 0,05$	$1,94 \pm 0,01$ $2,04 \pm 0,02$	$0,62 \pm 0,06$ $0,35 \pm 0,04$	$171,1 \pm 8,6$ $196,7 \pm 9,8$ $194,9 \pm 8,1$ [11] $192,8 \pm 6,6$ [19]	$0,236 \pm 0,024$ $0,253 \pm 0,025$ $0,23 \pm 0,03$ [96] $0,24 \pm 0,01$ [96]	$4,32 \pm 0,06$ $4,48 \pm 0,07$ $4,54 \pm 0,07$ [19]	$1,32 \pm 0,03$ $1,37 \pm 0,05$ $1,38 \pm 0,02$ [19]
	2_2^+	3,304	$0,55 \pm 0,02$ $0,68 \pm 0,03$	$1,94 \pm 0,01$ $2,13 \pm 0,02$	$0,46 \pm 0,05$ $0,21 \pm 0,02$	$18,3 \pm 1,8$ $23,7 \pm 2,4$ $23,8 \pm 1,8$ [11] $25,6 \pm 2,9$ [19]	$0,077 \pm 0,008$ $0,088 \pm 0,009$	$4,57 \pm 0,07$ $4,87 \pm 0,08$ $4,71 \pm 0,19$ [19]	$1,39 \pm 0,03$ $1,48 \pm 0,05$ $1,43 \pm 0,05$ [19]

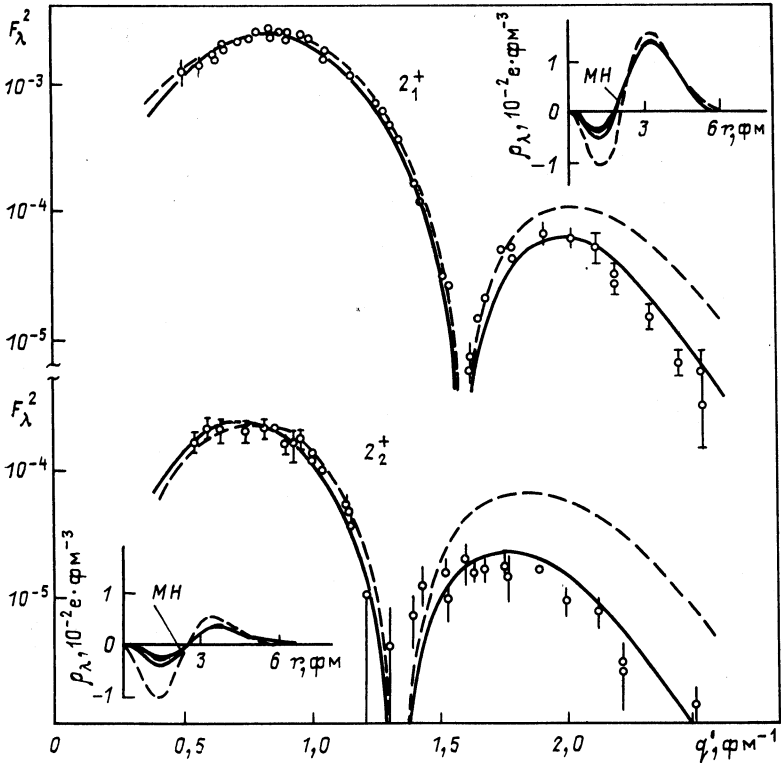


Рис. 17. Квадрупольные формфакторы и ППЗ ядра ^{34}S :

«кривые — расчет в модели ГО с осциллятором параметром $b = 1,94$ фм (пунктирные), найденным из упругого рассеяния электронов, и с b , увеличенными на 5 % (2_1^+ , $\epsilon = 2,127$ МэВ) и 10 % (2_2^+ , $\epsilon = 3,304$ МэВ) (сплошные); МН и точки — данные [19]

сравниваются также с данными работ [11, 19, 96]. Зарядовый параметр квадрупольной деформации определен из соотношения

$$\beta = \frac{4\pi}{3ZeR_0^2} [B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)]^{1/2} \quad (46)$$

с $R_0 = 1,2A^{1/3}$ фм. Уровень 2_2^+ менее коллективизирован по сравнению с 2_1^+ , поэтому его ППЗ характеризуется более глубокими объемными осцилляциями по сравнению с ППЗ уровня 2_1^+ . Сравнение ППЗ уровней 2_1^+ ядер ^{204}Pb , ^{206}Pb и ^{208}Pb показывает, что изменения зарядовых плотностей могут быть связаны с эффектами поляризации остова ядра [95].

Метод Хартри — Фока и теория конечных ферми-систем. Как уже отмечалось, с помощью теории ХФ с эффективным взаимодействием могут быть рассчитаны статические плотности ядер. Переходные плотности можно рассчитать в рамках метода ПСФ с ХФ-

базисом для основного состояния. Изложение теории ПСФ приведено в [87, 97, 98]. Уравнения ТКФС с учетом условия самосогласования [99] между остаточным взаимодействием и одночастичным потенциалом, связанного со спонтанным нарушением трансляционной инвариантности, очень близки к уравнениям ХФ + ПСФ в отсутствие запаздывания. В ТКФС, так же как и в методе ХФ, могут быть рассчитаны как статические, так и ППЗ. В то время как в методе ХФ исходным является задание взаимодействия $V(\rho)$, в ТКФС исходной является амплитуда \mathcal{F} , с помощью которой строится самосогласованный потенциал U .

В ПСФ вычисляется изменение плотности ядра во внешнем поле. Это изменение определяется частично-дырочной функцией Грина. Для определения свободной функции Грина $G^{(0)}$ необходимо вычислить одночастичные волновые функции φ_i и энергии ε_i [97]:

$$G^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \sum_i \varphi_i^*(\mathbf{r}_1) \left[\frac{1}{H - \varepsilon_i - \omega} + \frac{1}{H - \varepsilon_i + \omega} \right] \varphi_i(\mathbf{r}_2), \quad (47)$$

$$H \varphi_i = \varepsilon_i \varphi_i.$$

Функция Грина $G = G^{(0)} \left(1 + \frac{\delta V_{\text{ХФ}}}{\delta \rho} G^{(0)} \right)^{-1}$, $V_{\text{ХФ}}$ — самосогласованное поле ХФ, зависящее от плотностей и их производных. Интересно отметить, что рассчитанные в ПСФ в формализме функции Грина ППЗ уровней 2^+ и 3^- яд φ а ^{208}Pb ($T = 0$) очень близки к $\rho_\lambda(r)$ модели Бора — Моттельсона [87].

В ТКФС амплитуда взаимодействия [25, 100—102]

$$\mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C_0 v(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \left[\hat{f}_{\text{ex}} + (\hat{f}_{\text{in}} - \hat{f}_{\text{ex}}) \eta \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) \right] + \mathcal{F}_C(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2); \quad (48)$$

$$C_0 = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3, \quad \hat{f} = f + f' \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2, \quad \eta(r) = \left[1 + \exp \left(\frac{r - R}{z} \right) \right]^{-1},$$

где \mathcal{F}_C — кулоновское взаимодействие (для протонов). Функция η определяет зависимость \mathcal{F} от плотности, а $v(r)$ имеет гауссов или юкавский вид. Если $v(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, то получим силы нулевого радиуса (силы Мигдала). Переход к конечным системам учитывает тот факт, что амплитуда рассеяния вне ядра f_{ex} отличается от значения f_{in} внутри ядра.

Самосогласованный потенциал определяется из условия согласования

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} = \int \mathcal{F}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{\partial \rho(\mathbf{r}_1)}{\partial \mathbf{r}_1} d\mathbf{r}_1, \quad (49)$$

в котором $\rho = \sum_i |\varphi_i|^2$.

Далее φ_i и ε_i определяются из уравнений, аналогичных уравнениям ХФ. Частично-дырочный пропагатор (функция отклика), амплитуда перехода (переходный потенциал) и переходная плотность

в ТКФС соответственно равны [75, 76, 100—102]:

$$A(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \int G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \varepsilon + \omega) G(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1, \varepsilon) \frac{d\varepsilon}{2\pi i}; \quad (50)$$

$$g_\lambda(r, \omega) = \int \mathcal{F}_\lambda(r, r_1) A_\lambda(r_1, r_2, \omega) g_\lambda(r_2, \omega) r_1^2 dr_1 r_2^2 dr_2; \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \rho_\lambda(r) &= \int A_\lambda(r, r_1, \omega) \mathcal{F}_\lambda(r_1) \rho_\lambda(r_1) r_1^2 dr_1 = \\ &= \int A_\lambda(r, r_1, \omega) g(r_1, \omega) r_1^2 dr_1; \end{aligned} \quad (52)$$

где \mathcal{F}_λ и A_λ — λ -гармоники \mathcal{F} и A в разложении по сферическим функциям. Для $\lambda = 1$ решение (52) приводит к $\omega_1 = 0$ и $\rho_1(r) \sim \sim \frac{\partial \rho}{\partial r}$, $g_1 \sim \frac{\partial U}{\partial r}$ (модель Бора — Моттельсона). Учет дальнедействующей части в A_λ обуславливает появление в ρ_λ объемной (квантовой) добавки, вклад которой в матричные элементы в случае НКС составляет 10—20 % [25]. В координатном представлении $A_\lambda(r, r_1, \omega)$ можно вычислить точно.

В отличие от теорий с ограничением базиса одночастичных состояний одной-двумя оболочками переход к координатному представлению для функции Грина в ТКФС [102] дает возможность учесть вклад всего непрерывного спектра, а не только одной-двух ближайших к поверхности Ферми оболочек. В этом случае нет необходимости в проведении суммирования по большому количеству одночастичных состояний, оно ведется только по состояниям, лежащим под поверхностью Ферми, тогда как λ -представление требует суммирования по большому числу оболочек и использования «урезанного» базиса состояний. Таким образом, данный метод свободен от недостатков частично-дырочной модели, в которой не учитываются $2p2h$ и более высокие возбуждения (урезание базиса). Результаты расчетов переходных плотностей в λ -представлении в урезанном базисе [103, 104] хуже согласуются с экспериментом, чем аналогичные расчеты в координатном представлении [101], в котором частично-дырочный пропагатор A вычисляется точно.

Некоторые аспекты ТКФС, используемой для описания зарядово-обменных возбуждений ядер, обсуждаются также в [105].

В методе ХФ + ПСФ с силами Скирма для нахождения переходной плотности применяется частично-дырочная функция Грина $G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$, которая представляет собой амплитуду вероятности распространения частицы-дырки с энергией ω из точки \mathbf{r}_1 в точку \mathbf{r}_2 . По определению [25, 29]

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) &= - \sum_n \left\{ \frac{\langle 0 | a^+(\mathbf{r}_2, 0) a(\mathbf{r}_2, 0) | n \rangle \langle n | a^+(\mathbf{r}_1, 0) a(\mathbf{r}_1, 0) | 0 \rangle}{E_n - E_0 + \omega - i\delta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\langle 0 | a^+(\mathbf{r}_1, 0) a(\mathbf{r}_1, 0) | n \rangle \langle n | a^+(\mathbf{r}_2, 0) a(\mathbf{r}_2, 0) | 0 \rangle}{E_n - E_0 - \omega - i\delta} \right\}, \end{aligned} \quad (53)$$

где a^+ , a — операторы рождения и уничтожения; E_0 , E_n — энергия ядра в основном состоянии и в состоянии $|n\rangle$; δ — малая величина, определяющая правила обхода полюсов функции Грина по энергии. Так как $\rho_{0n}(r) = \langle 0 | a^+(r, 0) a(r, 0) | n \rangle$, то (спектральное представление функции Грина)

$$G(r_1, r_2, \omega) = - \sum_n \left[\frac{\rho_{0n}(r_2) \rho_{n0}(r_1)}{E_n - E_0 + \omega - i\delta} + \frac{\rho_{0n}(r_1) \rho_{n0}(r_2)}{E_n - E_0 - \omega - i\delta} \right]. \quad (54)$$

Эта формула устанавливает связь между переходной плотностью и частично-дырочной функцией Грина. Используя $(\omega + i\delta)^{-1} = \frac{1}{\omega} - i\pi\delta(\omega)$, $\text{Im}(\omega + i\delta)^{-1} = -\pi\delta(\omega)$, имеем

$$\text{Im} G(r_1, r_2, \omega) = -\pi \sum_n \rho_{0n}(r_1) \rho_{n0}(r_2) \delta(\omega - E_n + E_0). \quad (55)$$

Переходные плотности, силовые функции, вероятности переходов и сечения возбуждения системы внешним полем определяются мнимой частью функции Грина. Интегрируя обе части (55) по ω вблизи E_n , получаем [97]

$$\begin{aligned} \rho_{n0}(r_1) &= \\ &= \left(-\frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{E_n - \Delta}^{E_n + \Delta} G(r_1, r_2, \omega) d\omega \right) / \left(-\frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{E_n - \Delta}^{E_n + \Delta} G(r_2, r_2, \omega) d\omega \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (56)$$

Δ — добавка, вводимая для придания конечной ширины состоянию с энергией E_n . Переходные плотности в ПСФ определяются на основе вычетов функции Грина в полюсах. Другие подобные (56) выражения, связывающие силовую функцию и $B(E\lambda)$ с $G(r_1, r_2, \omega)$, включая монополярный случай, приведены в [97]. При $r = r_1 = r_2$ получим из (56) [87]:

$$\rho_{n0}(r) = \left[\frac{1}{\pi} \text{Im} \int_{E_n - \Delta}^{E_n + \Delta} G(r, r, \omega) d\omega \right]^{1/2}. \quad (57)$$

Определив функцию Грина в ПСФ, можно вычислить переходную плотность.

Расчеты переходных плотностей (57) 2_1^+ - и 2_2^+ -состояний изотопов $^{64,66,68}\text{Zn}$ показывают, что $\rho_{n0}(r)$ 2_1^+ -уровней имеют поверхностный характер и небольшую объемную компоненту, тогда как в случае 2_2^+ -уровней изотопов $^{64,68}\text{Zn}$ $\rho_{n0}(r)$ имеет объемный характер. 2_2^+ -уровни существенно менее коллективизированы по сравнению с уровнями 2_1^+ . Модельно-независимые плотности хорошо согласуются с рассчитанными (57) в случае 2_1^+ -состояний, тогда как для 2_2^+ -уровней такого согласия нет.

Модельно-независимые и микроскопически рассчитанные ППЗ ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca . В [106] МН ППЗ и факторы ядер ^{48}Ca (2_1^+ , 3_1^+ ,

Таблица 6. Характеристики возбуж

ϵ , МэВ	J^π	b , фм	α	$10N_\lambda$, фм ⁻³	$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)$, $e^2 \cdot \text{фм}^2$
3,904	2_1^+	2,015	0,61	0,707	95,6
		1,80	0,49	1,73	75,6
3,74	3_1^-	2,015	0,80	0,496	$17,6 \cdot 10^3$
		2,07	0,94	0,354	$19,1 \cdot 10^3$
6,29	3_2^-	2,015	0,37	0,60	1683
		2,30	0,46	0,224	2970
6,59	3_3^-	2,015	0,38	0,458	1120
		2,19	0,44	0,245	1660
4,49	5_1^-	2,015	0	0,116	$2,3 \cdot 10^6$
		2,15	0	0,097	$4,5 \cdot 10^6$

Примечание. Для ядра ^{40}Ca $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3,49$ фм [52].

$3_2^-, 3_3^-, 3_4^-, 3_5^-, 3_6^-, 4_2^+, 4_3^+, 5_1^-, 5_2^-$ [107] и ^{40}Ca ($2_1^+, 3_1^-, 3_2^-, 3_3^-, 5_1^-$) [74] сравниваются с предсказаниями некоторых микроскопических моделей. Проведение такого совместного анализа формфакторов и ППЗ ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca представляет интерес с точки зрения проверки предсказаний различных микроскопических расчетов (ГО, ПСФ и ТКФС) и выяснения влияния добавляемых к ядру нейтронов на $\rho_\lambda(r)$. На рис. 18—22 приведены экспериментальные формфакторы и МН ППЗ, полученные в [74, 107]. Теоретические формфакторы и переходные плотности рассчитаны по формулам (42), (43) (модель ГО, сплошные и пунктирные кривые). Приведены также результаты расчетов $\rho_\lambda(r)$ в теории ХФ + ПСФ с силами Скирма SI [97] [штрихпунктирные кривые, формула (56)], с силами Мигдала нулевого радиуса, зависящими от плотности [107] (точечные кривые), и в ТКФС [16, 75, 101] [формула (52)] с эффективным взаимодействием типа Юкавы. Значения параметров взаимодействия квазичастиц, с которыми были рассчитаны $\rho_\lambda(r)$ ядер ^{40}Ca (3_1^- и 5_1^-) и ^{48}Ca (2_1^+ и 3_1^-), приведены в [101]. Характеристики возбужденных состояний ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca представлены в табл. 6 и 7.

Из рис. 18 видно, что переходные плотности 2_1^+ -уровней ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca существенно отличаются друг от друга, что указывает на различный характер их возбуждения. Значение $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+)$ равно $(82 \pm 5) e^2 \cdot \text{фм}^4$ (для ^{48}Ca) и получено из модельно-независимого анализа. Рассчитанное в ПСФ с силами Мигдала значение $B(E2, 0^+ \rightarrow 2^+) = 41,6 e^2 \cdot \text{фм}^4$. Теоретические плотности уровня 2_1^+

денных состояний ядра ^{40}Ca

R_{λ} , фм	$R_{\lambda}/\langle r^2 \rangle^{1/2}$	Данные [74]	
		$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)$, $e^2 \cdot \text{фм}^2$	R_{λ} , фм
4,68 4,37	1,34 1,25	$90,2 \pm 10,0$ 84 ± 12	$4,67 \pm 0,30$ 4,38
4,89 4,99	1,40 1,43	$(14,87 \pm 0,66) \cdot 10^3$ $(18 \pm 0,67) \cdot 10^3$ $(21,1 \pm 2,7) \cdot 10^3$	$4,80 \pm 0,10$ 4,95 5,68
5,33 5,83	1,53 1,67	(3040 ± 260)	5,77
5,30 5,59	1,52 1,60	(1680 ± 130)	5,57
5,14 5,48	1,47 1,57	$2,5 \cdot 10^6$ $(2,73 \pm 0,75) \cdot 10^6$	5,07 5,23

Т а б л и ц а 7. Характеристики возбужденных состояний ядра ^{48}Ca

ε , МэВ	J^{π}	b , фм	α	$10 N_{\lambda}$, фм^{-3}	$B(E\lambda, 0 \rightarrow \lambda)$, $e^2 \cdot \text{фм}^2 \lambda$	R_{λ} , фм	$R_{\lambda}/\langle r^2 \rangle^{1/2}$
3,837	2_1^+	2,009	0,83	0,354	68,2	4,50	1,29
		2,40	1,01	0,251	90,7	4,65	1,33
4,507	3_1^-	2,009	0,83	0,311	$7,46 \cdot 10^3$	4,87	1,40
5,372	3_2^-	2,009	2,16	0,030	$0,71 \cdot 10^3$	4,76	1,37
		1,95	1,43	0,083	$1,45 \cdot 10^3$	4,65	1,34
7,657	3_3^-	2,009	0,42	0,423	$1,46 \cdot 10^3$	5,17	1,49
		2,05	0,44	0,367	$1,70 \cdot 10^3$	5,24	1,50
6,340	4_2^+	2,009	1,43	0,019	$22,5 \cdot 10^3$	5,18	1,49
6,647	4_3^+	1,95	1,03	0,033	$16,6 \cdot 10^3$	5,05	1,45
		2,009	1,41	0,0075	$4,3 \cdot 10^3$	5,08	1,46
		1,80	1,96	0,0094	$1,9 \cdot 10^3$	4,62	1,33
		1,62	0,69	0,052	$1,1 \cdot 10^3$	4,24	1,22
5,729	5_1^-	2,009	0	0,092	$1,4 \cdot 10^6$	5,12	1,47
		2,40	0	0,081	$2,2 \cdot 10^6$	5,35	1,54
8,804	5_2^-	2,009	0	0,010	$1,54 \cdot 10^4$	5,12	1,47
		1,90	0	0,013	$0,99 \cdot 10^4$	4,84	1,39

Примечание. Для ядра ^{48}Ca $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3,48$ фм [52].

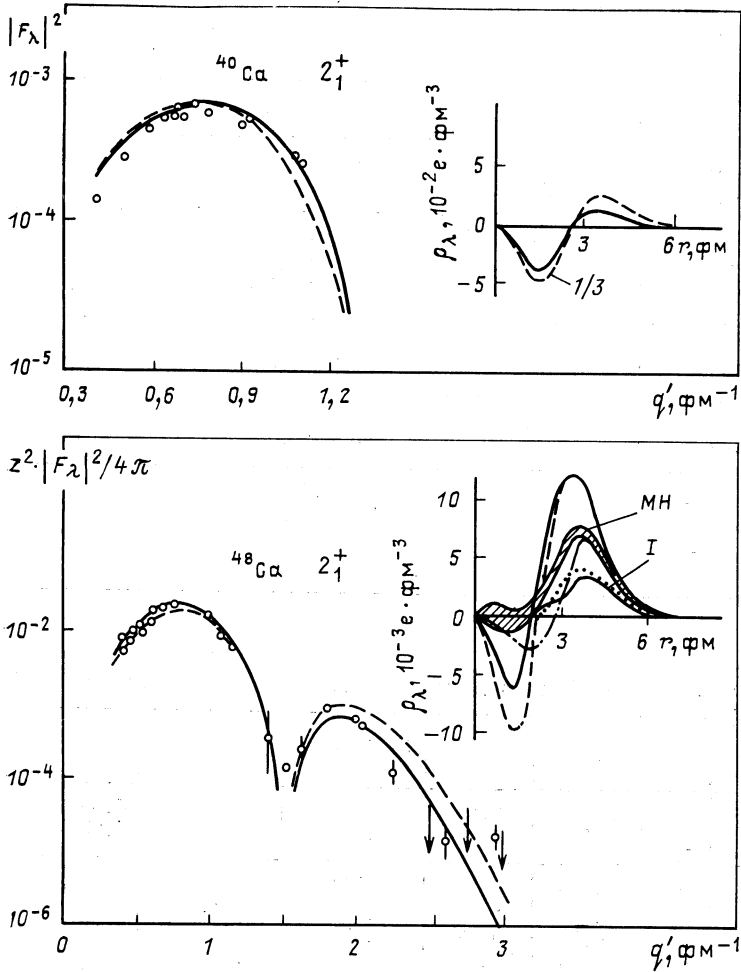


Рис. 18. Квадрупольные формфакторы и ППЗ уровней 2_1^+ ядер ^{40}Ca ($\epsilon = 3,904$ МэВ) [74] и ^{48}Ca ($\epsilon = 3,837$ МэВ) [107]:

сплошные и пунктирные кривые — расчет по модели ГО соответственно с b_{tr} и b ; точечная кривая — $\rho_\lambda(r)$, рассчитанная в ПСФ с взаимодействием Мигдала, зависящим от плотности [107]; штрихпунктирная — в ПСФ с взаимодействием Скирма SI [97]; МН — данные [107], I — результаты расчетов в ТКФС [101]. Сплошная и пунктирная кривая ρ_λ ядра ^{48}Ca для наглядности увеличены в 1,6 раза

ядра ^{48}Ca , полученные в микроскопических подходах (ПСФ и ТКФС), не согласуются с МН ППЗ ни по амплитуде, ни по форме.

Рассмотрим октупольные формфакторы и $\rho_\lambda(r)$ ядер $^{40,48}\text{Ca}$ (рис. 19, 20). Переходные плотности уровней 3_1^- характеризуются небольшой объемной компонентой и очень подобны по форме. Кри-

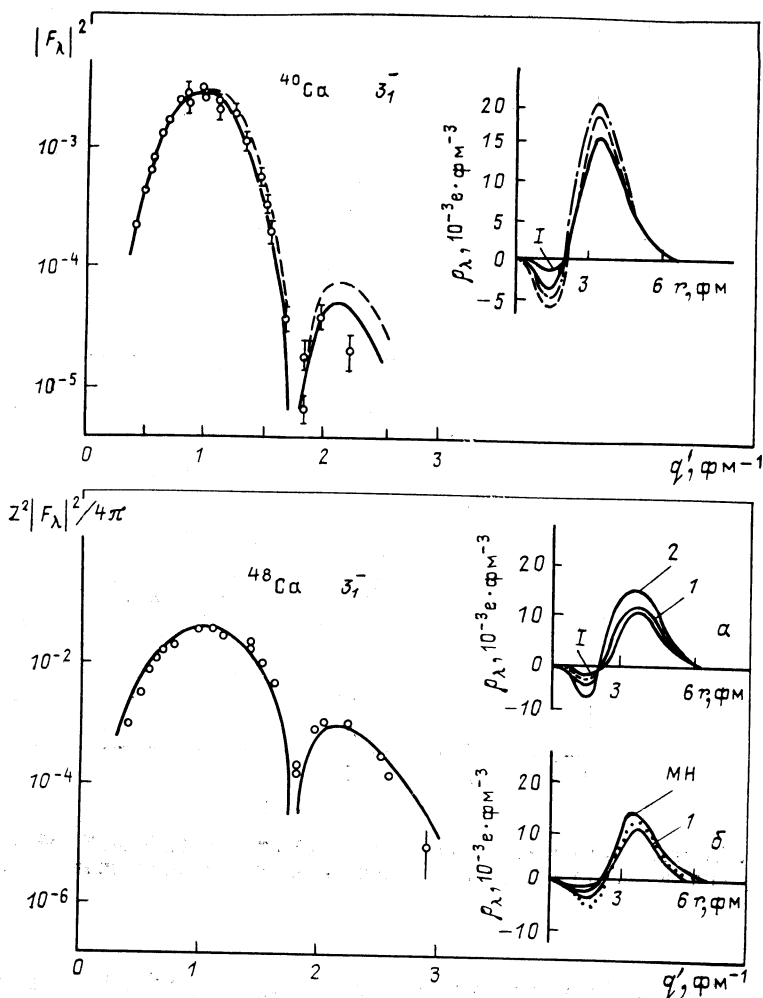


Рис. 19. Октупольные формфакторы и ППЗ уровней 3_1^- ядер ^{40}Ca ($\epsilon = 3,74$ МэВ) и ^{48}Ca ($\epsilon = 4,507$ МэВ):

обозначения кривых те же, что и на рис. 18, штрихпунктирные кривые (в случае ^{48}Ca она практически совпадает с кривой I) — результаты расчетов $\rho_\lambda(r)$ в ПСФ с силами SVI (^{40}Ca) и SI (^{48}Ca) [97]; α — $\rho_\lambda(r)$ ядра ^{48}Ca (кривая 1) и ^{40}Ca (кривая 2); б — $\rho_\lambda(r)$ ядра ^{48}Ca в модели ГО (кривая 1), которая сравнивается с МН ППЗ и с рассчитанной в ПСФ с силами Мигдала, кривые 1 — расчет $\rho_\lambda(r)$ в ТКФС [101]

вые 1 и 2 на рис. 19, а — переходные плотности ядер ^{48}Ca и ^{40}Ca соответственно. $\rho_\lambda(r)$ ядра ^{48}Ca в ТКФС (I) практически совпадает с рассчитанной в ПСФ с силами Скирма (штрихпунктирная кривая), а также с МН ППЗ. Плотности уровней $3_1^-, 3_2^-, 3_3^-$ ядра ^{40}Ca в модели ГО очень хорошо согласуются с плотностями работы [74], найден-

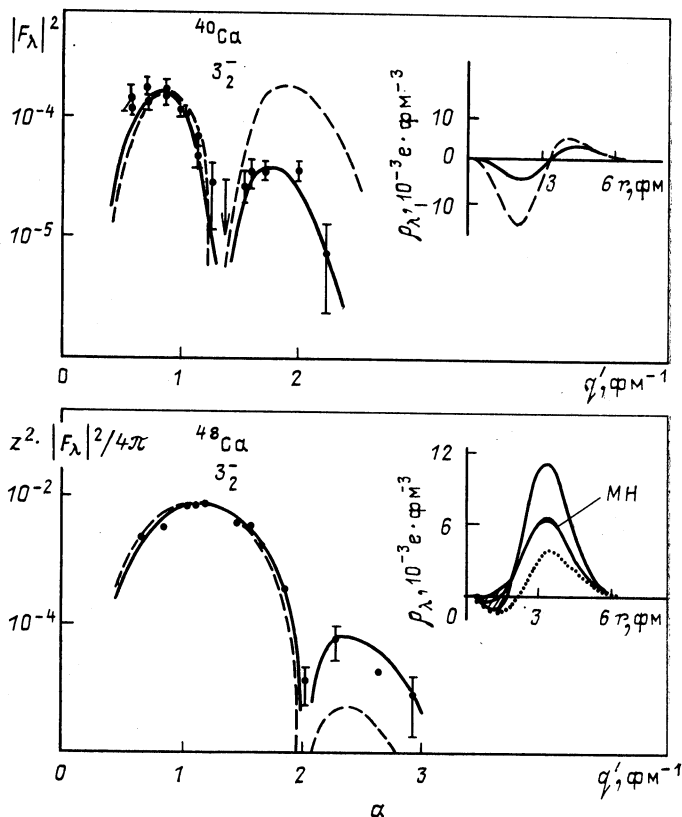
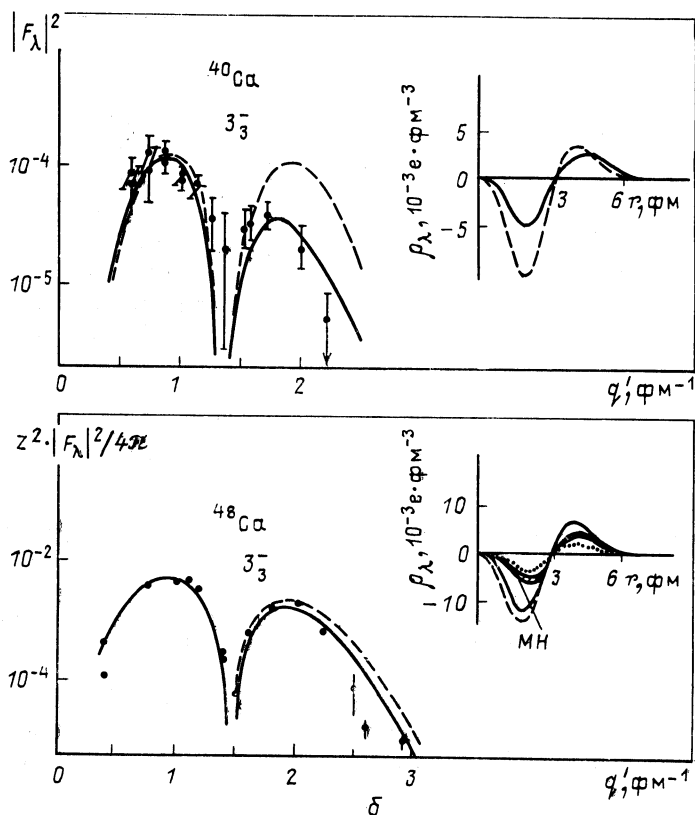


Рис. 20. То же, что на рис. 19, но для уровней 3_2^- ($\epsilon = 6,29$ МэВ, ^{40}Ca и ^{48}Ca). Обозначения те же, что и на рис. 18; сплошные и пунктирные кривые $\rho_\lambda(r)$ ядра сги в

ными в БПИВ. Полученное при низких $q \leq 0,6 \text{ fm}^{-1}$ в [74] значение $B(E3, 0^+ \rightarrow 3^-) = 6,5 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{fm}^6$ для уровня 3_1^- ядра ^{48}Ca практически совпадает со значением $7,46 \cdot 10^3 e^2 \cdot \text{fm}^6$ и почти втрое меньше значения $B(E3, 0^+ \rightarrow 3^-)$ ядра ^{40}Ca .

$\rho_\lambda(r)$ уровней 3_2^- существенно отличаются друг от друга. Так же как и для 2_1^+ -уровней $\rho_\lambda(r)$ ядра ^{40}Ca имеет объемный характер, а ^{48}Ca — поверхностный. Это свидетельствует о том, что уровень 3_2^- в ^{40}Ca имеет коллективную природу, тогда как в формировании $\rho_\lambda(r)$ уровня 3_2^- ядра ^{48}Ca участвует лишь несколько частично-дырочных конфигураций. Как отмечалось в [108], основными конфигурациями, формирующими уровни 3_1^- , 3_2^- и 3_3^- в ^{48}Ca , являются соответственно конфигурации $\pi(1f_{7/2}; 2s_{1/2})$ (0,83), $\pi(1f_{7/2}; 1d_{3/2}^{-1})$ (0,85) и $\nu(2p_{3/2}; 1d_{3/2}^{-1})$.



$= 5,372$ МэВ, ^{40}Ca) (а) и 3_3^- ($\epsilon = 6,59$ МэВ, ^{40}Ca и $\epsilon = 7,657$ МэВ, ^{48}Ca) (б). ^{48}Ca модели ГО (в случае 3_2^- она совпадает с МН ППЗ) увеличены для наглядно-1,6 раза

Так же как и в случае 2_1^+ -уровней, микроскопические плотности отличаются от МН ППЗ (их амплитуда меньше экспериментальной).

Сравнение плотностей уровней 3_1^- , 3_2^- и 3_3^- ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca показывает, что 3_1^- -уровни характеризуются поверхностной плотностью $\rho_\lambda(r)$, тогда как $\rho_\lambda(r)$ 3_3^- -уровней имеют объемную компоненту, а $\rho_\lambda(r)$ уровней 3_2^- имеют различную природу — поверхностную в случае ^{48}Ca и объемную в ^{40}Ca .

Сравнение МН ППЗ состояний 4_2^+ и 4_3^+ ядра ^{48}Ca (рис. 21) (4_1^+ -уровень с энергией возбуждения 4,504 МэВ не был отделен от 3_1^- с энергией 4,507 МэВ) с плотностями ПСФ указывает на очень хорошее согласие для уровня 4_2^+ , тогда как превышение рассчитанной плотности уровня 4_3^+ по сравнению с МН ППЗ может свидетельствовать о неправильной зависимости остаточного взаимодействия от q . Форм-факторы и ППЗ уровня 4_3^+ рассчитаны с двумя значениями

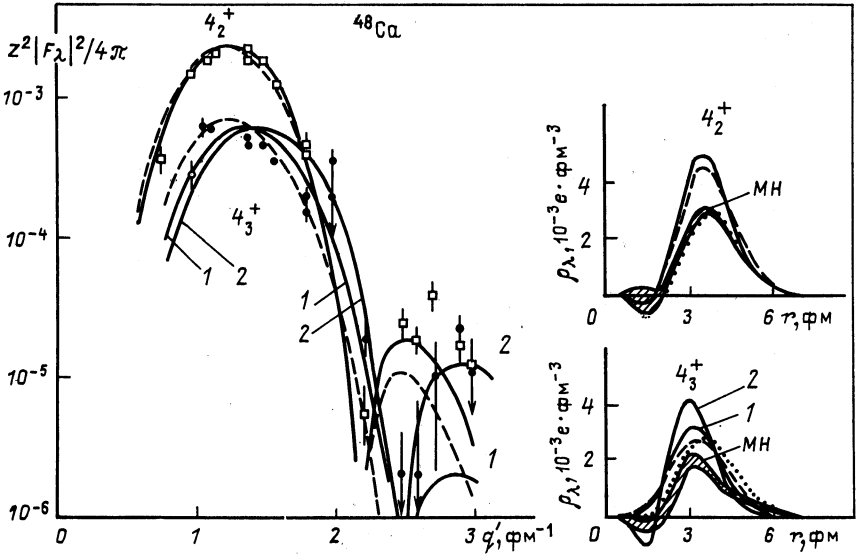


Рис. 21. Гексадекапольные 4_2^+ ($\epsilon = 6,340$ МэВ) и 4_3^+ ($\epsilon = 6,647$ МэВ) формфакторы и ППЗ ядра ^{48}Ca . Обозначения те же, что на рис. 18. Сплошные и пунктирные кривые ρ_λ для наглядности увеличены в 1,6 раза

$b = 1,80$ фм (кривые 1) и $b = 1,62$ фм (кривые 2); во втором случае лучшее описание формфактора при больших q приводит к появлению в ρ_λ (кривая 2) небольшой объемной компоненты, согласующейся с экспериментальной.

Переходные плотности состояний 5_1^- сравниваются на рис. 22 с рассчитанными в ТКФС и в ПСФ с силами Скирма (^{40}Ca , [97]) и Мигдала (^{48}Ca , [107]). Все плотности характеризуются поверхностным пиком и не имеют объемной компоненты. Интересно, что переходные плотности состояний 5_1^- в ^{89}Y , ^{90}Zr [10] и 5_1^- и 5_2^- ядра ^{208}Pb имеют не только большие поверхностные максимумы, но и заметные объемные «хвосты» [25]. Отметим также, что плотности уровней 5_1^- ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca совпадают между собой как по форме, так и по амплитуде. $E5$ -переход в ^{48}Ca можно рассматривать как переход, обусловленный перемещением протона из $1d_{3/2}$ -оболочки в $1f_{7/2}$ -оболочку [95].

Совместное рассмотрение некоторых НКС ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca выявило достоинства и недостатки микромоделей, на основе которых рассчитаны переходные плотности. Так, ППЗ в модели ГО почти во всех случаях имеют форму, хорошо согласующуюся с МН плотностями (^{48}Ca) и с плотностями, восстановленными из анализа в БПИВ (^{40}Ca). Тот факт, что рассчитанные в ПСФ и ТКФС плотности при $r \sim R$ меньше экспериментальных, возможно, связан с необходимостью учета эффектов поляризации остова ядра и введения в ра-

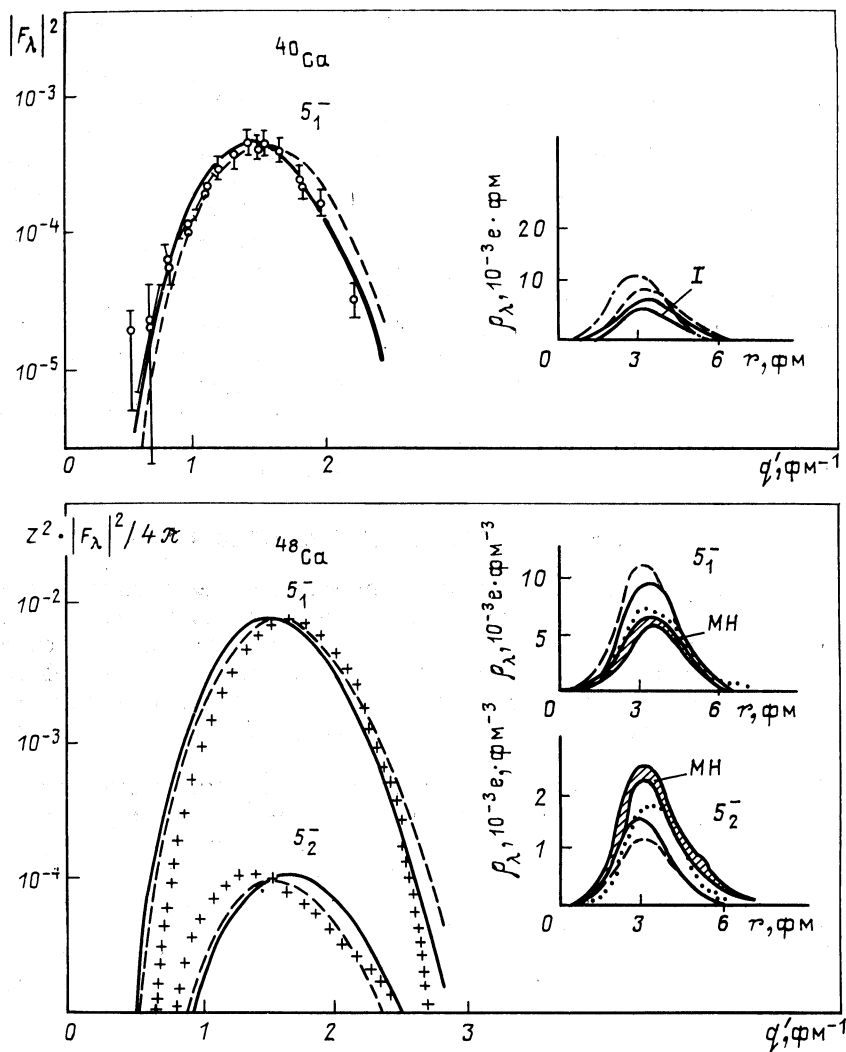


Рис. 22. Формфакторы и ППЗ уровней 5_1^- ядра ^{40}Ca ($\epsilon = 4,49$ МэВ) и 5_1^- , 5_2^- -уровней ядра ^{48}Ca ($\epsilon = 5,729$ и $8,804$ МэВ). Обозначения те же, что на рис. 18. Крестики — продольные формфакторы уровней 5_1^- и 5_2^- ядра ^{48}Ca , полученные из полного (измеренного при $\theta = 160^\circ$) формфактора после вычитания вклада от поперечных членов [107]. Сплошные и пунктирные кривые ρ_λ ядра ^{48}Ca увеличены в 1,6 раза

счета эффективных зарядов [11, 58, 95, 109]. Так, анализ РПЗ и ППЗ различных состояний положительной четности ядра ^{90}Zr (0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ , 8^+) на основе оболочечной модели [58] выявил важность учета

эффектов спаривания нуклонов и эффектов, связанных с поляризацией остова ядра. Исследование 2^{-} - и 4^{+} -состояний ядер от ^{20}Ne до ^{36}Ag на основе новейших оболочечных теорий [11] приводит к необходимости введения эффективных (поляризационных) зарядов $e_p + e_n = 1,7e$ (2^{+}) и $2e$ (4^{+}) вместо $e_p + e_n = 1,0e$ для свободных нуклонов. Подобный вывод о необходимости учета поляризации остова ядра и введения эффективного заряда для нейтронной пары сделан в [95] при анализе ППЗ уровней 2^{+} и 4^{+} ядер $^{204,206,208}\text{Pb}$.

Плотности, рассчитанные в ПСФ с силами Мигдала, в ряде случаев хорошо согласуются по форме с модельно-независимыми, однако в некоторых случаях они по амплитуде меньше МН ППЗ. Пока проведено немного расчетов плотностей НКС ядер ^{40}Ca (3_1^{-} и 5_1^{-}) и ^{48}Ca (2_1^{+} и 3_1^{-}) в ТКФС и в ПСФ с силами Скирма, которые в целом неплохо согласуются с МН ППЗ (кроме 2_1^{+}). Однако более тонкой проверкой этих расчетов было бы проведение вычислений плотностей состояний 3_2^{-} , 3_3^{-} , 3_4^{-} , 3_5^{-} , 3_6^{-} , 4_2^{+} , 4_3^{+} , 5_2^{-} , для которых получены достаточно точные модельно-независимые плотности.

4. ПРАВИЛА СУММ ДЛЯ ПЕРЕХОДНОЙ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА

Правила сумм для изоскалярных переходов. Рекуррентные формулы. При изучении коллективных возбуждений ядер широко применяются различные правила сумм (ПС), представляющие собой общие соотношения, вытекающие из свойств полноты волновых функций, операторов и формул для градиента. ПС необходимы для описания интегральных характеристик возбуждений ядер, находящихся во внешнем поле.

Модельно-независимые ПС связаны с фундаментальными проблемами ядерной физики и могут быть использованы для определения формфакторов, ППЗ и токов, матричных элементов переходов и т.д. Эти правила рассматривались во многих работах [13, 66, 68, 82—84, 91, 110—120] для изоскалярных и изовекторных возбуждений как сферических, так и деформированных ядер.

Если взаимодействие не зависит от импульсов частиц, то для двух произвольных функций $f(r)$ и $g(r)$ имеет место соотношение [111, 115]

$$\sum_{\mu} [g(r) Y_{\lambda\mu}^* [\hat{H}, f(r) Y_{\lambda\mu}]] = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{(2\lambda+1)}{2\pi} A \left\langle \frac{df(r)}{dr} \frac{dg(r)}{dr} + \frac{\lambda(\lambda+1)}{r^2} f(r) g(r) \right\rangle. \quad (58)$$

Последний множитель справа представляет собой выражение, отнесенное к одной частице массы M для системы из A частиц с гамильтонианом H . Взаимодействие, зависящее от скорости, довольно слабо влияет на ПС для изоскалярных переходов [68], но эти ПС для изовекторных переходов могут существенно измениться. Если

обменные силы зависят от изоспинового оператора, то изовекторный оператор плотности не коммутирует с ним и ПС будет содержать дополнительный (обменный) член. Одночастичные спин-орбитальные **ls**-силы не изменяют ПС для изоскалярных и изовекторных плотностей, но двухчастичные **ls**-силы могут изменить величины ПС [116].

При $f(r) = g(r)$ из (58) следует [68]

$$\sum_n (E_n - E) |\langle n\lambda || f(r) Y_\lambda || 0 \rangle|^2 = \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} A \left\langle \left(\frac{df(r)}{dr} \right)^2 + \lambda(\lambda+1) \frac{f^2(r)}{r^2} \right\rangle. \quad (59)$$

По определению формфактор и матричные элементы переходов порядка (МЭПВП) соответственно равны

$$F_{n0}^{(\lambda)}(q) = \langle n\lambda || j_\lambda(qr) Y_\lambda || 0 \rangle; \quad (60)$$

$$M_{n0}^{(\lambda, k)} = \langle n\lambda || e^{r^\lambda + 2k} Y_\lambda || \rangle. \quad (61)$$

При $k = 0$ $|M_{n0}^{(\lambda)}|^2$ представляет собой приведенную вероятность перехода, а $M_{n0}^{(\lambda, 1)}/M_{n0}^{(\lambda)}$ — переходный радиус ядра. Если $f(r) = j_\lambda(qr)$, а $g(r) = r^{\lambda+2k}$, то ПС для формфакторов можно записать в виде [111, 114]:

$$\sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda, k)} F_{n0}^{(\lambda)}(q) = \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Ze \times \int_0^\infty \rho(r) r^{\lambda+2k-2} \left[(\lambda+2k) r \frac{dj_\lambda(qr)}{dr} + \lambda(\lambda+1) j_\lambda(qr) \right] r^2 dr. \quad (62)$$

Учитывая связь формфактора с переходной плотностью и интегрируя правую часть (62) по частям, получаем

$$\int_0^\infty \sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda, k)} \rho_{n0}^{(\lambda)}(r) j_\lambda(qr) r^2 dr = - \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Ze \times \int_0^\infty \left[2k(2k+2\lambda+1) r^{\lambda+2k-2} \rho(r) + (\lambda+2k) r^{\lambda+2k-1} \frac{d\rho(r)}{dr} \right] j_\lambda(qr) r^2 dr.$$

Тогда ПС для ППЗ имеет вид

$$\sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda, k)} \rho_{n0}^{(\lambda)}(r) = - \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Ze \times \left[2k(2k+2\lambda+1) r^{\lambda+2k-2} \rho(r) + (\lambda+2k) r^{\lambda+2k-1} \frac{d\rho(r)}{dr} \right]. \quad (63)$$

Если $f(r) = r^{\lambda+2i}$, $g(r) = r^{\lambda+2k}$, то получим ПС для МЭВПВ:

$$\sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda, k)} M_{n0}^{(\lambda, i)} = \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} Z e^2 \frac{\hbar^2}{2M} [(\lambda+2k)(\lambda+2i) + \lambda(\lambda+1)] \langle r^{2\lambda+2k+2i-2} \rangle, \quad (64)$$

где $\langle r^n \rangle$ — моменты РПЗ.

Рассмотрим несколько частных случаев. Так, если ПС исчерпывается одним членом, то при $k = i = n = 0$ из (63) и (64)

$$(E_{c0} - E) M_{c0}^{(\lambda)} \rho_{c0}^{(\lambda)}(r) = -\frac{\lambda(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Z e r^{\lambda-1} \frac{d\rho(r)}{dr}; \quad (65)$$

$$(E_{c0} - E) |M_{c0}^{(\lambda)}|^2 = \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Z e^2 \langle r^{2\lambda-2} \rangle. \quad (66)$$

Для монопольных возбуждений ($\lambda = 0$, $k = 1$, $i = 1$)

$$(E_{c0} - E) M_{c0}^{(0,1)} \rho_{c0}^{(0)}(r) = -\frac{Ze}{2\pi} \frac{\hbar^2}{2M} \left[3\rho(r) + r \frac{d\rho(r)}{dr} \right]; \quad (67)$$

$$(E_{c0} - E) |M_{c0}^{(0,1)}|^2 = \frac{1}{\pi} Z e^2 \frac{\hbar^2}{2M} \langle r^2 \rangle. \quad (68)$$

Формулы (65) и (67) приводят к переходным плотностям, которые совпадают с предсказаниями модели Тасси (25), а (66) и (68) — классические осцилляторные суммы (энергетически взвешенные ПС) [68].

Для $\lambda = 1$, $k = 1$ из (63) и (64) следует

$$\left. \begin{aligned} (E_{c1} - E) M_{c1}^{(1,1)} \rho_{c1}^{(1)}(r) &= -\frac{3}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Z e r \left[10\rho(r) + 3r \frac{d\rho(r)}{dr} \right]; \\ (E_{c1} - E) |M_{c1}^{(1,1)}|^2 &= \frac{3}{4\pi} Z e^2 \frac{\hbar}{2M} \cdot 11 \langle r^4 \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

т. е. ПС для изоскалярных дипольных возбуждений ядер ($1^-, T = 0$) [116].

Переходная плотность (69), кроме поверхностного, содержит также объемный член, что указывает на компрессионную природу 1^- -состояния (мода сжатия). В [82, 117, 118] получена переходная плотность для состояний $1^-, T = 0$ с помощью ПС для формфакторов с учетом поправок на движение центра масс:

$$\rho^{(1)}(r) = N \left[3r^2 \frac{d\rho(r)}{dr} + 10r\rho(r) - \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle \frac{d\rho(r)}{dr} + \mathcal{E} \left(r \frac{d^2\rho(r)}{dr^2} + 4 \frac{d\rho(r)}{dr} \right) \right], \quad (70)$$

причем $\mathcal{E} = (4/E_2 + 5/E_0) \hbar^2/3MA$, $E_2 = 63A^{-1/3}$ МэВ и $E_0 = 80A^{-1/3}$ МэВ — энергии возбуждения гигантского квадрупольного и монопольного резонансов [121]. Так как $\mathcal{E} \sim A^{-2/3}$, то последним членом в (70) можно пренебречь для ядер с $A \sim 20$ [118]. Пере-

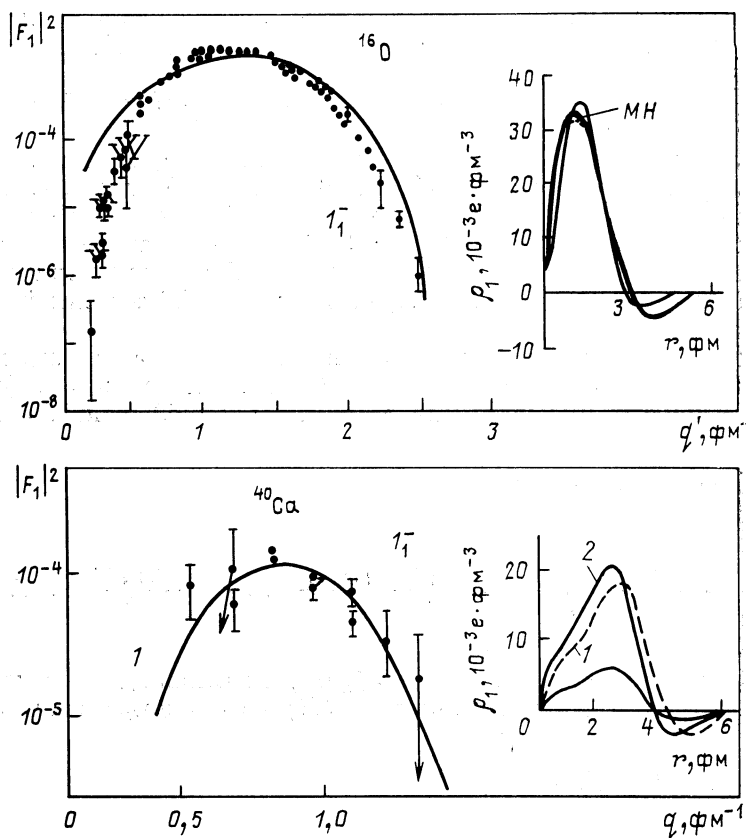


Рис. 23. Формфакторы и ППЗ изоскалярных дипольных резонансов ядер ^{16}O (1_{1-}^{-} , $\epsilon = 7,117$ МэВ) и ^{40}Ca (1_{1-}^{-} , $\epsilon = 5,90$ МэВ). Формфакторы и ППЗ ядра ^{16}O рассчитаны на основе модифицированной модели ШИ, а ядра ^{40}Ca — на основе ПС. Для ^{40}Ca приведены результаты расчетов ППЗ состояний 1_{1-}^{-} (кривая 1) и 1_{2-}^{-} ($\epsilon = 6,95$ МэВ) (кривая 2), вычисленные с $b = 1,97$ фм: пунктир — ППЗ состояния 1_{2-}^{-} , рассчитанная с $b = 2,22$ фм; МН—данные [46]

ходная плотность (70) удовлетворяет условию $\int_0^{\infty} \rho^{(1)}(r) r^3 dr = 0$, т. е. изменяет знак в зависимости от r .

Изоскалярные дипольные резонансы, запрещенные по изоспину, наблюдались в экспериментах по рассеянию электронов на ядрах ^{12}C ($\epsilon = 10,84$ МэВ), ^{16}O ($\epsilon = 7,12$ МэВ), ^{40}Ca ($\epsilon = 5,90$ МэВ и $6,95$ МэВ) [46, 74, 117]. В [46] впервые получена МН ППЗ $E1$, $T = 0$ резонанса ядра ^{16}O .

На рис. 23 приведены результаты этих измерений для ядер ^{16}O и ^{40}Ca , а также переходные плотности и формфакторы, рассчитанные по формулам (5), (31) и (70).

Как уже отмечалось, звуковые колебания не создают мультипольного момента, поэтому полученные значения $B(E1, 0^+ \rightarrow 1^-) = 3 \left| \int_0^\infty \rho_1 r^3 dr \right|^2$ очень малы и равны $\sim 10^{-2} \div 10^{-3} e^2 \cdot \text{фм}^2$, а переходные радиусы R_1 вдвое превышают среднеквадратичные. Зависимости ρ_1 от r (кривые 1, 2 и МН ППЗ на рис. 23) указывают на возникновение в этом случае в ядре глубоко объемных колебаний при возбуждении резонансов 1^- , $T = 0$. Модифицированная модель ШИ хорошо описывает как формфактор, так и ППЗ изоскалярного резонанса 1^- в ^{16}O [88], а ПС — формфакторы и ППЗ состояний 1_1^- и 1_2^- ядра ^{40}Ca .

Из ПС для формфакторов можно получить также переходные плотности, совпадающие с предсказаниями простой и модифицированной модели ШИ [84]. Для этого формулу (62) запишем в виде

$$\begin{aligned} \sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda)} F_{n0}^{(\lambda)}(q) = \\ = \frac{(2\lambda + 1)}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} Z e \int_0^\infty \rho(r) \left[\frac{df(r)}{dr} \frac{dg(r)}{dr} + \lambda(\lambda + 1) \frac{f(r)g(r)}{r^2} \right] r^2 dr \quad (71) \end{aligned}$$

и выберем $f(r) = j_\lambda(qr)$, а $g(r) = j_\lambda(kr)$. Выполняя далее интегрирование по частям, первый интеграл (71) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \rho(r) \frac{df(r)}{dr} \frac{dg(r)}{dr} r^2 dr = \\ = - \int_0^\infty \left[\frac{d\rho(r)}{dr} \frac{dj_\lambda(kr)}{dr} + \frac{2\rho(r)}{r} \frac{dj_\lambda(kr)}{dr} + \rho(r) \frac{d^2 j_\lambda(kr)}{dr^2} \right] j_\lambda(qr) r^2 dr. \quad (72) \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda)} F_{n0}^{(\lambda)}(q) = \frac{(2\lambda + 1)}{2M} \frac{\hbar^2}{4\pi} Z e \int_0^\infty \left\{ \frac{d\rho(r)}{dr} \frac{dj_\lambda(x)}{dr} + \right. \\ \left. + k^2 \rho(r) \left[\frac{d^2 j_\lambda(x)}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dj_\lambda(x)}{dx} - \frac{\lambda(\lambda + 1)}{x^2} j_\lambda(x) \right] \right\} j_\lambda(qr) r^2 dr, \quad (73) \end{aligned}$$

где $x = kr$. Так как

$$\frac{d^2 j_\lambda(x)}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dj_\lambda(x)}{dx} - \frac{\lambda(\lambda + 1)}{x^2} j_\lambda(x) = -j_\lambda(x),$$

то

$$\sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda)} F_{n0}^{(\lambda)}(q) = \\ = -\frac{(2\lambda+1)}{2M} \frac{\hbar^2}{4\pi} Z e \int_0^\infty \left[\frac{d\rho(r)}{dr} \frac{dj_\lambda(x)}{dr} - k^2 \rho(r) j_\lambda(x) \right] j_\lambda(qr) r^2 dr$$

или

$$\sum_n (E_n - E) M_{0n}^{(\lambda)} \rho_{n0}^{(\lambda)}(r) = \\ = -\frac{(2\lambda+1)}{2M} \frac{\hbar^2}{4\pi} Z e \left[\frac{d\rho(r)}{dr} \frac{dj_\lambda(x)}{dr} - k^2 \rho(r) j_\lambda(x) \right]. \quad (74)$$

Если ПС исчерпывается одним состоянием, то получим формулу (31).

Для определения отношений МЭВП для любого k в случае одночленного исчерпывания ($i = 0$) из (64) имеем

$$(E_{c0} - E) M_{c0}^{(\lambda)} M_{0c}^{(\lambda, k)} = \frac{\lambda(2\lambda+1)}{4\pi} (2\lambda+2k+1) \frac{\hbar^2}{2M} Z e^2 \langle r^{2\lambda+2k-2} \rangle. \quad (75)$$

Учитывая (66), получаем

$$\frac{M_{c0}^{(\lambda, k)}}{M_{c0}^{(\lambda)}} = \frac{(2\lambda+2k+1)}{(2\lambda+1)} \frac{\langle r^{2\lambda+2k-2} \rangle}{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}. \quad (76)$$

Если $k = 1$, то

$$\frac{M_{c0}^{(\lambda, 1)}}{M_{c0}^{(\lambda)}} = R_\lambda^2 = \frac{(2\lambda+3)}{(2\lambda+1)} \frac{\langle r^{2\lambda} \rangle}{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}, \quad (77)$$

что представляет собой определение переходного радиуса ядра.

Эту формулу можно получить и из определения R_λ (8) с плотностью $\rho_\lambda(r) = N r^{\lambda-1} d\rho(r)/dr$. Отметим, что для однородного РПЗ $R_\lambda = R_0$.

Приведенная вероятность перехода ($k = 0$) и переходный радиус ($k = 1$) являются первым и вторым моментами ППЗ. Отношения (77) с $k = 2, 3$ и т. д. — соответственно третье, четвертое и т. д. моменты $\rho_\lambda(r)$, которые можно легко рассчитать, если РПЗ известно. Зная все моменты ППЗ, можно получить точное представление о $\rho_\lambda(r)$ при всех r .

До сих пор предполагалось, что ПС исчерпывается одним членом. Однако если в ПС учесть вклады от двух, трех и т. д. коллективных состояний, то в этих случаях, кроме переходной плотности $\rho_{c0}^{(\lambda)}(r)$, необходимо определить $\rho_{c1}^\lambda(r)$, $\rho_{c2}^\lambda(r)$ и т. д., которые могут существенно отличаться от предсказаний модели Тасси.

Пусть ПС исчерпывается двумя состояниями (например, 2_1^+ и 2_2^+). Возможность возбуждения таких коллективных состояний в простой модели ГО с взаимодействием в форме $\sum_i r_i^2 Y_{2\mu}(\Omega_i)$ для

2_1^+ ($2\hbar\omega$) и $\sum_i r_i^2 Y_{2\mu}(\Omega_i)$ для 2_2^+ ($4\hbar\omega$) рассматривалась в [111]. При этом предполагалось, что примеси $4\hbar\omega$ в 2_1^+ -состоянии и $2\hbar\omega$ в 2_2^+ -состоянии очень малы и ими можно пренебречь. Тогда из ПС для МЭВП (64) и ППЗ (63) получим ($k=1, i=1, n=0$ и 1):

$$\begin{aligned} (E_{c0} - E) M_{c0}^{(\lambda, 1)} \rho_{c0}^{(\lambda)}(r) + (E_{c1} - E) M_{c1}^{(\lambda, 1)} \rho_{c1}^{(\lambda)}(r) = \\ = -\frac{(2\lambda+1)\hbar^2}{4\pi} \frac{Ze}{2M} \left[2(2\lambda+3)r^\lambda \rho(r) + (\lambda+2)r^{\lambda+1} \frac{d\rho(r)}{dr} \right]; \\ (E_{c0} - E) |M_{c0}^{(\lambda, 1)}|^2 + (E_{c1} - E) |M_{c1}^{(\lambda, 1)}|^2 = \\ = \frac{(2\lambda+1)}{4\pi} Ze^2 \frac{\hbar^2}{2M} [(\lambda+2)^2 + \lambda(\lambda+1)] \langle r^{2\lambda+2} \rangle. \end{aligned}$$

Так как $\rho_{c0}^{(\lambda)}(r)$ известно (65), то, как легко видеть [111, 112, 114, 115],

$$\begin{aligned} \rho_{c1}^{(\lambda)}(r) = N \left[2(2\lambda+3)r^\lambda \rho(r) + \right. \\ \left. + (\lambda+2)r^{\lambda+1} \frac{d\rho(r)}{dr} - \frac{2\lambda+3}{2\lambda+1} \frac{\langle r^{2\lambda} \rangle}{\langle r^{2\lambda-2} \rangle} \lambda r^{\lambda-1} d\rho(r)/dr \right]. \quad (78) \end{aligned}$$

Аналогично можно получить различные ППЗ для $k=2, 3, \dots$. Как отмечал Тасси [112], эти ППЗ не содержат производных от $\rho(r)$ более высокого порядка, чем $d\rho(r)/dr$.

Рекуррентные формулы для определения МЭВП и ППЗ в явном виде для любого k можно записать в виде [115]:

$$\frac{M_{cn}^{(\lambda, k)}}{M_{cn}^{(\lambda, i)}} = \frac{\Psi_i(k)}{\Psi_i(i)}; \quad (79)$$

$$\frac{\rho_{cn}^{(\lambda)}(r)}{M_{cn}^{(\lambda, n)}} = -\frac{\alpha(n) + \sum_{m=0}^{n-1} \Psi_m(n) \frac{\rho_{cm}^{(\lambda)}(r)}{M_{cm}^{(\lambda, m)}}}{\Psi_n(n)}, \quad (80)$$

где введены обозначения

$$\Psi_i(k) = \varphi_i(k) - \sum_{m=0}^{i-1} \Psi_m(i) \frac{M_{m0}^{(\lambda, k)}}{M_{m0}^{(\lambda, m)}}; \quad (81)$$

$$\varphi_i(k) = [(\lambda+2k)(\lambda+2i) + \lambda(\lambda+1)] \langle r^{2\lambda+2k+2i-2} \rangle; \quad (82)$$

$$\alpha(k) = 2k(2\lambda+2k+1)r^{\lambda+2k-2}\rho(r) + (\lambda+2k)r^{\lambda+2k-1} \frac{d\rho(r)}{dr}. \quad (83)$$

Плотности $\rho_{cn}^{(\lambda)}(r)$ содержат компоненты $kr^{\lambda+2k-2}\rho(r)$ и $r^{\lambda+2k-1}d\rho(r)/dr$ и могут быть рассчитаны для произвольного n , если $\rho(r)$ известно.

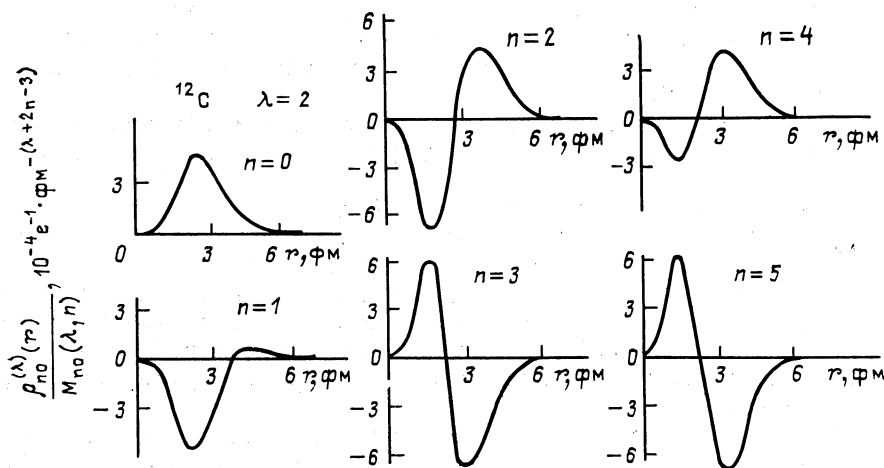


Рис. 24. Зависимости ППЗ ядра ^{12}C от r , рассчитанные на основе ПС по формулам (79)–(83) с оболочечным РПЗ

На рис. 24 приведены результаты расчетов отношений (80) с оболочечным РПЗ для ядра ^{12}C ($\lambda = 2, n = 0 \div 5$). Аналогичные расчеты проведены для ядер $^{16,18}\text{O}, ^{32,34}\text{S}$ и $^{40,48}\text{Ca}$ ($\lambda = 2 \div 5, n = 0 \div 5$). Из рисунка видно, что переходные плотности коллективных состояний для различных n существенно различаются между собой, изменяя свою форму от поверхностной до объемной, и сравнение их с МН ППЗ даст возможность проверить предсказания ПС.

Использование ПСФ [с хартри-фоковским $\rho(r)$ для основного состояния] и уравнения непрерывности приводит к тем же коммутационным соотношениям и ПС [91], которые были рассмотрены выше. В этом приближении дипольный оператор $rY_{1\mu}$ приводит к переходной плотности «ложного» (spurious) состояния $\rho_1(r) \sim \sim d\rho(r)/dr$ (приближение скейлинга). В случае компрессионной моды (мода сжатия) использование дипольного оператора $r^3Y_{1\mu}$ дает для ПП формулу (70), если пренебречь последним членом с ξ .

Таким образом, правила сумм для ППЗ и МЭПВП дают микроскопическое обоснование гидродинамических моделей и приводят к хорошо известным на основе моделей Тасси, Бора — Моттельсона, Штейнведела — Йенсена плотностям (для любого λ). Эти ПС позволяют получить также различные переходные плотности коллективных состояний и, в частности, гигантских резонансов и существенно расширяют возможности изучения ППЗ, и их можно применять для исследований рассеяния частиц высоких энергий на ядрах.

Правила сумм для изовекторных возбуждений. Обменные силы. До сих пор рассматривались переходные плотности для изоскаляр-

ных возбуждений. Если пренебречь обменными силами, то соответствующие плотности могут быть использованы и для описания изовекторных мод. Учет обменных сил не изменяет ПС для изоскалярных возбуждений.

Вследствие галилеевой инвариантности взаимодействие, зависящее от скорости, слабо влияет на ПС для изоскалярных возбуждений [68].

Для $T = 0$ и сил Скирма взаимодействие в гамильтониане коммутирует с $\rho_\lambda(r)$ и не дает вклада в ПС. Однако для $T = 1$ соответствующий коммутатор отличен от нуля и ПС в этом случае могут существенно измениться. В $\rho_\lambda(r)$ для $T = 1$ появляются дополнительные члены, которые существенно изменяют полученные ранее переходные плотности. Эффекты учета обменных сил в ПС для переходной плотности обсуждались во многих работах [68, 73, 87, 97, 98, 116, 119–120].

Как известно, изоскалярные возбуждения зарядово-симметричны и соответствуют колебаниям нейтронов и протонов в фазе ($T = 0$, $\mu = 0$), тогда как изовекторные (поляризационные) возбуждения ($T = 1$, $\mu = 0$) зарядово-антисимметричны и соответствуют колебаниям нейтронов и протонов в противофазе. Изовекторная переходная плотность, рассчитанная на основе ПС для зарядово-обменных возбуждений ($T = 1$, $\mu = \pm 1$) [116, 119–120], кроме члена Тасси, содержит также обменный член, связанный с учетом взаимодействия нуклонов в ядре типа Скирма.

Введем оператор электрического изовекторного мультипольного момента

$$Q_\mu^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^A f_\lambda(r_i) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}_i) \tau_\mu(i) \quad (84)$$

и μ -компоненту соответствующей изовекторной переходной плотности

$$\rho_{n_\mu 0}(\mathbf{r}) = \rho_{n_\mu 0}^{(\lambda)}(r) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{\mathbf{r}}) = \left\langle n_\mu \left| \sum_{i=1}^A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \tau_\mu(i) \right| 0 \right\rangle, \quad (85)$$

τ — изоспиновая матрица Паули, причем $\tau_\mu = \tau_z$ ($\mu = 0$) и $\mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_x \pm i\tau_y)$ ($\mu = \pm 1$).

Подставляя формулы (84) и (85) в правило суммы Таулесса для двух одночастичных операторов, не зависящих от энергии, получаем в ПСФ с силами Скирма для нейтрального канала ($T = 1$, $\mu = 0$):

$$\begin{aligned} & \sum_n (E_n - E) Q_n^{(\lambda)} \rho_n^{(\lambda)}(r) = \\ & = \frac{\hbar^2}{2M} \left\{ \rho(r) \left[-\frac{1}{r} \frac{df_\lambda(r)}{dr} + \lambda(\lambda+1) \frac{f_\lambda(r)}{r^2} \right] - \frac{d}{dz} \left[\frac{z}{r} \frac{df_\lambda(z)}{dz} \rho(z) \right]_{z=r} \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} (t_1 + t_2) \left\{ g(r) \left[-\frac{1}{r} \frac{df_\lambda(r)}{dr} + \lambda(\lambda + 1) \frac{f_\lambda(r)}{r^2} \right] - \frac{d}{dz} \left[\frac{z}{r} \frac{df_\lambda(z)}{dz} g(z) \right]_{z=r} \right\}, \quad (86)$$

где $g(r) = 4\rho_n(r)\rho_p(r) + \frac{1}{2}[\rho_n(r) - \rho_p(r)]^2$. Формулу (86) можно записать иначе, если умножить правую и левую части на $Y_{\lambda\mu}^* f_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}$ и проинтегрировать по объему ядра [120]

$$\sum_n (E_n - E) |Q_n^{(\lambda)}|^2 = \frac{\hbar^2}{2M} \frac{A}{4\pi} \left\langle \left| \frac{df_\lambda(r)}{dr} \right|^2 + \lambda(\lambda + 1) \frac{f_\lambda^2(r)}{r^2} \right\rangle (1 + k). \quad (87)$$

Поправка k связана с учетом в ПС взаимодействия Скирма:

$$k = (t_1 + t_2) \int \rho^2(r) \left[\left(\frac{df(r)}{dr} \right)^2 + \lambda(\lambda + 1) \frac{f^2(r)}{r^2} \right] \times \\ \times dr / \frac{\hbar^2 A}{2M} \left\langle \left(\frac{df(r)}{dr} \right)^2 + \lambda(\lambda + 1) \frac{f^2(r)}{r^2} \right\rangle.$$

Формула (87) совпадает с ПС для изоскалярных возбуждений (59), если пренебречь обменными силами ($k = 0$). Для зарядово-обменных возбуждений формула (87) содержит еще одну поправку, связанную с разностью $\rho_n(r) - \rho_p(r)$. Так, для ^{48}Ca и $\lambda = 1$ $k = 0,38$, если $\lambda = 2$, то $k = 0,28$ [120]. Экспериментальные значения k равны 0,4—0,75 от легких до тяжелых ядер [116]. Учет тензорных корреляций увеличивает значение k в случае ^{16}O от 0,44 до 0,83 [122]. Изучение вклада обменных сил в ПС для рассеяния электронов на ядрах указывает на зависимость поправки k от переданного импульса q [116, 122, 123]. Поправка максимална в точке $q = 0$ (фотонная точка) и плавно убывает с ростом q . Определение динамического фактора ядра, связанного с продольной частью сечения квазиупругого рассеяния электронов на ядрах, дает возможность экспериментально определить значение k и установить ее зависимость от q [124].

Принимая $f_\lambda(r) = r^\lambda$, получаем из (86)

$$\sum_n (E_n - E) Q_n^{(\lambda)} \rho_n^{(\lambda)}(r) = \\ = -\frac{\hbar^2}{2M} \lambda r^{\lambda-1} \frac{d\rho(r)}{dr} - 2(t_1 + t_2) \lambda r^{\lambda-1} \rho(r) d\rho(r)/dr. \quad (88)$$

Если в ПС дает вклад одно состояние, то получим формулу (28), в которой $t = \frac{4M}{\hbar^2} (t_1 + t_2)$.

Таким образом, изовекторная переходная плотность в отличие от изоскалярной, кроме члена Тасси, содержит еще один член, зависящий от плотности и связанный с учетом взаимодействия Скирма (обменный член). Обменные силы изменяют радиальную зависимость изовекторной переходной плотности [119].

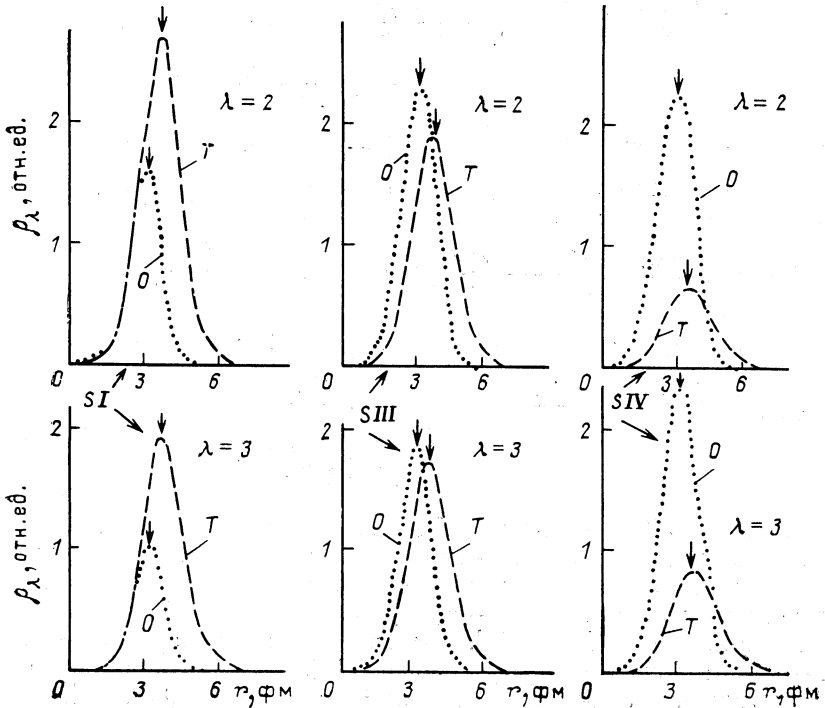


Рис. 25. Зависимости $\rho_\lambda(r)$ ядра ^{32}S от r , рассчитанные по формуле (28) с хартри-фоковским РПЗ:

O — обменный член (точечные кривые); T — член Тасси (пунктирные кривые)

На рис. 25 приведены примеры расчетов обменного члена (O) и члена Тасси (T) переходной плотности $\rho_\lambda(r)$ по формуле (28) с хартри-фоковским РПЗ. Видно, что обменный член, равный примерно половине члена Тасси в случае SI [$t = \frac{4M}{\hbar^2}(t_1 + t_2) = 13,5 \text{ фм}^3$], дает сравнимый вклад в случае $SIII$ ($t = 29,9 \text{ фм}^3$), а для сил SIV ($t = 79,6 \text{ фм}^3$) втрое превышает вклад в $\rho_\lambda(r)$ от члена Тасси. Учет обменного члена в $\rho_\lambda(r)$ (28) несколько смещает максимум полной плотности к меньшим r . Это смещение отражается на зависимости формфактора от q [73] и улучшает согласие теории с опытом.

Расчеты ПП изовекторных резонансов с $\lambda = 0, 1, 2$ в трех каналах ($\mu = 0, \pm 1$) в микроскопическом подходе [97] для ядер ^{40}Ca и ^{48}Ca (а также ^{90}Zr , ^{120}Sn и ^{208}Pb) показывают, что в случае $\lambda = 0$ $\rho_\lambda(r)$ имеет объемный характер, в $\rho_{\lambda=1}(r)$ присутствуют оба типа движения — объемное и поверхностное, а $\rho_\lambda(r)$ для $\lambda = 2$ характеризуется поверхностной компонентой плотности, причем форма $\rho_\lambda(r)$ практически одинакова для всех трех зарядовых состояний ($\mu = 0, \pm 1$).

Сравнение МН ППЗ для состояний с $T = 1$ с плотностями, полученными на основе ПС, позволяет сделать заключение о характере эффективного взаимодействия нуклонов в ядрах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование статических и переходных плотностей заряда НКС электрического типа ядер с $A = 12 \div 48$ на основе различных моделей и правил сумм показывает:

1. Статические плотности заряда ядер с $A < 50$, рассчитанные с волновыми функциями модифицированной модели ГО, хорошо согласуются с МН плотностями, если ввести дробные числа заполнения состояний, отличающиеся от предсказаний простейшей оболочечной модели. Эти числа определены для девяти ядер из сравнения теории с опытом. Метод SPP приводит практически к таким же результатам. Самосогласованные расчеты зарядовых плотностей по методу ХФ с эффективным взаимодействием Скирма и в ТКФС (с учетом эффектов запаздывания), как известно, хорошо описывают РПЗ средних и тяжелых ядер, но не обладают достаточной точностью для описания свойств ядер с $A < 50$.

2. ППЗ НКС ядер в ряде случаев характеризуются не только большим поверхностным максимумом, но и заметной объемной компонентой, что свидетельствует о важной роли протонов s -оболочки и эффектов сжимаемости ядерной материи. Для учета этих эффектов необходима модификация макромоделей. Микроскопические ППЗ в целом согласуются с МН плотностями, однако для некоторых состояний рассчитанные ППЗ существенно отличаются от измеренных как по форме, так и по амплитуде. Учет эффектов поляризации остова ядра введением поляризационных зарядов и спаривания нуклонов существенно улучшает согласие между теорией и опытом. Эти же эффекты описывают изменения ППЗ ядер-изотопов. Учет частичного заполнения протонами оболочечных состояний необходим для описания МН РПЗ и ППЗ.

3. Правила сумм дают микроскопическое обоснование макромоделей, если соответствующим образом выбрать операторы электрических мультипольных моментов. Рекуррентные формулы для матричных элементов перехода и переходных плотностей дают возможность рассчитать радиальные свойства различных коллективных состояний и тем самым установить характер и динамику возбуждения ядра. Переходные плотности состояний с $T = 1$ содержат информацию об эффективном взаимодействии нуклонов в ядрах.

Дальнейший прогресс в понимании тонких особенностей ППЗ связан с проведением исследований плотностей заряда ядер-изотопов с целью определения влияния дополнительных нейтронов на ρ_λ (изотопные эффекты); изучением для каждого состояния вкладов нейтронной и протонной компонент переходной плотности; рассмотрением различных обертонов колебаний ядра n , когда $\lambda = \text{const}$;

уточнением правил сумм и, в частности, выяснением вклада двухчастичных $1s$ -сил на ПС как для изоскалярных, так и для изовекторных возбуждений. Проведение измерений при еще больших q (вплоть до 4 фм^{-1}), где, по-видимому, станут важными кварковые степени свободы и релятивистские эффекты, явится новым стимулом для совершенствования большинства из рассмотренных здесь ядерных моделей.

Пока получены лишь первые данные о переходных плотностях тока и намагничивания. Эти данные дают возможность получить сведения о радиальном распределении вихря скорости коллективного движения и различных эффективных взаимодействиях нуклонов в ядре. Совместное рассмотрение всех трех плотностей представляет собой наиболее убедительную и разностороннюю проверку предположений, лежащих в основе тех или иных ядерных моделей.

Автор выражает глубокую благодарность Е. В. Иношину, Н. И. Пятову, Э. Е. Саперштейну, В. А. Ходелю, Ю. Л. Болотину, В. Ю. Денисову, В. Е. Стародубскому и Б. С. Тулузову за плодотворное обсуждение некоторых вопросов, рассмотренных в обзоре, и В. И. Куприкову за помощь при проведении ХФ-расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Überall H.** Electron scattering from complex nuclei. Parts A and B. N. Y. — London: Acad. Press, 1971.
2. **Айзенберг И., Грайнер В.** Механизмы возбуждения ядра: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1973.
3. **Гулькаров И. С.** Исследование ядер электронами. М.: Атомиздат, 1977.
4. **Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.** Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
5. **Баррет Р., Джексон Д.** Размеры и структура ядер: Пер. с англ. Киев: Наукова думка, 1981.
6. **Willey R. S.**//Nucl. Phys. 1963. Vol. 40. P. 529—565.
7. **Forest T. Jr., Walecka J. D.**//Adv. Phys. 1966. Vol. 15. P. 1—109.
8. **Лукьянов В. К., Поль Ю. С.**//ЭЧАЯ. 1974. Т. 5. С. 955—1022.
9. **Heisenberg J.**//Advance Nucl. Phys. 1981. Vol. 12. P. 61—133.
10. **Heisenberg J., Block H. P.**//Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1983. Vol. 33. P. 569—609.
11. **Brown V. A., Radhi R., Wildenthal V. H.**//Phys. Repts. 1983. Vol. 101. P. 313—358.
12. **Гулькаров И. С., Потапова Т. М.**//Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. 1980, № 4. С. 84—88.
13. **Балашов В. В.** Квантовая теория столкновений. Изд. МГУ, 1985.
14. **Lighbody J. W., Jr., Bellicard J. B., Cavedon J. M. e.a.**//Phys. Rev. 1983. Vol. C27. P. 113—132.
15. **Friar J. L., Negele J. W.**//Nucl. Phys. 1973. Vol. A212. P. 93—137.
16. **Knodel V. A., Saperstein E. E.**//Phys. Repts. 1982. Vol. 92. P. 183—337;
- Платонов А. П., Саперштейн Э. Е.**//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 907—910.
17. **Алхазов Г. Д.**//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 1858—1868.
18. **Sick I., McCarthy J. S.**//Nucl. Phys. 1970. Vol. A150. P. 631—654;
- Sick I., Bellicard J. B., Cavedon J. M. e.a.**//Phys. Lett. 1979. Vol. B88. P. 245—248;
- Sick I.**//Nucl. Phys. 1980. Vol. A335. P. 555—561.
- Miska H. e.a.**//Phys. Lett. 1979. Vol. B83. P. 165—168.

19. Li G. C., Yearian M. R., Sick I. //Phys. Rev. 1974. Vol. C9. P. 1861—1877; Wörsdörfer V., Emrich H. J., Miska H. e.a. //Nucl. Phys. 1985. Vol. A438. P. 711—721.
20. Emrich H. J., Fricke G., Mallot e.a. //Nucl. Phys. 1983. Vol. A396. P. 401—408.
21. Malaguti F., Uguzzoni A., Verondini E., Hodgson P. E. //Nuclear Charge Distributions //Rivista Nuovo Cimento. 1982. Vol. 5. P. 1—67.
22. Айзенберг И., Грайнер В. Микроскопическая теория ядра: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1976.
23. Гулькаров И. С., Каримов М. Г., Назаров У. К. //ДАН УзССР. 1985, № 12. С. 25—27; Гулькаров И. С., Пинкус Л. Д. //ЯФ. 1986. Т. 44. С. 330—335; Гулькаров И. С., Мансуров М. М., Хомич А. А. //ЯФ. 1988. Т. 47. С. 42.
24. Eramzhyan R. A., Ishkhanov V. S., Kapitonov J. M., Neudatchin V. G. //Phys. Rept. 1986. Vol. 136. P. 229—400.
25. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
26. Саперштейн Э. Е., Ходель В. А. //ЯФ. 1983. Т. 38. С. 848—861.
27. Зверев М. В., Саперштейн Э. Е. //ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1390—1400; ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1082—1092.
28. Vautherin D., Brink D. M. //Phys. Rev. 1972. Vol. C5. P. 626—647.
29. Барц Б. И., Болотин Ю. Л., Инопин Е. В., Гончар В. Ю. Метод Хартри — Фока в теории ядра. Киев: Наукова думка, 1982.
30. Fridrich J., Reinhard P. G. //Phys. Rev. 1986. Vol. C33. P. 335—351.
31. Köhler H. S. //Nucl. Phys. 1976. Vol. A258. P. 304—346.
32. Bartel J., Quentin P., Brack M. e.a. //Nucl. Phys. 1982. Vol. A386. P. 79—100.
33. Tondeur F. //Phys. Lett. 1983. Vol. B123. P. 139—142.
34. Vautherin D. //Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 296—316.
35. Beiner M., Flocard H., Nguyen van Giai, Quentin P. e.a. //Nucl. Phys. 1975. Vol. A238. P. 29—69.
36. Chandra H., Sauer G. //Phys. Rev. 1976. Vol. C13. P. 245—252.
37. Helm R. //Phys. Rev. 1956. Vol. 104. P. 1466—1475.
38. Rosen M., Raphael R., Überall H. //Phys. Rev. 1967. Vol. 163. P. 927—934.
39. Seaborn J. B., Devanathan V., Überall H. //Nucl. Phys. 1974. Vol. A164. P. 461—474.
40. Shoda K., Ohashi H., Nakahara K. //Nucl. Phys. 1980. Vol. A350. P. 377—395.
41. Graves R. D., Lamers B. A., Nagl A. e.a. //Canad. J. Phys. 1980. Vol. 58. P. 48—62.
42. Durgapal P., Onley D. S. //Nucl. Phys. 1981. Vol. A368. P. 429—437.
43. Eramzhyan R. A., Gmitro M., Kamalov S. S. //Phys. Lett. 1983. Vol. B128. P. 371—374.
44. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
45. Каримов М. Г., Гулькаров И. С., Бегжанов Р. Б. //ДАН УзССР. 1985. № 1. С. 30—33.
46. Norum B. E., Hynes M. V., Miska H. e.a. //Phys. Rev. 1982. Vol. C25. P. 1178—1800; Buti T. N. e.a. //Phys. Rev. 1986. Vol. C33. P. 755—775.
47. Bertozzi W. //Proc. of the 3rd seminar electromagnetic interactions of nuclei at low and medium energies. М.: Nauka, 1976. P. 213—253.
48. Nakada A., Torizuka Y. //J. Phys. Soc. Japan. 1972. Vol. 32. P. 1—13.
49. Harihar P., Seth K., Barlow D. e.a. //Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 152—155.
50. Алхазов Г. Д. Препринт ЛИЯФ-753. Л., 1982.
51. Miska H., Norum B., Hynes M. V. e.a. //Phys. Lett. 1979. Vol. B83. P. 165—168.
52. Brack M., Guet C., Hakansson H.B. //Phys. Repts. 1985. Vol. 183. P. 275—364.

53. Bergstrom J. C., Bertozzi W., Kowalski S. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 24. P. 152—155.
54. Miska H., Gräf H. D., Richter A. e.a.//Phys. Lett. 1975. Vol. B58. P. 155—158.
55. Gräf H. D., Feldmeier H., Manakos P., Spamer E.//Nucl. Phys. 1978. Vol. A295. P. 319—332.
56. Singhal R. P., Caplan H. S., Moreira J. R., Drake T. E.//Canad. J. Phys. 1973. Vol. 51. P. 2125—2137.
57. Strehl P., Schucan Th. H.//Phys. Lett. 1968. Vol. B27. P. 641—643.
58. Heisenberg J., Dawson J., Millman T. e.a.//Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 97—108.
59. Gerace W. J., Green A. M.//Nucl. Phys. 1969. Vol. A123. P. 241—249.
60. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х.//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 809—816; Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. Харьков, 1986, вып. 2(35). С. 8—9; Гулькаров И. С., Мансуров М. М.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1988. Т. 52. № 5.
61. Берлович Э. Е., Василенко С. С., Новиков Ю. Н. Времена жизни возбужденных состояний атомных ядер. Л.: Наука, 1972.
62. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х.//ЯФ. 1976. Т. 23. С. 574—576; Гулькаров И. С.//ЯФ. 1972. Т. 16. С. 689—698.
63. Brain S. W., Johnston A., Gillespie e.a.//J. Phys. G: Nucl. Phys. 1977. Vol. 3. P. 821—832.
64. Finn J. M., Crannell H., Hallowell P. L., O'Brein J.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A290. P. 99—108.
65. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1978. Т. 42. С. 159—168; Гулькаров И. С., Пинкус Л. Д.//ДАН УзССР. 1987. № 2. С. 31—34.
66. Koo W. K., Tassie L. J.//Austral. J. Phys. 1981. Vol. 23. P. 15—24.
67. Tassie L. J.//Austral J. Phys. 1956. Vol. 9. P. 407—418.
68. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра; Пер. с англ. М.: Мир, 1977. Т. 2.
69. Stringari S.//Nucl. Phys. 1979. Vol. A325. P. 199—215.
70. Fallieros S.//Proc. Intern. Conf. Nucl. Struct. Study using Electron scattering and Photo-reaction. Sendai, 1972. P. 185—196.
71. Коломиец В. М., Цехмистренко И. Ю.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. С. 985—992.
72. Гулькаров И. С., Каримов М. Г.//Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. 1981, № 1. С. 72—75.
73. Гулькаров И. С. Вопросы атомной науки и техники. Серия: общая и ядерная физика. Харьков, 1986, вып. 2(35). С. 9—10; Гулькаров И. С., Каримов М. Г., Мансуров М. М.//Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. 1986, № 4. С. 47—51; Гулькаров И. С., Куприков В. И. там же, 1987, № 3. С. 53—57.
74. Itoh K., Oyamada M., Torizuka Y.//Phys. Rev. 1970. Vol. C2. P. 2181—2199; Hallowell P. L., Bertozzi W., Heisenberg J. e.a.//Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 1396—1409.
75. Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 221—285.
76. Ходель В. А.//ЯФ. 1974. Т. 19. С. 792—807.
77. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х., Каримов М. Г.//Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. 1979, № 3. С. 55—59.
78. Стародубский В. Е., Шагинян В. Р., Шолохов Ю. И.//ЯФ. 1977. Т. 25. С. 306—314.
79. Singhal R. P., Arthur R. G., Macanley M. W. S.//Phys. Lett. 1977. Vol. B72. P. 152—154.
80. Вазнат М. И., Пятов Н. И., Шилов В. М.//ЯФ, 1980. Т. 31. С. 585—592.
81. Pitthan R., Buskirk F. R., Dyer J. N. e.a.//Phys. Rev. 1979. Vol. C19, N2. P. 299—309; Pitthan R., Bates G. M., Beachy J. S.//Phys. Rev. 1980. Vol. C21, N 1. P. 147—166.

82. Zalmstra J. J. A., Von Hienen J. F. A., Kouw L. R. //Phys. Lett. 1985. Vol. B162. P. 7—10; Stringari S. //Phys. Lett. 1982. Vol. B108. P. 232—236.
83. Suzuki T., Rowe D. J. //Nucl. Phys. 1977. Vol. A286. P. 307—321; 1977. Vol. A292. P. 93—106.
84. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х., Каримов М. Г. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. Т. 46. С. 2125—2128.
85. Денисов В. Ю. //ЯФ. 1985. Т. 42. С. 351—354; 1986. Т. 43. С. 46—57.
86. Стругинский В. М., Магнер А. Г., Денисов В. Ю. //ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1382—1389; ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1093—1103.
87. Bertsch G. F., Tsai S. F. //Phys. Rep. 1975. Vol. C18. P. 125—158; Phys. Lett. 1974. Vol. B50. P. 319—322; Tsai S. F., Bertsch G. F. //Phys. Lett. 1975. Vol. B59. P. 425—426.
88. Гулькаров И. С., Мансуров М. М. //УФЖ. 1987. Т. 32. С. 1643.
89. Gillet V., Melkanoff M. //Phys. Rev. 1964. Vol. 133. P. 1190—1199.
90. Donnelly T. W., Walecka J. D. //Ann. Rev. Nucl. Sci. 1975. Vol. 25. P. 329—405.
91. Serr F. E., Dumitrescu T. S., Suzuki T., Dasso C. H. //Nucl. Phys. 1983. Vol. A404. P. 359—391.
92. Forest T. //Proc. of the seminar «Electromagnetic interact. of nuclei at low and medium energies». М.: Наука, 1973. P. 222—244.
93. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971; Дао Тиен Тхоа, Кухтина И. Н., Пономарев В. Ю. //ЯФ. 1986. Т. 44. С. 906—915.
94. Marlow D., Barnes P. D., Colella N. J. e.a. //Phys. Rev. 1982. Vol. C25. P. 2619—2637; Cottingham W. B., Boyer K. G., Braitwaite W. J. e.a. //Phys. Rev. 1987. Vol. C36. P. 230—249.
95. Heisenberg J. //Proc. Conf. AIP. 1984. N 123. P. 124—138.
96. Sobie R. J. e.a. //Phys. Rev. 1984. Vol. C30. P. 1612—1621.
97. Стародубский В. Е. //ЯФ. 1979. Т. 29. С. 884—896; ЯФ. 1981. Т. 33. С. 675—691; ЯФ. 1985. Т. 42. С. 78—90; Препринт ЛИЯФ—962. Л., 1984.
98. Liu K. F., Brown G. E. //Nucl. Phys. 1976. Vol. A265. P. 385—415.
99. Фаянс С. А., Ходель В. А. //Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 17. С. 633—636.
100. Саперштейн Э. Е., Стародубский В. Е. //ЯФ. 1979. Т. 30. С. 70—83.
101. Khodel V. A., Saperstein E. E. //Nucl. Phys. 1980. Vol. A348. P. 261—287.
102. Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А. Препринт ИАЭ-2580. М.: 1976.
103. Speth J., Wambach J. //Nucl. Phys. 1980. Vol. A347. P. 389—403.
104. Speth J., Werner E., Wild W. //Phys. Rep. 1977. Vol. C33. P. 127—208.
105. Пятов Н. И., Фаянс С. А. //ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. С. 953—1019.
106. Гулькаров И. С., Пинкус Л. Д. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 911—918.
107. Wise J. E., McCarthy J. S., Altemus R. e.a. //Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 1699—1714.
108. Turchinets W. //Nucl. Phys. 1985. Vol. A446. P. 23—44.
109. Brown V. R., Madsen V. A. //Phys. Rev. 1975. Vol. C11. P. 1298—1311.
110. Deal T. J., Fallieros S. //Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 1709—1710.
111. Ui H., Tsukamoto T. //Progr. Theoret. Phys. 1974. Vol. 51. P. 1377—1386.
112. Tassie L. J. //Nucl. Phys. 1975. Vol. A248. P. 465—476.
113. Birbrair V. L. //Phys. Lett. 1975. Vol. B57. P. 223—224.
114. Гулькаров И. С. //ЯФ. 1979. Т. 29. С. 57—64.
115. Гулькаров И. С., Вакиль Р. Х. Прикладная ядерная спектроскопия. М.: Атомиздат, 1981. Вып. 10. С. 210—217.
116. Suzuki T. //Ann. Phys. 1984. Vol. 9. P. 535—573.
117. Deal T. J. //Nucl. Phys. 1973. Vol. 217. P. 210—220.
118. Harakeh M. N., Dieperink A. E. L. //Phys. Rev. 1981. Vol. C23. P. 2329—2334.

119. Auerbach N., Klein A. // Phys. Rev. 1983. Vol. C27. P. 1818—1824; Phys. Rev. 1983. Vol. C28. P. 2075—2095.
120. Auerbach N., Klein A. // Nucl. Phys. 1983. Vol. A395. P. 77—118; Nucl. Phys. 1984. Vol. A422. P. 501—509; Auerbach N., Johnson M. B., Klein A., Sici- liano E. R. // Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 526—537.
121. Гультаров И. С. // ЯФ. 1974. Т. 20. С. 17—20; Изв. АН СССР. Сер. физ. 1974. Т. 38. С. 1642—1647.
122. Dellagiacoma F., Ferrari R., Orlandini G., Traini M. // Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 777—784.
123. Инопин Е. В., Роццупкин С. Н. // ЯФ. 1973. Т. 17. С. 1008—1111.
124. Буки А. Ю., Шевченко Н. Г., Митрофанова А. В. // ЯФ. 1976. Т. 24. С. 457—460.