

У ДК 535:530.182

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

*Д. Михалаке*

Центральный институт физики, Бухарест, Румыния

*Р. Г. Назмитдинов*

Научно-исследовательский институт прикладной физики, ТашГУ, Ташкент

*В. К. Федянин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматривается современное состояние проблемы распространения нелинейных оптических волн через диэлектрические и металлические слоистые структуры. Обсуждаются основные концепции и теоретические подходы, используемые при анализе нелинейных поверхностных волн (НПВ) и нелинейных волноводных мод (НВМ), амплитуды которых являются решениями определенного класса нелинейного уравнения Шредингера с коэффициентами, зависящими от поперечной координаты. Методами численного анализа проведено исследование устойчивости НПВ и НВМ. Предложены возможные приложения явления НПВ и НВМ для создания приборов нелинейной интегральной оптики.

Modern status of the problem of propagation of nonlinear optical waves through dielectric layered structures is reviewed. The basic concepts and theoretical approaches used to analyse nonlinear surface and guided wave phenomena in planar structures are discussed. The amplitudes of these waves are obtained as special solutions of a nonlinear Schrodinger-like equation with coefficients that depend on the transverse coordinate. The stability of these new nonlinear optical waves to propagation in two- or three-layered planar structures is also numerically analysed. Some possible applications to integrated all-optical devices are suggested on the basis of these new nonlinear surface-guided waves.

### ВВЕДЕНИЕ

Открытие оптической бистабильности в полупроводниках GaAs [1] и InSb [2] и их многочисленное применение в оптических интегральных процессорах для оптической связи и в оптических компьютерах стимулировали в последние годы значительную теоретическую и экспериментальную активность [3—4]. Для простого случая плоской волны были сделаны и продемонстрированы нелинейные оптические приборы, такие, как бистабильные переключатели [1, 2] и логические элементы [5, 6]. В общем случае планарные оптические волноводы обеспечивают оптимальную геометрию для эффективного нелинейного взаимодействия и, в частности, для нелинейных оптических процессоров.

Ключевая концепция, на которой базируются все нелинейные волноводные приборы, состоит в том, что локальная интенсивность направляемых волн контролирует вектор распространения, т. е. профиль оптического поля и постоянная распространения могут

зависеть от потока энергии падающего пучка, когда одна или несколько контактирующих сред характеризуются зависящим от интенсивности падающего пучка показателем преломления. На основе данного оптического явления можно создать два типа интегральных оптических приборов.

Первый тип оптических приборов — это приборы, в которых нелинейное изменение в показателе преломления незначительно по сравнению с разницей показателей преломления контактирующих сред. В этом случае зависимость волнового вектора распространения от потока энергии можно оценить в рамках теории связанных мод [7—9], а распределение электромагнитного поля связанных волн (профиль оптического поля) аппроксимировать с помощью линейных волноводных мод. Приборы, работающие в этом режиме, включают в себя нелинейные призмные и решеточные элементы связи [10, 11], а также нелинейные когерентные элементы связи [12, 13].

Второй тип составляют нелинейные оптические приборы, в которых оптически наведенное изменение показателя преломления сравнимо или превышает разницу показателей преломления между контактирующими средами. В этом случае волновой вектор распространения и распределение оптического поля зависят от потока энергии падающего пучка. Эта зависимость может быть оценена с помощью более точного подхода, в котором решается нелинейное волновое уравнение при условии непрерывности тангенциальных электрических и магнитных полей вдоль всех поверхностей. Приборы, работающие в этом режиме, включают в себя нелинейные волноводные оптические ограничители мощности, а также приборы с низким критическим порогом потока энергии и оптические переключатели [14]. В работах [15—17] были впервые найдены аналитические решения для оптических полей, распространяющихся в средах, подчиняющихся закону Керра. Эти работы заложили основы быстрого прогресса в области исследования нелинейных волноводных мод (НВМ) и нелинейных поверхностных волн (НПВ).

Уникальные особенности НВМ и НПВ, распространяющихся в планарных слоистых структурах, которые проявляют как самофокусирующие, так и самодефокусирующие свойства, интенсивно изучались во многих работах [18—39]. В работе [40] был развит формализм для произвольных свободных от потерь оптических нелинейностей (нелинейности не керровского типа), который использовался в [41, 42] для численной оценки зависимости волнового вектора от потока энергии в различных планарных слоистых структурах. Вопрос об устойчивости распространения различных  $TE_m$ -нелинейных стационарных волновых решений изучался численно в ряде работ [43—50]. В [51] на основе метода распространения пучка исследовалось возбуждение нелинейных  $TE_0$ -поверхностных волн с помощью гауссова светового пучка. Было показано, что в случае тонкой диэлектрической пленки, окруженной двумя самофокусирующими средами, можно независимо возбудить три различ-

ных распределения поля, соответствующих одному и тому же уровню волнового потока энергии, с помощью соответствующих гауссовых пучков. Проблема многосолитонной эмиссии из нелинейного волновода рассматривалась в [52]. В этой работе численно продемонстрировано, что внешнее возбуждение НПВ, когда показатели преломления пленки и подложки линейны, а показатель преломления покровного слоя имеет нелинейные свойства (оптический эффект Керра), может проявлять последовательное пороговое поведение в результате эмиссии мультисолитонов из волновода. Такое поведение подобно поведению, предсказанному для нелинейной границы раздела [53, 54]. В [55] с помощью метода распространения пучка исследовались эффекты нелинейного поглощения распространяющихся  $TE_0$ -НВМ в оптическом волноводе с нелинейным покровным слоем, подчиняющимся закону Керра. К настоящему времени сделано только несколько экспериментальных сообщений относительно НПВ [56, 57]. Авторы этих работ использовали нелинейную самофокусирующую среду (жидкий кристалл МВВА или  $CS_2$ ) с осажденной диэлектрической пленкой. Эти эксперименты можно было бы проинтерпретировать в терминах НПВ, распределение оптического поля которых зависит от потока энергии.

Цель данной работы состоит в том, чтобы наиболее простым способом проиллюстрировать на нескольких примерах основные физические принципы явления НПВ и НВМ в планарных слоистых структурах. Выбор материала обусловлен критерием максимальной простоты, все незатронутые вопросы, относящиеся к данной теме, можно найти в современном обзоре [58]. Мы детально анализируем нелинейные  $TE$ -поляризованные волны, распространяющиеся в слоистых планарных структурах, для которых можно получить точные стационарные решения нелинейного волнового уравнения.

Статья организована следующим образом. Разд. 1 посвящен исследованию поверхностных электромагнитных волн, направляемых нелинейными границами раздела. Обсуждаются основные концепции и метод анализа НПВ и НВМ. В разд. 2 детально исследуются нелинейные  $TE$ -поляризованные волны, направляемые тонкими диэлектрическими пленками. В разд. 3 показано, что нелинейные  $TE$ -поляризованные волны могут направляться также очень тонкими металлическими пленками (нелинейные поверхностные плазмоны). В заключении кратко суммированы выводы.

## 1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, НАПРАВЛЯЕМЫЕ ОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

**Диэлектрический тензор и зависящий от интенсивности показатель преломления.** В последние годы успехи теории в области нелинейной оптики связаны с исследованием взаимодействия сильного светового поля со средой, которое приводит к смешиванию трех оптических полей. Нелинейный член третьего порядка вектора поляри-

зации в нелинейной оптической среде имеет вид

$$P_i^{NL}(\omega) = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(3)} E_j(\omega) E_k^*(\omega) E_l(\omega), \quad (1)$$

где  $i = x, y, z$ ;  $\chi^{(3)}$  — восприимчивость третьего порядка и  $\mathbf{E}$  — вектор электрического поля. Отметим, что одно из смешивающихся оптических полей должно быть комплексно-сопряженным, вследствие чего частота выходного и входного сигналов одна и та же, что является основным требованием для всех оптических процессоров, работающих на одной частоте  $\omega$ .

Если оптическое поле, ассоциируемое с плоскими или с направляемыми волнами, достаточно велико, то оно может изменить показатель преломления среды. Для плоской волны, распространяющейся в изотропном материале, фурье-компонента поляризованного поля с частотой  $\omega$  имеет вид

$$P_i(\omega) = \varepsilon_0 [\chi_{ii}^{(1)} + 3\chi_{\text{эф}}^{(3)} |E_j(\omega)|^2] E_i(\omega), \quad (2)$$

где  $\chi_{ii}^{(1)} = n_0^2 - 1$ ,  $n_0$  — линейная часть показателя преломления, выражая  $|E_j(\omega)|^2$  в терминах локальной интенсивности  $I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 n_0 |E_j(\omega)|^2$ , зависящий от интенсивности показатель преломления можно записать в следующей форме:

$$n = n_0 + n_{2I} I, \quad n_{2I} = \frac{3\chi_{\text{эф}}^{(3)}}{c\varepsilon_0 n_0}, \quad (3)$$

где условие  $n_{2I} > 0$  соответствует самофокусирующей, а условие  $n_{2I} < 0$  — самодиффузирующей нелинейности типа Керра.

В случае направляемых волн, распространяющихся вдоль оси  $x$  с  $z$ -нормалью к поверхности, электрическое поле имеет вид

$$E_i = \frac{1}{2} E_i(z) \exp [i(\beta k_0 x - \omega t)] + \text{к.с.}, \quad (4)$$

где  $\beta$  — эффективный показатель преломления для направляемых волн;  $k_0 = \omega/c$  — постоянная распространения в вакууме. Нелинейный вектор поляризации в изотропной среде определяется выражением [9,59]

$$P_i^{NL}(z) = c\varepsilon_0^2 n_0^2 n_{2I} \left[ \frac{2}{3} E_i(z) \sum_j E_j(z) E_j^*(z) + \frac{1}{3} E_i^*(z) \sum_j E_j(z) E_j(z) \right]. \quad (5)$$

Для  $TE$ -поляризованных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$ , векторы электрического и магнитного полей имеют вид  $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$  и  $\mathbf{H} = (H_x, 0, H_z)$ , и следовательно, ненулевая компонента вектора поляризации

$$P_y^{NL}(z) = c\varepsilon_0^2 n_0^2 n_{2I} |E_y(z)|^2 E_y(z). \quad (6)$$

В этом случае в уравнения Максвелла войдет только одна компонента нелинейного диэлектрического тензора  $\varepsilon_{yy}$ :

$$\varepsilon_{yy} = n_0^2 + \alpha |E_y|^2, \quad \alpha = c\varepsilon_0 n_0^2 n_{2I}, \quad (7)$$

а сами уравнения Максвелла имеют вид

$$\frac{dE_y}{dz} = -i\omega\mu_0 H_x, \quad \beta k_0 E_y = \omega\mu_0 H_z; \quad (8)$$

$$\frac{dH_x}{dz} - i\beta k_0 H_z = i\omega\varepsilon_0 \varepsilon_{yy} E_y. \quad (9)$$

Уравнения (8) и (9) позволяют получить следующее нелинейное волновое уравнение для функции амплитуды  $E_y(z)$ :

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - n_0^2) E_y + \alpha k_0^2 |E_y|^2 E_y = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) в случае реальных электрических полей имеет аналитическое решение [15—17], которое детально обсуждается ниже.

**Поперечные электрические поляризованные НПВ.** *TE*-поляризованные поверхностные электромагнитные волны не могут существовать на границе раздела между двумя диэлектрическими средами, чьи показатели преломления не зависят от интенсивности. Однако если показатель преломления одной из диэлектрических сред зависит от энергии падающего пучка, то становится возможным существование нелинейных поверхностных волн [15, 18, 20, 60]. В этом случае самофокусирующая оптическая нелинейность, которая может быть и не малой, порождает новый тип оптических волн, не имеющих аналогов в линейной оптике поверхностных мод (критический уровень энергии достигается прежде, чем появляются НПВ и, следовательно, возникает самофокусирующий канал).

Рассмотрим нелинейную поверхность между оптически линейной полубесконечной диэлектрической средой (называемой подложкой), характеризующейся диэлектрической константой  $\varepsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ), и полубесконечной нелинейной средой, подчиняющейся закону Керра (называемой покровным слоем), характеризующейся функцией  $\varepsilon = \varepsilon_c + \alpha_c |E|^2$  в области II ( $z > 0$ ). *TE*-поляризованные волны распространяются вдоль оси  $x$  с  $z$ -нормалью к поверхности. Неисчезающая компонента электрического поля имеет вид

$$E_y(x, z, t) = \frac{1}{2} E_y(x, z) \exp [i(\beta k_0 x - \omega t)] + \text{к.с.}, \quad (11)$$

а нелинейные уравнения Максвелла для не зависящих от  $x$  полей направляемых волн (стационарное распределение поля) могут быть

записаны следующим образом:

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 q_s^2 E_y^I = 0, \quad z < 0; \quad (12)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 q_c^2 E_y^{II} + \alpha_c k_0^2 (E_y^{II})^3 = 0, \quad z > 0, \quad (13)$$

где  $q_s^2 = \beta^2 - \varepsilon_s$ ;  $q_c^2 = \beta^2 - \varepsilon_c$ ;  $\alpha_c = c\varepsilon_0 n_c^2 n_{2c}$ .

Для волн, направляемых одной границей раздела, характеризующей условием  $E_y(z) \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ , т. е. для убывающих экспоненциально полей, решение уравнений (12) и (13) хорошо известно [15—17, 61]:

$$E_y^I(z) = E_0 \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (14)$$

$$E_y^{II}(z) = \left(\frac{2}{\alpha_c}\right)^{1/2} q_c \{\operatorname{ch}[k_0 q_c(z - z_c)]\}^{-1}, \quad z > 0, \quad (15)$$

где  $q_s = (\beta^2 - \varepsilon_s)^{1/2}$ ;  $q_c = (\beta^2 - \varepsilon_c)^{1/2}$  и  $\alpha_c > 0$  (самофокусирующая нелинейность).

Для  $TE$ -поляризованных волн поле  $E_y$  и его производная  $dE_y/dz$  являются непрерывными функциями вдоль границы раздела  $z = 0$  между нелинейной и линейной средами. Отсюда прямо вытекает уравнение на собственные значения

$$\varepsilon_\varepsilon = \varepsilon_c + \frac{1}{2} \alpha_c E_0^2, \quad (16)$$

где  $E_0$  — значение поля на поверхности. Из уравнения (16) следует, что амплитуда поля на границе фиксирована, так как  $\varepsilon_s$  и  $\varepsilon_c$  — константы, и в пределе  $\alpha_c \rightarrow 0$  с необходимостью следует  $E_0 \rightarrow +\infty$ , т. е.  $TE$ -поляризованные поверхностные электромагнитные волны не существуют на границе раздела в линейном пределе.

Поток энергии направляемых поверхностных волн определяется посредством вектора Пойнтинга

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_x dz = \frac{\beta}{2c\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(z) dz. \quad (17)$$

Для среды, подчиняющейся закону Керра, это выражение можно оценить аналитически (см., например, [15, 18]):

$$P(\beta) = P_0 \beta \left[ \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_c)}{q_s} + 2(q_s + q_c) \right], \quad (18)$$

где  $P_0 = (\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2} (2\alpha_c k_0)^{-1}$ . Формула (18) может рассматриваться как нелинейное дисперсионное уравнение  $\omega = \omega(k, P)$ , т. е. частота  $\omega$  и волновой вектор  $k$  связаны друг с другом при данном уровне потока энергии.

Можно приближенно оценить коэффициент затухания НВМ и НПВ с помощью мнимой компоненты диэлектрической константы,

если предположить, что в случае небольшой потери энергии на единицу длины волны законно распределение оптического поля, соответствующее случаю без потерь [60, 62, 63].

Формализм, позволяющий оперировать с произвольной локальной нелинейностью без потерь, развивался в работе [40]. В этой технике не требуется знания аналитических решений нелинейного волнового уравнения, чтобы оценить зависимость волнового вектора от потока энергии.

Хорошо известно, что форма диэлектрической функции определяется физическими процессами, которые ведут к нелинейности. Нелинейность Керра, которая является квадратичной функцией локального оптического поля  $\epsilon^{NL} = \alpha |\mathbf{E}|^2$ , возникает вследствие нелинейности электроники, тепловых эффектов и т. д. В полупроводниковых материалах, где нелинейность, обусловленная поглощением, ведет к образованию экситонов, плазмонов и т. д., зависимость диэлектрической функции от электрического поля не является квадратичной. В этом случае оптическая нелинейность имеет вид  $\epsilon^{NL} = \alpha_r |\mathbf{E}|^r$ , где  $1 < r < 2$  [64—67]. Более того, в реальных материалах невозможно оптически изменять до бесконечности показатель преломления из-за эффекта насыщения. Границы изменения показателя преломления при насыщении  $\Delta n_{\text{sat}}$  варьируются от  $10^{-1}$  до  $10^{-4}$ . Эффект насыщения является важным для нелинейной границы раздела, так как интересные зависящие от потока энергии свойства НПВ имеют место, когда оптически наведенное изменение в показателе преломления  $\Delta n_{\text{sat}}$  сравнимо или больше разницы показателей преломления подложки  $n_s$  и покровного слоя  $n_c$ , существующей при малых мощностях потока энергии.

Смоделируем диэлектрическую функцию нелинейного самофокусирующего ( $\alpha_c > 0$ ) покровного слоя в виде [41, 42, 60, 68]:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c + \epsilon_{\text{sat}} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\alpha_c E_y^2}{\epsilon_{\text{sat}}} \right) \right]; \quad (19)$$

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c + \frac{\alpha_c E_y^2}{\left( 1 + \frac{\alpha_c E_y^2}{\epsilon_{\text{sat}}} \right)}; \quad (20)$$

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c + \alpha_{c,r} E_y^r, \quad r \geq 1. \quad (21)$$

Отметим, что для обоих диэлектрических тензоров (19), (20) максимальное изменение в диэлектрической функции есть величина  $\epsilon_{\text{sat}}$ , так как при  $|\mathbf{E}|^2 \rightarrow \infty \quad \epsilon \rightarrow \epsilon_c + \epsilon_{\text{sat}}$ . Для малых полей  $\epsilon \rightarrow \epsilon_c + \alpha_c E_y^2$ , т. е. случай обычной среды, подчиняющейся закону Керра. Диэлектрические тензоры (19)—(21) можно записать в общей форме:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c + \epsilon_c^{NL} (E_y^2). \quad (22)$$

Нелинейное волновое уравнение для реальной величины (в отсутствие потери)  $E_y(z)$  имеет вид

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} + k_0^2 [\epsilon_c + \epsilon_c^{NL}(E_y^2) - \beta^2] E_y = 0. \quad (23)$$

Для поверхностных связанных волн, характеризуемых при  $|z| \rightarrow \infty$  стремлением  $E_y(z) \rightarrow 0$ , первый интеграл уравнения (23) может быть записан в форме

$$\left( \frac{dE_y}{dz} \right)^2 = \Phi_c(E_y, \beta) = k_0^2 \left[ q_c^2 E_y^2 - \int_0^{E_y^2} \epsilon_c^{NL}(E_y^2) d(E_y^2) \right]. \quad (24)$$

Непрерывность величин  $E_y$  и  $dE_y/dz$  вдоль нелинейной границы  $z = 0$  между линейной подложкой и нелинейным покровным слоем ведет к дисперсионному соотношению

$$q_s + \bar{q}_c = 0. \quad (25)$$

Здесь

$$\bar{q}_c = (-1)^{M_c} (\beta^2 - \epsilon_{cNL})^{1/2}; \quad (26)$$

$$\epsilon_{cNL} = \epsilon_c + \frac{1}{E_0^2} \int_0^{E_0^2} \epsilon_c^{NL}(E_y^2) d(E_y^2), \quad (27)$$

где  $E_0$  — поле на поверхности;  $\epsilon_{cNL}$  — усредненная диэлектрическая функция нелинейной среды;  $M_c = 1$ , если самофокусирующий пик имеет место в нелинейном покровном слое, и  $M_c = 0$ , если максимум поля в нелинейной среде отсутствует. В нашем случае самофокусирующего нелинейного покровного слоя ( $\alpha_c > 0$ ) максимум самофокусирующего поля имеет место в среде ( $M_c = 1$ ) и из дисперсионного соотношения

$$\epsilon_s = \epsilon_c + \frac{1}{E_0^2} \int_0^{E_0^2} \epsilon_c^{NL}(E_y^2) d(E_y^2) \quad (28)$$

можно определить поле на поверхности  $E_0$ . Для покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, уравнение (28) приводится к уравнению (16). Из уравнения (28) мы получаем важный результат: *TE*-поляризованные нелинейные поверхностные волны могут поддерживаться нелинейной границей раздела тогда и только тогда когда  $\epsilon_s > \epsilon_c$ .

Поток энергии направляемых волн, параллельный поверхности, есть  $P = P_s + P_c$ , где  $P_c$  определяется выражением [40]:

$$P_c = \frac{\beta}{2\mu_0 c} \left[ \int_0^{\bar{E}_y} \frac{E_y^2 dE_y}{\Phi_c^{1/2}} + (-1)^{M_c} \int_{E_y}^{E_0} \frac{E_y^2 dE_y}{\Phi_c^{1/2}} \right]. \quad (29)$$



Здесь  $M_c = 1$ ,  $\Phi_c^{1/2} = \frac{dE_y}{dz}$  и  $\bar{E}_y$  — максимум поля, полученный из условия  $\Phi_c(\bar{E}_y) = 0$ . Окончательно для полного потока  $P = P_s + P_c$  получаем

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{u}{q_s}; \tag{30}$$

$$P_c = \frac{1}{2} P_0 \beta \left[ \int_0^{\bar{u}} \frac{dx}{[\varphi(x)]^{1/2}} + (-1)^{M_c} \int_{\bar{u}}^u \frac{dx}{[\varphi(x)]^{1/2}} \right]. \tag{31}$$

Здесь

$$\varphi(x) = \beta^2 - \varepsilon_c - \varepsilon_{\text{sat}} + \frac{\varepsilon_{\text{sat}}^2}{x} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\varepsilon_{\text{sat}}}\right) \right]; \tag{32}$$

$$\varphi(x) = \beta^2 - \varepsilon_c - \varepsilon_{\text{sat}} + \frac{\varepsilon_{\text{sat}}^2}{x} \ln\left(1 - \frac{x}{\varepsilon_{\text{sat}}}\right); \tag{33}$$

$$\varphi(x) = \beta^2 - \varepsilon_c - \frac{2}{(r+2)} x^{r/2} \tag{34}$$

соответствуют диэлектрическим тензорам (19)–(21),  $u = \alpha_c E_0^2$  получено из уравнения (28), а величина  $\bar{u}$  определяется из условия  $\varphi(\bar{u}) = 0$ .

Для среды подчиняющейся закону Керра, имеет  $\varphi(x) = \beta^2 - \varepsilon_c - \frac{1}{2} x$  и интегралы (31) можно оценить аналитически:

$$P_c = 2P_0 \beta \left[ (\beta^2 - \varepsilon_c)^{1/2} + \left( \beta^2 - \varepsilon_c - \frac{1}{2} u \right)^{1/2} \right], \tag{35}$$

где  $u = \alpha_c E_0^2 = 2(\varepsilon_s - \varepsilon_c)$  [см. (16)].

В случае покровного слоя с нелинейностью, достигающей насыщения и характеризуемой диэлектрическими функциями (19) и (20), имеет место максимальное оптически наведенное изменение  $\Delta\varepsilon_c$  диэлектрической константы, т. е.  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}}$  для больших полей  $|\mathbf{E}| \rightarrow \infty$ . Таким образом, с увеличением потока эффективный показатель преломления  $\beta$  достигает асимптотически своего предельного значения  $(\varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}})^{1/2}$ . Необходимое условие для существования решения уравнения (28) для неизвестной  $E_0$  — это выполнение неравенства  $\varepsilon_s < \varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}}$ . Из условия  $\Phi_c(\bar{E}_y) = 0$  получаем  $\beta^2 < \varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}}$ , следовательно, область допустимых значений  $\beta$  в случае НПВ есть  $\varepsilon_s^{1/2} < \beta < (\varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}})^{1/2}$ .

Для покровного слоя, зависящего от потока энергии и характеризуемого диэлектрической функцией (21), имеем

$$u = \left[ \frac{(r+2)(\varepsilon_s - \varepsilon_c)}{2} \right]^{2/r}, \tag{36}$$

$$\bar{u} = \left[ \frac{(r+2)(\beta^2 - \varepsilon_c)}{2} \right]^{2/r}, \tag{37}$$

а потоки энергии  $P_s$ ,  $P_c$  определяются соотношениями (30) и (31), где  $P_0$  заменено величиной  $P_{0,r} = (\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} (2k_0\alpha_{c,r}^2/r)^{-1}$ .

На рис. 1 представлены результаты численных расчетов для  $TE$ -поляризованных поверхностных волн в случае покровного слоя:

- а) подчиняющего закону Керра ( $r = 2$ );
- б) не подчиняющего закону Керра ( $r \neq 2$ );
- в) достигающего насыщения.

Зависимость потока энергии  $P$  от эффективного показателя  $\beta$  рассчитана для нелинейного покровного слоя, характеризуемого ве-

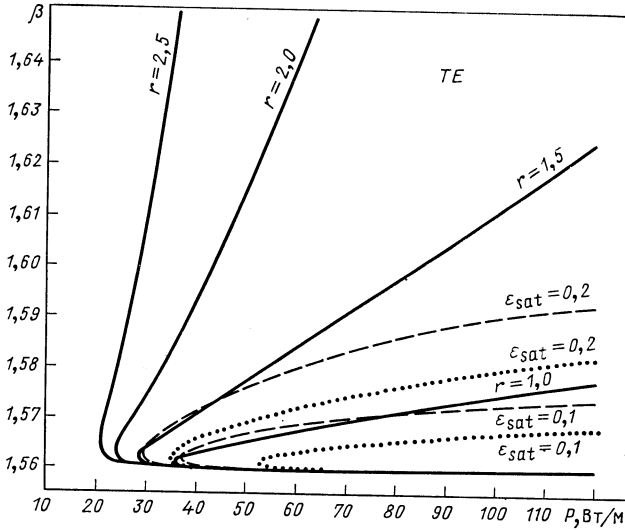


Рис. 1. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от потока энергии для  $TE$ -волн, направляемых границей раздела между самофокусирующим покровным слоем ( $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт) и линейной подложкой ( $n_s = 1,56$ ):

пунктир соответствует диэлектрической функции (19); точечная — (20) [69]

личинами  $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт (жидкий кристалл МВВА), контактирующего с линейной подложкой, характеризуемой  $n_s = 1,56$ , при длине волны света  $\lambda = 0,515$  мкм (лазер на ионах аргона). Значения нелинейных коэффициентов  $\alpha_{c,r}$  выбраны так, чтобы воспроизвести равные минимальные значения потока энергии:  $\alpha_{c;1} = 4,7 \cdot 10^{-9}$  м/В;  $\alpha_{c;1,5} = 1,75 \cdot 10^{-9}$  (м/В)<sup>1,5</sup>;  $\alpha_{c;2,5} = 2,3 \times 10^{-14}$  (м/В)<sup>2,5</sup> (см. [69]).

Из рис. 1 следует, что минимальная мощность, необходимая для возбуждения  $TE$ -НПВ, увеличивается с понижением  $\epsilon_{sat}$ .

**Стабильность распространения НПВ.** Отражение плоской волны от границы раздела линейной и нелинейных сред впервые в явном виде исследовалось в [17, 70]. Следом за этой пионерской работой были проведены теоретические [53, 54, 71] и экспериментальные [72]

исследования взаимодействия гауссовых световых пучков с нелинейной границей раздела. Возбуждение НПВ с помощью гауссовых световых пучков численно изучалось в [43]. Решающим в проблеме возбуждения НПВ внешними источниками является вопрос о стабильности их распространения. В [43] показано, что как стабильные, так и нестабильные НПВ могут возбуждаться с помощью гауссовых световых пучков, падающих на нелинейную границу раздела из линейной среды под скользящими углами.

Рассмотрим нелинейную границу раздела между линейной подложкой, характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ), и нелинейным покровным слоем, подчиняющимся закону Керра и характеризующимся диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  в области II ( $z > 0$ ). Пусть поляризованная волна с ненулевой компонентой электрического поля  $E_y$ , однородной вдоль оси  $y$ , распространяется вдоль оси  $x$  с частотой  $\omega$ . Тогда для слегка меняющейся амплитуды  $A(x, z) = \alpha_c^{1/2} E_y(x, z)$  имеет место параболическое уравнение

$$-2i\beta k_0 \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \gamma^2(z) k_0^2 A + \theta(z) k_0^2 |A|^2 A. \quad (38)$$

Здесь для  $z < 0$ :  $\theta(z) = 0$ ,  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_s^2$ ; а для  $z > 0$ :  $\theta(z) = 1$ ,  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_c^2$ . Отметим, что обычное стационарное решение уравнения (38), т. е.  $A(0, z) = A_0(z)$ , может быть получено аналитически [см. (14) и (15)].

Уравнение (38) имеет два интеграла движения:

$$I(\beta) = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dz = (P_0 \beta)^{-1} P(\beta); \quad (39)$$

$$H(\beta) = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \left| \frac{\partial A}{\partial z} \right|^2 + k_0^2 \gamma^2(z) |A|^2 - \frac{1}{2} k_0^2 \theta(z) |A|^4 \right] dz \quad (40)$$

и для произвольных решений уравнения (38) тогда имеем  $dI/dx = dH/dx = 0$ . Уравнение (38) является уравнением смешанного типа, типа линейного/нелинейного уравнения Шредингера, с коэффициентами, зависящими от поперечной координаты  $z$ . Отсутствие трансляционной симметрии вдоль оси  $z$  означает, что мы не можем использовать элегантный аппарат метода обратной задачи рассеяния [73, 74] для аналитического решения проблемы. Чтобы избежать значительных расчетов, использовалась разностная схема Кранка — Николсона (см., например, [75, 76]) со следующими размерами сетки значений:  $k_0 \Delta x = k_0 \Delta z = 0,4$ . Соответствующая система нелинейных уравнений решалась с помощью метода Ньютона — Пикарда [75]. Для сходимости этого метода в рассматриваемом случае оказалось достаточно две итерации. Эта схема позволяет сохранять интегралы движения (39), (40) на всей сетке. Сохранение полного потока

энергии во всех случаях составляло 99 %. В случае нелинейного покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, и  $\beta = 1,5607$  в области ветви отрицательного наклона ( $dI/d\beta < 0$ ) (см. рис. 1) НПВ является неустойчивой. В результате эволюции она «выталкивается» в линейную подложку (рис. 2). Эволюция НПВ для  $\beta = 1,574$  на ветви положительного наклона ( $dI/d\beta > 0$ ) показана на

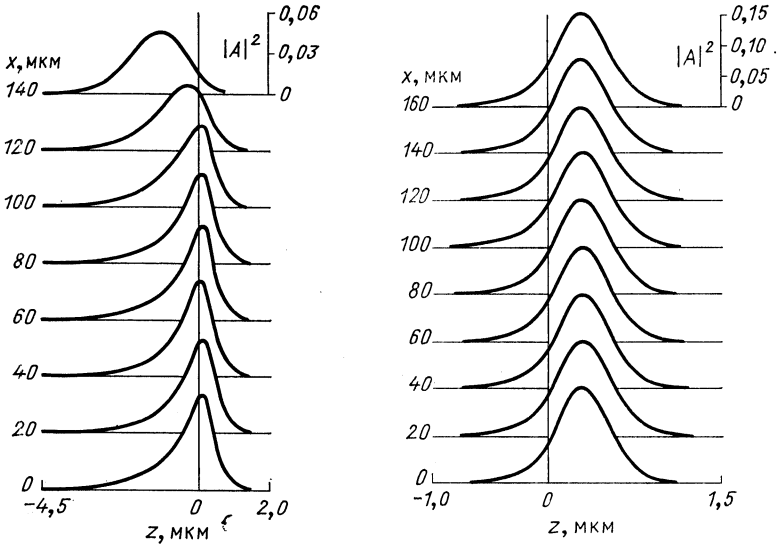


Рис. 2. Эволюция распределения поля в зависимости от расстояния распространения  $x$ .  
 Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт,  $n_s = 1,56$  и начальное распределение  $A_0(z)$  соответствует  $\beta = 1,5607$

Рис. 3. То же, что и на рис. 2, для  $\beta = 1,574$

рис. 3. При выбранном значении постоянной распространения нелинейная волна  $A_0(z)$  устойчива, по крайней мере, на расстоянии порядка 300 длин волны (рис. 3).

В заключение отметим, что в случае самофокусирующихся плоских волн в бесконечной среде в [77] показана их устойчивость для  $dI/d\beta > 0$ . Численные результаты для  $TE$ -поляризованных волн, направляемых нелинейной границей раздела, получены при том же критерии устойчивости, т. е. для  $dI/d\beta > 0$ .

**Поперечные магнитные поляризованные НПВ.** Электромагнитные волны, направляемые границей раздела между двумя полубесконечными средами или одной, или несколькими пленкам, окруженными двумя полубесконечными средами (см., например, [78, 79]), называются поверхностными поляритонами. Во всех случаях убывание

электромагнитных полей от границы раздела в полубесконечную среду происходит экспоненциальным образом, следовательно, поля локализируются вблизи поверхности. В случае поперечной магнитной (ТМ) поляризации магнитный вектор ориентирован перпендикулярно к плоскости падения, т. е. плоскости, определяемой направлением распространения и нормалью к поверхности.

Рассмотрим простейший случай электромагнитных волн, направляемых поверхностью между двумя полубесконечными линейными средами. Диэлектрические константы  $\epsilon_c$  и  $\epsilon_s$  характеризуют соответственно покровный слой и подложку. В линейном случае границы раздела могут поддерживаться только ТМ-поляризованные поверхностные поляритоны и только при условии  $\epsilon_c > 0$ ,  $\epsilon_s < 0$  и  $\epsilon_c < < | \epsilon_s |$ . Эффективный показатель преломления  $\beta = k/k_0$  определяется соотношением [79]

$$\beta^2 = \frac{\epsilon_c \epsilon_s}{\epsilon_s + \epsilon_c} = \frac{|\epsilon_s| \epsilon_c}{(|\epsilon_s| - \epsilon_c)}. \quad (41)$$

Ниже мы рассмотрим эффекты, обусловленные оптическими нелинейностями, значение которых может быть немалым, для поверхностных и волноводных электромагнитных волн. Вследствие наличия данных нелинейностей возникают новые типы волн, не имеющие аналога в линейной оптике поверхностных и связанных волн. Отметим, что распространение нелинейных ТМ-поляризованных поверхностных волн в плазме впервые исследовалось в [80]. Для ТМ-поляризации и среды, подчиняющейся закону Керра, существуют два приближения, используемых в литературе:

а) одноосное  $\epsilon_{xx} ( | E_x |^2 )$ -приближение, когда компонента диэлектрического тензора параллельна поверхности,  $\epsilon_{xx}$  зависит от компоненты поля  $E_x$ , параллельной поверхности [19];

б) одноосное  $\epsilon_{zz} ( | E_z |^2 )$ -приближение, когда компонента диэлектрического тензора перпендикулярна поверхности,  $\epsilon_{zz}$  зависит от нормальной компоненты поля  $E_z$  [81].

Дисперсионное уравнение для ТМ-поляризованных нелинейных поверхностных поляритонов (НПП), направляемых границей раздела между линейной диэлектрической и нелинейной диэлектрической, подчиняющейся закону Керра, средами в одноосном  $\epsilon_{xx} ( | E_x |^2 )$ -приближении

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_x + \alpha_{xx} | E_x |^2; \quad \epsilon_{zz} = \epsilon_z \quad (42)$$

впервые детально исследовалось в [19]. В этом же приближении и в случае  $\epsilon_x > 0$ ,  $\epsilon_z > 0$  в работе [60] были получены результаты для ТМ-поляризованных НПП, направляемых границей раздела между кварцем и вакуумом. В [21, 27] получены точные дисперсионные соотношения для нелинейных ТМ-поляризованных волн, распространяющихся вдоль границы раздела между двумя полубесконечными нелинейными одноосными средами, характеризующимися диагональными диэлектрическими тензорами типа (42). Влияние осцилляций

в переходном слое на спектр  $TM$ -поляризованных НПП в одноосном  $\epsilon_{xx} (|E_x|^2)$ -приближении впервые обсуждалось в [82] и в одноосном  $\epsilon_{zz} (|E_z|^2)$ -приближении

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_x, \\ \epsilon_{zz} &= \epsilon_z + \alpha_{zz} |E_z|^2 \end{aligned} \quad (43)$$

соответственно в [83].

Для  $TM$ -волн, распространяющихся в среде, которая подчиняется закону Керра, и в одноосном  $\epsilon_{xx} (|E_x|^2)$ -приближении дифференциальное уравнение для  $E_x(z)$ -компоненты поля имеет вид

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} - k_0^2 q_\gamma^2 E_x - \frac{k_0^2 q_\gamma^2 \alpha_\gamma}{\epsilon_\gamma} E_x^3 = 0, \quad (44)$$

где  $\gamma = s, f, c$  обозначает подложку, пленку и покровный слой соответственно. Это уравнение имеет аналитическое решение. Например, если  $\alpha_c < 0$  и  $\alpha_s < 0$ , имеем

$$E_x(z) = \left( \frac{2\epsilon_s}{|\alpha_s|} \right)^{1/2} \{ \text{ch} [k_0 q_s (z_s - z)] \}^{-1}, \quad z < 0; \quad (45)$$

$$E_x(z) = \left( \frac{2\epsilon_c}{|\alpha_c|} \right)^{1/2} \{ \text{ch} [k_0 q_c (z_c + z)] \}^{-1}, \quad z > 0. \quad (46)$$

Если  $\alpha_c > 0$  и  $\alpha_s > 0$ , тогда  $\text{ch}$  заменяется  $\text{sh}$ . Отметим, что знак последнего члена в уравнении (44) в этом случае отрицательный, тогда как в случае  $TE$ -поляризации он положительный. Вследствие этого имеется различие в распределении поля в случае  $TE$ - и  $TM$ -поляризацій для  $\epsilon_{xx} (|E_x|^2)$ -приближения.

Альтернативный способ решения состоит в исключении компонент  $E_x(z)$  и  $E_z(z)$  из уравнений Максвелла и получении уравнения для поля  $H_y(z)$ . В одноосном  $\epsilon_{zz} (|E_z|^2)$ -приближении получаем

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} - k_0^2 q_\gamma H_y + \frac{k_0^2 \beta^4 \alpha_\gamma}{c^2 \epsilon_0^3 \epsilon_{zz}^3} H_y^3 = 0. \quad (47)$$

Это уравнение не решается точно из-за наличия в знаменателе члена  $\epsilon_{zz}^3$ . Отметим, что для многих материалов значение  $\Delta\epsilon = |\alpha_\gamma E_z^2|$  меньше, чем 0,01, и в исключительных случаях, например для InSb, оно достигает порядка 0,1. Приближение  $\epsilon_{zz} \simeq \epsilon_\gamma$ , используемое в знаменателе третьего члена уравнения (47), приводит к небольшой погрешности для уже малого по значению члена. В этом пределе решения для  $H_y(z)$  имеют такую же форму, как и для точно решаемого  $TE$ -случая с  $\alpha_\gamma$ , замененной  $\alpha_\gamma' = \beta^4 (c^2 \epsilon_0^2 \epsilon_\gamma^3)^{-1} \alpha_\gamma$ . Таким образом, в одноосном  $\epsilon_{zz} (|E_z|^2)$ -приближении эквивалентность решений приводит к аналогичному поведению потока для  $TE$ - и  $TM$ -поляризованных поверхностных волн.

$TM$ -поляризованные электромагнитные волны, направляемые границей раздела, детально исследовались в [63]. При этом анализировались оба приближения  $\epsilon_{xx} (|E_x|^2)$  и  $\epsilon_{zz} (|E_z|^2)$ , рассчитаны

вались вектор распространения и коэффициент затухания в зависимости от потока энергии направляемых волн и состояния материалов. Коэффициент затухания для НПВ рассчитывался приближенно с помощью мнимых компонент диэлектрических констант  $\epsilon_{sI}$  и  $\epsilon_{cI}$ . Предполагая потери малыми, в [63] показано, что

$$\beta_I = \frac{1}{2\beta_R P} (\epsilon_{sI} P_s + \epsilon_{cI} P_c), \quad (48)$$

где  $\beta_I$  и  $\beta_R$  — соответственно мнимая и реальная части эффективного показателя преломления. В [84] была представлена теория нелинейных поверхностных  $TM$ -волн, однако проведенный анализ был ограничен случаем изотропной нелинейной среды, диэлектрическая константа которой содержала две электрические компоненты поля с равным весом. В работе [85] представлен численный метод решения уравнений Максвелла для  $TM$ -волн, распространяющихся на нелинейной границе раздела. Этот метод применим к произвольным нелинейным диэлектрическим тензорам, что достигается путем трансформации бесконечной поперечной плоскости в конечный интервал и использованием асимптотических граничных условий.

Ниже получим точное дисперсионное соотношение для  $TM$ -поляризованных поверхностных волн на границе раздела линейного диэлектрика или металла и нелинейного диэлектрика, подчиняющегося закону Керра [39]. Это дисперсионное соотношение — уравнение со многими членами, включающее значения компонент электрического поля на границе раздела, параметры среды и эффективный показатель преломления  $\beta$  для поверхностных волн. Отметим, что поверхностные электромагнитные волны, направляемые границей между нелинейным диэлектриком и металлом, представляют частный интерес, так как они соответствуют НПВ, не имеющим порога энергии.

Хорошо известно, что  $TM$ -поляризованные волны имеют две электрические компоненты поля, одна из которых ( $E_x$ ) параллельна волновому вектору, а другая ( $E_z$ ) перпендикулярна поверхности. Чтобы определить эффекты, обусловленные зависящим от интенсивности показателем преломления, необходимо прежде всего исследовать нелинейное поляризационное поле. Вектор электрического поля определяется соотношением

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} [E_x(z)x + E_z(z)z] \exp[i(\beta k_0 x - \omega t)] + \text{к.с.}, \quad (49)$$

где фазы компонент  $E_x(z)$  и  $E_z(z)$  отличаются на  $\pi/2$  друг от друга, т. е.  $|E_z|^2 = E_z^2$  и  $|E_x|^2 = -E_x^2$ . Для ненулевых компонент нелинейного вектора поляризации имеем [9]

$$P_x^{NL}(z) = \epsilon_0 (\alpha_{xx} |E_x(z)|^2 + \alpha_{xz} |E_z(z)|^2) E_x(z); \quad (50)$$

$$P_z^{NL}(z) = \epsilon_0 (\alpha_{zx} |E_x(z)|^2 + \alpha_{zz} |E_z(z)|^2) E_z(z). \quad (51)$$

Тогда для компонент диэлектрического тензора, характеризующего среду, подчиняющуюся закону Керра, получаем

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_x + \alpha_{xx} |E_x|^2 + \alpha_{xz} |E_z|^2; \quad (52)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_z + \alpha_{zx} |E_x|^2 + \alpha_{zz} |E_z|^2, \quad (53)$$

где значения  $\alpha_{ij}$  (оптические нелинейности Керра) зависят от нелинейного механизма, рассматриваемого ниже. Для нелинейностей электроники, которые можно получить с помощью разложения в ряд поляризации в терминах переменных поля, получим  $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = 3\alpha_{xz} = 3\alpha_{zx} = c\varepsilon_0 n_0^2 n_{2I}$ , в то время как для нелинейностей, связанных с электрострукцией,  $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = \alpha_{xz} = \alpha_{zx} = c\varepsilon_0 n_0^2 n_{2I}$ , где  $n = n_0 + n_{2I}I$ ,  $n_0$  — линейная часть показателя преломления и  $n_{2I}$  — зависящий от интенсивности коэффициент показателя преломления.

Электрические компоненты  $E_x(z)$  и  $E_z(z)$  для  $TM$ -поляризованных поверхностных волн подчиняются уравнениям

$$\frac{dE_x}{dz} = -i \frac{k_0}{\beta} (\varepsilon_{zz} - \beta^2) E_z; \quad (54)$$

$$\frac{d(E_z \varepsilon_{zz})}{dz} = -i\beta k_0 \varepsilon_{xx} E_x; \quad (55)$$

$$H_y = -\frac{c\varepsilon_0}{\beta} \varepsilon_{zz} E_z. \quad (56)$$

Ключевым пунктом анализа является условие того, что для поверхностных  $TM$ -волн, т. е. при условии  $E \rightarrow 0$  и  $dE/dz \rightarrow 0$ , если  $z \rightarrow \pm \infty$ , уравнения (54), (55) имеют первый интеграл

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dE_x}{dz} \right)^2 + U(E_x, E_z) = 0, \quad (57)$$

где

$$U(E_x, E_z) = \frac{1}{2} k_0^2 \varepsilon_x E_x^2 + \frac{1}{2} k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_z) E_z^2 + \frac{1}{2} k_0^2 \alpha_{xz} E_x^2 E_z^2 - \frac{1}{4} k_0^2 \alpha_{xx} (E_x^4 + E_z^4), \quad (58)$$

что впервые было показано в [86].

Решение уравнений Максвелла (54) и (55) в полубесконечной линейной подложке, характеризующей диэлектрической константой  $\varepsilon_s$  (для диэлектрика  $\varepsilon_s > 0$ , для металла  $\varepsilon_s < 0$ ) и заполняющей нижнюю полуплоскость  $z < 0$ , можно записать в виде

$$E_x(z) = E_{0x} \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0. \quad (59)$$

где  $q_s = (\beta^2 - \varepsilon_s)^{1/2}$ ;  $E_{0x} = E_x(0)$  и  $\beta^2 > \varepsilon_s$  для диэлектрика. Для линейной среды уравнение (54) можно преобразовать к виду

$$E_z = \frac{i\beta}{k_0 (\varepsilon_{zz} - \beta^2)} \frac{dE_x}{dz}, \quad (60)$$



которое дает

$$D_z = \frac{i\beta\epsilon_{zz}}{k_0(\epsilon_{zz} - \beta^2)} \frac{dE_x}{dz}, \quad (61)$$

где величина  $D_z$  является  $z$ -компонентой вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$ . Уравнение (61) имеет силу и в линейной среде, при этом  $\epsilon_{zz}$  заменяется  $\epsilon_s$ . С точки зрения стандартной электродинамики величины  $D_z$  и  $E_x$  должны быть непрерывными функциями вдоль границы раздела  $z = 0$ . Определим величину  $E_{0z} = E_z(0)$  и величину  $\epsilon_{nl}$  —  $z$ -компоненту диэлектрического тензора на границе раздела  $z = 0$ , засисящую от значения поля на границе раздела:

$$\left| \begin{array}{l} \epsilon_{nl} = \epsilon_z - \alpha_{zx}E_{0x}^2 + \alpha_{zz}E_{0z}^2. \end{array} \right. \quad (62)$$

Из непрерывности величины  $D_z$  на границе раздела  $z = 0$  получим следующее соотношение между граничными значениями поля:

$$E_{0x} = \frac{ig_s}{\beta\epsilon_s} (\epsilon_z - \alpha_{zx}E_{0x}^2 + \alpha_{zz}E_{0z}^2) E_{0z}. \quad (63)$$

В пределе слабого поля соотношение (63) воспроизводит обычное соотношение между граничными значениями поля. Используя первый интеграл (57), можно получить следующее уравнение на собственные значения для величины  $\beta$  [39]:

$$\begin{aligned} \beta^4 \left[ 2\epsilon_s^4\epsilon_{nl} - \epsilon_x\epsilon_s^2\epsilon_{nl}^2 - \epsilon_z\epsilon_s^4 - \frac{1}{2}\alpha_{zz}E_{0z}(\epsilon_s^4 + \epsilon_{nl}^4) - \alpha_{xz}E_{0z}^2\epsilon_s^2\epsilon_{nl}^2 \right] + \\ + \beta^2 [\epsilon_x\epsilon_s^3\epsilon_{nl}^2 + \alpha_{zz}E_{0z}^2\epsilon_s\epsilon_{nl}^4 + \alpha_{xz}E_{0z}^2\epsilon_s^3\epsilon_{nl}^2 - \epsilon_s^4\epsilon_{nl}^2] - \\ - \frac{1}{2}\alpha_{zz}E_{0z}^2\epsilon_s^2\epsilon_{nl}^4 = 0. \end{aligned} \quad (64)$$

Отметим, что частный случай изотропного нелинейного покровного слоя, т. е.  $\epsilon_x = \epsilon_z = \epsilon_c$ ,  $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = \alpha_{xz} = \alpha_{zx} = \alpha_c$ , детально исследовался в работе [84], решение для которого имеет простую форму

$$\beta^2 = \frac{\epsilon_s\epsilon_{nl}^2(2\epsilon_s - \epsilon_{nl} - \epsilon_c)}{\epsilon_s^2(3\epsilon_{nl} - \epsilon_c) - \epsilon_{nl}^2(\epsilon_{nl} + \epsilon_c)}, \quad (65)$$

где  $\epsilon_{nl} = \epsilon_c + \alpha_c(E_{0z}^2 - E_{0x}^2)$  — диэлектрическая константа нелинейного покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, на границе раздела  $z = 0$ .

Вводя параметры, характеризующие материал, с помощью уравнений (63) и (64) можно определить граничные значения компонент электрического поля внутри нелинейной среды как функций эффективного показателя преломления. Далее, используя их и интегрируя уравнения (54) и (55), получаем распределение поля. В линейной среде последнее имеет простую экспоненциальную форму [см. уравнение (59)]. Используя распределение поля и проводя интегрирование усредненного по времени вектора Пойнтинга по переменной  $z$ , по-

лучаем поток энергии для поверхностных волн. Окончательно имеем  $P = P_s + P_c$ , где

$$P_s = \frac{\epsilon_{nl}^2 E_0^2 z}{4\mu_0 \omega \beta q_s \epsilon_s}; \tag{66}$$

$$P_c = \frac{k_0}{2\mu_0 \omega \beta} \int_0^\infty \epsilon_{zz}(z) E_z^2(z) dz. \tag{67}$$

Определение типов полей и области допустимых значений эффективного показателя преломления было получено из анализа «фазовых траекторий» НПВ [40, 84]. Рассмотрим различные частные случаи для изотропной нелинейной подложки с набором параметров  $\epsilon_x = \epsilon_z = \epsilon_c$  и  $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = \alpha_{xz} = \alpha_{zx} = \alpha_c$ .

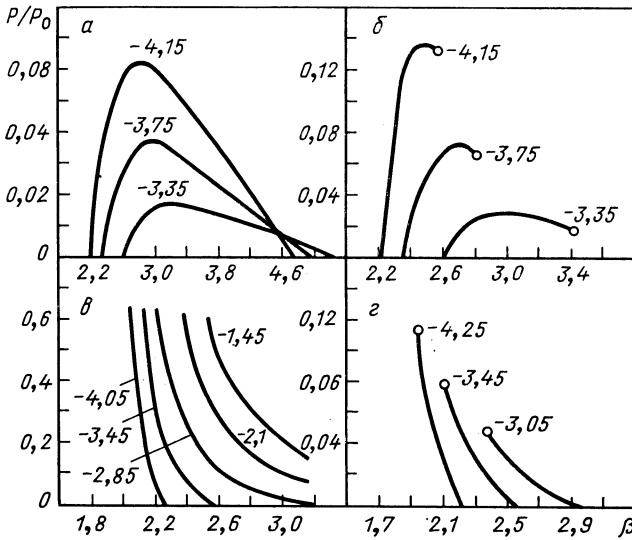


Рис. 4. Зависимость безразмерного потока энергии  $P/P_0$  от эффективного показателя преломления  $\beta$ . Для среды с положительной диэлектрической константой ( $\epsilon_c$  или  $\epsilon_s$ ) выбрано значение  $\epsilon = 2,25$ . Цифры у кривых — значения диэлектрических констант контактирующей среды [84]

Случай а):  $\epsilon_c > 0$ ,  $\alpha_c > 0$  и  $\epsilon_s < 0$ . На рис. 4, а показана зависимость безразмерного потока энергии  $P/P_0$  от эффективного показателя преломления  $\beta$  для  $\epsilon_c = 2,25$  и нескольких значений  $\epsilon_s$ . С увеличением эффективного показателя преломления  $\beta$  поток энергии поверхностных волн увеличивается до некоторого критического значения, а потом падает до нуля. Это связано с тем, что в среде, характеризуемой отрицательной диэлектрической константой, поток энергии и волновой вектор имеют противоположные направления и

для некоторой области значений  $\beta$  поток энергии уменьшается с увеличением  $\beta$ . Отметим, что магнитное поле для этих значений достигает максимума на границе раздела двух сред, а эффективный показатель преломления  $\beta$  для НПВ больше значения  $\beta_l = [|\epsilon_c| \epsilon_s | \times (|\epsilon_s| - \epsilon_c)^{-1}]^{1/2}$ , соответствующего  $TM$ -поляризованным линейным поверхностным поляритонам.

Случай б):  $\epsilon_c < 0$ ,  $\alpha_c > 0$  и  $\epsilon_s > 0$ . На рис. 4, б показана зависимость безразмерного потока энергии  $P/P_0$  от эффективного показателя преломления  $\beta$  для  $\epsilon_s = 2,25$  и нескольких значений  $\epsilon_c$ . В этом случае поверхностные волны существуют в ограниченной области значений, больших, чем значение  $\beta_l = [|\epsilon_c| \epsilon_s (|\epsilon_c| - \epsilon_s)^{-1}]^{1/2}$ .

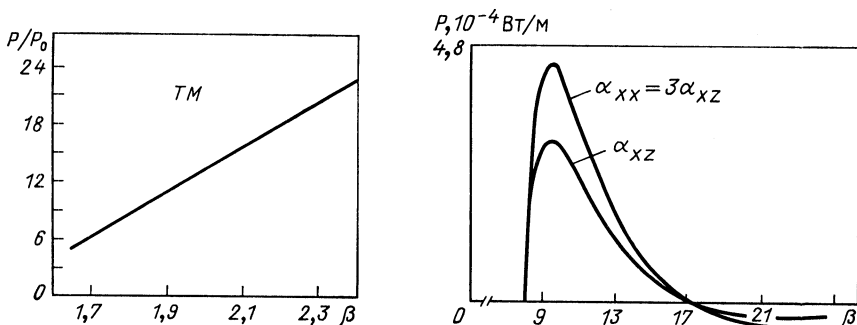


Рис. 5. То же самое, что и на рис. 4, для  $\epsilon_c = 2,25$ ,  $\epsilon_s = 2,5$  и  $\alpha_c > 0$  [84]

Рис. 6. Зависимость потока энергии от эффективного показателя преломления  $\beta$  при следующих параметрах расчета:  $\omega = 3,66 \cdot 10^{15}$  рад·с<sup>-1</sup>;  $\epsilon_c = \epsilon_x = \epsilon_z = 2,405$ ;  $\epsilon_s = -2,5$ ;  $\alpha_{xx} = \alpha_{zz} = 6,4 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/В<sup>2</sup>

Отметим, что как и в случае а), существует максимум передаваемой мощности.

Случай в):  $\epsilon_c < 0$ ,  $\alpha_c < 0$  и  $\epsilon_s > 0$ . На рис. 4, в видно, что для  $\beta = \beta_l$  поток энергии равен нулю и увеличивается до бесконечности, как только  $\beta$  достигает величины  $n_s = \epsilon_s^{1/2}$ . Напомним, что для  $\epsilon_s > |\epsilon_c|$   $TM$ -поляризованные линейные поверхностные поляритоны не существуют. Однако  $TM$ -поляризованные НПП могут существовать в случае  $\epsilon_s > |\epsilon_c|$ , когда поток энергии превышает некоторое пороговое значение (см. на рис. 4, в кривые для  $\epsilon_c = -2,1$  и  $\epsilon_c = -1,45$ ).

Случай г):  $\epsilon_c > 0$ ,  $\alpha_c < 0$ ,  $\epsilon_s < 0$ . При этом (см. рис. 4, г), когда нелинейность является отрицательной, как и в предыдущем случае, с увеличением потока энергии эффективный показатель преломления  $\beta$  уменьшается, начиная со значения  $\beta = \beta_l$ , соответствующего  $TM$ -поляризованным линейным поверхностным поляритонам.

Случай д):  $\epsilon_c > 0$ ,  $\alpha_c > 0$ ,  $\epsilon_s > 0$ . В этом случае фазовая диаграмма и профиль поля показывают, что магнитное поле достигает своего максимума не на границе раздела  $z = 0$ , а в самофокусирую-

шем нелинейном покровном слое ( $\alpha_c > 0$ ). Данная нелинейная волна может направляться границей раздела между самофокусирующим покровным слоем и линейной диэлектрической подложкой при условии превышения порога потока энергии, что похоже на  $TE$ -поляризованные поверхностные поляритоны на нелинейной границе раздела [15, 18, 20, 60]. На рис. 5 показана  $\beta$ -зависимость безразмерного потока энергии  $P/P_0$  для значений  $\epsilon_c = 2,25$  и  $\epsilon_s = 2,5$ , соответствующие  $TM$ -поляризованные волны не имеют аналога в линейной оптике поверхностных волн [84].

На рис. 6 показана  $\beta$ -зависимость потока энергии для нелинейной самофокусирующей границы раздела диэлектрик — металл как в случае нелинейности электроники  $\alpha_{xx} = 3\alpha_{xz}$ , так и для нелинейности, связанной с электрострикцией  $\alpha_{xx} = \alpha_{xz}$ . На рис. 7 показано поперечное распределение электрической компоненты поля  $E_x$  для нелинейности электроники и нескольких значений константы распространения  $\beta$ . Отметим, что для самофокусирующих нелинейностей электроники и нелинейностей, связанных с электрострикцией, существует максимальная передаваемая мощность, а эффективный показатель преломления  $\beta$  больше, чем значение  $\beta_l$ , соответствующее  $TM$ -поляризованным линейным поверхностным волнам.

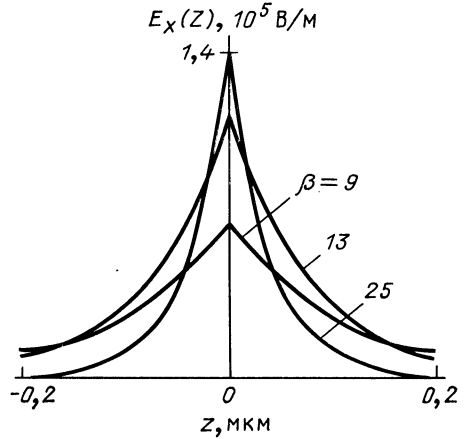


Рис. 7. Зависимость величины  $E_x$  от поперечной координаты  $z$  для различных значений  $\beta$

## 2. ПОПЕРЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ, НАПРАВЛЯЕМЫЕ ТОНКИМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПЛЕНКАМИ

**Нелинейные волноводные моды, распространяющиеся в трехслойных структурах.** Волноводная мода — это электромагнитное поле, направляемое средой с высоким показателем преломления. Диэлектрическая пластинка представляет собой простейший пример оптического волновода, используемого в качестве световода в схемах интегральной оптики (см., например, [87—89]). Пленочный волновод — это тонкая диэлектрическая пленка толщиной  $d$  и показателем преломления  $n_f$ , окруженная средой с более низким показателем преломления: подложкой и покрытием, характеризующимися показателями преломления  $n_s$  и  $n_c$  соответственно. Для тонкопле-

ночных волноводов и  $TE$ -волн (поляризованных вдоль оси  $y$ ) ненулевые компоненты электрического поля имеют вид:

$$E_y^I(z) = E_s \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (68)$$

$$E_y^{II}(z) = E_f \cos(k_0 q_f z - \Phi_{sf}), \quad 0 < z < d; \quad (69)$$

$$E_y^{III}(z) = E_c \exp[-k_0 q_c (z - d)], \quad z > d, \quad (70)$$

где  $q_s = (\beta^2 - n_s^2)^{1/2}$ ;  $q_f = (n_f^2 - \beta^2)^{1/2}$ ;  $q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}$ .

Из условия непрерывности величин  $E_y$  и  $dE_y/dz$  на границах раздела  $z = 0$  и  $z = d$  получим дисперсионное соотношение:

$$\operatorname{tg}(k_0 q_f d) = \frac{q_f (q_s + q_c)}{(q_f^2 - q_s q_c)}. \quad (71)$$

Уравнение (71) можно переписать в форме (условие конструктивной интерференции)

$$k_0 q_f d = \Phi_{sf} + \Phi_{cf} + m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (72)$$

где  $\operatorname{tg} \Phi_{sf} = q_s/q_f$  и  $\operatorname{tg} \Phi_{cf} = q_c/q_f$ . Решения уравнений (72) существуют для дискретных наборов значений  $m$  и нумеруются посредством обозначения  $TE_m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ). Кроме того, мы имеем следующие соотношения для амплитуд поля:

$$E_s^2 (n_f^2 - n_s^2) = E_f^2 (n_f^2 - \beta^2) = E_c^2 (n_f^2 - n_c^2). \quad (73)$$

Остается связать амплитуды  $E_f$  электромагнитного поля с мощностью, которую несет мода. Поток энергии направляемой волны получается интегрированием  $x$ -компоненты вектора Пойнтинга:

$$P = \frac{1}{4} \beta \left( \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} E_f^2 d_{\text{эф}}, \quad (74)$$

где  $d_{\text{эф}} = d + (k_0 q_c)^{-1} + (k_0 q_s)^{-1}$  является эффективной толщиной тонкошленочного волновода. Следовательно, из уравнения (74) можно определить амплитуду  $E_f$  как функцию потока энергии  $P$  и эффективного показателя преломления  $\beta$ .

Существуют также поперечные магнитные ( $TM$ ) поляризованные моды, магнитное поле которых поляризовано вдоль оси  $y$ , т. е.  $H_y \neq 0$  и  $E_x \neq 0$ ,  $E_z \neq 0$  [87]. Таким образом,  $TM$ -поляризованные волны имеют две электрические компоненты, одна из которых ( $E_x$ ) параллельна волновому вектору, а другая ( $E_z$ ) перпендикулярна поверхности. Заметим, что дисперсионное соотношение для  $TM$ -мод линейного асимметричного волновода определяется уравнением (71), в котором  $q_\gamma$  заменяется  $q_\gamma/\varepsilon_\gamma$ , где  $\gamma = s, f, c$ . Вариант метода направляемых волн для слегка варьируемой фазы и амплитудное приближение развивались для волноводных мод и известны как теория связанных мод [7, 8]. Этот метод полезен при анализе возникновения новых волн, а также в случае зависящего от интенсивности показателя преломления. Если оптическая нелинейность не приводит к значительным изменениям распределения поля направляемых волн, тео-

рия связанных мод может быть использована для расчета зависящего от интенсивности волнового вектора или фазового сдвига [9]. Когда оптически наведенное изменение показателя преломления сравнимо или больше разницы показателей преломления  $n_f - n_c$ ,  $n_f - n_s$ , существующей при низких значениях потока энергии между диэлектрической пленкой и контактирующей средой, профили поля и константы распределения становятся зависящими от потока энергии. В этом случае теория связанных мод, являющаяся в значительной степени первым порядком теории возмущений, становится неадекватной даже при качественном описании. Для среды, подчиняющейся закону Керра, и  $TE$ -поверхностных направляемых волн точная теория, основанная на анализе нелинейного волнового уравнения, позволяет получить аналитические решения.

Рассмотрим асимметричную диэлектрическую слоистую структуру, состоящую из оптически линейной среды (подложки), характеризуемой показателем преломления  $n_s$  и занимающей нижнюю полуплоскость  $z < 0$  (область I) диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризуемой показателем преломления  $n_f$  в области II ( $0 < z < d$ ), и нелинейного самофокусирующего покровного слоя, подчиняющегося закону Керра и характеризуемого диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |\mathbf{E}|^2$ ,  $\alpha_c > 0$  в области III ( $z > d$ ). Уравнения Максвелла для волноводных полей, не зависящих от  $x$ -компонент, имеют вид:

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_s) E_y^I = 0, \quad z < 0; \quad (75)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_f) E_y^{II} = 0, \quad 0 < z < d; \quad (76)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_c) E_y^{III} + \alpha_c k_0^2 (E_y^{III})^3 = 0, \quad z > d. \quad (77)$$

Точные решения уравнений (75)–(77) для  $\alpha_c > 0$  (самофокусирующих оптических нелинейностей и  $\beta < n_f$ ) могут быть записаны в виде:

$$E_y^I(z) = \frac{1}{\alpha_c^{1/2}} \tilde{A} \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (78)$$

$$E_y^{II}(z) = \left(\frac{1}{\alpha_c}\right)^{1/2} \tilde{A} \left[ \cos(k_0 q_f z) + \frac{q_s}{q_f} \sin(k_0 q_f z) \right], \quad 0 < z < d; \quad (79)$$

$$E_y^{III}(z) = \left(\frac{2}{\alpha_c}\right)^{1/2} q_c \{ \text{ch}[k_0 q_c (z - z_c)] \}^{-1}, \quad z > d, \quad (80)$$

где

$$\tilde{A} = [2(1 - v^2)]^{1/2} q_c \left[ \cos(k_0 q_f d) + \frac{q_s}{q_f} \sin(k_0 q_f d) \right]^{-1}; \quad (81)$$

$$v = \text{th}[k_0 q_c (z_c - d)]. \quad (82)$$

Для соответствующих тангенциальных электрических и магнитных полей на границе раздела можно получить дисперсионное соотношение

$$\operatorname{tg}(k_0 q_f d) = \frac{q_f (q_s - v q_c)}{(q_f^2 + v q_s q_c)}. \quad (83)$$

Этот результат очень похож на результат, полученный для линейного случая, когда  $q_c$  заменяется  $(-v q_c)$ . Если  $\alpha_c \rightarrow 0$ , тогда  $z_c \rightarrow -\infty$ ,  $v = -1$ , и получаем дисперсионное соотношение для  $TE$ -поляризованных мод линейного асимметричного тонкопленочного волновода [см. (71)].

Для  $\beta > n_f$  точные решения уравнений Максвелла (75)–(77) имеют вид:

$$E_y^I(z) = \alpha_c^{-1/2} \tilde{B} \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (84)$$

$$E_y^{II}(z) = \alpha_c^{-1/2} \tilde{B} \left[ \frac{q_s + \tilde{q}_f}{2\tilde{q}_f} \exp(k_0 \tilde{q}_f z) + \frac{(\tilde{q}_f - q_s)}{2\tilde{q}_f} \exp(-k_0 \tilde{q}_f z) \right], \quad (85)$$

$$0 < z < d$$

а величина  $E_y^{III}(z)$  определяется уравнением (80). Здесь  $\tilde{q}_f = (\beta^2 - n_f^2)^{1/2}$  и

$$\tilde{B} = [2(1 - v^2)]^{1/2} q_c \left[ \operatorname{ch}(k_0 \tilde{q}_f d) + \frac{q_s}{\tilde{q}_f} \operatorname{sh}(k_0 \tilde{q}_f d) \right]^{-1}. \quad (86)$$

Дисперсионное соотношение при выполнении условий непрерывности величин  $E_y$  и  $dE_y/dz$  вдоль границ раздела  $z = 0$  и  $z = d$  определяется выражением

$$\operatorname{th}(k_0 \tilde{q}_f d) = \frac{\tilde{q}_f (v q_c - q_s)}{(\tilde{q}_f^2 - v q_s q_c)}, \quad (87)$$

где для  $v$  имеем выражение (82).

Поток энергии волноводных мод на единицу длины вдоль оси  $y$  рассчитывается посредством интегрирования вектора Пойнтинга по переменной  $z$ :

$$P = \frac{\beta}{2c\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(z) dz = P_s + P_f + P_c. \quad (88)$$

Для  $\beta < n_f$  имеем ([91, 92]):

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{\tilde{A}^2}{q_s}; \quad (89)$$

$$P_f = \frac{1}{2} P_0 \beta \tilde{A}^2 \left\{ k_0 d \left( 1 + \frac{q_s^2}{q_f^2} \right) + \frac{1}{q_f} \sin(k_0 q_f d) \times \right. \\ \left. \times \left[ \left( 1 - \frac{q_s^2}{q_f^2} \right) \cos(k_0 q_f d) + 2 \frac{q_s}{q_f} \sin(k_0 q_f d) \right] \right\}; \quad (90)$$

$$P_c = 2P_0 \beta q_c (1 + v). \quad (91)$$

Для  $\beta > n_f$  получим

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{\tilde{B}^2}{q_s}; \quad (92)$$

$$P_f = \frac{1}{2} P_0 \beta \tilde{B}^2 \left\{ k_0 d \left( 1 - \frac{q_s^2}{q_f^2} \right) + \frac{1}{q_f} \operatorname{sh}(k_0 \tilde{q}_f d) \left[ \left( 1 + \frac{q_s^2}{q_f^2} \right) \operatorname{ch}(k_0 \tilde{q}_f d) + 2 \frac{q_s}{q_f} \operatorname{sh}(k_0 \tilde{q}_f d) \right] \right\}, \quad (93)$$

а  $P_c$  дается выражением (94).

В качестве нелинейного покровного слоя рассмотрим жидкий кристалл МВВА ( $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ), осажденный на стеклянный волновод ( $n_f = 1,61$ ,  $n_c = 1,52$ ). Наличие нелинейного покровного слоя оказывает воздействие на условия пропускания асимметричного пленочного волновода. Хорошо известно, что линейный асимметричный оптический волновод ( $n_c \neq n_s$ ) не может поддерживать волноводные моды ниже критической толщины  $d_{кр}$  [87, 88].

В случае асимметричного нелинейного оптического волновода существует пороговая энергия для распространения  $TE_0$ -волн в пленке толщиной  $d < d_{кр}$  (рис. 8 при  $d/\lambda = 0,1$ ). Этот эффект можно

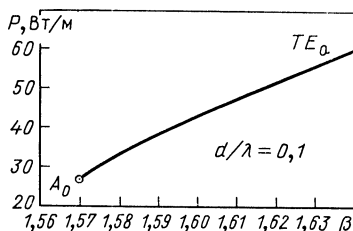


Рис. 8. Поток энергии  $P$   $TE_0$ -волн в зависимости от величины  $\beta$ . Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ;  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ;  $n_s = 1,52$ ;  $n_f = 1,61$ ;  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$

использовать при создании прибора, понижающего пороговую энергию, т. е. он начинает передавать поток энергии выше некоторого минимального значения. Аналогичный прибор может быть сконструирован при использовании достигающего насыщения самофокусирующего покровного слоя при условии, что значение  $n_{\text{sat}}$ , при котором достигается насыщение, не слишком велико. На рис. 9 показана зависимость потока энергии направляемых волн от эффективного показателя преломления для следующих значений параметров:  $d = 2 \text{ мкм}$ ,  $n_c = n_s = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n_f = 1,57$ . Уникальные особенности решений для  $TE_0$ -волн состоят в возможности их распространения при условии  $\beta > n_f$  и наличии локального максимума энергии волноводных мод. Для  $TE_1$ -волн (рис. 9) значение  $\beta$  никогда не превышает  $n_f$ , и существует абсолютный максимум для потока энергии направляемых волн. Кроме того, ветвь  $TE_1$ -волн заканчивается при некотором значении  $\beta < n_s$  (рис. 9).



Эволюция распределения поля для  $TE_0$ - и  $TE_1$ -волн при увеличении  $\beta$  показана на рис. 10, который иллюстрирует одну из характерных особенностей НВМ, а именно зависимость от энергии распре-

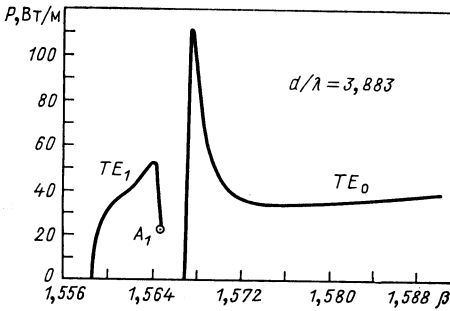


Рис. 9. Поток энергии  $P$  в зависимости от величины  $\beta$ . Параметры расчета:  $n_c = n_s = 1,55$ ;  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ;  $n_f = 1,57$ ;  $d = 2 \text{ мкм}$ ;  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$  [93]

делений поля. С увеличением величины  $\beta$  максимум поля  $TE_0$ -волн сужается и движется в нелинейный самофокусирующий покровный слой: а максимум  $TE_1$ -волн, соседствующий вблизи нелинейного покровного слоя, сдвигается в эту среду.

Вариация потока направляемых волн с изменением постоянной распространения  $\beta$  для  $d/\lambda = 6$  (рис. 11) демонстрирует, что все более высокие порядки  $TE_m$  ( $m \geq 1$ )-ветвей оканчиваются при некоторых значениях  $\beta < n_f$ . Для самофокусирующего покровного слоя существует абсолютный максимум потока энергии, который может распространяться в какой-либо  $TE_m$  ( $m \geq 1$ )-моды. При всех толщинах пленки при больших энергиях нижайшая ветвь ( $TE_0$ -волна) вырождается в самофокусирующую поверхностную волну, направляемую нелинейной границей раздела между пленкой и покровным слоем. Очевидно, что эти НВМ могут быть использованы при создании оптических ограничителей мощности с разнообразными применениями. В случае  $TE_1$ -волн ограничивающее действие самофокусирующего покровного слоя было продемонстрировано экспериментально в работе [56].

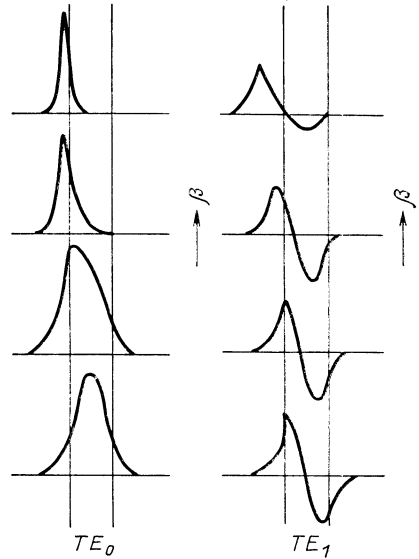


Рис. 10. Распределение полей для  $TE_0$ - и  $TE_1$ -НВМ в зависимости от изменения величины  $\beta$  [14]

Рассмотрим симметричный тонкопленочный волновод, состоящий из тонкой диэлектрической пленки толщиной  $d$ , контактирующей с обеих сторон с самофокусирующей средой, подчиняющейся закону Керра ( $n_s = n_c$  и  $\alpha_s = \alpha_c > 0$ ). Диэлектрическая пленка заполняет область II ( $-d/2 \leq z \leq d/2$ ), а два нелинейных диэлектрика запол-

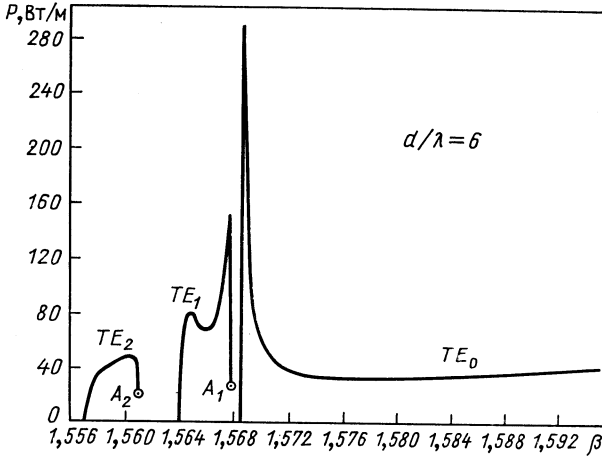


Рис. 11. То же, что и на рис. 9, при тех же параметрах, но для  $d/\lambda = 6$

няют область I ( $z < -d/2$ ) и область III ( $z > d/2$ ) соответственно. В этом случае уравнения Максвелла имеют вид

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) E_y^I + k_0^2 \alpha_c (E_y^I)^3 = 0, \quad z < -d/2; \quad (94)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_f) E_y^{II} = 0, \quad -d/2 < z < d/2; \quad (95)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) E_y^{III} + k_0^2 \alpha_c (E_y^{III})^3 = 0, \quad z > d/2, \quad (96)$$

и точные решения уравнений (94)–(96) в случае самофокусирующей оптической нелинейности ( $\alpha_c > 0$ ) определяются соотношениями:

$$E_y^I(z) = \left( \frac{2}{\alpha_c} \right)^{1/2} q_c \{ \text{ch } k_0 q_c (z - z_s) \}^{-1}, \quad z < -d/2; \quad (97)$$

$$E_y^{II}(z) = \begin{cases} A_1 \cos [k_0 q_f (z - z_f)], & \beta < n_f \\ A_2 \text{ch } [k_0 \tilde{q}_f (z - z_f)], & \beta > n_f \end{cases} \quad -d/2 < z < d/2; \quad (98)$$

$$E_y^{III}(z) = \left( \frac{2}{\alpha_c} \right)^{1/2} q_c \{ \text{ch } [k_0 q_c (z - z_c)] \}^{-1}, \quad z > d/2. \quad (99)$$

Граничные условия приводят к уравнению для неизвестной величины  $z_f$ :

$$\left\{1 - b_1^2 \operatorname{th}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] \right\} \operatorname{ch}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] - \left\{1 - b_1^2 \operatorname{th}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] \right\} \operatorname{ch}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] = 0, \quad (100)$$

где  $b_1 = \tilde{q}_f/q_c$ . Уравнение (100) имеет единственное решение  $z_f = 0$  для всех  $\beta > n_f$ . Решение (98) для  $z_f = 0$  соответствует симметричной волне ( $S$ ), распространяющейся в симметричной трехслойной планарной структуре. В этом случае распределение поля симметрично по отношению к центру волноводной тонкой пленки и  $z_c = -z_s$ . Уравнения на собственные значения для симметричной ветви имеют вид

$$\operatorname{th} \left[ k_0 q_c \left( \frac{d}{2} + z_c \right) \right] = b_2 \operatorname{tg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right), \quad \beta < n_f; \quad (101)$$

$$\operatorname{th} \left[ k_0 q_c \left( \frac{d}{2} + z_c \right) \right] = -b_1 \operatorname{th} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right), \quad \beta > n_f, \quad (102)$$

где  $b_2 = q_f/q_c$ . При стремлении  $\alpha_c \rightarrow 0$  величина  $z_c \rightarrow +\infty$  и уравнение (101) приводится к хорошо известному дисперсионному соотношению для симметричных (четных) мод симметричного диэлектрического волновода:

$$\operatorname{tg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) = \frac{q_c}{q_f}. \quad (103)$$

Для симметричного решения ( $S$ ) амплитуды электрического поля внутри тонкопленочного диэлектрика определяются выражениями:

$$A_1^2 = \frac{2}{\alpha_c} q_c^2 \left[ \cos \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ 1 - b_2^2 \operatorname{tg}^2 \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right], \quad \beta < n_f; \quad (104)$$

$$A_2^2 = \frac{2}{\alpha_c} q_c^2 \left[ \operatorname{ch} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ 1 - b_1^2 \operatorname{th}^2 \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right], \quad \beta > n_f. \quad (105)$$

Получим дисперсионные соотношения для антисимметричной волны ( $AS$ ) симметричного тонкопленочного волновода. Решение уравнения Максвелла (95) внутри пленки имеет вид

$$E_y^{\text{II}}(z) = \begin{cases} B_1 \sin [k_0 q_f (z - z_f)], & \beta < n_f; \\ B_2 \operatorname{sh} [k_0 \tilde{q}_f (z - z_f)], & \beta > n_f. \end{cases} \quad (106)$$

В этом случае уравнение для неизвестной  $z_f$  записывается в форме

$$\left\{1 - b_2^2 \operatorname{ctg}^2 \left[ k_0 q_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] \right\} \sin^2 \left[ k_0 q_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] - \left\{1 - b_2^2 \operatorname{ctg}^2 \left[ k_0 q_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] \right\} \sin^2 \left[ k_0 q_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] = 0 \quad (107)$$

для  $\beta < n_f$  и

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 - b_1^2 \operatorname{cth}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] \right\} \operatorname{sh}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] - \\ & - \left\{ 1 - b_1^2 \operatorname{cth}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} + z_f \right) \right] \right\} \operatorname{sh}^2 \left[ k_0 \tilde{q}_f \left( \frac{d}{2} - z_f \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (108)$$

для  $\beta > n_f$ . Легко проверить, что уравнения (107) и (108) имеют решение  $z_f = 0$ , которое соответствует антисимметричной волне (AS) симметричной слоистой структуры. Кроме того, существует решение  $z_f \neq 0$ , т. е. асимметричная волна (A), распространяющаяся в нелинейной симметричной слоистой структуре. При этом асимметричная волна существует только выше определенного порога потока энергии [23]. Из граничных условий получаем следующие дисперсионные соотношения для антисимметричной волны (AS):

$$\operatorname{th} \left[ k_0 q_c \left( \frac{d}{2} + z_c \right) \right] = -b_2 \operatorname{ctg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right), \quad \beta < n_f, \quad (109)$$

$$\operatorname{th} \left[ k_0 q_c \left( \frac{d}{2} + z_c \right) \right] = -b_1 \operatorname{cth} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right), \quad \beta > n_f. \quad (110)$$

При стремлении  $\alpha_c \rightarrow 0$  величина  $z_c \rightarrow +\infty$  и из уравнения (109) получаем дисперсионное соотношение для антисимметричных (нечетных) мод линейного симметричного волновода:

$$\operatorname{ctg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) = -q_c / q_f. \quad (111)$$

Амплитуды  $B_1$  и  $B_2$  электрического поля внутри линейной среды в случае антисимметричного решения определяются соотношениями:

$$B_1^2 = \frac{2}{\alpha_c} q_c^2 \left[ \sin \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ 1 - b_2^2 \operatorname{ctg}^2 \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right], \quad \beta < n_f; \quad (112)$$

$$B_2^2 = \frac{2}{\alpha_c} q_c^2 \left[ \operatorname{sh} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ 1 - b_1^2 \operatorname{cth}^2 \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right], \quad \beta > n_f. \quad (113)$$

Усредненный по времени поток энергии (в Вт/м) вдоль оси  $y$  симметричной волны (S) имеет вид

$$\begin{aligned} P &= 4P_0 \beta q_c (1 - r_2) \left\{ 1 + \frac{q_c}{4} (1 + r_2) \times \right. \\ & \times \left. \left[ \cos \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ k_0 d + \frac{\sin(k_0 q_f d)}{q_f} \right] \right\} \end{aligned} \quad (114)$$

для  $\beta < n_f$  и

$$\begin{aligned} P &= 4P_0 \beta q_c (1 - r_1) \left\{ 1 + \frac{q_c}{4} (1 + r_1) \times \right. \\ & \times \left. \left[ \operatorname{ch} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ k_0 d + \frac{\operatorname{sh}(k_0 \tilde{q}_f d)}{\tilde{q}_f} \right] \right\} \end{aligned} \quad (115)$$

для  $\beta > n_f$ , где

$$r_1 = -b_1 \operatorname{th} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right); \quad r_2 = b_2 \operatorname{tg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right). \quad (116)$$

Уравнения (114), (115) дают зависимость вида  $\omega = \omega(\beta, P)$ , т. е. определяют дисперсионное соотношение для нелинейной симметричной волны ( $S$ ). Заметим, что для  $P = 0$  уравнение (114) дает  $1 - r_2 = 0$ , т. е. дисперсионное соотношение для  $TE$ -поляризованных симметричных (четных) мод симметричного линейного волновода. Легко также проверить, что при  $d \rightarrow \infty$  соотношение (115) воспроизводит выражение для потока энергии поверхностных волн на нелинейной границе раздела (см. разд. 4). Аналогичным образом, используя соотношения (112) и (113), получаем выражение для потока энергии в нелинейной антисимметричной волне ( $AS$ ):

$$P = 4P_0 \beta q_c (1 - t_2) \left\{ 1 + \frac{q_c}{4} (1 + t_2) \times \right. \\ \left. \times \left[ \sin \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ k_0 d - \frac{\sin(k_0 q_f d)}{q_f} \right] \right\} \quad (117)$$

для  $\beta < n_f$  и

$$P = 4P_0 \beta q_c (1 - t_1) \left\{ 1 + \frac{q_c}{4} (1 + t_1) \times \right. \\ \left. \times \left[ \operatorname{sh} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right) \right]^{-2} \left[ \frac{\operatorname{sh}(k_0 \tilde{q}_f d)}{\tilde{q}_f} - k_0 d \right] \right\}, \quad (118)$$

для  $\beta > n_f$ , где

$$t_1 = -b_1 \operatorname{cth} \left( k_0 \tilde{q}_f \frac{d}{2} \right); \quad t_2 = -b_2 \operatorname{ctg} \left( k_0 q_f \frac{d}{2} \right). \quad (119)$$

В этом случае также при  $P = 0$  выражение (117) приводит к соотношению  $1 - t_2 = 0$ , т. е. к дисперсионному соотношению для антисимметричных (нечетных) мод симметричного линейного волновода. При стремлении  $d \rightarrow \infty$  выражение (118) воспроизводит выражение для потока энергии НПВ.

В системах с полной симметрией, т. е. когда  $n_c = n_s$  и  $n_{2c} = n_{2s} > 0$  (самофокусирующие нелинейности), можно ожидать, что при больших потоках энергии могут иметь место самофокусирующие поля в одной или обеих контактирующих средах. На рис. 12 показана зависимость безразмерного потока энергии  $P/P_0$  от постоянной распространения  $\beta$  для симметричной слоистой структуры [23]. Распределение поля ветви  $S$  симметрично по отношению к центру пленки (симметричная  $TE_0$ -ветвь). С увеличением потока энергии в центре пленки минимум поля растет, а два симметричных максимума поля движутся в область покровного слоя и подложки. Ветвь  $A$  существует только выше порогового значения потока энергии, и связанные с нею поля являются самофокусирующими или в

покрывном слое, или в подложке (асимметричная  $TE_0$ -ветвь). Для кривой  $AS$  распределение поля сохраняет симметрию по отношению к центру тонкой пленки (симметричная  $TE_1$ -ветвь). Эта ветвь из обычной, небольшой мощности,  $TE_1$ -моды с экстремумами поля в пленке развивается в  $TE_1$ -ветвь высокой мощности с симметричными максимумами поля, локализованными в двух нелинейных, контактирующих с пленкой средах. Кривая  $B$  имеет порог потока энергии и подобна кривой  $A$ , так как распределение поля является асимметричным по отношению к центру пленки (асимметричная  $TE_1$ -ветвь).

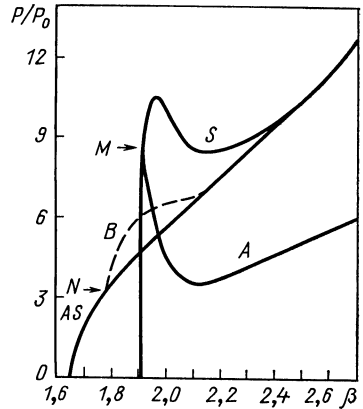


Рис. 12. Отнормированный безразмерный поток энергии  $P/P_0$  в зависимости от  $\beta$  для симметричной слоистой структуры. Параметры расчета:  $n_f = 2,0$ ;  $n_c = n_s = 1,5$ ;  $d/\lambda = 0,6$ . Кривые обозначены следующим образом:  $S$  — симметричная  $TE_0$ -ветвь,  $A$  — асимметричная  $TE_0$ -ветвь,  $AS$  — симметричная  $TE_1$ -ветвь,  $B$  — асимметричная  $TE_1$ -ветвь [23]

Получим точные дисперсионные соотношения для  $TE$ -поляризованных волноводных мод в планарной структуре, состоящей из оптически линейной диэлектрической пленки, внедренной в оптически разнородные нелинейные полубесконечные среды. Три слоя волноводной структуры состоят: из нелинейной подложки, характеризующейся диэлектрической функцией Керра  $\epsilon = \epsilon_s + \alpha_s |E|^2$  в области I ( $z < 0$ ); тонкой диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_f$  в области II ( $0 < z < d$ ); нелинейного покрывного слоя, характеризующегося диэлектрической функцией Керра  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  в области III ( $z > d$ ). Уравнения Максвелла для  $TE$ -поляризованных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$ , имеют вид:

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_s) E_y^I + k_0^2 \alpha_s (E_y^I)^3 = 0, \quad z < 0; \quad (120)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_f) E_y^{II} = 0, \quad 0 < z < d; \quad (121)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_c) E_y^{III} + k_0^2 \alpha_c (E_y^{III})^3 = 0, \quad z > d. \quad (122)$$

Решения поля для нелинейной подложки имеют вид

$$E_y^I(z) = \left( \frac{2}{\alpha_s} \right)^{1/2} q_s \{ \text{ch} [k_0 q_s (z_s - z)] \}^{-1}, \quad z < 0, \quad (123)$$

в случае  $\alpha_s > 0$  (самофокусирующая нелинейность) и

$$E_y^I(z) = \left( \frac{2}{|\alpha_s|} \right)^{1/2} q_s \{ \text{sh} [k_0 q_s (z_s - z)] \}^{-1}, \quad z < 0, \quad (124)$$

для  $\alpha_s < 0$  (самодефокусирующая нелинейность), где  $q_s = (\beta^2 - \epsilon_s)^{1/2}$ . Поля внутри оптически линейной диэлектрической пленки записываются в виде

$$E_y^{II}(z) = E_y^{II}(0) \left\{ \cos(k_0 q_f z) + \frac{q_s}{q_f} [\text{th}(k_0 q_s z_s)]^{k_\alpha} \sin(k_0 q_f z) \right\}, \quad (125)$$

где  $0 < z < d$ ;  $q_f = (\epsilon_f - \beta^2)^{1/2}$ ;  $k_\alpha = +1$  для  $\alpha_s > 0$ ,  $k_\alpha = -1$  для  $\alpha_s < 0$ . Нелинейное решение в случае нелинейной подложки определяется выражением

$$E_y^{III}(z) = \left( \frac{2}{\alpha_c} \right)^{1/2} q_c \{ \text{ch} [k_0 q_c (z_c - z)] \}^{-1}, \quad z > d, \quad (126)$$

для  $\alpha_c > 0$  и

$$E_y^{III}(z) = \left( \frac{2}{|\alpha_c|} \right)^{1/2} q_c \{ \text{sh} [k_0 q_c (z_c - z)] \}^{-1}, \quad z > d, \quad (127)$$

для  $\alpha_c < 0$ , где  $q_c = (\beta^2 - \epsilon_c)^{1/2}$ .

Дисперсионное соотношение для соответствующих тангенциальных электрических и магнитных полей, непрерывных на границе раздела пленки и подложки ( $z = d$ ), имеет вид

$$\text{tg}(k_0 q_f d) = \frac{q_f (v_s^{k_\alpha} q_s + v_c^{k_\alpha} q_c)}{(q_f^2 - v_s^{k_\alpha} v_c^{k_\alpha} q_s q_c)}, \quad (128)$$

где  $v_c = \text{th} [k_0 q_c (d - z_c)]$ ,  $v_s = \text{th} (k_0 q_s z_s)$ . Этот результат очень похож на линейный случай, за исключением того, что  $q_s$  и  $q_c$  заменяются соответственно  $v_s^{k_\alpha} q_s$  и  $v_c^{k_\alpha} q_c$ . При стремлении  $\alpha_s \rightarrow 0$ ,  $\alpha_c \rightarrow 0$  величины  $z_s \rightarrow +\infty$ ,  $z_c \rightarrow -\infty$ ,  $v_s \rightarrow +1$ ,  $v_c \rightarrow +1$  и из соотношения (128) получаем дисперсионное соотношение для  $TE$ -поляризованных мод линейного асимметричного волновода [см. (71)].

Для  $\beta > n_f$  аналитическое решение уравнений Максвелла есть

$$E_y^{II}(z) = E_y^{II}(0) \left\{ \text{ch}(k_0 \tilde{q}_f z) + \frac{q_s}{\tilde{q}_f} [\text{th}(k_0 q_s z_s)]^{k_\alpha} \text{sh}(k_0 q_f z) \right\}, \quad (129)$$

где  $0 < z < d$ ,  $\tilde{q}_f = (\beta^2 - \epsilon_f)^{1/2}$  и  $k_\alpha = +1$  соответствует самофокусирующей среде ( $\alpha_s > 0$ ),  $k_\alpha = -1$  — самодефокусирующей сре-

де ( $\alpha_s < 0$ ). Непрерывность магнитных полей приводит к дисперсионному соотношению для  $\beta > n_f$ :

$$\text{th}(k_0 \tilde{q}_f d) = - \frac{\tilde{q}_f (v_s^h \alpha q_s + v_c^h \alpha q_c)}{(\tilde{q}_f^2 + v_s^h \alpha v_c^h \alpha q_s q_c)}. \quad (130)$$

Поток энергии волноводных мод в пересчете на единицу длины, распространяющихся вдоль оси  $y$ , определяется выражением  $P = P_s + P_f + P_c$ , где

$$P_s = \frac{\beta q_s}{k_0 n_s^2 n_{2s}} (1 - v_s^h \alpha); \quad (131)$$

$$P_c = \frac{\beta q_c}{k_0 n_c^2 n_{2c}} (1 - v_c^h \alpha); \quad (132)$$

$$P_f = \frac{\beta q_s^2}{2k_0 n_s^2 n_{2s}} (1 - v_s^{2h} \alpha) \left\{ k_0 d \left( 1 + \frac{q_s^2 v_s^{2h} \alpha}{q_f^2} \right) + \frac{\sin(k_0 q_f d)}{q_f} \left[ \left( 1 - \frac{q_s^2 v_s^{2h} \alpha}{q_f^2} \right) \cos(k_0 q_f d) + 2 \frac{q_s v_s^h \alpha}{q_f} \sin(k_0 q_f d) \right] \right\} \quad (133)$$

для  $\beta < n_f$  и

$$P_f = \frac{\beta q_s^2}{2k_0 n_s^2 n_{2s}} (1 - v_s^{2h} \alpha) \left\{ k_0 d \left( 1 - \frac{q_s^2 v_s^{2h} \alpha}{\tilde{q}_f^2} \right) + \frac{\text{sh}(k_0 \tilde{q}_f d)}{\tilde{q}_f} \left[ \left( 1 + \frac{q_s^2 v_s^{2h} \alpha}{\tilde{q}_f^2} \right) \text{ch}(k_0 \tilde{q}_f d) + 2 \frac{q_s v_s^h \alpha}{\tilde{q}_f} \text{sh}(k_0 \tilde{q}_f d) \right] \right\} \quad (134)$$

где  $\beta > n_f$  [93].

Так как константы интегрирования  $z_s$  и  $z_c$  в выражениях (123), (124), (126), (127) связаны через граничные условия и зависят от потока энергии, которую переносит НВМ, то постоянная распространения  $\beta$ , полученная при решении дисперсионных соотношений (128) и (130), также зависит от потока энергии.

Покажем, что для определения дисперсионных соотношений необходимо знание формы поля [29, 94, 95]. Интегрируя уравнения Максвелла (120) — (122) с учетом того, что при  $z \rightarrow \pm \infty$  величины  $E_y(z) \rightarrow 0$ ,  $dE_y/dz \rightarrow 0$ , получаем:

$$\left( \frac{dE_y^I}{dz} \right)^2 - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_s) (E_y^I)^2 + \frac{k_0^2 \alpha_s}{2} (E_y^I)^4 = 0; \quad (135)$$

$$\left( \frac{dE_y^{II}}{dz} \right)^2 - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_f) (E_y^{II})^2 = c_f; \quad (136)$$

$$\left( \frac{dE_y^{III}}{dz} \right)^2 - k_0^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) (E_y^{III})^2 + \frac{k_0^2 \alpha_c}{2} (E_y^{III})^4 = 0. \quad (137)$$



Здесь  $c_f$  — константа интегрирования. Предположим, что на границах волновода  $z = 0$  и  $z = d$  электрическое поле принимает значения  $E_0$  и  $E_d$  соответственно. Полезно определить величины  $\gamma_s = \left(\beta^2 - \epsilon_s - \frac{1}{2} \alpha_s E_0^2\right)^{1/2}$  и  $\gamma_c = \left(\beta^2 - \epsilon_c - \frac{1}{2} \alpha_c E_d^2\right)^{1/2}$ , при этом градиент поля при  $z = 0$  и  $z = d$  может быть записан в форме

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{dE_y^I}{dz} = \pm k_0 \gamma_s E_0, \quad \lim_{z \rightarrow d} \frac{dE_y^{III}}{dz} = \pm k_0 \gamma_c E_d. \quad (138)$$

Используя уравнения (138), константу интегрирования выразим в виде

$$c_f = k_0^2 (q_f^2 + \gamma_s^2) E_0^2 = k_0^2 (q_f^2 + \gamma_c^2) E_d^2. \quad (139)$$

После некоторых преобразований можно показать, что электрические поля  $E_0^2$  и  $E_d^2$  на границах волноводной структуры связаны одно с другим посредством следующего уравнения для конического пересечения (гипербола или эллипс):

$$\frac{\alpha_s^2 \alpha_c}{(\alpha_c \eta_s^2 - \alpha_s \eta_c^2)} \left(E_0^2 - \frac{\eta_s}{\alpha_s}\right)^2 - \frac{\alpha_s \alpha_c^2}{(\alpha_c \eta_s^2 - \alpha_s \eta_c^2)} \left(E_d^2 - \frac{\eta_c}{\alpha_c}\right)^2 = 1, \quad (140)$$

где  $\eta_s = \epsilon_f - \epsilon_s$ ;  $\eta_c = \epsilon_f - \epsilon_c$ . В зависимости от специфических параметров материалов, входящих в состав трехслойной планарной структуры, для частного значения  $E_0^2$  могут существовать два, одно или вообще отсутствовать значения  $E_d^2$ . Отметим, что для чисто симметричного волновода, т. е. если  $\epsilon_c = \epsilon_s$ ,  $\alpha_c = \alpha_s$ , коническое пересечение превращается в прямые линии, перпендикулярные друг другу, уравнение для которых имеет вид

$$(E_0^2 - E_d^2) \left[ (\epsilon_f - \epsilon_s) - \frac{\alpha_s}{2} (E_0^2 + E_d^2) \right] = 0, \quad (141)$$

что подразумевает существование симметричных ( $E_0 = E_d$ ) и антисимметричных ( $E_0 = -E_d$ ) волн в симметричной планарной структуре. Третья возможность — это асимметричная волна, для которой  $E_0^2 \neq E_d^2$  и

$$E_d^2 = \frac{2(\epsilon_f - \epsilon_s)}{\alpha_s} - E_0^2. \quad (142)$$

Такой тип волн не существует в линейном пределе [23, 29]. Для НВМ в асимметричной слоистой структуре имеют место следующие уравнения на собственные значения ( $\beta < n_j$ ):

$$\cos(k_0 q_f d) = \pm \frac{q_f^2 \pm \gamma_s \gamma_c}{[(q_f^2 + \gamma_s^2)(q_f^2 + \gamma_c^2)]^{1/2}}. \quad (143)$$

Знак «+» перед правой частью выбирается в случае четных решений, когда  $E_0$  и  $E_d$  имеют одинаковый знак ( $E_0 > 0$ ,  $E_d > 0$  или  $E_0 < 0$ ,  $E_d < 0$ ), знак «—» выбирается в случае нечетных решений, когда

знаки  $E_0$  и  $E_d$  противоположны ( $E_0 > 0, E_d < 0$  или  $E_0 < 0, E_d > 0$ ).  
Здесь  $q_f = (\varepsilon_f - \beta^2)^{1/2}$ .

Для НПВ ( $\beta > n_f$ ) уравнения на собственные значения определяются из уравнений (143) и имеют вид:

для четных решений

$$\operatorname{ch}(k_0 \tilde{q}_f d) = \frac{-\tilde{q}_f^2 \pm \gamma_s \gamma_c}{[(\gamma_s^2 - \tilde{q}_f^2)(\gamma_c^2 - \tilde{q}_f^2)]^{1/2}}; \quad (144)$$

для нечетных решений

$$\operatorname{ch}(k_0 \tilde{q}_f d) = -\frac{\tilde{q}_f^2 \pm \gamma_s \gamma_c}{[(\gamma_s^2 - \tilde{q}_f^2)(\gamma_c^2 - \tilde{q}_f^2)]^{1/2}}. \quad (145)$$

Следуя методу работы [29], рассчитаем поток энергии волноводных мод, не используя информации об оптических полях вне нелинейной среды. Опять стартуем с интегралов уравнения Максвелла (135) — (137).

Дифференцируя по  $z$  уравнения (135) и (136), получаем:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{E_y^I} \frac{dE_y^I}{dz} \right) = -\frac{k_0^2 \alpha_s}{2} (E_y^I)^2; \quad (146)$$

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{E_y^{III}} \frac{dE_y^{III}}{dz} \right) = -\frac{k_0^2 \alpha_c}{2} (E_y^{III})^2. \quad (147)$$

Учитывая соотношения (146), (147) и используя тот факт, что

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{1}{E_y^I} \frac{dE_y^I}{dz} = k_0 q_s; \quad (148)$$

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \frac{1}{E_y^{III}} \frac{dE_y^{III}}{dz} = -k_0 q_c, \quad (149)$$

после некоторых преобразований можно получить выражения для потоков энергии  $P_s$  и  $P_c$  в нелинейных пограничных средах:

$$P_s = 2 \left( \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} (2\alpha_s k_0)^{-1} \beta (q_s \pm \gamma_s); \quad (150)$$

$$P_c = 2 \left( \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} (2\alpha_c k_0)^{-1} \beta (q_c \pm \gamma_c). \quad (151)$$

В линейной волноводной пленке имеем

$$[E_y^{II}(z)]^2 = \frac{1}{2k_0^2 q_f^2} \left[ c_f - \frac{d}{dz} \left( E_y^{II} \frac{dE_y^{II}}{dz} \right) \right]. \quad (152)$$

Интегрируя по переменной  $z$ , получаем следующий вклад в полный поток энергии:

$$P_f = \frac{c\varepsilon_0\beta}{2} \int_0^d [E_y^{II}(z)]^2 dz = \frac{c\varepsilon_0\beta}{2} \frac{1}{2k_0^2 q_f^2} \left[ c_f d - \left( E_y^{II} \frac{dE_y^{II}}{dz} \right)_d + \left( E_y^{II} \frac{dE_y^{II}}{dz} \right)_0 \right]. \quad (153)$$

Используя соотношения (138), поток энергии в линейной пленке можно выразить следующим образом:

$$P_f = \frac{c\varepsilon_0\beta}{2} \frac{1}{2k_0^2 q_f^2} [k_0^2 (q_f^2 + \gamma_s^2) E_0^2 d \mp k_0 \gamma_c E_d^2 \pm k_0 \gamma_s E_0^2]. \quad (154)$$

Тогда полный поток энергии в планарной структуре  $P = P_s + P_f + P_c$ , где  $P_s$ ,  $P_c$  и  $P_f$  определяются выражениями (150), (151) и (154) соответственно. Так как  $E_d^2$  выражается в терминах  $E_0^2$ , а через уравнение на собственные значения  $E_0^2$  является функцией эффективного показателя преломления  $\beta$ , тогда поток энергии  $P$  может варьироваться с изменением величины  $\beta$  для частного значения частоты  $\omega$ .

В качестве специального примера рассмотрим случай  $n_{2s} > 0$  и  $n_{2c} > 0$ , т. е. обе окружающие пленку среды обладают самофоку-

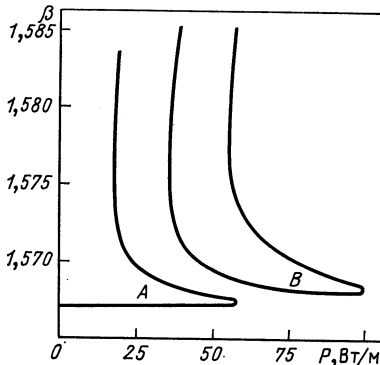


Рис. 13. Поведение эффективного показателя преломления в зависимости от потока энергии  $TE_0$ -волн. Параметры расчета:  $d = 2$  мкм;  $n_c = n_s = 1,55$ ;  $n_f = 1,57$ ;  $n_{2c} = 2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт;  $n_{2s} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт [93]

сирующей нелинейностью. Этот случай соответствует богатому набору новых явлений [93]. Из рис. 13 видно, что при  $n_c = n_s$  и  $n_{2c} \neq n_{2s}$ , т. е. оптические нелинейности разнообразны, решения для нелинейных волн разбиваются на две несвязанные ветви  $A$  и  $B$ . Если  $n_c \neq n_s$ , кривые сдвигаются и искривляются по отношению к оси потока энергии. Ветвь  $B$  существует только выше некоторого уровня потока энергии. Ветвь  $A$ , развивающаяся из линейного предела, приводит к локализации поля в среде с наибольшей нелинейностью (покровный слой), т. е. при больших потоках энергии вырождается в соответствующую поверхностную волну, распространяю-

щущая на границе раздела. Ветвь  $B$  возникает при экстремуме поля в среде с наименьшей нелинейностью (подложка) и оканчивается при максимуме поля в обеих окружающих пленку средах. НВМ в ветви  $A$  возбуждается до тех пор, пока не достигается максимум поля. Дальнейшее увеличение потока энергии направляемой волны возможно только при переключении на ветвь  $B$ , в которой распределение поля и, следовательно, затухание отличаются от аналогичных величин в ветви  $A$ . Следовательно, переключение с ветви на ветвь будет сопровождаться изменением передаваемой интенсивности. Последующее уменьшение потока энергии направляемой волны в ветви  $B$  приводит к обратному переключению на ветвь  $A$  при существенно более низком значении потока энергии, чем при первоначальном переключении на ветвь  $B$ . Такое поведение может привести к гистерезисной петле или бистабильности [94].

В ряде работ [16, 24, 28, 95—98] было показано, что решения уравнений Максвелла для волноводной пленки, подчиняющейся закону Керра, выражаются в виде эллиптических функций Якоби.

Рассмотрим асимметричную планарную слоистую структуру, состоящую из оптически линейной среды (подложка), характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ), диэлектрической пленки толщиной  $d$ , подчиняющейся закону Керра и характеризующейся диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_f + \alpha_f |E|^2$  в области II  $0 < z < d$ ; линейной среды (покровного слоя), характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_c$  в области III ( $z > d$ ). Уравнения Максвелла для  $TE$ -поляризованных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$ , имеют вид

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_s) E_y^I = 0, \quad z < 0; \quad (155)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_f) E_y^{II} + k_0^2 \alpha_f (E_y^{II})^3 = 0, \quad 0 < z < d; \quad (156)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_c) E_y^{III} = 0, \quad z > d. \quad (157)$$

Проследим за решениями, локализованными вблизи поверхности тонкой пленки, для которых при  $|z| \rightarrow \infty$  поле стремится к нулю. Тогда из уравнений (155) и (157) находим:

$$E_y^I(z) = E_0 \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (158)$$

$$E_y^{III}(z) = E_d \exp[-k_0 q_c (z - d)], \quad z > d, \quad (159)$$

где  $q_s = (\beta^2 - \epsilon_s)^{1/2}$  и  $q_c = (\beta^2 - \epsilon_c)^{1/2}$ . Рассмотрим случай самодефокусирующей нелинейности типа Керра ( $\alpha_f = -|\alpha_f| < 0$ ). В этом случае  $\beta < n_f$ , где  $n_f = \epsilon_f^{1/2}$ , и точное решение уравнения

(156) может быть выражено с помощью эллиптических функций Якоби [99]

$$E_y^{II}(z) = \left( \frac{2}{|\alpha_f|} \right)^{1/2} m^{1/2} t \operatorname{sn}(k_0 t z + \theta/m) \quad (160)$$

при  $0 < z < d$ , где  $t = (1 + m)^{-1/2} q_f$ ,  $q_f = (n_f^2 - \beta^2)^{1/2}$  и  $\theta$  — константа интегрирования. Здесь  $\operatorname{sn}$  — эллиптическая функция Якоби типа  $\sin$ , где  $m$  — параметр этой функции ( $0 < m < 1$ ). Из граничных условий получим уравнения на собственные значения:

$$\frac{\operatorname{cn}(k_0 t d + \theta/m) \operatorname{dn}(k_0 t d + \theta/m)}{\operatorname{sn}(k_0 t d + \theta/m)} = -\frac{q_c}{t}; \quad (161)$$

$$\frac{\operatorname{cn}(\theta/m) \operatorname{dn}(\theta/m)}{\operatorname{sn}(\theta/m)} = \frac{q_s}{t}, \quad (162)$$

где  $\operatorname{cn}^2(\theta/m) = 1 - \operatorname{sn}^2(\theta/m)$ ,  $\operatorname{dn}^2(\theta/m) = 1 - m \operatorname{sn}^2(\theta/m)$  и  $\operatorname{cn}$  — эллиптическая функция Якоби типа  $\cos$ .

Укажем, что при  $m = 0$  из уравнений (161), (162) можно получить дисперсионное соотношение для  $TE$ -поляризованных мод линейного асимметричного волновода. Используя уравнения (155) — (157), находим полный поток энергии  $P = P_s + P_f + P_c$ , который несет НВМ [24, 96, 97]:

$$P_s = P_0 \beta m t^2 \frac{\operatorname{sn}^2(\theta/m)}{q_s}; \quad (163)$$

$$P_f = 2P_0 \beta t [k_0 t d - E(k_0 t d + \theta/m) + E(\theta/m)]; \quad (164)$$

$$P_c = P_0 \beta m t^2 \frac{\operatorname{sn}^2(k_0 t d + \theta/m)}{q_c}, \quad (165)$$

где  $P_0 = (2 |\alpha_f| k_0)^{-1} (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$  и  $E(\theta/m)$  — эллиптический интеграл второго рода [99].

В подходе, предложенном в [96, 97], постоянная распространения  $\beta$  рассматривается как функция параметра эллиптической функции Якоби. Решив уравнения (161), (162), получим значения величины  $\beta$  для каждого  $m$  ( $0 < m < 1$ ). Далее с помощью соотношений (163) — (165) определяются величины  $P_s$ ,  $P_f$  и  $P_c$  и тем самым задается зависимость  $P = P(\beta)$ . Другой подход, развитый в работе [95], при использовании граничных амплитуд поля  $E_0$  и  $E_d$ , позволяет рассчитать зависимость постоянной распространения от потока энергии.

В случае самофокусирующей диэлектрической пленки ( $\alpha_f > 0$ ) точное решение нелинейного волнового уравнения (156) имеет вид

$$E_y^{II}(z) = \left( \frac{2}{\alpha_f} \right)^{1/2} m^{1/2} t \operatorname{cn}(k_0 t z + \theta/m), \quad (166)$$

где  $t = (1 - 2m)^{-1/2} q_f$  для  $\beta < n_f$ ;  $t = (2m - 1)^{-1/2} \tilde{q}_f$  для  $\beta > n_f$  и  $\tilde{q}_f = (\beta^2 - n_f^2)^{1/2}$ .

Дисперсионные соотношения для этих НВМ определяются соотношениями

$$\frac{\operatorname{sn}(k_0td + \theta/m) \operatorname{dn}(k_0td + \theta/m)}{\operatorname{cn}(k_0td + \theta/m)} = \frac{q_c}{t}; \quad (167)$$

$$\frac{\operatorname{sn}(\theta/m) \operatorname{dn}(\theta/m)}{\operatorname{cn}(\theta/m)} = -\frac{q_s}{t}. \quad (168)$$

Используя (158), (159), (166), получаем выражения для потоков энергии в линейной подложке  $P_s$ , в нелинейной волноводной пленке  $P_f$  и в покровном слое  $P_c$  соответственно:

$$P_s = P_0 \beta m t^2 \frac{\operatorname{cn}^2(\theta/m)}{q_s}; \quad (169)$$

$$P_f = 2P_0 \beta t [E(k_0td + \theta/m) - E(\theta/m) - (1 - m)k_0td]; \quad (170)$$

$$P_c = P_0 \beta m t^2 \frac{\operatorname{cn}^2(k_0td + \theta/m)}{q_c}. \quad (171)$$

Для того чтобы определить поток энергии  $P$  для каждого значения постоянной распространения  $\beta$ , необходимо численно рассчитать зависимость  $\beta$  от параметра  $m$ , используя дисперсионные уравнения

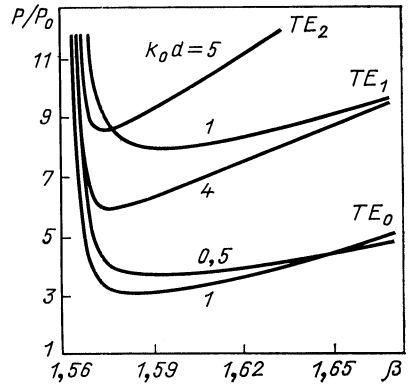


Рис. 14. Зависимость безразмерного потока энергии для нелинейных  $TE_0$ -,  $TE_1$ - и  $TE_2$ -волн, направляемых самофокусирующей диэлектрической пленкой, от величины  $\beta$ . Параметры расчета:  $\epsilon_s = 2,45$ ;  $\epsilon_f = 2,3$  и  $\epsilon_c = 1$  [95]

(167), (168). В работе [95] при определенном выборе параметров ( $n_c < n_f < n_s$ ) показано, что все  $TE_m$  ( $m \geq 0$ )-ветви, индуцированные самофокусирующей нелинейностью, начинают распространяться с некоторого порога потока энергии (рис. 14). Такое пороговое поведение впервые было продемонстрировано в работах [96, 97] для  $TE_m$  ( $m \geq 1$ )-ветвей. При этом использовались различные наборы параметров, позволяющих получить линейный предел для  $TE_0$ -ветви. Наличие двух различных значений постоянной распространения для одного и того же значения потока энергии, а также существование порогового значения потока энергии для нелинейной слоистой структуры представляет несомненный интерес, например, с точки зрения создания оптических переключателей.

**Нелинейные волноводные моды в среде со свойствами насыщения.** Рассмотрим диэлектрическую планарную структуру, состоящую из линейной подложки, характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ); линейной диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризующейся диэлектрической константой  $\epsilon_f$  в области II ( $0 < z < d$ ), и нелинейного самофокусирующего покровного слоя в области III ( $z > d$ ), характеризующегося диэлектрическим тензором (19).

Для  $TE$ -поляризованных волн вектор электрического поля имеет вид  $\mathbf{E} = (0, E_y, 0)$  и уравнения Максвелла определяются соотношениями:

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_s) E_y^I = 0, \quad z < 0; \quad (172)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_f) E_y^{II} = 0, \quad 0 < z < d; \quad (173)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2 [\beta^2 - \epsilon_c - \epsilon_c^{NL} (E_y^{III})] E_y^{III} = 0, \quad z > d. \quad (174)$$

Проинтегрировав один раз уравнения (171) – (174), получим:

$$\Phi_s = \left( \frac{dE_y}{dz} \right)^2 = k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_s) E_y^2, \quad z < 0; \quad (175)$$

$$\Phi_f = \left( \frac{dE_y}{dz} \right)^2 = k_0^2 (\beta^2 - \epsilon_f) E_y^2 + c_f, \quad 0 < z < d; \quad (176)$$

$$\Phi_c = \left( \frac{dE_y}{dz} \right)^2 = k_0^2 \left[ (\beta^2 - \epsilon_c) E_y^2 - \int_0^{E_y^2} \epsilon_c^{NL} (E_y^2) d(E_y^2) \right], \quad z > d. \quad (177)$$

Здесь  $c_f$  — константа интегрирования.

Для  $TE$ -поляризованных волн величины  $E_y$ ,  $dE_y/dz$  являются непрерывными вдоль границ раздела  $z = 0$  и  $z = d$ . Используя это обстоятельство, получим соотношение между константой интегрирования  $c_f$  и значениями поля  $E_0$  и  $E_d$  на соответствующих границах  $z = 0$  и  $z = d$ :

$$\frac{c_f}{k_0^2} = (\epsilon_f - \epsilon_s) E_0^2 = (\epsilon_f - \epsilon_c) E_d^2 - \int_0^{E_d^2} \epsilon_c^{NL} (E_y^2) d(E_y^2). \quad (178)$$

Так как  $dE_y^{II}/dz = \Phi_f^{1/2}$ , а результат интегрирования по области II можно записать в виде

$$\int_{E_0}^{E_d} \frac{dE_y}{\Phi_f^{1/2}} = d, \quad (179)$$

то приходим к следующему дисперсионному соотношению для  $TE_m$ -волн [40]:

$$\operatorname{tg}(k_0 q_f d) = q_f (q_s + \bar{q}_c) (q_f^2 - q_s \bar{q}_c)^{-1}, \quad (180)$$

где  $q_s = (\beta^2 - \varepsilon_s)^{1/2}$ ;  $q_f = (\varepsilon_f - \beta^2)^{1/2}$ ;  $\bar{q}_c = (-1)^{M_c} (\beta^2 - \varepsilon_{cNL})^{1/2}$  и

$$\varepsilon_{cNL} = \varepsilon_c + \frac{1}{E_d^2} \int_0^{E_d^2} \varepsilon_c^{NL}(E_y^2) d(E_y^2), \quad (181)$$

$M_c = 1$ , если в нелинейном покровном слое имеет место самофокусирующий пик (максимум поля), в противном случае  $M_c = 0$  (максимум отсутствует). Если  $M_c = 1$ , амплитуда поля  $\bar{E}_y$  рассчитывается из условия  $\Phi_c(\bar{E}_y, \beta) = 0$ .

В случае, когда  $\beta > n_f$ , дисперсионное соотношение определяется уравнением

$$\operatorname{th}(k_0 \tilde{q}_f d) = - \frac{\tilde{q}_f (q_s + \bar{q}_c)}{(\tilde{q}_f^2 + q_s \bar{q}_c)}, \quad (182)$$

которое имеет решение только при условии  $M_c = 1$  и  $\bar{q}_c = -(\beta^2 - \varepsilon_{cNL})^{1/2} < 0$ . В отсутствие самофокусирующего пика в покровном слое ( $M_c = 0$ ) имеем  $\bar{q}_c = q_c = [\varphi(u)]^{1/2}$ , где  $\varphi(u)$  определяется уравнениями (32) или (33). Используя уравнения (178) и (179), получаем выражения для потоков энергии:

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{u}{q_s} \frac{(q_c^2 + q_f^2)}{(q_s^2 + q_f^2)}; \quad (183)$$

$$P_f = \frac{1}{2} P_0 \beta u \left[ k_0 d \frac{(q_c^2 + q_f^2)}{q_f^2} + \frac{q_c}{q_f^2} + \frac{q_s}{q_f^2} \frac{(q_c^2 + q_f^2)}{(q_s^2 + q_f^2)} \right]; \quad (184)$$

$$P_c = \frac{1}{2} P_0 \beta \int_0^u \frac{dx}{[\varphi(x)]^{1/2}}, \quad (185)$$

где  $u = \alpha_c E_d^2$ . В случае покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, интеграл (185) можно вычислить аналитически, и тогда

$$P_c = 2P_0 \beta \left[ \left( \beta^2 - \varepsilon_c + \frac{1}{2} u \right)^{1/2} - (\beta^2 - \varepsilon_c)^{1/2} \right]. \quad (186)$$

Для самофокусирующего покровного слоя ( $\alpha_c > 0$ ) максимум поля достигается при достаточно большом значении потока энергии, т.е.  $M_c = 1$  и  $\bar{q}_c = -q_c$ , где  $q_c = [\varphi(u)]^{1/2}$  и  $\varphi(u)$  определяется уравнениями (32) и (33).



Суммируем результат в следующей форме:

$$P_f = \frac{1}{2} P_0 \beta u \left[ k_0 d \frac{(q_c^2 + q_f^2)}{q_f^2} - \frac{q_c}{q_f^2} + \frac{q_s}{q_f^2} \frac{(q_c^2 + q_f^2)}{(q_s^2 + q_f^2)} \right]; \quad (187)$$

$$P_c = \frac{1}{2} P_0 \beta \left[ \int_0^u \frac{dx}{[\varphi(x)]^{1/2}} - \int_{\frac{u}{\beta}}^u \frac{dx}{[\varphi(x)]^{1/2}} \right], \quad (188)$$

и  $P_s$  определяется соотношением (183).

Для самофокусирующего покровного слоя интегралы (188) можно оценить аналитически, и тогда

$$P_c = 2P_0 \beta \left[ \left( \beta^2 - \varepsilon_c + \frac{1}{2} u \right)^{1/2} + (\beta^2 - \varepsilon_c)^{1/2} \right]. \quad (189)$$

Для  $\beta > n_f$  окончательно получаем:

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{u}{q_s} \frac{(q_c^2 - \tilde{q}_f^2)}{(q_s^2 - \tilde{q}_f^2)}; \quad (190)$$

$$P_f = \frac{1}{2} P_0 \beta u \left[ \frac{q_c}{\tilde{q}_f} - k_0 d \frac{q_c^2 - \tilde{q}_f^2}{\tilde{q}_f} - \frac{q_s}{\tilde{q}_f} \frac{(q_c^2 - \tilde{q}_f^2)}{(q_s^2 - \tilde{q}_f^2)} \right], \quad (191)$$

и  $P_c$  определяется соотношением (188).

Рассмотрим жидкий кристалл МВВА ( $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт), осажденный на стеклянный волновод ( $n_f = 1,57$ ,  $d = 2$  мкм) с подложкой, выбранной таким образом, что  $n_s = n_c = 1,55$ . На рис. 15 представлены результаты численных расчетов потоков энергии  $TE$ -поляризованных волн, направляемых планарной слоистой структурой с нелинейным покровным слоем, характеризуемым диэлектрической функцией (19), для нескольких значений безразмерного параметра  $\varepsilon_{\text{sat}}$ . Сравнивая поведение решений для  $TE_0$ - и  $TE_1$ -волн со случаем, подчиняющимся закону Керра ( $\varepsilon_{\text{sat}} = \infty$ ), отметим, что характеристики этих волн сохраняются, если значение  $n_{\text{sat}} = (\varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}})^{1/2} - n_c$  не мало. Абсолютный максимум потока энергии  $TE_1$ -волны сильно зависит от значения  $n_{\text{sat}}$  и при малых ее значениях сильно растет (например, для  $\varepsilon_{\text{sat}} = 0,0155$  или  $n_{\text{sat}} = 0,005$ ). В случае  $TE_0$ -ветви с ростом потока энергии постоянная распространения  $\beta$  достигает асимптотического значения  $(\varepsilon_c + \varepsilon_{\text{sat}})^{1/2}$  (кривая, соответствующая  $\varepsilon_{\text{sat}} = 0,1256$  на рис. 15). Итак, характерные свойства  $TE_m$ -ветвей сохраняются при условии, что  $n_{\text{sat}}$  много меньше разницы показателей преломления ( $n_f - n_c$ ) или ( $n_f - n_s$ ), существующей при малых значениях потока энергии. Важный вывод, следующий из этих расчетов, состоит в том, что если эффекты насыщения достаточно велики, то они могут изменить, а в некоторых случаях и исключить ряд интересных зависящих от потока энергии особенностей НВМ.

В работе [100] было показано значительное воздействие эффектов насыщения на две несвязанные  $TE$ -ветви в случае самофокусирующих пограничных сред ( $n_{2c} \neq n_{2s}$ ), способных к насыщению. С включением эффектов насыщения в подложке и в покровном слое происходит заметное изменение свойств переключения НВМ, что может найти применение в интегральных оптических приборах.

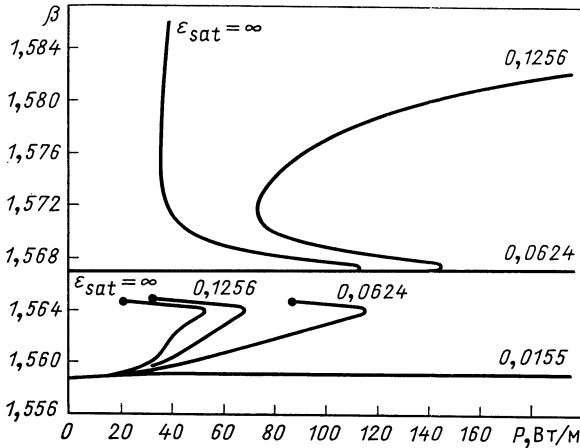


Рис. 15. Поведение постоянной распространения  $\beta$  относительно потока энергии  $P$  в случае самофокусирующего покровного слоя. Параметры расчета, что и на рис. 9. Каждой кривой соответствует определенное значение насыщения  $\epsilon_{sat}$  [100]

Рассмотрим трехслойную асимметричную структуру, состоящую из линейной подложки, характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_s$ ; тонкой диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_f$ ; нелинейного самофокусирующего ( $\alpha_c < 0$ ) покровного слоя, характеризуемого одним из двух типов нелинейности, способных к насыщению:

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c - \epsilon_{sat} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{|\alpha_c| E_y^2}{\epsilon_{sat}} \right) \right]; \quad (192)$$

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c - \frac{|\alpha_c| E_y^2}{\left( 1 + \frac{|\alpha_c| E_y^2}{\epsilon_{sat}} \right)}. \quad (193)$$

Заметим, что оба типа диэлектрических тензоров — тензоры типа Керра, т.е.  $\epsilon \rightarrow \epsilon_c - |\alpha_c| E_y^2$  для малых интенсивностей поля, и проявляют общий уровень насыщения ( $\epsilon_c - \epsilon_{sat}$ ). В рассматриваемом случае поле проявляет виртуальный максимум в нелинейном покровном слое ( $M_c = 0$ ), и дисперсионное соотношение имеет вид

$$\text{tg}(k_0 q_f d) = \frac{q_f (q_s + q_c)}{(q_f^2 - q_s q_c)}, \quad (194)$$

где  $q_c = |\varphi(u)|^{1/2}$ ;  $u = |\alpha_c| E_d^2$  и

$$\varphi(u) = \beta^2 - \epsilon_c + \epsilon_{\text{sat}} - \frac{\epsilon_{\text{sat}}^2}{u} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{u}{\epsilon_{\text{sat}}}\right) \right]; \quad (195)$$

$$\varphi(u) = \beta^2 - \epsilon_c + \epsilon_{\text{sat}} - \frac{\epsilon_{\text{sat}}^2}{u} \ln\left(1 + \frac{u}{\epsilon_{\text{sat}}}\right), \quad (196)$$

которые соответствуют диэлектрическим тензорам (21) и (22).

Полный поток энергии есть величина  $P = P_s + P_f + P_c$ , где  $P_s$ ,  $P_f$  и  $P_c$  определяются выражениями (183) — (185). Мы выполнили численные расчеты эффективного показателя преломления  $\beta$  как функции полного потока энергии для нескольких значений безраз-

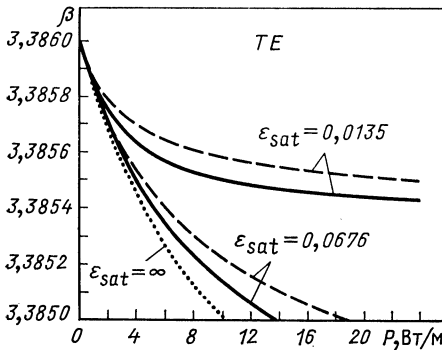


Рис. 16. Поведение эффективного показателя преломления относительно потока энергии  $P$  в случае самофокусирующего покровного слоя. Параметры расчета:  $n_f = -3,39$ ;  $n_c = 3,385$ ;  $n_{2c} = -2 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт;  $n_s = 3,38$ ;  $d = 1,07$  мкм;  $\lambda = 0,82$  мкм:

сплошные линии соответствуют диэлектрической функции (19), пунктир—(20)

мерного параметра  $\epsilon_{\text{sat}}$ . На рис. 16 показаны результаты для  $TE$ -волн, направляемых  $\text{GaAl}_x\text{As}_{1-x}$ -структурой, для диэлектрических функций (21) и (22). В случае самофокусирующего покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, и  $n_c > n_s$  существует максимальный поток энергии, который может быть передан. Так, для реалистического покровного слоя при условии, что значение  $n_{\text{sat}} = n_c - (\epsilon_c - \epsilon_{\text{sat}})^{1/2}$  достаточно велико (на рис. 16 кривые с  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,0676$ , т.е.  $n_{\text{sat}} = 0,01$ ), имеет место предельное значение для передаваемого потока энергии. Это явление может быть использовано для создания приборов, обладающих ограничением на максимальное значение передаваемого потока энергии. В этих приборах отсечка потока энергии может происходить, например, с помощью тонкой пленки из  $\text{GaAl}_x\text{As}_{1-x}$  с переменным показателем преломления  $n_f(x)$  (см. [58]).

**Устойчивость распространения НВМ.** Вопрос об устойчивости различных  $TE_m$ -решений для НВМ изучался, главным образом, численно в [44—50]. Сложность аналитического анализа состоит в том, что собственные значения линеаризованной системы лежат на мнимой оси и невозможно применить обычные приемы, используемые при анализе диссипативных систем (пока в систему намеренно не введены потери).

Рассмотрим случай  $TE$ -поляризованных волноводных мод в симметричном нелинейном планарном волноводе (рис. 17, *a*), состоящем из линейной волноводной пленки с показателем преломления  $n_f$ ,

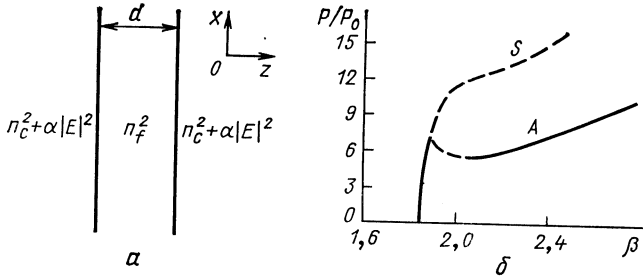


Рис. 17. Безразмерный поток энергии  $P/P_0$  в зависимости от величины  $\beta$  для симметричного планарного волновода. Обозначения кривых:  $S$  — симметричная волна,  $A$  — асимметричная волна. Выше точки бифуркации  $\beta = \beta_{кр} \approx 1,89$  обе ветви неустойчивы (прерывистая линия). Дважды вырожденная  $A$ -волна стабилизируется в области положительного наклона кривой

которая граничит с обеих сторон с подчиняющимися закону Керра идентичными покровным слоем и подложкой, т.е.  $n_c = n_s$  и  $n_{2c} = n_{2s}$ . На рис. 17, *б* показана зависимость безразмерного потока

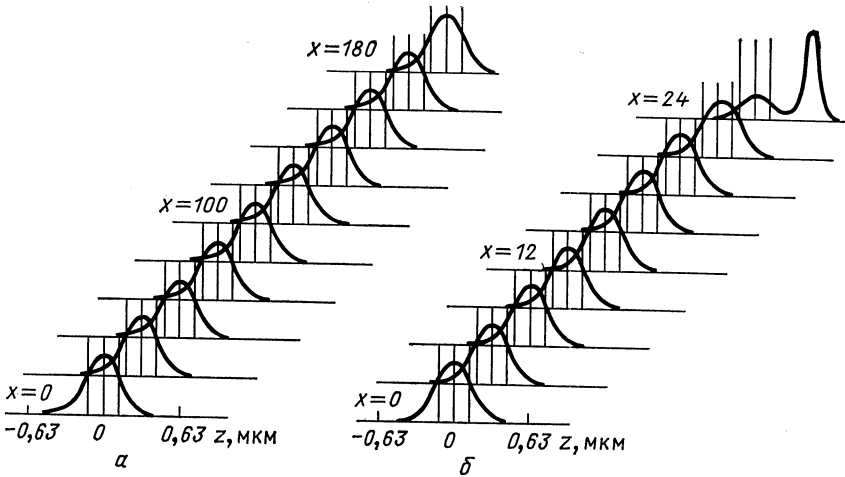


Рис. 18. Эволюция распределения поля в зависимости от расстояния распространения для симметричной волны ( $S$ ) ниже  $\beta = 1,89$  (*a*) и выше  $\beta = 1,90$  (*б*) точки бифуркации  $\beta = \beta_{кр}$  [44]

энергии от величины  $\beta$  для симметричной слоистой структуры со следующими параметрами:  $n_c = n_s = 1,5$ ;  $n_f = 2$ ;  $d/\lambda = 0,4$  (см. [23, 44]). На рис. 18 представлена эволюция распределения поля

в зависимости от расстояния распространения. В качестве начальных данных использовано мгновенное распределение электрического поля до и после точки бифуркации симметричной  $TE_0$ -ветви ( $S$ ).

При  $\beta = 1,89 < \beta_{кр}$  симметричная волна устойчива к распространению на расстоянии порядка 180 длин волн (рис. 18, а), тогда как при  $\beta = 1,90 > \beta_{кр}$   $S$ -волна теряет устойчивость уже после прохождения расстояния в 18 длин волн (рис. 18, б). В этом случае волна уходит или в покровный слой, или в подложку. Следовательно, симметричная  $TE_0$ -ветвь ( $S$ ) теряет устойчивость в области положительного наклона ветви дисперсионной кривой (рис. 18, б) в точке бифуркации (критическое значение  $\beta = \beta_{кр} \simeq 1,89$ ), где появляется дважды вырожденная асимметричная волна  $A$ .

Рассмотрим асимметричную трехслойную планарную структуру, состоящую из линейной подложки, характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_s = n_s^2$  в области I ( $z < 0$ ); тонкой диэлектрической пленки толщиной  $d$ , характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_f = n_f^2$  в области II ( $0 < z < d$ ); нелинейного самофокусирующего покровного слоя, характеризуемого диагональным диэлектрическим тензором типа (19) или (20) в области III ( $z > d$ ).  $TE$ -поляризованная волна с частотой  $\omega$  распространяется вдоль оси  $x$ , а электрическое поле однородно в направлении оси  $y$  ( $z$  — поперечная координата). Ненулевая компонента электрического поля  $E_y(\mathbf{r}, t)$  определяется соотношением (11). Тогда в обычном приближении медленно меняющейся огибающей получим следующее уравнение для амплитуды  $A(x, z) = \alpha_c^{1/2} E_y(x, z)$ :

$$-2i\beta k_0 \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \gamma^2(z) k_0^2 A + \theta(z) k_0^2 f(|A|^2) A. \quad (197)$$

Здесь  $\theta(z) = 0$  при  $-\infty < z < d$  и  $\theta(z) = 1$  для  $z > d$ ;  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_s^2$  для  $z < 0$ ;  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_f^2$  для  $0 < z < d$ ;  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_c^2$  для  $z > d$  и

$$f(|A|^2) = \epsilon_{\text{sat}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{|A|^2}{\epsilon_{\text{sat}}}\right) \right]; \quad (198)$$

$$f(|A|^2) = \frac{|A|^2}{1 + |A|^2/\epsilon_{\text{sat}}}, \quad (199)$$

которые соответствуют диэлектрическим функциям (19), (20). Отметим, что для среды, подчиняющейся закону Керра,  $f(|A|^2) = |A|^2$ . Независимое от  $x$ -компонент решение уравнения (197),  $A(0, z) = A_0(z)$ , представляет стационарные НВМ, эффективный показатель преломления  $\beta$  которых определяется из дисперсионного соотношения типа  $\beta = \beta(P)$ . Уравнение (197) имеет два интеграла движения:  $I(\beta)$  определяется соотношением (39) и

$$H(\beta) = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \left| \frac{\partial A}{\partial z} \right|^2 + k_0^2 \gamma^2(z) |A|^2 - k_0^2 \theta(z) g(|A|^2) \right\} dz. \quad (200)$$

Здесь

$$g(|A|^2) = \int_0^{|A|^2} f(|A|^2) d(|A|^2), \quad (201)$$

где  $f(|A|^2)$  определяется выражениями (198), (199). Для среды, подчиняющейся закону Керра, получим  $g(|A|^2) = \frac{1}{2} |A|^4$ . Тогда для среды со свойствами насыщения имеем

$$g(|A|^2) = \frac{1}{2} \varepsilon_{\text{sat}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{|A|^2}{\varepsilon_{\text{sat}}}\right) \right] |A|^2; \quad (202)$$

$$g(|A|^2) = \frac{1}{2} \varepsilon_{\text{sat}} \left[ \ln\left(1 + \frac{|A|^2}{\varepsilon_{\text{sat}}}\right) \right] |A|^2, \quad (203)$$

соответствующие диэлектрическим функциям (19), (20). Отметим, что для произвольных решений уравнения (197) имеет место  $dI/dx = -dH/dx = 0$ .

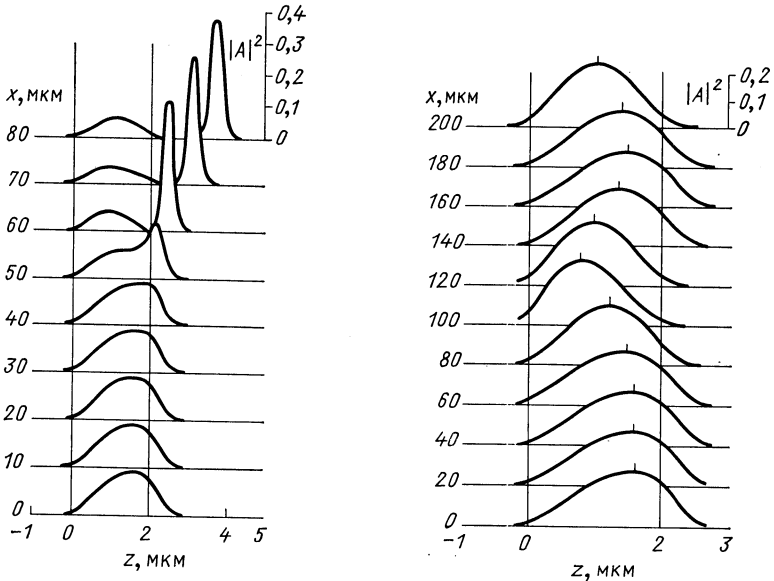


Рис. 19. Эволюция распределения поля  $TE$ -НВМ в зависимости от расстояния распространения в случае покровного слоя, подчиняющегося закону Керра. Начальное распределение поля  $A_0(z)$  соответствует величине  $\beta = 1,5685$

Рис. 20. Эволюция распределения поля  $TE_0$ -НВМ в зависимости от расстояния распространения в случае покровного слоя, характеризуемого диэлектрической функцией (19) и  $\varepsilon_{\text{sat}} = 0,1256$

При численном исследовании устойчивости тонкопленочных НВМ использовалась схема Кранка — Никольсона [75, 76]. Нахождение

решения системы нелинейных уравнений на последующих шагах по  $x$  проводилось методом Ньютона в сочетании с матричной прогонкой по  $z$ . Выбранная разностная схема (шаг ячейки был равен  $k_0 \Delta x = k_0 \Delta z = 0,4$ ) обеспечивала сохранение интегралов  $I(\beta)$  и  $H(\beta)$  на сетке. Сохранение полного потока энергии  $P(\beta)$  составляло всегда более 99 %. Неустойчивые волны определялись как волны,

чье распределение поля вдоль координаты  $z$  изменялось по мере распространения по координате  $x$ .

Для нелинейного покровного слоя, подчиняющегося закону Керра, стационарные волны являются неустойчивыми в области отрицательного наклона нелинейной дисперсионной кривой  $\beta = \beta(P)$  и уходят в нелинейную среду. В этом случае происходит эмиссия одиночного солитона, т. е. возникает самофокусирующий канал, в котором распадается НВМ [47, 49, 52] (рис. 19).

В случае нелинейного покровного слоя со свойствами насыщения, который описывается диэлектрическим тензором (19) и  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,1256$ , в области отрицательного наклона нелинейной дисперсионной кривой (см. рис. 15)  $TE_0$ -волна является неустойчивой. На рис. 20 показан результат численного расчета распространения  $TE_0$ -волны на расстоянии первых 400 длин волн для  $\beta = 1,5685$ . Волна еще достаточно устойчива, ее поле ограничено волноводной пленкой, максимум которого аperiodично осциллирует между границами пленки. На рис. 21 показана эволюция распределения поля  $TE_0$ -НВМ по мере распространения в случае покровного слоя со свойствами насыщения, характеризуемого диэлектрическим тензором (19) и  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,1256$  для  $\beta = 1,58$  в области положительного наклона дисперсионной кривой  $\beta = \beta(P)$ . В этом случае нелинейная стационарная волна  $A_0(z)$  устойчива. Результаты численного анализа распространения стационарных волн подтверждают, что  $TE_0$ -НВМ являются устойчивыми в асимметричных слоистых структурах, в которых самофокусирование происходит только в одной из граничащих сред в области положительного наклона нелинейной дисперсионной кривой [52].

При наличии диссипации соотношение Крамерса — Кронига ука-

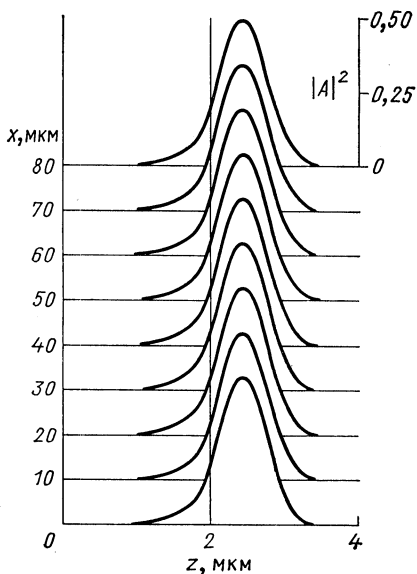


Рис. 21. То же, что и на рис. 20, но для  $\beta = 1,58$

зывает, что, по крайней мере, нелинейное преломление должно сопровождаться линейным поглощением. Следовательно, в уравнение (197) необходимо включить член поглощения

$$-2i\beta k_0 \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \gamma^2(z) k_0^2 A + \theta(z) k_0^2 f(|A|^2) A + i\beta k_0^2 \Gamma(z) A, \quad (204)$$

где  $\Gamma(z)$  — профиль поглощения. Эффекты линейного поглощения  $TE_0$ -НВМ в асимметричных волноводах с покровным слоем, подчиняющимся закону Керра, исследовались в работе [55] с помощью метода распространения пучка [101, 102].

### 3. ПОПЕРЕЧНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПЛАЗМОНЫ (НПП)

**Пограничные среды, подчиняющиеся закону Керра.** В последнее время возрос значительный интерес к теоретическому и экспериментальному исследованию НПП [78, 79, 103]. Хорошо известно, что граница между двумя линейными диэлектрическими средами не может поддерживать  $TE$ -поляризованные поверхностные поляритоны. Однако, если показатель преломления одной из двух сред зависит от интенсивности потока, в этом случае возможно существование  $TE$ -поляризованных поверхностных поляритонов при потоках энергии, превышающих пороговую.

В ряде работ [105—108] наряду с хорошо изученными НВМ, которые могут поддерживаться линейными диэлектрическими пленками, окруженными, по крайней мере, одной средой (покровным слоем или подложкой) с зависящим от интенсивности показателем преломления, предсказан новый тип волн для металлических пленок, граничащих с одной из сторон с нелинейной средой. Нелинейные  $TE$ -поляризованные волны, направляемые очень тонкими металлическими пленками, граничащих с двух сторон с нелинейной средой, существуют только при энергиях выше пороговой, характерной для данного материала [106]. В работе [107] было показано, что  $TE$ -НПП существуют также в планарных конфигурациях с нелинейной подложкой или с нелинейным покровным слоем. В случае таких асимметричных структур для нелинейных дисперсионных кривых существуют пороговое значение потока энергии и ограниченная область допустимых значений постоянной распространения.

Исследуем характеристики нелинейных  $TE$ -поляризованных волн, направляемых асимметричной трехслойной конфигурацией. Данная конфигурация содержит: линейную подложку, характеризуемую диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ); очень тонкую металлическую пленку, характеризуемую диэлектрической константой  $\epsilon_f = -|\epsilon_f| < 0$  в области II ( $0 < z < d$ ); нелинейный самофокусирующий подчиняющийся закону Керра покровный слой



в области III ( $z > d$ ). Распределение поля в подложке, пленке и в покрывном слое определяется соответственно выражениями:

$$E_y^I(z) = E_0 \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (205)$$

$$E_y^{II}(z) = E_0 \left[ \frac{q_s + \tilde{q}_f}{2\tilde{q}_f} \exp(k_0 \tilde{q}_f z) + \frac{(\tilde{q}_f - q_s)}{2\tilde{q}_f} \exp(-k_0 \tilde{q}_f z) \right], \quad 0 < z < d; \quad (206)$$

$$E_y^{III}(z) = \left( \frac{2}{\alpha_c} \right)^{1/2} q_c \{ \text{ch} [k_0 q_c (z - z_c)] \}^{-1}, \quad z > d, \quad (207)$$

где  $q_s = (\beta^2 - \epsilon_s)^{1/2}$ ;  $\tilde{q}_f = (\beta^2 + |\epsilon_f|)^{1/2}$  и  $q_c = (\beta^2 - \epsilon_c)^{1/2}$ . Здесь поверхностное поле  $E_0$  имеет вид

$$\alpha_c E_0^2 = 2 \{ 1 - \text{th}^2 [k_0 q_c (z_c - d)] \} \times \\ \times \left[ \text{ch} (k_0 \tilde{q}_f d) + \frac{q_s}{\tilde{q}_f} \text{sh} (k_0 \tilde{q}_f d) \right]^{-2}. \quad (208)$$

Вследствие выполнения условия непрерывности величин  $E_y$  и  $dE_y/dz$  на границах раздела  $z = 0$  и  $z = d$  эффективный показатель преломления  $\beta$  подчиняется дисперсионному соотношению

$$\text{th} (k_0 \tilde{q}_f d) = \frac{\tilde{q}_f \{ q_c \text{th} [k_0 q_c (z_c - d)] - q_s \}}{\{ \tilde{q}_f^2 - q_s q_c \text{th} [k_0 q_c (z_c - d)] \}}, \quad (209)$$

которое имеет решение только, когда  $n_s > n_c$  и  $z_c > d$ . т.е. максимум поля всегда должен быть расположен в области покрывного слоя. Поток энергии на единицу длины вдоль оси  $y$ , который несет волна, определяется соотношениями:

$$P_s = \frac{1}{2} P_0 \beta \frac{(\alpha_c E_0^2)}{q_s}; \quad (210)$$

$$P_f = \frac{1}{\alpha} P_0 \beta \alpha_c E_0^2 \left\{ k_0 d \left( 1 - \frac{q_s^2}{\tilde{q}_f^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{q_f} \text{sh} (k_0 \tilde{q}_f d) \left[ \left( 1 + \frac{q_s^2}{\tilde{q}_f^2} \right) \text{ch} (k_0 \tilde{q}_f d) + 2 \frac{q_s}{q_f} \text{sh} (k_0 \tilde{q}_f d) \right] \right\}; \quad (211)$$

$$P_c = 2P_0 \beta q_c \{ 1 + \text{th} [k_0 q_c (z_c - d)] \}, \quad (212)$$

где  $P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ . Численные расчеты были выполнены при следующих значениях параметров:  $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Вт,  $\epsilon_f = -10$  и  $\lambda = 0,515$  мкм (лазер на ионах аргона). На рис. 22 показана зависимость константы распространения  $\beta$  от потока энергии поверхностных волн  $P$  для различных значений показателя преломления подложки. Как и в симметричном случае [106], появляется

определенный порог энергии, начиная с которого возникают *ТЕ*-поляризованные НПП. Прерывистая линия соответствует симметричной планарной структуре со следующими параметрами:  $n_s = n_c = 1,55$ ,  $n_{2s} = n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ . Из рис. 22 следует, что в случае асимметричной конфигурации с  $n_s > n_c$  и  $n_{2s} = 0$  одному и тому же значению параметра  $P$  соответствуют два различных значения постоянной распространения. Кроме того, существует предельное верхнее значение для  $\beta$ , определяемое значением  $n_s$ . Распределение поля для

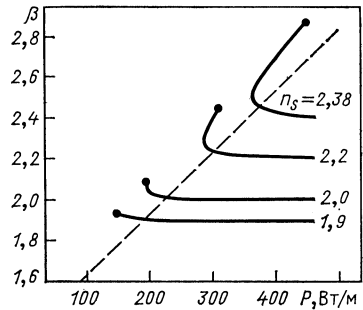


Рис. 22. Зависимость постоянной распространения  $\beta$  от потока энергии направляемой волны. Параметры расчета:  $n_c = n_s = 1,55$ ;  $n_{2c} = n_{2s} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ;  $\epsilon_f = -10$ ;  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$ ;  $d = 0,005 \text{ мкм}$ . Для сплошных кривых  $n_{2s} = 0$

$\beta$  вблизи нижнего предела показывает, что электрическое поле проникает глубоко в область подложки и при достижении величиной  $\beta$  верхнего предела энергия поля концентрируется в нелинейном покровном слое, который является предпочтительным, так как он уменьшает потери, связанные с поглощением в реальных металлических пленках. Таким образом, возможное переклещение между верхней и нижней ветвями дисперсионной кривой связано с переходом из состояния с большой передающей способностью в состояние с низкой способностью к передаче потока энергии.

**Пограничные среды, не подчиняющиеся закону Керра.** Рассмотрим асимметричную конфигурацию, состоящую из линейной диэлектрической подложки, характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_s$ , тонкой металлической пленки толщиной  $d$ , характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_f = -|\epsilon_f| < 0$ , и нелинейного самофокусирующего покровного слоя, характеризуемого одним из диэлектрических тензоров типа (19) — (21). Используем формализм работы [40] для изучения зависимости эффективного показателя преломления от потока энергии в случае диэлектрического тензора, обладающего свойствами насыщения и зависящего от энергии по степенному закону.

Дисперсионное соотношение для *ТЕ*-поляризованных НПП имеет вид

$$\text{th}(k_0 \tilde{q}_f d) = \frac{\tilde{q}_f (q_c - q_s)}{q_f^2 - q_s q_c}, \tag{213}$$

где  $\tilde{q}_f = (\beta^2 + |\epsilon_f|)^{1/2}$ ;  $q_s = (\beta^2 - \epsilon_s)^{1/2}$ ;  $q_c = [\varphi(u)]^{1/2}$ ;  $u = \alpha_c E_d^2$ ;  $E_d$  — электрическое поле на границе раздела  $z = d$ ;  $\varphi(u)$  определяется соотношениями (32) — (34). Дисперсионное соотношение (213) имеет решение  $\beta > n_s$  только при условии  $n_s > n_c$ . В этом случае максимум поля (самофокусирующий пик) должен быть расположен внутри самофокусирующего покровного слоя. Полный поток энергии на единицу длины  $P = P_s + P_f + P_c$ , где  $P_c$ ,  $P_s$  и  $P_f$  определяются соотношениями (188), (190) и (191) соответственно. На рисунке 23 показаны результаты численных расчетов зависимости  $\beta$

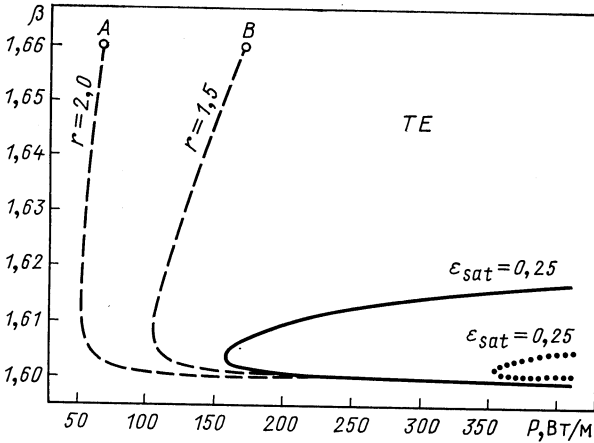


Рис. 23. То же, что и на рис. 22. Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ;  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ;  $n_s = 1,6$ ;  $\epsilon_f = -10$ ;  $d = 10^{-3} \text{ мкм}$ ;  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$ ;  $\alpha_c = 1,75 \cdot 10^{-9} \text{ (м/В)}^{1,5}$  ( $r = 1,5$ ) и  $\alpha_c = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{ (м/В)}^2$  ( $r = 2$ ):

сплошные и точечные линии соответствуют диэлектрическим функциям (19) и (20). Прерывистые линии соответствуют покровному слою, зависящему от энергии, с различными параметрами  $r$

от потока энергии  $P$  в случае самофокусирующего покровного слоя, характеризуемого диэлектрическими тензорами (19) — (21). Как и в случае симметричной конфигурации [106],  $TE$ -поляризованные НПП начинаются с некоторого определенного значения потока энергии. Верхний предел для  $\beta$  определяется из условия  $u = \alpha_c E_d^2 = 0$ , т.е.  $P_s = P_f = 0$  и  $P_c \neq 0$ . Когда  $\beta$  достигает верхнего значения, оптическое поле начинает концентрироваться в нелинейном самофокусирующем покровном слое. Из рис. 23 следует, что необходимый минимальный поток энергии, требуемый для возбуждения  $TE$ -поляризованных НПП, увеличивается с уменьшением  $\epsilon_{sat}$ . С увеличением потока энергии эффективный показатель преломления  $\beta$  достигает асимптотически своего предельного значения  $(\epsilon_c + \epsilon_{sat})^{1/2}$ . Эффекты насыщения могут изменить специфические зависимости от потока энергии свойства  $TE$ -поляризованных НПП в конфигурациях, состо-

ящих из сред, подчиняющихся закону Керра. По всей видимости, экспериментальное наблюдение НПП ввиду специфических условий их возникновения (очень тонкая металлическая пленка, сильное изменение показателя преломления и т.д.) в настоящее время является затруднительным.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируя изложенный в статье материал, отметим, что использование материалов с нелинейными показателями преломления значительно обогащает явление распространения НПП и НВМ в планарных структурах. Если одна или более сред, контактирующих с диэлектрической или металлической пленкой, характеризуется зависящим от интенсивности показателем преломления, тогда число решений НВМ, постоянная распространения, распределение поля, коэффициент затухания и пороговые условия — все эти характеристики начинают зависеть от потока энергии. Основное внимание в статье было уделено планарным структурам и их возможным применениям в интегральной оптике.

Рассмотренные модели могут быть использованы в качестве теоретической основы для создания всевозможных оптических переключателей в волноводах, а исследование поведения зависящего от потока энергии волнового вектора представляет интерес в связи с созданием оптических ограничителей мощности. Так, приборы, понижающие порог потока энергии, способные пропускать оптические импульсы только выше некоторого значения потока энергии, вероятно, будут основаны на использовании самофокусирующей нелинейности. Планарные оптические волноводы с нелинейным самофокусирующим покровным слоем и линейной волноводной пленкой, чья толщина меньше, чем толщина, характерная для явления отсечки  $TE$ -волн при небольшом значении потока энергии, могут повышать уровень передаваемого потока энергии. Нелинейные волноводные ограничители мощности также могут быть созданы при использовании одной или нескольких самофокусирующих сред, контактирующих с линейной волноводной пленкой. Эффект оптического переключения может достигаться при использовании покровного слоя и подложки, обладающих одновременно самофокусирующими нелинейностями. Более того, комбинация поддающегося управлению порогового и ограничивающего действий может быть использована для выбора наиболее благоприятных режимов для передачи потоков энергии, которые несут НВМ и НПП.

В настоящее время экспериментальная реализация явления НПП и НВМ затруднена ввиду ограниченного набора реальных материалов. Тот факт, что разница показателей преломления  $n_f - n_c$  и  $n_f - n_s$ , существующая при малых значениях потоков энергии между пленкой и пограничной средой, должна быть меньше, чем изменение в показателе преломления, связанное с насыщением  $\Delta n_{\text{sat}}$ ,

ставит ограничение на комбинацию материалов, которые могут быть использованы для создания нелинейных планарных оптических волноводов. Существует необходимость в создании новых материалов с оптической нелинейностью  $n_{21}$  большей, чем  $10^{-13}$  м<sup>2</sup>/Вт, и коэффициентом затухания меньшим, чем 1 см<sup>-1</sup>, в волноводе.

Авторы признательны В. Г. Кадышевскому и П. Н. Боголюбову за внимание и поддержку. Один из авторов (Д. Михалаке) также признателен М. Ивашку, А. Корчовой, И. И. Попеску, И. М. Попеску и И. Урсу.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gibbs H. M., McCall S. L., Venkatesan T. N. K. e.a.//Appl. Phys. Lett. 1979. Vol. 35. P. 451—453.
2. Miller D. A. B., Smith S. D., Johnston A.//Appl. Phys. Lett. 1979. Vol. 35. P. 658—660.
3. Lugiato L. A. Theory of optical bistability//Progress in Optics/Ed. E. Wolf. Amsterdam: North-Holland. 1984. Vol. 21. P. 71—216.
4. Gibbs H. M., Mandel P., Peyghambarian N., Smith S. D. Optical Bistability III//Proc. Topical Meeting. Tucson. 1985. Berlin: Springer, 1986.
5. Seaton C. T., Smith S. D., Tooley F. A. P. e.a.//Appl. Phys. Lett. 1983. Vol. 42. P. 131—133.
6. Jewell J. L., Rushford M. C., Gibbs H. M.//Appl. Phys. Lett. 1984. Vol. 44. P. 172—174.
7. Kogelnik H. Integrated optics/Ed. T. Tamir. Berlin: Springer, 1975.
8. Sipe J. E., Stegeman G. I.//J. Opt. Soc. Amer. 1979. Vol. 69. P. 1976—1982.
9. Stegeman G. I.//IEEE J. Quantum Electron. 1982. Vol. 18. P. 1610—1619
10. Chen Y. J., Carter G. M.//Appl. Phys. Lett. 1982. Vol. 41. P. 309—319.
11. Valera J. D., Seaton C. T., Stegeman G. I. e.a.//Appl. Phys. Lett. 1984. Vol. 45. P. 1013—1015.
12. Jensen S. M.//IEEE J. Quantum Electron. 1982. Vol. 18. P. 1580—1583.
13. Cada M., Gauthier R. C., Paton B. E., Chrostowski J.//Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 49. P. 755—757.
14. Seaton C. T., Xu Mai, Stegeman G. I., Winful H. G.//Opt. Enging. 1985. Vol. 24. P. 593—599.
15. Литвак А. Г., Миронов В. А. / Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. С. 1911—1912.
16. Miyagi M., Nishida S.//Sci. Rep. Tohoku Univ. 1972. Vol. B24. P. 53.
17. Каплан А. Е.//Письма ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 132—137.
18. Tomlinson W. J.//Opt. Lett. 1980. Vol. 5. P. 323—326.
19. Агранович В. М., Бабиченко В. С., Черняк Я.//Письмо ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 532—535.
20. Maradudin A. A.//Z. Phys. 1981. Vol. B41. P. 341—344.
21. Ломтев А. И.//Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 64—67.
22. Fedyanin V. K., Mihalache D. JINR E-17-81-137, Dubna, 1981.
23. Ахмедиев Н. Н.//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 545—553.
24. Fedyanin V. K., Mihalache D.//Z. Phys. B. 1982. Vol. 47. P. 167—173.
25. Lederer F., Langbein U., Ponath H. E.//Appl. Phys. B. 1983. Vol. 31. P. 69—73.
26. Lederer F., Langbein U., Ponath H. E.// Appl. Phys. B. 1983. Vol. 31. P. 187—190.
27. Yu M. Y.//Phys. Rev. A. 1983. Vol. 28. P. 1855—1856.
28. Boardman A., Egan P.//J. Phys. Colloq. C. 1984. Vol. 5. P. 291—295.
29. Boardman A., Egan P.//Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. A. 1984. Vol. 313. P. 363—369.

30. Stegeman G. I., Seaton C. T., Chilwell J., Smith S. D.//Appl. Phys. Lett. 1984. Vol. 44. P. 830—832.
31. Mihalache D., Nazmitdinov R. G., Fedyanin V. K.//Phys. Scripta. 1984. Vol. 29. P. 269—275.
32. Sibilica C., Bertolotti M., Sette D.//Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. A. 1984. Vol. 313. P. 361—362.
33. Leung K. M.//Phys. Rev. A. 1985. Vol. 31. P. 1189—1192.
34. Leung K. M.//Phys. Rev. B. 1985. Vol. 32. P. 5093—5104.
35. Stegeman G. I., Seaton C. T.//J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. R57—R58.
36. Михалаче Д., Федянин В. К. Краткие сообщения ОИЯИ. 1985. № 6. С. 5—10.
37. Mihalache D., Mazilu D.//Appl. Phys. B. 1985. Vol. 37. P. 107—110.
38. Mihalache D., Mazilu D.//Appl. Phys. B. 1986. Vol. 41. P. 119—124.
39. Mihalache D., Stegeman G. I., Seaton C. T. e.a.//Opt. Lett. 1987. Vol. 12. P. 187—189.
40. Langbein U., Lederer F., Ponath H. E.//Opt. Commun. 1985. Vol. 52. P. 417—420.
41. Stegeman G. I., Ariyasu J., Seaton C. T. e.a.//Appl. Phys. Lett. 1985. Vol. 47. P. 1254—1256.
42. Mihalache D., Mazilu D.//Solid. State Commun. 1986. Vol. 60. P. 397—399.
43. Ахмедиев Н. Н., Корнеев В. И., Кузьменко Ю. В.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 107—115.
44. Jones C. K. R. T., Moloney J. V.//Phys. Lett. A. 1986. Vol. 117. P. 175—180.
45. Ariyasu J., Seaton C. T., Stegeman G. I., Moloney J. V.//IEEE J. Quantum Electron. 1986. Vol. 22. P. 984—987.
46. Moloney J. V., Ariyasu J., Seaton C. T., Stegeman G. I.//Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 48. P. 826—828.
47. Moloney J. V., Ariyasu J., Seaton C. T., Stegeman G. I.//Opt. Lett. 1986. Vol. 11. P. 315—319.
48. Leine L., Wachter Ch., Langbein U., Lederer F.//Opt. Lett. 1986. Vol. 11. P. 590—593.
49. Mihalache D., Mazilu D.//Solid State Commun. 1987. Vol. 63. P. 215—217.
50. Mihalache D., Mazilu D.//Phys. Lett. A. 1987. Vol. 122. P. 381—384.
51. Wright E. M., Stegeman G. I., Seaton C. T., Moloney J. V.//Appl. Phys. Lett. 1986. Vol. 49. P. 435—436.
52. Wright E. M., Stegeman G. I., Seaton C. T. e.a.//Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. P. 4442—4444.
53. Розанов Н. Н.//Оптика и спектроскопия. 1979. Т. 47. С. 606—609.
54. Tomlinson W. J., Gordon J. P., Smith P. N., Kaplan A. E.//Appl. Opt. 1982. Vol. 21. P. 2041—2051.
55. Gubbels M., Wright E. M., Stegeman G. I. e. a.//Opt. Comm. 1987. Vol. 61. P. 357—362.
56. Vach H., Seaton C. T., Stegeman G. I., Khoo I. C.//Opt. Lett. 1984. Vol. 9. P. 238—240.
57. Bennion I., Goodwin M. J., Stewart W. J.//Electron. Lett. 1985. Vol. 21. P. 41—46.
58. Stegeman G. I., Seaton C. T., Hetherington III W. M. e.a.//Nonlinear Optics: Material and Devices//Eds. C. Flytzanis and J. L. Oudar Berlin: Springer, 1986.
59. Maker P. D., Terbune R.//Phys. Rev. A. 1964. Vol. 137. P. 801—818.
60. Maradudin A. A. Optical and Acoustic Waves in Solids: Modern Topics/Ed. M. Borissov Singapore, World Scientific, 1983. P. 72—142.
61. Каплан А. Е.//ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 1710—1726.
62. Ariyasu J., Seaton C. T., Stegeman G. I.//Appl. Phys. Lett. 1985. Vol. 47. P. 355—357.

63. Stegeman G. I., Seaton C. T., Ariyasu J. e.a.//J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. P. 2453—2459.
64. Jain R. K., Lind R. C.//J. Opt. Soc. Amer. 1983. Vol. 73. P. 647—650.
65. Chemla S. D., Miller D. A. B., Smith P. W.//Opt. Enging. 1985. Vol. 24. P. 556—564.
66. Mathew J. C. H., Kar A. J., Heckenberg N. R., Galbraith I.//IEEE J. Quantum Electron. 1985. Vol. 21. P. 774—776.
67. Yao S. S., Karaguleff C., Gabel A., Fortenberry R. e.a.//Appl. Phys. Lett. 1985. Vol. 46. P. 801—802.
68. Langhein V., Lederer F., Peschel T., Ponath H. E.//Opt. Lett. 1985. Vol. 10. P. 571—573.
69. Stegeman G. L., Seaton C. T., Ariyasu J. e.a.//Opt. Comm. 1986. Vol. 56. P. 365—368.
70. Бойко Б. Б., Джилавари Н. Щ., Петров Н. С.//ЖПС. 1975. Т. 23. С. 888—892.
71. Marcuse D.//Appl. Opt. 1980. Vol. 19. P. 3130—3139.
72. Smith P. W., Tomlinson W. J.//IEEE J. Quantum Electron. 1984. Vol. 20. P. 30—36.
73. Gardner C., Greene J., Kruskal M., Miura R.//Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 19. P. 1095—1098.
74. Захаров В. Е., Шабат А. Б.//ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 118—134.
75. Ames W. F. Nonlinear partial differential equations in engineering. N.Y.: Academic Press, 1965.
76. Greenspan D. Discrete numerical methods in physics and engineering. N.Y.: Academic Press, 1974.
77. Колоколов А. А.//ЖПМи ТФ. 1973. Т. 3. С. 152—155.
78. Mills D. L., Subbaswamy K. R. Progress in Optics/Ed. E. Wolf. Amsterdam: North Holland, 1981. Vol. 19. P. 45.
79. Агранович В. М. Поверхностные поляритоны/Под ред. В. М. Аграновича, Д. Л. Миллса. М.: Наука, 1985. С. 132—166.
80. Аланаян Ю. Р.//ЖТФ. 1967. Т. 37. С. 817—821.
81. Seaton C. T., Valera J. D., Svenson B., Stegeman G. I.//Opt. Lett. 1985. Vol. 10. P. 149—150.
82. Agranovich V. M., Cernyak V. Ya.//Phys. Lett. A. 1982. Vol. 88. P. 423—426.
83. Mihalache D.//Solid State Commun. 1986. Vol. 58. P. 125—127.
84. Ахмедиев Н. Н.//ЖЭТФ. 1983. Т. 84. С. 1907—1917.
85. Boardman A. D., Maradudin A. A., Stegeman G. I. e.a.//Phys. Rev. A. 1987. Vol. 35. P. 1159—1164.
86. Берхоер А. Л., Захаров В. Е.//ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 903—911.
87. Marcuse D. Theory of dielectric optical waveguides. N.Y.: Academic Press, 1974.
88. Tien P. K.//Rev. Mod. Phys. 1977. Vol. 49. P. 361—420.
89. Nolting H. P., Ulrich R. Integrated Optics. Springer Series in Optical Sciences. Berlin.: Springer, 1985. Vol. 48.
90. Mihalache D., Mazilu D., Totia H.//Phys. Scripta. 1984. Vol. 30. P. 335—340.
91. Mihalache D. Nonlinear Phenomena in Solids: Modern Topics/Ed. M. Borissov. Singapore: World Scientific, 1985. P. 99.
92. Mihalache D., Totia H.//Solid State Commun. 1985. Vol. 54. P. 175—177.
93. Seaton C. T., Valera J. D., Shoemaker R. L. e.a.//IEEE J. Quantum Electron. 1985. Vol. 31. P. 774—783.
94. Boardman A., Egan P.//IEEE J. Quantum Electron. 1985. Vol. 21. P. 1701—1713.
95. Boardman A., Egan P.//IEEE J. Quantum Electron. 1986. Vol. 22. P. 319—324.
96. Ахмедиев Н. Н., Болтарь К. О., Елеонский В. М.//Оптика и спектроскопия. 1982. Т. 53. С. 906—909.

97. Ахмедиев Н. Н., Болтарь К. О., Елеонский В. М.//Оптика и спектроскопия. 1982. Т. 53. С. 1097—1103.
98. Михалаке Д., Федянин В. К.//ТМФ. 1983. Т. 54. С. 443—455.
99. Byrd P. F., Friedman M. D. Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists. Berlin: Springer, 1954.
100. Stegeman G. I., Wright E. M., Seaton C. T. e.a.//IEEE J. Quantum Electron. 1986. Vol. 22. P. 977—983.
101. Fleck J. A., Morris J. R., Feit M. D.//Appl. Phys. 1976. Vol. 10. P. 129—160.
102. Fleck J. A., Morris J. R., Bliss E. S.//IEEE J. Quantum Electron. 1978. Vol. 14. P. 353—363.
103. Ushioda Se. Progress in Optics/Ed. E. Wolf. Amsterdam: North Holland. 1981. Vol. 19. P. 139—210.
104. Абелес Ф., Лопез-Риос Т. Поверхностные поляритоны/Под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Миллса. М.: Наука, 1985. С. 167—189.
105. Stegeman G. I., Seaton C. T.//Opt. Lett. 1984. Vol. 9. P. 235—237.
106. Stegeman G. I., Valera J. D., Seaton C. T. e.a.//Solid State Commun. 1984. Vol. 52. P. 293—297.
107. Lederer F., Mihalache D.//Solid State Commun. 1986. Vol. 59. P. 151—153.
108. Mihalache D., Mazilu D., Lederer F.//Opt. Commun. 1986. Vol. 59. P. 391—394.