

ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ

Г. Д. Адеев, И. И. Гончар, В. В. Пашкевич,
Н. И. Писчасов, О. И. Сердюк

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дан обзор результатов расчетов массово-энергетических распределений осколков деления нагретых ядер в широком интервале параметра делимости. Расчеты выполнены в диффузионной модели, основанной на уравнении Фоккера — Планка для функции распределения трех наиболее важных коллективных координат, описывающих деформации делящегося ядра,— удлинения, массовой асимметрии, параметра шейки — и сопряженных им импульсов. Продемонстрированы возможности диффузионной модели в описании характеристик распределений осколков в зависимости от различных параметров составного ядра: параметра делимости, энергии возбуждения и углового момента. Показана роль динамики спуска делящегося ядра с седловой точки к разрыву в формировании наблюдаемых распределений осколков. Исследована зависимость предсказаний диффузионной модели от выбора коэффициентов уравнения Фоккера — Планка.

The results of calculations of mass-kinetic energy fission-fragment distributions from excited compound nuclei in the wide range of the fissility parameter are reviewed. The calculations are carried out in the model based on the Fokker—Planck equation for the distribution function of three most important collective coordinates which describe deformation of fissioning nucleus,—elongation, mass asymmetry, neck parameter—and conjugate momenta. The possibilities of the diffusion model for reproducing the dependences of parameters of the observable fission-fragment distributions as the functions of the fissility parameter, excitation energy and angular momentum are investigated. The role of dynamics of descent of fissioning nucleus from the saddle point to scission point in formation of fission-fragment distributions is shown. The dependence of predictions of the diffusion model on the choice of the Fokker—Planck equation coefficients is studied.

ВВЕДЕНИЕ

Физика деления атомных ядер, несмотря на почти полувековую свою историю, до настоящего времени остается предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. Большой прогресс в понимании многих аспектов процесса деления, прежде всего обусловленных переходным состоянием (седловой точкой) делящегося ядра, был достигнут благодаря методу оболочечной поправки В. М. Струтинского [1, 2]. В рамках этого метода получила

принципиальное объяснение оставшаяся долгое время неразрешимой загадкой асимметрия деления тяжелых ядер. Тем не менее объяснение механизма формирования массового распределения осколков деления, так же как и других наблюдаемых распределений (энергетического, зарядового, углового) на основе последовательного динамического рассмотрения процесса, остается одной из главных нерешенных проблем физики деления.

В последние годы накоплен достаточно обширный экспериментальный материал по характеристикам наблюдаемых распределений осколков в зависимости от различных параметров составного ядра, таких, как энергия возбуждения, угловой момент, параметр делимости. Этот материал систематизирован и проанализирован в [3—5]. Анализ современного понимания формирования распределений осколков деления показывает [3, 5], что в целом оно не соответствует объему имеющихся экспериментальных данных. Такая ситуация связана прежде всего с известными [2] трудностями построения динамической теории такого крайне неравновесного процесса, каким является деление.

До конца 70-х годов существовало два основных теоретических подхода к описанию свойств осколков деления. Это известные статистическая [6—11] и динамическая [12—18] модели. В [3] из анализа обширной экспериментальной информации сделан вывод, что ни та, ни другая модель не объясняют зависимости дисперсий массового и энергетического распределений от параметра делимости составного ядра. Как отмечалось в [19], и статистическая модель, и динамическая модель с нулевой вязкостью [12—16] оказываются внутренне противоречивыми при попытке применить их для делительной степени свободы, движение по которой инфинитно. Динамическая модель становится более последовательной при учете диссипативных сил в уравнениях Гамильтона [17, 18]. В [17, 18] были сделаны расчеты средней кинетической энергии осколков в рамках динамической модели с учетом диссипативных сил. К сожалению, при расчетах дисперсий распределений осколков диссипативные силы не были учтены.

Начиная с 1979 г. [20] кроме статистической и динамической моделей для описания распределений осколков деления возбужденных составных ядер начали применять подход, основанный на уравнении Фоккера — Планка (УФП). В этом подходе, называемом диффузионной моделью, процесс деления описывается с помощью небольшого числа коллективных степеней свободы, которые взаимодействуют с «термостатом», образованным всеми остальными — одночастичными степенями свободы. Тогда динамика коллективных переменных становится похожа на динамику броуновской частицы, так как в одном акте взаимодействия с одночастичной подсистемой энергия коллективной подсистемы изменяется очень мало. Адекватным динамическим уравнением в такой физической модели является УФП для функции распределения коллективных координат и сопря-

женных импульсов $f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$, где $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_n)$, $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$. В наиболее общем случае, когда тензоры инерционных (m_{ij}), фрикционных (γ_{ij}) и диффузионных (D_{ij}) коэффициентов являются симметричными недиагональными матрицами и зависят, как и потенциальная энергия V , от координат, УФП имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\mu_{ij} p_j \frac{\partial f}{\partial q_i} + \left[\frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i} p_j p_k \right] \frac{\partial f}{\partial p_i} + \\ & + \gamma_{ij} \mu_{jk} \frac{\partial}{\partial p_i} (p_k f) + D_{ij} \frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1}$, а по повторяющимся в произведении индексам подразумевается суммирование.

В таком виде УФП рассматривается в большинстве работ, посвященных описанию процесса деления в рамках диффузионной модели. Однако необходимо помнить о следующих достаточно важных обстоятельствах [21].

УФП (1) обычно вводится при описании динамики деления феноменологически, а не выводится каким-либо методом из уравнения Неймана, как, например, в [22] для реакций с тяжелыми ионами. Такой вывод позволяет формально микроскопически определить коэффициенты УФП (тензоры m_{ij} , γ_{ij} и D_{ij}). Однако при вычислении фрикционного тензора γ_{ij} возникает ряд принципиальных трудностей, преодолеть которые до настоящего времени не удалось. Поэтому во всех конкретных расчетах, проведенных в рамках диффузионной модели, коэффициенты УФП либо считались свободными параметрами, либо вычислялись макроскопическим образом (потенциальная энергия — в различных версиях капельной модели, инерционный тензор — в гидродинамическом приближении, фрикционный тензор — в предположении двухтельного и однотельного механизмов ядерной вязкости).

До недавнего времени считалось, что процесс деления является марковским: время релаксации одночастичной подсистемы заметно меньше характерного времени коллективного движения. В этом случае коллективное движение подвержено броуновскому шуму, связанному с диффузией по энергетическим поверхностям, отвечающим различным частично-дырочным конфигурациям. Описание этого марковского процесса можно свести к УФП. Но в [23] отмечалось, «что собственно броуновское движение является строго говоря, немарковским: частица возбуждает в среде слабо затухающие упругие волны, которые действуют на ее последующее движение (вязкое последствие)». В [21, 24] исследовалась справедливость марковского приближения для описания динамики вынужденного деления. Было показано, что соответствующее отношение времен составляет от 0,3 до 0,2 и в УФП (1) появляются члены, пропорциональные $\partial^2 f / \partial q_i \partial q_j$ и $\partial^2 f / \partial q_i \partial p_j$. Все результаты, изложенные в обзоре, получены на основе УФП (1), т. е. в нулевом порядке по времени корреляции случайной (ланжевеновой) силы.

Следует отметить, что впервые УФП в ядерной физике применил Крамерс [25] именно для описания процесса деления — при вычислении ширины вынужденного деления Γ_f ядер, у которых температура T существенно меньше высоты барьера E_f . Уравнение Крамерса имеет следующий вид [21, 25, 26]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{m} \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\gamma}{m} \frac{\partial}{\partial v} (vf) + D \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \quad (2)$$

Здесь m — инерционный параметр; γ — коэффициент трения (фрикционный параметр); $D = \gamma T/m^2$ — коэффициент диффузии. Уравнение (2) определяет фазовую плотность вероятности (функцию распределения) $f(x, v, t)$, где x — коллективная координата, отвечающая делению ядра (например, расстояние между центрами масс будущих осколков); v — скорость вдоль этой координаты. Потенциальная энергия $V(x)$ вблизи основного состояния ($x = x_0$) аппроксимируется осциллятором с частотой ω_0 , а вблизи вершины барьера ($x = x_b = 0$) — перевернутым осциллятором с частотой ω_b .

Крамерс получил стационарное решение уравнения (2) $f_K(x, V)$, описывающее ток вероятности через барьер:

$$f_K(x, v) = (m\omega_0/2\pi T) \exp \left[\left(-E_f + \frac{1}{2} m\omega_b^2 x^2 - \frac{1}{2} mv^2 \right) / T \right] \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{erf}[a(v - bx)]\}, \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \{m[(1 + \kappa^2)^{1/2} - \kappa]/\kappa T\}^{1/2}; & b &= [(1 + \kappa^2)^{1/2} + \kappa] \omega_b; \\ \kappa &= \gamma/2m\omega_b; & \operatorname{erf}(y) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y \exp(-x^2) dx. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Стационарное решение $f_K(x, v)$ спустя много лет было использовано В. М. Струтинским в работах [27, 28], в которых было получено выражение для Γ_f при произвольном соотношении T и E_f . Выражения, полученные Крамерсом и Струтинским, уточняют классическую формулу Бора — Уилера для Γ_f [29] на случай конечного значения ядерной вязкости.

Начиная с 1974 г. УФП широко применяется в ядерной физике [30] для описания распределений продуктов реакций глубоконеупругих столкновений между тяжелыми ионами (ГНС) [31]. В [32] УФП записывалось в виде

$$\partial f(y, t)/\partial t = -v_y \frac{\partial f}{\partial y} + D_y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Функция $f(y, t)$ описывала распределение фрагментов либо по кинетическим энергиям ($y = E_K$), либо по зарядам ($y = Z$). В обоих случаях время t было параметризовано углом рассеяния θ . Сравне-

ние решения уравнения (5)

$$f(y, t) = (4\pi D_y t)^{-1/2} \exp [-(y - v_y t)^2 / (4 D_y t)] \quad (6)$$

с экспериментальными данными позволило определить коэффициенты v_y и D_y .

В целом использование УФП для описания реакций ГНС оказалось успешным [30], что, по-видимому, и стимулировало широкое применение УФП в теории деления. Оказалось, однако, что использование аппарата диффузионной модели в физике деления [33, 34] имеет свои специфические особенности по сравнению с его использованием в физике тяжелых ионов [35, 36]. Остановимся подробнее на особенностях применения УФП в физике тяжелых ионов и в делении.

В случае реакций ГНС функция распределения в начальный момент времени является δ -образной; далее, эффективное время взаимодействия сталкивающихся фрагментов таково, что флуктуации коллективных переменных не могут сильно возрасти и остаются малыми [24]. Поэтому решение УФП можно искать в виде многомерного гауссова распределения с параметрами, зависящими от времени. Следуя [37], будем называть этот метод решения УФП методом глобального моментного приближения (ГМП).

В случае деления ситуация гораздо сложнее. Независимо от способа изучения динамики процесса деления (из основного состояния или с седловой точки) начальная функция распределения имеет значительную ширину, определяемую температурой составного ядра. Наиболее последовательным является изучение динамики деления из основного состояния [38] в духе установления квазистационарного тока вероятности через барьер, как это впервые предложил Крамерс [25]. Наличие тока вероятности через барьер (т. е. выраженная асимметрия функции распределения) делает гауссову аппроксимацию решения УФП при этом заведомо неприменимой — в этом случае используют более корректные методы решения УФП (подробнее см. раздел. 1). Однако, формирование многих наблюдаемых распределений осколков деления происходит на стадии спуска делящегося ядра с седловой точки до точки разрыва. При традиционном способе изучения динамики деления — с седловой точки — флуктуации коллективных переменных инфинитной делительной моды при спуске с седла быстро возрастают и к моменту разрыва ядра на осколки становятся достаточно большими (особенно для тяжелых ядер). Поэтому, если методы расчета наблюдаемых в эксперименте величин по известному решению УФП, применяемые в физике тяжелых ионов, непосредственно использовать при описании процесса деления, результаты расчета наблюдаемых могут оказаться неразумно большими [33].

В [33] была предпринята попытка рассчитать в рамках диффузионной модели дисперсии массового (σ_M^2) и энергетического ($\sigma_{E_R}^2$) распределений осколков деления компаунд-ядра ^{238}U при различных энергиях возбуждения, в том числе и для подбарьерного деления. С этой

целью методом ГМП решалось УФП для функции распределения делительной и масс-асимметричной координат и сопряженных им импульсов. Для подбарьерного деления начальные условия отвечали точке на линии наибоьстрейшего спуска с барьера деления, в которой ядро имеет ту же энергию, что и в основном состоянии. Аналогично рассчитывались массовое и энергетическое распределения осколков спонтанного деления ^{252}Cf в [34]. В обеих обсуждаемых работах для σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$ в случае спонтанного деления получены результаты, близкие к экспериментальным.

Но при попытке перейти от подбарьерного деления к делению возбужденных ядер в [33] получены результаты, превосходящие экспериментальные значения в 10—100 раз. Причиной этого является как отмечалось в [39], неправильная процедура перехода к наблюдаемым характеристикам распределений (σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$). По мнению же авторов работы [33], к сильно завышенным значениям σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$ привело резкое возрастание при спуске с седловой точки дисперсий коллективных координат, что было связано с некорректностью метода ГМП для решения УФП в задаче о спуске с барьера.

Однако, на наш взгляд, нет причин, по которым распределение нельзя считать гауссовым только потому, что оно широкое (а ГМП нельзя использовать для решения УФП при рассмотрении динамики деления с седловой точки). Например, для потенциальной энергии в виде перевернутого осциллятора существует точное решение УФП (2), представляющее собой гауссово распределение, которое имеет быстро (экспоненциально) возрастающую со временем дисперсию координаты. Далее, хорошо известное решение задачи о случайных блужданиях частицы на временах, существенно больших времени релаксации по скорости, опровергает мнение о том, что широкое распределение не может быть гауссовым. Действительно, решение уравнения диффузии, к которому сводится УФП (5) в этом случае, имеет вид (6) с $v_y = 0$. Распределение по координате в данном случае становится со временем неограниченно широким, но остается, без сомнения, гауссовым. Кроме того, с целью исследовать применимость метода ГМП к задаче о спуске делящегося ядра с барьера нами были проведены проверочные расчеты для случая одной — делительной — степени свободы. В качестве точного метода решения УФП выступал конечно-разностный метод, описанный в [37]. Подробно процедура сравнения обоих методов описана ниже (в разд. 1); здесь лишь отметим, что метод ГМП оказался достаточно надежным и эффективным методом решения УФП при рассмотрении спуска делящегося ядра к точке разрыва.

Таким образом, к началу 80-х годов УФП широко применяли при расчетах распределений продуктов реакций ГНС (см. обзоры [30, 36]), тогда как использование этого подхода для расчета распределений осколков деления только начиналось. К настоящему времени (1988 г.) выполнено достаточно большое число работ, в которых динамика

деления возбужденных ядер исследовалась на основе УФП и которые можно условно разделить на две группы. К первой группе относятся работы (прежде всего нужно отметить [40—44]), в которых развивается новый подход к вычислению делимости возбужденных ядер и связанных с ней величин, основанный на введении зависящей от времени скорости (ширины) деления. Современное состояние проблемы описания делимости в рамках диффузионной модели освещено в обзоре [43]. Ко второй группе следует отнести работы, в которых исследуется динамика формирования распределений осколков деления возбужденных ядер [45—59]. Целью настоящего обзора является изложение и анализ основных результатов по изучению формирования и расчету распределений (энергетического, массового, зарядового) осколков деления возбужденных составных ядер, полученных в рамках диффузионной модели в работах [45—59]. Демонстрируются возможности сравнительно новой — диффузионной — модели деления в описании характеристик распределений осколков в зависимости от различных параметров составного ядра по сравнению с известными статистической [6—11] и динамической [12—18] моделями. Подробно исследована зависимость предсказаний диффузионной модели от выбора коэффициентов УФП.

В разд. 1 описана модель, на основе которой получены все основные результаты, изложены методы решения УФП и метод перехода к наблюдаемым характеристикам распределений осколков. Затем на примере энергетического распределения проведен анализ предлагаемого метода расчета наблюдаемых в рамках упрощенного варианта модели, когда возможны аналитическое решение УФП или адекватные приближенные оценки.

В разд. 2 рассматривается динамическая эволюция делящихся ядер в пространстве коллективных координат при различных способах изучения динамики деления: с седловой точки и из основного состояния.

В разд. 3 представлены и проанализированы результаты расчетов двумерного массово-энергетического, а также одномерных — энергетического и массового распределений осколков деления возбужденных ядер в зависимости от параметров составного ядра: параметра делимости, энергии возбуждения, углового момента. Рассмотрена корреляция параметров массово-энергетического распределения. Исследовано влияние выбора коэффициентов УФП на предсказания диффузионной модели: расчеты проведены при выборе потенциальной энергии различных версий модели жидкой капли (МЖК) и модели малой капли, а также при различных механизмах ядерной вязкости.

В заключении обзора сделаны основные выводы и обсуждены перспективы дальнейшего применения диффузионной модели для описания динамики деления ядер.

1. МОДЕЛЬ

Параметризация формы ядра и потенциальная энергия. Удачный выбор параметризации формы делящегося ядра очень важен при рассмотрении его динамической эволюции. С одной стороны, увеличение числа коллективных координат, используемых для описания формы ядра, позволяет лучше приблизиться к «естественным» конфигурациям, которые принимает ядро в процессе деления и которые дают «точные» вариационные расчеты [60], когда на возможные формы ядра не накладывается никаких ограничений. С другой стороны, введение каждой новой коллективной координаты влечет за собой резкое возрастание объема вычислений.

Оптимальной для наших целей является известная параметризация $\{c, h, \alpha\}$ [2]. Здесь c — параметр удлинения (вытянутости), параметр h описывает изменение толщины шейки ядра при его заданной вытянутости, а параметр «зеркальной» (массовой) асимметрии α определяет отношение объемов (масс) будущих осколков. Если начало координат выбрать в центре масс ядра, то уравнение его поверхности в цилиндрических координатах имеет следующий вид:

$$P^2(z) = (c^2 - z^2)(A + Bz^2/c^2 + \alpha z_s/c), \quad (7)$$

где $z_s = z - \alpha c^4/5$; $B = 2h + (c - 1)/2$; $A = 1/c^3 - B/5$.

В данном обзоре рассматривается деление достаточно возбужденных (нагретых) ядер, энергия возбуждения которых $E^* \gtrsim 25$ МэВ и температура $T \gtrsim 1$ МэВ. Происходящее при таких возбуждениях исчезновение парных корреляций нуклонов и оболочечных эффектов приводит асимптотически к квазиклассическим значениям характеристик ядра, которые могут быть рассчитаны в макроскопических подходах.

Для расчета потенциальной энергии деформации делящегося ядра используется довольно большое число макроскопических моделей: это различные версии МЖК [61—63], модель малой капли [64] и, наконец, модель [65], учитывающая конечный радиус ядерного взаимодействия. В дальнейшем будут подробно обсуждены результаты расчетов, выполненных на основе: а) МЖК с параметрами Паули — Ледергерберга [61] ($a_c = 0,72$ МэВ, $a_s = 18,5688$ МэВ, $k = 2,84$) и с параметрами Майерса — Святецкого [62] ($a_c = 0,7053$ МэВ, $a_s = 17,9439$ МэВ, $k = 1,7826$); б) МЖК [63] с поверхностным натяжением, зависящим от кривизны поверхности ядра, с параметрами Струтинского ($a_c = 0,72$ МэВ, $a_s = 14,77$ МэВ, $k = 0$, $\Gamma = -0,1$); в) модели малой капли [64]. При изучении влияния углового момента на характеристики распределений осколков учитывалась вращательная энергия, которая рассчитывалась в предположении твердотельного момента инерции.

Основной чертой энергетической поверхности в жидкокапельной модели, установленной в [60], является наличие трех условных экстремумов, найденных при условии, что параметр удлинения имеет

заданное значение (параметр массовой асимметрии также должен быть фиксирован; в дальнейшем все двумерные энергетические поверхности рассматриваются при $\alpha = 0$), т. е. трех совокупностей точек (c, h), в которых $\partial V/\partial h = 0$. Это: 1) минимумы, соответствующие деления; 2) минимумы, соответствующие двум разделенным осколкам (дно долины осколков); 3) максимумы между этими долинами (их совокупность называется гребнем). При некотором значении c (оно почти не зависит от ядра) гребень между двумя долинами исчезает. Это означает, что при такой вытянутости ядра устойчивой может быть лишь конфигурация в виде двух разделенных осколков. Отметим, что наличие двух долин и гребня между ними, исчезающего для больших вытянутостей ядра, было подтверждено расчетами потенциальной энергии методом Хартри — Фока [66].

В [2] было указано, что при неудачном выборе параметризации можно легко упустить из виду все существенные черты энергетической поверхности. В этом смысле параметризация $\{c, h, \alpha\}$ является очень удачной. Кроме того, рассчитанные в данной параметризации основные статические характеристики делящихся ядер — высота барьера деления, седловые значения радиуса шейки, моментов инерции и др. — хорошо количественно согласуются с результатами вычислений тех же величин, проведенных либо в «точном» вариационном подходе [60], либо в параметризациях формы ядра с большим (десять и более) числом коллективных координат [67].

При изучении динамики деления с использованием параметризации $\{c, h, \alpha\}$ в качестве делительной координаты естественно выбрать параметр удлинения ядра c . Часто вместо координаты c в качестве делительной выбирают физически более естественную координату ρ — половину расстояния между центрами масс будущих осколков [2, 60]. Особенно удобно координату ρ использовать при рассмотрении энергетического распределения осколков [51, 52, 54, 58, 59].

Как показывают оценки, зависимость потенциальной энергии от координат можно аппроксимировать формулой

$$V(x, h, \alpha) = V(x, h, \alpha = 0) + C_\alpha(x, h) \alpha^2/2, \quad (8)$$

где под x подразумевается делительная координата (c или ρ); $C_\alpha(x, h) = [\partial^2 V/\partial \alpha^2]_{\alpha=0}$ — локальная жесткость относительно координаты массовой асимметрии α .

Инерционные, фрикционные и диффузионные коэффициенты УФП. Тензоры инерционных и фрикционных коэффициентов УФП рассчитывались в гидродинамическом приближении методом Вернера — Уиллера (описание метода дано, например, в [17]). Гидродинамическое приближение для тензора фрикционных коэффициентов γ_{ij} соответствует предположению, что ядерная вязкость имеет двухтельный механизм, свойственный обычным жидкостям. Однако условия адекватности ядерной вязкости этому механизму заведомо не выполнены,

так как из-за принципа Паули длина свободного пробега нуклона сравнима с размерами ядра. Тем не менее двухтельный механизм в течение долгого времени широко [17, 18] использовался при анализе экспериментальных данных. При варьировании одного свободного параметра — коэффициента двухтельной ядерной вязкости ν_0 — двухтельный механизм приводит к неплохим результатам, обеспечивая достаточно хорошее описание многих экспериментальных данных. В [17, 18] были проведены расчеты средней кинетической энергии осколков деления \bar{E}_K в широком интервале значений $Z^2/A^{1/3}$. Из подгонки рассчитанной \bar{E}_K к экспериментальным данным были получены следующие значения данного коэффициента: $\nu_0 = (0,9 \pm 0,3) \times 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ [17]; $\nu_0 = (1,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$ [18]. Заметим, что наши расчеты \bar{E}_K наряду с другими характеристиками массово-энергетических распределений осколков также позволили сделать вывод о коэффициенте двухтельной вязкости [59]: $\nu_0 = (1,5 \pm 0,5) \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. Данные значения ν_0 соответствуют сравнительно малой ядерной вязкости.

Предположение, что механизм ядерной вязкости имеет характер однотельной диссипации, физически более обосновано. Святецким с соавторами [68] при целом ряде упрощений механизма соударения нуклонов с поверхностью ядра были получены простые формулы для однотельного механизма вязкости (формулы «стены» и «стены и окна»). Оценки ядерной вязкости по этим формулам приводят к чрезмерно большим ее значениям, и ядра при этом механизме оказываются супервязкими. Квантовое рассмотрение однотельной диссипации показало [69], что ядерная вязкость составляет лишь около 10% значения, рассчитанного по формуле стены, хотя функциональная зависимость однотельной диссипации от изменения формы ядра формулой стены дается правильно. Поэтому в недавно предложенном [70] модифицированном варианте однотельного механизма диссипации, который получил название «поверхностного» однотельного, вклад в диссипацию от соударений нуклонов о поверхность ядра был существенно (почти в 4 раза; коэффициент редукции $k_s = 0,27$) уменьшен. Значение k_s было получено из анализа экспериментальных данных по ширинам гигантских резонансов. Было показано [70], что использование этого варианта однотельного механизма ядерной вязкости приводит к хорошему описанию зависимости \bar{E}_K от параметра $Z^2/A^{1/3}$. В недавней работе [71] k_s варьировался и из сравнения рассчитанных и экспериментальных значений \bar{E}_K был определен интервал значений $k_s = 0,2 \div 0,5$.

Выяснение механизма ядерной вязкости в делении и получение надежной оценки его значения являются, по существу, сейчас открытыми вопросами. Поэтому представляет несомненный интерес выявление параметров распределений осколков, критичных к используемому в расчетах механизму вязкости. В дальнейшем наряду с результатами расчета параметров распределений, выполненных при исполь-

зовании двухтельного механизма вязкости, будут приведены результаты расчетов и для «поверхностного» однотельного механизма со значением параметра $k_s = 0,27$.

Компоненты диффузионного тензора D_{ij} (кроме масс-асимметричной компоненты $D_{\alpha\alpha}$) вычислялись по формуле Эйнштейна

$$D_{ij} = \gamma_{ij} T, \quad (9)$$

где T — температура внутренних степеней свободы ядра. Компонента $D_{\alpha\alpha}$ рассчитывалась с учетом квантовых флуктуаций:

$$D_{\alpha\alpha} = \gamma_{\alpha\alpha} T_{\alpha}^*, \quad (10)$$

где T_{α}^* — соответствующая эффективная температура, определяемая известным выражением:

$$T_{\alpha}^* = \frac{\hbar\omega_{\alpha}}{2} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_{\alpha}}{2T} \right), \quad \omega_{\alpha} = (C_{\alpha}/m_{\alpha\alpha})^{1/2}. \quad (11)$$

Чтобы учесть квантовые флуктуации x - и h -мод, в [48] предлагалось в каждой точке траектории делящейся системы переходить к локальным нормальным координатам \tilde{x} и \tilde{h} , а затем вычислять соответствующие частоты и эффективные температуры. Как указывалось в [38], для инфинитных мод (a x -мода инфинитна, если динамику деления рассматривать с седловой точки) соответствующая эффективная температура [а следовательно, и компонента диффузионного тензора, если ее определять аналогично (10)] может принимать отрицательные значения, что, по-видимому, не имеет физического смысла. Поэтому проблема учета квантовых флуктуаций инфинитных мод остается в настоящее время открытой. Можно лишь надеяться, что для высоких энергий возбуждения влияние квантовых флуктуаций этих мод несущественно, как это имеет место для α -моды при расчете дисперсий массового распределения σ_M^2 (см. разд. 3).

Методы решения УФП и выбор начальной функции распределения. Из выражения (1) видно, что УФП является линейным относительно функции распределения $(2n + 1)$ -мерным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка. В случае одной степени свободы для решения УФП используют конечно-разностные методы [37, 41] или метод пропагатора [38]. Однако уже в случае двух степеней свободы использовать данные методы невозможно из-за крайней громоздкости вычислений. Поэтому применяют приближенные методы решения УФП: метод ГМП и метод редуцированного пропагатора.

Метод ГМП является очень эффективным при исследовании эволюции функции распределения $f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ с седловой точки до точки разрыва [52—56, 58, 59]. При этом f ищется в виде гауссова распределения, которое полностью определяется своими первыми моментами

$$q_i^m(t) = \int d\xi q_i f; \quad p_i^m(t) = \int d\xi p_i f \quad (12)$$

и вторыми моментами

$$\left. \begin{aligned} \chi_{ij}(t) &= \int d\xi (q_i - q_i^m)(q_j - q_j^m) f = \chi_{ji}(t); \\ \omega_{ij}(t) &= \int d\xi (p_i - p_i^m)(p_j - p_j^m) f = \omega_{ji}(t); \\ \psi_{ij}(t) &= \int d\xi (p_i - p_i^m)(q_j - q_j^m) f \neq \psi_{ji}(t), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где $i, j = 1, \dots, n$; $\xi = (\mathbf{q}, \mathbf{p})$. Выводя систему уравнений для моментов, исходят из условий: а) уравнения для первых моментов должны совпадать с уравнениями движения (обобщенными уравнениями Гамильтона); б) в системе не должно быть моментов выше второго порядка. Чтобы удовлетворить этим требованиям, используют локальную гармоническую аппроксимацию гамильтониана $H = V(\mathbf{q}) + \frac{1}{2} \mu_{ij}(\mathbf{q}) p_i p_j$ [72]. Это означает, что H представляется в виде разложения в ряд Тейлора около $q_i^m(t)$ и $p_i^m(t)$ вплоть до квадратичных членов. Одновременно необходимо считать коэффициенты m_{ij} , γ_{ij} и D_{ij} зависящими не от координат, а от соответствующих средних значений.

К уравнениям для моментов необходимо добавить уравнение, учитывающее возрастание внутренней энергии возбуждения E_{in} за счет диссипации энергии коллективного движения при спуске делящегося ядра с седловой точки. Скорость возрастания E_{in} в любой момент времени равна удвоенной функции Рэля [17]. Тогда температура T , связанная с E_{in} соотношением модели ферми-газа

$$T = (10 E_{in}/A)^{1/2}, \quad (14)$$

в процессе спуска будет возрастать. Начальное условие для E_{in} естественно выбрать как

$$E_{in}(0) = E^* - E_f. \quad (15)$$

Начальную функцию распределения при рассмотрении динамики деления с седловой точки обычно выбирают согласно концепции метода переходного состояния [29]. Как уже отмечалось, x - и h -моды не являются нормальными, поэтому для определения начальных условий в седловой точке осуществляется переход к нормальным координатам. В нормальных координатах \tilde{x} и \tilde{h} начальное распределение по инфинитной (делительной) координате предполагается δ -образным, а по соответствующему импульсу — равновесным с учетом лишь ядер, движущихся в направлении деления:

$$p_{\tilde{x}}^m(0) = (2T_{sd} m_{\tilde{x}sd} / \pi)^{1/2}; \quad \omega_{\tilde{x}}(0) = T_{sd} m_{\tilde{x}sd} (1 - 2/\pi). \quad (16)$$

По финитной (ортогональной) моде распределение как по координате, так и по импульсу предполагается равновесным:

$$p_{\tilde{h}}^m(0) = 0; \quad \chi_{\tilde{h}}(0) = T_{sd}/C_{\tilde{h}sd}; \quad \omega_{\tilde{h}}(0) = T_{sd} m_{\tilde{h}sd}; \quad \psi_{\tilde{h}}(0) = 0, \quad (17)$$

где $C_{\tilde{h}sd} = (\partial^2 V / \partial \tilde{h}^2)_{sd}$, а $m_{\tilde{x}sd}$ и $m_{\tilde{h}sd}$ — нормализованные компоненты инерционного тензора. Возвращаясь к исходным координатам x и h , находим значения соответствующих моментов начальной функции распределения. Начальное распределение по масс-асимметричной моде, так же как по \tilde{h} -моде, предполагается равновесным:

$$p_{\alpha}^m(0) = 0; \chi_{\alpha}(0) = T_{\alpha sd}^* / C_{\alpha sd}; \omega_{\alpha}(0) = T_{\alpha sd}^* m_{\alpha sd}; \psi_{\alpha}(0) = 0, \quad (18)$$

Такое определение начальной функции распределения использовалось в [52—56, 58, 59], однако оно не является единственно возможным. Физически более последовательным является выбор начального распределения в виде стационарного решения Крамерса [25] (точнее, его обобщения на многомерный случай, сделанного в [73]), справедливого вблизи седловой точки. Несомненным достоинством решения Крамерса является то, что в нем фигурирует ядерная вязкость. Обобщенное решение Крамерса [73] использовалось в качестве начального условия УФП в [51], где УФП в случае двух степеней свободы решалось методом редуцированного пропагатора.

Как указывалось во введении, нами была исследована применимость метода ГМП при решении УФП (4) в задаче о спуске делящегося ядра с барьера в случае одной — делительной — степени свободы. Решение УФП, полученное методом ГМП, сравнивалось с решением, полученным «точным» конечно-разностным методом, описанным в [37]. Зависимости коэффициентов УФП от безразмерной координаты x , а также параметры начальной функции распределения координаты x и сопряженного импульса p , взятой в гауссовой форме, выбирались следующим образом:

$$V = -\frac{x^4}{12} - \frac{11}{12} x^2 + 5; \quad (19a)$$

$$m = 35 \left(1 + \frac{1}{8} \exp [2 - x] \right); \quad (19б)$$

$$\beta = \gamma / m = \exp [1 - x]; \quad (19в)$$

$$T = \begin{cases} 1, & x \leq 2; \\ 0,1x + 0,8, & x \geq 2; \end{cases} \quad (19г)$$

$$x^m(0) = 2; p^m(0) = 5 \cdot 10^{-21} \text{ МэВ} \cdot \text{с}; \chi(0) = 0,1; \omega(0) = 13 \cdot 10^{-42} \text{ МэВ}^2 \cdot \text{с}^2; \psi(0) = 0, \quad (19д)$$

где V , T даны в МэВ; m — в 10^{-42} МэВ \cdot с²; β — в 10^{21} с⁻¹. Зависимости от координаты x (19а)—(19г) выбирались схематично, главным было не воспроизвести реальную ситуацию, а сделать процедуру сравнения достаточно жесткой. Эволюция функции распределения исследовалась до момента времени $4 \cdot 10^{-21}$ с, который можно интерпретировать как момент разрыва. При этом перепад потенциальной энергии между начальным и конечным моментами времени составил около 24 МэВ.

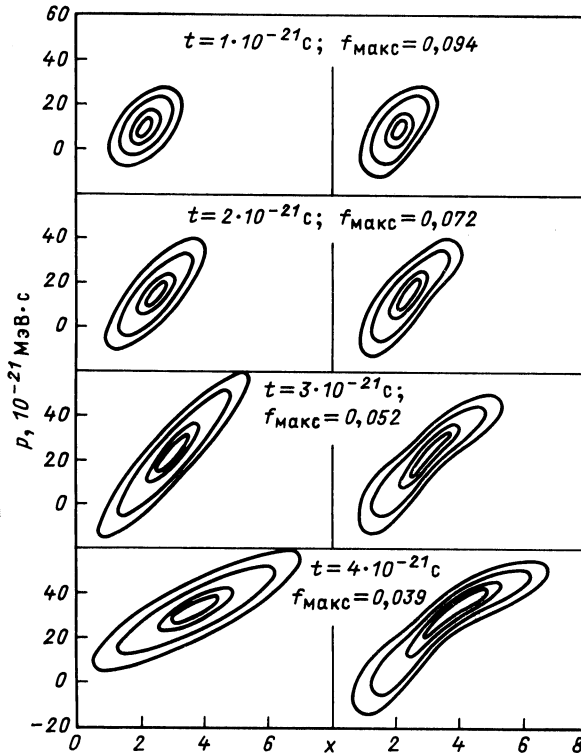


Рис. 1. Контурные диаграммы функции распределения, полученной при решении УФП методом ГМП (слева) и конечно-разностным методом [37] (справа) в различные моменты времени. В момент времени t линии уровня (от внутренней к внешней) соответствуют значениям $0,75 f_{\text{max}}$, $0,5 f_{\text{max}}$, $0,05 f_{\text{max}}$ и $0,005 f_{\text{max}}$, где $f_{\text{max}} = (2\pi)^{-1} [\chi(t) \omega(t) - \psi^2(t)]^{-1/2}$ — максимальное значение функции распределения, найденной методом ГМП

На рис. 1 показаны контурные диаграммы функции распределения, найденной в различные моменты времени методом ГМП (слева) и конечно-разностным методом (справа). Видно, что формы линий уровня при данных методах решения несколько различаются. Тем не менее сравнение контурных диаграмм функции распределения, а также значений ее первых и вторых моментов, рассчитанных в этих подходах к решению УФП, позволяет считать метод ГМП вполне пригодным при изучении на основе УФП спуска делящейся системы с седловой точкой до точки разрыва.

Наиболее последовательным является изучение динамики деления из основного состояния. Вид начальной функции распределения в этом случае очевидный — распределение Максвелла — Больцмана. Как говорилось во введении, метод ГМП для решения УФП при этом заведомо неприменим. В случае нескольких степеней свободы при решении задачи о прохождении делящейся системой многомерного потенциального барьера [48, 57] УФП (1) необходимо решать более корректным, но значительно более громоздким методом редуцированного пропагатора, который впервые был предложен в [45] (достаточно подробное изложение этого метода см. в [57]).

Изучение динамики деления из основного состояния [48, 57] позволило выяснить, насколько различаются между собой моменты функции распределения вблизи седловой точки, вычисленные в предположении статистического равновесия [по формулам (16)—(18)] и при установившемся квазистационарном токе через барьер. Оказалось, что при разумном значении ядерной вязкости моменты, вычисленные двумя указанными способами, могут отличаться (в табл. [57] приведены значения для ^{205}At). Тем не менее анализ выбора начального распределения в седловой точке на значения рассчитываемых параметров энергетического распределения, проведенный в [38], а также дисперсий массового распределения осколков σ_M^2 , проведенный в [55, 57], позволяет сделать следующий вывод: благодаря забыванию делящейся системой при ее эволюции своего состояния в седловой точке при расчете распределений осколков средних (район астата) и тяжелых делящихся ядер выбор начальной функции распределения не играет существенной роли. Все результаты расчетов распределений, представленных в обзоре, получены (если не оговорено) при изучении динамики деления с седловой точки, в которой начальная функция распределения выбиралась в статистически равновесном виде.

Метод расчета наблюдаемых величин и выбор линии разрыва. В [52, 54] был предложен метод вычисления наблюдаемых характеристик распределений осколков по известному решению УФП (1), который позволяет избежать влияния быстрого увеличения флуктуаций инфинитной делительной координаты и сопряженного импульса на значения рассчитываемых характеристик распределений осколков деления возбужденных ядер, с чем столкнулись авторы работы [33]. Этот метод основан на использовании понятия линии разрыва. Предполагается, что распределение коллективных переменных формируется от седловой точки до некоторой конфигурации, при которой происходит «мгновенный» разрыв шейки ядра без изменения его вытанутости. Мгновенность означает, что разрыв происходит за время, много меньшее времени спуска с седловой точки. При дальнейшей эволюции делящейся системы распределение коллективных переменных формально может меняться, однако из физических соображений ясно, что послеразрывное движение оказывает лишь второстепенное влияние на свойства осколков. Это утверждение, которое, разумеется, не является строго доказанным, можно принимать как определение точки разрыва, а предлагаемый нами метод можно рассматривать как первое приближение к реальной физической картине.

Формально такое определение означает, что имеются некоторые условия, которым должны удовлетворять коллективные переменные, когда по их распределению вычисляют свойства осколков. Следует отметить, что в настоящее время нет однозначного критерия, определяющего совокупность конфигураций разрыва ядра на осколки.

Во многих работах ([12—16, 33] и др.) для определения множества разрывных конфигураций используется условие обращения в нуль радиуса шейки ядра. В $\{c, h, \alpha\}$ параметризации при $\alpha = 0$ значения координат c и h , при которых радиус шейки равен нулю, удовлетворяют уравнению

$$1/c^3 - 0,4 h - 0,1 (c - 1) = 0, \quad (20)$$

которое описывает некоторую кривую линию в (c, h) -плоскости (отсюда, собственно, и название «линия разрыва»). Очевидно, что такое определение линии разрыва неудовлетворительно, так как описание ядра в МЖК теряет смысл, когда радиус шейки становится сравнимым с расстоянием между нуклонами.

Привлекательным с физической точки зрения является определение точки разрыва по месту исчезновения гребня между долиной деления и долиной осколков [2]. Однако такое определение предполагает, что траектория разделяющей системы пройдет через точку исчезновения гребня, хотя это далеко не очевидно. Указанное определение можно обобщить на линию разрыва следующим образом: это геометрическое место точек (x, h) , в которых

$$(\partial^2 V / \partial h^2) = 0. \quad (21)$$

Такой критерий разрыва можно назвать критерием неустойчивости ядра относительно вариаций толщины его шейки.

Еще одним физически разумным является критерий выбора линии разрыва из условия равенства сил кулоновского отталкивания будущих осколков и ядерного притяжения между ними [18].

При любом из указанных выше определений линии разрыва на коллективные координаты x и h накладывается условие

$$\varphi(x, h) = 0. \quad (22)$$

Вычисление любой наблюдаемой характеристики распределений осколков деления Ω , являющейся функцией коллективных переменных $\xi = (x, h, \alpha, p_x, p_h, p_\alpha)$, проводится следующим образом:

$$\langle \bar{\Omega} \rangle = N^{-1} \int_0^\infty dt \int d\xi f(\xi, t) \Omega(\xi) \delta[\varphi(x, h)], \quad (23a)$$

где

$$N = \int_0^\infty dt \int d\xi f(\xi, t) \delta[\varphi(x, h)]. \quad (23b)$$

Здесь угловые скобки означают усреднение по ансамблю, а черта сверху — усреднение по времени. Наличие в подынтегральных выражениях δ -функции означает, что учитываются лишь ядра, имеющие разрывные конфигурации. Проводится также интегрирование по времени, поскольку разные ядра могут принимать разрывные конфигурации в разные моменты времени.

Подобный способ вычисления наблюдаемых характеристик для случая лишь одной делительной степени свободы, когда линия разрыва (22) вырождается в точку ($x = x_{sc}$), был использован в [20].

В [50] для одномерной диффузионной модели было показано, что интегрирование по времени решения УФП с начальными условиями (16) позволяет получить стационарное распределение, у которого несколько первых моментов по импульсу в районе точки разрыва асимптотически с ростом вязкости приближаются к значениям соответствующих моментов стационарного решения Крамерса (3). Это является еще одним аргументом для обоснования метода вычисления наблюдаемых величин, основанного на использовании линии разрыва [52, 54].

Анализ упрощенного варианта и предельных случаев диффузионной модели. В целях анализа возможностей предложенного метода расчета наблюдаемых величин и предельных случаев диффузионной модели кратко обсудим результаты расчетов параметров энергетического распределения осколков, проведенных в [52, 54]. При этом значение масс-асимметричной координаты $\alpha = 0$ (рассматривается деление ядра на осколки равной массы), т. е. задача становится двумерной: учитываются флуктуации делительной моды и моды шейки.

Моды x и h предполагались независимыми. Справедливость такого допущения обсуждается в разд. 2. Потенциальная энергия аппроксимировалась формулой

$$V(x, h) = -\frac{1}{2} C_x x^2 + \frac{1}{2} C_h h^2, \quad (24)$$

где $x = 2(\rho - \rho_{sd})$, а жесткости C_x и C_h имеют положительные постоянные значения, оцененные в жидкокапельной модели. Температура ядра T предполагалась постоянной, тензоры инерционных и фрикционных коэффициентов — диагональными, а их компоненты ($m_x, m_h, \gamma_x, \gamma_h$) — не зависящими от координат. Начальная функция распределения выбиралась в седловой точке ($x_{sd} = 0, h_{sd} = 0$) в статистически равновесном виде. Такая упрощенная модель позволяет построить аналитическое решение УФП (1), представляющее собой гауссово распределение. Алгоритм построения функции Грина изложен в [74]; если начальное условие — произвольное гауссово распределение, то решение УФП строится путем его свертки с функцией Грина [52, 54].

Уравнение линии разрыва с хорошей точностью можно аппроксимировать прямой:

$$h - h_{sc} = F_0 (x - x_{sc}). \quad (25)$$

В обсуждаемом упрощенном варианте модели [52, 54] $h_{sc} = 0, \rho_{sc} = 1,22$ (в единицах $R_0 = r_0 A^{1/3}$).

Благодаря сделанным упрощающим предположениям формулы (23а), (23б) можно преобразовать к виду

$$\langle \bar{\Omega} \rangle = \int_0^{\infty} I_0(t) \langle \Omega \rangle (t) dt / \int_0^{\infty} I_0(t) dt, \quad (26)$$

где $\langle \Omega \rangle (t)$ — среднее по ансамблю в момент времени t , а функция

$$I_0(t) = \int d\xi f(\xi, t) \delta[\varphi(x, h)] \quad (27)$$

играет роль плотности вероятности разрыва ядра в данный момент времени. Если уравнение линии разрыва имеет вид (25), то интеграл (27) вычисляется аналитически, и

$$I_0(t) = (\chi_x F_0^2 + \chi_h)^{-1/2} \exp \left\{ - \frac{F_0^2 (x^m - x_{sc})^2}{\chi_x F_0^2 + \chi_h} \right\}, \quad (28)$$

где $x^m(t)$, $\chi_x(t)$ и $\chi_h(t)$ — моменты гауссова распределения. Эта функция показана на рис. 2 для нескольких значений коэффициента

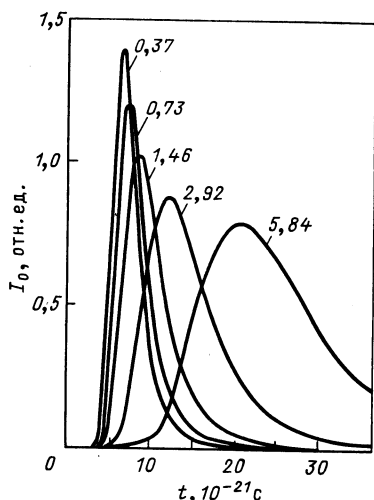


Рис. 2. Зависимость плотности вероятности разрыва от времени для ядра ^{252}Fm . Числа около кривых $I_0(t)$ указывают значения коэффициента трения γ_x в единицах $2\pi R_0^3 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$

трения γ_x . Как видно из рис. 2, зависимость $I_0(t)$ — это кривая с максимумом. Соответствующее этому максимуму значение \tilde{t}_{sc} определяет момент времени, в который наиболее вероятно достижение делящимся ядром разрывной конфигурации. Как и следовало ожидать, с увеличением γ_x время, необходимое для спуска делящегося ядра с седла до разрыва, возрастает. Кроме того, с ростом γ_x происходит «уширение» кривой $I_0(t)$, что связано с увеличением флуктуаций делительной моды.

При расчете параметров энергетического распределения предполагалось, что полная кинетическая энергия осколков E_K есть сумма

кулоновской энергии отталкивания осколков V_c и кинетической энергии относительного движения осколков (предразрывной кинетической энергии) E_{ps} . Тогда среднее значение полной кинетической энергии \bar{E}_K находится как

$$\bar{E}_K = \langle \bar{V}_c \rangle + \langle \bar{E}_{ps} \rangle, \tag{29}$$

а выражение для ее дисперсии имеет вид

$$\sigma_{E_K}^2 = \sigma_{V_c}^2 + \sigma_{E_{ps}}^2 + 2\sigma_{V_c E_{ps}}, \tag{30}$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{V_c}^2 &= \langle \bar{V}_c^2 \rangle - (\langle \bar{V}_c \rangle)^2; \\ \sigma_{E_{ps}}^2 &= \langle \bar{E}_{ps}^2 \rangle - (\langle \bar{E}_{ps} \rangle)^2; \\ \sigma_{V_c E_{ps}} &= \langle \bar{V}_c \bar{E}_{ps} \rangle - \langle \bar{V}_c \rangle \langle \bar{E}_{ps} \rangle. \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

Предразрывная кинетическая энергия в таком упрощенном варианте задачи вычисляется по формуле

$$E_{ps} = p_x^2 / 2m_x. \tag{32}$$

Если энергию кулоновского отталкивания осколков V_c разложить в ряд около точки разрыва и ограничиться линейными членами, то

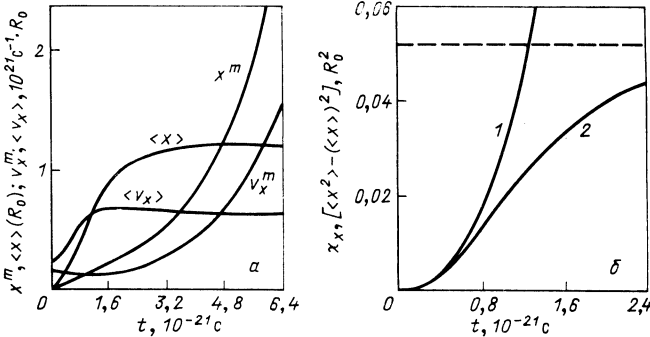


Рис. 3. Зависимость первых (x^m и v_x^m , рис. а) и второго (χ_x , кривая 1 на рис. б) моментов функции распределения и соответствующих им величин, усредненных по ансамблю ($\langle x \rangle$ и $\langle v_x \rangle$, рис. а; $[x^2 - \langle x \rangle^2]$, кривая 2 на рис. б), от времен для ядра ^{252}Fm . Штриховая прямая на рис. б соответствует значению T/ChF_0^2 , к которому стремится $[x^2 - \langle x \rangle^2]$ при $t \rightarrow \infty$

интегрирование по ансамблю в (29) и (31) удается выполнить аналитически. Как уже отмечалось, моменты функции распределения, связанные с инфинитной x -модой [например, $x^m(t)$, $\chi_x(t)$], экспоненциально возрастают со временем. Использование линии разрыва приводит к тому, что после интегрирования по ансамблю каждому

такому моменту соответствует функция, стремящаяся при $t \gg \beta_x^{-1}$, ω_x^{-1} к постоянному значению (рис. 3). Тогда любая функция $\langle \Omega \rangle(t) I_0(t)$, так же как и $I_0(t)$, будет иметь вид кривой с максимумом, и интегралы по времени в (29) и (31) сходятся. Заметим, что непосредственное использование моментов функции распределения [$x^n(t)$ и т. п.] для вычисления средних значений наблюдаемых приводит к расходимостям. Интегралы по времени, к которым сводятся выражения (29) и (31), допускают оценку по методу Лапласа. Полученные таким образом выражения для параметров энергетического распределения приведены в [52, 54].

Расчеты в такой упрощенной модели с фиксированной для всех ядер точкой разрыва ($\rho_{sc} = 1,22$, $h_{sc} = 0$) [52] не позволили воспроизвести существенный рост $\sigma_{E_K}^2$, наблюдаемый в эксперименте с увеличением Z^2/A . В [54] конфигурация разрыва находилась из подгонки (для каждого ядра) рассчитываемой \bar{E}_K к экспериментальным значениям. В результате была выявлена тенденция перехода к более вытянутым конфигурациям разрыва с утяжелением делящегося ядра, которая позволила качественно объяснить рост $\sigma_{E_K}^2$ с увеличением Z^2/A . Заметим, что расчеты, проведенные в [58, 59] с зависимостью всех коэффициентов УФП от координат и в предположении двухтельного механизма ядерной вязкости, подтвердили предположение [54] относительно изменения формы конфигурации разрыва с утяжелением делящегося ядра.

Рассматриваемый метод вычисления наблюдаемых величин не является единственно возможным. В [49, 50] для вычисления среднего значения предразрывной кинетической энергии \bar{E}_{ps} и ее дисперсии $\sigma_{E_{ps}}^2$ в рамках столь же упрощенной (но одномерной) модели, как и наша, был предложен метод, использующий понятие «поток» частиц, изображающих процесс деления ядра, через точку разрыва. В упомянутых работах использовалось стационарное решение Крамера $f_K(x, v)$ (3) УФП (2) [25]. Формула для вычисления, например, \bar{E}_{ps} * имеет следующий вид:

$$\bar{E}_{ps} = \frac{1}{2} m \int_{-\infty}^{\infty} v^3 f_K(x_{sc}, v) dv / j, \quad (33)$$

где

$$j = \int_{-\infty}^{\infty} v f_K(x_{sc}, v) dv \quad (34)$$

— величина, имеющая смысл скорости деления и соответствующую размерность — время⁻¹. Заметим, что в методе, основанном на понятии линии разрыва, функция $I_0(t)$ имеет размерность — длина⁻¹.

* Здесь и в дальнейшем среднее значение наблюдаемой величины обозначается чертой сверху независимо от способа усреднения.

Нами были проведены сравнительные расчеты \bar{E}_{ps} и $\sigma_{E_{ps}}^2$ в рамках рассматриваемой двумерной модели с помощью обоих методов и с одинаковой функцией распределения, зависящей от времени. В двумерной модели с «поток» формула, аналогичная (33), имеет вид

$$\bar{E}_{ps} = \frac{1}{2} m_x \int_0^{\infty} dt \int v_n v_x^2 f(x, h, v_x, v_h, t) \delta[\varphi(x, h)] dx dh dv_x dv_h / \tilde{j}, \quad (35)$$

где

$$\tilde{j} = \int_0^{\infty} dt \int v_n f(x, h, v_x, v_h, t) \delta[\varphi(x, h)] dx dh dv_x dv_h. \quad (36)$$

Здесь v_n — нормальная к линии разрыва компонента вектора скорости.

Таблица 1. Выражения для средней предразрывной кинетической энергии \bar{E}_{ps} и ее дисперсии при различных использованных методах расчета

Метод расчета	\bar{E}_{ps}	$\sigma_{E_{ps}}^2$
I	$3T\kappa a_1 + \frac{1}{2} m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1^2$	$2T\kappa a_1^2 [3T\kappa + m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1]$
II	$T\kappa a_1 + \frac{1}{2} m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1^2$	$2T\kappa a_1^2 [T\kappa + m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1]$
III	$T\kappa a_1 + \frac{1}{2} m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1^2 + T$	$2T\kappa a_1^2 [T\kappa + m \omega_b^2 x_{sc}^2 a_1] + T^2$

Примечание. При расчете использовались следующие методы вычисления наблюдаемых величин:

- I. Двумерная модель с «поток»;
- II. Двумерная модель без «поток»;
- III. Одномерная модель [50] с «поток», использующая стационарное решение Крамера.

В выражениях, полученных в рамках двумерной диффузионной модели, величины m_x , $\kappa_x = \frac{\gamma_x}{2m_x \omega_x}$, $\omega_x = \left(\frac{C_x}{m_x}\right)^{1/2}$ переобозначены на m , κ , ω_b соответственно. Введено обозначение $a_1 = [(1 + \kappa^2)^{1/2} - \kappa]$.

В табл. 1 приводятся наши результаты и результаты [49, 50]. Очевидно внешнее сходство всех трех типов выражений в табл. 1. Более того, при разумном значении коэффициента $\beta_x = \frac{\gamma_x}{m_x}$ имеет место хорошее количественное согласие результатов. Формулы для \bar{E}_{ps} и $\sigma_{E_{ps}}^2$, полученные с использованием потока, I и III и без него II приводят к существенно различным результатам лишь при ано-

мально большом трении: $\beta_x \gg \omega_x$. В этом случае, который соответствует «статистическому» пределу (см. ниже), методы расчета I и III приводят к одинаковым выражениям:

$$\bar{E}_{ps} = 3T/2; \quad \sigma_{E_{ps}}^2 = 3T^2/2, \quad (37)$$

а метод II дает

$$\bar{E}_{ps} = T/2; \quad \sigma_{E_{ps}}^2 = T^2/2. \quad (38)$$

Чрезвычайно громоздкие вычисления с потоком предпочтительнее с физической точки зрения, однако более полные двумерные расчеты \bar{E}_K и $\sigma_{E_K}^2$ показали, что количественное отличие рассчитанных обоими способами величин незначительное.

Представляет значительный методический интерес анализ выражений для параметров энергетического распределения (29)—(31) в предельных случаях малого и большого трения (подробнее см. в [52], [54]). Статистический предел соответствует случаю очень большого трения ($\beta_x \gg \omega_x$), когда спуск с седловой точки является чрезвычайно медленным. Величины, вычисленные в статистическом пределе, будем отмечать индексом st. Они имеют вид

$$\bar{V}_{c\ st} \simeq V_{c\ sc}; \quad (39a)$$

$$\bar{E}_{ps\ st} \simeq T/2, \quad (39б)$$

$$\sigma_{V_{c\ st}}^2 \simeq \tilde{V}_{c,x}^2 T / (C_h F_0^2); \quad (39в)$$

$$\sigma_{E_{ps\ st}}^2 \simeq T^2/2; \quad (39г)$$

$$\sigma_{V_{cE_{ps\ st}}} \simeq 0, \quad (39д)$$

где

$$\tilde{V}_{c,x} = \left(\frac{\partial V_c}{\partial x} \right)_{sc} + F_0 \left(\frac{\partial V_c}{\partial h} \right)_{sc} < 0. \quad (40)$$

Эти формулы показывают, что диффузионная модель, как и следовало ожидать, приводит в этом предельном случае к результатам стандартной статистической модели [7—10]. В самом деле, $V_{c\ sc} \simeq 150 \div 200$ МэВ, и \bar{E}_K при разумном значении температуры ядра практически совпадает с энергией кулоновского отталкивания. Дисперсия $\sigma_{E_{K\ st}}^2$ определяется дисперсией энергии кулоновского отталкивания осколков $\sigma_{V_{c\ st}}^2$. Расчет по формуле (39в) при $T = 1$ МэВ дает значения около 50 МэВ² для ²³⁸U и около 70 МэВ² для ²⁵²Fm, значительно заниженные по сравнению с экспериментальными данными.

Рассмотрение случая исчезающе малого трения ($\beta_x \ll \omega_x$, $\beta_h \ll \omega_h$) соответствует другому — «динамическому» — пределу диффузионной модели. Действительно, при исчезающе малом трении диффузионные коэффициенты, которые находятся по формуле (9), стремятся к нулю. Таким образом, флуктуации коллективных переменных при спуске делящегося ядра с седла до разрыва исключаются

из рассмотрения. Это и есть описываемый традиционной динамической моделью (т. е. моделью без учета диссипативных сил) случай [12—16]. В нашем определении динамического предела существенно именно обращение в нуль диффузионных коэффициентов. При этом УФП (1) превращается в линейное дифференциальное уравнение первого порядка в частных производных, которое эквивалентно системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В данном случае это уравнения Гамильтона, описывающие эволюцию средних значений коллективных переменных.

В рассмотренном упрощенном варианте диффузионной модели аналитические формулы и оценки были получены для параметров энергетического распределения. Аналогичные формулы для параметров массового распределения и величин, характеризующих динамику спуска делящихся ядер с седловой точки, будут приведены в соответствующих разделах.

2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ДЕЛЯЩЕГОСЯ ЯДРА

Динамические траектории в пространстве коллективных координат. При изучении эволюции делящейся системы с седловой точки, когда для решения УФП (1) используется метод ГМП, ее траектория определяется уравнениями для первых моментов функции распределения, которые совпадают с обобщенными уравнениями Гамильтона:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq_i^m(t)}{dt} &= \mu_{ij} p_j^m; \\ \frac{dp_i^m(t)}{dt} &= -\frac{1}{2} p_j^m p_k^m \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial q_i^m} - \frac{\partial V}{\partial q_i^m} - \gamma_{ij} \mu_{jk} p_k^m. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Найденные из системы (41) зависимости средних значений коллективных координат от времени и определяют динамическую траекторию делящегося ядра. При использовании параметризации $\{c, h, \alpha\}$ необходимо найти, таким образом, $c^m(t)$ [или $\rho^m(t)$] $h^m(t)$ и $\alpha^m(t)$. При рассмотрении деления нагретых ядер, когда V представляется выражением (8), тензоры m_{ij} и γ_{ij} рассчитываются в гидродинамическом приближении, а $\alpha^m(0)$ и $p_\alpha^m(0)$ равны нулю, моменты $\alpha^m(t)$ и $p_\alpha^m(t)$ будут равны нулю при любом t . Следовательно, траектория будет представлять собой линию $(x^m(t), h^m(t))$ в плоскости (x, h) . При рассмотрении эволюции делящейся системы с основного состояния (см. ниже), когда УФП (1) решается методом редуцированного пропагатора, на положение траектории оказывают влияние и диффузионные коэффициенты D_{ij} . Но и в этом случае траектория соответствует $\alpha = 0$.

Основные закономерности динамики спуска с седла к разрыву при использовании двухтельного механизма вязкости подробно обсуждались в [55, 58]. Типичные траектории спуска при этом механизме показаны на примере ядер ^{205}At и ^{252}Fm на рис. 4. При изменении

коэффициента двухтельной вязкости ν_0 от нуля до некоторого $\tilde{\nu}_0$ (вообще говоря, зависящего от ядра) форма разрывной конфигурации для заданного ядра с увеличением ν_0 становится более вытянутой. При $\nu_0 > \tilde{\nu}_0$ траектория движения и точка разрыва практически те же, что и при $\nu_0 = \tilde{\nu}_0$. Еще одной характерной особенностью динамики спуска ядра с седла к разрыву при двухтельном механизме является существенное увеличение (при фиксированном ν_0) вытянутости разрывной конфигурации с утяжелением делящегося ядра. Это заметно сказывается на кулоновской энергии отталкивания будущих осколков в момент разрыва и на их предразрывной энергии (подробнее см. в разд. 3).

На рис. 4 обращает на себя внимание то, что траектории с самого начала спуска с седла резко отклоняются от дна долины деления. Очевидно, причиной этого является сильная недиагональность инерционного и фрикционного (если $\nu_0 \neq 0$) тензоров в (c, h) -координатах. Чтобы выявить роль недиагональности тензора m_{ij} , проведем методический расчет для ^{252}Fm . Начальные значения для c^m и h^m выберем такими, чтобы система находилась в «сплюснутых формах» вблизи дна долины деления, причем потенциальная энергия должна быть больше высоты барьера деления. В этом случае, очевидно, если положить $\nu_0 = 0$ и систему предоставить самой себе [$p_c^m(0) = p_h^m(0) = 0$], то она, постепенно «разогнавшись», преодолит барьер деления и устремится к разрыву. Естественно, что ее траектория определяется принципом наименьшего действия и вытекающими из него уравнениями движения.

В случае, когда недиагональные компоненты инерционного тензора полагаются равными нулю, траектория проходит в достаточной близости от дна долины деления, хотя и несколько отклоняется от него. Это отклонение объясняется тем, что инертную систему всегда будет «заносить» на поворотах, если она движется с достаточной скоростью не по прямой. В нашем случае это имеет место, поскольку дно долины деления — кривая линия.

В случае ненулевых m_{ch} и m_{hc} налицо заметные осцилляции траектории. Вначале поведение траектории определяют и «стремление» идти по дну долины деления, и недиагональность инерционного тензора, которая при этом, впрочем, невелика. Затем, примерно после преодоления барьера, когда m_{ch} и m_{hc} сильно растут, траектория уходит в сторону от дна, причем проходит довольно близко к соответствующей (также рассчитанной при $\nu_0 = 0$) траектории, полученной при рассмотрении динамики деления с седловой точки.

Для ненулевых значений ν_0 траектория спуска с седла к разрыву еще больше отклоняется от дна долины деления. Это связано с сильной недиагональностью в (c, h) -координатах фрикционного тензора γ_{ij} , которая «усиливает» роль недиагональности тензора m_{ij} в отклонении траектории от дна. При использовании «поверхностного» однетельного механизма вязкости [70, 71] недиагональность тензора

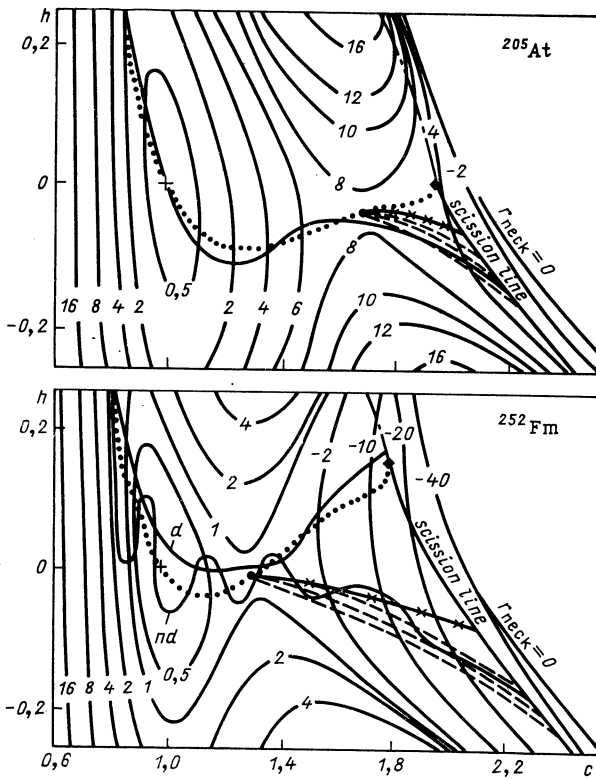
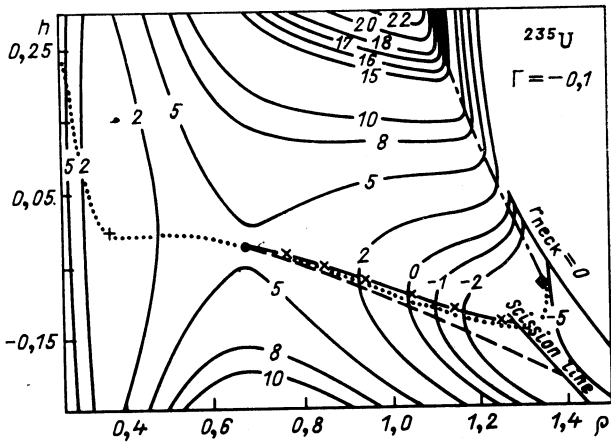
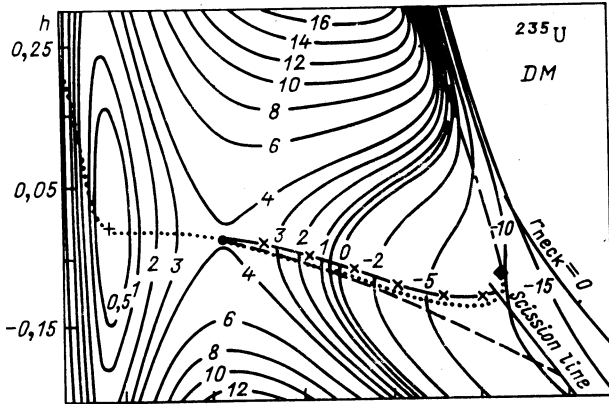
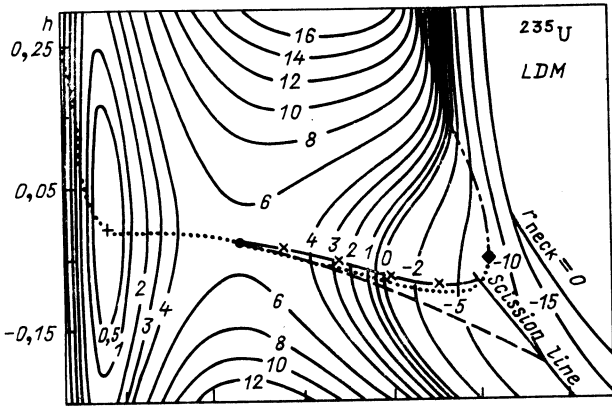


Рис. 4. Динамические траектории делящейся системы на энергетической поверхности в МЖК с параметрами [61] для ядер ^{205}At и ^{252}Fm в (c, h) -плоскости: сплошные кривые с цифрами (значения в МэВ) — линии постоянного значения энергии деформации; точечная кривая — дно долины деления; штрихпунктир — гребень между долиной деления и долиной двух осколков; +, ●, ◆ — основное состояние, седловая точка и точка исчезновения гребня соответственно; штриховые кривые — траектории спуска с седла к разрыву, рассчитанные при $v_0 = 0$ (верхняя кривая), $2 \cdot 10^{-23}$ (средняя) и $5 \cdot 10^{-23}$ (нижняя) МэВ·с·фм⁻³ соответственно; кривая с крестиками — траектория для «поверхностного» однотельного механизма вязкости. Линия разрыва (scission line) получена из условия (21). Линия с пометкой $r_{\text{neck}} = 0$ соответствует нулевому радиусу шейки ядра [см. (20)]. Сплошная кривая на рисунке для ^{205}At — траектория, полученная методом редуцированного пропагатора при рассмотрении динамики деления с основного состояния ($v_0 = 2 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³). Сплошные кривые на рисунке для ^{252}Fm — траектории, рассчитанные при нулевой вязкости с диагональным (кривая d) и недиагональным (кривая nd) инерционными тензорами

γ_{ij} в (c, h) -координатах становится существенно меньше, и траектория лежит ближе к дну, чем при нулевой вязкости и двухтельном механизме вязкости (кривая с крестиками на рис. 4).

Таким образом, анализ траекторий делящихся ядер, проведенный с использованием (c, h) -координат, показал, что эти координаты не являются нормальными, и рассматривать c - и h -моды независимыми нельзя.



← Рис. 5. Динамические траектории делящегося ядра ^{235}U на энергетической поверхности в МЖК с параметрами [62] (вверху), в модели малой капли [64] (в середине) и в МЖК с учетом энергии кривизны с параметрами Струтинского [63] (внизу) в (ρ, h) -плоскости. Все обозначения и кривые аналогичны обозначениям и кривым рис. 4. В расчетах с использованием двухтельного механизма вязкости $\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-23} \text{ МэВ} \cdot \text{с} \cdot \text{фм}^{-3}$. Линия разрыва получена из условия равенства сил кулоновского отталкивания будущих осколков и ядерного притяжения между ними; параметр ядерного взаимодействия [18] $\lambda = 2,4 \text{ фм}$

Траектории должны проходить вблизи дна долины деления, если использовать «идеальную» [2] параметризацию, где коллективные координаты нормальны (или почти нормальны). В [2] указывалось, что координаты (ρ, h) являются более естественными и могут приближенно рассматриваться как независимые. В разд. 1 это предположение было использовано. Как показали расчеты в (ρ, h) -координатах недиагональности тензоров m_{ij} и γ_{ij} выражены гораздо меньше, чем в (c, h) , следовательно, траектории должны ближе проходить к соответствующему дну долины деления. Динамические траектории спуска делящегося ядра с седла к разрыву, рассчитанные в (ρ, h) -координатах для обоих используемых механизмов вязкости, показаны на примере ядра ^{236}U на рис. 5.

При использовании двухтельного механизма вязкости траектория на своем большом протяжении — вплоть до $\rho \simeq 1,0$ — следует близко к дну долины деления, и лишь затем постепенно отклоняется от него. Как и в случае (c, h) -координат, при переходе от легких к более тяжелым делящимся ядрам форма разрывных конфигураций становится более вытянутой.

При использовании поверхностного однотельного механизма вязкости траектория спуска на всем своем протяжении «буквально» следует дну долины деления, повторяя даже его поворот на сторону больших h незадолго до точки разрыва (на рис. 5 этого не видно, поскольку в отличие от рис. 4 в показанном варианте расчета линия разрыва, выбираемая из другого критерия, лежит ближе к седловой точке). Вследствие такого характера спуска разрывные конфигурации всех делящихся ядер от Pt до Fm практически остаются одними и теми же, как это следовало из статических расчетов в МЖК [2].

Следует отметить, что все полученные закономерности в положении траекторий и точек разрыва не меняются, если в качестве модели для расчета потенциальной энергии вместо простой версии МЖК [62] использовать МЖК с учетом энергии кривизны [63] или модель малой капли [64]. Будут иметь место лишь незначительные численные отличия. Например, в расчетах с использованием поверхностного однотельного механизма вязкости координаты точки разрыва имеют следующие значения: 1) $\rho_{sc} = 1,22$, $h_{sc} = -0,09$ — для простой версии МЖК; 2) $\rho_{sc} = 1,28$, $h_{sc} = -0,135$ — для МЖК с учетом энергии кривизны; 3) $\rho_{sc} = 1,26$, $h_{sc} = -0,12$ — для модели малой капли (рис. 5).

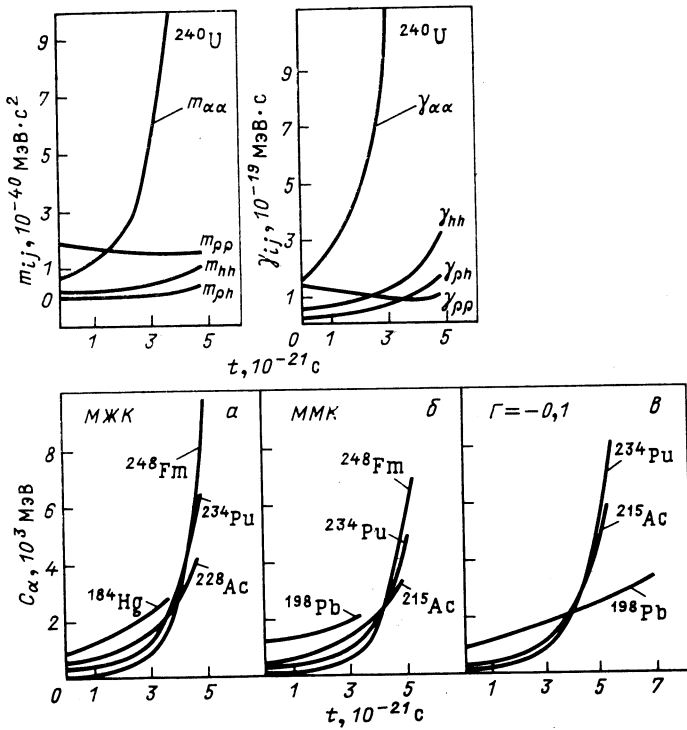


Рис. 6. Зависимости компонент тензоров инерционных (вверху слева) и фрикционных (вверху справа) коэффициентов и коэффициентов жесткости относительно масс-асимметричной координаты (внизу) от времени для указанных ядер при спуске с седловой точки к разрыву. Расчеты проведены в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ MeV·с·фм⁻³). При вычислении m_{ij} и γ_{ij} использовался метод Вернера-Уиллера, при вычислении C_α — [62] МЖК (а), модель малой капли (б) и МЖК с учетом энергии кривизны (в)

На рис. 6 показана зависимость коэффициентов УФП — жесткости относительно масс-асимметричной координаты C_α , а также тензоров фрикционных и инерционных коэффициентов от времени при спуске ядра с седловой точки к разрыву. Обращает на себя внимание заметно меньшее увеличение жесткости C_α при спуске в модели малой капли в сравнении с МЖК. В МЖК [63] с учетом энергии кривизны, напротив, видно значительное увеличение жесткости при спуске по сравнению с моделями жидкой и малой капель. Данное отличие в зависимостях $C_\alpha(t)$ является одной из главных причин существенного различия рассчитанных дисперсий массовых распределений осколков при использовании в качестве коэффициентов УФП разных макроскопических моделей (подробнее см. разд. 3). Что касается временной зависимости компонент m_{ij} и γ_{ij} , то отметим прежде всего, что тензор m_{ij} в координатах (ρ, h) является на большем

участке спуска почти диагональным, что и обуславливает близость траектории спуска к дну долины деления. Компоненты $m_{\alpha\alpha}$ и $\gamma_{\alpha\alpha}$ значительно возрастают при движении делящейся системы к разрыву.

В [48, 57] были получены траектории делящейся системы при рассмотрении ее динамики из основного состояния. УФП (1) решалось методом редуцированного пропагатора. При этом функция распределения в любой момент времени имеет следующий вид:

$$f(c, h, \alpha, p_c, p_h, p_\alpha, t) = d_{\text{red}}(c, t) G(h, \alpha, p_c, p_h, p_\alpha; c, t), \quad (42)$$

где функция G представляет собой локальное (при фиксированном c) гауссово распределение пяти переменных: $h, \alpha, p_c, p_h, p_\alpha$. Спустя некоторое время t_{st} после начала рассмотрения эволюции делящейся системы функция распределения становится стационарной. Под траекторией делящегося ядра в таком подходе понимается геометрическое место точек $(c, h^m(c, t \geq t_{\text{st}}))$ на (c, h) -плоскости [как отмечалось выше, $\alpha^m(c, t) = 0$].

Такая траектория показана на рис. 4 для ^{205}At . Видно, что траектория проходит через основное состояние ($c = 1, h = 0$) и в достаточной близости от седловой точки. При $c > c_{sd}$ траектория существенно отклоняется от дна долины деления. Такое поведение, характерное и для траекторий, полученных при рассмотрении динамики деления с седловой точки с помощью уравнений движения (41), обусловлено очень сильным ростом недиагональных компонент инерционного тензора с увеличением c при $c > c_{sd}$.

Описание динамики деления из основного состояния в духе установления квазистационарного тока вероятности через барьер или точку разрыва, является, конечно, более последовательным с физической точки зрения, чем с седловой точки. Ограниченностью использованной в [48, 57] модели следует считать ее неспособность изучать эволюцию из основного состояния тяжелых делящихся ядер, для которых $E_f \leq T$. В этом случае (впервые он был рассмотрен в рамках одномерной диффузионной модели в [41]) имеет место лавинообразное перемещение функции распределения вправо от основного состояния, и об установлении квазистационарного тока через седловую точку (или любую другую) не может быть и речи.

Все обсужденные закономерности в поведении траекторий делящихся ядер, в положении точек разрыва и в зависимостях коэффициентов УФП от времени оказывают непосредственное влияние на значения рассчитываемых характеристик распределений осколков деления, поэтому они будут привлекаться по мере необходимости для анализа представленных в разд. 3 результатов.

Время спуска делящегося ядра с седловой точки до точки разрыва. Величиной, характеризующей скорость спуска делящегося ядра к разрыву, является среднее время спуска системы с седловой точки до точки разрыва \bar{t}_{sc} . В [49, 50] в рамках одномерной диффузионной модели с помощью стационарного решения Крамера $f_K(x, v)$ (3)

УФП (2) было получено следующее выражение для \bar{t}_{sc} .

$$\begin{aligned} \bar{t}_{sc} &= \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_0^{x_{sc}} f_K(x, v) dx / j = \\ &= \frac{2}{\omega_b} [(1 + \kappa^2)^{1/2} + \kappa] R \left[\left(\frac{1}{2} m \omega_b^2 x_{sc}^2 / T \right)^{1/2} \right], \end{aligned} \quad (43)$$

где x_{sc} — координата точки разрыва; κ определено в (4);

$$R(z) = \int_0^z \exp(y^2) dy \int_y^{\infty} \exp(-x^2) dx.$$

Оценка для среднего времени спуска делящегося ядра с седловой точки до точки разрыва, которая может быть получена в рамках упрощенного варианта диффузионной модели, обсуждавшегося в разд. 1, дает

$$\bar{t}_{sc} = \int_0^{\infty} t I_0(t) dt / \int_0^{\infty} I_0(t) dt \simeq [\omega_{1x} - \beta_x / 2]^{-1} \ln \left(\frac{2x_{sc} \omega_{1x}}{v_{x0}} \right), \quad (44)$$

где $\omega_{1x} = (\omega_x^2 + \beta_x / 4)^{1/2}$, а v_{x0} — значение скорости делящейся системы на барьере.

Формулу (43) интересно сравнить с выражением (44), которое удобно для этого переписать в виде

$$\bar{t}_{sc} \simeq [\omega_{1x} - \beta_x / 2]^{-1} \ln \left[\left(\frac{m_x \omega_{1x}^2 x_{sc}^2}{2T} \right)^{1/2} \sqrt{\pi} \right]. \quad (44a)$$

Используя асимптотическое выражение для функции ошибок, с которой связана функция $R(z)$, получаем из (43) формулу, справедливую при $z \gg 1$:

$$\bar{t}_{sc} \simeq [\omega_{1x} - \beta_x / 2]^{-1} \ln [(m_x \omega_{1x}^2 x_{sc}^2 / 2T)^{1/2}]. \quad (43a)$$

Выражения (43a) и (44a) приводят к количественно близким результатам, если перепад энергии между седловой точкой и точкой разрыва ($\Delta V = m_x \omega_{1x}^2 x_{sc}^2 / 2$) много больше температуры T делящегося ядра. Это выполнено для β -стабильных ядер тяжелее Bi. Для более легких ядер (начиная с Pt) оценка (43a) становится неверной, так как не выполнены условия $\beta_x t_{sc}$, $\omega_x t_{sc} \gg 1$. Предполагая выполненными обратные неравенства, находим

$$\bar{t}_{sc} \approx x_{sc} / v_{x0} = \frac{\sqrt{\pi}}{\omega_x} \left(\frac{m_x \omega_{1x}^2 x_{sc}^2}{2T} \right)^{1/2}. \quad (44b)$$

Соответствующая асимптотика (т. е. при $z \ll 1$) функции $R(z)$ сводит (43) к выражению

$$\bar{t}_{sc} \simeq \sqrt{\pi} [\omega_{1x} - \beta_x / 2]^{-1} \left(\frac{m_x \omega_{1x}^2 x_{sc}^2}{2T} \right)^{1/2}. \quad (43b)$$

Очевидно сходство выражений (43б) и (44б). Количественное различие между значениями \bar{t}_{sc} , рассчитанными по формулам (43) и (44), в общем случае может быть значительным.

Из (43) и (44) видно, что \bar{t}_{sc} является функцией коэффициента γ (γ пропорционально γ). Как указывалось в [49, 50], измерение времени спуска ядра с седла до разрыва может являться «прямым» методом определения ядерной вязкости. К сожалению, до настоящего времени не найдены экспериментально измеряемые величины, которые несли бы однозначную и легко расшифровываемую информацию о времени спуска, а следовательно, о механизме и значении ядерной вязкости. Полученные недавно в [75] результаты по измерению множественности предразрывных нейтронов интерпретируются авторами как свидетельство в пользу однотельного механизма ядерной вязкости с характерным временем спуска порядка $20 \cdot 10^{-21}$ с.

Результаты расчета \bar{t}_{sc} в рамках диффузионной модели, которая использовалась для изучения распределений осколков и в которой все коэффициенты УФП зависят от коллективных координат, представлены на рис. 7. Значение \bar{t}_{sc} определялось как время, необходи-

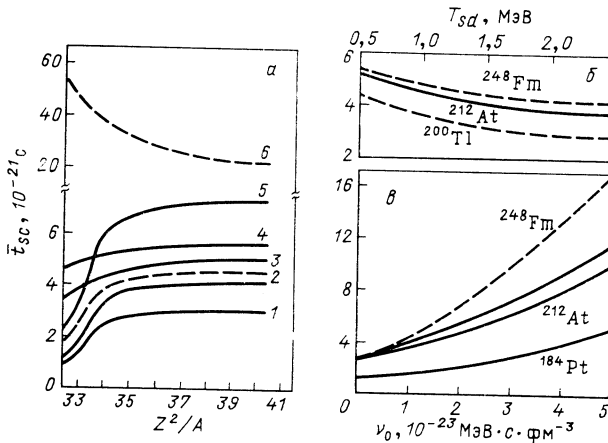


Рис. 7. Зависимость среднего времени спуска с седловой точки до точки разрыва делящейся системы от параметров составного ядра:

a — Z^2/A ; b — температуры в седловой точке; α — коэффициента двухтельной ядерной вязкости: пунктирные кривые рассчитаны при выборе начальных значений импульсов с учетом ядерной вязкости (использовалось стационарное решение Крамерса), сплошные — в предположении равновесных начальных значений импульсов [см. (16) и (17)]. Для рис. a расчет проведен при $T_{sd} = 1,5$ МэВ при нулевой вязкости (кривая 1) в предположении двухтельного ($2 - v_0 = 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$); 3 и 4 — $v_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$; 5 — $v_0 = 3 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ и поверхностного однотельного (кривая 6) механизмов вязкости. Кривая 3 рассчитана с использованием МЖК [62]; 4 — модели малой капли, все остальные — с использованием МЖК [61]; на рис. b кривые рассчитаны с $v_0 = 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ и МЖК [61] для ядер ^{200}Tl и ^{248}Fm и $v_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ \cdot с \cdot фм $^{-3}$ и МЖК [62] для ^{212}At и МЖК [61] для ^{184}Pt и ^{248}Fm .

мое системе для спуска с седловой точки до пересечения траектории спуска с линией разрыва. Из рис. 7, а видно, что при поверхностном одностельном механизме вязкости значение \bar{t}_{sc} гораздо больше значения, получаемого в предположении двухстельного механизма. Это различие обусловлено тем, что значение одностельной вязкости существенно больше (примерно на порядок) двухстельной, соответствующей значению $\nu_0 = (1 \div 2) \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³. Рисунок 7, б показывает, что \bar{t}_{sc} слабо зависит от T_{sd} . Этот же вывод сделан в [50], где \bar{t}_{sc} рассчитывалось для вращающегося составного ядра ^{162}Yb с $l = 75 \hbar$ по формуле (43). Для легких делящихся ядер с $Z^2/A \geq 34$ значения \bar{t}_{sc} сильно различаются при использовании в расчетах различных макроскопических моделей (рис. 7, а). На значение \bar{t}_{sc} , конечно, оказывает влияние выбор начальных импульсов (рис. 7, а, е). Вместе с тем значения рассчитываемых характеристик распределений осколков деления при разумном варьировании начальных значений импульсов меняются очень слабо (не более 2 %). Поэтому с точки зрения вопросов, обсуждаемых в данном обзоре, посвященном изучению именно свойств распределений осколков, \bar{t}_{sc} не является столь важным параметром, как, например, при расчете делимости нагретых ядер и множественности предразрывных нейтронов [42, 43].

3. МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

До недавнего времени задача о формировании массовых и энергетических распределений осколков решалась в ограниченном виде [51—58]: внимание уделялось расчету только первых и вторых моментов одномерных распределений. Энергетическое распределение рассчитывалось для осколков равной массы ($M = A/2$) [51, 52, 54, 58], а массовое распределение соответствовало наиболее вероятной кинетической энергии [55, 56]. Представляется очевидным, что теоретические подходы, привлекаемые для интерпретации экспериментальных данных, в том числе и диффузионная модель, должны обеспечивать возможность расчета двумерного массово-энергетического распределения и на его основе — одномерных усредненных распределений. К настоящему времени двумерные массово-энергетические распределения достаточно полно были рассмотрены лишь в работе Никса и Святецкого [12] (позднее в [76] расчеты в улучшенном варианте их модели сравнивались с большой совокупностью экспериментальных данных), а в рамках диффузионной модели — в недавней работе [59]. Теоретическое рассмотрение двумерных массово-энергетических распределений кроме возможности адекватного сравнения с экспериментальными данными представляет также большой интерес и с точки зрения изучения корреляции параметров распределения. Корреляция масс и кинетических энергий осколков содержит

дополнительную информацию о разрывной конфигурации делящегося ядра.

В [59] метод расчета моментов наблюдаемых характеристик осколков, основанный на использовании линии разрыва и изложенный в разд. 1, был обобщен для вычисления непосредственно самих распределений наблюдаемых характеристик осколков $W(\Omega)$. Размерность вектора Ω , например k , в представляющих практический интерес случаях, как правило, меньше $2n$ -размерности вектора ξ . Так как величины $\Omega_1, \dots, \Omega_k$ есть функции ξ , то можно, наоборот, выразить некоторые из компонент ξ , например $\xi_0 = (\xi_1, \dots, \xi_k)$, через Ω и остальные $(2n - k)$ -компоненты $\xi' = (\xi_{k+1}, \dots, \xi_{2n})$:

$$\xi_0 = \xi_0(\Omega, \xi'). \quad (45)$$

Тогда обобщение (23а), (23б) приводит к выражению

$$W(\Omega) = N_{\Omega} \int_0^{\infty} dt \int d\xi' f(\xi, t) \delta[\varphi(x, h)] \left| \frac{D\xi_0}{D\Omega} \right|, \quad (46)$$

где N_{Ω} — коэффициент, обеспечивающий нормировку W на единицу, а $|D\xi_0/D\Omega|$ — якобиан перехода, соответствующий (45).

При рассмотрении двумерного массово-энергетического распределения осколков $\Omega = \{E_K, M\}$. Переменные E_K и M являются функциями коллективных переменных $\xi = (\rho, h, \alpha, p_{\rho}, p_h, p_{\alpha})$ (далее везде в качестве делительной координаты используется ρ):

$$\left. \begin{aligned} E_K &= V_c(\rho, h, \alpha) + E_{Ts}(\rho, h, p_{\rho}, p_h); \\ M &= M(\rho, h, \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Дальнейшие детали метода расчета $W(E_K, M)$ подробно обсуждены в [59].

В проведенных расчетах с использованием двухтельного механизма вязкости свободным параметром модели является коэффициент v_0 . Другим фактором, влияющим на результаты расчетов, служит выбор линии разрыва. Как обсуждалось выше, вопрос о выборе линии разрыва — в настоящее время один из открытых вопросов теории деления. В расчетах $W(E_K, M)$ линия разрыва определялась из условия баланса сил кулоновского отталкивания и ядерного притяжения будущих осколков [18]. При этом параметр ядерного взаимодействия $\lambda = 2,4$ фм для всех рассмотренных ядер. Такое значение было выбрано в результате подгонки рассчитываемой \bar{E}_K на основе $W(E_K, M)$ (см. ниже) к экспериментальным значениям этой величины по данным систематик [77, 78] для ядер с $Z^2/A^{1/3} \simeq 1500$ с точностью до 1 МэВ. В свою очередь значение v_0 определялось из условия наилучшего описания экспериментальных данных по дисперсиям σ_M^2 и σ_{E_K} для тех же ядер. В расчетах для всех остальных ядер это значение v_0 и определенная таким образом линия разрыва считались фиксированными. Большинство расчетов (за исключением

тех, где изучалась зависимость характеристик распределений от ν_0) было проведено при $\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³.

В расчетах с использованием поверхностного однотельного механизма вязкости коэффициент редукции k_s [70, 71] не варьировался (как отмечалось выше, $k_s = 0,27$).

Обсуждение результатов расчета массово-энергетического распределения осколков. Наиболее полный и наглядный способ представления расчетов массово-энергетического распределения осколков — это контурные диаграммы распределения $W(E_K, M)$. Типичные диаграммы, рассчитанные в диффузионной модели, показаны на рис. 8 на примере составного ядра ^{213}At . Для сравнения на рисунке также показаны экспериментальные диаграммы, взятые из [76]. Прежде всего следует отметить хорошее согласие в общем характере линий уровня на экспериментальных и теоретических диаграммах. Показанные на рис. 8 контурные диаграммы, рассчитанные в диффузионной модели, совершенно подобны диаграммам, полученным в [12] в рамках динамической модели с нулевой вязкостью, хотя методы расчета $W(E_K, M)$ в [12] и в [59] различны. Из рис. 8 видно, что

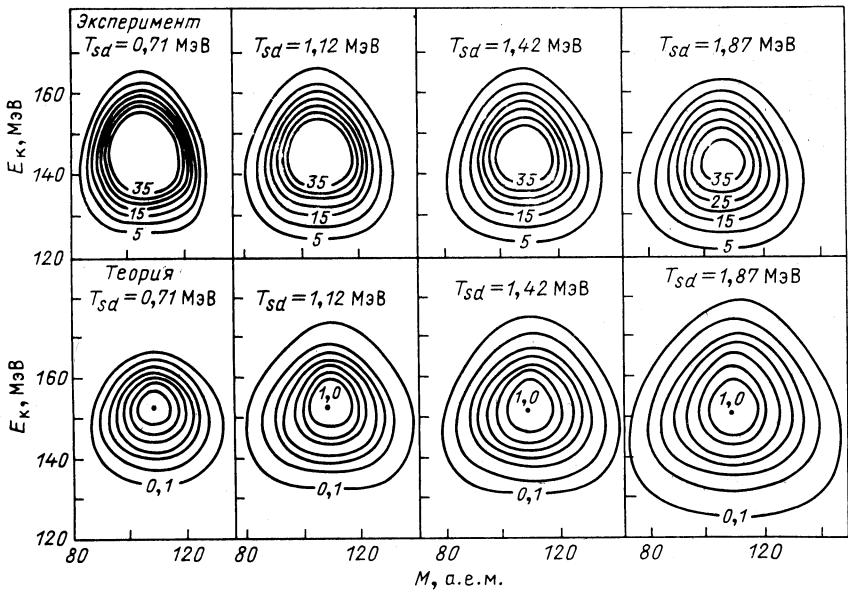


Рис. 8. Контурные диаграммы массово-энергетического распределения осколков деления ядра ^{213}At при различных значениях T_{sd} :

вверху — экспериментальные диаграммы, взятые из [76]; внизу — диаграммы, рассчитанные в диффузионной модели в предположении двухтельного механизма вязкости; точка в центре рассчитанных диаграмм соответствует максимальному значению $W(E_K, M)$ (условно принято $W_{\max} = 1$); линия уровня с числом 0,1 соответствует значению $0,1 W_{\max}$; остальные линии уровня построены для значений $W(E_K, M)$, отличающихся от значений соседней линии уровня на $0,1125 W_{\max}$

вблизи максимума W форма линий уровня близка к эллипсоидальной, а в области малых значений W линии становятся похожими на треугольники со сглаженными углами. Такое же изменение формы линий уровня было отмечено в [12]. На рис. 8 можно наблюдать, как с ростом энергии возбуждения (или T_{sd}) составного ядра увеличивается ширина массово-энергетического распределения.

Представленные контурные диаграммы также ясно указывают на существующую жидкокапельную корреляцию отношения масс и кинетической энергии осколков. Одной из характерных черт проявления этой корреляции является наличие при фиксированной E_K максимумов распределения $W(E_K, M)$ по M при $M \neq A/2$ в области малых E_K . Такая форма данных локальных распределений не свидетельствует, конечно, об асимметричном делении, наличие которого отразилось бы на форме линий уровня $W(E_K, M)$ совершенно иначе (см. например, [79]).

Далее вся информация о характеристиках распределения $W(E_K, M)$ будет обсуждаться в терминах одномерных усредненных энергетических

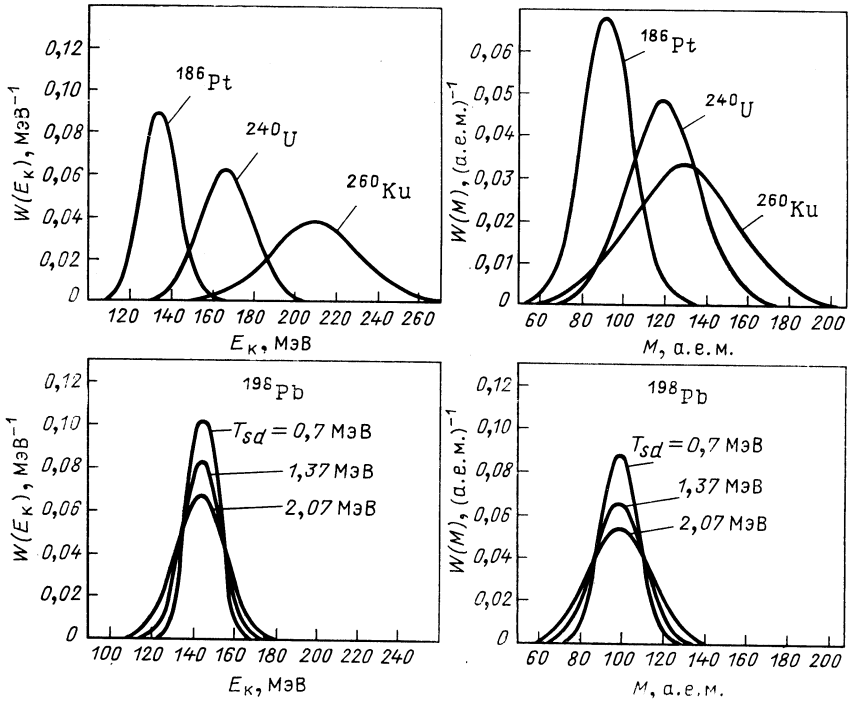


Рис. 9. Усредненные энергетические и массовые распределения осколков деления (нормированные на единицу), рассчитанные в предположении двухтельного механизма вязкости при $T_{sd} = 1,5$ МэВ для различных ядер (вверху) и для ядра ^{198}Pb при различных значениях T_{sd} (внизу)

ческих и массовых распределений, их средних значений и дисперсий. Будет рассмотрена также корреляция параметров $W(E_K, M)$.

Энергетическое распределение, полученное в результате усреднения $W(E_K, M)$ по массам осколков, имеет вид кривой с одним максимумом и обычно как в экспериментальных, так и в теоретических работах аппроксимируется гауссоидой, характеризуемой средним значением \bar{E}_K и дисперсией $\sigma_{E_K}^2$. Аналогично массовое распределение, полученное в результате усреднения $W(E_K, M)$ по E_K , при достаточно высоких энергиях возбуждения также аппроксимируется гауссоидой со средним значением $\bar{M} = A/2$ и дисперсией σ_M^2 . Аппроксимация этих одномерных распределений гауссоидами является удобной и общепринятой, но ее точность часто может являться неудовлетворительной.

На рис. 9 приведены одномерные усредненные массовые и энергетические распределения при температуре ядра в седловой точке $T_{sd} = 1,5$ МэВ. Здесь же показаны массовые и энергетические

Таблица 2. Значения Ex_{E_K} — эксцесса и Sk_{E_K} — коэффициента асимметрии энергетического распределения, рассчитанные при различных значениях коэффициента двухтельной ядерной вязкости и температуры ядра при использовании МЖК [62] и модели малой капли (нижние строки для ^{200}Hg , ^{230}Th и ^{252}Cf)

Ядро	T_{sd} , МэВ	ν_0 , 10^{-23} МэВ·с·фм $^{-3}$	Ex_{E_K}	Sk_{E_K}
^{200}Hg	1,5	1,5	0,663	-0,075
	1,5	1,5	1,327	-0,222
^{230}Th	1,5	1,5	0,762	-0,65
	1,5	1,5	1,152	-0,096
^{252}Cf	1,5	1,5	1,014	-0,059
	1,5	1,5	1,542	-0,272
^{212}At	0,7	1,5	0,329	-0,027
	1,4	1,5	0,604	-0,064
	2,4	1,5	1,018	-0,122
	1,5	0,5	0,449	-0,040
	1,5	3	0,878	-0,094
	1,5	5	1,039	-0,119

распределения для ядра ^{198}Pb , каждое для трех значений T_{sd} . С ростом Z и T_{sd} происходит уширение распределений, и модель хорошо воспроизводит наблюдаемый в эксперименте рост дисперсий с увеличением Z^2/A и энергии возбуждения. Форма всех распределений, представленных на этом рисунке, является приближенно гауссовой. Степень отклонения этих распределений от гауссовых может быть выражена через коэффициент асимметрии и эксцесс [80] — величины, связанные с третьим и четвертым моментами распределений. Эти характеристики для некоторых ядер и значений T_{sd} приведены

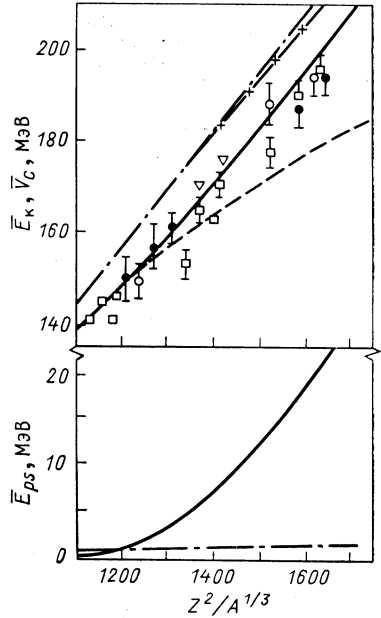


Рис. 10. Зависимости средних значений кинетической энергии и кулоновской энергии отталкивания осколков (вверху), предразрывной кинетической энергии осколков (внизу) от $Z^2/A^{1/3}$:

сплошные кривые соответствуют \bar{E}_k и \bar{E}_{Cs} , рассчитанным в предположении двухтельного механизма вязкости, штрихпунктирные — тем же величинам в случае поверхностного однотельного механизма; пунктирная кривая и кривая с крестиками показывают зависимость кулоновской энергии отталкивания осколков от $Z^2/A^{1/3}$ при двухтельном и поверхностном однотельном механизмах соответственно. Ссылки на экспериментальные значения \bar{E}_k даны в [17]

в табл. 2. Коэффициент асимметрии для массового распределения при рассмотрении симметричного деления, естественно, точно равен нулю. Эксцесс массового распределения также близок к нулю, что связано с выбором зависимости потенциальной энергии относительно координаты массовой асимметрии α в виде гармонического осциллятора [см. (8)]. Более последовательное рассмотрение формы массового распределения требует, безусловно, учета более высоких членов разложения потенциальной энергии по степеням α .

Эксцесс энергетического распределения свидетельствует о том, что оно является более островершинным по сравнению с гауссойдой. Кроме того, нет симметрии энергетического распределения относительно \bar{E}_k : коэффициент асимметрии заметно отличен от нуля и отрицателен. Точность экспериментальных массово-энергетических распределений не позволяет [12] определить коэффициент асимметрии

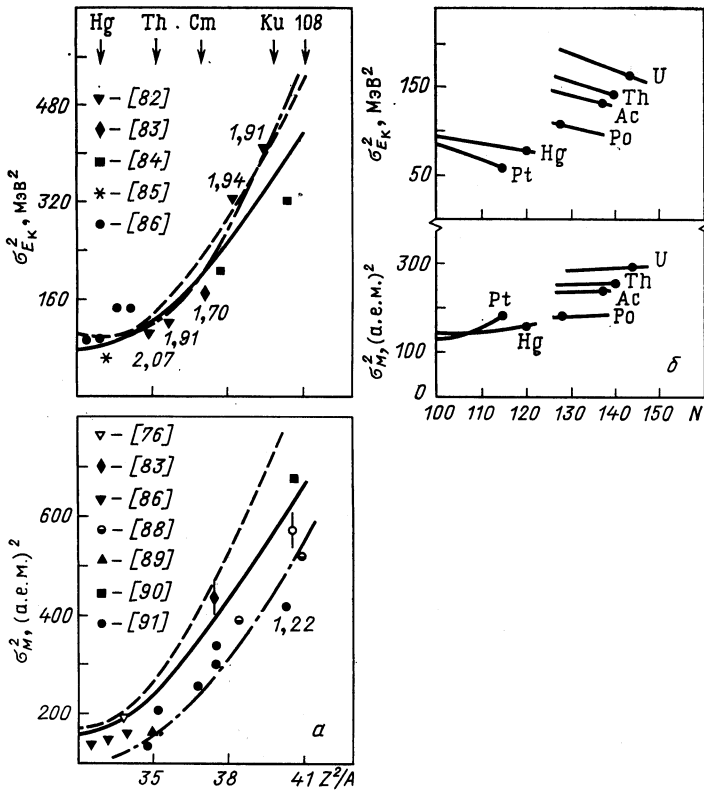


Рис. 11. Зависимости дисперсий усредненных энергетического и массового распределений осколков деления от Z^2/A (а) и от числа нейтронов составного ядра (б), рассчитанные в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³) при $T_{sd} = 1,5$ МэВ. Расчеты проведены в МЖК [62] (сплошные кривые), модели малой капли (пунктир) и МЖК [63] с учетом энергии кривизны (штрихпунктир). Числа при некоторых экспериментальных точках указывают значение T_{sd} (в МэВ), при которой получены эти данные, если она существенно отличается от 1,5 МэВ. Точкой на рис. б указан β -стабильный изотоп для данного элемента

и эксцесс массовых и энергетических распределений и сравнить их с рассчитанными значениями. Коэффициент асимметрии и эксцесс энергетического распределения могут быть косвенным образом найдены из распределения множественности нейтронов деления [81].

На рис. 10–12 демонстрируются зависимости первых и вторых моментов энергетического и массового распределений, полученных усреднением $W(E_R, M)$ соответственно по M и E_R , от нуклонного состава и энергии возбуждения (или T_{sd}) делящихся ядер. До сих пор излагались результаты, полученные на основе двумерного массово-энергетического распределения $W(E_R, M)$ [59], и это явля-

ется наиболее последовательным при количественном анализе массового и энергетического распределений. Вместе с тем следует отметить, что «полные» расчеты подтвердили все выводы, сделанные при изучении одномерных массового (соответствующего наиболее вероятной кинетической энергии осколков) [55, 56] и энергетического (рассчитанного для осколков равной массы) [58] распределений. Отметим также, что очень часто в эксперименте определяют усредненные

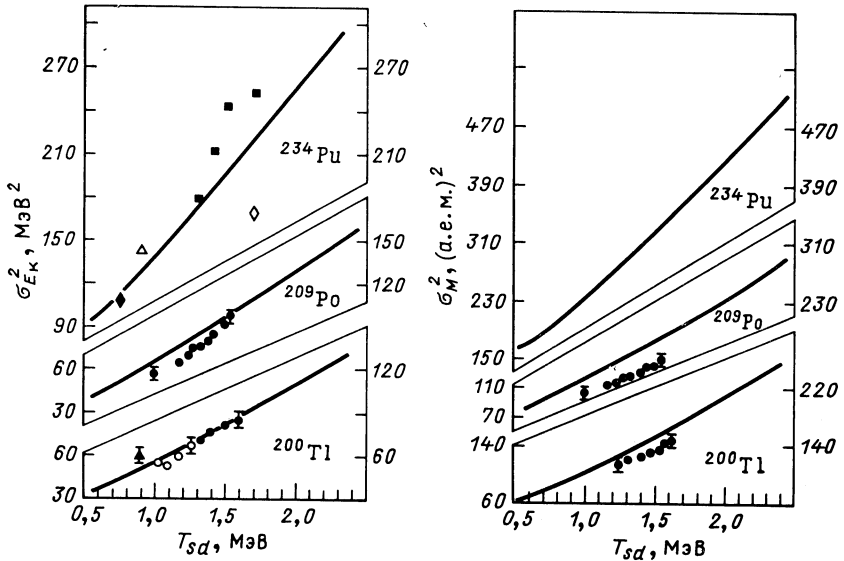


Рис. 12. Зависимости дисперсий усредненных энергетического (слева) и массового (справа) распределений осколков деления от температуры ядра в седловой точке:

точки на рисунках для $\sigma_{E_K}^2(T_{sd})$: \diamond , \blacksquare , \bullet , \blacklozenge , \blacktriangle , \circ — экспериментальные данные [83, 84, 86, 92—94] соответственно; точки \bullet на рисунках для $\sigma_M^2(T_{sd})$ — экспериментальные данные [86]

(либо по массам осколков, либо по их кинетическим энергиям) распределения; кроме того, характеристики двумерного массово-энергетического распределения обычно [76] обсуждаются в терминах первых и вторых моментов одномерных усредненных распределений. Поэтому одномерные распределения [55, 56, 58] при необходимости также будут ниже привлекаться при интерпретации полученных результатов и их сравнении с экспериментальными данными.

Первые и вторые моменты энергетического распределения. Первые и вторые моменты энергетического распределения осколков являются величинами, довольно чувствительными к характеру динамики спуска делящегося ядра с седловой точки к разрыву и к формам разрывных конфигураций. Поэтому экспериментальные значения средней кинетической энергии осколков

тической энергии осколков \bar{E}_K традиционно привлекаются в качестве одного из важнейших источников данных, по которым делаются оценки ядерной вязкости [17, 18, 71]. Экспериментальные данные по \bar{E}_K описываются в рамках простых систематик [77, 78], которым можно дать ясное физическое объяснение как в рамках статистической модели, так и в проведенных Струтинским статических жидкокапельных расчетах [2,60]. Анализ экспериментальных данных по \bar{E}_K , выполненный в [5,17], обнаруживает заметные отступления от линейной зависимости \bar{E}_K от параметра $Z^2/A^{1/3}$, особенно для области тяжелых делящихся ядер ($Z^2/A^{1/3} > 1100$). При этих значениях

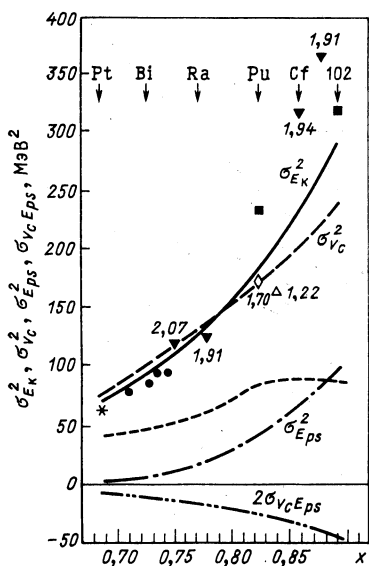


Рис. 13. Зависимости дисперсии кинетической энергии осколков деления и ее компонент от параметра делимости, рассчитанные в рамках двумерной [58] диффузионной модели при $T_{sd} = 1,5$ МэВ:

мелкий пиктир — σ_{EK}^2 (x), рассчитанная при нулевой вязкости, все остальные зависимости получены в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 2 \cdot 10^{-23}$ МэВ · с · фм⁻³); точки ∇ , \diamond , \square , $*$, \bullet , \triangle — экспериментальные данные [82—86, 93] соответственно. Числа при некоторых экспериментальных точках указывают значение T_{sd} (в МэВ), при которой получены эти данные, если она существенно отличается от 1,5 МэВ

$Z^2/A^{1/3}$ наблюдается также сильный рост дисперсий кинетической энергии осколков σ_{EK}^2 с утяжелением делящегося ядра (см. рис. 11, а и 13).

На рис. 10 представлены результаты расчетов \bar{E}_K и ее компонент — кулоновской энергии отталкивания \bar{V}_c и предразрывной кинетической энергии \bar{E}_{ps} — от параметра $Z^2/A^{1/3}$. Для двухтельного механизма ядерной вязкости при переходе от легких к более тяжелым делящимся ядрам разрывные конфигурации, как уже отмечалось, становятся более вытянутыми. Это заметно сказывается на \bar{V}_c и \bar{E}_{ps} . Для ядра Fm предразрывная кинетическая энергия достигает 20 МэВ и составляет около 10 % \bar{E}_K . При использовании двухтельного механизма вязкости диффузионная модель качественно правильно описывает отступления от линейной зависимости \bar{E}_K ($Z^2/A^{1/3}$).

Поверхностный однотельный механизм вязкости приводит к совершенно другому характеру динамики спуска, и это самым непосредственным образом проявляется в зависимости $\bar{E}_K (Z^2/A^{1/3})$ и соотношении \bar{E}_{ps} и \bar{V}_c . При этом механизме ядерной вязкости разрывные конфигурации всех делящихся ядер практически остаются одними и теми же [95] (см. разд. 2), как это следовало из статических расчетов Струтинского в МЖК. Кулоновская энергия отталкивания будущих осколков поэтому пропорциональна параметру $Z^2/A^{1/3}$ и из-за большой вязкости при этом механизме составляет практически всю величину \bar{E}_K (предразрывная кинетическая энергия при этом пренебрежимо мала — см. рис. 10). Поэтому зависимость $\bar{E}_K (Z^2/A^{1/3})$ при поверхностном однотельном механизме вязкости является с хорошей точностью линейной. Заметное превышение теоретических значений \bar{E}_K над экспериментальными может быть устранено в нашей модели соответствующим выбором линии разрыва (см. обсуждение в разд. 2). Представленные на рис. 10 результаты получены при использовании различных механизмов ядерной вязкости, но одинаковых всех других параметрах диффузионной модели.

Как уже отмечалось, этот результат — почти одинаковая форма разрывных конфигураций для широкого диапазона делящихся ядер (от Pt до Fm) — не изменится, если вместо МЖК использовать модель малой капли [64]. Это приблизительное постоянство точки разрыва для всех рассмотренных делящихся ядер приводит к тому, что наблюдаемое в эксперименте [5] отступление от линейной зависимости $E_K^2 (Z^2/A^{1/3})$ при «поверхностном» однотельном механизме в используемом варианте диффузионной модели с тремя коллективными координатами (ρ , h , α) не воспроизводится. Возможно, результат изменится в нужную для согласия с экспериментом сторону при использовании большего числа коллективных координат [74].

Зависимости дисперсии кинетической энергии осколков $\sigma_{E_K}^2$, а также ее отдельных компонент от параметра делимости, рассчитанные в рамках двумерной диффузионной модели [58], представлены на рис. 13. Видно, что расчет зависимости $\sigma_{E_K}^2(x)$, проведенный в рамках диффузионной модели (сплошная кривая), достаточно хорошо воспроизводит существенный наблюдаемый рост дисперсии энергетического распределения осколков [3,81], что являлось известным «камнем преткновения» для статистической модели [6—9] и динамической модели с нулевой вязкостью [12—16]. Зависимость $\sigma_{E_K}^2(x)$, рассчитанная при нулевой вязкости и соответствующая «динамическому» пределу диффузионной модели, показана на рис. 13 мелким пунктиром. Видно, что модель с нулевой вязкостью, не учитывающая флуктуаций коллективных переменных при спуске делящегося ядра к разрыву, не в состоянии даже качественно описать рост $\sigma_{E_K}^2$ с увеличением параметра делимости.

Проанализируем причины возрастания $\sigma_{E_K}^2$ с утяжелением делящегося ядра, к которому приводит расчет в диффузионной модели. Как видно из рис. 13, для ядер с $x < 0,8$ $\sigma_{E_K}^2 \simeq \sigma_{V_c}^2$ из-за взаимной компенсации $\sigma_{E_{ps}}^2$ и $2\sigma_{V_c E_{ps}}$. Для ядер с $x > 0,85$ совместный вклад $\sigma_{E_{ps}}^2$ и $2\sigma_{V_c E_{ps}}$ в полную дисперсию становится существенным, что связано со значительной дисперсией $\sigma_{E_{ps}}^2$, которая для ядер района Fm достигает 80—90 МэВ². Однако даже для таких тяжелых ядер вклад в $\sigma_{E_K}^2$ от $\sigma_{E_{ps}}^2 + 2\sigma_{V_c E_{ps}}$ составляет не более 20 % $\sigma_{V_c}^2$. Таким образом, для всего ряда рассмотренных ядер вклад дисперсии кулоновской энергии осколков $\sigma_{V_c}^2$ в $\sigma_{E_K}^2$ является определяющим, и причину возрастания $\sigma_{E_K}^2$ с увеличением параметра делимости x надо искать именно в поведении $\sigma_{V_c}^2(x)$.

В рамках используемого метода расчета наблюдаемых величин формула расчета $\sigma_{V_c}^2$ имеет вид

$$\sigma_{V_c}^2 = [(\partial V_c / \partial h)_{sc} + F_0 (\partial V_c / \partial \rho)_{sc}]^2 \{ \langle \bar{h}^2 \rangle - (\langle \bar{h} \rangle)^2 \}, \quad (48)$$

где $F_0 = -(\partial \varphi / \partial h)_{sc} / (\partial \varphi / \partial \rho)_{sc}$ — коэффициент наклона касательной к линии разрыва в точке пересечения траектории делящейся системы с линией разрыва. Анализ величины $\sigma_{V_c}^2$ для всего рассмотренного интервала значений x позволил установить две причины возрастания $\sigma_{V_c}^2(x)$ [а следовательно, и $\sigma_{E_K}^2(x)$]. Во-первых, с утяжелением делящегося ядра зависимость кулоновской энергии от координат ρ и h вблизи точки разрыва становится более «крутой», и, следовательно, увеличивается первый множитель в (48); во-вторых, увеличиваются флуктуации коллективных координат в районе разрыва, что влечет за собой увеличение второго множителя в (48). Причем первая причина является в количественном выражении более существенной, чем вторая. Выражение (48) для $\sigma_{V_c}^2$ может быть интерпретировано в терминах усиливающих мод Моретто [96]. В предельном случае статистического равновесия и учета флуктуаций только по одной координате h , т. е. когда $\partial V_c / \partial \rho = 0$, выражение (48) совпадает с формулой для $\sigma_{V_c}^2$ работы [96].

Сравнивая рассчитанную для одномерного ($M = A/2$) энергетического распределения [58] среднюю кинетическую энергию осколков \bar{E}_K со значениями этой величины, найденными на основе двумерного массово-энергетического распределения $W(E_K, M)$ [59], следует отметить, что для легких делящихся ядер \bar{E}_K , полученная усреднением $W(E_K, M)$ по M , меньше \bar{E}_K , рассчитанной при $M = A/2$, на 2—3 МэВ. Для тяжелых делящихся ядер это различие увеличивается до 6—7 МэВ. Таким образом, при тщательном сравнении с экспериментальными данными расчет \bar{E}_K в рамках диффузионной модели необходимо проводить усреднением $W(E_K, M)$ по M , на что указывалось в [54, 58] и было реализовано в [59].

Сравнивая рассчитанные значения $\sigma_{E_K}^2 (Z^2/A)$ с использованием различных макроскопических моделей (см. рис. 11, а), надо иметь в виду, что при двухтельном механизме вязкости разрывные конфигурации для данного ядра в модели малой капли и МЖК [63] с учетом энергии кривизны являются заметно более вытянутыми в сравнении с конфигурациями в МЖК [62]. Более вытянутая форма разрывных конфигураций соответствует «эффективно» переходу к более тяжелому ядру и возрастанию $\sigma_{E_K}^2$. Этим и объясняется систематическое превышение значений $\sigma_{E_K}^2 (Z^2/A)$ в модели малой капли и МЖК с учетом энергии кривизны по сравнению с соответствующими значениями в МЖК [62].

При использовании поверхностного однотельного механизма вязкости $\sigma_{E_K}^2$ также значительно возрастает с утяжелением делящегося ядра в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными (рассчитанное при данном механизме вязкости значение $\sigma_{E_K}^2$ для заданного ядра лишь на 5—10 % может отличаться от соответствующего значения, полученного при использовании двухтельного механизма). При рассматриваемом механизме вязкости вклад в $\sigma_{E_K}^2$ дает практически лишь дисперсия кулоновской энергии отталкивания осколков $\sigma_{V_c}^2$ ($\sigma_{E_{ps}}^2$ и $\sigma_{V_c E_{ps}}$ пренебрежимо малы). Однако поскольку форма разрывной конфигурации для всего ряда рассмотренных ядер почти одна и та же, главной причиной роста $\sigma_{V_c}^2$ (и $\sigma_{E_K}^2$) с утяжелением делящегося ядра при «поверхностном» однотельном механизме вязкости является усиление флуктуаций коллективных координат (вследствие большой вязкости) при спуске к разрыву.

На рис. 12 показаны зависимости рассчитанной $\sigma_{E_K}^2$ от температуры ядра в седловой точке T_{sd} для указанных там ядер. Видно, что рассчитанные зависимости неплохо согласуются с экспериментальными. Следует отметить, что при достаточно больших T_{sd} ($\geq 1,2$ МэВ) рассчитанные зависимости близки к линейным, а при малых T_{sd} заметны отклонения от линейных зависимостей.

Для ядер легче Pt экспериментально наблюдается [5,94] выход зависимости $\sigma_{E_K}^2 (Z^2/A)$ с уменьшением Z^2/A на «плато». Расчеты в рамках диффузионной модели [58, 59] не воспроизводят этой особенности: значение $\sigma_{E_K}^2$ продолжает монотонно уменьшаться при переходе к ядрам легче Pt. Причина этого, по-видимому, заключается в том, что для «легких» делящихся ядер следует использовать вариант диффузионной модели, в котором динамическая эволюция системы начинается из основного состояния [48, 57]. Для этих ядер роль «памяти» о предыстории движения до седловой точки формирования распределений может быть существенной.

Формирование массового распределения осколков деления нагретых ядер. Объяснение механизма формирования массового распределения осколков является одной из главных проблем физики деления [3]. В решении ее отдельных аспектов наблюдается определен-

ный прогресс: метод оболочечной поправки позволил разрешить «загадку» массовой асимметрии при низкоэнергетичном делении тяжелых ядер. Согласно расчетам в рамках этого метода форма актиноидных ядер на внешнем барьере теряет устойчивость относительно зеркально асимметричных деформаций [2,97], т. е. уже на этой ранней стадии процесса форма делящегося ядра отвечает массовой асимметрии. Но динамика формирования массового распределения при спуске с седла к разрыву для низкоэнергетичного деления практически не изучена. Для объяснения формирования более «простого» симметричного массового распределения нагретых ядер также привлекаются альтернативные предположения о том, какая стадия процесса — прохождение делящейся системой седловой точки или момент разрыва на осколки — является определяющей при формировании массового распределения.

Изучение массового распределения нагретых ядер важно и с точки зрения получения [98, 99] экспериментальной информации об устойчивости делящегося ядра к масс-асимметричным вариациям формы при его спуске с седла к разрыву. В статистических подходах (в том числе и с неравновесной статистической модели — диффузионной) дисперсии массового распределения σ_M^2 непосредственно определяются жесткостями ядра по отношению к масс-асимметричным деформациям. Статистические вычисления σ_M^2 в точке разрыва приводят [8, 9, 11] к значениям, значительно меньшим экспериментальных. Расхождение становится особенно драматическим для тяжелых делящихся ядер с $Z^2/A > 35$, где экспериментально наблюдается [87, 100] резкий рост σ_M^2 .

В работе Карамяна, Оганесяна и Пустыльника [101] было дано качественное объяснение причин резкого возрастания σ_M^2 при $Z^2/A > 35$ и разительного расхождения данных с результатами статистических расчетов, проведенных в точке разрыва. В [101] данные по σ_M^2 были проанализированы в рамках статистического подхода в предположении, что σ_M^2 определяются жесткостями [102] по отношению к масс-асимметричным деформациям: а) в седловой точке; б) в точке разрыва; в) при деформациях, промежуточных между седлом и разрывом. Было показано, что согласие между теорией и экспериментом в статистических расчетах достигается именно при промежуточных деформациях. На основании этого в [101] сделан вывод, что для согласования результатов расчетов с данными необходимо использовать некоторые эффективные жесткости, «усредненные по всему пути от седла до разрыва соответственно временному характеру процесса». Отметим, что аналогичный результат был получен также в [103].

Кроме того, в [101] обсуждается еще одна возможная причина значительных дисперсий осколков по массе и заряду — за счет флуктуаций места разрыва шейки. Эта идея была использована в [104] для описания распределений продуктов ГНС тяжелых ионов.

Дисперсии массового распределения. Обратимся теперь к обсуждению зависимостей дисперсий массового распределения $\sigma_M^2 (Z^2/A)$, рассчитанных с использованием двухтельного механизма вязкости и различных макроскопических моделей на основе двумерного массово-энергетического распределения (см. рис. 11, а). Видно, что диффузионная модель качественно неплохо воспроизводит значительный рост σ_M^2 с утяжелением делящегося ядра в случае всех трех моделей при использовании лишь одного варьируемого параметра — коэффициента ν_0 , определяющего величину диссипативных сил и интенсивность флуктуаций. Предсказания диффузионной модели относительно σ_M^2 заметным образом (см. рис. 11, а) зависят от того, какая макроскопическая модель используется для расчета потенциальной энергии. Прежде чем подробно обсуждать причины этих различий, выявим основные факторы, которые определяют величину σ_M^2 .

Причины значительного роста σ_M^2 с увеличением параметра Z^2/A (или параметра делимости x) и разительного отличия результатов для σ_M^2 в диффузионной модели от предсказаний статистической [6—11] и динамической [12—16] моделей проанализируем на основе расчетов [55] одномерного массового распределения, позволяющих сделать такой анализ более прозрачным.

В [53, 55, 56] σ_M^2 выражалась через дисперсию масс-асимметричной координаты $\chi_{\alpha\alpha}$, зафиксированную в момент разрыва \bar{t}_{sc} , следующим образом:

$$\sigma_M^2 = \left(\frac{\partial M}{\partial \alpha} \right)_{sc}^2 \chi_{\alpha\alpha} (\bar{t}_{sc}), \quad (49)$$

где M — масса одного из осколков. Это упрощение общей формулы (26) для вычисления значений наблюдаемой величины возможно благодаря «узости» функции $I_0(t)$ и наличию у нее резкого максимума около \bar{t}_{sc} (см. рис. 2). Такая зависимость $I_0(t)$ имеет место в случае двухтельного механизма вязкости с $\nu_0 \ll 2 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³ и позволяет с хорошей точностью сделать оценку интегралов в (26) методом Лапласа. Подчеркнем, что для двухтельного механизма вязкости с большими значениями ν_0 и для «поверхностного» однотельного механизма $I_0(t)$ становится «широкой» кривой с плохо выраженным максимумом и расчет наблюдаемых необходимо проводить по общей формуле (26), но для качественного понимания факторов, определяющих величину σ_M^2 , использовать оценку (29) очень полезно.

Рассчитанная в [55] зависимость $\sigma_M^2(x)$ при $T_{sd} = 1,5$ МэВ при различных значениях ν_0 показана на рис. 14. «Динамическому» пределу, как отмечалось выше, соответствует случай нулевой вязкости (кривая 3 на рис. 14). Если расчеты в рамках диффузионной модели (кривые 1 и 2) воспроизводят значительный рост σ_M^2 , наблюдаемый в эксперименте при $x > 0,77$ ($Z^2/A > 35$), то расчеты в динамическом пределе не воспроизводят указанный рост σ_M^2 вплоть до значения $x \simeq 0,84$. При дальнейшем увеличении x наблюдается возра-

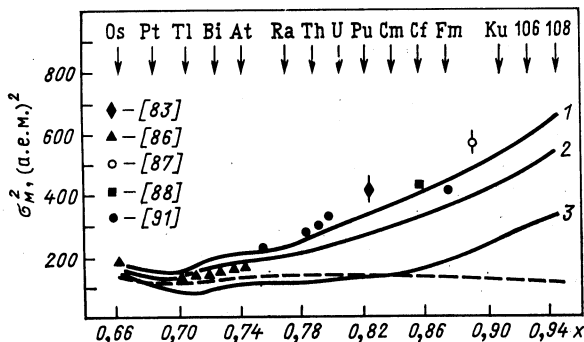


Рис. 14. Зависимость дисперсии массового распределения от параметра делимости, рассчитанная в рамках диффузионной модели [55] при $T_{sd} = 1,5$ МэВ в предположении двухтельного механизма вязкости (кривые 1 и 2 получены при $v_0 = 10^{-23}$ и $6 \cdot 10^{-24}$ МэВ·с·фм⁻³ соответственно) и при нулевой вязкости (кривая 3). Пунктир — зависимость $\sigma_M^2(x)$, рассчитанная в рамках статистической модели по формуле (50)

стание рассчитываемой σ_M^2 , хотя экспериментальные значения гораздо больше. Таким образом, модель с нулевой вязкостью, не учитывающая флуктуаций коллективных переменных при спуске к разрыву, не может служить надежной теоретической моделью при описании массового распределения осколков.

Пунктиром на рис. 14 показана зависимость $\sigma_{Mst}^2(x)$, рассчитанная в рамках статистической модели Фонга [6] по формуле

$$\sigma_{Mst}^2 = \left(\frac{\partial M}{\partial \alpha} \right)_{sc}^2 \frac{T_{\alpha sc}^*}{C_{\alpha sc}}. \quad (50)$$

Видно, что при $x > 0,77$ расчеты, проведенные по формуле (50), приводят к сильно заниженным значениям σ_M^2 . Это связано с очень большими значениями жесткости C_α в точке разрыва для тяжелых ядер. Наши расчеты σ_M^2 , выполненные в рамках диффузионной модели, следуют статистической модели в случае неразумно большого (в сотни раз больше «обычного» значения, равного 10^{-23} МэВ·с·фм⁻³) v_0 . При этом спуск к разрыву происходит чрезвычайно медленно, и делящаяся система в каждый момент времени t успевает «забыть» свое состояние в предыдущие моменты времени. Для дисперсии $\chi_{\alpha\alpha}$ имеет место «мгновенный статистический» предел:

$$\chi_{\alpha\alpha}^{st}(t) \simeq T_\alpha^*(t)/C_\alpha(t). \quad (51)$$

При спуске с седла к разрыву жесткость $C_\alpha(t)$ монотонно возрастает, а $\chi_{\alpha\alpha}(t)$, следовательно, уменьшается, причем уменьшается как $\chi_{\alpha\alpha}^{st}$, так и $\chi_{\alpha\alpha}^d$ — дисперсия, рассчитываемая в рамках диффузионной модели. Если спуск с седловой точки происходит за конечное время, то в точке разрыва делящаяся система сохраняет «память» о большем

значении $\chi_{\alpha\alpha}^d$ (вследствие меньшей жесткости C_α) в предыдущие моменты времени. При этом «запоминаться» будут тем большие значения $\chi_{\alpha\alpha}^d$, чем быстрее спуск ядра с седла к разрыву.

Отличие дисперсии масс-асимметричной координаты от своего «мгновенного» «статистического» предела иллюстрируется на рис. 15, на котором показана зависимость от времени отношения $\chi_{\alpha\alpha}^d/\chi_{\alpha\alpha}^{st}$ при спуске с седла к разрыву. Различие этого отношения для тяжелого ядра ^{248}Fm и легкого ядра ^{184}Pt в момент разрыва (более чем в 3 раза) обусловлено двумя причинами. Во-первых, разница между начальным (седловым) и конечным (в точке разрыва) значениями жесткости

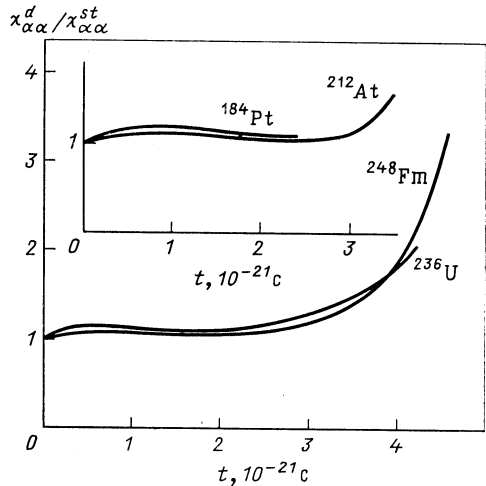


Рис. 15. Зависимость отношения дисперсии масс-асимметричной координаты, рассчитанной в диффузионной модели, и соответствующего мгновенного статистического предела от времени $[\chi_{\alpha\alpha}^d(t)/\chi_{\alpha\alpha}^{st}(t)]$ при спуске делящегося ядра с седловой точки к разрыву. Расчеты проведены в предположении двухтельного механизма вязкости ($v_0 = 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³) при $T_{sd} = 1,5$ МэВ с параметрами МЖК [61]

C_α для Pt составляет $\simeq 670$ МэВ, а для Fm $\simeq 7800$ МэВ (в МЖК с параметрами [61]); во-вторых, для Fm перепад потенциальной энергии между седловой точкой и точкой разрыва значительно больше, чем для Pt, поэтому для Fm при спуске к разрыву делящаяся система сильнее «разгоняется» и эффективно «помнит» некоторый участок спуска в конфигурационном пространстве (x, \hbar) со значениями жесткости C_α , в несколько раз меньшими, чем значения $C_{\alpha sc}$. Заметим, что такая интерпретация концепции памяти делящейся системы о своей предыстории на качественном уровне обсуждалась еще в [105].

Другим фактором, определяющим величину σ_M^2 , является степень вытянутости разрывной конфигурации делящегося ядра, которая «отражена» наличием «геометрического» коэффициента $l(\partial M/\partial \alpha)_{sc}^2$ в (49) и (50)]. Переход от менее вытянутых форм разрывных конфигураций к более вытянутым влечет увеличение коэффициента $(\partial M/\partial \alpha)_{sc}^2$ и, следовательно, σ_M^2 .

Вернемся к обсуждению зависимостей $\sigma_M^2 (Z^2/A)$, представленных на рис. 11, б. Для дисперсий σ_M^2 , рассчитанных с использованием модели малой капли, наблюдается систематическое превышение зна-

чений σ_M^2 по сравнению с соответствующими значениями дисперсий, полученными в обоих вариантах МЖК. Из двух факторов, определяющих величину σ_M^2 , обсуждавшихся выше, оказалось, что зависимость жесткостей по отношению к асимметричным вариациям формы $C_\alpha(t)$ при спуске является решающей, хотя и форма разрывных конфигураций в трех моделях также различна, как это обсуждалось ранее. Жесткости C_α наиболее сильно возрастают при спуске с седла к разрыву в МЖК с учетом энергии кривизны (см. рис. 6). Поэтому σ_M^2 (Z^2/A), рассчитанные с использованием МЖК с учетом энергии кривизны, оказываются меньшими по сравнению с соответствующими значениями в МЖК [62] и в модели малой капли, в которой $C_\alpha(t)$ при спуске возрастают наиболее слабо. Лучшее согласие рассчитанных дисперсий σ_M^2 с экспериментальными данными достигнуто в МЖК с учетом энергии кривизны. Конечно, при таком сравнении с экспериментальными данными надо иметь в виду, что результаты диффузионной модели изменяются при варьировании v_0 (см. рис. 14).

Дисперсии массового распределения σ_M^2 для ядер в широком диапазоне Z^2/A рассчитаны [95] и с использованием «поверхностного» однодельного механизма вязкости. Значения σ_M^2 и в этом случае значительно возрастают с утяжелением делящегося ядра в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными. Для этого механизма вязкости σ_M^2 отличаются на 10—20 % от значений в случае двухдельного механизма. Причем, если для легких делящихся ядер дисперсии σ_M^2 , рассчитанные с использованием поверхностного однодельного механизма, больше, то для тяжелых ядер — наоборот.

Несмотря на сравнительно небольшое количественное отличие значений σ_M^2 , рассчитанных при использовании обоих механизмов вязкости, необходимо отметить, что причины значительного роста σ_M^2 с увеличением Z^2/A и их отличия от статистических значений совершенно различны. Значительно более медленный спуск делящегося ядра с седла к разрыву при поверхностном однодельном механизме приводит к тому, что масс-асимметричная мода почти успевает «забыть» свою предысторию, и эффекты памяти на играют столь большой роли в формировании массового распределения, как при двухдельном механизме. Например, значение $\chi_{\alpha\alpha}^2$ в точке разрыва отличается от $\chi_{\alpha\alpha}^1$ не более чем на 20—30 % даже для очень тяжелых ядер ($Z^2/A = 40 \div 41$), для актиноидов же отличие составляет 5—15 %. Не влияет на увеличение σ_M^2 с ростом Z^2/A и форма разрывных конфигураций, так как точка разрыва практически одна и та же для всех ядер. Но при этом механизме вязкости из-за большого ее значения значительно возрастают флуктуации коллективных координат (тем больше, чем тяжелее ядро и длиннее спуск), и это приводит к уширению функции $I_0(t)$. Тогда при вычислении наблюдаемых по формуле (26) начинают давать вклад в интеграл довольно удаленные от точки разрыва участки спуска с меньшими значениями C_α и соответственно с большими значениями $\chi_{\alpha\alpha}$. Действительно, как это отмечалось в [101], из-за флуктуативного характера спуска эффектив-

ные жесткости C_{α}^{eff} , определяющие значение σ_M^2 , оказываются усредненными по большей части спуска соответственно временному характеру процесса. Это и является причиной больших значений σ_M^2 и их роста как функции Z^2/A при поверхностном одностельном механизме вязкости.

Влияние флуктуаций места разрыва шейки на σ_M^2 (вклад в σ_M^2 от этого дополнительного источника дисперсий) исследовалось нами в рамках подхода [106]. Согласно этим оценкам вклад в σ_M^2 за счет флуктуаций места разрыва шейки критично зависит от геометрии перемычки. В случае, на наш взгляд, довольно «искусственной» параметризации с протяженной цилиндрической перемычкой [106] он может быть достаточно велик. В случае же физически обоснованной $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации, с хорошей точностью описывающей все статические характеристики делящегося ядра, полученные на основе более общих подходов [60, 67] к описанию его формы, этот вклад составляет всего лишь 5—10% экспериментальных значений σ_M^2 . Эта оценка, по-видимому, указывает, что гипотеза [106] о том, что флуктуации места разрыва шейки — основная причина больших дисперсий осколков деления по массе, вряд ли отвечает действительности.

Характерные времена масс-асимметричной моды. Роль памяти делящейся системы о своей предыстории при спуске с седла к разрыву можно оценить из сравнения среднего времени спуска с характерным временем масс-асимметричной моды. В [101] в качестве такого характерного времени использовался период колебаний системы по масс-асимметричной координате τ_{α} , для которого бралось значение [107] $\tau_{\alpha} = (1 \div 3) \cdot 10^{-21}$ с. На основе этой оценки для τ_{α} и интервала для $t_{sc} = (2 \div 10) \cdot 10^{-21}$ с в [101] и был сделан вывод о необоснованности статистической модели [6] для изучения массовых распределений.

Для характеристики памяти делящейся системы при спуске с диссипацией более естественно использовать время релаксации соответствующей коллективной моды. Времена релаксации для различных коллективных мод в ГНС тяжелых ионов были предметом изучения многих работ (ссылки см. в [3]). В [108] из результатов экспериментального изучения выходов продуктов квазиделения было получено значение времени релаксации масс-асимметричной моды, равное $(5,3 \pm 1,0) \cdot 10^{-21}$ с.

Приведем оценки времени релаксации масс-асимметричной моды в делении при спуске с седловой точки в использованной нами модели. Потенциальная энергия по масс-асимметричной координате α с достаточной для наших расчетов точностью аппроксимируется гармоническим осциллятором, жесткость которого зависит от c (или ρ) и h [формула (8)]. Инерционный и фрикционный параметры α -моды зависят также от этих коллективных координат. Фактически достаточно рассмотреть влияние лишь одной из них (c или ρ) на параметры α -осциллятора, следуя вдоль траектории спуска делящейся системы. Поэтому для оценки времени релаксации масс-асимметричной моды

полезно исследовать при наличии трения динамику флуктуаций гармонического осциллятора, параметры которого изменяются со временем.

Запишем приближенное выражение [53], определяющее зависимость дисперсии масс-асимметричной координаты $\chi_{\alpha\alpha}$ от времени:

$$\chi_{\alpha\alpha}(t) \simeq \frac{T}{C_\alpha} [1 - \exp(-2t/\tau_r)] + \frac{T_0}{C_{\alpha 0}} \exp(-2t/\tau_r), \quad (52)$$

где

$$\tau_r = \begin{cases} 2\beta_\alpha^{-1}, & \beta_\alpha/2 \ll \omega_\alpha - \text{режим затухающих колебаний;} \\ \beta_\alpha/\omega_\alpha^2, & \beta_\alpha/2 \gg \omega_\alpha - \text{режим аперидического затухания.} \end{cases} \quad (53)$$

Выражение (52) отвечает случаю, когда равновесное начальное значение $\chi_{\alpha\alpha}$ определяется температурой T_0 и жесткостью $C_{\alpha 0}$, а эволюция дисперсии — другими значениями этих параметров: T и C_α . В случае затухающих колебаний (52) является результатом усреднения по периоду.

Очевидно, что (52) представляет собой переходный процесс, а $\tau_r/2$ имеет смысл времени релаксации для этого процесса. Обращает на себя внимание, что с ростом фрикционного параметра τ_r^{-1} стремится к нулю при $\omega_\alpha \ll \beta_\alpha$. В отношении нашей конкретной задачи это означает, что с увеличением вязкости ядерной жидкости коллективные координаты долго помнят некоторые свои начальные значения, тогда как импульсы релаксируют почти мгновенно [26, 74]. Соответствующее предельное значение $\chi_{\alpha\alpha}$ естественно назвать пределом «замороженных начальных условий», так как если $t \ll \tau_r$, то $\chi_{\alpha\alpha} \simeq T_0/C_{\alpha 0}$.

В случае, когда параметры осциллятора изменяются со временем, эволюция дисперсии координаты описывается уравнением затухающих колебаний с отличной от нуля правой частью:

$$\ddot{\sigma}_\alpha + (\beta_\alpha + \dot{m}_\alpha/m_\alpha) \dot{\sigma}_\alpha + \omega_\alpha^2 \sigma_\alpha = \frac{U \exp(-\beta_\alpha t)}{m_\alpha^2 \sigma_\alpha^3}, \quad (54)$$

которое получено в пренебрежении диффузией. Здесь $\sigma_\alpha = \sqrt{\chi_{\alpha\alpha}}$; $U = \chi_{\alpha\alpha}(0) \omega_{\alpha\alpha}(0) - \dot{\psi}_{\alpha\alpha}^2(0) = \text{const}$. Уравнение (54) при $\beta = 0$ совпадает с полученным в работе [109], где исследовалась динамика формирования зарядового распределения в ГНС с тяжелыми ионами и в делении. Отношение \dot{m}_α/m_α играет в этом уравнении ту же роль, что и β_α . При быстром увеличении m_α система попадает в режим «замороженных начальных условий», даже если трение в ней полностью отсутствует.

Рисунок 16 иллюстрирует динамику параметров ω_α и β_α при спуске с седла к разрыву, которая параметрически задается зависимостью от координаты ρ точки на траектории спуска. Примечательно, что зависимость от основной делительной координаты ρ оказывается универсальной для различных наборов параметров МЖК и для широкого диапазона делящихся ядер. Величина ω_α позволяет оценить

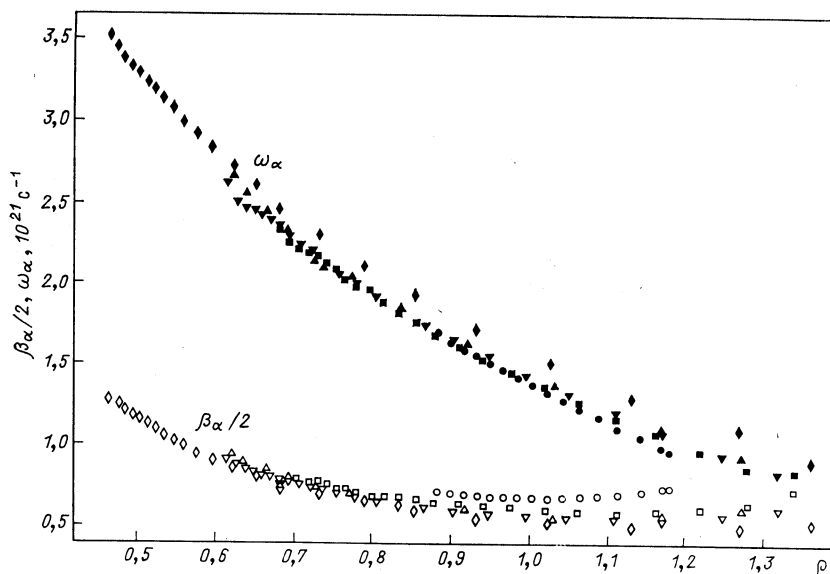


Рис. 16. Зависимость частоты колебаний ω_α (темные точки) и приведенного коэффициента трения $\beta_\alpha = \gamma_\alpha/m_\alpha$ (светлые точки) по масс-асимметричной моде от координаты ρ при спуске с седловой точки к разрыву для следующих ядер: \blacklozenge и \blacklozenge — ^{238}Ku , \blacktriangle и \blacktriangle — ^{236}U , \bullet и \circ — ^{200}Tl (расчеты проведены с параметрами МЖК [62] и $v_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм $^{-3}$); \blacktriangledown и \blacktriangledown — ^{247}Sm , \blacksquare и \square — ^{238}U (расчеты проведены с параметрами МЖК [61] и $v_0 = 10^{-23}$ МэВ·с·фм $^{-3}$). Точки проставлены с фиксированным для каждого ядра временным интервалом, первая (слева) точка соответствует седловой конфигурации данного ядра, последняя — приблизительно точке разрыва

период колебания τ_α по масс-асимметричной координате: при спуске с седла к разрыву его величина растет в интервале $(2-6) \cdot 10^{-21}$ с.

Рисунок 16 показывает также, что скорость спуска вблизи барьера очень мала, а затем она резко возрастает, что приводит к увеличению $\tilde{\beta}_\alpha = \beta_\alpha + \dot{m}_\alpha/m_\alpha$ за счет быстрого изменения инерционного параметра моды массовой асимметрии. В результате α -осциллятор переходит из режима затухающих колебаний, в котором он находится при движении от седловой точки, в режим аperiodического затухания. Вследствие перехода осциллятора в режим аperiodического затухания время релаксации масс-асимметричной координаты, которое определяется по формулам

$$\tau_r = \begin{cases} 2\tilde{\beta}_\alpha^{-1}, & \tilde{\beta}_\alpha/2 < \omega_\alpha; \\ [\tilde{\beta}_\alpha/2 - (\tilde{\beta}_\alpha^2 - \omega_\alpha^2)^{1/2}]^{-1}, & \tilde{\beta}_\alpha/2 > \omega_\alpha, \end{cases} \quad (55)$$

резко возрастает при приближении к точке разрыва (рис. 17). Видно, что $\tau_r = (0,2 \div 0,5) \cdot 10^{-21}$ с на протяжении значительной части спуска, начиная с седла, а в конце спуска $\tau_r = (2 \div 3) \cdot 10^{-21}$ с. Это

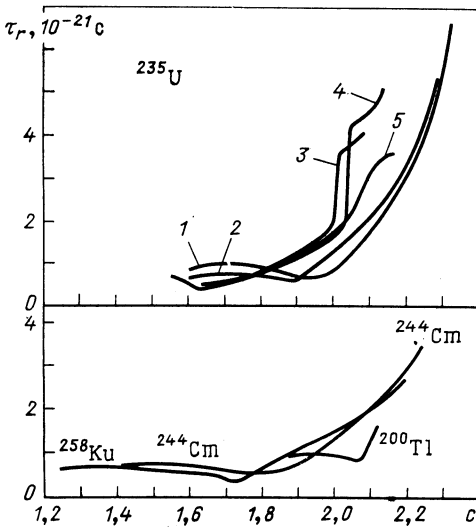


Рис. 17. Зависимость времени релаксации масс-асимметричной моды τ_r [см. формулу (55)] от параметра удлинения ядра:

вверху — зависимость τ_r (с) для ядра ^{235}U : кривые 1 и 2 — расчет проведен с параметрами МЖК [62] в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 10^{-23}$ и $1,5 \times 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³ соответственно); кривые 3–5 — расчет проведен в предположении поверхностного одностельного механизма вязкости в МЖК, модели малой капли и МЖК с учетом энергии кривизны соответственно. Внизу — зависимость τ_r (с) для различных ядер в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³), расчет проведен в МЖК [61]

означает, что седловые значения дисперсии координаты массовой асимметрии **оказываются «забытыми»** уже в начале спуска и не оказывают влияния на значения массовых дисперсий σ_M^2 средних и тяжелых делящихся ядер.

В случае поверхностного одностельного механизма вязкости абсолютное значение времени релаксации масс-асимметричной моды и его зависимость от основной делительной координаты, как это не удивительно на первый взгляд оказываются приблизительно такими же, как и в случае двухтельного механизма (рис. 17). Причиной является существенно различное значение **слагаемого, пропорционального m_α/m_α** в (54), которое достаточно велико при двухтельном механизме, дает ощутимый вклад в «эффективное» трение $\tilde{\beta}_\alpha$ и мало из-за медленности спуска при поверхностном одностельном механизме. Поэтому даже при поверхностном одностельном механизме, для которого диагональная компонента фрикционного тензора по делительной координате на порядок больше (рис. 18) соответствующей величины в случае двухтельного вязкости, α -осциллятор большую часть спуска находится в режиме затухающих колебаний и лишь вблизи точки разрыва переходит в режим апериодического затухания. Причина этого перехода — резкое увеличение при этих деформациях $\tilde{\beta}_\alpha$ за счет вклада от формулы «окна» — совершенно иная, чем в случае двухтельного механизма.

Сделанная оценка времени релаксации масс-асимметричной моды находится в хорошем согласии со значениями, полученными при изучении квазиделения [108] и ГНС тяжелых ионов [110]. Оценка на основе уравнения (54), полученного при ряде упрощений, носит, ско-

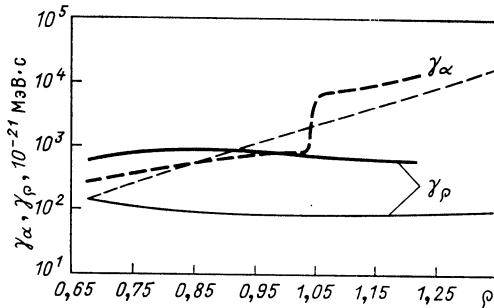


Рис. 18. Зависимости диагональных компонент тензора фрикционных коэффициентов от координаты ρ при спуске делящегося ядра ^{248}Fm с седловой точки к разрыву. Расчеты проведены с параметрами МЖК [62] в предположении двух-тельного ($\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-28}$ МэВ·с·фм $^{-3}$, тонкие линии) и поверхностного одно-тельного (толстые линии) механизмов вязкости

рее, полуколичественный характер. Поэтому интересно непосредственно определить время памяти из численных расчетов дисперсий σ_M^2 и сравнить его с τ_α и τ_r .

Рассмотрим некоторый момент времени спуска ядра с седловой точки к разрыву t_0 и соответствующую точку (x_0, h_0) на траектории спуска. Далее изучение эволюции делящегося ядра ведется именно с этой точки, причем все моменты функции распределения и энергия внутренних степеней свободы E_{in} выбираются такими, какими они были в этой точке при «полном» изучении динамики (т. е. с седла), за исключением вторых моментов, связанных с масс-асимметричной модой $(\chi_{\alpha\alpha}, \omega_{\alpha\alpha}, \psi_{\alpha\alpha})$, — они выбираются нулевыми. Ясно, что такая «укороченная» динамика этих моментов, длящаяся время $t_{sc} - t_0$, будет отличаться от их полной динамики на выделенном этапе спуска. При изучении укороченной динамики также можно вычислить дисперсию массового распределения (обозначим ее $\sigma_{M_{red}}^2$) и проанализировать зависимости $\sigma_{M_{red}}^2(t_0)$, $\sigma_{M_{red}}^2(x_0)$, показанные на рис. 19.

Из рис. 19, а видно, что для ядер ^{248}Fm и ^{238}U и ^{212}At при достаточно малых значениях аргумента $\sigma_{M_{red}}^2$ практически равна σ_M^2 — дисперсии, вычисленной обычным образом (начальные условия не δ -образные, а равновесные в седловой точке). Это не что иное, как «забывание» делящейся системой в точке разрыва ситуации в седловой точке, достаточно подробно обсужденное в [55]. Как указывалось в [55], при переходе к более легким ядрам делящаяся система в точке разрыва помнит свои начальные условия в седле (причем чем легче ядро, тем сильнее память). Это видно на рис. 19 для ядра ^{184}Pt : даже при $t_0 = 0$ $\sigma_{M_{red}}^2$ существенно меньше σ_M^2 . С увеличением t_0 зависимость $\sigma_{M_{red}}^2(t_0)$ монотонно падает, и при $t_0 = t_{sc}$, естественно, $\sigma_{M_{red}}^2 = 0$. Для широкого ряда рассмотренных ядер существует такое значение \tilde{t}_0 , при котором $\sigma_{M_{red}}^2 = 0,95 \sigma_M^2$. Време-

нем памяти t_m условно и можно назвать интервал $t_{sc} - \tilde{t}_0$. Как показали наши расчеты, время памяти t_m , введенное таким способом при двухтельном механизме ядерной вязкости [для значений $\nu_0 = (1 \div 2) \cdot 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³] составляет $(2,3-2,5) \cdot 10^{-21}$ с [при «поверхностном» однотельном механизме — $(3,5-4) \cdot 10^{-21}$ с]. С учетом того, что характерное время для дисперсии координаты равно

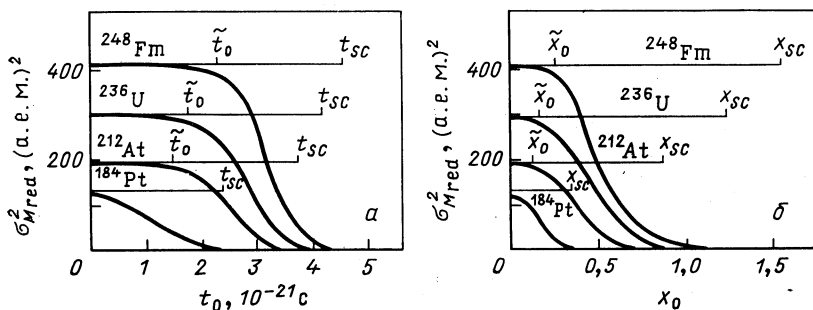


Рис. 19. Зависимость дисперсии массового распределения от начального времени (а) и начальной координаты (б) рассмотренного укороченного спуска делящейся системы к разрыву (сплошные кривые). Горизонтальные сплошные линии соответствуют значению σ_{M}^2 , рассчитанному при рассмотрении «полной» эволюции делящегося ядра с седловой точки. О выборе коэффициентов УФП — см. подпись к рис. 15

половине характерного времени для ее среднего значения, следует, по-видимому, считать, что значение t_m находится в достаточно хорошем согласии с оценками для τ_α и τ_r .

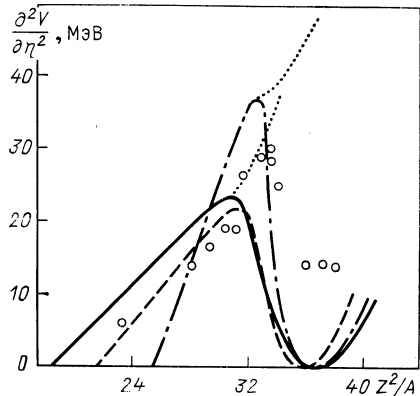
Интересно также проанализировать зависимость σ_{Mred}^2 от начального значения делительной координаты x_0 [делительной координатой здесь, как и в конце разд. 1, служит $x = 2(\rho - \rho_{sd})$], показанную на рис. 19, б. По аналогии с введенным временем памяти можно ввести длину «памяти» x_m . Видно, что даже для достаточно тяжелых ядер U и Fm (для еще более тяжелых ядер картина сходная) точка «старта» находится ближе к седловой точке, чем к точке разрыва (в геометрическом смысле). Это связано с тем, что делящаяся система большую часть времени своего спуска с седловой точки до точки разрыва находится вблизи вершины барьера, а лишь затем, постепенно «разгоняясь», достигает разрывной конфигурации. Возникает вопрос: может ли такая значительная длина памяти указывать на приоритетную роль седловой точки в формировании массового распределения осколков деления средних и тяжелых ядер? Нет, не может, хотя бы потому, что значение жесткости α -моды C_α в точке $(\tilde{x}_0, \tilde{h}_0)$ в несколько (в 2—3) раз больше, чем в «соседней» седловой точке. На наш взгляд, ни седловая, ни какая другая точка на траектории спуска ядра с седла до разрыва не является целиком ответственной за облик массового распределения осколков деления сред-

них и тяжелых ядер. Оно формируется за счет флуктуаций масс-асимметричной моды на участке спуска, лежащем между точками \tilde{x}_0 и x_{sc} .

Устойчивость делящегося ядра по отношению к масс-асимметричным вариациям формы и дисперсии массового распределения. После рассмотрения формирования массового распределения в терминах характерных времен вернемся еще раз к обсуждению крайних точек зрения на место формирования массового распределения, а именно, какая из «точек» — седловая или точка разрыва — ответственна за наблюдаемое массовое распределение. Мнение о том, что массовое

Рис. 20. Зависимость параметра устойчивости (жесткости) к масс-асимметричным деформациям в седловой точке и в точке разрыва от параметра Z^2/A . Масс-асимметричная деформация определена [102] как $\eta = 2(\tilde{V}_1 - V_2)/(V_1 + V_2) = 4(M - A/2)/A$, где отношение объемов двух половин ядра V_1/V_2 заменено отношением масс «будущих» осколков $M/(A - M)$. Расчет проведен для ядер вдоль долины β -стабильности:

сплошная, штрихпунктирная и пунктирная кривые — результаты расчета для седловой точки в МЖК [62, 63] и модели малой капли [64] соответственно; точечные кривые — для точки разрыва в МЖК [62, 63]; \circ — экспериментальные значения, полученные в [5] в рамках статистического подхода



распределение формируется на довольно протяженном участке спуска, который определяется динамикой, постепенно становится общепринятым. Но продолжают дискуссии о «границе» со стороны легких делящихся ядер, для которых «память» о состоянии в седловой точке полностью сохраняется и рассмотрение динамики спуска не является необходимым.

При статистическом подходе в предположении, что массовое распределение формируется некоторой «точкой» — седловой или точкой разрыва, экспериментальные данные по дисперсиям массового распределения σ_M^2 позволяют определить устойчивость (жесткость) ядра в этой точке по отношению к масс-асимметричным вариациям формы. Адекватное описание устойчивости делящегося ядра на всем участке спуска с седловой точки к разрыву было предложено Струтинским [102], и его результаты обычно привлекаются при анализе данных по $\sigma_M^2(x)$ [5, 98, 99, 101].

Результаты расчета параметра устойчивости к масс-асимметричным деформациям, введенного Струтинским [102] *, показаны на рис. 20 для седловой точки и точки разрыва. Этот рисунок показы-

* В качестве единицы параметра устойчивости нами используется мегаэлектрон-вольт, а в [102] — удвоенная поверхностная энергия сферического ядра.

вает, что параметр $\partial^2 V / \partial \eta^2 (Z^2/A)$ является модельно зависимым: переход от одной версии МЖК [62] к другой [63], а также к модели малой капли [64] изменяет положение характерных точек кривой — максимума и точки Бусинаро — Галлоне, в которой $\partial^2 V / \partial \eta^2 = 0$, т. е. ядро теряет устойчивость к масс-асимметричным вариациям формы. На рис. 20 также показаны значения параметра устойчивости, соответствующие экспериментальным значениям σ_M^2 , определенным при статистическом подходе. Нельзя не видеть, что экспериментальные значения $\partial^2 V / \partial \eta^2 (Z^2/A)$ определенно в большей степени следуют зависимости $\partial^2 V / \partial \eta^2 (Z^2/A)$ для седловой точки, чем для точки разрыва. Такое поведение экспериментальной зависимости $\partial^2 V / \partial \eta^2$ ярко демонстрирует значение «истории», связанной с прохождением ядра через седловую точку и спуском с нее, при формировании массовых распределений нагретых ядер. Это очевидное отклонение экспериментальных результатов для σ_M^2 от предсказаний статистической модели для точки разрыва было отмечено в [101] и в последние годы подробно экспериментально изучено и проанализировано в [5, 55, 86, 98, 99].

Из рис. 20 следует, что для «легких» делящихся ядер с $Z^2/A \leq \leq 28$, для которых седловая точка и точка разрыва практически совпадают и статистический подход заведомо применим, экспериментальные значения параметра устойчивости отличаются от рассчитанных значений в моделях [62—64]. Особенно это относится к версии МЖК [63], учитывающей энергию кривизны. Это отличие является следствием того, что параметры в использованных макроскопических моделях [62—64] определены без учета экспериментальных данных по характеристикам массового распределения нагретых ядер, и указывает [98, 99] на определенную неполноту описания макроскопической энергии делящегося ядра в этих моделях. В качестве перспективной модели для совместного описания данных по барьерам деления и по дисперсиям массового распределения нагретых ядер в [98, 99] указывалась модель [65], учитывающая эффекты конечного радиуса ядерного взаимодействия.

Заканчивая обсуждение результатов описания данных по σ_M^2 в различных подходах, отметим, что в связи с общей проблемой определения параметров массовых формул при аномально больших (делительных) деформациях представляется необходимым наряду с данными по барьерам деления привлекать также описание данных по σ_M^2 в рамках модельных представлений. Для статистического подхода представляет особый интерес область легких ядер с $Z^2/A \leq \leq 28$, для которых его применимость не вызывает сомнений, а предсказания различных макроскопических моделей относительно параметра устойчивости расходятся наиболее сильно. Для диффузионной модели интересной может быть, наоборот, область очень тяжелых ядер, у которых спуск становится длинным и σ_M^2 продолжают резко возрастать. Другой интересной проблемой, связанной с изучением σ_M^2 в области легких делящихся ядер, является надежная оценка

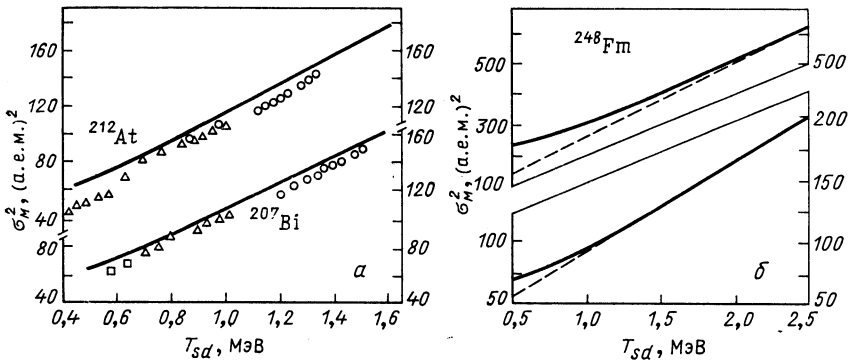


Рис. 21. Зависимость дисперсий массового распределения от температуры ядра в седловой точке для ^{212}At , ^{207}Bi и ^{248}Fm :

для ^{212}At и ^{207}Bi зависимость $\sigma_M^2(T_{sd})$ рассчитана в диффузионной модели с учетом квантовых флуктуаций в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³) и параметрами МЖК [62]; точки — экспериментальные данные [5]; для ^{248}Fm сверху — зависимость $\sigma_M^2(T_{sd})$, рассчитанная в диффузионной модели с учетом квантовых флуктуаций масс-асимметричной моды (сплошная кривая) и без их учета (пунктир); внизу — то же самое, но расчет проведен в рамках статистической модели. Расчеты проведены в предположении двухтельного механизма вязкости ($\nu_0 = 10^{-23}$ МэВ·с·фм⁻³) с параметрами МЖК [61]

точки Бусинаро — Галлоне, для которой в настоящее время существует достаточно большой интервал неопределенности как в теории (см. рис. 20 и [111]), так и в эксперименте [112].

Роль тепловых и квантовых флуктуаций в формировании массового распределения. Температурные зависимости дисперсий массового распределения σ_M^2 для ряда ядер показаны на рис. 12, б и 21. Влияние квантовых флуктуаций масс-асимметричной моды при спуске делящегося ядра с седловой точки до точки разрыва на величину σ_M^2 можно проследить на рис. 21 на примере ядер ^{207}Bi , ^{212}At и ^{248}Fm . Учет квантовых флуктуаций при достаточно малых значениях $T_{sd} \simeq 0,5 \div 0,7$ МэВ приводит к тому, что зависимость $\sigma_M^2(T_{sd})$ с уменьшением T_{sd} (вплоть до нуля) становится все более пологой и находится в хорошем качественном согласии с экспериментом (см. рис. 12 и 21, а). Ясно, однако, что расчет, выполненный в рамках диффузионной модели с прежними макроскопическими коэффициентами УФП даже с учетом квантовых флуктуаций, при $T_{sd} \lesssim 0,5$ МэВ может иметь лишь методическое значение.

Из анализа зависимостей $\sigma_M^2(T_{sd})$ можно видеть, что при $T_{sd} \gtrsim 1,2 \div 1,5$ МэВ влияние квантовых флуктуаций масс-асимметричной моды на значения рассчитываемой σ_M^2 становится несущественным по сравнению с влиянием ее тепловых флуктуаций. Это связано с тем, что при таких возбуждениях значения $\hbar\omega_\alpha/2$, составляющие 0,35 — 1,2 МэВ (см. рис. 16), значительно меньше температуры ядра, особенно вблизи района разрыва.

Из рис. 21, б видно, что зависимость $\sigma_M^2(T_{sd})$, рассчитанная в рамках диффузионной модели без учета квантовых флуктуаций, представляет собой практически прямую линию.

В нижней части рис. 21, б показаны зависимости $\sigma_M^2(T_{sd})$, рассчитанные с учетом и без учета квантовых флуктуаций в рамках статистической модели. В обоих случаях статистическая модель дает сильно заниженные по сравнению с экспериментом значения σ_M^2 . Таким образом, статистическая модель не в состоянии воспроизвести заметный наблюдаемый рост σ_M^2 не только с утяжелением делящегося ядра при $Z^2/A > 35$, но также и с увеличением энергии возбуждения для области тяжелых ядер. Диффузионная модель воспроизводит зависимость $\sigma_M^2(T_{sd})$ достаточно хорошо (см. рис. 12).

Расчеты дисперсии массового распределения σ_M^2 в динамическом пределе диффузионной модели (т. е. при нулевой вязкости) обсуждались выше. Интересно также исследовать влияние члена в УФП (1), ответственного за флуктуации масс-асимметричной моды («за диффузию»), на значения σ_M^2 . Для этого положим $D_{\alpha\alpha} = 0$, а компоненту фрикционного тензора $\gamma_{\alpha\alpha}$ оставим ненулевой. Если σ_M^2 , рассчитанная в динамическом пределе для Fm, равна около 190 (а.е.м.)², то расчет, выполненный с ненулевой вязкостью, но при $D_{\alpha\alpha} = 0$, дает практически нулевое значение σ_M^2 . Этого, очевидно, и следовало ожидать, поскольку расчет с $D_{\alpha\alpha} = 0$ соответствует вычислению σ_M^2 при нулевой температуре. Данный результат легко получить в упрощенном варианте диффузионной модели, допускающем аналитическое решение для дисперсии масс-асимметричной координаты $\chi_{\alpha\alpha}$ [см. формулы (10) и (11) в [53]].

Корреляция параметров массово-энергетического распределения. Корреляция параметров массово-энергетического распределения несет дополнительную информацию о динамике спуска делящейся системы и самой последней ее стадии, непосредственно предшествующей разрыву ядра на осколки, по сравнению с информацией, содержащейся в первых и вторых моментах одномерных массовых и энергетических распределений. В частности, зависимость формы разрывной конфигурации от отношения масс осколков непосредственно отражается на корреляции параметров массово-энергетического распределения.

На рис. 22 приведены рассчитанные в диффузионной модели зависимости $\bar{E}_K(M)$, $\sigma_{E_K}^2(M)$ и $\sigma_M^2(E_K)$, которые отражают корреляцию параметров массово-энергетического распределения. Экспериментальные данные взяты из [86]. Зависимость $\bar{E}_K(M)$ в первом приближении можно считать параболической [86]:

$$\bar{E}_K(M) = \bar{E}_K(A/2) [1 - \varepsilon (1 - 2M/A)^2]. \quad (56)$$

Она в основном отражает зависимость кулоновской энергии отталкивания и расстояния между центрами тяжести будущих осколков в момент разрыва от массы осколка. Отметим, что зависимость (56)

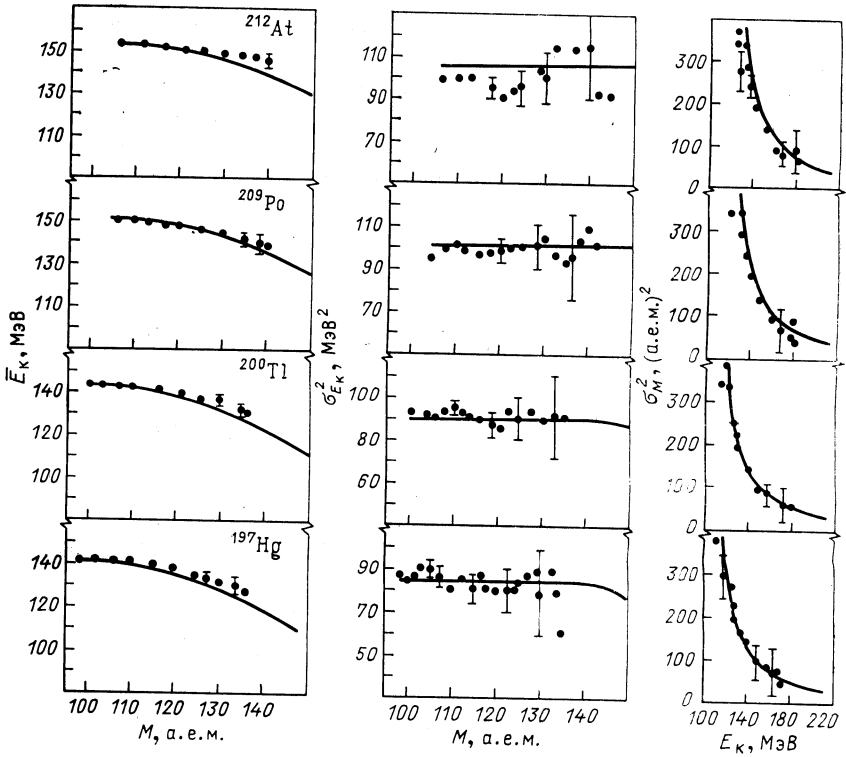


Рис. 22. Моменты массово-энергетического распределения осколков деления, рассчитанные в предположении двухтельного механизма вязкости для энергий возбуждения, соответствующих экспериментальным данным (точки) работы [86]

при $\varepsilon = 1$ следует из расчетов в динамической модели с нулевой вязкостью [12]. Значение $\varepsilon = 1$ в (56) соответствует представлению, что кинетическая энергия осколков определяется кулоновской энергией их отталкивания в момент разрыва с упрощенным предположением о независимости расстояния между центрами тяжести осколков от массовой асимметрии. Как отмечалось в [86], наблюдаемая на опыте зависимость $\bar{E}_k(M)$ при энергиях возбуждения $E^* > 20$ МэВ отвечает значению $\varepsilon < 1$, которое зависит как от параметра Z^2/A , так и от E^* . Рассчитанные зависимости $\bar{E}_k(M)$, представленные на рис. 22, также соответствуют значениям $\varepsilon < 1$, хотя и спадают с ростом M быстрее экспериментально наблюдаемых зависимостей. Учет зависимости расстояния между центрами тяжести осколков в момент разрыва от массовой асимметрии в следующих приближениях по параметру α (или $1 - 2M/A$) приводит к появлению в выражении (56) для $\bar{E}_k(M)$ слагаемых, пропорциональных $(1 - 2M/A)^4$. Анализ $\bar{E}_k(M)$, проведенный в [113], показывает, что эксперимен-

тально наблюдаемые зависимости действительно содержат члены, пропорциональные $(1 - 2M/A)^4$.

Рассчитанная дисперсия $\sigma_{E_K}^2(M)$ практически постоянна до определенного значения отношения масс $M/(A - M)$, которое незначительно меняется с изменением параметров составного ядра, а также коэффициента двухтельной ядерной вязкости. Такое поведение дисперсии $\sigma_{E_K}^2$ хорошо согласуется с экспериментальными данными, точность которых, надо отметить [86], заметно ухудшается с ростом

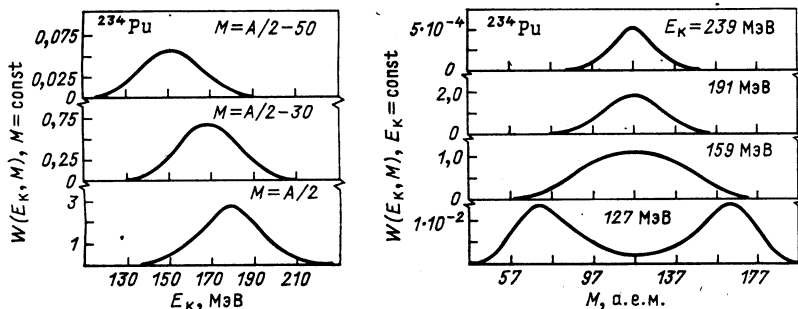


Рис. 23. Массово-энергетическое распределение осколков деления ядра ^{234}Pu при $M = \text{const}$ (слева) и при $E_K = \text{const}$ (справа). Расчет проведен в предположении двухтельного механизма вязкости при $T_{sd} = 1,5$ МэВ

M . Дисперсии массового распределения $\sigma_M^2(E_K)$ в согласии с экспериментальными данными обнаруживают характерную падающую с ростом кинетической энергии зависимость. Рисунок 22 показывает, что теоретическое описание наблюдаемых почти «гиперболических» экспериментальных зависимостей $\sigma_M^2(E_K)$ очень хорошее.

Качественно зависимости $\sigma_M^2(E_K)$ и $\sigma_{E_K}^2(M)$ можно понять из вида распределений $W(E_K, M)$ при $M = \text{const}$ и $W(E_K, M)$ при $E_K = \text{const}$, которые представлены на рис. 23. Если первые распределения в широком интервале M имеют почти одинаковую ширину, то ширина и даже общий вид вторых распределений существенным образом зависят от значения E_K .

Влияние углового момента на параметры массово-энергетического распределения осколков. Составные ядра, образующиеся в реакциях с частицами больших энергий и в реакциях с тяжелыми ионами, имеют значительный угловой момент l . При больших l в реакциях с тяжелыми ионами образуется составная система, которая часто может распадаться не через составное ядро, а другим путем, определяемым динамикой реакции во входном канале. Изучение влияния динамики входного канала на характер распределения продуктов реакций является в настоящее время одним из интересных вопросов в физике тяжелых ионов (подробное обсуждение его различных аспектов см. в [3]).

Но и при более низких угловых моментах, при которых заведомо образуется составное ядро, влияние углового момента на параметры массово-энергетического распределения изучено плохо. Это в равной степени, по-видимому, относится и к эксперименту, и к теории. До сих пор нет согласованного мнения о самом характере влияния углового момента на распределения осколков для составных ядер с различным значением параметра делимости, не говоря уже о знании зависимостей параметров массово-энергетического распределения от l . Ранее влияние углового момента на величину σ_M^2 изучалось в диффузионной модели в [45, 55].

Влияние углового момента на параметры двумерного массово-энергетического распределения нами было рассмотрено в модели, описанной выше, в которую были включены эффекты от вращения составного ядра. Было учтено влияние энергии вращения на потенциальную энергию деформации делящегося ядра, и для кинетической энергии осколков учитывался вклад энергии их относительного вращения.

Изменение вращательной энергии с увеличением углового момента l приводит к известным изменениям ландшафта потенциальной энергии [114]: седловая точка смещается в область меньших деформаций и уменьшается барьер деления. В $\{c, h, \alpha\}$ -параметризации эти эффекты проявляются следующим образом (рис. 24): дно долины деления с увеличением l смещается в сторону положительных h , седловые точки сдвигаются в область меньших ρ и больших h .

Вращательная энергия составного ядра увеличивает также жесткости по отношению к масс-асимметричным деформациям в каждой точке плоскости (ρ, \hbar) , но это возрастание даже в случае больших l может достигать не более 5%. Отсюда можно было бы заключить, что рост l почти не изменяет значение массовых дисперсий σ_M^2 [45] или даже приводит к небольшому сужению массового распределения. Но вследствие изменения ландшафта энергетической поверхности и сдвига седловой точки к меньшим деформациям вступают в «игру» — влияют на формирование распределений — области со значительно меньшими значениями жесткостей C_α , и при этом, конечно, удлиняется спуск. Эти изменения условий спуска с ростом l соответствуют «эффективно» переходу к более тяжелому делящемуся ядру и, следовательно, росту дисперсий массово-энергетического распределения.

Для описания распределения осколков деления составного ядра, образующегося в конкретной реакции, и сравнения с экспериментальными данными необходимо провести усреднение рассчитанных массово-энергетических распределений для парциальных l по всем угловым моментам, приводящим к процессу слияния — деления. Детали расчетов и значения используемых при этом усреднений параметров приведены в [55, 56].

На рис. 25 представлены контурные диаграммы массово-энергетического распределения для ядер ^{182}Pt и ^{252}Cf с температурой состав-

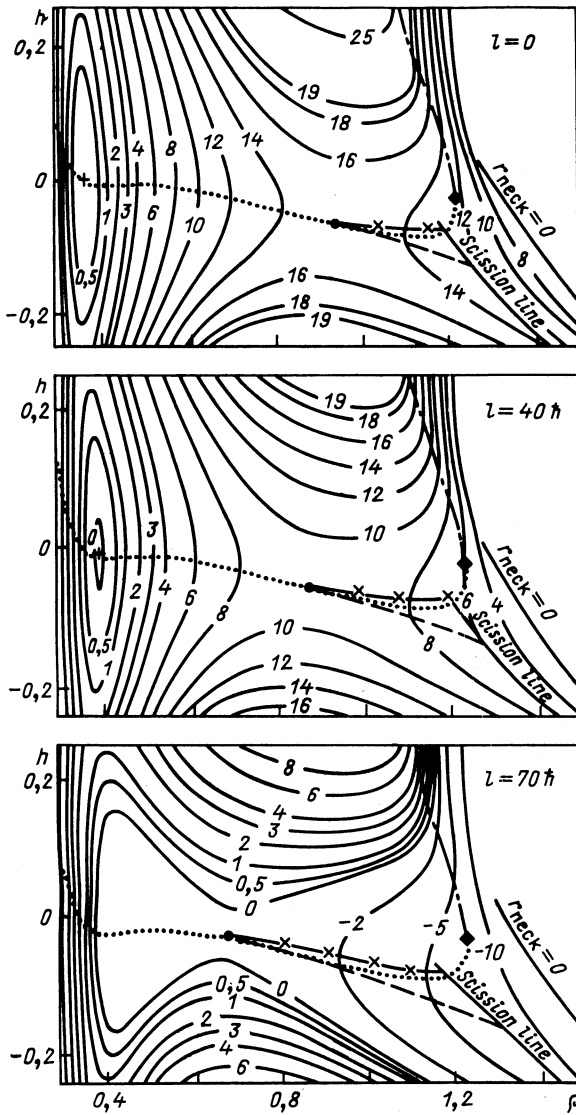


Рис. 24. Динамические траектории на энергетической поверхности в МЖК с параметрами [62] для составного ядра ^{206}Pb при различных значениях углового момента. Все обозначения и кривые — как и на рис. 4 и 5

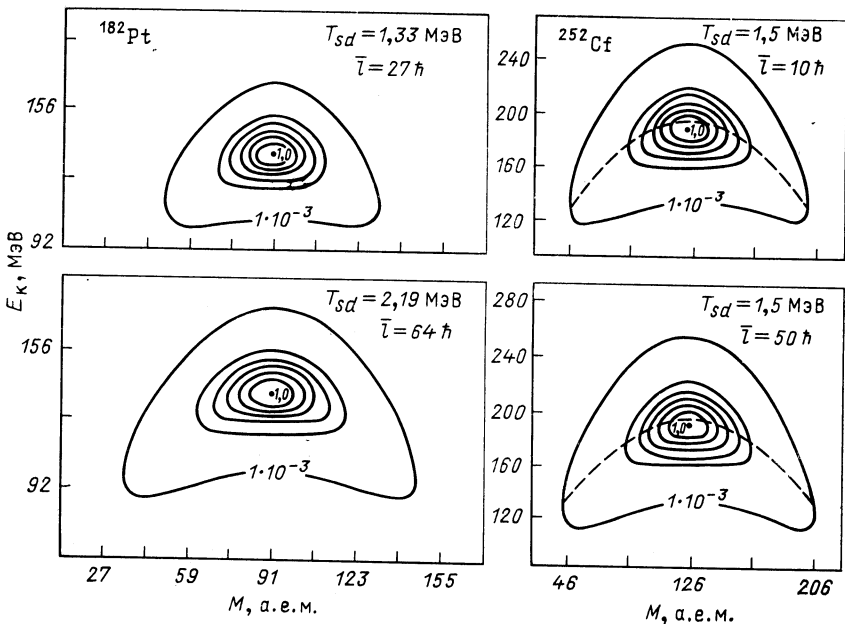


Рис. 25. Контурные диаграммы массово-энергетического распределения осколков деления ^{182}Pt (слева) и ^{252}Cf (справа) при указанных значениях T_{sd} и \bar{l} , рассчитанные в предположении двухтельного механизма ядерной вязкости. Точка в центре диаграмм соответствует максимальному значению $W(E_K, M)$ (условно принято $W_{\max} = 1$); линия уровня с числом 10^{-3} соответствует значению $0,001 W_{\max}$. Остальные линии уровня построены для значений $W(E_K, M)$, отличающихся от значений соседней линии уровня на $0,0143 W_{\max}$. Пунктиром показана зависимость $\bar{E}_K(M)$ для ^{252}Cf

ного ядра и средним угловым моментом \bar{l} , которые там указаны. Видно, что одновременное увеличение этих параметров для ядра ^{182}Pt приводит к заметному уширению массово-энергетического распределения осколков. Эффект изменения распределения при увеличении только одного углового момента для ^{252}Cf визуально на этих диаграммах почти незаметен, хотя, как будет обсуждаться ниже, он присутствует. Таким образом, эффекты влияния углового момента на параметры массово-энергетического распределения при не очень больших значениях углового момента ($\bar{l} \leq 50 \hbar$) довольно незначительны по сравнению с температурными эффектами.

Зависимость дисперсий массового σ_M^2 и энергетического $\sigma_{E_K}^2$ распределений от углового момента (рис. 26) может быть различной для разных делящихся ядер. При $Z^2/A > 33$ дисперсии распределений возрастают с ростом l , этот результат находится в согласии с ранее полученным результатом для массового распределения в [55, 56]. Для ядер района Pt зависимость σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$ от l имеет более сложный

характер, причем σ_M^2 в широком диапазоне l почти постоянна. Причины такой зависимости σ_M^2 от l для ядер района Pt подробно обсуждены в [56].

Количественно зависимости σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$ от \bar{l} для ядер с $Z^2/A > 33$ можно проанализировать, приняв простейшую гипотезу [115] о линейной зависимости σ_M^2 и $\sigma_{E_K}^2$ от \bar{l}^2 . Из результатов расчетов и данных, подобных представленным на рис. 26, были оценены величины

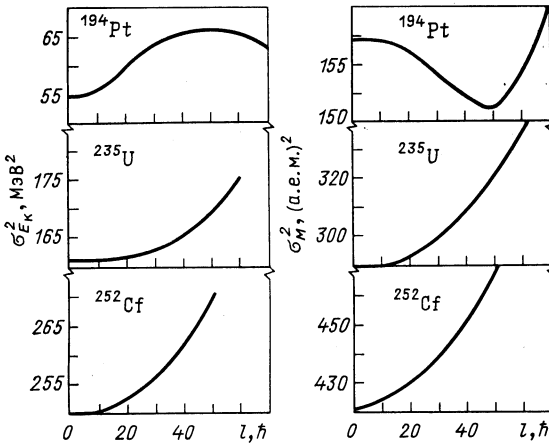


Рис. 26. Зависимости дисперсий усредненных энергетического (слева) и массового (справа) распределений осколков деления составных ядер ^{194}Pt , ^{235}U , ^{252}Cf от углового момента, рассчитанные в предположении двухтельного механизма ядерной вязкости при $T_{sd} = 1,5$ МэВ

$\partial\sigma_M^2/\partial\bar{l}^2$ и $\partial\sigma_{E_K}^2/\partial\bar{l}^2$. Их значения лежат в интервале $0,01 - 0,02$ (а.е.м.) $^2/\hbar^2$ для $\partial\sigma_M^2/\partial\bar{l}^2$ при переходе от Pb до Cf и в интервале $0,003 - 0,01$ МэВ $^2/\hbar^2$ для $\partial\sigma_{E_K}^2/\partial\bar{l}^2$ для этого же диапазона ядер. Эти значения $\partial\sigma_M^2/\hbar\bar{l}^2$ и $\partial\sigma_{E_K}^2/\partial\bar{l}^2$ находятся в хорошем согласии со значениями этих величин, извлеченных из экспериментальных данных в [115]. Значения \bar{E}_K увеличиваются с ростом \bar{l}^2 также приблизительно линейно, и для $\partial\bar{E}_K/\partial\bar{l}^2$ из наших расчетов следует оценка: $\partial\bar{E}_K/\partial\bar{l}^2 \simeq 0,001 \div 0,002$ МэВ/ \hbar^2 .

На рис. 27 показаны моменты массово-энергетического распределения $\bar{E}_K(M)$ и $\sigma_{E_K}^2(M)$ для вращающегося составного ядра ^{186}Pt . Там же показаны эти характеристики, рассчитанные в статистической модели [11], в которой получено сильно заниженное в сравнении с экспериментом значение $\sigma_{E_K}^2$. Что касается $\bar{E}_K(M)$, то и в этом случае рассчитанная зависимость спадает с ростом M быстрее наблюдаемой, что имеет место в нашей модели и для $l = 0$.

На рис. 28 показаны рассчитанные дисперсии энергетического и массового распределений для ряда вращающихся составных ядер и проведено сравнение (для массового распределения) с экспериментальными данными, полученными для этих ядер в работе [91]. Со-

гласие рассчитанных дисперсий массового распределения с экспериментальными [91], достигнутое без дополнительного варьирования параметров модели, является вполне удовлетворительным.

Итак, рассмотрение влияния углового момента составного ядра на параметры массово-энергетического распределения осколков в диффузионной модели показывает, что в расчетах предсказывается увеличение первых и вторых моментов массово-энергетического рас-

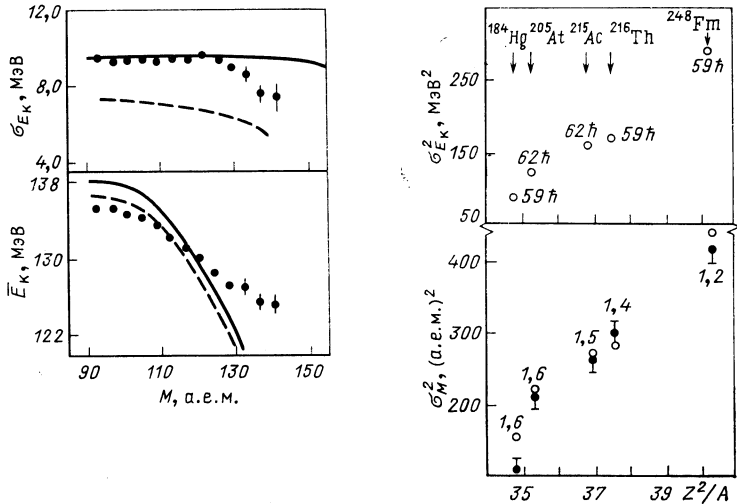


Рис. 27. Моменты массово-энергетического распределения $\bar{E}_K(M)$ и $\sigma_{E_K}^2(M)$, рассчитанные в рамках диффузионной модели в предположении двухтельного механизма вязкости (сплошные кривые) и статистической модели [11] (пунктир) для составного ядра ^{186}Pt при $T_{sd} = 1,92$ МэВ и $\bar{l} = 54 \hbar$; ● — экспериментальные данные [85]

Рис. 28. Дисперсии энергетического (вверху) и массового (внизу) распределения для вращающихся составных ядер в зависимости от параметра Z^2/A :

○ — значения дисперсий, рассчитанные в рамках диффузионной модели; ● — экспериментальные данные [91]. Цифры при точках на верхнем рисунке указывают максимальное значение углового момента, при которых наблюдалось в [91] образование составных ядер; цифры на нижнем рисунке указывают соответствующие значения (в МэВ) температуры составных ядер. Расчет проведен с параметрами МЖК [62] в предположении двухтельного механизма вязкости при $\nu_0 = 1,5 \cdot 10^{-23}$ МэВ · с · фм⁻³

пределения с ростом l при $Z^2/A > 33$ и полученные оценки для $\partial \bar{E}_K / \partial l^2$, $\partial \sigma_{E_K}^2 / \partial l^2$ и $\partial \sigma_M^2 / \partial l^2$ находятся в разумном согласии с экспериментальными данными [85, 91, 115].

Отметим, что обобщение формализма диффузионной модели на случай вращающихся составных ядер может быть полезным при рассмотрении реакций, которые протекают не через механизм составного ядра [116]. Если после слияния система в выходном канале попадает в обычную долину деления [2], то описание динамики в выходном канале возможно в диффузионной модели, но, конечно, с соответствующими динамике входного канала начальными условиями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние годы для описания динамики вынужденного деления широко используется подход, основанный на УФП для функции распределения коллективных переменных. Этот подход является довольно общей концепцией, позволяющей, с одной стороны, описать вероятность деления нагретых ядер, а с другой — объяснить формирование наблюдаемых распределений осколков. Таким образом, подход к описанию динамики деления, основанный на УФП, с полным правом можно считать новой моделью деления, называемой [20, 58, 59] диффузионной. Общность диффузионной модели заключается также и в том, что она для своих предельных случаев приводит к хорошо известным результатам статистической и динамической моделей деления.

Применения диффузионной модели для объяснения формирования наблюдаемых распределений осколков деления оказались довольно успешными. В частности, в модели «естественно» воспроизводятся большие по значению дисперсии массового и энергетического распределений, а также наблюдаемое их значительное возрастание с ростом параметра делимости делящегося ядра. Эти характерные особенности наблюдаемых распределений не удавалось объяснить в рамках традиционно привлекаемых для анализа распределений осколков моделей деления — статистической и динамической с нулевой вязкостью. Отметим также, что при таком достаточно хорошем описании всех характеристик массово-энергетического распределения в диффузионной модели свободным является всего лишь один параметр — коэффициент двухтельной ядерной вязкости. В предположении «поверхностного» однотельного механизма вязкости в расчетах характеристик распределений осколков не было варьируемых параметров. Конечно, при этом надо иметь в виду, что принятое в модели определение линии разрыва не является однозначным.

Использование различных макроскопических моделей для расчета потенциальной энергии деформации делящегося ядра изменяет результаты вычислений в диффузионной модели в количественном отношении, но все качественные особенности и результаты остаются неизменными. В этой связи отметим, что хорошее количественное описание данных по распределением осколков в диффузионной модели может быть полезным при определении массовых формул, а также роли отдельных составляющих макроскопической энергии ядра (например, энергии кривизны) при аномально больших (делительных) деформациях.

Попытки выяснения механизма ядерной вязкости в делении неоднократно [17, 18, 71] делались в динамической модели деления. Для этого привлекались данные по наблюдаемой зависимости \bar{E}_K от нуклонного состава делящегося ядра. Однако результаты расчета не позволили сделать заключение о механизме вязкости. Нами с этой же целью [95] наряду с данными по $\bar{E}_K (Z^2/A^{1/3})$ привлекались дан-

ные по вторым моментам массово-энергетического распределения, а также данные по дисперсиям зарядового распределения σ_Z^2 . Оказалось, что все характеристики распределений осколков являются величинами, не чувствительными к используемому в расчетах механизму ядерной вязкости. Величинами, критичными к нему, являются предразрывная кинетическая энергия осколков и время спуска с седловой точки к разрыву, которые лишь косвенно измеряемы экспериментально.

Расчеты, результаты которых представлены в обзоре, были выполнены в диффузионной модели с тремя коллективными координатами. Это минимально возможное число коллективных координат, необходимое для описания наиболее характерных деформаций в делении. Поэтому представленные результаты не претендуют (особенно это относится к расчетам энергетического распределения) на описание «тонких» особенностей и деталей наблюдаемых распределений. Для более тщательного теоретического анализа данных в рамках диффузионной модели необходимо ее дальнейшее развитие: введение большего числа коллективных координат, адекватный выбор коэффициентов УФП, применение более «общих» методов решения УФП, позволяющих получить его решение при изучении эволюции делящейся системы как из основного состояния, так и с седловой точки.

В заключение авторы благодарят А. В. Игнатьюка, М. Г. Иткиса, Ю. А. Лазарева и Г. Н. Смиренькина за многочисленные стимулирующие обсуждения в течение всего времени выполнения цикла работ, составивших основу настоящего обзора. Благодарим также Г. И. Косенко за помощь в проведении некоторых численных расчетов. Авторы благодарны В. Г. Соловьеву, И. Н. Михайлову и В. М. Струтинскому за постоянный интерес и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Strutinsky V. M. // Nucl. Phys. 1967. Vol. A95. P. 420—422; 1968. Vol. A122. P. 1—33.
2. Brack M., Damgaard J., Jensen A.S.e.a. // Rev. Mod. Phys. 1972. Vol. 44. P. 320—405.
3. Oganessian Yu. Ts., Lazarev Yu. A. Heavy ions and nuclear fission // Treatise on heavy ion science / D. A. Bromley, ed. N. Y.: Plenum Press, 1985. Vol. 4. P. 1—251.
4. Гангрский Ю. П., Далхсурэн Б., Марков Б. Н. Осколки деления ядер. М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Иткис М. Г., Околович В. Н., Русанов А. Я., Смиренькин Г. Н. // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 702—784.
6. Fong P. Statistical theory of nuclear fission. N.Y.: Gordon and Breach, 1969.
7. Пик-Пичак Г. А., Струтинский В. М. Статистическая теория деления // Физика деления атомных ядер / Под ред. Н. А. Перфилова и В. П. Эйсмонта. М.: Госатомиздат, 1962. С. 12—23.
8. Игнатьюк А. В. // ЯФ. 1969. Т. 9. С. 357—367; Игнатьюк А. В., Крайнов В. П. Статистическое описание выходов осколков деления // Актуальные вопросы физики деления (9-я школа МИФИ). М.: изд. МИФИ, 1983. С. 3—27.
9. Рубченя В. А. Препринт РИ-104, Л., 1979; Рубченя В. А. // Материалы

- 5-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. Киев, 1980. М.: ЦНИИ-атоминформ, 1980. Т. 3. С. 137—147.
10. Schmitt H. W.//Proc. Intern. Symp. on Physics and Chemistry of Fission. Vienna, 1969. Vienna, IAEA, 1969. P. 67—80.
11. Wilkins B. D., Steinberg E. P., Chasman R. R.//Phys. Rev. 1976. Vol. C 14. P. 1832—1863.
12. Nix J. R., Swiatecki W. J.//Nucl. Phys. 1965. Vol. 71. P. 1—94.
13. Nix J. R.//Nucl. Phys. 1969. Vol. A130. P. 241—307.
14. Hasse R. W.//Proc. Intern. Symp. on Physics and Chemistry of Fission. Vienna, 1969. Vienna, IAEA, 1969. P. 33—40.
15. Hasse R. W.//Nucl. Phys. 1969. Vol. A128. P. 609—631.
16. Hasse R. W.//Phys. Rev. 1971. Vol. C4. P. 572—580.
17. Davies K. T. R., Sierk A. J., Nix J. R.//Phys. Rev. 1976. Vol. C13. P. 2385—2403.
18. Davies K. T. R., Managan R. A., Nix J. R., Sierk A. J.//Phys. Rev. 1977. Vol. C16. P. 1390—1901.
19. Vandenbosch R., Huizenga J. R.//Nuclear fission. N.Y.—L.: Academic Press, 1973.
20. Grange P., Pauli H. C., Weidenmuller H. A.//Phys. Lett. 1979. Vol. 88B. P. 9—12.
21. Hofmann H., Jensen A. S.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A428. P. 1—22.
22. Hofmann H., Siemens P. J.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A275. P. 464—486.
23. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г.//УФН. 1985. Т. 147. С. 210—251.
24. Hofmann H. Talk presented at the Topical Meeting on Phase Approach to Nuclear Dynamics. Trieste, Italy, September 1985.
25. Kramers H. A.//Physica. 1940. Vol. 7. P. 284—304.
26. Гардинер М. Стохастические методы в естественных науках: Пер. с англ. М.: Мир, 1986.
27. Струтинский В. М.//ЯФ, 1974. Т. 19. С. 259—262; Phys. Lett. 1973. Vol. B47. P. 124—123.
28. Струтинский В. М., Коломиец В. М.//Материалы 8-й зимней школы ЛИЯФ. Ленинград, 16—27 февраля 1973. Л., 1973. С. 483—595.
29. Bohr N., Wheeler J. A.//Phys. Rev. 1939. Vol. 56. P. 426—450.
30. Weidenmuller H. A.//Progr. in Particle and Nuclear Physics/D. Wilkinson, ed. Oxford, Pergamon Press, 1980. Vol. 3. P. 49—126.
31. Волков В. В. Ядерные реакции глубокоэластичных передач. М.: Энергоиздат, 1982.
32. Nörenberg W. N.//Phys. Lett. 1974. Vol. 53B. P. 289—292.
33. Pomorski K., Hofmann H.//J. Phys. (Paris) 1981. Vol. 42. P. 381—390.
34. Samaddar S. K., Sperber D., Zielinska-Pfabe M., Sobel M. I.//Phys. Scripta. 1982. Vol. 25. P. 517—521.
35. Тонеев В. Д., Шмидт Р.//ЯФ. 1979. Т. 30. С. 112—128.
36. Шмидт Р.//ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 1203—1229.
37. Brosa U., Cassing W.//Z. Phys. 1982. Vol. A307. P. 167—174.
38. Scheuter F., Hofmann H.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A394. P. 477—500.
39. Grange P., Pauli H. C., Weidenmuller H. A.//Z. Phys. 1980. Vol. A296. P. 107—110.
40. Grange P., Weidenmuller H. A.//Phys. Lett. 1980. Vol. 96B. P. 26—30.
41. Grange P., Li Jun-Qing, Weidenmuller H. A.//Phys. Rev. 1983. Vol. C 27. P. 2063—2077.
42. Hassani S., Grange P.//Phys. Lett. 1984. Vol. 137B. P. 281—286.
43. Grange P.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A428. P. 37—62.
44. Bhatt K. H., Grange P., Hiller B.//Phys. Rev. 1986. Vol. C33. P. 954—968.
45. Gregoire C., Scheuter F.//Z. Phys. 1981. Vol. A303. P. 337—338.
46. Gregoire C., Remaud B., Scheuter F.//Proc. Intern. Workshop on Gross Prop. of Nuclei and Nucl. Excit. Hirschegg, Austria, 1982. Report NISSN 0720—8715. P. 53—58.
47. Hofmann H., Jensen A. S., Scheuter F.//Proc. 12th Intern. Symp. on

- Nuclear Physics. Gaussing, GDR, 1982. Report NISSN 0138—2950, P. 96—101.
48. Scheuter F., Gregoire C.//Ibid. P. 102—109.
49. Hofmann H., Nix J. R.//Phys. Lett. 1983. Vol. 122V. P. 117—120.
50. Nix J. R., Sierk A. J., Hofmann H. e.a.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A424. P. 239—261.
51. Scheuter F., Gregoire C., Hofmann H., Nix J. R.//Phys. Lett. 1984. Vol. 149B. P. 303—306.
52. Адеев Г. Д., Гончар И. И.//ЯФ. 1983. Т. 37. С. 1113—1122; 1984. Т. 40. С. 869—881.
53. Adeev G. D., Gonchar I. I.//Z. Phys. 1985. Vol. A320. P. 451—457.
54. Adeev G. D., Gonchar I. I.//Z. Phys. 1985. Vol. A322. P. 479—486.
55. Адеев Г. Д., Гончар И. И., Марченко Л. А., Писчасов Н. И.//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1137—1148.
56. Адеев Г. Д., Марченко Л. А., Пашкевич В. В., Писчасов Н. И. Сообщение ОИЯИ Р4-86-247. Дубна, 1986.
57. Адеев Г. Д., Писчасов Н. И.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 897—905.
58. Адеев Г. Д., Гончар И. И., Пашкевич В. В., Писчасов Н. И. Препринт ОИЯИ Р4-86-552, Дубна, 1986.
59. Сердюк О. И., Адеев Г. Д., Гончар И. И. и др.//ЯФ. 1987. Т. 46, С. 710—721.
60. Струтинский В. М., Лященко Н. Я., Попов Н. А.//ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 584—594; Strutinsky V. M., Lyashchenko N. Ya., Popov N. A.//Nucl. Phys. 1963. Vol. 46. P. 639—659.
61. Ledergerber T., Pauli H. C.//Nucl. Phys. 1973. Vol. A207. P. 1—32.
62. Myers W. D., Swiatecki W. J.//Ark. Fys. 1967. Vol. 36. P. 343—352.
63. Струтинский В. М.//ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 1891—1899; ЯФ. 1965. Т. 1. С. 821—825.
64. Myers W. D. Droplet Model Atomic Nuclei, N. Y.:IFI/Plenum, 1977.
65. Krappé H. J., Nix J. R., Sierk A. J.//Phys. Rev. 1979. Vol. C20. P. 992—1013.
66. Berger J. F., Girod M., Gogny D.//J.Phys. Lett. (Paris). 1981. Vol. 42. P. L 509—L 512.
67. Cohen S., Swiatecki W. J.//Ann. Phys. 1963. Vol. 22. P. 406—437.
68. Blocki J., Boneh Y., Nix J. R. e. a.//Ann. Phys. 1978. Vol. 113. P. 330—386; Randrup, J., Swiatecki W. J.//Ann. Phys. 1980. Vol. 125. P. 193—226; Nix J. R., Sierk A. J.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A 428. P. 161—176.
69. Griffin J. J., Dworzecka M.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A 455. P. 61—99.
70. Nix J. R., Sierk A. J.//Международная школа-семинар по физике тяжелых ионов. Д7-87-68. Дубна, 1987. С. 453—464.
71. Nix J. R., Sierk A. T. Preprint LA-UR-87-133. Los Alamos, 1987.
72. Ngo C., Nofmann H.//Z. Phys. 1977. Vol. A 282. P. 83—92.
73. Weidenmuller H. A., Zhang J. S.//J. Stat. Phys. 1984. Vol. 34. P. 191—201.
74. Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии: Пер. с англ. М., 1947.
75. Hinde D. J., Charity A. J., Foote G. S. e.a.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A452. P. 550—572.
76. Plasil F., Burnett D. S., Britt H. C., Thompson S. G.//Phys. Rev. 1966. Vol. 142. P. 696—701.
77. Viola V. E.//Nucl. Data Tables. 1966. Vol. A1. P. 391—410.
78. Viola V. E., Kwiatkowski K., Walker M.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 1550—1552.
79. Дмитриев В. Д., Калпакчиева Р., Оганесян Ю. Ц. и др.//ЯФ. 1979. Т. 30. С. 915—922.
80. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984.
81. Lazarev Yu. A.//Atomic Energy Rev. 1977. Vol. 15. P. 76—107.
82. Viola V. E., Sikkeland T.//Phys. Rev. 1963. Vol. 130. P. 2044—2053.
83. Plasil F., Schmitt H. W.//Phys. Rev. 1972. Vol. C5. P. 528—531.

84. Bock R., Chu Y. T., Dakowski M. e.a.//Nucl. Phys. 1982. Vol. A388. P. 334—380.
85. Glagola V. G., Back V. B., Betts R. R.//Phys. Rev. 1984. Vol. C29. P. 486—497.
86. Грузинцев Е. Н., Иткис М. Г., Околович В. Н., Смиренкин Г. Н.//ЯФ 1984. Т. 39. С. 1336—1348.
87. Карамян С. А., Оганесян Ю. Ц., Пенюонжкевич Ю. Э., Пустыльник Б. И.//ЯФ. 1969. Т. 9. С. 715—726.
88. Ferguson R. L., Plasil F., Freiesleben H., Bemis C. E.//Phys. Rev. 1973. Vol. C8. P. 1104—1108.
89. Cabot C., Ngõ C., Peter J., Tamain B.//Nucl. Phys. 1975. Vol. A244. P. 134—146.
90. Kalpakchieva R., Oganessian Yu. Ts., Penionzhkevich Yu. E. e.a.//Phys. Lett. 1977. Vol. 69B. P. 287—290.
91. Sahn C.-C., Schulte H., Vermeulen D. e.a. //Z. Phys. 1980. Vol. A297. P. 241—245.
92. Whetstone S. L.//Phys. Rev. 1964. Vol. 133. P. 613—623.
93. Дмитриев В. Д., Зодан Х., Калинин А. М. и др.//ЯФ. 1982. Т. 35. С. 1112—1118.
94. Грузинцев Е. Н., Иткис М. Г., Околович В. Н. и др.//ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1100—1108.
95. Адеев Г. Д., Пашкевич В. В., Сердюк О. И.//Краткие сообщения ОИЯИ № 4 24-87. Дубна, 1987. С. 51—58.
96. Moretto L. G.//Nucl. Phys. 1975. Vol. A247. P. 211—230.
97. Pashkevich V. V.//Nucl. Phys. 1971. Vol. A169. P. 275—293.
98. Gruzintsev Ye. N., Itkis M. G., Kotlov J. V. e.a.//Z. Phys. 1986. Vol. A323. P. 307—314.
99. Грузинцев Е. Н., Иткис М. Г., Мульгин С. И. и др.//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1101—1111.
100. Карамян С. А., Нормуратов Ф., Оганесян Ю. Ц. и др.//ЯФ. 1968. Т. 8. С. 690—694.
101. Карамян С. А., Оганесян Ю. Ц., Пустыльник Б. И.//ЯФ. 1970. Т. 11. С. 982—991.
102. Струтинский В. М.//ЖЭТФ. 1963. Т. 45. С. 1900—1907.
103. Jensen A. S., Døssing T.//Proc. Intern. Symp. on Physics and Chemistry of Fission. Rochester, 1973. Vienna, IAEA, 1974. Vol. 1. P. 409—419.
104. Brosa U., Grossmann S.//J. Phys. G: Nucl. Phys. 1984. Vol. 10. P. 933—954.
105. Оганесян Ю. Ц. Деление возбужденных ядер и возможности синтеза новых изотопов: Автореф. докт. дис. ОИЯИ 7-4540. Дубна, 1969.
106. Brosa U., Grossmann S.//Z. Phys. 1983. Vol. A310. P. 177—187.
107. Гейликман Б. Т.//АЭ. 1959. Т. 6. С298—305.
108. Shen W. G., Albinsky J., Bock R. e.a.//Europhys. Lett. 1986. Vol. 1. P. 113—121.
109. Myers W. D., Mantzouranis G., Randrup J.//Phys. Lett. 1981. Vol. 98B. P. 1—4.
110. Moretto L. G., Schmitt R. P.//Rep. Progr. Phys. 1981. Vol. 44. P. 533—591.
111. Hasse R. W.//Ann. Phys. 1972. Vol. 68. P. 377—461.
112. McMahan M. A., Moretto L. G., Padgett M. L. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 1995—1998.
113. Иткис М. Г., Околович В. Н., Русанов А. Я., Смиренкин Г. Н.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1109—1122.
114. Cohen S., Plasil F., Swiatecki W. J.//Ann. Phys. 1974. Vol. 82. P. 557—596.
115. Грузинцев Е. Н., Иткис М. Г., Околович В. Н. и др.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 616—624.
116. Van Geertruyden A., Leclercq—Willain Ch.//Nucl. Phys. 1986. Vol. A459. P. 173—195; P. 196—226.