

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ СОСТАВНЫЕ СИСТЕМЫ В ДИНАМИКЕ НА СВЕТОВОМ ФРОНТЕ

В. А. Карманов

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР

Дано систематическое изложение нового подхода к теории релятивистских составных систем, удовлетворяющего общим принципам релятивистской динамики и удобного в практических приложениях. В этом подходе волновые функции (ВФ) являются компонентами фоковского столбца вектора состояния на поверхности светового фронта, заданной, в отличие от других подходов, инвариантным уравнением. Этим обеспечивается явная релятивистская ковариантность теории. Обсуждаются отличительные свойства релятивистских ВФ, состоящие в их зависимости, не только от относительных импульсов, но и от переменной, имеющей вид единичного вектора. Приложения развитой теории нацелены на задачи релятивистской ядерной физики (ЕМС-эффект, электрорасщепление дейтрона и т.д.). Особое внимание обращается на выявление качественных следствий различных релятивистских эффектов в ядрах.

New approach to theory of relativistic composite systems which satisfy the general principles of relativistic dynamics and is convenient in applications is methodically expounded. In this approach the wave functions (WF) are the Fock column components of the state vector defined on the light front hypersurface determined, in contrast to other approaches, by invariant equation. This ensures the explicit relativistic invariance of the theory. The distinctive characteristics of relativistic WFs consisting in their dependence, besides the relative momenta, on an extra variable having the form of a unit vector are discussed. The applications of the theory developed are aimed at the problems of relativistic nuclear physics (EMC-effect, deuteron electrodisintegration etc.). Particular attention is given to revealing the qualitative consequences of different relativistic effects in nuclei.

ВВЕДЕНИЕ

Все атомные ядра и большинство элементарных частиц — составные системы. Хотя средние скорости нуклонов в ядрах сравнительно невелики (порядка $1/4$ скорости света), однако в ряде процессов с большими переданными импульсами внутриядерные нуклоны могут участвовать, только будучи релятивистскими. Релятивистские эффекты в ядрах существенны, например, при анализе выполненных экспериментов по упругому ed -рассеянию [1], электрорасщеплению дейтрона [2], pd -рассеянию назад (см. работу [3] и ссылки в ней).

Для этой цели необходимо знать ядерные волновые функции (ВФ) при импульсах нуклонов порядка их масс. Возникающая проблема состоит не столько в том, что значения этих ВФ неизвестны и могут количественно отличаться от нерелятивистских, экстраполированных в область $q \sim m$, сколько в том, что между релятивистскими и нерелятивистскими ВФ имеются существенные качественные отличия. Как будет показано ниже, эти ВФ зависят даже от различного числа переменных. Настоящий обзор содержит изложение аппарата явно ковариантных релятивистских ВФ, в полной мере учитывающего все их характерные свойства и удобного для практических расчетов, а также приложения этого аппарата к анализу ядерных процессов с большими переданными импульсами. Ниже во введении поясним суть качественных отличий между релятивистскими и нерелятивистскими ВФ, изложим физические причины, их вызывающие, и обсудим соотношение с другими подходами.

Спросим себя: «Чем отличается ВФ движущейся связанной системы от покоящейся?». Пока рассматриваем малые по сравнению с массами импульсы частиц в системе покоя — проблемы нет: ВФ движущейся системы как функция относительного импульса q (определение q мы уточним ниже) совпадает с покоящейся, даже если скорость системы близка к скорости света. Положение меняется, если импульсы частиц в системе покоя связанной системы релятивистские. В этом случае, не зная динамики, т. е. гамильтониана взаимодействия, невозможно, исходя из ВФ в системе покоя, найти ВФ в движущейся системе. Формальным подтверждением этого факта является то, что генераторы преобразований Лоренца содержат взаимодействие, которое обеспечивает их правильные коммутационные соотношения с гамильтонианом, отвечающие группе Пуанкаре. Физический смысл этого свойства ВФ связан с явлением, имеющимся уже в классической системе релятивистских взаимодействующих частиц, — с принципиальной невозможностью ковариантно отделить движение центра инерции в такой системе от внутреннего движения. Положение центра инерции R в классической релятивистской системе дается формулой, аналогичной нерелятивистской, но с заменой масс частиц на их энергии [4]: $R(t) = \sum_i \varepsilon_i(t) r_i(t) / \sum_i \varepsilon_i(t)$. Формула для $R(t)$ нековариантна: зная $R(t)$ в одной системе A , мы не можем только с помощью преобразований Лоренца найти положение центра инерции в другой системе A' . В релятивистской квантовой механике невозможность отделить движение центра инерции от внутреннего движения приводит к тому, что ВФ оказывается зависящей не только от относительных импульсов q , с которыми частицы движутся внутри системы, но и от полного импульса p , с которым движется центр инерции системы: $\psi = \psi(q, p)$.

Итак, релятивистская ВФ — это своя функция относительного импульса в каждой новой системе отсчета. Подчеркнем, что зависимость ВФ от системы отсчета (т. е. от полного импульса p) отнюдь не

сводится к лоренц-сокращению в координатном пространстве. Эта зависимость — динамическая.

Поэтому ясно, что знания ВФ в системе покоя недостаточно для расчетов процессов с большими переданными импульсами: если до столкновения система покоится, то после столкновения она движется с релятивистской скоростью. Вместе с тем не требуется знать ВФ и во всех системах отсчета. Достаточно знать эту функцию в пределе бесконечного импульса $p \rightarrow \infty$, где структура ВФ упрощается: ВФ перестает зависеть от модуля $|p|$, а зависит только от направления $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|p|$. В любом процессе начальный бесконечный импульс остается бесконечным, и поэтому такой ВФ достаточно для расчетов. Для достижения предела $p \rightarrow \infty$ не нужен ускоритель на сверхвысокие энергии. Это теоретический прием, не меняющий относительную энергию сталкивающихся частиц. Еще одно существенное упрощение теории в системе с бесконечным импульсом состоит в том, что в пределе $p \rightarrow \infty$ вымирают флуктуации вакуума (рождение пар), так как их энергия ΔE возрастает при $p \rightarrow \infty$, а время $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$, на которое они образуются, стремится к нулю. О ВФ в системе с бесконечным импульсом см., например, в [5].

Пока речь шла о ВФ, описывающей состояние системы в фиксированный момент времени $t = 0$. Другой эквивалентный подход [6] состоит в введении вектора состояния на световом фронте $z + t = 0$. Поверхность $t = 0$, заданная в системе с бесконечным импульсом, как раз и является поверхностью $z + t = 0$ с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе покоя. Эти два подхода есть два взгляда на один и тот же объект с разных точек зрения.

Существенным недостатком обоих обсуждаемых подходов является отсутствие явной релятивистской инвариантности. В первом случае работаем с ВФ, заданной в фиксированной системе отсчета (с бесконечным импульсом), во втором — импульс произволен, но ВФ задана на неинвариантной гиперповерхности $z + t = 0$, привязанной к определенной системе отсчета. Это неприятное свойство теории проявляется особенно при построении состояний со спином, когда трансформационные свойства ВФ выходят на передний план. Оно также часто затрудняет практические расчеты.

Причина, по которой в теории, например, при $t = \text{const}$ отсутствует явная релятивистская инвариантность, состоит в том, что, переходя из системы отсчета A в систему A' , переходим от вектора состояния Φ , заданного на плоскости $t = \text{const}$, к вектору состояния Φ' , заданному на другой плоскости: $t' = \text{const}$. Такие преобразования не сводятся к кинематическим. То же самое относится и к гиперповерхности $z + t = 0$.

В последние годы был развит новый подход [7—12] к теории релятивистских составных систем, в котором в отличие от других подходов вектор состояния определен на поверхности светового фронта, заданной инвариантным уравнением $\omega x = \omega_0 t - \omega x = 0$, где ω — 4-вектор, причем $\omega^2 = 0$. С математической точки зрения

здесь имеем дело сразу с семейством* векторов состояний, в котором различные члены семейства отвечают различным значениям ω . В такой теории возможны независимые преобразования системы координат и гиперповерхности. Первые являются кинематическими, т. е., как будет показано в приложении, не зависят от гамильтониана взаимодействия, вторые определяются динамикой. В преобразованиях первого типа от вектора состояния Φ_ω в системе A переходим в новой системе A' к другому члену семейства $\Phi'_{\omega'}$. В преобразованиях второго типа сопоставляются различные векторы семейства Φ_ω и $\Phi_{\omega'}$ в одной и той же системе координат. Преобразованиям в теории на поверхности $z + t = 0$ отвечает комбинация этих двух преобразований: сначала переход от Φ_ω к другому члену семейства $\Phi'_{\omega'}$ в новой системе, а затем переход от $\Phi'_{\omega'}$ к Φ_ω уже без изменения системы координат. Вектор состояния $\Phi_{\omega'}$ определен на старой гиперповерхности $\omega'x' = \omega x = 0$, занимающей новое положение относительно осей новой системы, вектор состояния Φ'_ω определен на новой гиперповерхности, получающейся из старой поворотом вместе с системой координат.

В первом случае мы не уводим вектор состояния с данной гиперповерхности, а только смотрим на эту гиперповерхность из другой системы отсчета. Именно поэтому преобразование вектора состояния Φ_ω в $\Phi'_{\omega'}$ кинематическое. Во втором случае меняется гиперповерхность, и поэтому эволюция вектора состояния от Φ_ω к $\Phi_{\omega'}$ определяется динамикой.

Волновые функции в этой теории явно ковариантны. С одной стороны, такие свойства ВФ, как число входящих в нее независимых переменных, спиновая структура, определяются кинематическими преобразованиями. С другой стороны, конкретная зависимость ВФ от своих аргументов, соотношение между функциями, входящими в ВФ со спином (например, между S - и D -волнами в дейтроне), определяются динамическими уравнениями. Таким образом, в развиваемой теории имеется максимальное отделение кинематики от динамики. Это позволяет даже без знания тонкостей релятивистской динамики правильно параметризовать ВФ в соответствии с общими принципами релятивистской кинематики, что необходимо как для расчетов сечений ядерных реакций, так и особенно для выявления качественных наблюдаемых следствий, к которым приводят описанные выше отличия релятивистской ВФ от нерелятивистской. Данное свойство подхода особенно существенно в реальных условиях, когда релятивистское NN -взаимодействие практически неизвестно, а релятивистская ядерная ВФ в сущности является феноменологической. Важно, чтобы в этой ВФ корректно и в максимальной степени были учтены все свойства релятивистских ВФ, не зависящие от деталей динамики. На возможность подхода такого рода обращалось внимание в [13].

* На это обстоятельство мое внимание обратил С. Н. Соколов.

Результаты подхода, касающиеся общих свойств ВФ на световом фронте, применимы к любым составным системам (к ядрам при импульсах нуклонов порядка их масс, к элементарным частицам в кварковых моделях) независимо от конкретной природы составляющих.

Отметим, что существует много других подходов к описанию релятивистских составных систем, например с помощью функций Бете — Солпитера [14], с помощью квазипотенциальных ВФ того или иного типа [15—18] (см. обзор [19]), в импульсном или в релятивистском координатном пространстве [20, 21]. Последнее вводится с помощью разложения по функциям Шапиро [22], образующим неприводимое унитарное бесконечномерное представление группы Лоренца. Квазипотенциальные ВФ [15, 16] оказываются весьма эффективными при нахождении релятивистских поправок к энергии связи позитрония. Задача нахождения электромагнитных формфакторов в квазипотенциальном подходе [14] решалась в [23]. В подходе [24] составные системы описываются в технике дисперсионного интегрирования. Весьма полезной методически, особенно при рассмотрении теоретико-групповых вопросов, является модель ковариантного гармонического осциллятора [25].

Квазипотенциальные ВФ на инвариантной поверхности светового фронта $z + t = 0$ рассматривались в [26—28]. В ряде работ [29—37] развивался релятивистский квантовомеханический подход [6], в котором динамическими переменными являются не операторы полей, а операторы координат и импульсов частиц. В этом подходе ВФ на световом фронте $z + t = 0$ исследовались и применялись к адронам в кварковых моделях и ядрам в [34—37]. Подчеркнем еще раз, что подход, развитый в [7—12], отличается от [26—37] своим явно ковариантным характером с вытекающими отсюда принципиальными и техническими преимуществами.

Нам представляется, что назрела потребность систематического изложения этого подхода, а также тех результатов по исследованию ВФ релятивистских нуклонов в ядрах, которые с помощью данного подхода уже были получены.

Настоящий обзор преследует две цели. Во-первых, изложим теорию явно ковариантных ВФ на световом фронте и диаграммную технику, позволяющую выразить через ВФ амплитуды процессов. Во-вторых, обсудим качественные наблюдаемые явления, к которым приводит релятивистский характер движения частиц в связанной системе, причем упор будет сделан на задачи релятивистской ядерной физики.

План изложения следующий. В разд. 1 уточним смысл, который вкладываем в понятие релятивистской составной системы, и обсудим, в какой мере это понятие применимо к атомным ядрам как системам, составленным из нуклонов. Затем перейдем к изложению аппарата релятивистских ВФ, избрав наиболее прямой путь к цели, не загроможденный вопросами обоснования, отодвинутыми в приложение.

Поэтому в исследовании параметризации ВФ и ее спиновой структуры (см. разд. 2) будем исходить из трансформационных свойств ВФ, обладающих ясным физическим смыслом и поэтому почти очевидных для читателя с «физическим уклоном». Мы полагаем, что данные свойства ВФ могут быть легко приняты этим читателем в качестве отправного пункта. Вывод трансформационных свойств ВФ, которые в свою очередь следуют из законов преобразования вектора состояния при трансляциях, вращениях и преобразованиях Лоренца, а также вывод из первопринципов самих законов преобразования вектора состояния приведены в приложении. Там же получим так называемое «угловое условие», играющее важную роль в классификации релятивистских связанных состояний. Этим обеспечивается полное и строгое обоснование излагаемого подхода. В разд. 3 изложена диаграммная техника, позволяющая, в частности, выразить амплитуды процессов через ВФ. Рассмотрены свойства амплитуд на световом фронте, их параметризация и сингулярности, отсутствующие в фейнмановских амплитудах. В разд. 4 найдено уравнение для ВФ и в простой модели получено приближенное аналитическое выражение для ВФ как из этого уравнения, так и из известного решения для функции Бете — Солпитера. Там же обсуждаются релятивистские поправки к энергии связи. В разд. 5 рассмотрены некоторые приложения развитого подхода: к вычислению одноуклонного вклада в ЕМС-эффект, к электрорасщеплению дейтрона в инклюзивной и эксклюзивной постановках эксперимента. Заключительные замечания содержатся в разд. 6.

1. ЯДРО КАК РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СОСТАВНАЯ СИСТЕМА

Правомерность рассмотрения релятивистских нуклонов в ядрах иногда подвергается сомнению. Из того факта, что релятивистские относительные импульсы $q \sim m$ соответствуют относительным расстояниям, сравнимым с радиусом нуклона, делается заключение, что нуклоны «перекрываются» и теряют свою индивидуальность, а поэтому говорить о релятивистских нуклонах в ядрах вообще бессмысленно. В качестве альтернативного предлагается подход, привлекающий многокварковые конфигурации в ядрах.

Следует, однако, подчеркнуть, что обе эти интерпретации в принципе не противоречат друг другу [38, 39]. Вектор состояния ядра может быть разложен как по бесцветным состояниям свободных адронов, содержащим нуклоны, изобары, мезоны, так и по состояниям кварков и глюонов.

В принципиальном плане ситуация здесь не отличается от той, которая возникает в нерелятивистской квантовой механике при разложении ВФ связанной системы $\psi(\mathbf{r})$ по плоским волнам или по какому-то другому базису. Вопрос только в том, какой подход в данной задаче более оправдан физически, т. е. какое разложение быстрее сходится и содержит меньшее число неизвестных параметров. К этому

следует добавить, что в адронном базисе адрон вовсе не считается бесструктурным, — его структура всегда учитывается феноменологически амплитудой рассеяния налетающей частицы на адроне, форм-фактором и т. д. Согласно оценкам (см., например, обзор [19] и ссылки в нем) вклад изобарных примесей в ядрах составляет один или несколько процентов. Эти примеси вместе с мезонными обменными токами заметно влияют, например, на упругий электромагнитный формфактор дейтрона. Однако можно ожидать, что в реакциях с развалом ядра без образования мезонов в конечном состоянии в определенных кинематических условиях приемлемую точность даст ограничение только нуклонным сектором. Таким образом, представление о релятивистских нуклонах в ядрах не встречает ни принципиальных, ни количественных возражений.

Из сказанного уже ясно, какой смысл мы вкладываем в понятия «состоит» и «релятивистская ВФ». Система состоит из частиц (их число, вообще говоря, неопределенно), соответствующих полям, которые по тем или иным соображениям принимаются в качестве фундаментальных, а коэффициенты разложения вектора состояния по базису свободных полей — компоненты фоковского столбца — и есть релятивистские ВФ. По самому своему определению эти ВФ дают амплитуды вероятности обнаружить в системе данные частицы с импульсным распределением, определяемым квадратом модуля ВФ. Отметим, что квазипотенциальные ВФ [15] также совпадают с компонентами фоковского столбца (см. [7]), но, в отличие от данного подхода, определенными при $t = 0$ в системе покоя.

2. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ВФ НА СВЕТОВОМ ФРОНТЕ

Бесспиновый случай. Разложение вектора состояния, определенного на поверхности светового фронта $\omega x = \sigma$, по базису свободных полей имеет вид

$$\begin{aligned} \phi_s^J(p) = N^{-1} \int \psi_{j_1 \sigma_1 j_2 \sigma_2}^{J s} (k_1, k_2, p, \omega \tau) \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega \tau) \times \\ \times e^{i \tau \sigma} d\tau a_{\sigma_1}^+ (\mathbf{k}_1) a_{\sigma_2}^+ (\mathbf{k}_2) |0\rangle \frac{d^3 k_1}{\sqrt{2\varepsilon_1}} \frac{d^3 k_2}{\sqrt{2\varepsilon_2}} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь s, σ_1, σ_2 — проекции спинов частиц на ось z в системах покоя каждой из частиц. Многоточием обозначен вклад многочастичных состояний. Подчеркнем, что все 4-импульсы находятся на соответствующих массовых поверхностях: $p^2 = M^2, (\omega \tau)^2 = 0$ (τ — скалярный параметр), $k_1^2 = k_2^2 = m^2$ (для простоты считаем, что частицы 1 и 2 имеют одинаковые массы). Равенство $k_1^2 = k_2^2 = m^2$ следует из того, что согласно определению (1) ВФ ψ пропорциональна проекции вектора состояния на состояние свободных частиц: $\langle 0 | a_{\sigma_2} (\mathbf{k}_2) a_{\sigma_1} (\mathbf{k}_1) | \phi_s^J(p) \rangle$. Как видно, это скалярное произведение зависит только от трехмерных импульсов \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , в нем нет независимых пе-

ременных k_1^0 и k_2^0 . Следовательно, k_1^0 и k_2^0 должны выражаться через \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 ($k_{1,2}^0 = \sqrt{m^2 + \mathbf{k}_{1,2}^2}$), и поэтому 4-импульсы $k_{1,2}$ находятся на массовой поверхности. Вместо отсутствующего схода с массовой поверхности имеется сход с энергетической поверхности, определяемой равенством $k_1 + k_2 = p$, поскольку из-за наличия δ -функции в (1) 4-импульсы в ВФ связаны соотношением

$$k_1 + k_2 = p + \omega\tau. \quad (2)$$

Параметр τ всегда отличен от нуля, так как распад связанного состояния на свободные частицы невозможен. Поэтому $k_1 + k_2 - p = \omega\tau \neq 0$. ВФ помимо относительных импульсов зависит от 4-вектора ω , определяющего поверхность светового фронта. Появление этой зависимости естественно и неизбежно, поскольку вектор состояния зависит от гиперповерхности, на которой он определен. 4-Вектор $\omega\tau$ удобно приписывать фиктивной частице — шпуриону.

Соотношение (2) следует из трансляционной инвариантности теории. Его формальный вывод приведен в приложении. Здесь ограничимся только пояснением. Напомним, что в одновременной ВФ $\psi(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, p)$ (т. е. заданной при $t = 0$) имеет место закон сохранения импульсов: $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{p}$, но очевидно, что $\varepsilon(\mathbf{k}_1) + \varepsilon(\mathbf{k}_2) \neq \varepsilon(\mathbf{p})$. В 4-мерном виде эти соотношения можно записать следующим образом: $k_1 + k_2 = p + \lambda\tau$, где $\lambda = (1, 0, 0, 0)$ — 4-вектор, определяющий положение гиперповерхности $\lambda x = t = 0$, на которой задана ВФ, а τ — параметр, не равный нулю. Ясно, что для произвольной плоскости $\lambda x = 0$, где $\lambda = (\lambda_0, \lambda)$, $\lambda^2 = \delta^2$, соотношение между 4-импульсами имеет такой же вид (с переопределением τ , учитывающим массу δ), так как всегда найдется система отсчета, в которой пространственные компоненты λ обращаются в нуль ($\lambda = 0$, $\lambda_0 = \delta$), а преобразование системы координат не может изменить вид ковариантного уравнения. Поверхность светового фронта есть предельный случай пространственноподобной поверхности (при $\delta \rightarrow 0$), и поэтому, заменяя λ на ω , приходим к формуле (2).

Из соотношения (2) следует важный вывод, что в динамике на световом фронте система покоя релятивистской связанной системы ($\mathbf{p} = 0$) не может совпадать с системой центра инерции частиц, составляющих связанную систему ($\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0$). Совпадение имеет место только для нерелятивистской системы, для которой $|\varepsilon| = 2m - M \ll m$ и $q = |\mathbf{k}_1| \ll m$ в системе, где $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0$. Тогда $\tau = \frac{(k_1 + k_2)^2 - m^2}{2(p\omega)} \approx \frac{q^2 + m|\varepsilon|}{m\omega_0}$, и поскольку $|\omega/\omega_0| = 1$, то член $\omega\tau$ в пространственной части равенства (2) имеет малость q/m или $|\varepsilon|/m$ по сравнению с другими слагаемыми и может быть опущен.

Таким образом, ВФ на световом фронте $\psi(k_1, k_2, p, \omega\tau)$, как и амплитуда реакции $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, может быть изображена графически в виде 4-хвостки, показанной на рис. 1.

Рассмотрим случай бесспиновых частиц, образующих связанную систему с полным моментом, равным нулю. ВФ такой системы явля-

ется скаляром и поэтому, как и амплитуда реакции, зависит от двух инвариантных переменных:

$$\begin{aligned} s_1 &= (k_1 + k_2)^2 = (p + \omega\tau)^2; \\ t_1 &= (p - k_1)^2, \quad u_1 = (p - k_2)^2; \\ s_1 + t_1 + u_1 &= M^2 + 2m^2; \\ \psi &= \psi(s_1, t_1). \end{aligned} \tag{3}$$

Удобно ввести другие переменные, в которых ВФ приобретает вид, наиболее близкий к нерелятивистскому. Это относительный им-

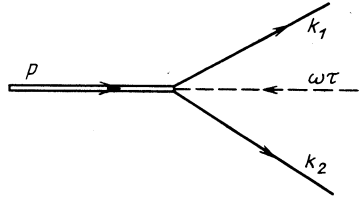


Рис. 1. Графическое изображение двух-частичной ВФ на световом фронте
Штриховая линия соответствует фиктивной частице — шпурionу

пульс \mathbf{q} , имеющий смысл импульса частицы 1 в системе, где $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0$ (но $\mathbf{p} \neq 0!$), и единичный вектор \mathbf{n} в направлении ω в этой системе. Эти переменные строятся из импульсов частиц следующим образом (ср. с [16]):

$$\mathbf{q} = L^{-1}(Q) \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_1 - \frac{Q}{m} \left[k_1^0 - \frac{\mathbf{k}_1 Q}{m + Q^0} \right]; \tag{4}$$

$$\mathbf{n} = L^{-1}(Q) \omega / |L^{-1}(Q) \omega| = \sqrt{s_1} L^{-1}(Q) \omega / (\omega p), \tag{5}$$

где $Q = m(k_1 + k_2) / \sqrt{s_1} = m(p + \omega\tau) / \sqrt{s_1}$. Операция $L^{-1}(Q)$ представляет собой следующее преобразование Лоренца: $L^{-1}(Q)(m, 0, 0, 0) = (Q^0, -\mathbf{Q})$. В нерелятивистском пределе, очевидно, получаем разность векторов $\mathbf{k}_1 - \mathbf{Q} = \mathbf{k}_1 - \frac{1}{2}\mathbf{p} = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)/2$. Из определений (4), (5) следует, что при вращении или преобразовании Лоренца g над 4-векторами, из которых составлены \mathbf{q} и \mathbf{n} , векторы \mathbf{q} и \mathbf{n} испытывают только вращения:

$$\mathbf{q}' = R(g, Q) \mathbf{q}, \quad \mathbf{n}' = R(g, Q) \mathbf{n}, \tag{6}$$

где $R(g, Q)$ — оператор вращения:

$$R(g, Q) = L^{-1}(gQ) gL(Q). \tag{7}$$

Поэтому \mathbf{q}^2 и \mathbf{nq} — инварианты и могут быть выражены через s_1 и t_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 &= \frac{1}{4} s_1 - m^2; \\ \mathbf{nq} &= (2m^2 + M^2 - s_1 - 2t_1) \sqrt{s_1} / 2 (s_1 - M^2). \end{aligned} \tag{8}$$

Для ВФ с нулевым моментом получаем

$$\psi = \psi(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = \psi(\mathbf{q}^2, \mathbf{nq}). \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что релятивистская ВФ помимо относительного импульса \mathbf{q} зависит еще от одной переменной, имеющей вид единичного вектора \mathbf{n} . Это существенное отличие параметризации релятивистской ВФ от нерелятивистской есть следствие уже упоминавшейся принципиальной невозможности ковариантно выделить движение центра инерции в системе релятивистских взаимодействующих частиц. Действительно, если в одновременной ВФ $\psi(\mathbf{q}, \mathbf{p})$, о которой говорилось во введении, устремить \mathbf{p} к бесконечности, то получаем ВФ $\psi(\mathbf{q}, \mathbf{n})$ (здесь $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$), по форме совпадающую с (9).

Разложение ВФ $\psi(\mathbf{q}^2, \mathbf{nq})$ по шаровым функциям $Y_{lm}(\mathbf{q})$ имеет вид суммы по l . Подчеркнем, что тем не менее ВФ $\psi(\mathbf{q}^2, \mathbf{nq})$ отвечает определенному (нулевому) моменту, так как является скаляром. Оператор момента в данном представлении имеет вид [9] [см. пояснение после формулы (25)]

$$\mathbf{J} = -i \left[\mathbf{q} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \right] - i \left[\mathbf{n} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \right] \quad (10)$$

и действительно дает нуль на функции (9). На функциях, не зависящих от \mathbf{n} , слагаемое $-i \left[\mathbf{n} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \right]$ в (10) дает нуль и может быть опущено, и мы возвращаемся к нерелятивистскому выражению для оператора момента.

Наконец, введем еще одну пару переменных, в которых ВФ на световом фронте параметризуется так же, как одновременная ВФ в системе с бесконечным импульсом. Определим переменные

$$x_1 = \omega k_1 / \omega p; \quad x_2 = \omega k_2 / \omega p, \quad (11)$$

причем $x_1 + x_2 = 1$, и 4-векторы:

$$R_1 = k_1 - x_1 p; \quad R_2 = k_2 - x_2 p, \quad (12)$$

причем $R_1 + R_2 = \omega \tau; \quad R_1 \omega = R_2 \omega = 0$.

Представим пространственные части \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 в виде

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_{1\parallel} + \mathbf{R}_{\perp}, \quad \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_{2\parallel} - \mathbf{R}_{\perp},$$

где \mathbf{R}_{\parallel} — параллельно ω ; \mathbf{R}_{\perp} — ортогонально ω . Поскольку $R\omega = R_0\omega - \mathbf{R}_{\parallel}\omega = 0$, то $R_0 = |\mathbf{R}_{\parallel}|$, и, следовательно, $R^2 = -\mathbf{R}_{\perp}^2$. Таким образом, $\mathbf{R}_{\perp}^2 = -R_1^2 = -R_2^2$ — инвариант. Поэтому в качестве двух скаляров, от которых зависит ВФ, можно взять \mathbf{R}_{\perp}^2 и x :

$$\psi = \psi(\mathbf{R}_{\perp}^2, x). \quad (13)$$

Пользуясь определениями переменных \mathbf{R}_{\perp}^2 , x , легко связать их с \mathbf{q}^2 , \mathbf{nq} :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\perp}^2 &= \mathbf{q}^2 - (\mathbf{nq})^2; \\ x &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\mathbf{nq}}{\varepsilon(\mathbf{q})} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Обратные соотношения имеют вид

$$\mathbf{q}^2 = \frac{\mathbf{R}_\perp^2 + m^2}{4x(1-x)} - m^2;$$

$$n\mathbf{q} = \left[\frac{\mathbf{R}_\perp^2 + m^2}{x(1-x)} \right]^{1/2} \left(\frac{1}{2} - x \right). \quad (15)$$

Введенные выше переменные легко обобщаются на случай разных масс и произвольного числа частиц. Так, ВФ n частиц имеет вид, аналогичный двухчастичной ВФ [см. (1)]:

$$\psi = \psi(k_1, \dots, k_n, p, \omega\tau), \quad (16)$$

где $\sum_1^n k_i = p + \omega\tau$. Вводя переменные $\mathbf{q}_i = L^{-1}(Q) \mathbf{k}_i$, где $Q =$
 $= m(p + \omega\tau) / \sqrt{(p + \omega\tau)^2}$, $\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i = 0$, получаем

$$\psi = \psi(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{n-1}, \mathbf{n}). \quad (17)$$

Аналогично обобщаются переменные (11), (12):

$$x_i = \omega k_i / \omega p, \quad \sum_1^n x_i = 1;$$

$$R_i = k_i - x_i p, \quad \sum_1^n R_i = \omega\tau;$$

$$\psi = \psi(\mathbf{R}_{1,\perp}, \dots, \mathbf{R}_{n-1,\perp}, x_1, \dots, x_{n-1}), \quad (18)$$

где $\mathbf{R}_{i,\perp}$ — двумерные векторы, находящиеся в плоскости, ортогональной ω . Легко проверить, что число скалярных переменных в (17) (т. е. число модулей векторов \mathbf{q}_i и независимых углов между ними и между \mathbf{q} и \mathbf{n}), равное $3n-4$, совпадает с числом скалярных переменных в (18) ($n-1$ модулей векторов $\mathbf{R}_{i,\perp}$, $n-2$ угла между $\mathbf{R}_{i,\perp}$, так как все $\mathbf{R}_{i,\perp}$ находятся в одной плоскости, и $n-1$ переменных x_i , всего $3n-4$ переменных).

Условие нормировки ВФ определяется условием нормировки вектора состояния $|p\rangle \equiv \phi(p)$:

$$\langle p' | p \rangle = 2\varepsilon(\mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}').$$

Пренебрегая вкладом многочастичных состояний и учитывая равенство $2(\omega p) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(4)}(p + \omega\tau - p') d\tau = 2\varepsilon(\mathbf{p}) \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$,

находим

$$N^2 = \int \psi^2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega\tau) \frac{d^3 k_1}{2\varepsilon_1} \frac{d^3 k_2}{2\varepsilon_2} d\tau. \quad (19)$$

Значение N произвольно (так как в вектор состояния входит комбинация ψ/N) и определяется ниже из соображений удобства.

Интеграл

$$R_2(s_1) = \int (\dots) \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega\tau) \frac{d^3k_1}{2\varepsilon_1} \frac{d^3k_2}{2\varepsilon_2} = \frac{q}{4\sqrt{s_1}} \int (\dots) d\Omega_q$$

есть двухчастичный фазовый объем. Учитывая, что $s_1 = 4\varepsilon^2(\mathbf{q}) = M^2 + 2(\omega p)\tau$, и, следовательно, $2(\omega p)d\tau = 8q dq$, а также полагая в формулах (1) и (19) $N = (2\pi)^{3/2}/(2(\omega p)\sqrt{m})$, находим нормировочное условие для двухчастичной ВФ:

$$\int \psi^2(\mathbf{q}, \mathbf{n}) \frac{m d^3q}{\varepsilon(\mathbf{q})(2\pi)^3} = 1. \quad (20)$$

В переменных \mathbf{R}_\perp и x нормировочное условие (20) приобретает вид

$$\int \psi^2(\mathbf{R}_\perp, x) \frac{d^2R_\perp dx}{2x(1-x)} = 1. \quad (21)$$

Учет спина. Формулу для преобразования ВФ легко написать, опираясь на уже упоминавшуюся аналогию между ВФ и амплитудой реакции $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$. На рис. 1 частицы 1 и 2 теперь имеют спины j_1 и j_2 , связанное состояние имеет полный спин J , а шпурин несет только импульс и поэтому является бесспиновым. Поскольку спины j_1 и j_2 и моменты складываются так, чтобы получился спин J (это же происходит и в амплитуде реакции $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$), то ВФ преобразуется точно так же, как и амплитуда реакции $J + 0 \rightarrow j_1 + j_2$:

$$\begin{aligned} & \psi_{j_1\sigma_1 j_2\sigma_2}^J(gk_1, gk_2, gp, g\omega\tau) = \\ & = \sum_{s'\sigma'_1\sigma'_2} D_{ss'}^{*J} \{R(g, p)\} D_{\sigma_1\sigma'_1}^{j_1} \{R(g, k_1)\} D_{\sigma_2\sigma'_2}^{j_2} \{R(g, k_2)\} \times \\ & \quad \times \psi_{j_1\sigma'_1 j_2\sigma'_2}^{J s'}(k_1, k_2, p, \omega\tau). \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь s, σ_1, σ_2 — проекции спинов на ось z в системах покоя каждой из частиц; R — оператор вращения, определяемый формулой (7); g — вращение и (или) преобразование Лоренца. Углы Эйлера, определяющие, например, вращение $R(g, p)$, могут быть выражены через p и через параметры преобразования g . Именно в этом смысле следует понимать выражение $D\{R\}$. Явные выражения для углов Эйлера через g и p нам не понадобятся. Вывод формулы (22) из трансформационных свойств вектора состояния; $\phi_s^J(p)$ содержится в приложении.

Именно использование формулы (22) для определения ВФ системы со спином J (как и инвариантность ВФ для случая нулевого спина) требует на данном этапе изложения упоминания во введении обращения к «физическому смыслу» понятия спина. Недоумение здесь может быть вызвано тем, что, с одной стороны, релятивистский оператор 4-момента $\hat{J}_{\mu\nu}$, входящий в уравнение (П. 19) на собственное значение спина, содержит слагаемое $J_{\mu\nu}^{\text{int}}$, определяемое лагранжианом взаимодействия [см. ниже формулы (П. 2), (П. 6), (П. 19) —

(П.21)], а с другой стороны, формула (22) взаимодействия не содержит. В приложении будет показано, что $\hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}}$ входит в так называемое угловое условие, которому обязан удовлетворять вектор состояния. Угловое условие отражает трансформационные свойства вектора состояния относительно 4-мерных вращений гиперплоскости, на которой задан вектор состояния, аналогично тому, как уравнение Шредингера отражает свойства вектора состояния относительно трансляций этой гиперплоскости. При выполнении углового условия задача построения состояний с определенным спином действительно становится чисто кинематической. Использование формулы (22), отвечающей спину J , до удовлетворения динамическому уравнению — угловому условию вполне аналогично тому, что мы полагаем 4-импульс системы p в (1) находящимся на массовой поверхности $p^2 = M^2$ еще до того, как значение M определилось из своего динамического уравнения.

В силу аналогии между ВФ и амплитудой рассеяния задача построения состояний со спином сводится к известной — к разложению амплитуды рассеяния на инвариантные амплитуды. Поясним решение этой задачи и ее отличие от нерелятивистской на двух примерах: частица и античастица со спином $1/2$, образующие состояние 0^- (« π -мезон»), и ВФ дейтрона на световом фронте.

ВФ π -мезона. Построение ВФ π -мезона сводится к разложению амплитуды реакции $1/2^+ + 1/2^- \rightarrow 0^- + 0^+$ (0^+ -шпурион) на инвариантные амплитуды. Это разложение имеет вид

$$\psi_{\sigma_1\sigma_2} = F_1 \bar{u}_{\sigma_1}(k_1) v_{\sigma_2}(k_2) + F_2 \bar{u}_{\sigma_1}(k_1) \hat{\omega} \nu_{\sigma_2}(k_2), \quad (23)$$

где $v(k) = U_c \bar{u}(-k)$ — спинор античастицы; $U_c = \gamma_0 \gamma_2$ — матрица зарядового сопряжения.

Преобразуем выражение (23) к виду, наиболее близкому к нерелятивистскому. Для этой цели перейдем к новому представлению, в котором ВФ в отличие от (22) преобразуется по каждому индексу с помощью D -функций, содержащих один и тот же оператор вращения.

Так же преобразуется нерелятивистская ВФ. ВФ $\tilde{\psi}$ в новом представлении связана с ВФ ψ в старом представлении по формуле [9]

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{j_1\sigma_1 j_2\sigma_2}^{j\mu} &= \sum D_{\mu\mu'}^{*j} \{R(L^{-1}(Q), p)\} D_{\sigma_1\sigma_1'}^{j_1} \{R(L^{-1}(Q), k_1)\} \times \\ &\times D_{\sigma_2\sigma_2'}^{j_2} \{R(L^{-1}(Q), k_2)\} \psi_{j_1\sigma_1' j_2\sigma_2'}^{j\mu'}, \end{aligned} \quad (24)$$

где операторы R определены формулой (7) с заменой Q на p или $k_{1,2}$ и с $g = L^{-1}(Q)$, $Q = m(k_1 + k_2)/\sqrt{s_1}$. ВФ $\tilde{\psi}$ преобразуется по формуле (22), в которой аргументы всех D -функций следует заменить $R(g, Q)$. В этом легко убедиться посредством прямой проверки с помощью тождества [9]

$$R(L^{-1}(gQ), gk_1) = R(g, Q) R(L^{-1}(Q), k_1) R^{-1}(g, k_1) \quad (25)$$

и с учетом того, что $D \{R_1 R_2\} = D \{R_1\} D \{R_2\}$. С помощью этого же оператора вращения $R(g, Q)$ преобразуются переменные \mathbf{q} и \mathbf{n} [см. (6), (7)]. Отсюда также следует, что в «тильдованном» представлении оператор момента \mathbf{J} для бесспиновых частиц строится из \mathbf{q} и \mathbf{n} по нерелятивистским формулам [см. (10)], а для частиц со спином k выражению (10) следует прибавить операторы спина частиц. Ясно, что ВФ $\tilde{\psi}$ есть собственная функция операторов \mathbf{J}^2 и J_3 , отвечающая собственным значениям $J(J+1)$ и μ . В новом представлении вместо ВФ (23) получаем

$$\tilde{\psi}(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = (f_1 + i \boldsymbol{\sigma} [\mathbf{n} \times \mathbf{e}] f_2) \sigma_y, \quad (26)$$

где $\mathbf{e} = \mathbf{q}/q$. Инвариантные функции f_1 и f_2 зависят от скаляров q^2 и \mathbf{nq} .

ВФ дейтрона на световом фронте. Аналогично строится релятивистская ВФ дейтрона на световом фронте [11]:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = & \left(f_1 \sqrt{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\sigma} + f_2 \frac{1}{2} (3\mathbf{e}(\mathbf{e}\boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{\sigma}) + f_3 \frac{1}{2} (3\mathbf{n}(\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}) - \boldsymbol{\sigma}) + \right. \\ & + f_4 \frac{1}{2} (3\mathbf{e}(\mathbf{n}\boldsymbol{\sigma}) + 3\mathbf{n}(\mathbf{e}\boldsymbol{\sigma}) - 2(\mathbf{en})\boldsymbol{\sigma}) + \\ & \left. + f_5 i \sqrt{\frac{3}{2}} [\mathbf{e} \times \mathbf{n}] + f_6 \frac{\sqrt{3}}{2} [[\mathbf{e} \times \mathbf{n}] \times \boldsymbol{\sigma}] \right) \sigma_y. \end{aligned} \quad (27)$$

Связь между $\tilde{\psi}^\mu$ в формуле (24) и $\tilde{\psi}$ в (27) аналогична соотношению между сферической функцией $Y_{1\mu}^*(\mathbf{n})$ и вектором \mathbf{n} . Функции f_1, \dots, f_6 зависят от скаляров q^2, \mathbf{nq} . Нормировочный интеграл имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(\mathbf{q}^2, \mathbf{nq}) \frac{m d^3q}{\varepsilon(\mathbf{q})} = 1, \\ F = f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + (3+z^2)f_4^2 + (1-z^2)(f_5^2 + f_6^2) + \\ + (3z^2 - 1)f_2 f_3 + 4z f_4 (f_2 + f_3), \end{aligned} \quad (28)$$

где $z = \mathbf{en} = \mathbf{qn}/q$.

Из формулы (27) видно, что релятивистская ВФ дейтрона на световом фронте определяется шестью инвариантными функциями вместо двух (S - и D -волны) в нерелятивистском случае. Увеличение числа функций произошло из-за того, что вектор \mathbf{n} участвует в построении момента на равных правах с относительным импульсом \mathbf{q} . В нерелятивистском пределе $q \ll m$ функции f_3, \dots, f_6 становятся пренебрежимо малыми, а функции f_1 и f_2 перестают зависеть от \mathbf{nq} и переходят в обычные S - и D -волны. В результате возвращаемся к обычной нерелятивистской ВФ дейтрона. Эти свойства ВФ подтверждаются в частности, расчетом ВФ дейтрона в модели однобозонного обмена [11]. Если принять f_1 за единицу, то при $1/R \ll q \ll$

$\ll t$ расчет дает [11]

$$f_1 \sim 1; f_2 \sim q^2/m^2; f_3 \sim q^4/m^4; \\ f_4 \sim zq^6/m^6; f_5 \sim q^3/m^3; f_6 \sim zq^6/m^6.$$

Поверхность уровней функции $F(q^2, nq)$ (28) показана на

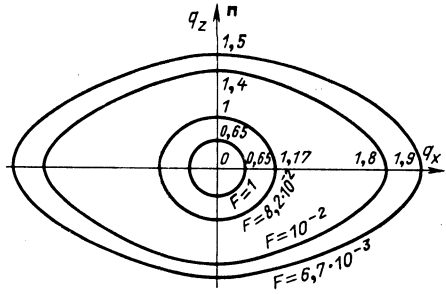


Рис. 2. Поверхность уровней функции F , определяемой формулой (28). Значения F приведены в единицах $(\text{ГэВ}/c)^{-3}$

рис. 2. При $q \sim t$ заметно отличие от сферической симметрии, что отвечает зависимости ВФ от переменной n (ВФ сплюснута вдоль n). При $q \ll t$ поверхность уровней сферически-симметрична, как и должно быть в нерелятивистском пределе.

Богатая спиновая структура релятивистских ВФ может приводить к качественным поляризационным явлениям в ядерных реакциях с большими переданными импульсами. Теоретическое предсказание и экспериментальное исследование этих явлений представляли бы несомненный интерес.

3. ДИАГРАММНАЯ ТЕХНИКА И СВОЙСТВА АМПЛИТУД В ДИНАМИКЕ НА СВЕТОВОМ ФРОНТЕ

Диаграммная техника. Амплитуды процессов с участием связанных систем могут быть выражены через ВФ на световом фронте с помощью специальной диаграммной техники, которая, с одной стороны, является явно релятивистски инвариантной, как и фейнмановская диаграммная техника, а с другой стороны, удерживает все положительные черты старой теории возмущений в системе с бесконечным импульсом. Для случая пространственноподобной поверхности $\lambda x = \sigma$ ($\lambda^2 = 1, \lambda_0 > 0$) такая диаграммная техника была впервые развита Кадышевским [40, 41], а для случая светового фронта — в работах [7, 42, 43]. Эта техника возникает при решении по теории возмущений уравнения Шредингера (П. 13) в «косом» времени σ . Выражение для S -матрицы имеет вид

$$S_\omega = T_\omega \exp \left\{ -i \int H^{\text{int}}(x) d^4x \right\} = 1 + \sum_n (-i)^n \int H(\sigma_1) \theta(\sigma_1 - \sigma_2) \times \\ \times H(\sigma_2) \dots \theta(\sigma_{n-1} - \sigma_n) H(\sigma_n) d\sigma_1 \dots d\sigma_n \quad (29)$$

и отличается от обычного заменой времени t на параметр σ . Подставляя $H(\sigma) = \int H^{\text{int}}(x) \delta(\omega x - \sigma) d^4x$ в (29), получаем

$$S_\omega = 1 + \sum (-i)^n H^{\text{int}}(x_1) \theta(\omega(x_1 - x_2)) H^{\text{int}}(x_2) \dots \\ \dots \theta(\omega(x_{n-1} - x_n)) H^{\text{int}}(x_n) d^4x_1 \dots d^4x_n. \quad (30)$$

Выражения (29) и (30) отличаются от обычных в двух принципиальных моментах. Во-первых, упорядочение операторов T_ω происходит вдоль направления ω , а не вдоль оси t . Во-вторых, это упорядочение осуществляется явно с помощью введения θ -функций. Для того чтобы формулы (29), (30) давали правильную S -матрицу, нужно, чтобы T_ω -упорядочение совпадало с T -упорядочением. Если $(x_1 - x_2)^2 > 0$, то знаки $\omega(x_1 - x_2)$ и $t_1 - t_2$ совпадают. Если $(x_1 - x_2)^2 < 0$, то в этой области операторы коммутируют:

$$[H^{\text{int}}(x_1), H^{\text{int}}(x_2)] = 0,$$

и их порядок не имеет значения. Если $(x_1 - x_2)^2 = 0$, то знаки $\omega(x_1 - x_2)$ и $t_1 - t_2$ могут отличаться. Область, где это может быть, представляет собой линию на световом конусе. Разбивая интегралы по d^4x на интегралы по d^3x и dt , видим, что в плоскости $t = \text{const}$ имеется только одна точка, где подынтегральное выражение в (30) отличается от T -упорядочения. Вопрос о том, может ли в результате измениться интеграл, зависит от характера сингулярностей на световом конусе. В случае скалярного поля T -произведение и T_ω -произведение совпадают [42].

В случае полей со спином T -произведение отличается от T_ω -произведения и для компенсации этого отличия к T_ω -произведению следует добавить контрчлены [43]. Соответствующая диаграммная техника для полей со спином в случае пространственноподобной поверхности $\lambda x = \sigma$ ($\lambda^2 = 1$) была развита в работах [44, 45], а в случае светового фронта — в [43].

Вводя фурье-образ гамильтониана

$$\tilde{H}(p) = \int H^{\text{int}}(x) e^{-ipx} d^4x \quad (31)$$

и используя интегральное представление θ -функции

$$\theta(\omega(x_1 - x_2)) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\tau\omega(x_1 - x_2)}}{\tau - i^0} d\tau, \quad (32)$$

преобразуем выражение (30) к виду

$$S_\omega = 1 + \sum_n (-i)^n \int \tilde{H}(-\omega\tau_1) \frac{d\tau_1}{2\pi i(\tau_1 - i^0)} \tilde{H}(\omega\tau_1 - \omega\tau_2) \times \dots \\ \dots \times \frac{d\tau_{n-1}}{2\pi i(\tau_{n-1} - i^0)} \tilde{H}(\omega\tau_{n-1}). \quad (33)$$

Рассмотрим далее для примера теорию с гамильтонианом $H^{\text{int}}(x) = -g\varphi^3(x)$, где φ — скалярное поле. В этом случае [42] $S_\omega = S$. Таким образом, зависимость S -матрицы (33) от ω является фиктивной. Матричные элементы в данном порядке теории возмущений от ω не зависят. Введем фурье-образ поля:

$$\tilde{\varphi}(k) = (2\pi)^{-5/2} \int \varphi(x) e^{-ikx} d^4x. \quad (34)$$

При приведении S -матрицы (33) к нормальной форме возникают свертки:

$$\begin{aligned} \underline{\varphi(k)} \widetilde{\varphi}(p) &= \widetilde{\varphi}(k) \widetilde{\varphi}(p) - N(\widetilde{\varphi}(k) \widetilde{\varphi}(p)) = \\ &= \theta(p_0) \delta(p^2 - m^2) \delta^{(4)}(p+k). \end{aligned} \quad (35)$$

Подчеркнем, что пропагатор (35) содержит δ -функцию $\delta(p^2 - m^2)$, поэтому в данной диаграммной технике все частицы находятся на массовых поверхностях. Удобно заменить $\theta(p_0)$ в (35) на $\theta(\omega p)$. 4-Векторы $\omega\tau_j$ в (33) становятся импульсами шпуриона, а множители $1/(\tau_j - i0)$ — пропагаторами шпуриона, ответственного

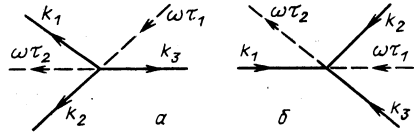


Рис. 3. Вершины с образованием частиц из вакуума (а) и с поглощением частиц вакуумом (б)

за сход промежуточных состояний с энергетической поверхности. Так, согласно [40—45] возникает трехмерная диаграммная техника, приспособленная в [7] для случая светового фронта. Сформулируем правила этой диаграммной техники для скалярного поля.

Введем амплитуду перехода F_{nm} , связанную с S -матрицей

$$\begin{aligned} S_{nm} &= 1 + iT_{nm}; \\ T_{nm} &= \delta^{(4)} \left(\sum_1^n k'_i - \sum_1^m k_i \right) \frac{F_{nm}}{(2\varepsilon'_1 \dots 2\varepsilon'_n 2\varepsilon_1 \dots 2\varepsilon_m)^{1/2}} \end{aligned} \quad (36)$$

и с сечением процесса $1 + 2 \rightarrow 3 + \dots + n$:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2}{4j\varepsilon_1\varepsilon_2} |F|^2 \frac{d^3k_3}{2\varepsilon_3} \dots \frac{d^3k_n}{2\varepsilon_n} \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - \dots - k_n), \quad (37)$$

где j — плотность потока падающих частиц:

$$j\varepsilon_1\varepsilon_2 = \frac{1}{2} [s - (m_1 + m_2)^2]^{1/2} [s - (m_1 - m_2)^2]^{1/2}, \quad s = (k_1 + k_2)^2.$$

Чтобы найти матричный элемент n -го порядка $F\delta^{(4)}(\dots)$, необходимо [7, 40—45]:

1) в фейнмановском графике n -го порядка произвольным образом пронумеровать вершины. Соединить направленной пунктирной линией (линией шпуриона) вершины в порядке возрастания номеров. Ориентировать сплошные линии (линии частиц) в направлении от большего номера к меньшему. Диаграммы, в которых имеются вершины с тремя входящими или выходящими сплошными линиями (вакуумные вершины, рис. 3) можно не рассматривать (они равны

нулю)*. Каждой сплошной линии приписать соответствующий 4-импульс, каждой j -й пунктирной линии приписать 4-импульс $\omega\tau_j$;

2) каждой внутренней сплошной линии с 4-импульсом k сопоставить пропагатор $\theta(\omega k) \delta(k^2 - m^2)$, каждой линии шпуриона — множитель $1/(2\pi(\tau_j - i0))$;

3) каждой вершине сопоставить $(2\pi)^{-\frac{1}{2}} g \delta^{(4)}(\dots)$, где δ -функция учитывает закон сохранения 4-импульсов в вершине, включая и импульс шпуриона;

4) проинтегрировать по всем 4-импульсам внутренних частиц и по $d\tau_j$ для линий шпуриона в бесконечных пределах;

5) повторить процедуру, описанную в п. 2—4, для всех $n!$ возможных нумераций вершин.

Мы опускаем здесь факториальные множители, возникающие из-за тождественности частиц и зависящие от варианта теории.

Вакуумные вершины рис. 3 в скалярной теории исчезают по тривиальной причине: из-за невозможности удовлетворить в них закону сохранения 4-импульса.

Действительно, можем считать, что в вершине рис. 3, *a* имеется одна безмассовая частица с 4-импульсом $\omega(\tau_1 - \tau_2)$ ($[\omega(\tau_1 - \tau_2)]^2 = 0$). Поскольку все $k_{0i} > 0$, то существование вершины рис. 3, *a* в зависимости от знака $\omega_0(\tau_1 - \tau_2)$ означает распад безмассовой частицы на массивные либо рождение

из вакуума трех массивных частиц и одной безмассовой. В силу того что все 4-импульсы в вершинах рис. 3, *a* и *b* лежат на массовых поверхностях, такие процессы невозможны.

В качестве примера рассмотрим амплитуду рассеяния, определяемую обменом частицей в s -канале (диаграмма рис. 4). В соответствии с приведенными выше правилами амплитуда имеет вид

$$F = \frac{g^2}{2\pi} \int \delta((k+p+\omega(\tau_1-\tau))^2 - m^2) \theta(\omega(k+p)) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} = \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{2\tau\omega(k+p) + m^2 - (k+p)^2} \quad (38)$$

Все 4-импульсы в (38) находятся на массовых поверхностях, но при $\tau \neq 0$ амплитуда F находится вне энергетической поверхности. На энергетической поверхности амплитуда F не зависит от ω и совпадает с фейнмановской амплитудой. Сумма всех диаграмм в любом фиксированном порядке теории возмущений на энергетической поверх-

* Это не относится к диаграммам, не имеющим внешних концов, например к диаграмме, получаемой из фейнмановской диаграммы вида

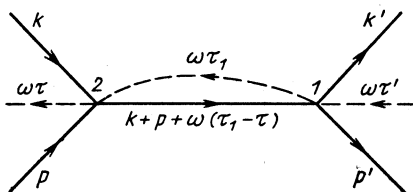
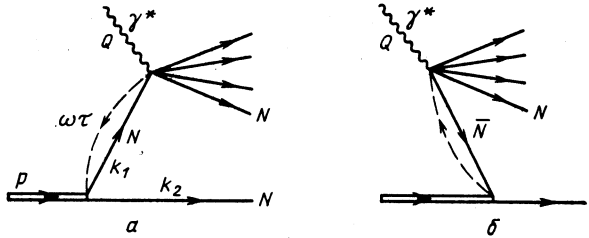


Рис. 4. Диаграмма, отвечающая обмену частицей в s -канале

ности также приводит к амплитуде, совпадающей с фейнмановской, и поэтому не зависит от ω . Однако амплитуда отдельно взятой диаграммы зависит от ω даже на энергетической поверхности (и даже если пренебрежем зависимостью от \mathbf{p} в ВФ, входящей в данную амплитуду). Эта зависимость сокращается только в сумме диаграмм. Практически же точное решение задачи бывает обычно невозможным, и приходится ограничиваться каким-либо механизмом процесса.

Рис. 5. Диаграмма глубоко неупругого рассеяния на составной системе (а) и диаграмма с рождением антинуклона (б)



Соответствующая приближенная амплитуда в этом случае оказывается зависящей от положения поверхности светового фронта. Это меняет параметризацию амплитуды и приводит к появлению новых сингулярностей.

Параметризация амплитуд. Амплитуда двухчастичной реакции $M(p, k, p', k', \omega)$ помимо инвариантов s и t становится зависящей от скалярных произведений ω с 4-импульсами частиц, причем реально она зависит только от отношений этих скалярных произведений, так как положение поверхности светового фронта определяется направлением ω . Из формулы (30) видно, что замена $\omega \rightarrow c\omega$ (c — число) не меняет амплитуду.

Удобно ввести следующие переменные:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{\omega p}{\omega(p+k)} ; & y_3 &= \frac{\omega p'}{\omega(p+k)} ; \\ y_2 &= \frac{\omega k}{\omega(p+k)} ; & y_4 &= \frac{\omega k'}{\omega(p+k)} ; \\ y_1 + y_2 &= 1 ; & y_3 + y_4 &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

В качестве независимых переменных выберем y_1 и y_3 : $M = M(s, t, y_1, y_3)$. Область изменения инвариантных переменных y_1, y_3 при фиксированных s и t и при произвольном изменении ω была найдена в работе [8].

В качестве еще одного примера рассмотрим структурную функцию глубоко неупругого eN -рассеяния вне энергетической поверхности. Она появляется в расчетах глубоко неупругого рассеяния электронов на ядрах. Отметим, что при вычислении диаграммы рис. 5 следует наложить условие

$$\omega Q = \omega(k - k') = 0. \quad (40)$$

Это условие подавляет, в частности, вклад диаграммы рис. 5, б, в которой γ -квант рождает пару $N\bar{N}$ (или большее число частиц). Если импульсы N и \bar{N} есть p_1 и p_2 , то в случае рождения пары должно выполняться равенство $\omega Q = \omega(p_1 + p_2)$, так как $\omega^2 = 0$ (или $\omega Q = \omega \sum_i p_i$, если частиц больше двух). Поскольку $p_1^2 = p_2^2 = m^2$ и $(p_1 + p_2)^2 > 4m^2$, то при $\omega Q = 0$ это равенство выполниться не может, и диаграмма рис. 5, б не дает вклада. Итак, мы имеем только одну переменную, связанную с ω : ωp_1 или $s_1 = (p_1 - \omega\tau)^2$. Таким образом, структурная функция помимо переменных $Q^2 = -(k - k')^2$ и $k_1 Q$ [входящих в области скейлинга в комбинации $x_1 = Q^2/(2k_1 Q)$] зависит еще от одной переменной, т. е. от s_1 [8]:

$$F = F(x_1, s_1). \tag{41}$$

Подчеркнем, что сход с энергетической поверхности проявляется не только в зависимости F от s_1 , но и в том, что переменная x_1 не совпадает с соответствующей переменной для свободного нуклона. Это последнее отличие будет исследовано в разд. 5.

Особенности амплитуд. Зависимость амплитуд от новых переменных (39) означает, что амплитуда должна иметь особенности по этим переменным.

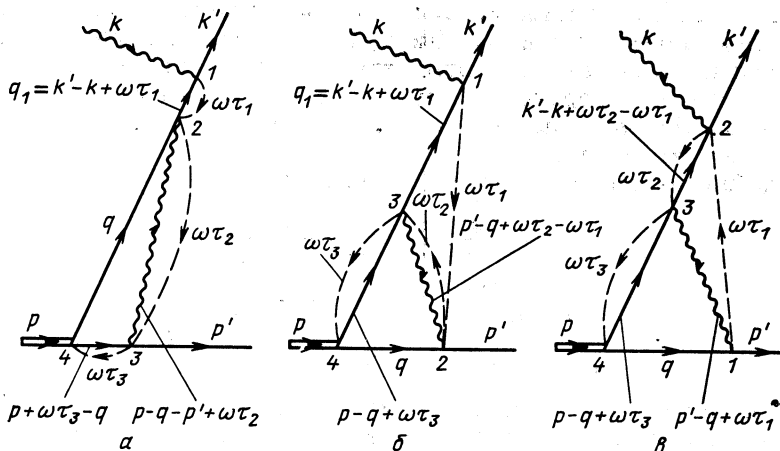


Рис. 6. Диаграммы, описывающие процесс типа фоторасщепления дейтрона. Внутренней волнистой линией изображен обмен мезоном с массой μ

Рассмотрим в качестве примера диаграммы, показанные на рис. 6. Амплитуда диаграммы рис. 6, а пропорциональна интегралу

$$M_a(t, y) = \int \frac{\theta(\omega(p-q))}{m^2 - (p-q)^2 - i0} \frac{\theta(\omega(p-p'-q))}{\mu^2 - (p-p'-q)^2 - i0} \frac{d^3q}{2\epsilon(q)}, \tag{42}$$

где $y = \omega p' / \omega p = y_3 / y_1$. Найдем особенности функции $M_a(t, y)$. Эта задача отличается от случая фейнмановской диаграммы тем, что импульс интегрирования q лежит на массовой поверхности, а область интегрирования ограничена θ -функцией $\theta(\omega(p - p' - q))$ [при $\omega(p - p' - q) > 0$ $\theta(\omega(p - q)) = 1$ и не дает ограничений]. Последнее ограничение приводит к появлению сингулярностей, соответствующих подходу особенности подынтегрального выражения к границе области изменения q .

Если бы указанных ограничений не было, то согласно обычному методу нахождения особенностей фейнмановских амплитуд (см. работу Ландау [46]) эти особенности определялись бы из условия экстремума функции $\varphi_1 = \alpha_1(m^2 - (p - q)^2) + \alpha_2(\mu^2 - (p - p' - q)^2)$. Учет ограничений приводит к задаче на условный экстремум и может быть проведен введением в φ_1 соответствующих слагаемых с множителями Лагранжа. Таким образом, приходим к задаче нахождения экстремума функции

$$\varphi = \alpha_1(m^2 - (p - q)^2) + \alpha_2(\mu^2 - (p - p' - q)^2) + \gamma_1(m^2 - q^2) + \gamma_2\omega(p - p' - q) \quad (43)$$

по переменным $\alpha_1, \alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$ и q , где γ_1 и γ_2 — множители Лагранжа. Нужно также найти экстремумы функций, получаемых из φ поочередным приравниванием нулю всех коэффициентов, кроме γ_1 .

Случай $\gamma_2 = 0$ возвращает нас к выражению для φ , рассматриваемому при нахождении особенностей фейнмановской треугольной диаграммы. Эти особенности расположены в точках

$$t = (m + \mu)^2; \quad (44)$$

$$t = m^2 + 2\mu^2. \quad (45)$$

Положение особенности (45) найдено в приближении $|\varepsilon| = |M - 2m| \ll m$ (M — масса частицы с импульсом p).

В случае $\gamma_2 \neq 0, \alpha_2 = 0$, дифференцируя φ по q, α_1, γ_1 и γ_2 , получаем уравнение

$$2\alpha_1(p - q) - 2\gamma_1q - \gamma_2\omega = 0 \quad (46)$$

при условиях

$$(p - q)^2 = m^2; q^2 = m^2; \omega(p - p' - q) = 0.$$

Домножая уравнение (46) поочередно на q, p и ω и приравнявая нулю определитель полученной системы уравнений, приходим к квадратному уравнению относительно $y = \omega p' / \omega p$, которое дает положение особенностей по y в точках

$$y = \frac{1}{2} \pm \frac{i}{2} \left(\frac{|\varepsilon|}{m} \right)^{1/2}. \quad (47)$$

Таким образом, помимо особенностей фейнмановской диаграммы амплитуда диаграммы рис. 6, а имеет особенности по переменной y .

Аналогично можно найти особенности диаграмм рис. 6, б и в. Амплитуда диаграммы рис. 6, б имеет особенность по y , определяемую формулой (47), и особенности по t , зависящие от значения переменной y и расположенные в точках

$$t = m^2 + \frac{1-y}{y} \mu (\mu + 2m); \quad (48)$$

$$t = m^2 + \frac{1-y}{y} 2\mu^2. \quad (49)$$

Амплитуда диаграммы рис. 6, в имеет особенности, определяемые формулами (45), (47) — (49). Отметим, что сумма диаграмм рис. 6 приводит к фейнмановской амплитуде. Поэтому особенности по y и особенности по t , зависящие от y , не могут встречаться только в одной амплитуде, так как в сумме должны встретиться.

Обратим внимание на то, что амплитуды в динамике на световом фронте, вычисляемые по приведенным выше правилам, представляют собой записанные в инвариантной форме амплитуды старой теории возмущений в системе с бесконечным импульсом, вычисляемые по правилам Вайнберга [47]. Первые получают из фейнмановских всевозможными нумерациями вершин, вторые — различным упорядочением вершин во времени. Обе операции приводят к одному и тому же набору диаграмм. Каждая амплитуда в динамике на световом фронте может быть с помощью замены переменных преобразована к форме, даваемой правилами Вайнберга [47]. Явный вид этой замены переменных указан в [8]. Эта замена переменных аналогична формулам (11), (12), преобразующим ВФ к параметризации в системе с бесконечным импульсом. Напомним, что в старой теории возмущений в системе с бесконечным импульсом амплитуды зависят от $\mathbf{k}_{\perp i}$ и x_i — перпендикулярных компонент и долей импульсов частиц от бесконечного импульса.

Итак, имеем две эквивалентные формы одной и той же теории. Обсуждаемая выше зависимость амплитуд от ω соответствует в старой теории возмущений зависимости амплитуд от направления бесконечного импульса. Другими словами, переменные $\mathbf{k}_{\perp i}$ и x_i сворачиваются в инварианты s и t не полностью. Остается еще зависимость от долей x_i , которые в свою очередь при фиксированной кинематике процесса как раз и зависят от направления бесконечного импульса. В инвариантной диаграммной технике с самого начала получаем амплитуды, зависящие от инвариантов, а зависимость от положения поверхности светового фронта параметризуется также в инвариантном виде с помощью переменных (39).

Подчеркнем еще раз, что точная амплитуда на энергетической поверхности не зависит от положения светового фронта, т. е. от вектора ω , поскольку T_ω — произведение в исходном выражении (29) совпадает с обычным T -произведением. В приближенных амплитудах, зависящих от ω (даже если зависимость ВФ от \mathbf{n} пренебрегается), 4-вектор ω должен быть выражен через внешние 4-импульсы частиц,

участвующих в реакции. Задача выражения ω через 4-импульсы очень важна практически, поскольку ее неизбежно приходится решать почти во всех приложениях динамики на световом фронте (в ее любой форме, в том числе в системе с бесконечным импульсом*), выходящих за рамки теории возмущений (о сильному взаимодействию (исключение составляют задачи на собственные значения). При нахождении ω зависимость амплитуд и их особенностей от ω полезно использовать для усиления в общем балансе диаграмм той диаграммы, посредством которой, опираясь на физические соображения о механизме реакции, описываем тот или иной процесс. Этот вопрос был рассмотрен в [8].

Правила нахождения ω [8] относятся к асимптотической области переданных импульсов и поэтому, вообще говоря, не универсальны. Однако универсальным нам представляется сам принцип баланса диаграмм с помощью зависимости амплитуд от ω . При больших, но не асимптотических переданных импульсах последовательная реализация этого принципа, правда, весьма трудна, поскольку вопрос правомерности ограничения какой-либо одной или несколькими диаграммами и соответствующего им выражения для ω , усиливающего эти диаграммы, является частью более общей и серьезной проблемы механизма данной ядерной реакции. Вид выражения ω через 4-импульсы частиц зависит от конкретного механизма [в качестве примера см. ниже формулу (95)]. Для реакций с большими переданными импульсами в этом направлении сделаны только первые пробные шаги.

Соотношение между ВФ и вершинной функцией. Как уже говорилось, изложенная диаграммная техника позволяет выразить амплитуды процессов с участием связанной системы через ВФ этой системы. Вершинная функция Γ , имеющая такое же изображение, как и ВФ (см. рис. 1), связана с ВФ по формуле [7]

$$\psi(k_1, \dots, k_n, p, \omega\tau) = \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \frac{\Gamma(k_1, \dots, k_n, p, \omega\tau)}{s_1 - M^2}. \quad (50)$$

Формулу (50) можно получить, сравнивая, например, два способа вычисления амплитуды расщепления связанного состояния каким-нибудь возмущением: 1) с помощью диаграммной техники (в ответ входит Γ); 2) вычислением матричного элемента оператора возмущения между связанным и свободным состояниями n частиц (в ответ входит ψ). При вычислении амплитуды процесса вершине, показанной на рис. 1, сопоставляем Γ , а затем выражаем Γ через ψ по формуле (50).

* При вычислении амплитуд в системе с бесконечным импульсом, когда бесконечный импульс направлен, например, вдоль оси z , амплитуда, как обычно оказывается функцией только импульсов и углов рассеяния. Это иногда создает иллюзию того, что данная проблема в таком подходе отсутствует. Зависимость амплитуды от направления бесконечного импульса проявляется в том, что при изменении направления бесконечного импульса меняется функциональная зависимость амплитуды от импульсов частиц и углов рассеяния. Это эквивалентно указанной выше зависимости долей импульсов частиц x_i от направления бесконечного импульса.

4. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВФ И ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Уравнение. Уравнение для ВФ может быть получено из уравнения для вершинной части, показанного графически на рис. 7. Ограничимся случаем двухчастичной системы. Сопоставляя по приведенным выше правилам аналитические выражения диаграммам рис. 7, находим уравнение для вершинной части:

$$\Gamma(k_1, k_2, p, \omega\tau) = \int \Gamma(k'_1, k'_2, p, \omega\tau') \theta(\omega k'_1) \delta(k_1'^2 - m^2) \theta(\omega k'_2) \times \\ \times \delta(k_2'^2 - m^2) \delta^{(4)}(k'_1 + k'_2 - p - \omega\tau') \frac{1}{2\pi(\tau' - i0)} \times \\ \times K(k'_1, k'_2, \omega\tau', k_1, k_2, \omega\tau) d^4 k'_1 d^4 k'_2 d\tau'. \quad (51)$$

Ядро K представляет собой неприводимый блок (рис. 7) и вычисляется непосредственно по правилам диаграммной техники. Выразим вершинную часть Γ в (51) через ВФ по формуле (50) [следует учесть, что $s_1 - M^2 = 2(\omega p)\tau$]. Введем обозначение $V = -(\pi^2/m^2)K$ и перейдем к переменным \mathbf{q}, \mathbf{n} [формулы (4), (5)]. Интеграл в уравнении (51) преобразуется к переменной \mathbf{q}' точно так же, как и нормировочный интеграл (19) преобразуется к виду (20). В результате уравнение (51) приобретает вид [7]

$$(4(\mathbf{q}^2 + m^2) - M^2) \psi(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = \\ = -\frac{m^2}{2\pi^3} \int \psi(\mathbf{q}', \mathbf{n}) V(\mathbf{q}', \mathbf{q}, \mathbf{n}, M^2) \frac{d^3 q'}{\varepsilon(\mathbf{q}')}. \quad (52)$$

В близком к (52) виде уравнение для ВФ на световом фронте рассматривалось в [48—52].

Ядро уравнения (52) зависит как от параметра от векторной переменной \mathbf{n} . Мы увидим, что эта зависимость связана с запаздыванием взаимодействия. Поэтому и решение уравнения, т. е. ВФ $\psi(\mathbf{q}, \mathbf{n})$, также оказывается зависящим от \mathbf{n} . В нерелятивистском пределе уравнение (52) переходит в уравнение Шредингера в импульсном представлении, ядро V совпадает с фурье-образом потенциала: $V(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) = \int V(\mathbf{r}) \exp(i(\mathbf{q}' - \mathbf{q})\mathbf{r}) d^3 r$, а ВФ перестает зависеть от \mathbf{n} . Подчеркнем, что ВФ на световом фронте, неодновременная в

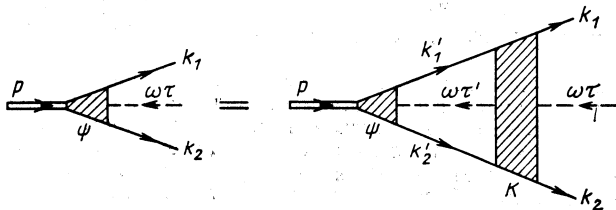


Рис. 7. Графическое изображение уравнения для двухчастичной ВФ на световом фронте

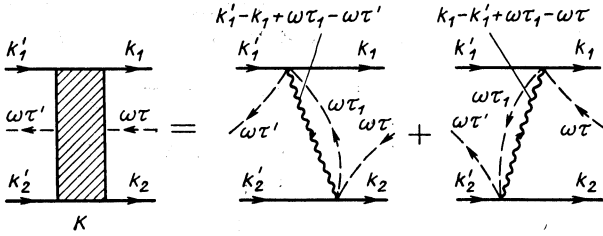


Рис. 8. Диаграммы, определяющие в лестничном приближении ядро уравнения для ВФ на световом фронте

системе покоя, но одновременная в системе с бесконечным импульсом, переходит в нерелятивистском пределе в обычную нерелятивистскую ВФ, одновременную в системе покоя. Это и следовало ожидать, так как в нерелятивистской теории два события, одновременные в одной системе, одновременны и во всех остальных системах.

В переменных R_{\perp} и x [см. (11), (12)] уравнение (52) переписывается в виде

$$\left(\frac{R_{\perp}^2 + m^2}{x(1-x)} - M^2 \right) \psi(R_{\perp}, x) = - \frac{m^2}{2\pi^3} \int \psi(R'_{\perp}, x') V(R'_{\perp}, x', R_{\perp}, x, M^2) \frac{d^2 R'_{\perp} dx'}{2x'(1-x')}. \quad (53)$$

В форме (53) это уравнение называется уравнением Вайнберга [47].

Преимущества уравнения для ВФ в форме (52) по сравнению с (53) состоят в его явной ковариантности, максимальной близости к нерелятивистскому уравнению Шредингера в импульсном пространстве и в простоте учета спина. Эти свойства делают уравнение (52) удобным для практических расчетов, что подтверждается работами [10, 11], а также [48–52].

ВФ в явно решаемой модели. Для примера найдем ВФ на световом фронте, в лестничном приближении, считая, что система состоит из двух скалярных частиц с массой m , взаимодействующих посредством обмена скалярной безмассовой частицей. Диаграммы, определяющие ядро, показаны на рис. 8. Им соответствует следующее аналитическое выражение:

$$\begin{aligned} K &= \frac{g^2}{2\pi} \int \theta(\omega(k'_1 - k_1)) \delta((k'_1 - k_1 + \omega\tau_1 - \omega\tau)^2) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} + \\ &+ \frac{g^2}{2\pi} \int \theta(\omega(k_1 - k'_1)) \delta((k_1 - k'_1 + \omega\tau_1 - \omega\tau)^2) \frac{d\tau_1}{2\pi(\tau_1 - i0)} = \\ &= \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{\theta(\omega(k'_1 - k_1))}{2\tau'\omega(k'_1 - k_1) - (k'_1 - k_1)^2 - i0} + \\ &+ \frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{\theta(\omega(k_1 - k'_1))}{2\tau\omega(k_1 - k'_1) - (k_1 - k'_1)^2 - i0}. \end{aligned} \quad (54)$$

Отметим, что на энергетической поверхности $\tau = \tau' = 0$ выражение (54) для ядра совпадает с фейнмановской амплитудой:

$$K(\tau = \tau' = 0) = -\frac{g^2}{(2\pi)^2} \frac{1}{(k_1 - k'_1)^2 + i0}. \quad (55)$$

Переходя от ядра K к $V = -(\pi^2/m^2)K$, вводя константу $\alpha = g^2/(16\pi m^2)$ и записывая выражение (54) в переменных \mathbf{q} , \mathbf{q}' , \mathbf{n} , получаем [10]

$$V(\mathbf{q}', \mathbf{q}, \mathbf{n}, M^2) = -4\pi\alpha \left[(\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2 - (\mathbf{n}\mathbf{q}')(\mathbf{n}\mathbf{q}) \frac{(\varepsilon(\mathbf{q}') - \varepsilon(\mathbf{q}))^2}{\varepsilon(\mathbf{q}')\varepsilon(\mathbf{q})} + \left(\varepsilon^2(\mathbf{q}') + \varepsilon^2(\mathbf{q}) - \frac{1}{2}M^2 \right) \left| \frac{\mathbf{n}\mathbf{q}'}{\varepsilon(\mathbf{q}')} - \frac{\mathbf{n}\mathbf{q}}{\varepsilon(\mathbf{q})} \right|^2 \right]^{-1}, \quad (56)$$

где

$$\mathbf{q}' = L^{-1}(Q')k'_i; \quad Q' = \frac{m(p + \omega\tau')}{[(p + \omega\tau')^2]^{1/2}}.$$

При $\mathbf{q}, \mathbf{q}' \ll m$ формула (56) переходит в кулоновский потенциал в импульсном представлении:

$$V(\mathbf{q}', \mathbf{q}) = \frac{-4\pi\alpha}{(\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2}. \quad (57)$$

При $\alpha \ll 1$, $|\varepsilon| = |M - 2m| = \frac{1}{4}m\alpha^2 \ll m$ ВФ сконцентрирована в нерелятивистской области импульсов. Нерелятивистская ВФ основного состояния в потенциале Кулона имеет вид

$$\psi(\mathbf{q}) = \frac{2^3\pi^{1/2}\kappa^{5/2}}{(\mathbf{q}^2 + \kappa^2)^2}, \quad (58)$$

где $\kappa = \sqrt{m|\varepsilon|} = \frac{1}{2}m\alpha$. Интеграл по d^3q' в уравнении (52) сосредоточен в области $q' \sim \kappa$. Поэтому $q \gg \kappa$ импульсом \mathbf{q}' в $V(\mathbf{q}', \mathbf{q}, \mathbf{n}, M^2)$ можно пренебречь, и из (52) находим

$$\psi(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = -\frac{mV(\mathbf{q}'=0, \mathbf{q}, \mathbf{n}, M^2)}{(2\pi)^3 q^2} \int \psi(\mathbf{q}') d^3q'. \quad (59)$$

Подставляя в (59) выражение (56) для V и (58) для ψ , а также сшивая (59) и (58), получаем

$$\psi(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = \frac{2^3\pi^{1/2}\kappa^{5/2}}{(\mathbf{q}^2 + \kappa^2)^2 \left(1 + \frac{|\mathbf{n}\mathbf{q}|}{\varepsilon(\mathbf{q})} \right)}. \quad (60)$$

Из выполненного расчета видно, что именно запаздывание взаимодействия служит динамической причиной зависимости ВФ от переменной \mathbf{n} . Нерелятивистское кулоновское выражение для ядра (57) не содержит запаздывание и не зависит от \mathbf{n} ; точное выражение (56) содержит запаздывание и зависит от \mathbf{n} , что приводит к зависимости от аргумента \mathbf{n} решения (60) для ВФ. Этот вывод качественно со-

гласуется со сделанным выше утверждением, что к зависимости ВФ от аргумента n приводит принципиальная невозможность ковариантно отделить движение центра инерции в системе релятивистских взаимодействующих частиц. Именно конечная скорость распространения сигнала, или, другими словами, запаздывание взаимодействия, препятствует отделению движения центра инерции. Из формулы (60) видно, что зависимость ВФ от n не связана с вкладом многочастичных секторов. Связь двухчастичного сектора с другими секторами должна содержать константу взаимодействия, а параметр, определяющий зависимость ВФ от n , есть масса нуклона и не содержит константу взаимодействия. Конкретная простейшая зависимость ВФ (60) от nq есть следствие простейшей модели для ядра взаимодействия.

Разумеется, запаздывание взаимодействия приводит также и к появлению промежуточных состояний, в которых помимо исходных частиц присутствуют переносчики взаимодействия. Это в свою очередь ведет к появлению многочастичных секторов в векторе состояния. Однако хотя n -зависимость ВФ и вклад многочастичных секторов имеют одну и ту же причину, их количественные проявления в значительной степени не зависят друг от друга и могут иметь разные порядки величин. Это, в частности, видно из рассмотренного выше примера [см. также обсуждение после формул (75), (76)]. Пренебрежение вкладом многочастичных секторов в слабосвязанных системах (там, где это оправдано) никак не влечет за собой необходимость пренебрежения n -зависимостью ВФ при $q \sim m$. Поэтому вполне разумно, а часто и просто необходимо, ограничиваясь в дейтроне двухнуклонным сектором, учитывать зависимость ВФ от n там, где есть основания полагать, что это повлияет на расчетное сечение [более того, как показывает пример расчета электромагнитного фактора (см. ниже), пренебрежение n -зависимостью может привести к грубой ошибке]. Примером слабой чувствительности к зависимости ВФ дейтрона от n может служить инклюзивное сечение электрорасщепления дейтрона, а примером сильной зависимости — эксклюзивное сечение $d(e, e'p)$ n в специально подобранной кинематике (см. разд. 5).

Отметим, что наличие в (60) модуля $|nq|$, нарушающего аналитичность в точке $nq = 0$, связано с приближенным характером решения (60) [см. обсуждение после формулы (70)]. Это решение неприменимо в узкой области вблизи $nq = 0$.

Соотношение между ВФ на световом фронте и функцией Бете — Солпитера. Для еще одной иллюстрации свойств ВФ на световом фронте и решения (60) поучительно найти ВФ, исходя из функции Бете — Солпитера. На этом пути не требуется предварительного знания свойств ВФ, выражаемых, например, формулами (2), (22), так как вся информация извлекается из известной функции Бете — Солпитера. Для нахождения соотношения между функцией Бете — Солпитера и ВФ на световом фронте рассмотрим интеграл, ограничивающий изменение аргументов функции Бете — Солпитера поверх-

НОСТЬЮ СВЕТОВОГО ФРОНТА:

$$I = \int d^4x_1 d^4x_2 \delta(\omega x_1) \delta(\omega x_2) \Phi(x_1, x_2, p) \times \\ \times \exp(i k_1 x_1 + i k_2 x_2), \quad (61)$$

где $\Phi(x_1, x_2, p)$ — функция Бете — Солпитера:

$$\Phi(x_1, x_2, p) = \langle 0 | T(\varphi(x_1) \varphi(x_2)) | p \rangle; \quad (62)$$

p, k_1, k_2 находятся на соответствующих массовых поверхностях. Представив δ -функции в (61) в виде

$$\delta(\omega x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i(\omega x)\tau) d\tau$$

и введя фурье-образ функции Бете — Солпитера $\Phi(k, p)$

$$\Phi(x_1, x_2, p) = (2\pi)^{-3/2} \exp(-ip(x_1 + x_2)/2) \Phi(x, p), \\ x = x_1 - x_2; \\ \Phi(k, p) = \int \tilde{\Phi}(x, p) e^{ikx} d^4x, \quad (63)$$

получим после простых преобразований

$$I = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega\tau) d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k + \beta\omega, p) d\beta, \quad (64)$$

где $k = (1/2)(k_1 - k_2)$.

С другой стороны, функцию $\Phi(x_1, x_2, p)$ в (61) можно выразить через двухчастичную ВФ на световом фронте. Предполагаем, что поверхность светового фронта является пределом пространственно-подобной поверхности. Если x_1 и x_2 в (61), (62) находятся на пространственноподобной поверхности, операторы $\varphi(x_1)$ и $\varphi(x_2)$ коммутируют, и знак T -произведения в (62) может быть опущен. В рассматриваемом представлении гейзенберговские операторы $\varphi(x)$, входящие в (62), совпадают на световом фронте $\omega x = 0$ с шредингеровскими операторами (точно так же, как в обычной формулировке теории поля гейзенберговские и шредингеровские операторы совпадают при $t = 0$). Шредингеровский оператор $\varphi(x)$, совпадающий также при $\omega x = 0$ со свободным оператором поля, дается формулой

$$\varphi(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int (a(\mathbf{k}) e^{-ikx} + a^+(\mathbf{k}) e^{ikx}) \frac{d^3k}{\sqrt{2\varepsilon(\mathbf{k})}}. \quad (65)$$

Представим вектор состояния $|p\rangle \equiv \Phi(p)$ в (62) в виде разложения (1) [напомним, что в формуле (1) множитель N имеет вид $N = (2\pi)^{3/2}/2(\omega p)\sqrt{m}$]. Поскольку в скалярной теории на световом фронте нет рождения пар из вакуума, то состояние «одетого» вакуума в (62) совпадает на световом фронте с «голым» вакуумом. Поэто-

му операторы рождения, действуя на состояние вакуума $\langle 0 |$, дают нуль: $\langle 0 | a^+(\mathbf{k}) = a(\mathbf{k}) | 0 \rangle = 0$, и в операторах $\varphi(x)$ выживают только части, содержащие операторы уничтожения. Это вырезает двухчастичную фоковскую компоненту в векторе состояния $|p\rangle$. В результате получаем

$$I = \frac{(2\pi)^{3/2} (\omega p) \sqrt{m}}{2(k_1\omega)(k_2\omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(k_1, k_2, p, \omega\tau) \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega\tau) d\tau. \quad (66)$$

Сравнивая равенства (64) и (66), находим

$$\psi(k_1, k_2, p, \omega\tau) = \frac{(k_1\omega)(k_2\omega)}{\pi(\omega p)\sqrt{m}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(k + \beta\omega, p) d\beta, \quad (67)$$

где $k = \frac{1}{2}(k_1 - k_2)$. В теории на нулевой плоскости $z + t = 0$ равенство (67) соответствует интегрированию по dk_+ .

Точное выражение для функции Бете — Солпитера при $l = 0$ может быть записано в виде интегрального представления (см. [53]):

$$\Phi(k, p) = -\frac{i}{\sqrt{4\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(z, M) dz}{\left(m^2 - \frac{1}{4}M^2 - k^2 - zpk - i0\right)^3}. \quad (68)$$

Подставляя (68) в (67), находим

$$\psi = -\frac{ix(1-x)}{2\pi^{3/2}m^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\beta \int_{-1}^{+1} dz \frac{g(z, M)}{[(q^2 + \kappa^2)(1 - z z_0) + \beta(z_0 - z) - i0]^3}, \quad (69)$$

где $z_0 = 1 - 2x$.

При фиксированном $z \neq z_0$ подынтегральное выражение как функция β имеет один полюс третьего порядка, и поэтому интеграл по $d\beta$ равен нулю. При $z = z_0$ подынтегральное выражение не зависит от β , и интеграл по $d\beta$ расходится. Для нахождения значения интеграла (69) вычислим сначала интеграл по dz в пределах от $z_0 - \varepsilon$ до $z_0 + \varepsilon$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, удерживая только член, пропорциональный ε . При этом $g(z, M)$ можно вынести из-под знака интеграла в точке z_0 . Затем вычисляем интеграл по $d\beta$. В результате получаем [54]

$$\psi = \frac{g(1 - 2x, M)}{2^5 \sqrt{m\pi} x(1-x)(q^2 + \kappa^2)^2}. \quad (70)$$

Спектральная функция $g(z, M)$ определяется дифференциальным уравнением [55, 53] и не имеет особенности при $z = 0$. Поэтому точная ВФ (70) в отличие от (60) аналитична при $x = 1/2$. Найденное в [55] приближенное явное решение для $g(z, M)$ имеет вид

$$g(z, M) = a(1 - |z|). \quad (71)$$

Излом спектральной функции (71) при $z = 0$ и приводит к нарушению аналитичности в ВФ при $x = 1/2$. Отметим, что подстановка (71) в (70) приводит к выражению (60) для ВФ.

Аналогично может быть найдена ВФ $2p$ -состояния. Эта ВФ имеет вид [10]

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}^\lambda(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = & \frac{2^3 \pi \kappa^{7/2}}{V \bar{6}} \frac{1}{\left(\mathbf{q}^2 + \frac{1}{4} \kappa^2\right)^3 \left(1 + \frac{|\mathbf{nq}|}{\varepsilon(\mathbf{q})}\right)^2} \times \\ & \times \left\{ q Y_{1\lambda}^*(\mathbf{q}/q) + Y_{1\lambda}^*(\mathbf{n}) \left[\frac{(2\varepsilon(\mathbf{q}) - M)^2}{4\varepsilon(\mathbf{q})M} (\mathbf{nq}) - \frac{\left(\mathbf{q}^2 + \frac{1}{4} \kappa^2\right)}{m} \left(\frac{1}{2} - \theta(\mathbf{nq})\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (72)$$

Существенно, что ВФ (72), отвечающая моменту $l = 1$, содержит шаровую функцию $Y_{1\lambda}^*(\mathbf{n})$. Это значит, что вектор \mathbf{n} действительно участвует в построении полного момента. Данное свойство ВФ уже использовалось нами при получении формул (26), (27). Скачок в ВФ (72) при $\mathbf{nq} = 0$, так же как и излом в ВФ (60), связан с приближенным характером решения (72). При $q \ll m$ слагаемое, содержащее $Y_{1\lambda}^*(\mathbf{n})$, имеет малость q/m и может быть опущено. Множитель $(1 + |\mathbf{nq}|/\varepsilon(\mathbf{q}))^2$ превращается в единицу, и мы возвращаемся к нерелятивистской кулоновской функции $2p$ -состояния.

Электромагнитный формфактор. Выражение для электромагнитного формфактора рассматриваемой системы через ВФ имеет вид [56, 10]

$$F(t) = \frac{m}{(2\pi)^3} \int \psi(\mathbf{R}_\perp^2, x) \psi((\mathbf{R}_\perp + x\Delta_\perp)^2, x) \frac{d^2 R_\perp dx}{2x(1-x)}, \quad (73)$$

где $\Delta_\perp^2 = -t$. Из условия нормировки (21) следует, что $F(0) = 1$. Подставляя в (73) выражение для ВФ (60) (переписанное в переменных R_\perp, x), находим при $|t| \rightarrow \infty$ аналитическое выражение для формфактора

$$F(t) \simeq \frac{2^8 \kappa^5}{\pi m t^2} \ln \frac{|t|}{m^2}. \quad (74)$$

С другой стороны, формфактор может быть выражен через функцию Бете — Солпитера:

$$\begin{aligned} (p + p')_\mu F(t) = & i \int (p + p' - 2k_1)_\mu \Phi\left(\frac{1}{2} p - k_1, p\right) \times \\ & \times \Phi\left(\frac{1}{2} p' - k_1, p'\right) (m^2 - k_1^2) \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4}. \end{aligned} \quad (75)$$

Подставляя в (68) выражение (71) для спектральной функции $g(z, M)$, находим аналитическое выражение [53] для функции Бете — Солпитера $\Phi(k, p)$, и затем, подставляя (68) в формулу (75), снова получаем при $|t| \rightarrow \infty$ выражение (74) для формфактора.

Сравнение этих двух способов расчета, в которых расчет с помощью функции Бете — Солпитера играет роль эталона, показывает, что зависимость ВФ (60) от переменной nq существенна для получения правильного ответа для формфактора. Если множителем $(1 + |nq|/\epsilon(q))^{-1}$ в (60) пренебречь, т. е. экстраполировать нерелятивистскую кулоновскую ВФ в релятивистскую область, заменив в ней лишь аргумент на релятивистский относительный импульс, то для формфактора получится выражение, превышающее правильное значение (74) в асимптотике в 4 раза. Кроме того, этот расчет показывает, что в данной модели вклад многочастичных секторов мал, и поэтому зависимость ВФ (60) от n не связана с этим вкладом. Действительно, если в векторе состояния присутствуют многочастичные секторы: $|p\rangle = |2\rangle + |3\rangle + \dots$, то формфактор представляется в виде суммы вкладов этих секторов:

$$\begin{aligned} (p + p')_\mu F(t) &= \langle p' | J_\mu(0) | p \rangle = \\ &= \langle 2' | J_\mu(0) | 2 \rangle + \langle 3' | J_\mu(0) | 3 \rangle + \dots \end{aligned} \quad (76)$$

С одной стороны, вычисление формфактора с помощью функции Бете — Солпитера автоматически учитывает вклад многочастичных секторов в векторе состояния $|p\rangle$. С другой стороны, если учтем только двухчастичный сектор $|2\rangle$ в (76), получим для формфактора формулу (73). Совпадение (с точностью до малых поправок порядка α) формфакторов, вычисленных по формулам (73) и (75), показывает, что вклад многочастичных секторов мал.

Релятивистские поправки к энергии связи. Из формулы (56) следует, что первый порядок релятивистских поправок в ядре уравнения и энергии связи есть v/c (в отличие от случая позитрония, где эти поправки имеют порядок v^2/c^2). На это обстоятельство обращалось внимание в [50]. Действительно, разлагая знаменатель выражения (56), находим

$$\begin{aligned} V(\mathbf{q}', \mathbf{q}, n, M^2) &\approx -4\pi\alpha [(\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2 + \\ &+ (\mathbf{q}'^2 + \mathbf{q}^2 + 2\kappa^2) |n(\mathbf{q}' - \mathbf{q})|/m]^{-1}. \end{aligned} \quad (77)$$

Второе слагаемое в (77) отличается от первого приблизительно на $q/m \approx v/c$. Энергия связи с учетом первой исчезающей поправки в приближении $\ln \frac{1}{\alpha} \gg 1$ ($\alpha \ln \frac{1}{\alpha} \ll 1$) имеет вид [57]

$$\frac{\epsilon}{m} = -\frac{\alpha^2}{4n^2} + \frac{\alpha^3}{\pi n^2} \ln \frac{1}{\alpha}. \quad (78)$$

Первый член дает серию Бальмера, второе слагаемое появляется за счет релятивистских эффектов ($\sim \alpha \ln \frac{1}{\alpha} \sim v/c \ln(c/v)$) и уменьшает энергию связи. Можно сказать, что в этой модели релятивистские эффекты приводят к силам отталкивания. Это свойство наблюдалось и в других подходах (см., например, [18]). Появление $\ln \frac{1}{\alpha}$ в (78) связано с нулевой массой переносчика взаимодействия.

Подчеркнем, что в следующем порядке по v/c ядро (56) приведет к нефизическому расщеплению состояний с различными собственными значениями оператора проекции момента на \mathbf{n} : $A = (\mathbf{nJ})^2$. Это расщепление исчезнет, если учесть поправки к лестничному приближению за счет перекрестных обменов, так как в точном решении (в каждом данном порядке по α) состояниям с различными собственными значениями оператора A отвечает одна и та же энергия (см. приложение).

Решение уравнения (52) с ядром (56) при произвольной константе связи изучалось численно в [52].

Члены v/c не могут быть получены из фейнмановской амплитуды (55). Из нее следует, что первая релятивистская поправка имеет порядок v^2/c^2 :

$$\begin{aligned} V &\approx -4\pi\alpha \left[(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1)^2 - \left(\frac{\mathbf{k}'_1{}^2}{2m} - \frac{\mathbf{k}_1^2}{2m} \right)^2 - i0 \right]^{-1} \approx \\ &\approx -\frac{4\pi\alpha}{(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1)^2} - \frac{\pi\alpha (\mathbf{k}'_1{}^2 - \mathbf{k}_1^2)^2}{(\mathbf{k}'_1 - \mathbf{k}_1)^4 m^2}. \end{aligned} \quad (79)$$

Подстановка (79) в уравнение Шредингера в качестве потенциала дает, таким образом, неправильный результат для релятивистских поправок к энергии связи. Этот вывод важен потому, что аналогичным образом иногда получают релятивистские поправки к $N\bar{N}$ -потенциалу однобозонного обмена [58]. Во избежание недоразумений еще раз отметим, что поправки v/c к энергии связи позитрония отсутствуют.

В работе [59] учтено влияние релятивистских эффектов на ширины уровней бариония. Обнаружено, что эти эффекты изменяют ширины уровней бариония не более чем в 2—3 раза, причем в сторону уменьшения. Поэтому сделанные ранее на основе потенциальной схемы предсказания о существовании спектра сравнительно узких (порядка 10 МэВ) состояний в системе $N\bar{N}$ (см. обзор [60]) остаются в силе и при учете релятивистских поправок.

5. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ С БОЛЬШОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ ИМПУЛЬСА

В этом разделе рассмотрим некоторые экспериментальные проявления релятивистских эффектов в ВФ ядер. Особое внимание обратим на качественные отличия предсказаний динамики на световом фронте от других подходов.

Нуклонный вклад в ЕМС-эффект. В эксперименте Европейской мюонной коллаборации (ЕМС) по глубоко неупругому рассеянию мюонов на ядре железа было обнаружено [61] отклонение структурной функции внутриядерного нуклона от свободной. Это явление подтвердилось и в экспериментах по рассеянию электронов на разных ядрах [62, 63]. Имеется большое число теоретических работ, объясняющих ЕМС-эффект с различных точек зрения (см., например, обзор [39]). Главный вопрос, на который нужно ответить, следующий:

достаточно ли традиционных представлений о ядре как о системе из нуклонов с примесью изобар и мезонов (с учетом внеэнергетических эффектов) для объяснения ЕМС-эффекта или данные опыта с несомненностью говорят о том, что такие представления неверны? В литературе на этот счет представлены различные точки зрения вплоть до диаметрально противоположных. Для ответа на этот вопрос необходимо вычислить ЕМС-эффект в том случае, когда ядро состоит из фиксированного числа A нуклонов. Оказывается, что ЕМС-эффект в этой модели определяется релятивистскими эффектами в ядре. Развитый выше аппарат дает наиболее прямой и прозрачный способ нахождения величины нуклонного вклада в ЕМС-эффект.

Сначала поясним принципиальную сторону дела на простейшем примере — дейтроне (см. диаграмму рис. 6, а), хотя эффект на дейтроне ничтожен. Как уже говорилось в разд. 3, структурная функция нуклона вне энергетической поверхности имеет вид [см. формулу (41)] $F = F(x_1, s_1)$. Зависимость F от s_1 неизвестна, и будем ей пренебрегать, полагая $s_1 = m^2$. Нас интересует изменение структурной функции только за счет того, что переменная

$$x_1 = Q^2/2k_1Q \quad (80)$$

не совпадает со свободной $x = Q^2/2mv$, где $v = E - E'$, так как k_1 в (80) есть импульс внутриядерного нуклона. Выразим k_1 через относительный импульс \mathbf{q} . Для этого удобно перейти в систему, где $\mathbf{H} = \mathbf{p} + \omega\tau = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = 0$, а \mathbf{k}_1 совпадает с \mathbf{q} . В этой системе k_1Q принимает вид

$$k_1Q = \varepsilon(\mathbf{q})Q_0 - \mathbf{q}\mathbf{Q} \approx (\varepsilon(\mathbf{q}) - n\mathbf{q})Q_0. \quad (81)$$

Мы воспользовались тем, что в пределе $Q^2, v \rightarrow \infty, x = \text{const}$ имеем $|\mathbf{Q}| = \sqrt{Q^2 + Q_0^2} \approx Q_0$, а направление \mathbf{Q} совпадает с направлением ω , так как из условия (40) следует

$$\cos \widehat{\omega\mathbf{Q}} = Q_0/|\mathbf{Q}| \approx 1. \quad (82)$$

В системе, где $\mathbf{H} = 0$, направление ω совпадает с введенным выше вектором \mathbf{n} . Подчеркнем, что Q_0 в формуле (81) есть переданная энергия в системе, где $\mathbf{H} = 0$, а не в лабораторной системе. Выразим теперь Q_0 через v . Запишем Q_0 в виде $Q_0 = (QH)/\sqrt{H^2} = (QP)/\sqrt{H^2}$ (мы учли, что $\omega Q = 0$). Отсюда находим: $Q_0 = Mv/2\varepsilon(\mathbf{q})$, что после подстановки в (81) и затем в (80) дает (64)

$$x_1 = \frac{x}{\left(1 - \frac{|\varepsilon_d|}{2m}\right) \left(1 - \frac{q_z}{\varepsilon(\mathbf{q})}\right)}. \quad (83)$$

Мы выбрали ось z вдоль \mathbf{n} . Величина $|\varepsilon_d| = 2m - M$ есть полная энергия связи. Структурная функция ядра получается умножением структурной функции $F(x_1)$ на $\psi^2(\mathbf{q})$ и интегрированием по $\frac{m}{(2\pi)^3} d^3q/\varepsilon(\mathbf{q})$. Отметим, что эта структурная функция в точности удов-

летворяет правилам сумм. Связанность нуклона в ядре приводит в формуле (83) к двум множителям, учитывающим как энергию связи, так и движение нуклона.

В разд. 2 мы уже подчеркивали, что при разложении вектора состояния по состояниям с фиксированным числом частиц эти частицы обязательно находятся на массовых поверхностях, но вне энергетической поверхности (последнее обеспечивается линией шпуриона на рис. 5, а). Вычислим теперь для сравнения эффект в том случае, когда вершина $d \rightarrow NN$ описывается фейнмановским формфактором, т. е. нуклон находится вне массовой поверхности. В этом случае в вершине имеет место закон сохранения 4-импульсов: $p = k_1 + p_1$ (p_2 и p_1 — 4-импульсы дейтрона и нуклона-спектатора, $k_1^2 \neq m^2$). Подставляя k_1 в (80), получаем

$$x_1 = \frac{x}{\left(1 - \frac{|\varepsilon_d|}{m} - \frac{\mathbf{p}_1^2}{2m^2} - \frac{p_{1z}}{m}\right)}. \quad (84)$$

Сравнение формул (83) и (84) показывает, что поправка на связанность нуклона в (83) ($|\varepsilon_d|/2m$) в 2 раза меньше, чем в (84). Видно также, что обсуждаемые поправки имеют релятивистскую природу и исчезают в нерелятивистском пределе $\varepsilon/m \rightarrow 0$, $p/m \rightarrow 0$. Отметим, что в нерелятивистском пределе исчезает и отличие немассовых эффектов от внеэнергетических, которое приводило к отличию формулы (83) от (84).

Итак, различие между формулами (83) и (84) произошло из-за того, что эти формулы следуют из различных моделей дейтрона. Описание дейтрона фейнмановской вершиной $d \rightarrow NN$ [что приводит к формуле (84)] в релятивистской области отнюдь не означает, что вектор состояния дейтрона содержит только NN -компоненту [последнее предположение приводит к формуле (83)]. Следовательно, формула (84) неявно учитывает вклад ненуклонных составляющих в дейтроне (в частности, спектаторный вклад переносчиков взаимодействия между нуклонами, обеспечивающих связанность нуклонов в ядре).

В случае тяжелого ядра A ситуация совершенно аналогична [64]. Если считать, что нуклоны в ядре находятся вне массовой поверхности, а ядро массы M_A в глубоко неупругом процессе полностью разваливается на A нуклонов, то мы снова придем к формуле (84) с $\varepsilon = Am - M_A$ (≈ 450 МэВ для ^{56}Fe) вместо ε_d , что намного больше, чем нужно для объяснения ЕМС-эффекта. Ограничиваясь фоковой нуклонной компонентой в динамике на световом фронте, придем к формуле (83) с заменой $\varepsilon_d/2 \rightarrow \varepsilon/A = (Am - M_A)/A$ (≈ 8 МэВ), что в несколько раз меньше, чем нужно. Если предположить, что ядро разваливается на нуклон и ядро $(A - 1)$ в основном состоянии [65], то в формулу (84) войдет величина $\varepsilon = M_{A-1} + m - M_A$ (≈ 8 МэВ) [65], а в (83) — значение $8/A$ МэВ. В обоих случаях этого слишком мало для объяснения ЕМС-эффекта. Нако-

нец, если согласно работам [66, 67] учесть, что ядро-остаток находится в возбужденном состоянии, а отделение нуклона описывать фейнмановской вершиной $A \rightarrow N + (A - 1)^*$, то приходим к формуле (84) с $\varepsilon = M_{A-1}^* + m - M_A \approx 30$ МэВ, что хорошо описывает данные ЕМС. В динамике на световом фронте поправка на связанность нуклона снова получается значительно меньше: $30/A$ МэВ ($\approx 0,5$ МэВ для ^{56}Fe). Это отмечалось в [68] (см. также [99]).

Следует еще раз подчеркнуть: гипотезе, что ядро состоит только из нуклонов, соответствует описание ядра посредством фоковского столбца, а не с помощью фейнмановской вершинной части. Описание ядра только с помощью нуклонной фейнмановской вершины (без явного введения ненуклонных составляющих) в действительности неявно учитывает ненуклонные степени свободы. Из сказанного следует: 1) одной только нуклонной составляющей в ядре недостаточно для описания ЕМС-эффекта; 2) успешное описание ЕМС-эффекта в [66, 67] в рамках фейнмановской диаграммной техники с учетом энергии возбуждения конечного ядра дает косвенные указания на то, что за ЕМС-эффект ответственны те же ненуклонные составляющие в ядре, которые отвечают и за энергию связи. Это — переносчики ядерных сил (мезоны); 3) для объяснения ЕМС-эффекта не требуется экзотики в ядрах.

Инклюзивное электрорасщепление дейтрона. В настоящее время становится очевидным, что даже блестящее количественное согласие с экспериментальными данными расчетов, учитывающих релятивистские эффекты в ВФ ядер, не убеждает в справедливости концепций, на которые опираются эти расчеты. Обратимся, например, к электромагнитному формфактору дейтрона [1]. Данные [1] по формфактору были успешно описаны в целом ряде работ, исходящих из весьма различных представлений о дейтроне в релятивистской области. Так, в [69] при вычислении формфактора было учтено только изменение относительного импульса нуклонов при лоренц-преобразовании из брейтовской системы в систему покоя дейтрона. В [70] формфактор был вычислен с помощью ВФ дейтрона на световом фронте. В ряде работ вводилась примесь шестикварковой конфигурации в дейтроне (см. обзоры [71, 72]). В [73] был учтен обмен кварками между нуклонами. В [74] формфактор был вычислен с помощью дисперсионных соотношений. В [75] обращено внимание на высокую чувствительность при $q^2 > 50$ фм⁻² магнитного формфактора дейтрона к формфактору в вершине $NN\pi$. Во всех перечисленных работах было достигнуто хорошее описание данных [1], в результате мы не имеем оснований, чтобы предпочесть или отвергнуть какую-либо модель дейтрона. Расхождение расчетов с данными, когда оно имеется (как, например, в случае работы [76], где применялась релятивистская ВФ дейтрона Гросса [18]), также не дает убедительных свидетельств против физической картины, на которую опирается та или иная модель, поскольку это расхождение можно «списать» на большие неопределенности в значении высокоимпульсной компоненты ВФ

дейтрона, в нуклонных формфакторах, в значении мезонных обменных токов и т. д.

Поэтому достаточно однозначный выбор релятивистской ВФ дейтрона может быть сделан только в условиях, когда различные модели ВФ приводят к качественно различным следствиям. Для этого следует указать эксперименты, нацеленные на выявление «особых примет» модели, по которым модель идентифицировалась бы однозначно.

Такие качественные следствия были найдены в работах [77,78] для инклюзивного [77] и эксклюзивного [78] сечений электрорасщепления дейтрона.

Согласно [2], инклюзивное сечение электрорасщепления дейтрона $ed \rightarrow enp$ в рамках импульсного приближения определяется скейлинговой функцией $F(y)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_e dE'} &= \left(\frac{d\sigma_p}{d\Omega_e} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_e} \right) \left(\frac{dE'}{dy} \right)^{-1} F(y) = \\ &= \left(\frac{d\sigma_p}{d\Omega_e} + \frac{d\sigma_n}{d\Omega_e} \right) \frac{m^2 E}{2E' q_L} I, \end{aligned} \quad (85)$$

где

$$F(y) = \frac{m^2 E}{2q_L E'} \frac{dE'}{dy} \int_{|y|}^{|y+q_L|} \psi^2(\mathbf{k}) \frac{k dk}{\varepsilon(\mathbf{k})}; \quad (86)$$

$d\sigma_{p,n}/d\Omega_e$ — сечения упругого ep - и en -рассеяния в л. с.; E, E' — энергии электрона до и после рассеяния; q_L — переданный импульс в л. с.; m — масса нуклона; $\psi(k)$ — ВФ дейтрона. Переменная y имеет смысл минимального импульса нуклона-спектатора в л.с. и определяется законом сохранения энергии:

$$E + 2m = E' + \varepsilon(\mathbf{q}_L - \mathbf{y}) + \varepsilon(\mathbf{y}), \quad (87)$$

где $\varepsilon(\mathbf{y}) = \sqrt{m^2 + \mathbf{y}^2}$, энергией связи дейтрона пренебрегаем. Значение переменной $y = y(Q^2, \nu)$ находится из уравнения (87) при условии, что \mathbf{y} и \mathbf{q}_L антипараллельны. Решение уравнения (87) имеет вид

$$y = -\frac{q_L}{2} + \left(\frac{\nu}{2} + m \right) \left[1 - 1 / \left(1 + \frac{\nu}{m} (1-x) \right) \right]^{1/2}, \quad (88)$$

где $q_L = \sqrt{\nu^2 + Q^2}$; $Q^2 = -(k_e - k'_e)^2$ — квадрат переданного 4-импульса; $\nu = E - E'$ — переданная энергия в л. с.; $x = Q^2/4m\nu$ — бьеркеновская переменная. При $Q^2, \nu \rightarrow \infty$ из-за быстрого убывания ВФ $\psi(\mathbf{k})$ верхний предел в интеграле (86) можно заменить на бесконечность, а коэффициент перед интегралом в (86) и вместе с ним $F(y)$ зависят только от переменной y :

$$F(y) = \frac{m^2 (1+y/\varepsilon(y))}{2(2m-y-\varepsilon(y))} I(y), \quad (89)$$

Рис. 9. Функция $F(y)$, определенная формулой (85):

заштрихованная область — экспериментальные данные с погрешностями [2]; штриховая кривая — расчет по формулам (89), (90) с парижской ВФ дейтрона [80]; сплошная — расчет [77] с учетом релятивистских эффектов в динамике на световом фронте с парижской ВФ

где

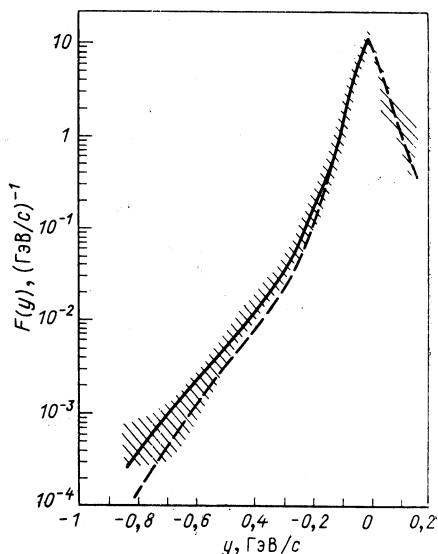
$$I(y) = \int_{|y|}^{\infty} \Psi^2(\mathbf{k}) \frac{k dk}{\varepsilon(\mathbf{k})}. \quad (90)$$

Формула (89) становится справедливой раньше, чем наступает бьеркеновский скейлинг. Поэтому данные [2] по электрорасщеплению дейтрона при $0,8 \leq Q^2 \leq 6$ (ГэВ/с)² в зависимости от переменной x располагаются на разных кривых (см. [79]). Эти же данные, отложенные как функция переменной y , располагаются в сравнительно узкой полосе [2] (см. заштрихованную область на рис. 9). Это явление, получившее название y -скейлинга, обсуждалось в нерелятивистской области Q^2 и ν в [81, 82]. Скейлинг по переменной y имеет место и в неупругом рассеянии электронов на более тяжелых ядрах [82—85].

В [2] с помощью извлеченной из экспериментов [79, 86] функции $F(y)$ и формулы (86) был найден квадрат ВФ дейтрона. Экспериментальное значение ВФ дейтрона при $k > 0,2$ ГэВ/с оказалось заметно превышающим теоретические предсказания (см. рис. 3 из работы [2]). Это превышение ВФ соответствует тому, что экспериментальные значения $F(y)$ на рис. 9 при $y < -0,2$ ГэВ/с располагаются выше теоретических расчетов по формулам (89) и (90) (штриховая кривая). В [87, 88] была сделана попытка связать это превышение ВФ с шестикварковой структурой дейтрона. В [89] исследовалось влияние $6q$ -примеси в дейтроне на инклюзивное и эксклюзивное сечения электрорасщепления дейтрона (см. также в этой связи работу [100], где изучались и другие реакции).

Как будет видно ниже, в рассматриваемой области уже заметны релятивистские эффекты. Эти эффекты учитывались в [2] только с помощью релятивистской кинематики.

В [77] было показано, что учет релятивистских эффектов в динамике на световом фронте приводит к увеличению расчетного сечения слева от квазиупругого пика (сплошная кривая на рис. 9). Существенно, что эти эффекты в области справа от квазиядерного пика при-



водят к уменьшению сечения. С другой стороны, вариация ВФ $\psi^2(\mathbf{k})$ в формуле (90) (например, за счет $6q$ -состояния) одинаково изменяет (увеличивает или уменьшает) сечение одновременно слева и справа от квазиупругого пика. В этом состоит качественное отличие релятивистских эффектов от других эффектов в ВФ дейтрона.

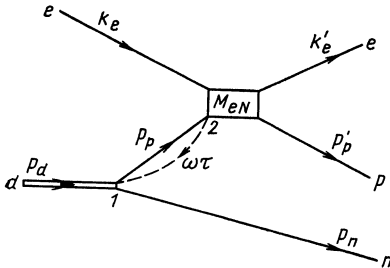


Рис. 10. Диаграмма процесса $ed \rightarrow enp$ в импульсном приближении

В динамике на световом фронте электрорасщепление дейтрона в импульсном приближении описывается диаграммой рис. 10. Амплитуда, отвечающая диаграмме рис. 10, имеет вид

$$M_{ed} = \frac{\sqrt{m}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{\psi}{1-x_n} M_{eN}, \quad (91)$$

где $x_n = \omega p_n / \omega p_d$. Для сечения получаем

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2}{4j_{ed}EE_d} \frac{m}{(2\pi)^3} \frac{|\psi(\mathbf{q}^2, \mathbf{nq})|^2}{(1-x_n)^2} |M_{eN}|^2 \times \\ \times \delta^{(4)}(k_e + p_d - k'_e - p_n - p'_p) \frac{d^3k_e}{2E'} \frac{d^3p_n}{2\varepsilon_n} \frac{d^3p'_p}{2\varepsilon'_p}. \quad (92)$$

Под $|\psi|^2$ и $|M_{eN}|^2$ в (92) следует понимать величины, усредненные по начальным и по конечным проекциям спинов. Возводя в квадрат равенство $p_d - p_n = p_p - \omega\tau$, учитывая, что $(p_d + \omega\tau)^2 = 4(\mathbf{q}^2 + m^2)$, и пренебрегая энергией связи дейтрона, находим выражения для аргументов ВФ:

$$\mathbf{q}^2 = \frac{m(\varepsilon(\mathbf{p}_n) - m)}{1-x_n}; \quad (93)$$

$$\mathbf{nq} = \varepsilon(\mathbf{q})(1-2x_n). \quad (94)$$

В формулы (93), (94) посредством переменной x_n входит пока произвольный 4-вектор ω . Как и в случае глубоко неупругого рассеяния ω должен удовлетворять условию (40). Условие (40) еще не фиксирует ω однозначно: ω может вращаться вокруг \mathbf{Q} по поверхности конуса, показанного на рис. 11. В этом состоит отличие от рассмотренного выше случая глубоко неупругого рассеяния, когда в пределе $Q^2, \nu \rightarrow \infty$ конус сужался до нуля [формула (82)].

Зависимость амплитуд от ω исследовалась выше. В рассматриваемом случае ω следует выбрать так, чтобы подавить вклад многочастичных промежуточных состояний и усилить вклад диаграммы рис. 10.

Прагматический рецепт сводится к минимизации выражения (93) для q^2 , т. е. к минимизации $x_n = \omega p_n / \omega p_d$. Это усиливает диаграмму рис. 10, поскольку ВФ падает с ростом q^2 . Из рис. 11 ясно, что минимум $x_n = (\varepsilon(\mathbf{p}_n) - \frac{\omega p_n}{\omega_0}) / M$ достигается при ω , лежащем в плоскости импульсов конечных нуклонов \mathbf{p}_n и \mathbf{p}'_p , причем в той ее по-

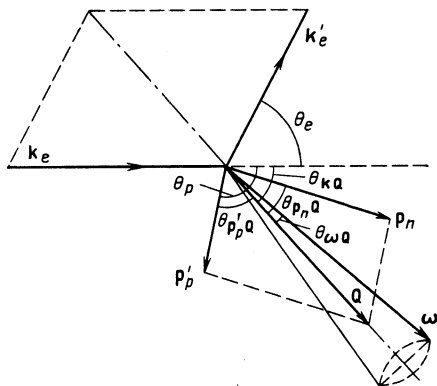


Рис. 11. Положение вектора ω по отношению к импульсам частиц в л.с. Вектор ω лежит в плоскости, образованной импульсами конечных нуклонов \mathbf{p}_n и \mathbf{p}'_p , с той же стороны от переданного импульса \mathbf{Q} , что и импульс спектатора \mathbf{p}_n . Угол $\theta_{\omega Q}$ определяется условием (40)

луплоскости (плоскость $\mathbf{p}_n, \mathbf{p}'_p$ делится на две полуплоскости вектором \mathbf{Q}), в которой располагается импульс спектатора \mathbf{p}_n . Это значение ω выражается через импульсы частиц следующим образом:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{|Q|} (v e_{\parallel} + \sqrt{Q^2} e_{\perp}), \tag{95}$$

где $e_{\parallel} = \frac{Q}{Q_L}$; $e_{\perp} = \frac{\mathbf{p}_n - \frac{Q \mathbf{p}_n}{Q^2} Q}{\sqrt{p_n^2 - (Q \mathbf{p}_n)^2 / Q^2}}$;

$Q = k - k' = (v, \mathbf{Q})$; $Q^2 = -(k - k')^2 = Q^2 - v^2$; $Q_L = |Q| = \sqrt{Q^2 + v^2}$. Подставляя (95) в выражение для $x_n = \omega p_n / \omega p_d$, находим

$$x_n = \frac{1}{2m} \left(\varepsilon(\mathbf{p}_n) - (v \cos \theta_{p_n Q} + \sqrt{Q^2} \sin \theta_{p_n Q}) \frac{|\mathbf{p}_n|}{Q_L} \right), \tag{96}$$

причем косинус угла вылета спектатора относительно \mathbf{Q} выражается через импульс нейтрона-спектатора \mathbf{p}_n :

$$\cos \theta_{p_n Q} = \frac{(2m + v) \varepsilon(\mathbf{p}_n) + Q^2 / 2 - 2m^2 - 2mv}{|\mathbf{p}_n| Q_L}. \tag{97}$$

Теперь выражения (93), (94) определены однозначно. Аналогичные формулы были получены в [90, 91].

Импульс нейтрона $|\mathbf{p}_n|$ выражается с помощью закона сохранения энергии через импульс протона \mathbf{p}'_p :

$$\varepsilon(\mathbf{p}'_p) + \varepsilon(\mathbf{p}_n) = M + v, \tag{98}$$

а импульс протона \mathbf{p}'_p связан с углом вылета протона $\theta_{p'_p Q}$ относительно \mathbf{Q} соотношением, аналогичным (97), где \mathbf{p}_n следует заменить

на p'_p . Косинус угла θ_{Qk} между переданным импульсом Q и импульсом падающего электрона k дается выражением

$$\cos \theta_{Qk} = \frac{Q^2 + 2Ev}{2EQ_L}. \quad (99)$$

В компланарной кинематике измеряемый в эксклюзивном эксперименте угол вылета протона относительно направления падающего пучка есть $\theta_p = \theta_{Qk} + \theta_{p'_p Q}$.

Обратим внимание на то, что амплитуда (91) обладает некоторым дефектом: она имеет корневые особенности по инвариантной переменной $u = (p_d - p_n)^2$ на границе физической области. Действительно, выражение (96) для x_n содержит $\sin \theta_{p_n Q}$. Поскольку вблизи граничных значений u_{\pm} косинус $\cos \theta_{p_n Q}$ отличается от ± 1 на члены, линейные по разности $u - u_{\pm}$: $\cos \theta_{p_n Q} = \pm 1 + \alpha(u - u_{\pm})$, то $\sin \theta_{p_n Q}$ имеет корневые особенности при $u = u_{\pm}$: $\sin \theta_{p_n Q} \sim \sqrt{u_{\pm} - u}$. Эти нефизические особенности есть следствие использованного приближения. Их влияние, как выяснено в [78], ограничивается узкими интервалами импульса нуклона-спектатора p_n вблизи граничных значений.

Инклюзивное сечение получается интегрированием в формуле (92) по импульсам нуклонов, что приводит к интегралу типа (90), но с ВФ, зависящей от аргумента q , выражающегося через переменную интегрирования p_n по формулам (93), (96). Формула типа (90) удобна для численных расчетов, а для аналитического рассмотрения интегрирование в этой формуле удобно преобразовать к переменной q . После преобразования получается выражение, близкое к (90), (см. [77]), но отличающееся от него заменой нижнего предела интегрирования $|y|$ на $|q_1|$ [77]:

$$q_1 = 2v^2 x (1-x) \left[1 - \sqrt{\frac{m(m+v)}{v^2 x (1-x)} + 1} \right] + mv. \quad (100)$$

При $y < 0$ ($\frac{1}{2} < x < 1$) из сравнения формул (88) и (100) следует $|q_1| < |y|$, что расширяет область интегрирования по q и увеличивает значение функции F , входящей в сечение (85). При $y > 0$ ($0 < x < \frac{1}{2}$) имеет место обратное соотношение $q_1 > y$, что уменьшает F . Особенно отчетливо это можно увидеть в ультрарелятивистском пределе. При $Q^2, v \rightarrow \infty$, $x = Q^2/4mv = \text{const}$ формулы (88) и (100) упрощаются

$$y = \frac{m \left(\frac{1}{2} - x \right) \left(\frac{3}{2} - x \right)}{(1-x)}; \quad (101)$$

$$q_1 = \frac{m \left(\frac{1}{2} - x \right)}{\sqrt{x(1-x)}} \quad (102)$$

и удовлетворяют указанным соотношениям. Это становится совсем очевидным при $x \rightarrow 0$ и $x \rightarrow 1$.

Увеличение сечения при $y < 0$ за счет релятивистских эффектов устраняет имевшееся расхождение между теорией и экспериментом (см. рис. 9). В области правее квазиупругого ($y > 0$), напротив, релятивистские эффекты уменьшают сечение (рис. 12). Эти качествен-

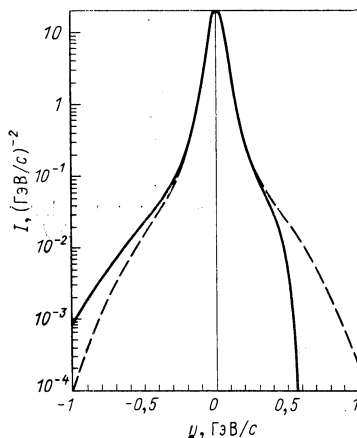


Рис. 12. Функция I , связанная с инклюзивным сечением электрорасщепления дейтрона по формуле (85):

штриховая кривая — расчет по формуле (90); сплошная кривая — расчет, учитывающий релятивистские эффекты в динамике на световом фронте

ные следствия не зависят от деталей ВФ дейтрона. Релятивистские эффекты приводят также к отклонению от y -скейлинга, но это отклонение невелико (около 10—15%).

Отметим, что, учитывая релятивистские эффекты, приводящие к изменению выражения для аргумента ВФ и, поэтому к изменению нижнего предела интегрирования в (86), (90), мы не учитываем возможное изменение формы ВФ и ее зависимость от \mathbf{n} и выполняем расчеты с парижской ВФ дейтрона. Это оправдывается тем, что ВФ есть резкая функция своего аргумента [для оценки можно принять $\psi^2(q) \sim 1/q^8$]. Ожидаемое относительное изменение формы ВФ $\psi(q)$ есть $\sim q^2/m^2$, тогда как изменение ВФ за счет такого же сдвига аргумента будет в несколько раз больше. Влияние зависимости ВФ от \mathbf{n} на сечение оказывается слабым [77].

Данные по сечению реакции $ed \rightarrow enp$ при $y > 0$ почти отсутствуют из-за сильного пионного фона. Измерение сечения в этой области представляло бы значительный интерес.

Эксклюзивное сечение. Из формулы (92) следует, что эксклюзивное сечение пропорционально квадрату ВФ дейтрона:

$$\frac{d^3\sigma}{dE' d\Omega_e d\Omega_p} = K \frac{\psi^2(q^2, \mathbf{nq})}{4(1-x_n)^2} \frac{d\sigma_p}{d\Omega_e}, \quad (103)$$

где $d\sigma_p/d\Omega_e$ — сечение упругого ep -рассеяния; K — кинематический множитель (см. [78]).

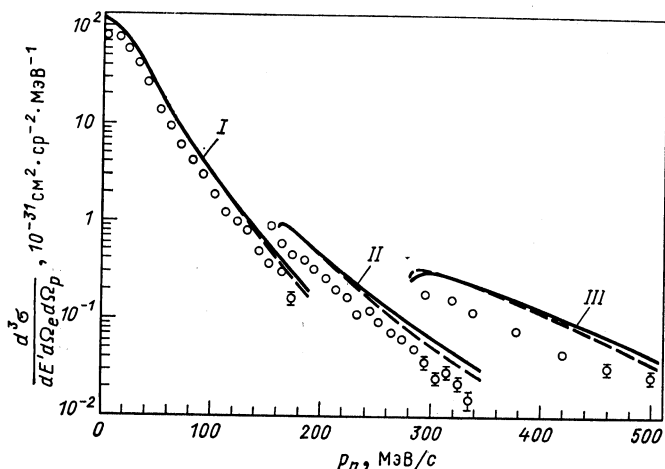


Рис. 13. Сечение электрорасщепления дейтрона. Римские цифры обозначают кинематические условия, перечисленные в тексте. Данные из работ [92, 93]: сплошная кривая — расчет по формуле (103) с парижской ВФ [80] в качестве ψ^2 ; штриховая кривая — расчет ВФ $\psi^2(p_n)$ вместо $\psi^2(q, n)/4(1-x_n)^2$ в формуле (103)

Сравнение с данными Сакле. На рис. 13 показаны результаты расчетов [78] сечения $d^3\sigma/dE'd\Omega_e d\Omega_p$ вместе с данными Сакле [92, 93] в трех различных кинематических условиях:

I. $E = 500$ МэВ, $E' = 395$ МэВ, $\theta_e = 59^\circ$, $Q^2 = 0,19$ (ГэВ/с)², $x = \frac{Q^2}{4m\nu} = 0,487$, $E_{\text{ц.м.}} = 51$ МэВ. Экспериментальные данные из работы [92].

II. $E = 500$ МэВ, $E' = 353$ МэВ, $\theta_e = 44,4^\circ$, $Q^2 = 0,1$ (ГэВ/с)², $x = 0,183$, $E_{\text{ц.м.}} = 114$ МэВ. Данные из [92].

III. $E = 560$ МэВ, $E' = 361$ МэВ, $\theta_e = 25^\circ$, $Q^2 = 0,038$ (ГэВ/с)², $x = 0,051$, $E_{\text{ц.м.}} = 178$ МэВ. Данные из [93].

Здесь $E_{\text{ц.м.}}$ — энергия в системе центра масс нуклонов в конечном состоянии.

Сплошная кривая — расчет с ВФ на световом фронте по формуле (103) без учета n -зависимости ВФ (в качестве ψ выбиралась парижская ВФ [94]). Штриховая кривая — расчет с ВФ, зависящей от импульса нейтрона-спектратора p_n [в формуле (103) величина $\psi^2(q^2, nq)/4(1-x_n)^2$ заменялась на $\psi^2(p_n)$]. Мы приводим эти кривые исключительно для иллюстрации формул, не претендуя на описание данных [92, 93]. Согласно работе [94] превышение расчетов в импульсном приближении над данными [92] исчезает после учета взаимодействия в конечном состоянии, мезонных обменных токов и изобарных конфигураций в дейтроне. Хотя штриховая кривая на рис. 13 идет несколько ближе к данным, чем сплошная, в данной ситуации это, разумеется, не может служить основанием для ее предпочтения.

Итак, из рис. 13 видим, что в обычной постановке эксклюзивных экспериментов побочные эффекты в сечении (взаимодействие в конечном состоянии, вклады изобар, обменных токов) превосходят отличие, возникающее за счет различных типов ВФ. Именно поэтому и возникает необходимость поиска специальных кинематических условий, в которых качественные релятивистские эффекты не могут имитироваться другими эффектами.

Из равенств (93)—(97) видно, что аргументы ВФ на световом фронте q^2 и nq , в отличие от ВФ Гросса, зависят от всех трех переменных, от которых зависит сечение электрорасщепления дейтрона в компланарной кинематике: от переданной энергии ν в лабораторной системе, от квадрата переданного 4-импульса Q^2 и от импульса нуклона-спектратора p_n . Это позволяет, исходя из эксперимента, сделать

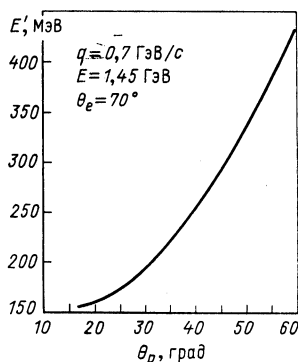


Рис. 14. Соотношение между энергией конечного электрона E' и углом вылета протона θ_p (относительно k_e), при котором остается постоянным значение $q = 0,7$ ГэВ/с

выбор одного из трех следующих вариантов ВФ: 1) ВФ на световом фронте, зависящая от q и n ; 2) та же ВФ, но зависящая только от q ; 3) ВФ Гросса [18], зависящая от импульса нейтрона-спектратора p_n . С этой целью следует выполнить эксперимент в кинематических условиях, обеспечивающих, например, фиксированное значение q . Если ВФ зависит только от q , то, извлекая ВФ из эксперимента, получим константу. Если же ВФ зависит еще и от nq или вообще только от p_n , то такая зависимость будет обнаружена, а по ее характеру можно будет определить, от чего именно зависит ВФ — от nq или от p_n . Другой способ исследования параметризации ВФ был предложен в [90]. Он состоит в сравнении значений ВФ как функции q при двух фиксированных значениях угла θ_{nq} между n и q : при $\theta_{nq} = 0$ и при $\theta_{nq} = 90^\circ$.

Соотношение между углом вылета протона θ_p и энергией конечного электрона, обеспечивающее фиксированное значение q , было найдено аналитически в [78]. Для значений $E = 1,45$ ГэВ, $\theta_e = 70^\circ$, что соответствует эксперименту [95] (Харьков), и для $q = 0,7$ ГэВ/с это соотношение показано на рис. 14. Соответствующее изменение ВФ для трех обсуждаемых выше вариантов ВФ показано на рис.

15. Для оценки n -зависимость ВФ описывалась фактором $(1 + |nq|/\epsilon(q))^{-1}$, появляющимся в формуле (60). Три режима поведения ВФ качественно отличаются друг от друга. Количественное отличие между ними также весьма значительное.

Мы рассматривали случай, когда фиксирован угол рассеяния электрона θ_e , а изменяется его конечная энергия E' . Возможна и другая постановка эксперимента, когда при $q = \text{const}$ фиксирована

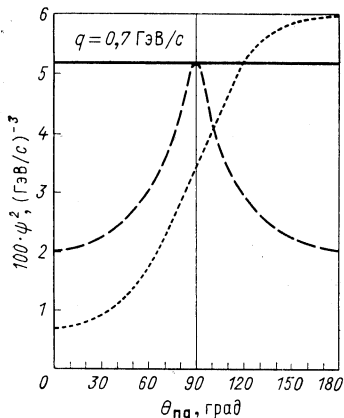


Рис. 15. Зависимость ВФ дейтрона, извлекаемой из сечения электрорасщепления дейтрона в кинематике, показанной на рис. 14, от угла θ_{nq} для трех вариантов ВФ:

сплошная линия — значение $\psi^2(q)$ при $q = 0,7$ ГэВ/с; штриховая — $\psi^2(q, n)$; точечная — $4(1 - x_n)^2\psi^2(p_n)$. Связь x_n и p_n с θ_{nq} и q дается формулами (93), (94)

энергия E' , а изменяется угол θ_e . Наконец, можно подобрать кинематику так, чтобы фиксировать значение импульса нейтрона-спектратора p_n . При этом q^2 и nq будут изменяться. Соответствующие кинематические условия указаны в [78].

Оценки взаимодействия в конечном состоянии, выполненные в [78], показывают, что это взаимодействие ослаблено из-за большой относительной энергии нуклонов. Взаимодействие в конечном состоянии может исказить кривые, показанные на рис. 15, но не может качественно изменить их поведение. Важно, что взаимодействие в конечном состоянии не может имитировать поведение этих кривых.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный выше подход нацелен на исследование структуры релятивистских составных систем и практическое нахождение ВФ. Явная релятивистская инвариантность и максимальное отделение кинематических свойств ВФ от динамических облегчают решение этой сложной задачи настолько, насколько это вообще возможно. Показано также, что релятивистская ВФ приобретает свойство, качественно отличающее ее от нерелятивистской, — зависимость от переменной, имеющей вид единичного вектора \mathbf{n} . Мы рассмотрели также некоторые ядерные реакции, происходящие при соударении электронов и мюонов высокой энергии с ядрами, в которых релятивистские эффекты в ВФ проявляются в полной мере. Выявление других ка-

чественных следствий релятивистских эффектов в ядрах, особенно протекающих от n -зависимости ВФ, и их экспериментальное обнаружение представляются нам перспективными направлениями исследований.

В настоящее время возникают благоприятные технические возможности для выполнения таких экспериментов. Они связаны с ведущейся реконструкцией старых и строительством новых сильноточных ускорителей электронов на энергию в несколько гигаэлектрон-вольт. Ряд этих ускорителей будет работать в непрерывном режиме вместо импульсного. Это резко ослабит фон и позволит измерять сечения на несколько порядков меньше нынешних. Информацию об этих ускорителях можно найти в [96]. На ускорителях нового поколения станут доступными детальные измерения эксклюзивных сечений электрорасщепления ядер, в частности, в указанной в разд. 5 кинематике.

Большой интерес представляет также исследование других ядерных реакций, чувствительных к релятивистским эффектам. В качестве примера приведем прецизионные измерения сечения фрагментации дейтронов с импульсом 8,9 ГэВ/с на углеродной мишени [87, 88]. В [97] показано, что учет релятивистских эффектов в динамике на световом фронте улучшает теоретическое описание данных [87, 88]. Для окончательного выяснения вопроса важно быть уверенным в механизме реакции. Пролить свет на эту проблему, возникающую при анализе любой ядерной реакции, могут данные поляризационных экспериментов. Поляризационные характеристики оказываются очень чувствительными не только к механизму, но и к ВФ ядер (в частности, к примеси состояния $6q$ в дейтроне, см. [98]). Представляет значительный интерес исследование проявления релятивистских эффектов в ядрах в поляризационных опытах.

Автор выражает искреннюю благодарность И. С. Шапиро за полезные и многочисленные обсуждения работ, составивших основу данного обзора.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Ниже выясним трансформационные свойства вектора состояния по отношению к преобразованиям системы координат или (n) гиперповерхности светового фронта, найдем соответствующие генераторы и покажем, как отсюда следуют свойства ВФ, выражаемые равенствами (2), (22).

Операторы 4-импульса и 4-момента определяются через интегралы по поверхности светового фронта от тензора энергии-импульса и тензора момента:

$$\hat{P}_\mu = \int T_{\mu\nu} \omega_\nu \delta(\omega x - \sigma) d^4x = \hat{P}_\mu^0 + \hat{P}_\mu^{\text{int}}; \quad (\text{П.1})$$

$$\hat{J}_{\mu\nu} = \int M_{\mu\nu}^{\rho} \omega_\rho \delta(\omega x - \sigma) d^4x = \hat{J}_{\mu\nu}^0 + \hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}}. \quad (\text{П.2})$$

Будем работать в представлении взаимодействия, в котором эти операторы выражаются через свободные поля. Например, для скалярного поля $\phi(x)$ [формула

(65)] свободные операторы \hat{P}_μ^0 и $\hat{J}_{\mu\nu}^0$ имеют вид

$$\hat{P}_\mu^0 = \int a^+(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) k_\mu d^2k; \quad (\text{П.3})$$

$$\hat{J}_{\mu\nu}^0 = \int a^+(\mathbf{k}) a(\mathbf{k}) i \left(k_\mu \frac{\partial}{\partial k_\nu} - k_\nu \frac{\partial}{\partial k_\mu} \right) d^2k; \quad (\text{П.4})$$

а \hat{P}^{int} , \hat{J}^{int} содержат гамильтониан взаимодействия:

$$\hat{P}_\mu^{\text{int}} = \omega_\mu \int H^{\text{int}}(x) \delta(\omega x - \sigma) d^4x; \quad (\text{П.5})$$

$$\hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}} = \int H^{\text{int}}(x) (x_\mu \omega_\nu - x_\nu \omega_\mu) \delta(\omega x - \sigma) d^4x. \quad (\text{П.6})$$

При трансляции системы координат $x \rightarrow x' = x + a$ уравнение гиперповерхности $\omega x = \sigma$ приобретает вид $\omega x' = \sigma'$, где $\sigma' = \sigma + \omega a$. Вектор состояния преобразуется по закону

$$\phi(\sigma) \rightarrow \phi'(\sigma + \omega a) = U_{P^0}(a) \phi(\sigma), \quad (\text{П.7})$$

где оператор $U_{P^0}(a)$ содержит только оператор 4-импульса свободного поля:

$$U_{P^0}(a) = \exp(i\hat{P}^0 a). \quad (\text{П.8})$$

Этот результат естествен, поскольку при трансляции системы координат гиперповерхность $\omega x = \sigma$ остается как бы фиксированной в пространстве и занимает новое положение относительно осей новой системы координат. Его формальное доказательство содержится в [12].

В случае бесконечно малых 4-мерных вращений $x_\mu \rightarrow x'_\mu = g x_\mu = x_\mu + \delta \varepsilon_{\nu\mu} x_\nu$ получается аналогичный результат [12]:

$$\phi(\omega) \rightarrow \phi'(\omega') = U_{J^0}(g) \phi(\omega), \quad (\text{П.9})$$

где

$$\omega'_\mu = \omega_\mu + \delta \varepsilon_{\nu\mu} \omega_\nu; \quad U_{J^0}(g) = 1 + \frac{i}{2} \hat{J}_{\mu\nu}^0 \delta \varepsilon_{\mu\nu}. \quad (\text{П.10})$$

Трансформационные свойства вектора состояния при преобразованиях гиперповерхности следуют из уравнения Томонаги — Швингера:

$$i \frac{\delta \phi}{\delta \sigma(x)} = H^{\text{int}}(x) \phi. \quad (\text{П.11})$$

Из определения вариационной производной в (П.11) получаем

$$i \delta \phi = H^{\text{int}}(x) \phi \delta V(x),$$

где $\delta V(x)$ — объем, заключенный между первоначальной поверхностью и поверхностью, получаемой из первоначальной вариацией $\delta \sigma(x)$ около точки x .

При трансляции поверхности $\sigma \rightarrow \sigma + \delta \sigma$ полное приращение вектора состояния получается за счет приращений в каждой точке поверхности:

$$i \delta \phi = \int H^{\text{int}}(x) \delta(\omega x - \sigma) d^4x \phi \delta \sigma, \quad (\text{П.12})$$

что дает уравнение Шредингера в представлении взаимодействия в «косом» времени σ :

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} = H(\sigma) \phi(\sigma), \quad (\text{П.13})$$

где $H(\sigma) = \int H^{\text{int}}(x) \delta(\omega x - \sigma) d^4x$.

Аналогично в случае вращения гиперповерхности $\omega_\mu \rightarrow \omega'_\mu = \omega_\mu + \delta\omega_\mu$, $\delta\omega_\mu = \delta\varepsilon_{\nu\mu}\omega_\nu$ находим

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &\rightarrow \phi(\omega + \delta\omega) = \phi + \delta\phi, \\ \delta\phi &= \frac{1}{2} \delta\varepsilon_{\mu\nu} \left(\omega_\mu \frac{\partial}{\partial\omega_\nu} - \omega_\nu \frac{\partial}{\partial\omega_\mu} \right) \phi(\omega). \end{aligned}$$

Приращение объема над точкой x есть

$$\delta V = \delta\varepsilon_{\mu\nu} x_\mu \omega_\nu \delta(\omega x - \sigma) d^4x,$$

и из формулы (П.12) следует [12]

$$\hat{L}_{\mu\nu}(\omega) \phi(\omega) = \hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}} \phi(\omega), \quad (\text{П.14})$$

где обозначено

$$\hat{L}_{\mu\nu}(\omega) = i \left(\omega_\mu \frac{\partial}{\partial\omega_\nu} - \omega_\nu \frac{\partial}{\partial\omega_\mu} \right); \quad (\text{П.15})$$

$\hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}}$ дается формулой (П.6).

Уравнение (П.14) называется угловым условием. Оно играет важную роль в построении релятивистских связанных состояний, которую поясним ниже.

Преобразованию системы координат и одновременному преобразованию гиперповерхности, жестко связанной с координатными осями, отвечает последовательное применение преобразований двух типов, рассмотренных выше.

Так, при бесконечно малых трансляциях $x \rightarrow x' = x + a$ системы координат $A \rightarrow A'$ и гиперповерхности имеем

$$\phi(\sigma) \rightarrow \phi'(\sigma) = (1 + iP_a) \phi(\sigma), \quad (\text{П.16})$$

где $\phi(\sigma)$ определен в системе A на поверхности $\omega x = \sigma$, а $\phi'(\sigma)$ определен в системе A' на поверхности $\omega x' = \sigma$.

Нас интересует вектор состояния связанной системы. Он отвечает определенным мас се M , 4-импульсу p , спину J и проекции спина s на ось z в системе покоя, т. е. образует представление группы Пуанкаре. Это значит, что вектор состояния удовлетворяет следующим уравнениям на собственные значения:

$$\hat{P}_\mu \phi_s^J(p) = p_\mu \phi_s^J(p); \quad (\text{П.17})$$

$$\hat{P}_\mu^2 \phi_s^J(p) = M^2 \phi_s^J(p); \quad (\text{П.18})$$

$$\hat{S}_\mu^2 \phi_s^J(p) = -M^2 J_-(J+1) \phi_s^J(p); \quad (\text{П.19})$$

$$\hat{S}_3 \phi_s^J(p) = M s \phi_s^J(p), \quad (\text{П.20})$$

где \hat{S}_μ — вектор Паули — Любанского:

$$\hat{S}_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\gamma} \hat{P}_\nu \hat{J}_{\rho\gamma}. \quad (\text{П.21})$$

Мы можем воспользоваться теперь угловым условием (П.14) и заменить оператор $\hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}}$, содержащийся в $\hat{J}_{\mu\nu}$ в (П.21), на $\hat{L}_{\mu\nu}(\omega)$. Вводя обозначения

$$\hat{M}_{\mu\nu} = \hat{J}_{\mu\nu}^0 + \hat{L}_{\mu\nu}(\omega); \quad (\text{П.22})$$

$$\hat{W}_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\gamma} \hat{P}_\nu \hat{M}_{\rho\gamma}, \quad (\text{П.23})$$

вместо уравнений (П.19), (П.2') получаем

$$\hat{W}_\mu^2 \phi_s^J(p) = -M^2 J(J+1) \phi_s^J(p); \quad (\text{П.24})$$

$$\hat{W}_s \phi_s^J(p) = M_s \phi_s^J(p). \quad (\text{П.25})$$

Эти уравнения не содержат гамильтониана взаимодействия, и поэтому построение состояний с определенным спином есть задача чисто кинематическая. Но при этом, конечно, вектор состояния должен удовлетворять и динамическому уравнению (П.14). В терминах операторов $\hat{J}_{\mu\nu}$, $\hat{M}_{\mu\nu}$ угловое условие (П.14) переписывается следующим образом:

$$\hat{M}_{\mu\nu} \phi(\omega) = \hat{J}_{\mu\nu} \phi(\omega). \quad (\text{П.26})$$

Коммутационные соотношения между операторами \hat{P}_μ , $\hat{J}_{\mu\nu}$, $\hat{M}_{\mu\nu}$ имеют вид

$$[\hat{P}_\mu, \hat{P}_\nu] = 0; \quad (\text{П.27})$$

$$\frac{1}{i} [\hat{P}_\mu, \hat{J}_{\kappa\rho}] = g_{\mu\rho} \hat{P}_\kappa - g_{\mu\kappa} \hat{P}_\rho; \quad (\text{П.28})$$

$$\frac{1}{i} [\hat{J}_{\mu\nu}, \hat{J}_{\rho\gamma}] = g_{\mu\rho} \hat{J}_{\nu\gamma} - g_{\nu\rho} \hat{J}_{\mu\gamma} + g_{\nu\gamma} \hat{J}_{\mu\rho} - g_{\mu\gamma} \hat{J}_{\nu\rho}; \quad (\text{П.29})$$

$$\frac{1}{i} [\hat{P}_\mu, \hat{M}_{\kappa\rho}] = g_{\mu\rho} \hat{P}_\kappa - g_{\mu\kappa} \hat{P}_\rho; \quad (\text{П.30})$$

$$\frac{1}{i} [\hat{M}_{\mu\nu}, \hat{M}_{\rho\gamma}] = g_{\mu\rho} \hat{M}_{\nu\gamma} - g_{\nu\rho} \hat{M}_{\mu\gamma} + g_{\nu\gamma} \hat{M}_{\mu\rho} - g_{\mu\gamma} \hat{M}_{\nu\rho}; \quad (\text{П.31})$$

$$\frac{1}{i} [\hat{J}_{\mu\nu}, \hat{M}_{\rho\gamma}] = g_{\mu\rho} \hat{J}_{\nu\gamma} - g_{\nu\rho} \hat{J}_{\mu\gamma} + g_{\nu\gamma} \hat{J}_{\mu\rho} - g_{\mu\gamma} \hat{J}_{\nu\rho}. \quad (\text{П.32})$$

Формулы (П.27), (П.28) и (П.29) есть стандартные коммутационные соотношения группы Пуанкаре. Соотношения (П.30) и (П.32) легко получить, если учесть, что

$$\varphi(g^{-1}x) = U_{J^0}^{-1}(g) \varphi(x) U_{J^0}(g), \quad (\text{П.33})$$

где $U_{J^0}(g) = 1 + \frac{i}{2} J_{\mu\nu}^0 \delta\varepsilon_{\mu\nu}$;

$$g\omega = U_L^{-1}(g) \omega U_L(g), \quad (\text{П.34})$$

где $U_L(g) = 1 + \frac{i}{2} L_{\mu\nu}(\omega) \delta\varepsilon_{\mu\nu}$; $\delta\varepsilon_{\mu\nu}$ — параметры бесконечно малого преобразования g . Тогда, с одной стороны, выражения

$$U_M^{-1}(g) \hat{P}_\mu U_M(g); \quad U_M^{-1}(g) \hat{J}_{\mu\nu} U_M(g) \quad (\text{П.35})$$

после подстановки $U_M(g) = U_{J^0}(g) U_L(g) = 1 + \frac{i}{2} \hat{M}_{\mu\nu} \delta\varepsilon_{\mu\nu}$ записываются через искомые коммутационные соотношения. С другой стороны, подставив в (П.35) суммы (П.1), (П.2), учтем, что \hat{P}_μ^0 , $\hat{J}_{\mu\nu}^0$ не зависят согласно (П.3), (П.4) от ω , и поэтому коммутируют с $\hat{L}_{\mu\nu}(\omega)$, а коммутаторы $[\hat{P}_\mu^0, \hat{J}^0]$, $[\hat{J}^0, \hat{J}^0]$ аналогичны (П.28), (П.29). Затем воспользуемся формулами (П.33), (П.34) для преобразования \hat{P}_μ^{int} , $\hat{J}_{\mu\nu}^{\text{int}}$ и с помощью замены переменной интегрирования $x' =$

$= g^{-1}x$ перенесем g из \hat{H}^{int} ($g^{-1}x$) в формулах (П.5), (П.6), подставленных в (П.35), на зацепление с внешними индексами в \hat{P}_μ^{int} , $\hat{J}_{\mu\nu}^{int}$. Таким образом, мы выражаем формулы (П.35) через \hat{P}_μ и $\hat{J}_{\mu\nu}$ и приходим к коммутационным соотношениям (П.30), (П.32). Соотношение (П.31) легко проверяется. Отметим, что совокупность коммутационных соотношений (П.27), (П.30), (П.31) также отвечает группе Пуанкаре.

Наиболее существенное свойство операторов \hat{P}_μ , $\hat{J}_{\mu\nu}$, требующееся для вывода коммутационных соотношений (П.30), (П.32), — это их векторная (тензорная) структура. Поэтому, хотя был рассмотрен пример скалярного поля, соотношения (П.30) — (П.32) остаются в силе и в случае полей со спином. Отсюда также следует, что оператор $\hat{M}_{\mu\nu}$ коммутирует аналогично (П.30) — (П.32) с любыми 4-векторными и 4-тензорными величинами.

На первый взгляд кажется, что уравнения (П.19) и (П.24) не эквивалентны, так как в выражении $\hat{P}_\nu \hat{J}_{\rho'\gamma'} \hat{P}_\nu \hat{J}_{\rho\gamma} \phi$, входящем в $\hat{S}_\mu^2 \phi$, оператор $\hat{J}_{\rho'\gamma'}$ не действует непосредственно на ϕ и из-за некоммутативности $\hat{J}_{\rho'\gamma'}$ с \hat{P}_ν и $\hat{J}_{\rho\gamma}$ нельзя воспользоваться уравнением (П.26) и заменить $\hat{J}_{\rho'\gamma'}$ на $\hat{M}_{\rho'\gamma'}$. Однако с помощью коммутационных соотношений (П.27) — (П.32) легко показать, что левые части уравнений (П.19) и (П.24) совпадают друг с другом.

Таким образом, мы показали, что при условии (П.26) задача формулируется совершенно одинаково как в терминах операторов $\hat{J}_{\mu\nu}$, \hat{S}_μ , содержащих взаимодействие [уравнения (П.19), (П.20)], так и в терминах операторов $\hat{M}_{\mu\nu}$, \hat{W}_μ , не содержащих взаимодействие [уравнения (П.24), (П.25)]. Практически удобно сначала решить более простую, кинематическую часть задачи — построить состояния с определенным полным моментом [т. е. удовлетворить уравнениям (П.24), (П.25)], а затем уже удовлетворить угловому условию (П.26), обеспечивающему эквивалентность уравнений (П.24), (П.25) уравнениям (П.19), (П.20).

С помощью вектора Паули — Любанского (П.23) можно построить следующий оператор:

$$\hat{A} = (\omega_\mu \hat{W}_\mu)^2. \tag{П.36}$$

Легко проверить, что этот оператор коммутирует с \hat{P}_μ , $\hat{M}_{\mu\nu}$ и \hat{W}_μ , а также с оператором четности. Поэтому на первый взгляд кажется, что вектор состояния должен характеризоваться не только квантовыми числами P_μ , M , J и s , но еще и собственным значением α оператора A :

$$\hat{A} \phi_\alpha = \alpha \phi_\alpha. \tag{П.37}$$

Покажем, что состояния ϕ_α вырождены. Введем оператор

$$\Delta \hat{J}_{\mu\nu} = \hat{M}_{\mu\nu} - \hat{J}_{\mu\nu} = \hat{L}_{\mu\nu}(\omega) - \hat{J}_{\mu\nu}^{int}. \tag{П.38}$$

Из (П.28) и (П.30) следует, что $[\Delta \hat{J}_{\mu\nu}, \hat{P}_\nu] = 0$, но $[\Delta \hat{J}_{\mu\nu}, \hat{A}] \neq 0$. Поэтому состояние $\phi' = \Delta \hat{J}_{\mu\nu} \phi_\alpha$ не является собственным вектором оператора A , т. е.

представляется в виде суперпозиции $\phi' = \sum_{\alpha} \beta_{\alpha} \phi_{\alpha}$, но отвечает той же массе, что и ϕ_{α} . Угловое условие (П.14), (П.26) как раз и выделяет определенную суперпозицию состояний ϕ_{α} :

$$\phi = \sum_{\alpha} c_{\alpha} \phi_{\alpha}, \quad (\text{П.39})$$

такую, что $\Delta \hat{J}_{\mu\nu} \phi = 0$. Таким образом, учет уравнения (П.26) снимает проблему «лишних» состояний релятивистской составной системы.

Отметим, что, поскольку коммутаторы

$$[\Delta \hat{J}_{\mu\nu}, \hat{M}_{\rho\gamma}] \sim \Delta \hat{J}; \quad [\Delta \hat{J}_{\mu\nu}, \hat{W}_{\gamma}] \sim \Delta \hat{J}$$

пропорциональны $\Delta \hat{J}$ и обращаются в нуль на векторе состояния, угловое условие совместимо с уравнениями (П.24), (П.25), т. е. с определенным полным спином состояния и его проекцией.

Подобно тому как из уравнений (П.17), (П.18) может быть выведено уравнение (52) для волновой функции в двухчастичном секторе, так и из условия (П.14) может быть получено угловое условие на двухчастичную ВФ (см. [12]). Модельные решения (60), (62) оказываются автоматически удовлетворяющими этому угловому условию, хотя угловое условие и не учитывалось при нахождении этих решений. Как уже упоминалось в разд. 4, уравнение (52) с приближенным ядром $V(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{p})$ даст разные значения энергии для разных собственных значений α оператора $(\mathbf{n}\hat{\mathbf{J}})^2$. Эта зависимость энергии от α есть артефакт приближения. Она исчезает, если релятивистские поправки учитываются в одном и том же порядке как в ядре, так и в решении уравнения. Решения для ВФ при этом становятся вырожденными по α подобно вырождению ϕ_{α} по собственным значениям оператора \hat{A} (П.36), а угловое условие выбирает в качестве решения определенную комбинацию этих ВФ.

Мы уже отмечали в разд. 2, что свойства ВФ (2) и (22) следуют из трансформационных свойств вектора состояния. Поясним, как получается соотношение (2) между аргументами ВФ. Из равенства (П.16) с учетом (П.17) следует

$$\phi'(\sigma) = e^{i p a} \phi(\sigma). \quad (\text{П.40})$$

Здесь p — не оператор, а 4-импульс. Заменяя σ на $\sigma + \omega a$ в обеих частях равенства (П.40) и выражая $\phi'(\sigma + \omega a)$ с помощью формулы (П.7) через $\phi(\sigma)$, находим

$$\exp(i \hat{P}^0 a) \phi(\sigma) = \exp(i p a) \phi(\sigma + \omega a). \quad (\text{П.41})$$

Легко видеть, что вектор состояния (1) при наличии дельта-функции $\delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p - \omega\tau)$ действительно удовлетворяет условию (П.41). После подстановки (1) в (П.41) действие оператора $\exp(i \hat{P}^0 a)$ приводит к появлению множителя $\exp(i(k_1 + k_2)a)$ под знаком интеграла в (1) в левой части равенства (П.41). В правой части (П.41) под интегралом появляется множитель $\exp[i(p + \omega\tau)a]$. Дельта-функция в (1) как раз и обеспечивает равенство этих множителей и выполнение соотношения (2).

Трансформационные свойства релятивистских ВФ (22) выводятся следующим образом. Запишем формулу (П.9) в более явном виде:

$$\phi_s^J(p, \omega) \xrightarrow{U} \phi_s^J(gp, g\omega) = U_{J0}(g) \phi_s^J(p, \omega), \quad (\text{П.42})$$

где $U_{J0}(g)$ дается формулой (П.10). Разложим ϕ' по состояниям ϕ :

$$\phi_s^J(gp, g\omega) = \sum_{s'} D_s^{(j)} \{R(g, p)\} \phi_{s'}^J(gp, g\omega). \quad (\text{П.43})$$

Подставим ϕ' из (П.43) в (П.42), представим ϕ в виде разложения (1) и воспользуемся тем, что $a_\sigma^+ |0\rangle$ в (1) есть вектор состояния свободной частицы со спином j , и поэтому оператор a_σ^+ преобразуется по закону:

$$U_{J0}(g) a_\sigma^+(k) U_{J0}^\dagger(g) = \sum_{\sigma'} D_{\sigma'\sigma}^{(j)} \{R(g, k)\} a_{\sigma'}^+(gk). \quad (\text{П.44})$$

Сравнивая левую и правую части получившегося равенства, приходим к формуле (22).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arnold R. G., Chertok B. T., Dally E. B. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35, № 12. P. 776—779.
2. Bosted P., Arnold R. G., Rock S. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49, № 19. P. 1380—1382.
3. Berthet P., Frascaria R., Combes M. P. e.a. // J. Phys. G: Nucl. Phys. 1982. Vol. 8, № 8. P. L111—L116.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1973.
5. Kogut J., Susskind L. // Phys. Repts. 1973. Vol. 8, № 2. P. 75—172.
6. Dirac P. A. M. // Rev. Mod. Phys. 1949. Vol. 21, № 3. P. 392—399.
7. Карманов В. А. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. Вып. 8. С. 399—416; Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 23. Вып. 1. С. 62—65.
8. Карманов В. А. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. Вып. 4. С. 1187—1202.
9. Карманов В. А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. Вып. 6. С. 1884—1897.
10. Karmanov V. A. // Nucl. Phys. B, 1980. Vol. 166, № 3. P. 378—398.
11. Karmanov V. A. // Nucl. Phys. A. 1981. Vol. 362, № 1. P. 331—348.
12. Карманов В. А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1. С. 3—14; Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. Вып. 5. С. 220—223.
13. Шапиро И. С. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 18. Вып. 10. С. 650—653; Проблемы ядерной физики и физики элементарных частиц. Сб. статей, посвященный памяти акад. А. И. Алиханова. М.: Наука, 1975. С. 186—194; Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Дубна, ОИЯИ Д-9920, 1976, с. 424—431.
14. Salpeter E. E., Bethe H. A. // Phys. Rev. 1951. Vol. 84, № 6. P. 1232—1242.
15. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. // Nuovo cimento. 1963. Vol. 29, № 2. P. 370—399.
16. Кадышевский В. Г., Таухелидзе А. Н. // Проблемы теоретической физики. Сборник, посвященный Н. Н. Боголюбову в связи с его шестидесятилетием. М.: Наука, 1969. С. 261—277.
17. Blankenbecler R., Sugar R. // Phys. Rev. 1966. Vol. 142, № 4, P. 1951—1966.
18. Gross F. // Phys. Rev. 1969. Vol. 186, № 5. P. 1448; Ser. D, 1974. Vol. 10, № 1. P. 223—242; Buck W., Gross F. // Phys. Lett. B. 1976. Vol. 63, № 3. P. 286—290; Phys. Rev. D. 1979. Vol. 20, № 9. P. 2361—2379.
19. Карманов В. А., Шапиро И. С. // ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. Вып. 2. С. 327—382.
20. Kadyshchewsky V. G., Mir-Kasimov R. M., Skachkov N. B. // Nuovo cimento. 1968. Vol. 55, № 2. P. 233—257.
21. Скачков Н. В., Соловцов И. Л. // ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. Вып. 1. С. 5—47.

22. Шапиро И. С.//ДАН СССР. 1956. Т. 106. Вып. 4. С. 647—649.
23. Фаустов Р. Н.//ТМФ. 1970. Т. 3. Вып. 2. С. 240—254; Ann. of Phys. 1973. Vol. 78, № 1. P. 176—189.
24. Анисович В. В.//Материалы XX зимней школы ЛИЯФ. Л.: изд. ЛИЯФ. 1985. С. 3—41.
25. Kim Y. S., Noz M. E. Theory and Applications of the Poincaré Group. D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht, Holland, 1986.
26. Гарсеванишвили В. Р., Квинихидзе А. Н., Матвеев В. А. и др.//ТМФ, 1975. Т. 23. Вып. 3. С. 310—321.
29. Хелашвили А. А. Квазипотенциальное уравнение в квантовой теории поля на нуль-плоскости и формфакторы составных спинорных частиц. Препринт ОИЯИ P2-8750, Дубна, 1975.
28. Квинихидзе А. А., Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н., Хелашвили А. А. Спектральные и проектирующие свойства «двухвременных» функций Грина χ частиц в квантовой теории поля на нуль-плоскости. Препринт ОИЯИ Д2-9540, Дубна, 1976.
29. Foldy L. L.//Phys. Rev. 1961. Vol. 122, № 1. P. 275—288.
30. Leutwyler H., Stern J.//Ann. Phys. N.Y. 1978. Vol. 112. P. 94—164.
31. Соколов С. Н.//ТМФ. 1978. Т. 36. Вып. 2. С. 193—207; 1985. Т. 62. Вып. 2. С. 210—221.
32. Lev F. M.//Fortsch. Phys. 1983. Vol. 31, № 2. P. 75—130.
33. Lev F. M.//Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 433, № 4. P. 605—618.
34. Терентьев М. В.//ЯФ. 1976. Т. 24. Вып. 1. С. 207—213.
35. Берестецкий В. Б., Терентьев М. В.//ЯФ. 1976. Т. 24. Вып. 5. С. 1044—1057; 1977. Т. 25. Вып. 3. С. 653—665.
36. Кондратюк Л. А., Терентьев М. В.//ЯФ. 1980. Т. 31. Вып. 4. С. 1087—1106.
37. Bakker V. L. G., Kondratyuk L. A., Terent'ev M. V.//Nucl. Phys. B. 1979. Vol. 153, № 2. P. 497—519.
38. Фейнман Р. Взаимодействие фотонов с адронами: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
39. Слив Л. А., Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.//УФН. 1985. Т. 145. Вып. 4. С. 553—592.
40. Кадышевский В. Г.//ЖЭТФ. 1964. Т. 46. Вып. 2. С. 654—662; Вып. 3. С. 872—883.
41. Kadyshevsky V. G.//Nucl. Phys. B. 1968. Vol. 6, № 2. P. 125—148.
42. Атакишиев Н. М., Мир-Касимов Р. М., Нагиев Ш. М.//ТМФ. 1977. Т. 32. Вып. 1. С. 34—43.
43. Atakishiyev N. M., Mir-Kasimov R. M., Nagiev Sh. M. A covariant formulation of the relativistic Hamiltonian theory on the light cone (fields with spin). Preprint JINR E2-11780, Dubna, 1978.
44. Kadyshevsky V. G., Mateev M. D.//Nuovo cimento. A. 1967. Vol. 55, № 2. P. 273—300.
45. Кадышевский В. Г., Мир-Касимов Р. М., Скачков Н. Б.//ЭЧАЯ. 1972. Т. 2. Вып. 3. С. 635—699.
46. Ландау Л. Д.//ЖЭТФ. 1959. Т. 37. Вып. 1. С. 62—70.
47. Weinberg S.//Phys. Rev. 1966. Vol. 150, № 4. P. 1313—1318.
48. Namyslowski J. M.//Phys. Rev. D. 1978. Vol. 18, № 10. P. 3676—3689.
49. Danielewicz P., Namyslowski J. M.//Phys. Lett. B. 1979. Vol. 81, № 2. P. 110—113; Namyslowski J. M., Danielewicz P. One pion exchange and relativistic effects at low energies and low momentum transfer. Warsaw Univ. preprint IFT/79/6, Warsaw, 1979.
50. Fishbane P. M., Namyslowski J. M.//Phys. Rev. D. 1980. Vol. 21, № 8. P. 2406—2420.
51. Namyslowski J. M., Weber H. J.//Z. Phys. A. 1980. Vol. 295, № 3. P. 219—234.
52. Sawicki M.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32, № 10. P. 2666—2672; 1986. Vol. 33, № 4. P. 1103—1107.
53. Nakanishi N.//Prog. Theor. Phys. Suppl. 1969. Vol. 43. P. 1—81.

54. Brodsky S. J., Ji C.-R., Sawicki M.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32, № 6. P. 1530—1538.
55. Cutkosky R. E.//Phys. Rev. 1954. Vol. 96, № 4. P. 1135—1141.
56. Gunion J. F., Brodsky S. J., Blankenbecler R.//Phys. Rev. D. 1973. Vol. 8, № 1. P. 287—312; Phys. Lett. B. 1972. Vol. 39, № 5. P. 649—653.
57. Feldman G., Fulton T., Townsed J.//Phys. Rev. D. 1973. Vol. 7, № 6. P. 1814—1824.
58. Hoshizaki N., Lin I., Machida S.//Prog. Theor. Phys. 1961. Vol. 26, № 5. P. 680—692.
59. Карманов В. А., Шапиро И. С.//Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. Вып. 8. С. 358—360.
60. Shapiro I. S.//Phys. Repts. 1978. Vol. 35, № 2. P. 129—185.
61. Aubert J. J., Bassompierre G., Becks K. H. e.a.//Phys. Lett. B. 1983. Vol. 123, № 3, 4. P. 275—278.
62. Bodek A., Giorkaris N., Atwood W. B. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50, № 19, P. 1431—1434; Vol. 51, № 7. P. 534—537.
63. Arnold R. G., Bosted P. E., Chang C. C. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52, № 9. P. 727—730; Nucl. Phys. A. Vol. 434. P. 25с—34с.
64. Карманов В. А.//Нуклон-нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях. Тр. III симпозиума ЛИЯФ, Л.: изд. ЛИЯФ. 1986. С. 496—502.
65. Bodek A., Ritchie J. L.//Phys. Rev. D. 1981. Vol. 23, № 5. P. 1070—1091; Vol. 24, № 5. P. 1400—1402.
66. Акулиничев С. В., Ваградов Г. М., Кулагин С. А.//Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. Вып. 3. С. 105—107//Phys. Lett. B. 1985; Vol. 158, № 6. P. 485—488//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55, № 21. P. 2239—2241.
67. Birbrair B. L., Gridnev A. B., Zhalov M. B. e.a.//Phys. Lett. B. 1986. Vol. 166, № 2. P. 119—122; Левин Е. М. Глубоко неупругое рассеяние на ядрах: экранировки и ЕМС-эффект. Препринт ЛИЯФ, № 1147, Л., 1985; Левин Е. М.//Физика высоких энергий (Материалы XXI зимней школы физики ЛИЯФ). Л.: изд. ЛИЯФ. 1986. С. 31—65; Бирбраир Б. Л., Левин Е. М., Шуваев А. Г.//Физика атомного ядра (Материалы XXI зимней школы физики ЛИЯФ). Л., изд. ЛИЯФ. 1986. С. 3—75.
68. Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л. О нормировке спектральной функции ядра и эффекте ЕМС. Препринт ЛИЯФ № 1127. Л., 1985; Strikman M. I., Frankfurt L. L. On the normalization of nucleus spectral function and the EMC effect. Preprint LINP № 1197, Leningrad, 1986.
69. Bhalerao R. S., Curvitz S. A.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47, № 25. P. 1815—1818.
70. Frankfurt L. L., Strikman M. I.//Phys. Repts C. 1981. Vol. 76, № 4. P. 215—347.
71. Кобушкин А. П., Шелест В. П.//ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. Вып. 5. С. 1146—1192.
72. Буров В. В., Лукьянов В. К., Титов А. И.//ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. Вып. 6. С. 1249—1295.
73. Chemtob M.//Nucl. Phys. A. 1982. Vol. 382, № 2, 3. P. 387—428.
74. Музафаров В. М., Троицкий В. Е., Трубников С. В.//ЭЧАЯ. 1983. Т. 14. Вып. 5. С. 1112—1145.
75. Буров В. В., Достовалов В. Н., Сузьков С. Э.//Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. Вып. 8. С. 357—359. Буров В. В., Достовалов В. Н.//Ядерные реакции и кварковая структура ядер. Изд. ДВГУ, Владивосток, 1987. С. 23—35.
76. Arnold R. G., Carlson C. E., Gross F.//Phys. Rev. C. 1980. Vol. 21. № 4. P. 1426—1451.
77. Карманов В. А.//ЯФ. 1984. Т. 40. Вып. 3. С. 699—709; Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. Вып. 6. С. 311—314.
78. Karmanov V. A.//Nucl. Phys. [A. 1986. Vol. 453, № 3. P. 707—727.
79. Shütz W. P., Arnold R. G., Chertok B. T. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38, № 6. P. 259—263.

80. Lacombe M., Loiseau B., Vinh Mau R. e.a.//Phys. Lett. B. 1981. Vol. 101, № 3. P. 139—140.
81. West G. B.//Phys. Repts. 1975. Vol. 18, № 5. P. 263—323.
82. Kawazoe Y., Takada G., Matsuzaki H.//Prog. Theoret. Phys. 1975. Vol. 54, № 5. P. 1394—1408.
83. Zimmerman P. D., Williamson C. F., Kawazoe Y.//Phys. Rev. C. 1979. Vol. 19, № 1. P. 279—281.
84. Sick I., Day D., McCarthy J. S.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45, № 11. P. 871—874.
85. Дементий С. В.//ЯФ. 1983. Т. 37. Вып. 3. С. 621—623.
86. Rock S., Arnold R. G., Bosted P. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49, № 16. P. 1139—1142.
87. Ableev V. G., Abdushukurov D. A., Avramenko S. A. e.a.//Nucl. Phys. A. 1983. Vol. 393, № 2. P. 491—501.
88. Аблеев В. Г., Вишневая Л., Воробьев Г. Г. и др.//Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. Вып. 4. С. 196—198.
89. Гой А. А., Дорман С. М., Резник Б. Л.//Изв. вузов. Физика. 1985. Вып. 7. С. 45—50.
90. Нагорный С. И., Иношин Е. В., Касаткин Ю. А., Иношин А. Е.//Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 7. С. 331—334.
91. Кобушкин А. П., Строковский Е. А.//Нуклон-нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях. Тр. II симпозиума ЛИЯФ. Л.: 1984. С. 103—109.
92. Bernheim M., Bussiere A., Mougey J. e.a.//Nucl. Phys. A. 1981. Vol. 365, № 3. P. 349—370.
93. Turck-Chieze S., Barreau P., Bernheim M. e.a.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 142, № 3. P. 145—149.
94. Arenhövel H.//Nucl. Phys. A. 1982. Vol. 384, № 3. P. 287—301.
95. Титов Ю. И., Есаулов А. С., Иношин Е. В. и др.//Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. Вып. 7. С. 262—265.
96. CERN Courier. 1982. Vol. 22, № 1. P. 14; Vol. 22, № 7. P. 278; Vol. 23, № 10. P. 424; 1983. Vol. 23, № 1. P. 3; Vol. 23, № 3. P. 81; 1984. Vol. 24, № 2. P. 64; Vol. 24, № 4. P. 151; Aune B., Leconte Ph., Netter F., Schuhl C.//PANIC Conference, Book of Abstracts, Heidelberg, 1984. Vol. 1. P. A29; CEBAF design report. Newport News, USA, 1986.
97. Карманов В. А.//Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. Вып. 3. С. 116—119.
98. Буров В. В., Доркин С. М., Доставалов В. Н. Поляризация в упругом π -рассеянии при больших переданных импульсах и кварковая структура дейтрона. Препринт ОИЯИ P2-83-439, Дубна, 1983.
99. Анисович В. В., Саранцев А. В., Стародубский В. Е.//ЯФ. 1987. Т. 45. Вып. 6. С. 1636—1644; Анисович В. В., Ольссон С., Саранцев А. В., Стародубский В. Е. О влиянии сдвига нуклонной массы и нуклонных корреляций на ЕМС эффект. Препринт ЛИЯФ, № 1258, 1987.
100. Гой А. А., Доркин С. М., Каптарь Л. П., Резник Б. Л., Титов А. И.//Ядерные реакции и кварковая структура ядер. Владивосток: изд. ДВГУ, 1987. С. 4—22.