

МЕТОДЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ РЕАКЦИЙ В ФИЗИКЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

Нгуен Аи Вьет

Институт теоретической физики, Ханой, СРВ

Развиты методы теории реакций в физике конденсированных сред. Они представляют собой применение релятивистской общей теории реакций в физике элементарных частиц к системам квазичастиц в твердых телах с учетом их свойств симметрии. Рассматриваются некоторые часто встречающиеся физические процессы: рассеяние поляризованных фотонов, резонансное электронное комбинационное рассеяние, экситон и экситонный поляритон в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной и четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной, сверхпроводящее электронное спаривание в изотропных сверхпроводниках с эффективным электронно-электронным взаимодействием, зависящим от спина.

The methods of theory of reactions in physics of condensed matters are developed, which are the application of the relativistic general theory of reactions in physics of elementary particles to the systems of quasiparticles in solid state when their symmetry properties was taken into account. Some physical processes are studied: scattering of polarized lights, resonant electronic Raman scattering, exciton and excitonic polariton in direct band gap cubic semiconductors with fourfold generate highest valence band and electron pairing in isotropic superconductors with spin-dependent effective electron-electron interaction.

ВВЕДЕНИЕ

Релятивистская общая теория реакций (т. е. общие выражения для углового распределения и поляризации через фазы) давно уже получила широкое развитие в физике элементарных частиц [1—14]. Эта теория основывается на использовании матрицы рассеяния (или S -матрицы) и понятия спиральности, которая определяется как проекция спина частиц на направление своего импульса. В отсутствие последовательной микроскопической теории матрица рассеяния находится феноменологически на основе определенных соотношений о свойствах симметрии, законов сохранения и допущений о характере ядерного взаимодействия. Вместо проекции спина на произвольную ось в пространстве удобно применять понятие спиральности. Поскольку составляющая орбитального момента вдоль направления движения равна нулю, то спиральность может счи-

таться также проекцией полного момента частиц на направление импульса. Таким образом, состояние частицы (или системы частиц) очень удобно классифицировать с помощью спиральности. Несмотря на все несовершенство и феноменологический характер, вследствие своей общности и простоты, существующая релятивистская общая теория реакций имеет большое практическое применение и удовлетворительно описывает основные закономерности ядерных процессов и играет главную роль в исследовании поляризованных эффектов в физике элементарных частиц.

В физике твердого тела теория электромагнитного взаимодействия между квазичастицами представляет собой большой и важный раздел, хорошо разработанный во многих отношениях. Ей посвящено большое число монографий, сборников и обзорных статей [15—26]. Тем не менее эта теория далека от завершения. Особенно это становится заметно в связи, например, с существованием пробела в детальном изучении абсолютных значений и угловых распределений сечений процессов резонансного рассеяния поляризованного света. Этот пробел связан с тем, что в существующей микроскопической теории взаимодействия квазичастиц в твердых телах с фотоном не учитывается сложная реальная структура энергетических зон. Квазичастицы в среде имеют свойства, во многих отношениях подобные обычным частицам. Изучение квазичастиц и их взаимодействия также приводит к исследованию процесса их рассеяния (или реакций), которое в последнее время стало одной из важнейших и актуальных проблем физики полупроводников. Особое внимание уделяется рассеянию света при резонансных условиях. Оказывается, что, кроме сходства с частицами, во многих случаях состояния системы квазичастиц в полупроводниках с учетом реальной структуры энергетических зон можно и удобно характеризовать с помощью спиральности.

Это привело к идее о применении методов релятивистской теории реакций к изучению явлений, связанных со спиновой поляризацией квазичастиц.

Надо отметить, что имеются различия между реакциями квазичастиц в твердых телах и реакциями элементарных частиц в вакууме: во-первых, квазичастицы могут возникать и существовать лишь в среде и их особенности определяются средой, поэтому реакции квазичастиц определяются свойствами полупроводников; во-вторых, взаимодействия между квазичастицами в твердых телах можно вычислить с построением той или иной микроскопической теории.

Раздел 1 содержит основы метода релятивистской общей теории реакций в физике конденсированных сред. В разд. 2 описано применение этого метода к изучению процесса резонансного рассеяния поляризованного света в полупроводниках с различными реальными структурами энергетических зон. Раздел 3 посвящен теории экситонов в кубических прямозонных полупроводниках с четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной, проблеме, представляющей

значительный интерес с точки зрения применения развитого метода. В разд. 4 описываются теория трехзонных экситонных поляритонов и их резонансное комбинационное рассеяние. В разд. 5 с помощью этого метода обсуждается проблема синглетного и триплетного электронного спаривания в сверхпроводниках. Выбрана система единиц: $\hbar = c = 1$.

1. ОСНОВЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ РЕАКЦИЙ В ФИЗИКЕ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

Свойства квазичастиц характеризуются особенностями среды, в которой они существуют, поэтому надо включать в рассмотрение изменения состояния среды, возникающие вследствие рассеяния. Исследуем следующие процессы рассеяния:

$$a + b + O \rightarrow c + d + O', \quad (1a)$$

$$a + O \rightarrow c + d + O', \quad (1b)$$

$$a + O \rightarrow c + O', \quad (1в)$$

где a, b, c, d — квазичастицы; O и O' — начальное и конечное состояния среды.

Обозначая $\lambda_{\sigma\lambda}^{j\lambda}(\mathbf{k}_\lambda, \omega_\lambda)$, $\lambda = a, b, c, d$ — операторы уничтожения квазичастиц λ с полным моментом j_λ , спиральностью σ_λ , импульсом \mathbf{k}_λ и энергией ω_λ , а $\lambda_{m_\lambda}^{j\lambda}(\mathbf{k}_\lambda, \omega_\lambda)$ — операторы уничтожения той же частицы, но с проекцией m_λ на ось квантования Oz , имеем

$$\lambda_{\sigma\lambda}^{j\lambda}(\mathbf{k}_\lambda, \omega_\lambda) = D_{\sigma_\lambda m_\lambda}^{j_\lambda}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_\lambda) \lambda_{m_\lambda}^{j_\lambda}(\mathbf{k}_\lambda, \omega_\lambda), \quad (2)$$

где $D_{\sigma m}^j(Oz \rightarrow \mathbf{k})$ — матричные элементы вращения, переводящего Oz в \mathbf{k} , в базисе неприводимого представления с полным моментом j [27, 28]:

$$D_{\sigma m}^j(\mathbf{k}) = e^{im\varphi} d_{\sigma m}^j(\theta), \quad (3)$$

φ и θ — углы, определяющие ориентацию вектора \mathbf{k} , $d_{\sigma m}^j(\theta)$ — вещественная функция.

Для удобства, вместо матрицы рассеяния S , будем пользоваться матрицей T :

$$S = 1 + iT, \quad (4)$$

все элементы которой совпадают с элементами S -матрицы, за исключением переходов без изменения состояния.

В общем случае начальное и конечное состояния среды являются системами некоторых квазичастиц. Эти системы характеризуются некоторыми наборами квантовых чисел, из которых будем выделять суммарные проекции моментов квазичастиц среды в начальном состоянии \bar{M} и в конечном состоянии \bar{M}' на ось квантования Oz .

Для бинарного процесса рассеяния двух квазичастиц с определенными спиральностями (1а) в общем случае матричный элемент имеет вид

$$T_{\sigma_a \sigma_b \sigma_c \sigma_d}^{j_a j_b j_c j_d}(a, b; c, d) = \sum_{\{m_i\}} \sum_{\overline{M}\overline{M}'} D_{m_c \sigma_c}^{j_c}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_c) \times \\ \times D_{m_d \sigma_d}^{j_d}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_d) D_{\sigma_a m_a}^{j_a}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_a)^+ D_{\sigma_b m_b}^{j_b}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_b)^+ \times \\ \times \langle m_c, m_d, \overline{M}' | T(a, b; c, d) | m_a, m_b, \overline{M} \rangle, \quad (5)$$

где введены для краткости обозначения:

$$\lambda = a, b, c, d, \{m_\lambda\} = (m_a, m_b, m_c, m_d); \\ \langle m_c, m_d, \overline{M}' | T(a, b; c, d) | m_a, m_b, \overline{M} \rangle = \\ = \langle m_c, m_d, (c), (d) | T | (a), (b), m_a, m_b, \overline{M} \rangle. \quad (6)$$

Для простоты рассмотрим процесс рассеяния в специальном случае, т. е. рассеяние двух летящих навстречу друг другу квазичастиц вдоль оси квантования Oz с равными и противоположными импульсами [аналог рассеянию в системе центра инерции (с.п.и.)]:

$$Oz \parallel \mathbf{k} = \mathbf{k}_a = -\mathbf{k}_b; \mathbf{k}' = \mathbf{k}_c = -\mathbf{k}_d. \quad (7)$$

Обозначая

$$\Delta \overline{M} = \overline{M}' - \overline{M} = m_c - m_d - m_a + m_b, \quad (8)$$

при помощи известных соотношений

$$D_{mm'}^j(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}') = \delta_{mm'}; \quad (9)$$

$$D_{m_1' m_1}^{j_1}(\mathbf{k}) D_{m_2' m_2}^{j_2}(\mathbf{k}) = \sum_j (j_1, m_1', j_2, m_2' | j, m_1 + m_2) \times \\ \times D_{m_1' + m_2', m_1 + m_2}^j(\mathbf{k}) (j, m_1 + m_2 | j_1, m_1, j_2, m_2), \quad (10)$$

где $(j_1, m_1, j_2, m_2 | j, m)$ — коэффициенты Клебша — Гордана, получаем следующее выражение для амплитуды процесса (1а) в специальном случае:

$$T_{\sigma_a \sigma_b \sigma_c \sigma_d}^{j_a j_b j_c j_d}(a, b; c, d) = \frac{1}{4\pi} \sum_j \sum_{\Delta \overline{M}} (2j+1) \times \\ \times D_{\sigma_a + \Delta \overline{M}, \sigma'}^j(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}') (\sigma_c, \sigma_d) | T_{\Delta \overline{M}}^j(a, b; c, d) | (\sigma_a, \sigma_b); \quad (11) \\ (\sigma_c, \sigma_d | T_{\Delta \overline{M}}^j(a, b; c, d) | \sigma_a, \sigma_b) =$$

$$= \frac{4\pi}{2j+1} \sum_{m_c m_d} \sum_{\overline{M}} (j_c, m_c, j_d, -m_d | j, m_c - m_d) \langle m_c, -m_d, \overline{M} + \\ + \Delta \overline{M} | T(a, b; c, d) | \sigma_a, \sigma_b, \overline{M} \rangle (j, \sigma_c - \sigma_d | j_c, \sigma_c, j_d, -\sigma_d), \quad (12)$$

где

$$\sigma = \sigma_a - b_b, \quad \sigma' = \sigma_c - \sigma_d. \quad (13)$$

Формулы (5) и (11) являются основными формулами релятивистской общей теории бинарных реакций в физике конденсированных сред и представляют собой обобщения обычного разложения амплитуды по парциальным волнам, полученного в физике элементарных частиц [1–14], с $\Delta\bar{M} \neq 0$, $\bar{M} \neq 0$.

Аналогичным образом можно записать выражения для амплитуд процессов (1б) и (1в) в общих случаях

$$\begin{aligned} T_{\sigma_a \sigma_c \sigma_d}^{j_a j_c j_d}(a; c, d) &= \sum_{m_a m_c m_d} \sum_{\bar{M} \bar{M}'} D_{m_c \sigma_c}^{j_c}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_c) \times \\ &\times D_{m_d \sigma_d}^{j_d}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_d) D_{\sigma_a m_a}^{j_a}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_a)^+ \langle m_c, m_d, \bar{M}' | T(a; c, d) | m_a, \bar{M} \rangle; \quad (14) \\ T_{\sigma_a \sigma_c}^{j_a j_c}(a; c) &= \sum_{m_a m_c} \sum_{\bar{M} \bar{M}'} D_{m_c \sigma_c}^j(Oz \rightarrow \mathbf{k}_c) D_{\sigma_a m_a}^{j_a}(Oz \rightarrow \mathbf{k}_a)^+ \times \\ &\times \langle m_c, \bar{M}' | T(a; c) | m_a, \bar{M} \rangle \end{aligned} \quad (15)$$

и соответственно в специальных случаях

$$\begin{aligned} T_{\sigma_a \sigma_c \sigma_d}^{j_a j_c j_d}(a; c, d) &= \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_j \sum_{\Delta\bar{M}} (2j+1) D_{\sigma+\Delta\bar{M}, \sigma'}^j(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}') (\sigma_c, \sigma_d | T_{\Delta\bar{M}}^j(a; c, d) | \sigma_a); \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{\sigma_a \sigma_c}^{j_a j_c}(a; c) &= \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{\Delta\bar{M}} D_{\sigma_a+\Delta\bar{M}, \sigma_c}^{j_c}(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}') (2j_c+1) (\sigma_c | T_{\Delta\bar{M}}(a; c) | \sigma_a), \quad (17) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} &(\sigma_c, \sigma_d | T_{\Delta\bar{M}}^j(a; c, d) | \sigma_a) = \\ &= \frac{4\pi}{2j+1} \sum_{m_c m_d} \sum_{\bar{M}} (j_c, m_c, j_d, -m_d | j, m_c - m_d) \times \\ &\times \langle m_c, -m_d, \bar{M} + \Delta\bar{M} | T(a; c, d) | \sigma_a, \bar{M} \rangle (j, \sigma_c - \sigma_d | j_c, \sigma_c, j_d, \sigma_d); \quad (18) \end{aligned}$$

$$(\sigma_c | T_{\Delta\bar{M}}(a; c) | \sigma_a) = \frac{4\pi}{2j+1} \sum_{m_c} \sum_{\bar{M}} \langle m_c, \bar{M} + \Delta\bar{M} | T(a; c) | \sigma_a, \bar{M} \rangle \quad (19)$$

Выбирая $Oz \parallel \mathbf{k}_a$, процесс комбинационного рассеяния (1в) всегда можно рассмотреть в специальном случае. Полагая в (11) $\sigma_\lambda = 0$,

откуда $\Delta \bar{M} = 0$, с помощью формулы

$$D_{00}^j(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}') = P_j(\cos \theta),$$

где θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{k}' , $P_j(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, находим

$$T^0(a, b; c, d) = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) P_j(\cos \theta) (0, 0 | T_0^j(a, b; c, d) | 0, 0). \quad (20)$$

Формула (20) является известным выражением разложения амплитуды рассеяния бесспиновых частиц по парциальным волнам.

Можно аналогичным образом исследовать следующие процессы:

$$a + b + O \rightarrow c + O'; \quad (21a)$$

$$a + b + O \rightarrow O'; \quad (21б)$$

$$O \rightarrow c + d + O. \quad (21в)$$

Угловые распределения сечений характеризуются матрицами вращений D^j , а абсолютные значения сечений определяются мат-

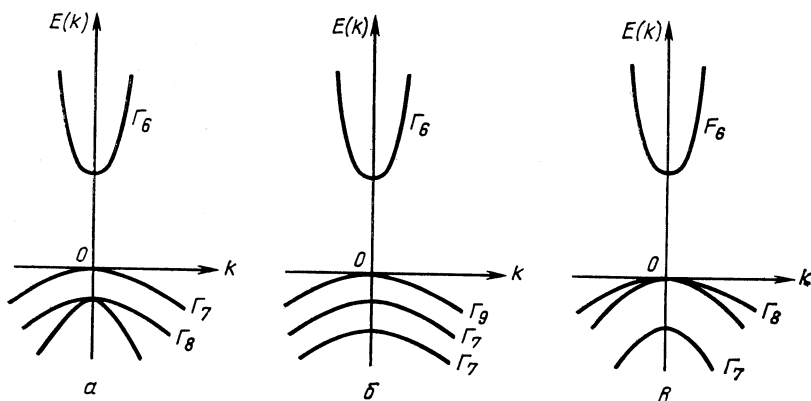


Рис. 1. Схемы энергетических зон для кристаллов:
 а — типа CuCl; б — со структурой вюрцита; в — со структурой цинковой обманки

ричными элементами $\langle \dots | T | \dots \rangle$, фигурирующими в правых частях выражений (5), (11), (17). Эти матричные элементы вычисляются при заданном типе квазичастиц, участвующих в реакции.

В твердых телах основными квазичастицами являются электроны и дырки [15]. Другими типами связанных с ними квазичастиц являются экситоны, доноры, биэкситоны [16—19], экситонные поляритоны [20—23], пары Купера [24—26] и т. д. В большинстве изученных полупроводников структуры энергетических зон электронов и дырок сложны. В кристаллах CuCl и родственных системах высшая валентная зона и нижайшая зона проводимости просты и имеют симметрии Γ_7 и Γ_6 соответственно (рис. 1, а). В анизотропных

кристаллах A_2B_6 со структурой вюрцита зона проводимости Γ_7 простая, в валентной зоне имеются три близко расположенные зоны Γ_9 , Γ_7 и Γ_7 (рис. 1, б). К этим кристаллам можно применять модель полупроводников с невырожденными зонами. В кубических полупроводниках A_3B_5 и A_2B_6 со структурой цинковой обманки зона проводимости Γ_6 простая, валентные зоны Γ_8 и Γ_7 обусловлены спин-орбитальным расщеплением. Верхняя валентная зона четырехкратно вырождена в центре зоны Бриллюэна и расщепляется на тяжелую и легкую зоны вблизи его (рис. 1, в). К этим кристаллам нужно применять модель полупроводников с вырожденными зонами. Блоховские волновые функции электронов и дырок на экстремумах зон можно выбирать собственными функциями $|jM\rangle$ операторов полного момента j^2 и его проекции j_z . Эти блоховские функции соответствуют $j = 1/2$ для электронов на дне зоны проводимости и j , равным $3/2$ и $1/2$, для дырок на вершинах валентных зон.

2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Прямыми применениями метода релятивистской общей теории реакций являются исследования процессов рассеяния поляризованного света в твердом теле, сечения которых содержат богатую информацию об элементарных возбуждениях в среде [29].

Фотон γ_σ , как известно, имеет нулевую массу покоя и спин $j_\gamma = 1$. Вследствие поперечности электромагнитных волн спиральность фотона принимает лишь два значения $\sigma = \pm 1$ (право- и левосторонне поляризованные). Линейные поляризации фотона можно выразить через линейные комбинации циркуляционных поляризаций.

Рассмотрим следующие процессы рассеяния света в твердых телах:

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + \gamma_{\sigma_3}(3) + O \rightarrow \gamma_{\sigma_2}(2) + \gamma_{\sigma_4}(4) + O'; \quad (22a)$$

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + O \rightarrow \gamma_{\sigma_2}(2) + \gamma_{\sigma_4}(4) + O'; \quad (22б)$$

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + O \rightarrow \gamma_{\sigma_2}(2) + O' \quad (22в)$$

и подобные:

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + \gamma_{\sigma_3}(3) + O \rightarrow \gamma_{\sigma_2}(2) + O'; \quad (23a)$$

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + \gamma_{\sigma_3}(3) + O \rightarrow O'; \quad (23б)$$

$$\gamma_{\sigma_1}(1) + O \rightarrow \gamma_{\sigma_2}(2) + O'. \quad (23в)$$

Названия этих процессов (22a) — фотон-фотонное рассеяние, (22б) и (23a) — гиперкомбинационное рассеяние; (22в) — комбинационное рассеяние; (23б) — двухфотонное поглощение; (23в) — двухфотонное рождение средой. Для амплитуд изучаемых процессов имеем выражения, полученные в предыдущей части с подстановками $j_\lambda = 1$, $m_\lambda = \pm 1$.

С помощью известного гамильтониана взаимодействия поля излучения с веществом на основе метода вторичного квантования в дипольном приближении можно получить следующие выражения для матричных элементов $\langle \dots | T | \dots \rangle$ в наинизших порядках:

$$\langle m_2, \bar{M}' | T(1; 2) | m_1, \bar{M} \rangle = \langle f | T^{(2)} | i \rangle = \sum_{\alpha} \left\{ \frac{\langle f | m_2 | \alpha \rangle \langle \alpha | m_1 | i \rangle}{E_{\alpha} - E_i - \omega_1} + \frac{\langle f | m_1 | \alpha \rangle \langle \alpha | m_2 | i \rangle}{E_{\alpha} - E_i + \omega_1} \right\}; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \langle m_2, m_1, \bar{M}' | T(1; 2, 4) | m_1, \bar{M} \rangle &= \langle f | T^{(3)} | i \rangle = \\ &= \sum_{P(2,4)} \sum_{\alpha\beta} \left\{ \frac{\langle f | m_4 | \alpha \rangle \langle \alpha | m_2 | \beta \rangle \langle \beta | m_1 | i \rangle}{(E_{\beta} - E_i + \omega_2)(E_{\alpha} - E_i - \omega_1 - \omega_2)} + \right. \\ &+ \frac{\langle f | m_4 | \alpha \rangle \langle \alpha | m_1 | \beta \rangle \langle \beta | m_2 | i \rangle}{(E_{\beta} - E_i + \omega_2)(E_{\alpha} - E_i + \omega_2 - \omega_1)} + \\ &+ \left. \frac{\langle f | m_1 | \alpha \rangle \langle \alpha | m_4 | \beta \rangle \langle \beta | m_2 | i \rangle}{(E_{\beta} - E_i + \omega_2)(E_{\alpha} - E_i + \omega_2 + \omega_4)} \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $|i\rangle$, $|f\rangle$ и $|\alpha\rangle$ ($|\beta\rangle$) — начальное, конечное и промежуточные состояния системы; E_i , E_f и E_{α} (E_{β}) — их энергии соответственно; $P(2, 4)$ — оператор перестановки индексов 2 и 4;

$$\langle \alpha | m_{\lambda} | i \rangle = \frac{e}{m_e} \langle \alpha | \hat{\mathbf{p}}_{m_{\lambda}} | i \rangle, \quad (26)$$

e , m_e — заряд и масса электрона, $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса. Для дальнейшего вычисления необходимо задавать конкретные свойства среды, что будет сделано ниже в этой и следующих частях.

Если после реакции состояние среды не изменяется, $\bar{M}' = \bar{M}$, то матричные элементы $\langle \dots | T | \dots \rangle$ выражаются через тензоры нелинейной диэлектрической восприимчивости n -го порядка $\chi^{(n)}$, которые хорошо изучены в нелинейной оптике:

$$\langle m_2, \bar{M} | T(1; 2) | m_1, \bar{M} \rangle = \omega_1 \omega_2 \chi_{m_1 m_2}^{(1)\bar{M}}(1, 2); \quad (27)$$

$$\langle m_2, m_4, \bar{M} | T(1; 2, 4) | m_1, \bar{M} \rangle = \omega_1 \omega_2 \omega_4 \chi_{m_1 m_2 m_4}^{(2)\bar{M}}(1, 2, 4); \quad (28)$$

$$\langle m_2, m_4, \bar{M} | T(1, 3; 2, 4) | m_1, m_3, \bar{M} \rangle = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4 \chi_{m_1 m_3 m_2 m_4}^{(3)\bar{M}}. \quad (29)$$

Процесс резонансного рассеяния двух фотонов в кристаллах CuCl рассмотрен в [30]. В промежуточном состоянии этого процесса имеются экситон и биэкситон. Показано, что если пренебречь вкладом дырок в нижней валентной зоне Γ_8 , то волновые функции электрона в зоне проводимости Γ_6 и дырок в верхней валентной зоне Γ_7 принадлежат неприводимым представлениям группы вращений $SO(3)$ с полным моментом $j = 1/2$. Линейные комбинации их прямых произведений являются базисными векторами в неприводимом представлении с $j = 0$ и $j = 1$ этой группы. В приближении

эффективных масс кулоновское взаимодействие между электронами и дырками имеет сферическую симметрию, т. е. инвариантно относительно группы вращений $SO(3)$. Отсюда следует, что волновые функции биэкситонов также принадлежат неприводимым представлениям группы вращений $SO(3)$, эффективный гамильтониан взаимодействия в дипольном приближении инвариантен, из него следует инвариантность матрицы рассеяния относительно группы вращений. В силу этой сферической приближенной симметрии можно применить разложение на парциальные волны к амплитуде данного процесса. Рассмотрим процесс рассеяния двух фотонов в специальном случае, в конечном состоянии которого имеются либо: а) два рассеянных фотона [т. е. процесс (22а)], либо: б) один фотон и один продольный экситон [т. е. обратный процесс с (22б)]. Полагая $\Delta \bar{M} = 0$, $j_\lambda = 1$, $m_\lambda = \pm 1$ в общих выражениях (11) и (14), находим следующие значения амплитуды:

$$|T_{\sigma_1 \sigma_3 \sigma_2 \sigma_4}^{(a)}(1, 3; 2, 4)| = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) d_{\sigma\sigma'}^j(\theta) (\sigma_2, \sigma_4 | T_0^j \times \\ \times (1, 3; 2, 4) | \sigma_1, \sigma_3); \quad (30)$$

$$|T_{\sigma_1 \sigma_3 \sigma_2}^{(b)}(1, 3; 2)| = \frac{1}{4\pi} \sum_j (2j+1) d_{\sigma\sigma'}^j(\theta) (\sigma_2 | T_0^j(1, 2; 3) | \sigma_1 \sigma_3), \quad (31)$$

для процессов а) и б) соответственно, где θ — угол рассеяния. Если суммарная энергия двух начальных фотонов приблизительно равна энергии некоторого уровня биэкситона ϵ орбитальным моментом j_0 , то вследствие наличия резонансного знаменателя $T_0^j(1, 3; 2, 4)$ и $T_0^j(1, 3; 2)$ этот биэкситон в промежуточном состоянии дает главный вклад в амплитуды рассеяния. Пренебрегая членами с $j \neq j_0$ из-за резонанса, имеем

$$|T_{\sigma_1 \sigma_3 \sigma_2 \sigma_4}^{(a)}(1, 3; 2, 4)| \approx \frac{2j_0+1}{4\pi} d_{\sigma\sigma'}^{j_0}(\theta) (\sigma_2, \sigma_4 | T_0^{j_0}(1, 3; 2, 4) | \sigma_1 \sigma_3); \quad (32)$$

$$|T_{\sigma_1 \sigma_3 \sigma_2}^{(b)}(1, 3; 2)| \approx \frac{2j_0+1}{4\pi} d_{\sigma\sigma'}^{j_0}(\theta) (\sigma_2 | T_0^{j_0}(1, 3; 2) | \sigma_1, \sigma_3). \quad (33)$$

Выражения (30) — (33) определяют угловые распределения сечений рассеяний (табл. 1).

Электронное комбинационное рассеяние поляризованного света [процесс (22в)] на донорных уровнях в анизотропических кристаллах типа вюрцита изучено в [31]. В случае такого типа кристаллов волновая функция относительного движения электрона донора удовлетворяет уравнению Шредингера с анизотропической массой. Это уравнение можно решить приближенным методом, задавая

$$\left(\frac{1}{m_e^\parallel} \frac{\epsilon_0^\perp}{\epsilon_0^\parallel} - \frac{1}{m_e^\perp} \right) \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}$$

Таблица 1. Угловое распределение резонансного рассеяния

Процесс рассеяния	Угловое распределение		
	$j_0 = 0$	$j_0 = 1$	$j_0 = 2$
$\gamma_+ + \gamma_+ \rightarrow \gamma_+ + \gamma_+$	1	$(\cos \theta)^2$	$(3 \cos^2 \theta - 1)^2$
$\gamma_+ + \gamma_0 \rightarrow \gamma_+ + \gamma_-$	0	0	$(\sin \theta)^4$
$\gamma_+ + \gamma_+ \rightarrow \gamma_- + \gamma_-$	1	$(\cos \theta)^2$	$(3 \cos^2 \theta - 1)^2$
$\gamma_+ + \gamma_+ \rightarrow \gamma_+ + X$	0	$(\sin \theta)^2$	$(\cos \theta \sin \theta)^2$
$\gamma_+ + \gamma_+ \rightarrow \gamma_- + X$	0	$(\sin \theta)^2$	$(\cos \theta \sin \theta)^2$
$\gamma_+ + \gamma_- \rightarrow \gamma_+ + \gamma_+$	0	0	$(\sin \theta)^4$
$\gamma_+ + \gamma_- \rightarrow \gamma_+ + \gamma_-$	0	0	$(1 + \cos \theta)^4$
$\gamma_+ + \gamma_- \rightarrow \gamma_- + \gamma_-$	0	0	$(\sin \theta)^4$
$\gamma_+ + \gamma_- \rightarrow \gamma_+ + X$	0	0	$(1 + \cos \theta)^2 (\sin \theta)^2$
$\gamma_+ + \gamma_- \rightarrow \gamma_- + X$	0	0	$(1 - \cos \theta)^2 (\sin \theta)^2$

Примечание. Цифра 1 во втором столбце означает, что сечение не зависит от угла рассеяния; 0 — бикситон с орбитальным моментом j_0 не дает вклада в амплитуду данного процесса. Индексы \pm обозначают поляризации $\sigma = \pm 1$ фотона.

как оператор возмущения, где $\bar{z}_1 = (\epsilon_0^\perp / \epsilon_0^{\parallel})^{1/2} z$, m_e^{\parallel} и m_e^\perp (ϵ_0^{\parallel} и ϵ_0^\perp) — продольная и поперечная масса электрона в зоне проводимости (диэлектрическая константа) полупроводника. Из общих формул (17), (24), зонной структуры кристалла и приближенных решений уравнения Шредингера донора можно вычислить дифференциальные сечения рассматриваемого процесса. Для циркулярно поляризованных фотонов с падающим светом, распространенным вдоль главной оси кристалла $C \parallel Oz$, находим

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (1 \pm \cos \theta)^2 L(\omega_1) + 2 \sin^2 \theta M(\omega_1) + (1 \mp \cos \theta)^2 N(\omega_1), \quad (34)$$

где верхний знак соответствует случаю $\sigma_1 = \sigma_2$, а нижний знак — случаю $\sigma_1 = -\sigma_2$. Для линейно поляризованных фотонов с определенными конфигурациями поляризации падающего и рассеянного фотонов имеем

I) $\xi_1 \parallel \xi_2 \parallel C$

$$\frac{d\sigma^I}{d\Omega} = \frac{1}{2} | A_1^{11}(\omega_1) + A_2^{11}(\omega_1) + B_1^{11}(\omega_1) + B_2^{11}(\omega_1) + C_1^{11}(\omega_1) + C_2^{11}(\omega_1) |^2; \quad (35)$$

II) $\xi_1 \parallel \xi_2 \parallel C$

$$\frac{d\sigma^{II}}{d\Omega} = 2 | B_1^{22}(\omega_1) + B_2^{22}(\omega_1) + C_1^{22}(\omega_1) + C_2^{22}(\omega_1) |^2; \quad (36)$$

III) $\xi_2 \perp \xi_1 \parallel C$

$$\frac{d\sigma^{III}}{d\Omega} = | B_1^{12}(\omega_1) - B_2^{12}(\omega_1) - C_1^{12}(\omega_1) + C_2^{12}(\omega_1) |^2, \quad (37)$$

где ξ_1 и ξ_2 — векторы поляризации падающего и рассеянного фотонов соответственно, $L(\omega_1)$, $M(\omega_1)$, $N(\omega_1)$, $A_k^{ij}(\omega_1)$, $B_k^{ij}(\omega_1)$, $C_k^{ij}(\omega_1)$ — некоторые функции от энергии падающего фотона ω_1 , явные выражения которых даны в работе [31] для процесса комбинационного рассеяния с переходом $1S \rightarrow 2S$ донорного электрона. Численные расчеты проведены для полупроводника CdS. Абсолютные значения дифференциальных сечений для случаев рассеяний

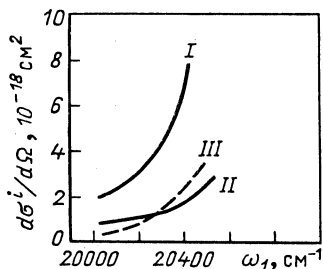


Рис. 2. Зависимости дифференциальных сечений от энергии падающего фотона для трех различных конфигураций поляризации рассеяния в CdS

линейно поляризованных фотонов (I, II, III) изображены на рис. 2. Энергетическая зависимость этих сечений экспериментально изучена Юу в работе [32]. Наблюдается хорошее согласие наших теоретических расчетов с экспериментальными данными для $\omega_1 \leq 20400$ см⁻¹. В частности, отношения сечений из наших расчетов при $\omega_1 = 20200$ см⁻¹ равны

$$\frac{d\sigma_{\text{теор}}^{\text{I}}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\text{теор}}^{\text{II}}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\text{теор}}^{\text{III}}}{d\Omega} = 4,1/1/0,73,$$

довольно хорошо согласуются с экспериментальными значениями

$$\frac{d\sigma_{\text{экс}}^{\text{I}}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\text{экс}}^{\text{II}}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{\text{экс}}^{\text{III}}}{d\Omega} = 4,2/1/1.$$

Напомним, что в работе [32] Юу дал приближенную оценку отношений этих сечений $4/1/0,67$. В области энергии падающего фотона $\omega_1 > 20400$ см⁻¹, видимо, надо учитывать поляритонный эффект.

Аналогичным образом электронное комбинационное рассеяние поляризованного света на донорных уровнях в кристаллах со структурой цинковой обманки рассмотрено в [33]. Здесь надо отметить, что, как показано Латтинджером [34], гамильтониан дырок зоны Γ_8 в приближении эффективных масс содержит явные инвариантные квадратичные формы j^2 и $(\mathbf{j} \cdot \mathbf{p})$ (4×4 -матриц орбитального момента j_x, j_y, j_z , соответствующих значению $j = 3/2$ полного орбитального момента дырок. Легко проверить, что если направления импульса дырки \mathbf{p} и оси квантования совпадают, то векторы состояний $|3/2, \pm 3/2\rangle$ и $|3/2, \pm 1/2\rangle$ являются собственными векторами гамильтониана дырок, причем $|3/2, \pm 3/2\rangle$ — векторы состояний тяжелой дырки, а $|3/2, \pm 1/2\rangle$ — легкой дырки. Таким образом,

состояния со спиральностями $\sigma = \pm 3/2$ ($\pm 1/2$) описывают состояния тяжелых (легких) дырок. Векторы состояний тяжелых и легких дырок в любом направлении импульса \mathbf{p} можно получить с помощью матрицы $D^{3/2}$ ($Oz \rightarrow \mathbf{p}$). Используя вышесказанное замечание в суммировании по промежуточным состояниям дырок, из зонной структуры и общих формул (17), (24) в [33] получено в явном виде сечение электронного комбинационного рассеяния циркулярно поляризованного света с переходом $1S \rightarrow 2S$ между донорными уровнями.

В работе [35] исследовано комбинационное рассеяние поляризованного света в полупроводнике CuCl . До рассеяния полупроводник находится в своем основном состоянии, имеющем пустую зону проводимости и заполненную валентную зону. В результате рассеяния электрон из валентной зоны Γ_7 переходит в зону проводимости Γ_6 и оставляет дырку в зоне Γ_7 . Электронно-дырочная пара в конечном состоянии может существовать либо в связанном состоянии с моментом $j = 1$ и орбитальным моментом $l = 1$ (nP -состоянии экситона), либо в состоянии непрерывного энергетического спектра с квазиимпульсом \mathbf{k} . При помощи общих формул (17) и (24) в [35] получены явные выражения для дифференциального сечения исследуемого процесса рассеяния.

3. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЯ ДЛЯ ЭКСИТОНОВ В КУБИЧЕСКИХ ПРЯМОЗОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ЧЕТЫРЕХКРАТНО ВЫРОЖДЕННОЙ ВЕРХНЕЙ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНОЙ

Схема валентной зоны в кубических прямозонных полупроводниках со структурой цинковой обманки довольно сложная. В центре зоны Бриллюэна верхняя валентная зона Γ_8 четырехкратно вырождена и расщепляется на тяжелую и легкую зоны вокруг него. Вследствие этого уравнение Шредингера для экситона представляет собой матрично-дифференциальное, которое решается только приближенными методами: вариационными [36, 37] или возмущенными [38, 39]. В работе [40] на основе понятия о спиральности из релятивистской общей теории реакций формулируется новая теория экситонов в таких полупроводниках, которая удобна для изучения более сложных проблем, как взаимодействия экситонов с другими квазичастицами, их поляризационных свойств, экситонных поляритонов.

Известно, что тяжелые дырки имеют спиральности $\tau \frac{3}{2} \equiv \tau H$, $\tau = \pm$, а легкие $\tau \frac{1}{2} \equiv \tau L$. В представлении спиральностей гамильтониан дырок принимает диагональный вид. Обозначая $h_\mu(\mathbf{p})$, $(e_\mu(\mathbf{p}))$ — операторы уничтожения дырки (электрона) с импульсом \mathbf{p} и проекцией оператора орбитального момента $M = \pm 3/2$, $\pm 1/2$ ($\mu = \pm 1/2$) на ось Oz , $h_{\tau H}(\mathbf{p})$, $h_{\tau L}(\mathbf{p})$ — операторы уничтожения

тяжелой (легкой) дырки со спиральностью τH , τL , имеем связь

$$\left. \begin{aligned} h_{\tau H}(\mathbf{p}) &= \sum_M D_{\tau H, M}^{3/2}(Oz \rightarrow \mathbf{p}) h_M(\mathbf{p}); \\ h_{\tau L}(\mathbf{p}) &= \sum_M D_{\tau L, M}^{3/2}(Oz \rightarrow \mathbf{p}) h_M(\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Полный гамильтониан

$$H = H_e + H_h + H_c, \quad (39)$$

где H_e , H_h , H_c — гамильтонианы электрона, дырок и кулоновского взаимодействия соответственно; H_e и H_c сохраняют их диагональность в любом выбранном направлении оси Oz , а H_h имеет диагональный вид в представлении спиральностей:

$$H_e = \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mu} \frac{p^2}{2m_e} e_{\mu}(\mathbf{p})^+ e_{\mu}(\mathbf{p}); \quad (40)$$

$$H_c = \frac{1}{2} \int \psi(\mathbf{r}_1)^+ \psi(\mathbf{r}_1) V_c(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \psi(\mathbf{r}_2)^+ \psi(\mathbf{r}_2) d^3r_1 d^3r_2, \quad (41)$$

где

$$V_c = \frac{e^2}{\epsilon_0 |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|};$$

$$H_h = \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\tau} \left[\frac{p^2}{2m_H} h_{\tau H}(\mathbf{p})^+ h_{\tau H}(\mathbf{p}) + \frac{p^2}{2m_L} h_{\tau L}(\mathbf{p})^+ h_{\tau L}(\mathbf{p}) \right], \quad (42)$$

где m_e , m_H и m_L — эффективные массы электрона проводимости, тяжелой и легкой дырок соответственно; $\psi(\mathbf{r})$ — полевой оператор электронно-дырочной системы; ϵ_0 — диэлектрическая константа. Решим уравнение Шредингера

$$H | \psi_{\bar{\nu}} \rangle = E_{\bar{\nu}} | \psi_{\bar{\nu}} \rangle, \quad (43)$$

где $\bar{\nu}$ — набор квантовых чисел, характеризующих состояние экситона. Легко проверить, что в случае сферической симметрии с $m_H = m_L$ уравнение (43) точно решаемое. Используя этот факт, разделим гамильтониан дырок H_h на две части:

$$H_h = H_h^{(0)} + H', \quad (44)$$

где $H_h^{(0)}$ — гамильтониан дырок, в котором массы тяжелой и легкой дырок заменяются общей массой:

$$H_h^{(0)} = \frac{1}{2m_{0h}} \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\tau} [h_{\tau H}(\mathbf{p})^+ h_{\tau H}(\mathbf{p}) + h_{\tau L}(\mathbf{p})^+ h_{\tau L}(\mathbf{p})]; \quad (45)$$

$$\frac{1}{m_{0h}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_H} + \frac{1}{m_L} \right), \quad (46)$$

а H' можно считать возмущенным:

$$H' = -\gamma_X \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\tau} [h_{\tau H}(\mathbf{p})^+ h_{\tau H}(\mathbf{p}) - h_{\tau L}(\mathbf{p})^+ h_{\tau L}(\mathbf{p})]; \quad (47)$$

$$\gamma_X = (m_H - m_L) / (m_H + m_L). \quad (48)$$

Уравнение (43) переписывается так:

$$H = H^{(0)} + H'; \quad (49)$$

$$H^{(0)} = H_e + H_h^{(0)} + H_c, \quad (50)$$

где $H^{(0)}$ — невозмущенный гамильтониан, который имеет точные решения; H' — возмущенный гамильтониан. По идеям метода релятивистской общей теории реакций надо характеризовать состояния экситона спиральностями, т. е. найти волновые функции и энергии состояний экситона с определенными спиральностями. Для этого в качестве оси квантования Oz выберем импульс экситона \mathbf{k} , который является интегралом движения. Из выражений (38), (45), (47) и свойств матриц D^j имеем

$$H_h^{(0)} = \frac{1}{2m_{0h}} \sum_{\mathbf{p}} \sum_M h_M(\mathbf{p})^+ h_M(\mathbf{p}); \quad (51)$$

$$H' = -\gamma_X \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\tau} \sum_{MM'} \frac{p^2}{2m_{0h}} \{D_{\tau H, M}^{3/2}(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p})^+ D_{\tau H, M}^{3/2}(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}) - D_{\tau L, M}^{3/2}(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p}) D_{\tau L, M'}^{3/2}(\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{p})\} h_M(\mathbf{p})^+ h_{M'}(\mathbf{p}). \quad (52)$$

В низшем порядке по возмущению векторы состояния экситона имеют вид

$$|\Psi_{\nu}^{(0)}\rangle = |\mathbf{k}, \nu; \mu, M\rangle = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{p}_e \mathbf{p}_h} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{p}_e - \mathbf{p}_h) \varphi_{\nu}(\alpha_X \mathbf{p}_h - \beta_X \mathbf{p}_e) e_{\mu}(\mathbf{p}_e)^+ h_M(\mathbf{p}_h)^+ |0\rangle, \quad (53)$$

где $|0\rangle$ — основное состояние среды; $\varphi_{\nu}(\mathbf{p})$ — водородоподобная функция относительного движения электрона и дырки с ее набором квантовых чисел $\nu = (n, l, m)$ для дискретного и $\nu = \{\mathbf{k}\}$ для непрерывного спектра энергии;

$$\alpha_X = \frac{m_e}{m_e + m_{0h}}, \quad \beta_X = \frac{m_h}{m_e + m_{0h}}. \quad (54)$$

Энергия nS -экситона во втором порядке по возмущению равна

$$E_{nSM}(\mathbf{k}) = \begin{cases} E_g + E_{nS}(0) + \frac{k^2}{2M_H}, & M = \pm 3/2; \\ E_g + E_{nS}(0) + \frac{k^2}{2M_L}, & M = \pm 1/2, \end{cases} \quad (55)$$

где E_g — ширина запрещенной зоны; M_H и M_L — массы тяжелого и легкого экситонов, явные выражения для $E_{nS}(0)$, M_H , M_L даны

в [40], где показано, что параметр возмущения будет κ и не γ_x :

$$\kappa = \gamma_x \frac{m_r}{m_{0h}}, \quad m_r = \frac{m_e m_{0h}}{m_0 + m_{0h}}, \quad (56)$$

m_r — приведенная масса электронно-дырочной пары. Таким образом, получаем два типа экситонов — тяжелых и легких с проекциями момента дырок на направление импульса экситона $\pm 3/2$ и $\pm 1/2$ соответственно. Отсюда следует, что тяжелые экситоны имеют спиральность $\sigma = \pm 2, \pm 1$, а легкие $\pm 1, 0$, причем выполняется равенство

$$\sigma = \mu + M. \quad (57)$$

Впервые идея тяжелых и легких экситонов была высказана Фишманом [41], его тяжелый (легкий) экситон образуется из электрона и дырки с проекцией спина $\pm 3/2$ ($\pm 1/2$) на ось Oz . В отличие от Фишмана здесь мы определим эти проекции на импульс экситона (по спиральности экситона), что удобно в изучении проблемы взаимодействующих экситонов, как это будет видно в дальнейшем.

При помощи развитой теории возмущения для экситонов в [40] получены общие выражения для энергетических уровней и волновых функций в любом порядке. Это позволяет провести дальнейшее изучение тонкой структуры экситона. Для экситонов, находящихся в состоянии покоя $\mathbf{k} = 0$, эффективный полный гамильтониан H ($\mathbf{k} = 0$) коммутирует с суммой \mathbf{F} орбитального момента \mathbf{l} относительного движения электрона с дыркой и момента дырок j . Поэтому можно построить стационарные состояния на базисных векторах неприводимых представлений алгебры нового орбитального момента \mathbf{F} . Для дискретного спектра энергии находим

$$|n, l, \mu, F, F_z\rangle = \sum_{m+M=F_z} \left(l, m, \frac{3}{2}, M | F, F_z | n, l, m; \mu, M \right). \quad (58)$$

Вместо вырождения по l и m будем иметь вырождение по F_z . Каждый энергетический уровень с заданными l и всевозможными значениями, m, M теперь расщепляется на некоторые подуровни, каждый из них будет характеризоваться определенным значением F и всевозможными значениями F_z . В частности, S -состояние остается вырожденным, P -состояние расщепляется на три подуровня с $F = 1/2, 3/2, 5/2$ и каждое l -состояние с $l > 2$ расщепляется на четыре подуровня с $F = l - 3/2, l - 1/2, l + 1/2, l + 3/2$.

Поправки энергии первого порядка равны

$$\delta^{(1)} E_{nlF} = \kappa \frac{E_x}{v^2} \left[\frac{15}{4} + l(l+1) - F(F+1) \right], \quad (59)$$

где E_x — энергия связи экситона. Поправки энергии второго порядка для nS -состояний описываются выражением

$$\delta^{(2)} E_{n_0F} = -\kappa^2 E_x S_{nS}; \quad (60)$$

$$S_{1S} \approx 0,2246. \quad (61)$$

В табл. 2 приведены теоретические значения энергии экситона E_x и ее поправки во втором порядке по возмущению, полученные из вышеизложенной теории, а также их теоретические и экспериментальные значения из других работ [37, 38]. Необходимые физические параметры для вычисления взяты из [38]. Можно сказать, что наша теория хорошо согласуется с опытом.

Таблица 2. Значения энергии связи экситона во втором порядке, МэВ

Полупроводник	κ	Наша теория			Другие теории [37, 38]			Эксперимент [19, 29, 38]
		E_x	$\delta^{(2)}E_x$	$\frac{\delta^{(2)}E_x}{E_x}, \%$	E_x	$\delta^{(2)}E_x$	$\frac{\delta^{(2)}E_x}{E_x}, \%$	
GaAs	0,17	4,4	0,57	1,3	4,4	0,18	4,3	4,4
InSb	0,24	0,54	0,14	2,7	0,53	0,04	8,2	0,4
InAs	0,29	1,62	0,062	3,8	1,78	0,1	6,0	—
GaSb	0,21	1,92	0,038	2,0	2,0	0,13	7,0	1,4
GaP	0,25	9,58	0,266	2,8	9,47	0,45	5,1	—
InP	0,26	4,48	0,126	2,9	5,17	0,33	6,8	4,0
AlSb	0,037	4,4	0,001	0,07	1,44	—	—	—
Ge	0,23	1,49	0,038	2,6	1,51	0,08	5,4	1,2

В [42] рассмотрен процесс двухфотонного поглощения поляризованного света (236), в начальном состоянии которого полупроводник находится в основном состоянии. В результате поглощения двух фотонов с поляризациями σ_1 и σ_2 конечное состояние имеет $2P$ -экситон с полными моментами F , равными $1/2, 3/2, 5/2$ и всевозможными соответствующими им проекциями F_z . Волновые функции и энергии $2P$ -экситона определяются формулами (58) и (59) с постановкой $n = 2, l = 1$. Вычислены в явном виде коэффициенты двухфотонного поглощения поляризованного света $K_F(\sigma_1, \sigma_2)$ в кубических полупроводниках с образованием $(2PF)$ -экситона в конечном состоянии. Численные расчеты проведены в случае ZnSe с физическими параметрами, полученными из экспериментальных результатов [36]. Теоретические и экспериментальные значения поляризационных отношений между различными экситонными состояниями приведены в табл. 3.

Таблица 3. Экспериментальные и теоретические значения поляризационных отношений между $(2PF)$ -экситонами $P_{1/2}, P_{3/2}$ и $P_{5/2}$

Отношение	Поляризация	Эксперимент	Теория [36]	Наша теория
$P_{1/2}/P_{5/2}$	(+ +)	0,00	0	0
	(+ -)	2,43	2,46	2,5
$P_{3/2}/P_{5/2}$	(+ +)	0,18	1,19	0,21
	(+ -)	0,61	0,74	0,75

Подобным образом в [43] выведены явные выражения дифференциальных сечений процесса комбинационного рассеяния поляризованного света (22в), в начальном состоянии которого полупроводник находится в основном состоянии, а в конечном состоянии образуется

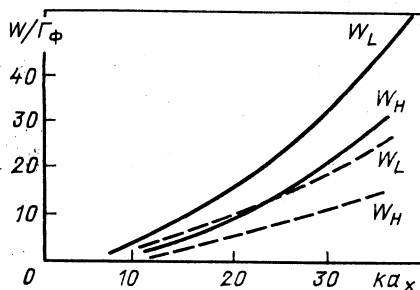


Рис. 3. Вероятности распада тяжелых W_H и легких W_L экситонов в GaAs при $T=100$ К (сплошные линии) и $T=10$ К (пунктир)

($2PF$)-экситон. Распад тяжелых и легких экситонов из-за взаимодействия с акустическими фонами на свободные электроны и дырки изучен в работе [44]. Установлено, что вследствие разницы масс тяжелых и легких экситонов их вероятности распада различны, причем вероятность распада легких экситонов больше, чем тяжелых.

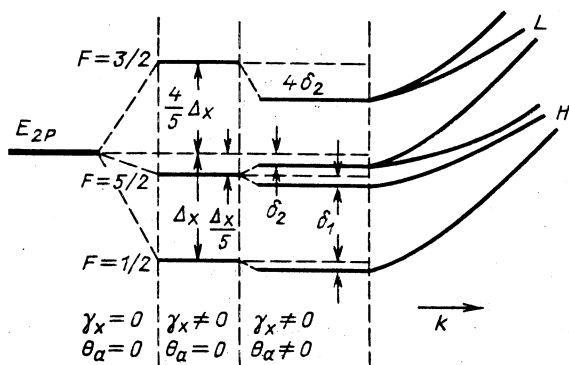


Рис. 4. Схема расщепления $2P$ -уровня экситона

На рис. 3 изображены зависимости вероятностей распада тяжелых $W_H(\mathbf{k})$ и легких $W_L(\mathbf{k})$ экситонов от их импульсов \mathbf{k} при $T = 10$ К (сплошные линии) и $T = 100$ К (пунктирные линии) для GaAs. Они имеют то же поведение, как в случае простой двухзонной модели, но с различием тяжелых и легких членов. Влияние анизотропии дырочных масс на энергетические спектры и волновые функции экситонов в кубических полупроводниках исследовано в [45]. Введен новый параметр

$$\theta_\alpha = m_{0h} \left(\frac{1}{m_H'} - \frac{1}{m_H} \right), \quad (62)$$

где m_H и $m_{H'}$ — эффективные массы тяжелых дырок зоны Γ_8 в направлениях $\langle 100 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$ соответственно, который характеризует направленную зависимость эффективных масс дырок. Эта анизотропия приводит к анизотропии дисперсии экситонов, непараболическому ее виду и к неводородоподобным сериям экситонных уровней. В работе [45] даны схемы расщепления энергетических уровней неподвижных и движущихся nP -экситонов (рис. 4), вычислены для примера значения эффективных масс тяжелых и легких экситонов в различных направлениях и тонкие структуры $2P$ -экситона в случае кристалла ZnSe. Эти значения даны в табл. 4 и 5 соответственно,

Таблица 4. Эффективные массы экситона в ZnSe

Масса	Эксперимент [36]	Теория [36–38]	Наша теория	
			$\theta_a = 0$	$\theta_a \neq 0$
$M_H \langle 100 \rangle$	$1,11 \pm 0,1$	0,87	0,58	0,72
$M_L \langle 100 \rangle$	$0,38 \pm 0,05$	0,42	0,39	0,51
$M_H \langle 110 \rangle$	$1,95 \pm 0,10$	1,0	0,79	0,74
$M_L \langle 110 \rangle$	$0,37 \pm 0,05$	0,4	0,33	0,43

Таблица 5. Тонкая структура $2P$ -экситона в ZnSe

Данные	$F = 1/2$	$F = 3/2$	$F = 5/2;$ $F_z = \pm 3/2, \pm 1/2$	$F = 5/2;$ $F_z = \pm 5/2$
Эксперимент [36]	4,19	5,9	4,8	5,15
Теория [36]	4,20	5,92	4,76	5,10
Теория [38]	4,05	5,73	4,57	4,89
Наша теория	4,14	5,62	4,72	4,89

с их экспериментальными и теоретическими значениями, взятыми из [36–38]. Единица массы — масса свободного электрона m_0 , единица энергии — МэВ.

4. ТРЕХЗОННЫЕ ЭКСИТОННЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ В ПРЯМОЗОННЫХ КУБИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Основополагающие труды [17–21] по теории поляритонов вызвали большой интерес экспериментаторов и теоретиков, побудили их к изучению резонансного комбинационного рассеяния (РКР) света квазичастицами в твердых телах. В случае кубических полупроводников с прямой запрещенной зоной и четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной спектр экситонных поляритонов обладает тремя ветвями вследствие того, что имеются два типа экситонов: тяжелых и легких [достаточно рассматривать лишь экситоны в основном состоянии $1S$ с волновой функцией относительного движения

$\varphi_{1s}(\mathbf{p}) \equiv \varphi(\mathbf{p})$. Законы дисперсии этих трехзонных экситонных поляритонов, установленные с большой точностью в экспериментах по РРР света фононами, находились в хорошем согласии с теоретическими предсказаниями [19, 23, 29, 41].

На основе результатов, полученных выше, в этом разделе можно сказать, что имеются четыре спиновых состояния легкого экситона со спиральностями ± 2 , ± 1 и четыре спиновых состояния легкого экситона со спиральностями ± 1 , 0, причем только спиновые состояния со спиральностями ± 1 могут смешиваться с фотоном для образования поляритонов. Из формулы (53) следует, что оператор рождения легкого (L) и тяжелого (H) экситонов с импульсом \mathbf{k} и спиральностью $\sigma = \pm 1$ равен

$$\left. \begin{aligned} X_{H\sigma}(\mathbf{k})^+ \\ X_{L\sigma}(\mathbf{k})^+ \end{aligned} \right\} = \sum_{\mathbf{p}_e \mathbf{p}_h} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{p}_e - \mathbf{p}_h) \varphi(\alpha_X \mathbf{p}_h - \beta_X \mathbf{p}_e) \times \\ \times \sum_{s_e = -1/2}^{1/2} \sum_{s_h = -3/2}^{3/2} \left\{ \begin{aligned} D_{-\frac{1}{2}\sigma, s_e}^{1/2} (Oz \rightarrow \mathbf{k})^+ D_{\frac{3}{2}\sigma, s_h}^{3/2} (Oz \rightarrow \mathbf{k})^+ \\ D_{\frac{1}{2}\sigma, s_e}^{1/2} (Oz \rightarrow \mathbf{k})^+ D_{\frac{1}{2}\sigma, s_h}^{3/2} (Oz \rightarrow \mathbf{k})^+ \end{aligned} \right\} \times \\ \times e_{s_e}(\mathbf{p}_e)^+ h_{s_h}(\mathbf{p}_h)^+, \quad (63)$$

где s_e, s_h — проекции моментов электрона и дырки на оси Oz . Легко также вычислить эффективные константы связи квантового перехода тяжелого и легкого экситонов в фотон и получить [46, 47]:

$$g_H = g, \quad g_L = \frac{i}{\sqrt{3}} g, \\ g = \frac{1}{\sqrt{2\epsilon_0 E_g}} \frac{e\Pi}{m_0} \frac{1}{\sqrt{\pi a_X^3}}, \quad (64)$$

где a_X — борковский радиус экситона; Π — матричный элемент междузонного квантового перехода. Поляритонный — имеет три ветви, различающиеся индексом $\alpha = 1, 2, 3$. Операторы рождения поляритонов получаются посредством знаменитого преобразования Н. Н. Боголюбова:

$$\pi_{\alpha\sigma}(\mathbf{k})^+ = u_\alpha(\mathbf{k}) \gamma_\sigma(\mathbf{k})^+ + v_{\alpha H}(\mathbf{k}) X_{H\sigma}(\mathbf{k})^+ + v_{\alpha L}(\mathbf{k}) X_{L\sigma}(\mathbf{k})^+, \quad (65)$$

энергия $\Omega_\alpha(\mathbf{k})$ поляритона на ветви α определяется уравнением

$$\frac{\omega(\mathbf{k})^2}{\Omega_\alpha(\mathbf{k})^2} = 1 + 4g^2 \left\{ \frac{1}{E_H(\mathbf{k})^2 - \Omega_\alpha(\mathbf{k})^2} + \frac{1}{3} \frac{1}{E_L(\mathbf{k})^2 - \Omega_\alpha(\mathbf{k})^2} \right\}. \quad (66)$$

Коэффициенты преобразования Боголюбова таковы:

$$\left. \begin{aligned} u_{\alpha}(\mathbf{k}) &= \left\{ 1 + \frac{g^2}{[E_H(\mathbf{k}) - \Omega_{\alpha}(\mathbf{k})]^2} + \frac{1}{3} \frac{g^2}{[E_L(\mathbf{k}) - \Omega_{\alpha}(\mathbf{k})]^2} \right\}^{-1/2}; \\ v_{\alpha H}(\mathbf{k}) &= \frac{g}{E_H(\mathbf{k}) - \Omega_{\alpha}(\mathbf{k})} u_{\alpha}(\mathbf{k}); \\ v_{\alpha L}(\mathbf{k}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{g}{E_L(\mathbf{k}) - \Omega_{\alpha}(\mathbf{k})} u_{\alpha}(\mathbf{k}). \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

Отметим, что состояние экситона с данным импульсом \mathbf{k} может характеризоваться либо парой индексов $i\sigma$, где $i = H, L$; $\sigma = \pm 1$, либо парой индексов $\{\mu, M\}$, представляющих собой проекции спина электронов и дырки на направление импульса \mathbf{k} экситона, причем имеется следующее соответствие:

$$\left. \begin{aligned} \{i = H, \sigma = \pm 1\} &\leftrightarrow \left\{ \mu = \mp \frac{1}{2}, M = \pm \frac{3}{2} \right\}; \\ \{i = L, \sigma = \pm 1\} &\leftrightarrow \left\{ \mu = \pm \frac{1}{2}, M = \pm \frac{1}{2} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Формулой (65) с определениями (63), (64), (66), (67) описываются явные выражения, определяющие операторы рождения трехзонных поляритонов в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной и четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной. Эти выражения затем применяются в работах [47—51] при изучении некоторых процессов РКР света в области экситонного резонанса с учетом внутренней структуры экситонов и реальных свойств симметрии энергетических зон. Приведем здесь лишь некоторые частные результаты. Рассмотрим сначала процесс РКР поляризованного света электронами нейтральных доноров:

$$\pi_{\alpha\sigma}(\mathbf{k}) + e_{Ns} \rightarrow \omega_{\alpha'\sigma'}(\mathbf{k}') + e_{N's'}, \quad (69)$$

где $e_{Ns}, e_{N's'}$ обозначают электроны на уровнях нейтрального донора с волновыми функциями $f_N(\mathbf{p}), f_{N'}(\mathbf{p})$ и проекциями s, s' на ось Oz . Посредством преобразования Боголюбова легко выразить амплитуду рассматриваемого процесса (69) в виде линейной комбинации амплитуд соответствующих элементарных процессов с заменой поляритона $\pi_{\alpha\sigma}(\mathbf{k})$ на фотон $\gamma_{\sigma}(\mathbf{k})$ или экситон $X_{i\sigma}(\mathbf{k})$.

Для элементарного процесса

$$X_{i\sigma}(\mathbf{k}) + e_{Ns} \rightarrow X_{i'\sigma'}(\mathbf{k}') + e_{N's'} \quad (70)$$

при помощи релятивистской общей теории реакций имеем амплитуду

$$\begin{aligned} T_1(\mathbf{k}, i\sigma, Ns; \mathbf{k}', i'\sigma', N's') &= D_{MM'}^{3/2}(\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}) D_{\mu s'}^{1/2}(Oz \rightarrow \mathbf{k}) \times \\ &\times D_{s\mu'}^{1/2}(\mathbf{k}' \rightarrow Oz) M_{XX}^d(\mathbf{k}, N; \mathbf{k}', N'). \end{aligned} \quad (71)$$

Амплитуда элементарного процесса

$$\gamma_{\sigma}(\mathbf{k}) + e_{Ns} \rightarrow X_{i'\sigma'}(\mathbf{k}') + e_{N's'} \quad (72)$$

равно

$$T_2(\mathbf{k}, \sigma, Ns; \mathbf{k}', i\sigma', N's') = \sum_{M\mu} \eta_{(\mu, M)}^{i\sigma} D_{MM'}^{3/2}(\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}) \times \\ \times D_{\mu s'}^{1/2}(Oz \rightarrow \mathbf{k}) D_{s\mu'}^{1/2}(\mathbf{k}' \rightarrow Oz) M_{\gamma X}^d(\mathbf{k}, N; \mathbf{k}', N'); \quad (73)$$

$$\eta_{(\mu, M)}^{i\sigma} = \begin{cases} \delta_{\sigma, \mu+M}, & i = H; \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{\sigma, \mu+M}, & i = L, \end{cases} \quad (74)$$

а амплитуда обратного процесса

$$X_{i\sigma}(\mathbf{k}) + e_{Ns} \rightarrow \gamma_{\sigma'}(\mathbf{k}') + e_{N's'} \quad (75)$$

связана с ней обращением времени. Для элементарного процесса

$$\gamma_{\sigma}(\mathbf{k}) + e_{Ns} \rightarrow \gamma_{\sigma'}(\mathbf{k}') + e_{N's'} \quad (76)$$

можно также получить следующее выражение:

$$T_4(\mathbf{k}, \sigma, Ns; \mathbf{k}', \sigma', N's') = \\ = \delta_{ss'} D_{\sigma\sigma'}^i(\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}) M_{\gamma\gamma}^{d(\text{intra})}(\mathbf{k}, N; \mathbf{k}', N') + \\ + \sum_{\rho_e \rho_h} \sum_{ii'} \{ \eta_{(\rho_e, \rho_h)}^{i'\sigma'} \sum_{\mu M} \eta_{(\mu, M)}^{i\sigma} D_{\mu\rho_h}^{3/2}(\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}) D_{\mu s'}^{1/2}(Oz \rightarrow \mathbf{k}) \times \\ \times D_{s\rho_e}^{1/2}(\mathbf{k}' \rightarrow Oz) M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}(\mathbf{k}, N; \mathbf{k}', N') + \\ + \eta_{(\rho_e, \rho_h)}^{i\sigma} \sum_{\mu' M'} \eta_{(\mu', M')}^{i'\sigma'} D_{\rho_e \mu'}^{3/2}(\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}) D_{\rho_e s}^{1/2}(Oz \rightarrow \\ \rightarrow \mathbf{k}) D_{s\mu'}^{1/2}(\mathbf{k}' \rightarrow Oz) M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}(\mathbf{k}, N; \mathbf{k}', N') \}, \quad (77)$$

где первый член является вкладом от внутризонных переходов в промежуточные состояния, а второй член — от междузонных переходов. Явные выражения для матричных элементов элементарных процессов M_{XX}^d , $M_{X\gamma}^d$, $M_{\gamma X}^d$, $M_{\gamma\gamma}^{d(\text{intra})}$ и $M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}$ даны в работах [29, 48]. Дифференциальное эффективное сечение комбинационного рассеяния КР, усредненное по спиновым состояниям начального донорного электрона и просуммированное по спиновым состояниям конечного донорного электрона, пропорционально следующему выражению:

$$W_{\alpha\alpha'}^{\sigma\sigma'}(\theta) = (1 \pm \cos \theta) \{ (1 \pm \cos \theta)^2 A_1^2 + \\ + 3 \sin^2 \theta (A_2^2 + A_3^2) + (3 \cos \theta \mp 1)^2 A_4^2 + \\ + 2(1 \pm \cos \theta) A_5^2 + [(1 \pm \cos \theta)^2 A_4 - \sqrt{3} \sin^2 \theta (A_2 + A_3) + \\ + (1 \pm \cos \theta) (3 \cos \theta \mp 1) A_4] A_5 \}, \quad (78)$$

где верхний знак соответствует случаю $\sigma = \sigma'$, а нижний знак — случаю $\sigma = -\sigma'$;

$$\begin{aligned}
 A_1 &= v_{\alpha'H} v_{\alpha H} M_{XX}^d + u_{\alpha'} v_{\alpha H} M_{\gamma X}^d + v_{\alpha'H} u_{\alpha} M_{X\gamma}^d + u_{\alpha'} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}, \\
 A_2 &= v_{\alpha'H} v_{\alpha H} M_{XX}^d + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\alpha'} v_{\alpha H} M_{\gamma X}^d + \\
 &+ \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\alpha'H} u_{\alpha} M_{\gamma X}^d + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\alpha'} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}, \\
 A_3 &= v_{\alpha'H} v_{\alpha L} M_{XX}^d + u_{\alpha'} v_{\alpha L} M_{\gamma X}^d + v_{\alpha'L} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^d + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\alpha'} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})}, \\
 A_4 &= V^{1/2} \left(v_{\alpha'L} v_{\alpha L} M_{XX}^d + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\alpha'} v_{\alpha L} M_{\gamma X}^d + \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\alpha'L} u_{\alpha} M_{X\gamma}^d + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\alpha'} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^{d(\text{inter})} \right); \\
 A_5 &= u_{\alpha'} u_{\alpha} M_{\gamma\gamma}^{d(\text{intra})}. \tag{79}
 \end{aligned}$$

Дифференциальные эффективные сечения КР поляризованного света обладают следующим свойством симметрии:

$$W_{\alpha\alpha'}^{++}(\pi - \theta) = W_{\alpha\alpha'}^{+-}(\theta). \tag{80}$$

Кроме этого, в области резонанса имеет место соотношение

$$\frac{W_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)}{W_{\alpha\alpha'}^{+-}(\theta)} = \frac{U_{\alpha\alpha'}^{+}(\theta)}{U_{\alpha\alpha'}^{-}(\theta)}; \tag{81}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\alpha\alpha'}^{(\pm)}(\theta) &= (1 \pm \cos \theta) \{ (1 \pm \cos \theta)^2 (v_{\alpha'H} v_{\alpha H})^2 + 3 \sin^2 \theta \times \\
 &\times [(v_{\alpha'H} v_{\alpha L})^2 + (v_{\alpha'L} v_{\alpha H})^2] + 2 (3 \cos \theta \mp 1)^2 (v_{\alpha'L} v_{\alpha L})^2 \}. \tag{82}
 \end{aligned}$$

На рис. 5 изображены некоторые кривые углового распределения $W_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)$ при различных энергиях поларитона в GaAs.

Далее рассмотрим процесс РКР поляризованного света акустическими фононами (резонансного КР Мандельштама — Бриллюэна):

$$\pi_{\alpha\sigma}(\mathbf{k}) \rightarrow \pi_{\alpha'\sigma'}(\mathbf{k}') + \Phi(\mathbf{q}), \tag{83}$$

где $\Phi(\mathbf{q})$ обозначает фонон с импульсом \mathbf{q} . Используя известный эффективный гамильтониан взаимодействия электронов и дырок с фононами, при помощи релятивистской общей теории реакций, посредством стандартных вычислений можно получить следующее выражение амплитуды данного процесса:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha\alpha'}^{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') &= \frac{4}{3} (1 + \cos \theta) u_{\alpha'}(\mathbf{k}') u_{\alpha}(\mathbf{k}) M_{\gamma\gamma}^{\Phi}(b, b') + \\
 &+ \frac{1}{2} \left[v_{\alpha'H}(\mathbf{k}') + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\alpha'L}(\mathbf{k}') \right] u_{\alpha}(\mathbf{k}) (1 \pm \cos \theta) M_{\gamma X}^{\Phi}(b) + \\
 &+ \frac{1}{2} u_{\alpha'}(\mathbf{k}') \left[v_{\alpha H}(\mathbf{k}) + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\alpha L}(\mathbf{k}) \right] (1 \pm \cos \theta) M_{X\gamma}^{\Phi}(b') +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{4} \left\{ v_{\alpha'H}(\mathbf{k}') v_{\alpha H}(\mathbf{k}) (1 \pm \cos \theta)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}} [v_{\alpha'H}(\mathbf{k}) v_{\alpha L}(\mathbf{k}) + \right. \\
 & \quad \left. + v_{\alpha'L}(\mathbf{k}') v_{\alpha H}(\mathbf{k})] \sin^2 \theta + \right. \\
 & \quad \left. + v_{\alpha'L}(\mathbf{k}') v_{\alpha L}(\mathbf{k}) (\cos \theta \pm 1) (3 \cos \theta \mp 1) \right\} M_{XX}^{\Phi}, \quad (84)
 \end{aligned}$$

где верхний знак соответствует случаю $\sigma = \sigma'$, а нижний — случаю $\sigma = -\sigma'$. Формулы, определяющие матричные элементы элементарных процессов $M_{\gamma\gamma}^{\Phi}$, $M_{X\gamma}^{\Phi}$, $M_{\gamma X}^{\Phi}$ и M_{XX}^{Φ} и функции b , b' даны в [29, 49]. В качестве примера рассмотрим отношение дифференциальных сечений $\overline{W}_{\alpha\alpha'}^{++} // \overline{W}_{\alpha\alpha'}^{+-}$ с различными поляризациями при одних и тех же импульсах. Имеем

$$\frac{\overline{W}_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)}{\overline{W}_{\alpha\alpha'}^{+-}(\theta)} = \left| \frac{R_{\alpha\alpha'}^{++}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}{R_{\alpha\alpha'}^{+-}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')} \right|^2. \quad (85)$$

Правую часть последнего соотношения можно вычислить и сравнить с опытом. В области резонанса, когда $u_{\alpha}(\mathbf{k})$ пренебрежимо малы, это соотношение существенно упрощается:

$$\frac{\overline{W}_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)}{\overline{W}_{\alpha\alpha'}^{+-}(\theta)} = \frac{\overline{U}_{\alpha\alpha'}^{(+)}(\theta)}{\overline{U}_{\alpha\alpha'}^{(-)}(\theta)}; \quad (86)$$

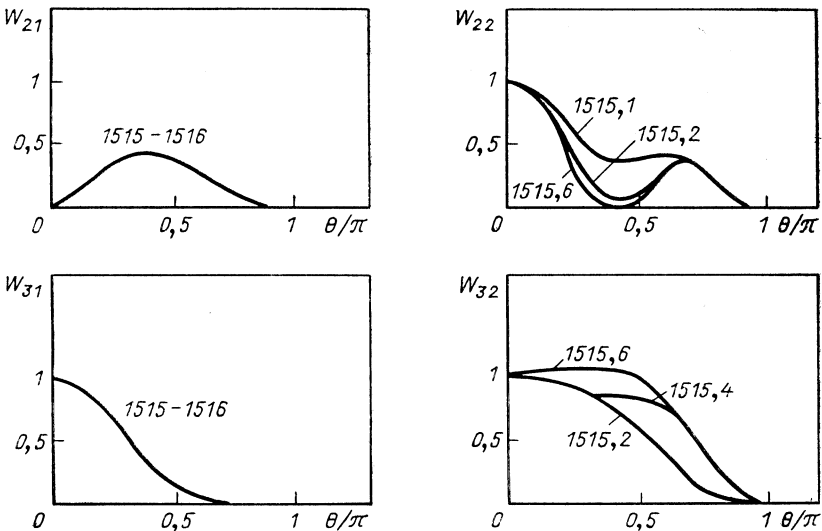


Рис. 5. Кривые углового распределения $W_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)$ при различных энергиях поляритона

$$\begin{aligned} \bar{U}_{\alpha\alpha'}^{(\pm)}(\theta) = & \left\{ v_{\alpha'H}(\mathbf{k}') v_{\alpha H}(\mathbf{k}) (1 \pm \cos \theta)^2 + \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{3}} [v_{\alpha'H}(\mathbf{k}') v_{\alpha L}(\mathbf{k}) + v_{\alpha'L}(\mathbf{k}') v_{\alpha H}(\mathbf{k}) \sin^2 \theta + \\ & \left. + v_{\alpha'L}(\mathbf{k}') z_{\alpha L}(\mathbf{k}) (\cos \theta \pm 1) (3 \cos \theta \mp 1)] \right\}^2. \end{aligned} \quad (87)$$

На рис. 6 представлено угловое распределение при различных энергиях падающего фотона (в произвольных единицах).

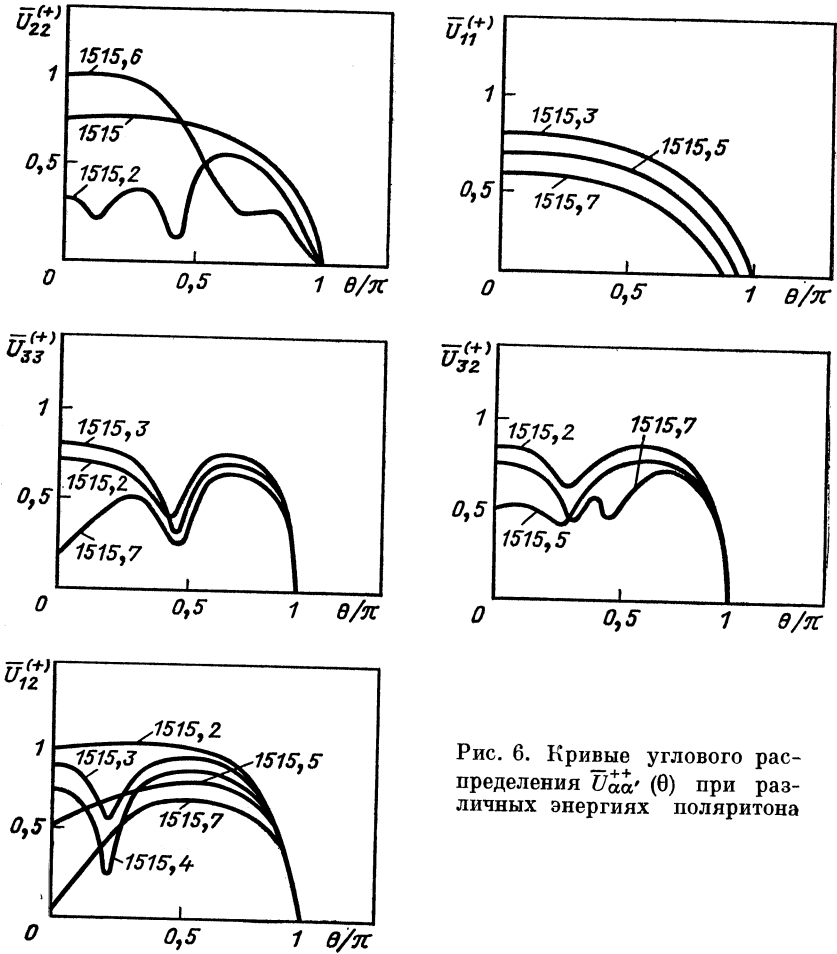


Рис. 6. Кривые углового распределения $\bar{U}_{\alpha\alpha'}^{++}(\theta)$ при различных энергиях поляртона

5. СПАРИВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С ЭФФЕКТИВНЫМ ЭЛЕКТРОННО-ЭЛЕКТРОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ, ЗАВИСЯЩИМ ОТ СПИНА

В теории сверхпроводимости [24—26] общеизвестно, что вследствие не зависящего от спина эффективного притяжения между электронами вблизи поверхности Ферми появляются пары Купера в синглетном связанном состоянии — синглетное спаривание электронов. Динамическим источником такого не зависящего от спина эффективного притяжения мог бы быть обмен фононами. Считалось также, что триплетное спаривание имеет место в том случае, когда эффективное взаимодействие электронов зависит от спина. Соответствующие нефононные механизмы обсуждались в течение многих лет. В последние годы триплетное спаривание рассматривалось в ряде работ в связи с проблемой тяжелого фермиона. В настоящее время интерес к этому вопросу стал еще более актуальным в связи с развитием теории высокотемпературной сверхпроводимости.

Применяя метод самосогласованного поля Боголюбова [25, 26], имеем следующее выражение эффективного гамильтониана в импульсном представлении:

$$H_{\text{ef}} = \sum_{\mathbf{p}} \sum_{st} \left[\varepsilon(\mathbf{p}) e_s(\mathbf{p})^+ e_s(\mathbf{p}) + \frac{1}{2} \Delta_{st}(\mathbf{p}) e_s(\mathbf{p})^+ e_t(-\mathbf{p})^+ + \frac{1}{2} \Delta_{st}(\mathbf{p}) e_t(-\mathbf{p}) e_s(\mathbf{p}) \right]; \quad (88)$$

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2m_e} - E_F, \quad (89)$$

где E_F — энергия Ферми; $e_s(\mathbf{p})$ — оператор уничтожения электрона с импульсом \mathbf{p} и проекцией спина s на ось квантования Oz . Спинор второго ранга $\Delta_{st}(\mathbf{p})$ равен

$$\Delta_{st}(\mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{l}} V_{st\delta\rho}(\mathbf{p}, -\mathbf{p}, -\mathbf{l}, \mathbf{l}) F_{\delta\rho}(\mathbf{l})^*, \quad (90)$$

где $V_{st\delta\rho}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)$ — эффективный потенциал взаимодействия, s, t, δ, ρ — спиновые индексы; $F_{st}(\mathbf{p})$ — аномальная функция Грина;

$$F_{st}(\mathbf{p}) = \langle 0 | e_s(-\mathbf{p}) e_t(\mathbf{p}) | 0 \rangle. \quad (91)$$

В изотропной сверхпроводящей электронной жидкости, аналогично случаю ядерной реакции со спиновой структурой $1/2 + 1/2 \rightarrow 1/2 + 1/2$, из общей теории реакций мы можем записать эффективный потенциал взаимодействия в инвариантную форму [50]:

$$\begin{aligned} V_{st\delta\rho}(\mathbf{p}, -\mathbf{p}, -\mathbf{l}, \mathbf{l}) = & A(\mathbf{p}, \mathbf{l}) \varepsilon_{st} \varepsilon_{\delta\rho} + \\ & + B(\mathbf{p}, \mathbf{l}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_{\mathbf{p}})_{st} (\hat{\sigma}_{\mathbf{p}} \hat{\sigma}_2)_{\delta\rho} + C(\mathbf{p}, \mathbf{l}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_{\mathbf{p}})_{st} (\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2)_{\delta\rho} + \\ & + D(\mathbf{p}, \mathbf{l}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_{\mathbf{l}})_{st} (\hat{\sigma}_{\mathbf{p}} \hat{\sigma}_2)_{\delta\rho} + G(\mathbf{p}, \mathbf{l}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_{\mathbf{l}})_{st} (\hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2)_{\delta\rho} + \\ & + F(\mathbf{p}, \mathbf{l}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_{[\mathbf{p}\mathbf{l}]})_{st} (\hat{\sigma}_{[\mathbf{p}\mathbf{l}]} \hat{\sigma}_2)_{\delta\rho}, \end{aligned} \quad (92)$$

а спиноры второго ранга $\Delta_{st}(\mathbf{p})$ и $F_{st}(\mathbf{p})$ имеют общие виды

$$\Delta_{st}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{st} \Delta_S(\mathbf{p}) + \frac{i}{p} (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma} \mathbf{p})_{st} \Delta_T(\mathbf{p}), \quad (93)$$

$$F_{st}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{st} F_S(\mathbf{p}) - \frac{i}{p} (\hat{\sigma} \mathbf{p} \hat{\sigma}_2)_{st} F_T(\mathbf{p}), \quad (94)$$

где A, B, C, D, G, F — скалярные функции от двух векторов \mathbf{p} и \mathbf{l} ; ε_{st} — инвариантный антисимметричный спинор второго ранга; $\hat{\sigma}_i$ — матрицы Паули, а $\Delta_S(\mathbf{p}), \Delta_T(\mathbf{p}), F_S(\mathbf{p}), F_T(\mathbf{p})$ — четные функции от вектора \mathbf{p} . Будем выбирать фазы так, чтобы эти функции были вещественными.

Далее вместо операторов $e_s(\mathbf{p}), e_s(\mathbf{p})^+$ введем операторы уничтожения $e_\sigma(\mathbf{p})$ и рождения $e_\sigma(\mathbf{p})^+$ для электрона с определенными импульсом и спиральностью $\sigma = \pm 1/2$. Они связаны между собой следующим образом:

$$e_s(\mathbf{p}) = \sum_{\sigma} D_{s\sigma}^{1/2}(\mathbf{p} \rightarrow Oz) e_{\sigma}(\mathbf{p}). \quad (95)$$

Пользуясь соотношениями

$$\left. \begin{aligned} D_{s\delta}^{1/2}(\mathbf{p}) D_{i\rho}^{1/2}(\mathbf{p}) \varepsilon_{st} &= \varepsilon_{\delta\rho}, \\ D_{s\delta}^{1/2}(\mathbf{p}) D_{i\rho}^{1/2}(\mathbf{p}) (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma} \mathbf{p})_{st} &= p (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3)_{\delta\rho}, \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

мы получим выражения для H_{ef} в представлении спиральностей

$$\begin{aligned} H_{ef} &= \sum_{\sigma} \sum_{\mathbf{p}} \left\{ \varepsilon(\mathbf{p}) e_{\sigma}(\mathbf{p})^+ e_{\sigma}(\mathbf{p}) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \Delta_{\sigma}(\mathbf{p}) [e_{\sigma}(\mathbf{p})^+ e_{\sigma}(-\mathbf{p})^+ + e_{\sigma}(-\mathbf{p}) e_{\sigma}(\mathbf{p})] \right\}, \quad (97) \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\frac{1}{2}}(\mathbf{p}) &= \Delta_S(\mathbf{p}) + \Delta_T(\mathbf{p}); \\ \Delta_{-\frac{1}{2}}(\mathbf{p}) &= \Delta_S(\mathbf{p}) - \Delta_T(\mathbf{p}). \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

Гамильтониан (97) легко привести к диагональному виду посредством преобразования Боголюбова

$$e_{\sigma}(\mathbf{p}) = u_{\sigma}(\mathbf{p}) a_{\sigma}(\mathbf{p}) + v_{\sigma}(\mathbf{p}) a_{\sigma}(-\mathbf{p})^+; \quad (99)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{\sigma}(\mathbf{p})^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{E_{\sigma}(\mathbf{p})} \right], \\ v_{\sigma}(\mathbf{p})^2 &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{E_{\sigma}(\mathbf{p})} \right] \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

получим

$$H_{ef} = \sum_{\sigma} \sum_{\mathbf{p}} E_{\sigma}(\mathbf{p}) a_{\sigma}(\mathbf{p})^+ a_{\sigma}(\mathbf{p}); \quad (101)$$

$$E_{\sigma}(\mathbf{p}) = [\varepsilon(\mathbf{p})^2 + \Delta_{\sigma}(\mathbf{p})^2]^{1/2}. \quad (102)$$

Таким образом, основное состояние (вакуум) сверхпроводящей электронной жидкости является конденсатом двух сортов пар Купера с двумя различными энергетическими щелями $\Delta_\sigma(\mathbf{p})$, $\sigma = \pm 1/2$, причем пары Купера каждого сорта содержат лишь электроны с одной заданной спиральностью $+1/2$ или $-1/2$. Иначе говоря, электроны с одной и той же спиральностью спариваются.

Подставляя выражения (92)—(94) в правую часть соотношения (90), получаем

$$\Delta_S(\mathbf{p}) = 2 \sum_{\mathbf{l}} V_S(\mathbf{p}, \mathbf{l}) F_S(\mathbf{l}); \quad (103)$$

$$\Delta_T(\mathbf{p}) = 2 \sum_{\mathbf{l}} V_T(\mathbf{p}, \mathbf{l}) F_T(\mathbf{l}), \quad (104)$$

где

$$V_S = A; \quad (105)$$

$$V_T = \frac{1}{pl} [p^2(\mathbf{p}, \mathbf{l}) B + p^2 l^2 C + (\mathbf{pl})^2 D + (\mathbf{pl}) l^2 G]. \quad (106)$$

Операторы $a_\sigma(\mathbf{p})$ и $a_\sigma(\mathbf{p})^+$ в преобразованиях Боголюбова удовлетворяют каноническим антикоммутиационным соотношениям. Они описывают уничтожение и рождение квазичастиц в сверхпроводящей электронной жидкости. Из этих свойств и формул (96), (97), (99)—(101) можно получать систему уравнений [51] для определения энергетических щелей $\Delta_\sigma(\mathbf{p})$. Вывод о существовании двух энергетических щелей, по-видимому, находится в согласии с экспериментальным обнаружением двух температур сверхпроводящего фазового перехода [52].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение метода релятивистской общей теории реакций к физике конденсированных сред дает большие успехи в широких классах задач этой области физики. На основе этого метода можно описать с единой точки зрения общие картины многих физических процессов. С его помощью предложена модель экситонов в кубических полупроводниках с определенными спиральностями и изучены их свойства и взаимодействия. Этот метод служит адекватным аппаратом в изучении круга явлений, связанных со спиновыми свойствами квазичастиц в твердых телах. Он позволяет получить общие выражения для угловых распределений и поляризационных явлений спиновых квазичастиц, сделать ряд предсказаний как следствия свойств симметрии систем. Эти предсказания по угловым и поляризационным эффектам можно проверить на опытах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jacob M., Wick G.C.// Ann. Phys. 1959. Vol. 7. P. 404—428.
2. Широков М. И.// ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 1022—1035; 1959. Т. 36. С. 1524—1532; 1960. Т. 39. С. 633—638; 1961. Т. 40. С. 1387—1391.
3. Чжоу Гуан-Чжао// ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 909—918.

4. Чжоу Гуан-Чжао, Широков М. И.//ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 1230—1239.
5. Балдин А. М., Широков М. И.//ЖЭТФ. 1956. Т. 30. С. 784—785.
6. Somon A., Welton T.//Phys. Rev. 1953. Vol. 90. P. 1036—1043.
7. Ситенко А. Г.//ЭЧАЯ. 1973. Т. 4. С. 546—584.
8. Барит И. Я., Высоцкий Г. Л., Кривоустов М. И., Слабоспицкий Р.//ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 1290—1337.
9. Балдин А. М., Гольданский В. И., Максименко В. М., Розенталь И. Л. Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968.
10. Ситенко А. Г. Теория рассеяния. Киев: Вища школа, 1975; Теория ядерных реакций. М.: Энергоатомиздат, 1983.
11. Немец О. Ф., Ясногородский А. М. Поляризационные исследования в ядерной физике. Киев: Наукова Думка, 1980.
12. Давыдов А. С. Теория атомного ядра. М.: Физматгиз, 1958.
13. Шапиро И. С. Теория прямых ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1963.
14. Верле Ю. Релятивистская теория реакций. М.: Атомиздат, 1969.
15. Цидильковский И. М. Электроны и дырки в полупроводниках. М.: Наука, 1972.
16. Давыдов А. С. Теория твердого тела. М.: Наука, 1976.
17. Агранович В. М. Теория экситонов. М.: Наука, 1968.
18. Давыдов А. С. Теория молекулярных экситонов. М.: Наука, 1976.
19. Экситоны /Под ред. Э. И. Рашба, М. Д. Стерджа. М.: Наука, 1985.
20. Пекар С. И. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Киев: Наукова Думка, 1982.
21. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979.
22. Nguyen Van Hieu//Ann. Phys. 1980. Vol. 127. P. 179—197.
23. Nonerlage B., Levy R., Grun J. B., e.a.//Phys. Rept. 1985. Vol. 124. P. 161—253.
24. Bardeen J., Cooper L. M., Schriffer J.R.//Phys. Rev. 1957. Vol. 108. P. 1175—1204.
25. Боголюбов Н. Н.//ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 58—65; Избранные труды. Киев: Наукова Думка, 1969. Т. 1; 1970; Т. 2; 1971; Т. 3.
26. Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Широков Д. В. Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
27. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1963.
28. Эдмодс А. Угловые моменты в квантовой механике//Деформация атомных ядер: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. С. 305—351.
29. Рассеяние света в твердых телах. Вып. 1/Под ред. М. Кардоны. М.: Мир, 1979; Вып. 2/Под ред. М. Кардоны, Г. Гюнтеродта. М.: Мир, 1984; Вып. 3/Под ред. М. Кардоны, Г. Гюнтеродта. М.: Мир, 1985.
30. Nguyen Van Hieu//Phys. State Solid(b). 1981. Vol. 107. P. 69—73.
31. Nguyen Ba An, Nguyen Van Hieu, Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet//Phys. Rev. (B). 1982. Vol. 25. P. 4075—4080.
32. Yu P.Y.//Phys. Rev. (B). 1979. Vol. 20. P. 5286—5291.
33. Nguyen Ba An, Nguyen Van Hieu, Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet//Phys. State Solid(b). 1980. Vol. 99. P. 635—641.
34. Luttinger J.M.//Phys. Rev. 1956. Vol. 102. P. 1030—1041.
35. Nguyen Ba An, Nguyen Van Hieu, Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet//Phys. State. Solid(b). 1981. Vol. 103. P. 205—210.
36. Sonderegels N.//Phys. State Solid(b). 1981. Vol. 77, P. 253—262; 451—461.
37. Жубкова С. М., Толпыго К. Б., Силян В. Г.//Физика твердого тела. 1982. Т. 24. С. 2585—2588.
38. Lipari N.O., Baldereschi A.//Phys. Rev.(B). 1971. Vol. 3. P. 439—450; 1972. Vol. 6. P. 3764—3770.
39. Kane O.//Phys. Rev. (B). 1975. Vol. 11. P. 3850—3859.
40. Hoang Ngoc Cam, Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet//Ann. Phys. 1985. Vol. 164. P. 172—188; Vol. 169. P. 243.

41. Fishman G.//Solid State Commun. 1978. Vol. 27. P. 1097—1101; Ann. Phys. (Paris). 1980. Vol. 5. P. 5—30.
42. Nguyen Ai Viet, Nguyen Toan Thang. Preprint ICTP IC/87/80, Trieste, 1987.
43. Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet, Nguyen Hong Quang//Czechosl. J. Phys.(b). 1987. Vol. 37. P. 809—814.
44. Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet, Nguyen Hong Quang. Preprint ICTP IC/87/77, Trieste, 1987.
45. Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet, Nguyen Que Huong. Preprint ICTP IC/87/79, Trieste, 1987.
46. Khamsasy C., Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet//Phys. State Solid (b). 1987. Vol. 144. P. 645—652.
47. Нгуен Ван Хъеу, Нгуен Аи Вьет//Краткое сообщение ОИЯИ, 1988, № 1 (27). С. 18—22.
48. Нгуен Ван Хъеу, Нгуен Аи Вьет//Краткое сообщение ОИЯИ, 1988, № 2 (28). С. 43—47.
49. Нгуен Ван Хъеу, Нгуен Хонг Куанг, Нгуен Аи Вьет//Краткое сообщение ОИЯИ, 1988, № 2 (28). С. 37—42.
50. Нгуен Ван Хъеу, Ха Вин Тан, Нгуен Тоан Тханг, Нгуен Аи Вьет//Краткое сообщение ОИЯИ, 1987, № 5 (25). С. 39—43.
51. Нгуен Ван Хъеу, Ха Вин Тан, Нгуен Тоан Тханг, Нгуен Аи Вьет. Сообщение ОИЯИ P17-87-727, Дубна, 1987.
52. Rauchschwalbe U.e.a.//Europhys. Lett. 1987. Vol. 3. P. 751—756.