

# ОБОБЩЕННОЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛЕГЧАЙШИХ КЛАСТЕРОВ – РАССЕЯНИЕ И ФОТОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

*В.Г.Неудачин, А.А.Сахарук, Ю.Ф.Смирнов*

НИИЯФ Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова, Москва

В приближении супермультиплетной симметрии  $SU(4)$  задачу о взаимодействии кластеров  $A$  и  $B$  можно свести к совокупности одноканальных задач рассеяния на потенциалах  $V^{[f]}$ , где  $[f]$  — допустимые схемы Юнга для системы  $A + B$ . Это актуально для каналов с минимальным полным спином  $S$ , где неунитарная амплитуда упругого рассеяния  $T_{LS}$  является полусуммой двух сильно различающихся амплитуд  $T_L^{[f]}$ , а неупругая амплитуда со спин-изоспиновым переворотом дейтрона или его перезарядкой — полуразностью. Рассмотрены пары кластеров  $d + t$ ,  $d + p$ ,  $p + t(h)$ ,  $d + d$ , хорошо описываются имеющиеся экспериментальные данные об упругих и неупругих сечениях и делаются многочисленные предсказания. Эти пары кластеров интересны для физики термоядерных реакций. Полученные потенциалы определяются как импульсное распределение кластеров в начальном состоянии, так и их взаимодействие в конечном состоянии в случае фотоядерных реакций. Излагается техника «приготовления» состояний с заданной симметрией  $[f]$  в континууме. Сравнение с экспериментом дает количественное согласие.

Basing on the  $SU(4)$  supermultiplet symmetry approximation it is possible to reduce the problem of interaction between clusters  $A$  and  $B$  to the set of one-channel scattering problems characterized by potentials  $V^{[f]}$ , where  $[f]$  are all possible permutational symmetries (Young schemes) for the  $A + B$  system. In particular, for the channels with minimal total spin  $S$  value the elastic scattering amplitude  $T_{LS}$  is nonunitary and is presented as the half sum of two very different amplitudes  $T_L^{[f]}$ . In turn, the deuteron spin-isospin flip (charge exchange) amplitude is presented as a half difference of the above amplitudes  $T_{LS}^{[f]}$ . The cluster pairs  $d + t$ ,  $d + p$ ,  $p + t(h)$ , and  $d + d$  (actual in the physics of thermonuclear reactions) are considered, the existing totality of experimental data on both elastic and inelastic cross-sections is well described and numerous predictions are exposed. The partial potentials  $V_{LS}^{[f]}$  obtained just define both the  $A + B$  momentum distribution in the initial nucleus and  $A + B$  final state interaction when two-cluster photodisintegration cross section is calculated. The technique of preparation of the continuum states with the prescribed symmetry  $[f]$  is outlined. The comparison of calculation results with the available experimental data shows the quantitative agreement.

## ВВЕДЕНИЕ

Предложенное около 20 лет назад потенциальное описание взаимного рассеяния легких кластеров [1—4], таких как  $\alpha + \alpha$ ,  $h + t(h)$ ,  $\alpha + t(h)$ ,  $\alpha + d$ , было основано на представлении о глубоких потенциалах притяжения с запрещенными состояниями. Это описание обобщило предыдущий важный шаг — модель условия ортогональности [5]. Помимо того, что оно вскрыло очень простую физику процесса рассеяния по сравнению с широко используемым методом резонирующих групп (МРГ) [6], потенциальное описание дало существенно новый результат — впервые было показано, что  $E$ -зависимость фазовых сдвигов  $\delta_L(E)$  подчиняется обобщенной теореме Левинсона [7], все существенные фазы положительны, при увеличении энергии от нуля они начинаются с разных значений  $(n + m)\pi$  ( $n$  — число наблюдаемых связанных состояний,  $m$  — число связанных состояний, имеющих у потенциала, но запрещенных принципом Паули) и выходят с ростом  $E$  в конце концов в общую область борновских значений  $\delta_L(\tilde{E}) < 1$ . Это означало коренную реконструкцию общей картины по сравнению с представлениями МРГ, где считалось прямо или косвенно, что во взаимодействии кластеров имеется отталкивающая сердцевина, поскольку фазы рассеяния при  $E_{\text{с.п.м.}} > 5+10$  МэВ предполагались отрицательными. Для всех упомянутых пар ядер эффекты нелокальности потенциала, выражающиеся, например, в затухании волновой функции на малых расстояниях, малы. Они играют уже существенную роль в рассеянии  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  [8].

Такое потенциальное описание было затем широко использовано для различных целей: при экспериментальном исследовании  $\alpha + \alpha$ -рассеяния в области энергий  $E_{\text{л.с.к.}}$  до 400 МэВ [9]; как модель при решении обратной задачи рассеяния [10]; как исходный пример глубокого притягивающего потенциала во взаимодействии составных частиц при переосмысливании данных о взаимодействии тяжелых ионов, где в последние десять лет происходит отказ от использования отталкивающей сердцевины в пользу глубоких потенциалов притяжения [8, 11, 12], как это было указано в нашей работе [13]; при рассмотрении  $3\alpha$ -системы [14] и ядра  $^9\text{Be}$  как системы  $\alpha + \alpha + n$  [15]; как основа теоретического объяснения фоторасщепления  $^7\text{Li} \gamma \rightarrow \alpha + t$  или  $^6\text{Li} \gamma \rightarrow \alpha + d$ , где сечение сравнительно медленно падает с ростом энергии, поскольку в основном состоянии  $^7\text{Li}$  имеется узел в  $P$ -волне по относительному движению  $\alpha + t$ , т.е. имеется обогащение высокими импульсами [16]; как исходный пример при переосмысливании  $NN$ -взаимодействия как взаимодействия составных кварковых частиц [17].

В то же время указанное весьма эффективное потенциальное описание по несформулированным причинам не было сколько-нибудь широко распространено на взаимное рассеяние легчайших кластеров, таких как  $(d + d)$ ,  $p(n) + d$ ,  $p(n) + t(h)$ ,  $d + t(h)$ . Этот «заговор молчания» был совершенно обоснованным, поскольку для описания указанных систем требовалось сделать ранее неизвестный важный шаг — ввести в некоторые из каналов с данными полным орбитальным моментом  $L$  и полным спином  $S$  интерференцию двух потенциальных амплитуд, соответствующих двум разным схемам Юнга  $[f]$ . Это было сделано в наших работах [18—20].

Введение зависимости потенциала от симметрии  $[f]$  оправдано тогда, когда эта зависимость сильная, определяет важные качественные особенности взаимодействия. Именно такой оказывается ситуация для рассматриваемых нами систем. Характерно, что в имеющихся немногих работах [21, 22], где при рассмотрении системы  $p + d$  не использовалось супермультиплетное описание с интерференцией потенциальных амплитуд с разными симметриями  $[f]$  в каналах с  $S = 1/2$ , предприняты безуспешные попытки совместить потенциальное описание основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$  как системы  $p + d$  и рассеяния  $p + d$  в достаточно широком диапазоне энергий. Дело в том, что если основное состояние ядра  ${}^3\text{He}$  с высокой точностью соответствует симметрии  $[f] = [3]$  [23], то в континууме для каналов с  $S = 1/2$  имеем суперпозицию симметрий  $[f] = [3]$  и  $[f] = [21]$  с равными весами!

Наш подход касается прямых ядерных процессов и, как мы увидим, хорошо оправдывается, но с формальной точки зрения имеет непосредственное отношение к работам [24], в которых рассматривался распад квазистационарных состояний легких ядер в предположении, что эти состояния характеризуются схемой Юнга  $[f]$  как хорошим квантовым числом. Однако в условиях высокой плотности уровней (даже в таком ядре, как  ${}^4\text{He}$ , при энергиях возбуждения  $E^* \cong 25$  МэВ) такое предположение не оправдывается (аналогично для уровней ядра  ${}^8\text{Be}$  при энергиях  $E^* \cong 16+17$  МэВ изоспин  $T$  не сохраняется [25]).

Более подробно касаясь сравнения рассматриваемых нами здесь систем с такими системами, как  $\alpha + \alpha$ , отметим, что для системы  $\alpha + \alpha$  вообще характерна лишь одна схема Юнга  $[f] = [44]$  и все моменты  $L$  — четные. Для системы  $\alpha + t$  допустима тоже лишь одна симметрия  $[f] = [43]$ , но возможны как четные, так и нечетные орбитальные моменты  $L$ , и при этом имеется расщепление потенциала по четности  $L$  (аналогично для системы  $\alpha + d$ ). Этот эффект вызывает увеличение сечения рассеяния в заднюю полусферу [11]. Следующий шаг к усложнению представляет система  $t + h$ , где четным значениям  $L$  соответствует схема Юнга  $[f] = [42]$ ,

а нечетным —  $[f] = [33]$  (по всем этим вопросам см. работы [4, 26, 27]), но здесь каналу с заданными значениями  $L$  и  $S$  соответствует одна схема Юнга  $[f]$ . В системе же  $d + d$ , например, мы сталкиваемся с наиболее сложной и интересной ситуацией: в каждом из каналов с четными  $L$  и  $S = 0$  возможны уже две схемы Юнга  $[f] = [22]$  и  $[f] = [4]$ , и поэтому, как будет видно, фазы рассеяния являются составными. Действительно,

$$\boxed{12} \times \boxed{34} = \boxed{1234} + \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array}} + \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}} + \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}}, \quad (1)$$

причем четным значениям  $L$  должны соответствовать четные перестановки (12)  $\leftrightarrow$  (34) (это изменение знака радиуса-вектора), т.е. схемы Юнга  $[f] = [4]$  и  $[f] = [22]$ , а нечетным  $L$  — нечетные перестановки, т.е.  $[f] = [31]$  (относительно схем Юнга см. [28]). Поскольку дейтроны являются бозонами, четным  $L$  может соответствовать  $S = 0$  и 2, а нечетным —  $S = 1$  (это связано со свойствами симметрии коэффициентов Клебша — Гордана). Антисимметричность полной волновой функции по четырем нуклонам приводит к тому, что значение  $S = 2$  несовместимо с орбитальной симметрией  $[f] = [4]$ , поскольку спин-изоспиновые симметрии имеют вид  $[f_S] = [4]$ ,  $[f_T] = [4]$ .

Легчайшим ядром  $p$ -оболочки свойственна очень ярко выраженная супермультиплетная структура [29], характеризующаяся, например, тем, что для разрушения схемы Юнга  $[f] = [4]$  нужна большая энергия  $\Delta E \cong 15$  МэВ. Существенная роль этого обстоятельства в теории ядерных реакций между легчайшими ядрами не раз анализировалась в литературе [30—34]. Продолжая эту линию исследований, мы опираемся на понятие амплитуды реакции с фиксированной полной схемой Юнга  $[f]$  и делаем естественный шаг вперед — представляем полную амплитуду рассеяния как суперпозицию амплитуд с разными схемами Юнга  $[f]$  [18]. При этом важно то обстоятельство, что амплитуда рассеяния в каналах с четными  $L, S = 2$ , является унитарной, поскольку схема Юнга  $[f]$  имеет единственное значение  $[f] = [22]$ , и, следовательно, при определении потенциала  $V^{[22]}(r)$  соответствующие фазы мы берем из эксперимента [35] и расчетов МРГ для  $dd$ -системы [36] (переопределяя фазы с помощью подбирающего слагаемого  $nl$  в связи с наличием запрещенного состояния). Аналогично обстоит дело в нечетных волнах с нечетными  $L, S = 1$ , где  $[f] = [31]$ . В то же время для каналов с четными  $L, S = 0$  имеем суперпозицию потенциальных амплитуд  $T_L^{[f]}$  с симметриями  $[f] = [4]$  и  $[f] = [22]$ . Это создает очень плодотворную ситуацию, ранее не обсуждавшуюся. Так, появляется неупругий канал спин-изоспинового перево-

рота  $dd \rightarrow d_s d_s$ , где  $d_s$  — синглетный дейтрон. Амплитуда этой неупругости равна  $\frac{1}{2}(T_L^{[4]} - T_L^{[22]})$ . При  $E_{\text{с.ц.м.}} \cong 6$  МэВ упругая неунитарная амплитуда  $T_L = \frac{1}{2}(T_L^{[4]} + T_L^{[22]})$  при  $L = 0$  и 2 близка к нулю вследствие деструктивной интерференции двух потенциальных амплитуд, что вызвано очень сильным различием потенциалов  $V^{[4]}(r)$  и  $V^{[22]}(r)$ . В результате в этой области не проявляется интересный закон композиции фаз упругого синглетного рассеяния  $2\delta_L = \delta_L^{[4]} + \delta_L^{[22]}$ , который мог бы позволить определить фазы  $\delta_L^{[4]}$  по известным фазам  $\delta_L$  при  $S = 0$  и 2. Тем не менее потенциал  $V^{[4]}(r)$  определяется достаточно надежно по двум уровням  $0_1^+$  и  $0_2^+$  ядра  ${}^4\text{He}$  и по тому факту, что при энергиях 3—6 МэВ выше порога  $\alpha \rightarrow d + d$ , по-видимому, существует  $D$ -состояние. Для уровня  $0_2^+$  характерен большой спектроскопический множитель  $S_{tp} \cong 1$ , что позволяет ожидать и  $S_{dd} \cong 1$ , как это имеет место для основного состояния  $0_1^+$  (в ядре  ${}^6\text{Li}$  тоже велики спектрофакторы и  $S_{ad}$ ,  $S_{ht}$ ).

Излагаемая схема справедлива и для других пар легчайших ядер  $p + d$ ,  $t + h$ ,  $t + d$  и родственных им.

## 1. ФОРМАЛЬНЫЙ МЕТОД

Допуская  $SU(4)$ -симметрию [39,31], имеем очевидное разложение парциальной амплитуды рассеяния  $A + B$ :

$$\begin{aligned}
 T_L = & \sum_{s, \sigma, t, \tau, [\tilde{f}]} (t_A \tau_A, t_B \tau_B | t \tau) (S_A \sigma_A, S_B \sigma_B | S \sigma) \times \\
 & \times \langle \tilde{f}_A | S_A t_A, \tilde{f}_B | S_B t_B | \tilde{f} | S t \rangle T_L^{[\tilde{f}]} \langle \tilde{f} | S t | \tilde{f}_A | S'_A t'_A, \tilde{f}_B | S'_B t'_B \rangle \times \\
 & \times (S \sigma | S'_A \sigma'_A, S'_B \sigma'_B) (t \tau | t'_A \tau'_A, t'_B \tau'_B).
 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $S$ ,  $t$ ,  $[\tilde{f}]$  — спин, изоспин и спин-изоспиновая схема Юнга системы  $A + B$ ;  $\sigma, \tau$  — проекции спина и изоспина соответственно;  $\langle \tilde{f}_A | S_A t_A, \tilde{f}_B | S_B t_B | \tilde{f} | S t \rangle$  — изоскалярные множители коэффициентов Клебша—Гордана группы  $SU(4)$  [37].  $T_L^{[\tilde{f}]}$  — инвариантные по отношению к преобразованиям группы  $SU(4)$  части  $T$ -матрицы.

Парциальные амплитуды  $T_L$  определяют разложение полной амплитуды рассеяния  $f(\vartheta)$  по орбитальным моментам  $L$ :

$$f(\vartheta) = -\frac{i}{2p_0} \sum_L (2L+1) T_L P_L(\cos \vartheta),$$

$p_0$  — импульс взаимного движения частиц  $A$  и  $B$  в с.ц.м.

Сечение упругого рассеяния (как упругого, так и с «мягкой» перестройкой спин-изоспинов частиц  $A$  и  $B$ , не меняющей их схем Юнга), усредненное по начальным ориентациям спинов  $\sigma_A, \sigma_B$  и просуммированное по конечным  $\sigma'_A, \sigma'_B$  (рассматриваем рассеяние неполяризованных частиц), имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) &= \frac{1}{(2S_A+1)(2S_B+1)} \sum_{\sigma_A, \sigma_B, \sigma'_A, \sigma'_B} |f(\vartheta)|^2 = \frac{1}{4p_0^2} \sum_{l=0}^{\infty} B_l P_l^2(\cos \vartheta), \\ B_l &= \frac{1}{(2S_A+1)(2S_B+1)} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{L'=|L-l|}^{L+l} (2L+1)(2L'+1)(L0, L'0|l0)^2 \times \\ &\times \sum_{\substack{|l|, l, \tau \\ l', l', \tau'}} (t_A^{\tau_A}, t_B^{\tau_B} | l \tau) (l'_A \tau'_A, l'_B \tau'_B | l' \tau') (t_A^{\tau_A}, t_B^{\tau_B} | l \tau) \times \\ &\times (l'_A \tau'_A, l'_B \tau'_B | l' \tau') \sum_S (2S+1) T_{L, l, S}^{[l]} \left[ T_{L', l', S}^{[l']} \right]^* \times \\ &\times \langle \tilde{f}_A | S_{A'} t_A, \tilde{f}_B | S_{B'} t_B | \tilde{f} | S t \rangle^2 \langle \tilde{f}_A | S_{A'} t'_A, \tilde{f}_B | S_{B'} t'_B | \tilde{f}' | S t' \rangle^2. \quad (3) \end{aligned}$$

Мы будем осваивать это общее выражение, рассматривая частные случаи. Конкретно для  $d+d$ -рассеяния

$$\begin{aligned} B_l &= \frac{1}{(2S_d+1)^2} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{L'=|L-l|}^{L+l} (2L+1)(2L'+1)(L0, L'0|l0)^2 \times \\ &\times \sum_{|l|, |l'|} (2S+1) T_L^{[l]} T_{L'}^{[l']*} \sum_S (2S+1) \times \\ &\times \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [f] | S 0 \rangle^2 \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [\tilde{f}] | S 0 \rangle^2, \quad (4) \end{aligned}$$

где нужно использовать следующие ненулевые изоскалярные множители [37]:

$$\begin{aligned} \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [\tilde{2}] | 00 \rangle &= \sqrt{1/2}, \quad \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [\tilde{4}] | 00 \rangle = \sqrt{1/2}, \\ \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [\tilde{3}] | 10 \rangle &= 1, \quad \langle [\tilde{2}] | 10, [\tilde{2}] | 10 | [\tilde{2}] | 20 \rangle = 1. \quad (5) \end{aligned}$$

Представим амплитуду  $T_L^{[l]}$  как потенциальную (см. введение):

$$T_L^{[l]} = \exp(2i\delta_L^{[l]}) - 1, \quad (6)$$

и получим немедленно из (4) и (5), что в случае  $S=0$  и соответственно четных  $L$

$$T_{L,S=0} = \frac{1}{2}(T_L^{[4]} + T_L^{[22]}). \quad (7)$$

Переходя к  $S$ -матрице, для упругого рассеяния имеем

$$\begin{aligned} S_{L,S}^{\text{упр}} &= \eta_{L,S} \exp(2i\delta_{L,S}) \equiv T_{L,S} + 1, \\ \eta_{L,S=0} &= |\cos(\delta_L^{[4]} - \delta_L^{[22]})|, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\delta_{L,S=0} = \frac{1}{2}\delta_L^{[4]} + \frac{1}{2}\delta_L^{[22]}. \quad (9)$$

Неунитарность амплитуды упругого рассеяния означает включение каналов перезарядки  $d + d \rightarrow nn + pp$  и опрокидывания спин-изоспина дейтрона  $d + d \rightarrow d_s + d_s$ :

$$\begin{aligned} S_{L,S=0}^{\text{опр}} &= (10, 10 | 00) \left( \frac{1}{2} T_L^{[4]} - \frac{1}{2} T_L^{[22]} \right), \\ S_{L,S=0}^{\text{n}} &= (11, 1 - 1 | 00) \left( \frac{1}{2} T_L^{[4]} - \frac{1}{2} T_L^{[22]} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

(в формулах стоят изоспиновые коэффициенты Клебша — Гордана),

$$|S_{L,0}^{\text{упр}}|^2 + |S_{L,0}^{\text{опр}}|^2 + 2|S_{L,0}^{\text{n}}|^2 = 1, \quad |S_{L,1}^{\text{упр}}|^2 = 1, \quad |S_{L,2}^{\text{упр}}|^2 = 1.$$

Выражение для «почти упругого» рассеяния  $A + B$  с изменением только спин-изоспинов частиц  $A$  и  $B$  (когда хотя бы одна из них дейтрон) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) &= \frac{1}{4p_0^2} \frac{(2S'_A + 1)(2S'_B + 1)}{(2S_A + 1)(2S_B + 1)} (t'_A \tau'_A, t'_B \tau'_B | t \tau)^2 \times \\ &\times \left| \sum_L (2L + 1) P_L(\cos \vartheta) \{ \langle \tilde{V}_A | S_A t'_A, \tilde{V}_B | S_B t'_B | \tilde{V}_1 | S t \rangle \times \right. \\ &\times \langle \tilde{V}_A | S'_A t'_A, \tilde{V}_B | S'_B t'_B | \tilde{V}_1 | S t \rangle T_L^{[V_1]} + \langle \tilde{V}_A | S_A t'_A, \tilde{V}_B | S_B t'_B | \tilde{V}_2 | S t \rangle \times \\ &\left. \times \langle \tilde{V}_A | S'_A t'_A, \tilde{V}_B | S'_B t'_B | \tilde{V}_2 | S t \rangle T_L^{[V_2]} \right|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $S_B = 1, S'_B = 0, t'_B = 1, \tilde{V}_B = |\tilde{2}\rangle, t_B = 0, \tilde{V}_B = |\tilde{2}\rangle, S_A = \frac{1}{2}, S'_A = \frac{1}{2}, t_A = \frac{1}{2}, t'_A = \frac{1}{2}, \tilde{V}_A = |\tilde{1}\rangle, t = \frac{1}{2}, \tau = \frac{1}{2}, S = \frac{1}{2}$  для  $p + d$ - и  $d + h$ -систем;  $S_A = 1, S'_A = 0, t_A = 0, t'_A = 1, \tilde{V}_A = |\tilde{2}\rangle, t = 0, \tau = 0, S = 0$  для  $d + d$ -системы. При этом, если происходит спин-изоспиновое переворачивание дейтрона без перезарядки,  $\tau'_A = \frac{1}{2}, t'_B = 0$  в случае  $p + d$ - и  $d + h$ -систем и  $\tau'_A = t'_B = 0$  в случае  $d + d$ -сис-

темы; если же имеет место перезарядка, то  $\tau'_A = \frac{1}{2}$ ,  $\tau'_B = 1$  для  $p + d$ - и  $d + h$ -систем и  $\tau'_A = 1$ ,  $\tau'_B = -1$  для  $d + d$ -системы.

Выписанные формулы обобщают известный подход А.М.Лейна [38] к оптическому рассеянию, когда член  $(T\tau)$  связывал сечение перезарядки и соответствующий вклад в амплитуду упругого рассеяния. Ниже мы увидим для рассматриваемого первым примера  $d + d$ , что фазы  $\delta_L^{[41]}$  и  $\delta_L^{[22]}$  сильно различаются, поэтому формулы (8)–(11) физически актуальны, и было бы важно провести соответствующие измерения сечения реакции  $d_s \rightarrow d_s$ . Ниже порога  $d + d \rightarrow d_s + d_s$  вместо формулы (8) должно быть  $\eta_{L,S=0} = 1$ , и справедливость формулы (9) является отдельным вопросом. Выражение (10) показывает, что сечения неупругих процессов выражаются через фазовые сдвиги упругого рассеяния  $dd$ -взаимодействия.

## 2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА $dd$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Теперь на примере  $dd$ -системы обсудим подход к экспериментальным данным и задачу восстановления потенциалов  $V^{[l]}(r)$ ,  $[l] = [4]$ ,  $[l] = [31]$ ,  $[l] = [22]$ . Начнем с «потенциальных» каналов  $S = 2$ ,  $L$  — четные, где допустима лишь одна схема Юнга  $[l] = [22]$ . Экспериментальные данные о фазах рассеяния [35] добываются с большим трудом, поскольку  $S$ -матрица упругого рассеяния двух частиц со спином, равным единице, является многопараметрической. Есть несколько углов смешивания, и требуются поляризационные эксперименты даже при упрощен-

ной трактовке, когда углами смешивания пренебрегается. Эти экспериментальные данные (имеющиеся в узком интервале  $E_{\text{с.ц.м.}} = 4+6$  МэВ) хорошо соответствуют расчету МРГ [36]. При выборе потенциала исходим из того, что он должен иметь запрещенное  $S$ -состояние, поскольку схема Юнга  $[l] = [22]$  может реализоваться, начиная с конфигурации  $s^2 p^2$  (см. аналогию в [26]). В то же время известное состояние  $0_2^+$  (20,1 МэВ) не соответствует схеме Юнга  $[l] = [22]$ , так как распадает-

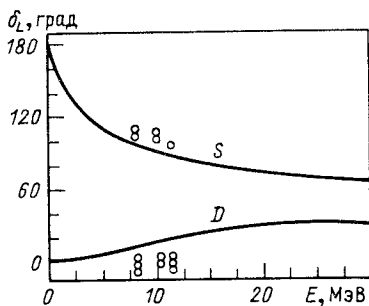


Рис.1. Фаза рассеяния для потенциала  $V^{[22]}(r)$ . Экспериментальные данные из [34]



ся по каналу  $l + p$  с большим спектро- фактором  $S_p \cong 1$  [39] и связывается в литературе [40] с симметрией  $[f] = [4]$  (мы используем этот факт ниже). Набор фаз рассеяния (даже в узком интер- вале энергий) для трех значений орби- тального момента  $L$ , равного 0, 2 и 4, вместе с фактом существования запрещенного  $S$ -состояния фактически одно- значно определяет параметры потенци- ала  $dd$ -взаимодействия для симметрии  $[f] = [22]$ :

$$[f] = [22], V_0 = -41,5 \text{ МэВ}, R_0 = 1,45 \text{ фм}, a = 0,81 \text{ фм} \quad (12)$$

(имеется в виду потенциал в форме Вудса — Саксона). Результаты расче- та фаз рассеяния с потенциалом (12), в дополнение к которому учтено и кулоновское взаимодействие, представлены на рис.1, где видно хорошее качество описания (каналы  $S = 2, L$  — четные). На рис.2 изображена волновая функция для  $S$ -волны при небольшой энергии  $E_{\text{с.ц.м.}} = 0,5 \text{ МэВ}$ . Узел этой волновой функции на радиусе  $r = 3,2 \text{ фм}$  (отражающий суще- ствование запрещенного  $S$ -состояния) ранее воспринимался [33] (совер- шенно так же, как в  $\alpha\alpha$ -рассеянии [26]) как отталкивающая сердцевина, радиус которой  $r_0 \cong 4 \text{ фм}$  определялся по наклону хода  $S$ -фазы при малых энергиях.

Переходя к другим каналам с потенциальным описанием, характери- зуемым квантовыми числами  $S = 1, L$  — нечетные,  $[f] = [31]$ , имеем простейшую реализацию указанной симметрии в оболочечной конфигу- рации  $s^3p$ , откуда заключаем, что запрещенных состояний у потенциала  $V_L^{[31]}(r)$  нет. На рис.3 показано, что потенциал хорошо фиксируется по экспериментальным значениям  $P$ - и  $F$ -фазы. В частности,  $P$ -фаза при ну- левой энергии начинается со значе- ния  $\delta_1 = \pi$ . Искомый потенциал, со-

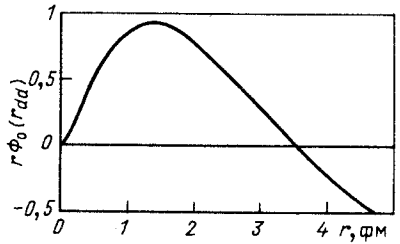
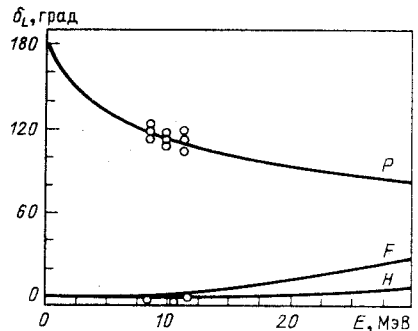


Рис.2. Волновая функция  $S$ -рассея- ния для потенциала  $V^{[22]}(r)$  при  $E_{\text{с.ц.м.}} = 0,5 \text{ МэВ}$

Рис. 3. Фазы рассеяния для потенциала  $V^{[31]}(r)$ . Экспериментальные данные из [34]



ответствующий результатам рис.3, имеет параметры

$$[f] = [31], V_0 = -31,8 \text{ МэВ}, R_0 = 2,33 \text{ фм}, \alpha = 0,76 \text{ фм}. \quad (13)$$

Он дает хорошее описание экспериментальных данных и предсказывает ход фаз при более высоких энергиях в хорошем соответствии с МРГ [36] (так же, как и на рис.1). Мы не учитываем расщепление  $P$ -фазы по значениям полного момента  $J$ , которое, как показывает эксперимент [35], не превышает  $10^\circ$  при энергиях  $E_{\text{с.ц.м.}} > 6 \text{ МэВ}$ . В то же время при малых энергиях  $E_{\text{с.ц.м.}} \rightarrow 0$  фазы  ${}_S^J \delta_L$  для значений  $L = 1$  и  $J^\pi = 0^-$  и  $2^-$  выходят на величину  ${}_S^J \delta_L = \pi$  (есть слабосвязанные состояния [39]), а значению  $J^\pi = 1$  соответствует квазистационарное состояние [39]. Эта разница интерпретируется как влияние тензорного  $NN$ -взаимодействия. Для более точного описания в нашей схеме нетрудно ввести  $J$ -расщепление глубины потенциала  $V^{[31]}(r): V_0 = V_{00} + (-1)^J \Delta V_0$ .

Переходим теперь к вопросу о  $dd$ -потенциале  $V^{[41]}(r)$ . При этом естественно опираться на следующие данные:

1. Основное состояние ядра  ${}^4\text{He}$ , как сильносвязанное в потенциале  $V^{[41]}(r)$ .

2. Упомянутое выше возбужденное состояние  $0^+$  (20,1 МэВ) ядра  ${}^4\text{He}$ , как возбужденное состояние в этом потенциале (волновая функция  $\Phi_{NL}(r_{dd})$  с узлом,  $N = 2, L = 0$ ). Правда, для этого состояния нет экспериментальных данных о спектрофакторе  $S_{dd}({}^4\text{He}^*(0^+))$  его виртуального распада на два дейтрона. Указанный спектрофактор должен быть близок к единице в потенциальной модели (как это имеет место для основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$ ). По этим двум пунктам параметры потенциала  $V^{[41]}(r)$  задаются уже весьма определенно, даже если не стремиться очень точно воспроизвести энергию уровня  $0_2^+$  (20,1 МэВ) (т.е. энергию связи этого уровня 3,7 МэВ в системе  $d + d$ ). Этот уровень имеет, по-видимому, достаточно сложную волновую функцию [40] и при близости значения спектрофактора  $S_{dd}$  к единице.

3. Казалось бы, первостепенную роль должен играть анализ фаз рассеяния в каналах  $S = 0, L$  — четные, которые согласно формуле (9) являются составными. При этом, используя супермультиплетное приближение, отождествляем фазы  $\delta_L^{[22]}$  с известными фазами  ${}_S \delta_L, S = 2$ , как отмечено выше. Тогда из формулы (9) можно определить «экспериментальные» значения фаз рассеяния  $\delta_L^{[41]}$ . Но мы должны принять во внимание новый момент — возможную неунитарность упругих каналов  $S = 0$ ,

$L$  — четные, отражаемую формулой (8). Ведь если  $\eta_L \ll 1$ , то фазовый анализ теряет смысл, становится неустойчивым.

Прямую информацию о величине  $\eta_L$  дало бы экспериментальное исследование четырехчастичного расщепления  $dd_s \rightarrow dd_s$  с регистрацией двух конечных протонов в интервале хотя бы  $\Delta E \cong 10$  МэВ от порога при учете каналов перезарядки (10),  $d + d \rightarrow np + np$  и  $pp + nn$ . Но таких очень нужных данных пока нет. Это сечение должно быть невелико по сравнению с таковым для упругого процесса, так как сечение в канале с заданным  $S$  содержит статистический множитель  $(2S + 1)$  [33], и в целом доминируют каналы с полным спином  $S = 2$  при заметной роли каналов с  $S = 1$ .

Рассмотрим этот вопрос о неупругости в нашей потенциальной модели, для чего сконструируем потенциал  $V^{[4]}(r)$ , который дает энергии связи  $dd$ -системы, близкие к экспериментальным значениям  $\epsilon(0_1^+) = -23,8$  МэВ и  $\epsilon(0_2^+) = -3,7$  МэВ, и в то же время не приводит к связанному состоянию  $2^+(NL = 22)$ , а дает его в соответствии с имеющимися экспериментальными указаниями [41] в виде резонанса при энергии 2—5 МэВ (для  $\alpha\alpha$ -системы уровень  $2^+(NL = 42)$  находится на 2,8 МэВ выше уровня  $0^+(NL = 40)$  [4,26,27]). Всем этим требованиям в виде некоторого, может быть, не самого оптимального компромисса удовлетворяет потенциал с параметрами

$$|l| = |41|, V_0 = -70,0 \text{ МэВ}, R_0 = 1,92 \text{ фм}, a = 0,95 \text{ фм}, \quad (14)$$

фазы рассеяния для которого даны на рис. 4, а упомянутые энергии уровней  $0_1^+$  и  $0_2^+$  равны соответственно  $\epsilon = -24,0$  и  $-0,5$  МэВ (все это с учетом также и кулоновского взаимодействия).

Используя полученные фазы  $\delta_0^{[41]}(E)$  и  $\delta_2^{[41]}(E)$  в сочетании с обсуждавшимися выше фазами  $\delta_0^{[22]}(E)$  и  $\delta_2^{[22]}(E)$ , получаем по формуле (8) немедленно  $\eta_L \ll 1$  для  $l = 0$  и 2 как раз в области экспериментально измеренных фаз рассеяния  $E_{\text{с.п.м.}} = 6 + 7$  МэВ. Конечно, бук-

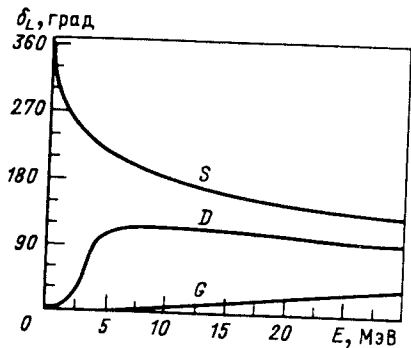


Рис. 4. Фазы рассеяния для потенциала  $V^{[4]}(r)$ . Экспериментальные данные не восстанавливаются (см. текст)

вально формула (9) справедлива при энергиях существенно выше порога

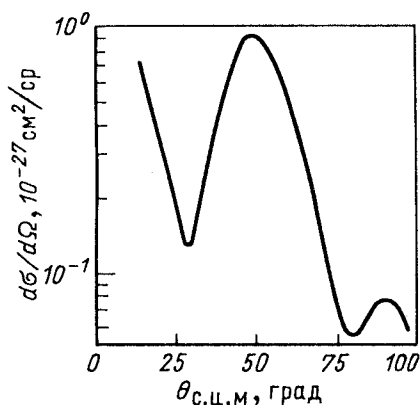


Рис.5. Дифференциальное сечение реакции  $d + d \rightarrow d_s + d_s$  при  $E_{\text{с.ц.м}} = 12,65$  МэВ

Конечно, вся схема рассмотрения рассеяния  $d + d$  буквально применима и к рассеянию  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  (очевидны, например, аналогии при перемножении схем Юнга), в частности, известны некоторые экспериментальные данные по опрокидыванию спин-изоспина [42], аналогичные данным  $d + d \rightarrow d_s + d_s$ . Но относительная роль супермультиплетного расщепления потенциалов здесь будет меньше, чем в случае системы  $d + d$ .

Отметим, что  $dd$ -потенциал, очень близкий к потенциалу (13), является оптимальным для описания реакции срыва ( $\alpha, d$ ) на легких ядрах по методу искаженных волн [43] (по определению это именно потенциал  $V^{[4]}(r)$ ):

$$(\alpha, d): V_0 = -66,6 \text{ МэВ}, R_0 = 2,01 \text{ фм}, a = 1,0 \text{ фм}.$$

Отметим также, что потенциал  $V^{[4]}(r)$  (13) по «мощности»  $V_0 R_0^2$  примерно в 3 раза превосходит потенциал  $V^{[22]}(r)$  (11), что является красивым проявлением супермультиплетных эффектов [33]. Такое различие как раз получается в численно простейшей версии метода резонирующих групп, где, однако, применено проектирование по схемам Юнга и извлечены эффективные локальные потенциалы [44]. У потенциала  $V^{[22]}(r)$

$dd \rightarrow dd$ , но качественно она указывает на интересное явление и ближе к порогу. Таким образом, с одной стороны, было бы важно наблюдать экспериментально доминирующую неупругость  $dd_s \rightarrow dd_s$  в области шириной несколько мегаэлектронвольт выше порога для синглетных каналов  $S = 0, L$  — четные, а с другой — мы не можем определить упомянутые выше «экспериментальные» фазы рассеяния  $\delta_L^{[4]}$ , проверить формулу (9) и т.д. Заметить влияние сильного поглощения в синглетных каналах по виду дифференциального сечения упругого рассеяния, по-видимому, трудно в силу малого вклада синглетных каналов,

нет ни связанных состояний, ни резонансов (связанное  $S$ -состояние с энергией  $\varepsilon \approx -6$  МэВ является запрещенным). Поэтому, в частности, не является связанной системой тетранейтрон как система двух бинейтронов ( $[f] = [22]$ ,  $L^\pi = 0^+$ ,  $T = 2$ ,  $S = 0$ , и в супермультиплетном приближении этот уровень был бы близок по энергии к уровню  $L^\pi = 0$ ,  $T = 0$ ,  $S = 2$ , которого нет и в помине).

Из-за малой энергии связи запрещенного  $S$ -расстояния узел  $S$ -волны в континууме при небольших положительных энергиях лежит вне области действия потенциала (см. рис. 2) и поэтому будет сравнительно подвижным при изменении энергии, в отличие от  $\alpha\alpha$ -системы [4,26,27].

Мы видим, что имеется очень сильная зависимость взаимодействия от спина, но не непосредственно, а через схему Юнга  $[f]$ . Поляризационные эффекты оказываются тем не менее слабыми [12,16] из-за того, что  $J$ -расщепление фаз мало (это определяется слабым эффектом тензорных или спин-орбитальных сил). Для уточнения потенциала  $V^{[4]}(r)$  целесообразно будет привлечь данные о фоторасщеплении  ${}^4\text{He} + \gamma \rightarrow d + d$  [45], где в конечном состоянии может быть схема Юнга  $[f] = [4]$  (квадрупольное поглощение, чувствительное к указанному  $D$ -резонансу) и  $[f] = [31]$  (спин-дипольное поглощение с возбуждением  $P$ -волны и изменением полного спина  $S$ ). В таких фотоядерных данных нет интерференции амплитуд  $T_L^{[4]}$  и  $T_L^{[22]}$ , которая, как мы видим, мешает проявлению потенциала  $V^{[4]}(r)$  в  $dd$ -рассеянии. Наше простое и наглядное рассмотрение, по-видимому, будет эквивалентно расчету МРГ, если в этой схеме учесть связь каналов  $dd \leftrightarrow d_s d_s$  (что не сделано) и использовать элементарную алгебру группы  $SU(4)$ .

Имея сводку (12)—(14), можно дать с помощью работ [4,26,27] систематику «родственных» потенциалов  $V^{[44]}(r)$ ,  $V^{[33]}(r)$  и  $V^{[22]}(r)$  для систем тождественных частиц, описывающих последовательно рассеяние  $\alpha\alpha$  ( $L$  — четные,  $S = 0$ ),  $th$  ( $L$  — нечетные,  $S = 0$ ) и  $dd$  ( $L$  — четные,  $S = 0$  или 2):

$$\begin{aligned} [f] = [44], & \quad V_0 = -125 \text{ МэВ}, \quad R_0 = 1,78 \text{ фм}, \quad a = 0,66 \text{ фм}, \\ [f] = [33], & \quad V_0 = -76,5 \text{ МэВ}, \quad R_0 = 1,85 \text{ фм}, \quad a = 0,71 \text{ фм}, \\ [f] = [22], & \quad V_0 = -41,5 \text{ МэВ}, \quad R_0 = 1,45 \text{ фм}, \quad a = 0,81 \text{ фм}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь при последовательном вычеркивании столбца из двух клеток относительный вес антисимметричных пар последовательно нарастает, и это в связи с действием сил Майорана является главной причиной быстрого понижения «мощности» потенциала  $V_0 R_0^2$ . Действительно, мощность

гораздо медленнее понижается в другом семействе потенциалов, где уменьшение числа нуклонов в системе  $\alpha\alpha - th - dd$  сопровождается, наоборот, понижением относительного веса антисимметричных пар (в  $th$ -системе  $L$  — четные,  $S = 1$ ; в  $dd$ -системе  $L$  — четные,  $S = 0$ ):

$$\begin{aligned} |f| = [44], V_0 = -125 \text{ МэВ}, R_0 = 1,78 \text{ фм}, a = 0,66 \text{ фм}, \\ |f| = [42], V_0 = -97,5 \text{ МэВ}, R_0 = 1,85 \text{ фм}, a = 0,71 \text{ фм}, \\ |f| = [4], V_0 = -70,0 \text{ МэВ}, R_0 = 1,92 \text{ фм}, a = 0,95 \text{ фм}. \end{aligned} \quad (16)$$

### 3. ПОСТРОЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ $V_L^{lf}$ ДЛЯ СИСТЕМ $d + p$ И $d + h$

Здесь мы имеем гораздо более экспериментально исследованную область, чем в предыдущем случае. Согласно изложенному выше, мы пишем

$$S_{L,S}^{ypp} = \eta_{L,S} \exp(2i\delta_{L,S}) \equiv T_{L,S} + 1; \quad (17)$$

$$\delta_{L,1/2} = \frac{1}{2} \delta_L^{lf_1} + \frac{1}{2} \delta_L^{lf_2}; \quad (18)$$

$$\delta_{L,3/2} = \delta_L^{lf_1}; \quad (19)$$

$$\eta_{L,1/2} = |\cos(\delta_L^{lf_1} - \delta_L^{lf_2})|; \quad (20)$$

$$\eta_{L,3/2} = 1. \quad (21)$$

Неунитарность амплитуды упругого рассеяния в дублетных каналах (20) обусловлена включением каналов опрокидывания спин-изоспина дейтрона  $d + p \rightarrow d_s + p$ ,  $d + h \rightarrow d_s + h$  и перезарядки  $d + p \rightarrow pp + n$ ,  $d + h \rightarrow pp + t$ :

$$\begin{aligned} S_{L,1/2}^{\text{опр}} &= \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2}, 10 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} T_L^{lf_1} - \frac{1}{2} T_L^{lf_2} \right), \\ S_{L,1/2}^{\text{н}} &= \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2}, 11 \middle| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} T_L^{lf_1} - \frac{1}{2} T_L^{lf_2} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

(коэффициентами здесь являются коэффициенты Клебша—Гордана изоспиновой группы  $SU(2)$ ). При этом  $S$ -матрица унитарна:

$$\left| S_{L,1/2}^{\text{опр}} \right|^2 + \left| S_{L,1/2}^{\text{н}} \right|^2 + \left| S_{L,1/2}^{\text{н}} \right|^2 = 1, \quad \left| S_{L,3/2}^{\text{опр}} \right|^2 = 1. \quad (23)$$

Следуя работе [20], обсудим задачу восстановления потенциалов  $V_L^{[l]}(r)$ , соответствующих различным допустимым пространственным перестановочным симметриям [f]. Рассмотрение начнем с системы  $p + d$ . Для нее имеется обширный экспериментальный материал о фазах рассеяния и параметрах неупругости  $\eta_L$  в широком диапазоне энергий до 30 МэВ и для большого набора парциальных волн  $l = 0 + 8$  [46, 47].

Экспериментальные данные для  $p + d$ -рассеяния хорошо согласуются с теоретическими расчетами, выполненными на основе решения уравнений Фаддеева [48]. Анализируя экспериментальные данные, отмечаем существенную неупругость дублетных каналов ( $\eta_L \leq 0,5$  при  $E \geq 7$  МэВ) и унитарность кватртетных ( $\eta_L \cong 1$  во всем диапазоне энергий), что как раз и соответствует нашему подходу (20), (21). Далее, интересно поведение  $S$ - и  $D$ -фазовых сдвигов в кватртетных каналах:  $D$ -фаза отрицательна при малых энергиях ( $\cong -10^\circ$ ) и затем меняет знак, а  $S$ -фаза характеризуется резким падением с ростом энергии. Это свидетельствует о наличии периферического отталкивания, связанного с обменом нуклонами (влияние такого обмена хорошо исследовано в реакциях с тяжелыми ионами [11]). Соответствующие потенциалы строим в виде

$$V_L^{[l]}(r) = V_1 \exp(-\alpha r^2) + V_2 \exp(-\beta r), \quad (24)$$

где экспоненциальная добавка моделирует отталкивание на периферии. Такое заключение, впервые сделанное в предварительном сообщении [49], подтверждается независимыми результатами работы [50]. При построении потенциалов учитываем их расщепление по четности орбитального момента [39].

Восстанавливая потенциал  $V_L^{[21]}$ , при четных  $L$  исходим из того, что он должен иметь запрещенное  $S$ -состояние, поскольку симметрия [21] реализуется, начиная с конфигурации  $0s(1p)^2$ . При генеалогическом разложении этой трехнуклонной конфигурации на произведение  $(0s)^2$ -состояния дейтрона и функцию  $\chi(r)$   $p - d$  относительного движения в последней благодаря сохранению числа осцилляторных квантов возникает узловое поведение (состояние  $2S$ ), а безузловая волновая функция  $\chi(r)$  вида  $0S$ , отвечающая конфигурации  $(0s)^3$ , исключена принципом Паули (рассматриваем кватртетные каналы). Соответствующий глубокий потенциал  $V_L^{[21]}$  для четных  $L$  содержит это состояние как запрещенное (см. [4, 26, 27]). Ранее узел волновой функции  $\chi(r)$  в  $S$ -волне воспринимался как отталкивающая сердцевина [26]. Интересно то, что и в строгой трех-

частичной теории рассеяния удается [51] найти интерпретацию этих запрещенных состояний в форме так называемых духовых состояний.

Параметры потенциала  $V_L^{[21]}$  в форме [24], восстановленного по экспериментальным фазовым сдвигам рассеяния [47], при четных  $L$  приведены в табл. 1. Энергия запрещенного состояния  $E = -2$  МэВ. На рис. 6 представлены результаты расчета фаз рассеяния с потенциалом  $V_L^{[21]}$  для четных  $L$ , в дополнение к которому учтено и кулоновское взаимодействие в  $p + d$ -системе.

Потенциал  $V_L^{[21]}$  при нечетных  $L$  не дает запрещенных состояний. Ход фазовых сдвигов [47] позволяет выбрать его притягивающим в гауссовой форме. Его параметры приведены в табл. 1. Фазовые сдвиги для этого потенциала с учетом кулоновского взаимодействия представлены на рис. 6.

Таблица 1. Потенциалы  $p + d$ -взаимодействия

$[f]$	$L$	$V_1, \text{МэВ}$	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$	$V_2, \text{МэВ}$	$a_2, \text{фм}^{-1}$	$W_1, \text{МэВ}$	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$	Мощность
21	Четное	-57,0	0,37	7,2	0,36	—	—	-53
21	Нечетное	-8,8	0,06	—	—	—	—	-73
3	Четное	-55,8	0,31	—	—	17,0	0,43	-90
3	Нечетное	-13,8	0,16	1,6	0,09	-6,24	0,33	-30

Переходя к неунитарным дублетным каналам, замечаем, что непосредственное восстановление потенциалов  $V_L^{[3]}$  по экспериментальным фазовым сдвигам невозможно, поскольку в эксперименте по  $p + d$ -рассеянию состояния с симметрией  $[f] = [3]$  в чистом виде не реализуются. Используя, однако, супермультиплетное приближение (18) и отождествляя фазы  $\delta_L^{[21]}$  с кватрлетными, получаем возможность выделения при энергиях в несколько раз выше порога «чистых» фазовых сдвигов  $\delta_L^{[3]}$ , по которым и должны восстанавливаться потенциалы  $V_L^{[3]}$ . При этом мы должны учитывать, что в случае существенной неунитарности упругих каналов  $S = 1/2$ , т.е. при  $\eta_L \ll 1$ , фазовый анализ становится неустойчивым. Поэтому для надежного определения потенциалов  $V_L^{[3]}$  необходимо привлекать и другие данные, например сечения фоторасщепления  $^3\text{He}$  и радиационного захвата  $p + d$ . Влияние триплетного трехчастично-



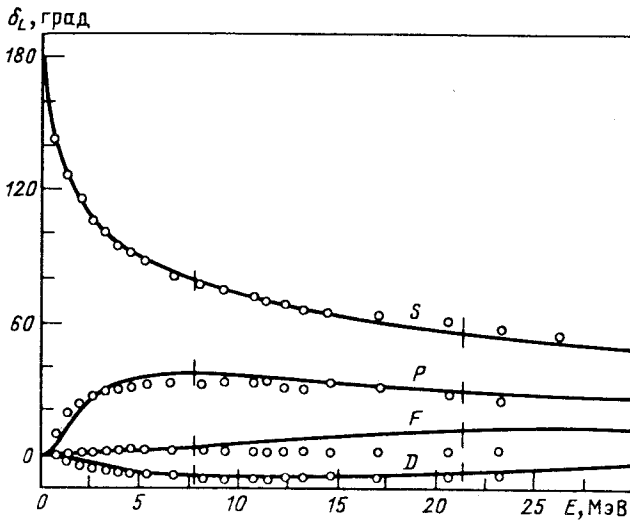


Рис. 6. Фазовые сдвиги для потенциалов  $p + d$ -взаимодействия в каналах с  $|L| = [21]$  (с учетом кулоновского взаимодействия). Отмечены значения экспериментальных фазовых сдвигов из [47], показан разброс экспериментальных фазовых данных работ [46]

го развала может быть учтено введением в потенциал мнимой добавки в виде  $iV_1 \exp(-\alpha_1 r^2)$ .

При восстановлении потенциала  $V_L^{[31]}$  при четных  $L$  необходимо учитывать, что  $S$ -состояние в этом потенциале — основное состояние ядра  ${}^3\text{He}$  как связанной системы  $p + d$  с энергией связи  $E = 5,5$  МэВ. Параметры потенциалов  $V_L^{[31]}$  приведены в табл. 1, а соответствующие им фазовые сдвиги изображены на рис. 7 (с учетом кулоновского взаимодействия). На рис. 8 представлены параметры неупругости  $\eta_{L,1/2}$  для низших частичных волн  $L = 0 \div 3$ , рассчитанные согласно (20).

Дифференциальные сечения упругого рассеяния протона на дейтроне для двух значений энергии рассеяния представлены на рис. 9 в сравнении с экспериментальными данными работы [52]. На рис. 10 изображены рассчитанные нами дифференциальные сечения реакции переворачивания спин-изоспина дейтрона в синглет. Для сравнения приведены результаты работы [53], в которой экспериментальные значения сечений нормированы двумя различными способами. Отметим, что экспериментальные данные имеются в диапазоне углов, не захватывающем характерный про-

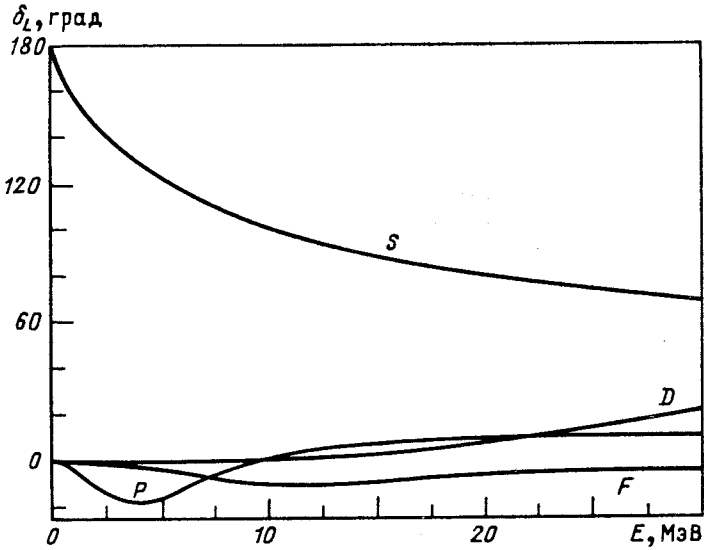


Рис.7. Фазовые сдвиги для потенциалов  $p + d$ -взаимодействия в каналах с  $[J] = [3]$  (с учетом кулоновского взаимодействия)

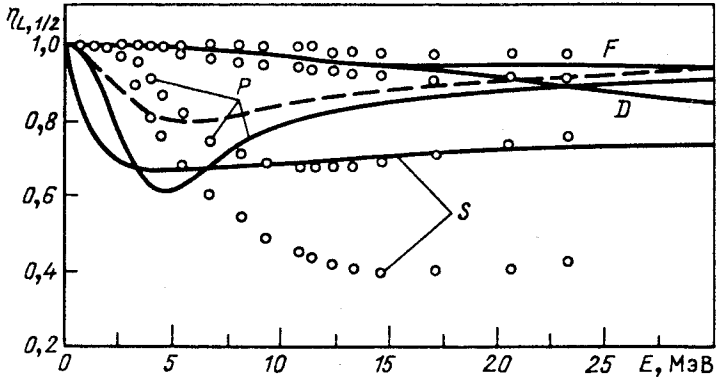


Рис.8. Коэффициент отражения  $\eta_{L,1/2}$  в дублетных каналах ( $S = 1/2$ )  $p + d$ -системы

вал в сечении в области  $\theta = 120^\circ$ , и очень желательно провести в этой области более полные измерения.

Таким образом, мы нашли потенциалы взаимодействия и соответствующие им амплитуды  $p + d$ -рассеяния во всех допустимых каналах с  $S$ ,

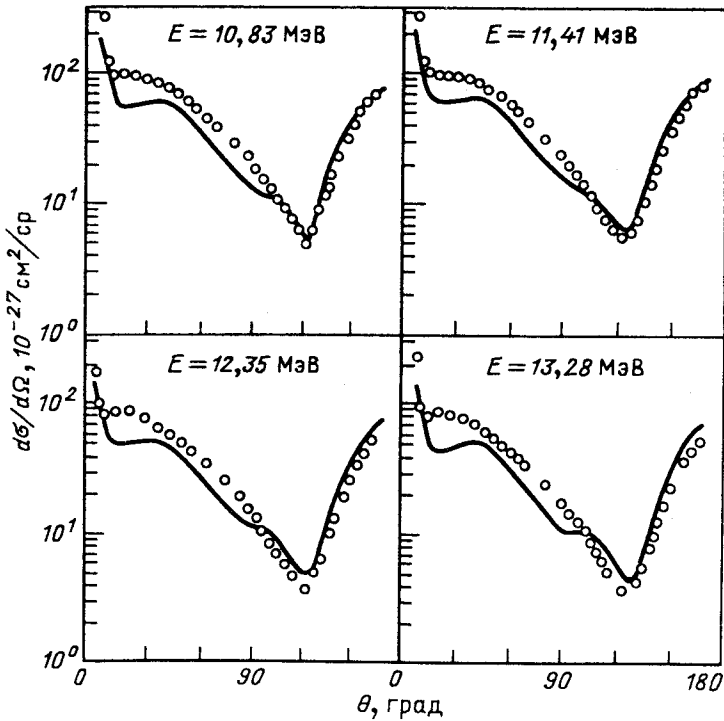


Рис.9. Дифференциальные сечения упругого  $p + d$ -рассеяния для четырех значений энергии рассеяния. Экспериментальные значения сечений из [52]

равными  $1/2$  и  $3/2$ , а также  $[f] = [3]$  и  $[f] = [21]$ . Надежность и эффективность найденных потенциалов рассмотрены в [54] применительно к реакции  ${}^3\text{He}(\gamma, p)d$  фоторасщепления  ${}^3\text{He}$ .

Перейдем к анализу системы  $d + h$  (табл. 2). Из-за недостаточной точности экспериментальных данных по сечениям упругого рассеяния и поляризациям фазовый анализ для этой системы выполнен только в области низких энергий ( $E \leq 3,4$  МэВ) и оказался неоднозначным [55]. Для более высоких энергий мы опираемся непосредственно на дифференциальные сечения упругого рассеяния [56] и фазовые сдвиги, рассчитанные в [57] по методу резонирующих групп.

При построении потенциала  $V_L^{[32]}$  для четных  $L$  исходим из того, что он должен иметь запрещенное  $S$ -состояние, так как пятинуклонные состояния со схемой Юнга  $[f] = [32]$  реализуются, начиная с configura-

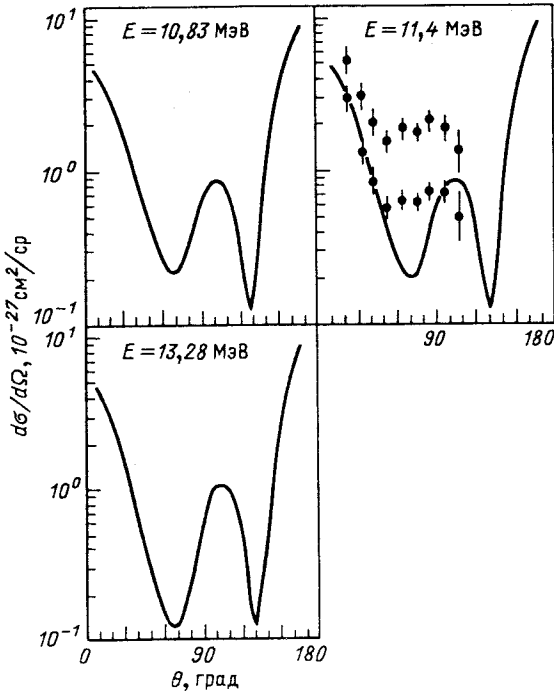


Рис.10. Дифференциальные сечения реакции переворачивания спин-изоспина дейтрона в синглетное спиновое состояние для различных значений энергии рассеяния. Экспериментальные значения для  $E = 11,4$  МэВ из [53]

ции  $s^3p^2$ , которая при генеалогическом разложении по состояниям  $3N \times 2N \times \chi(r)$  снова дает узловую функцию  $\chi(r)$  относительного движения  $^3\text{He}$  и  $d$ . Нижайшим наблюдаемым состоянием положительной четности является известный резонанс  $J^\pi = 3/2^+$  при  $E = 0,26$  МэВ [56] в системе  $d + h$ . Используя в качестве исходного приближения квартетные фазовые сдвиги, вычисленные с МРГ [57], уточняем затем потенциалы  $V_D^{[32]}$  непосредственно по дифференциальным сечениям упругого рассеяния  $d + h$  [56]. Результирующие фазовые сдвиги рассеяния для каналов  $S = 3/2$  при четных  $L$  и  $|J| = [32]$  приведены на рис. 11, а сам потенциал дан в табл. 1. Энергия запрещенного состояния  $E = -4,61$  МэВ. В случае нечетных  $L$  мы учитываем наличие запрещенного  $P$ -состояния (низшая разрешенная конфигурация  $s^2p^3$ ). Параметры потенциала, выбираемого, как и ранее, в виде (24),  $V_L^{[32]}$  для нечетных  $L$  даны в табл. 1, а соответ-

вующие фазовые сдвиги  $\delta_L^{[32]}$  изображены на рис. 11. Энергия его запрещенного состояния  $E = -8,0$  МэВ.

Таблица 2. Потенциалы  $d + {}^3\text{He}$ -взаимодействия

$[l]$	$L$	$V_1, \text{МэВ}$	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$	$V_2, \text{МэВ}$	$a_2, \text{фм}^{-1}$	Мощность
32	Четное	-50,0	0,15	—	—	-167
32	Нечетное	-73,1	0,23	18,1	0,56	-123
41	Четное	-57,0	0,16	8,4	0,21	-138
41	Нечетное	-69,0	0,14	—	—	-246

Обратимся теперь к неунитарным дублетным каналам. С помощью формулы (18) восстановим фазовые сдвиги  $\delta_L^{[41]}$ , соответствующие схеме Юнга  $[l] = [41]$ . При восстановлении потенциалов  $V_L^{[41]}$  будем исходить из наличия у потенциала  $V_L^{[41]}$  при четных  $L$  запрещенного  $S$ -состояния, а у потенциала  $V_L^{[41]}$  с нечетными  $L$  — наблюдаемого связанного  $P$ -состояния, соответствующего основному состоянию  ${}^5\text{Li } J^\pi = 3/2^-$  в канале

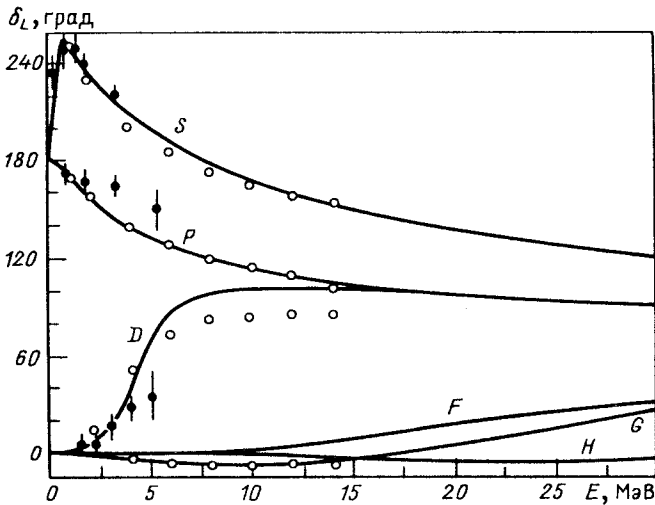


Рис. 11. Фазовые сдвиги  $d + {}^3\text{He}$ -рассеяния в каналах  $[l] = [32]$  (с учетом кулоновского взаимодействия). Отмечены значения МРГ — фазовых сдвигов из работы [57] (светлые точки) и экспериментальных фазовых сдвигов из работы [55] (черные)

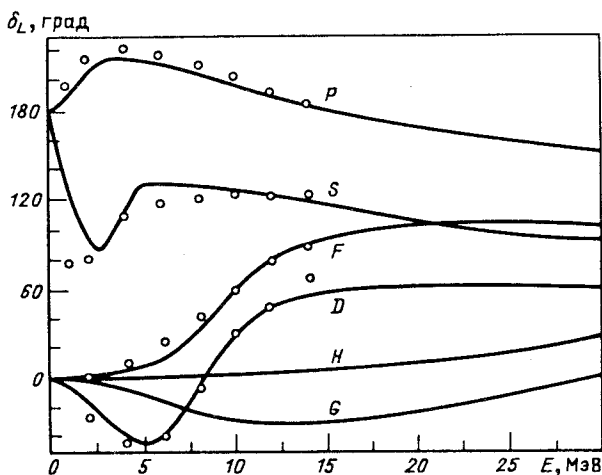
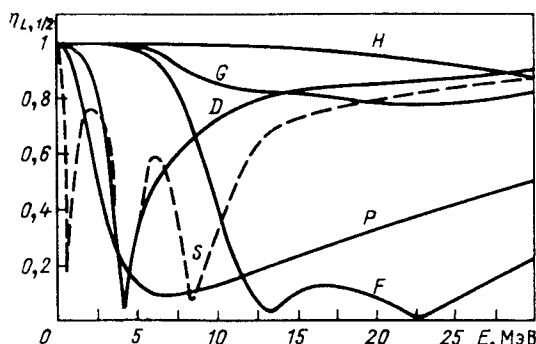


Рис. 12. Фазовые сдвиги для  $d+{}^3\text{He}$ -рассеяния в каналах с  $|J|=41$ . Отмечены значения «чистых»  $\delta_L^{[44]}$  фазовых сдвигов, полученных из МРГ фазовых сдвигов работы [57]

$d+h$ . Состояние  $J^\pi = 3/2^-$  распадается по каналу  ${}^4\text{He} + p$  с большим спектроскопическим множителем  $S_p \cong 1$  [29].

Параметры найденных нами потенциалов  $V_L^{[41]}$  приведены в табл. 1, а соответствующие им фазовые сдвиги изображены на рис. 12 (с учетом кулоновского взаимодействия). Энергия запрещенного состояния потенциала  $V_L^{[41]}$  для четных  $L$   $E = 16$  МэВ. Здесь опять можно отметить большую роль периферического отталкивания для четных  $L$ . Этим объясняются замысловатый ход  $S$ -фазы и отрицательные значения  $D$ -фазы при малых энергиях.  $D$ -фаза меняет знак при увеличении  $E$ . Сравнивая



теоретический результат с фазовыми сдвигами  $\delta_L^{[32]}$ , полученными из МРГ-расчетов, отметим, что здесь тоже  $\eta_L \ll 1$  (рис. 13) и что учет этого обстоятель-

Рис.13. Коэффициенты отражения  $\eta_{L,1/2}$  в дублетных каналах  $d+{}^3\text{He}$ -системы

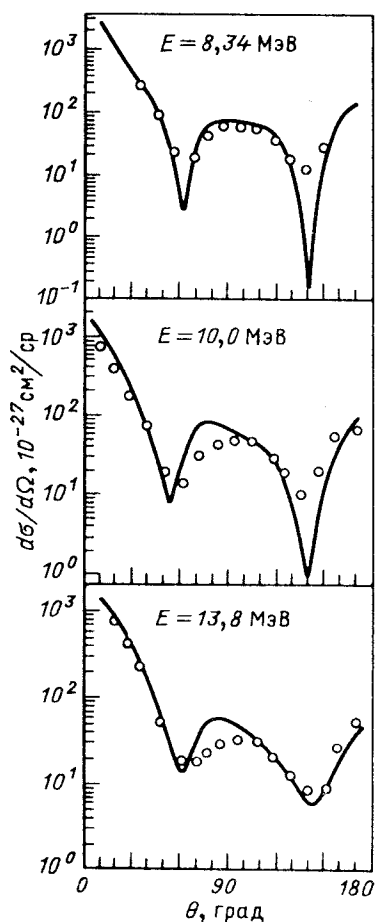


Рис.14. Дифференциальные сечения упругого  $d + {}^3\text{He}$ -рассеяния для различных энергий. Экспериментальные данные из [56]

ства в процедуре МРГ с помощью чисто феноменологического введения мощной мнимой части в потенциал взаимодействия не даст связи  $dh \rightarrow d_s + ppt$ . Согласно с экспериментальными данными по дифференциальным сечениям упругого рассеяния с нашими значениями фазовых сдвигов, как видно из рис. 14, также хорошее. На рис. 15 представлены предсказанные нами неупругие сечения реакции переворачивания спин-изоспина дейтрона в синглет  $d + h \rightarrow pp + t$ , которые могут быть измерены путем регистрации тритона (или  $pp$ -пары). Постановка такого эксперимента была бы весьма желательной.

Переходя к анализу потенциалов  $V_L^{[l]}(r)$  (см. табл. 1), замечаем, что потенциалы, соответствующие различным пространственным симметриям  $[l]$ , даже для одних и тех же систем сильно различаются по мощности, которую удобно определить с помощью следующего объемного интеграла:

$$w_L^{[l]}(r) = \int V_L^{[l]}(r) r dr, \quad (25)$$

причем эта мощность существенно уменьшается при переходе от состояний с более симметричной схемой Юнга  $[l]$  к состояниям с менее симметричной схемой, благодаря чему амплитуды рассеяния для разных  $[l]$  сильно различаются. Это обстоятельство оправдывает использование супермультиплетной схемы, несмотря на ее приближенность.

Наши результаты позволяют понять, почему попытка потенциального описания дублетных каналов в системе  $d + p$  единым потенциалом  $V_{L,1/2}$  [21] сталкивалась с большими трудностями.

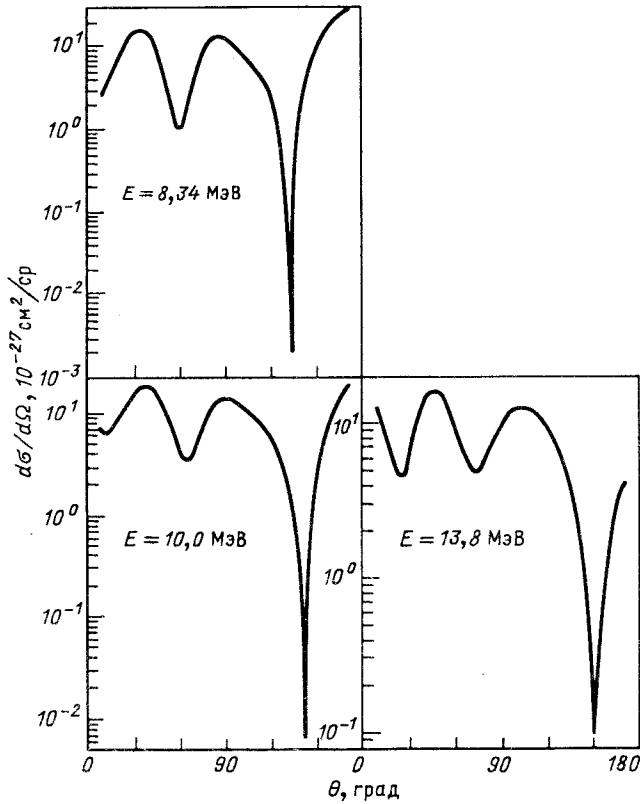


Рис.15. Дифференциальные сечения перезарядки  $d + {}^3\text{He} \rightarrow pp + {}^3\text{H}$  для различных энергий

#### 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КЛАСТЕРОВ $pt$ И $ph$

В случае упругого рассеяния протона на  ${}^3\text{He}$   $[f_A] = [11]$ ,  $t_A = 1/2$ ,  $\tau_A = 1/2$ ,  $S_A = 1/2$  и  $[f_B] \equiv [3]$ ,  $t_B = 1/2$ ,  $\tau_B = 1/2$ ,  $S_B = 1/2$ . Полный изоспин системы  $t = 1$ , а допустимые значения  $[f]$  определяются внешним произведением  $[1] \times [3] = [31] + [4]$ . Используя значения изоскалярных множителей группы  $SU(4)$  [37], получаем, что в каналах с  $S = 1$  и  $S = 0$  амплитуда рассеяния является чисто потенциальной амплитудой  $T_{L,1,S}^{[31]}$ . В случае же рассеяния  $p + t$  мы получаем, что в синглетных каналах  $S = 0$  парциальная амплитуда рассеяния  $T_{L,S=0}$  является суперпози-



цией потенциальных амплитуд с различными фиксированными схемами Юнга  $[f]$  и полными изоспинами  $t$ :

$$T_{L,0} = (t_p - \tau_p t_t \tau_t | 00)^2 T_{L,0,0}^{[4]} + (t_p \tau_p, t_t \tau_t | 10)^2 T_{L,1,0}^{[31]} \quad (26)$$

Формально допустимое слагаемое с  $[f] = [31]$  и  $t = 0$  отсутствует, так как соответствующий изоскалярный множитель равен нулю (все отличные от нуля такие множители для наших примеров равны единице).

Для триплетных каналов в системе  $p + t$  ( $S = 1$ ) имеется интерференция только по изоспину:

$$T_{L,1} = (t_p \tau_p, t_t \tau_t | 00)^2 T_{L,0,1}^{[31]} + (t_p \tau_p, t_t \tau_t | 10)^2 T_{L,1,1}^{[31]} \quad (27)$$

Переходя к парциальной  $S$ -матрице, запишем

$$T_{L,t,S}^{[f]} = S_{L,t,S}^{[f]} - 1, \quad (28)$$

причем амплитуды  $T_{L,t,S}^{[f]}$  являются потенциальными (это один из центральных моментов теории [18, 20]):

$$S_{L,t,S}^{[f]} = \exp [2i\delta_{L,t,S}^{[f]}]; \quad (29)$$

$$S_{L,S}^{\text{унп}} \equiv \eta_{L,S} \exp (2i\delta_{L,S}) \equiv T_{L,S} + 1; \quad (30)$$

$$\delta_{L,S=0} = \frac{1}{2} \delta_{L,0,0}^{[4]} + \frac{1}{2} \delta_{L,1,0}^{[31]}; \quad (31)$$

$$\delta_{L,S=1} = \frac{1}{2} \delta_{L,0,1}^{[31]} + \frac{1}{2} \delta_{L,1,1}^{[31]}; \quad (32)$$

$$\eta_{L,S=0} = |\cos (\delta_{L,0,0}^{[4]} - \delta_{L,1,0}^{[31]})|; \quad (33)$$

$$\eta_{L,S=1} = |\cos (\delta_{L,0,1}^{[31]} - \delta_{L,1,1}^{[31]})|. \quad (34)$$

Неунитарность амплитуды упругого рассеяния (33), (34) обусловлена включением канала перезарядки  $p + t \rightarrow n + h$ , соответствующие элементы  $S$ -матрицы:

$$S_{L,S=0}^n = \frac{1}{2} T_{L,0,0}^{[4]} - \frac{1}{2} T_{L,1,0}^{[31]}, \quad (35)$$

$$S_{L,S=1}^n = \frac{1}{2} T_{L,0,1}^{[31]} - \frac{1}{2} T_{L,1,1}^{[31]}. \quad (36)$$

Обсудим вначале взаимодействие  $p + h$ . Имеющиеся экспериментальные данные взаимно согласуются в области энергий  $E_p \leq 20$  МэВ [59—63]. Расчеты по МРГ [64] лишь качественно соответствуют эксперименту. В работе [65] были предложены сепарабельные потенциалы первого и вто-

рого ранга — свои для каждой парциальной волны  $LSt$  в системе  $p + h$ , но там не была введена симметрия  $[f]$ , т.е. не было связи упругого рассеяния и перезарядки.

При восстановлении потенциала  $V_{L,t=1, S=1}^{[31]}$  в триплетных каналах ( $S = 1$ ) для четных  $L$  необходимо учитывать, что он обладает запрещенным  $S$ -состоянием (конфигурация  $(0s)$ <sup>4</sup> не совместима с симметрией  $[f] = [31]$ ). Энергия этого запрещенного состояния, как показывает наш расчет, оказывается равной приблизительно  $-5$  МэВ. По аналогичной причине обладает запрещенным  $S$ -состоянием и потенциал  $V_{L,t=1, S=0}^{[31]}$  в синглетных ( $S = 0$ ) каналах для четных  $L$ .

Параметры восстановленных нами потенциалов, выбранных в форме (24), приведены в табл. 3, а соответствующие им фазовые сдвиги (с учетом кулоновского взаимодействия) изображены на рис. 16. Отметим, что второй член в потенциале  $V(r)$  моделирует периферическое отталкивание, связанное с обменом нуклоном [49].

Таблица 3. Потенциалы  $p + {}^3\text{He}$ -взаимодействия

$[f]$	$L$	$S$	$t$	$V_1, \text{МэВ}$	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$	$V_2, \text{МэВ}$	$a_2, \text{фм}^{-1}$	$V_{S0}, \text{МэВ}$	$\alpha_{S0}, \text{фм}^{-2}$	Мощность
31	Четное	1	1	— 43,2	0,26	—	—	—	—	—83
31	Нечетное	1	1	— 21,7	0,11	—	—	—1,54	0,11	—99
31	Четное	0	1	—110,0	0,37	45,0	0,67	—	—	—59
31	Нечетное	0	1	— 4,8	0,05	—	—	—	—	—47

Перейдем к потенциалам взаимодействия  $p + t$ . Фазы рассеяния известны здесь лишь в области малых энергий  $E \leq 12$  МэВ [66,67] и точность их невелика. Поэтому мы используем непосредственно дифференциальные сечения упругого рассеяния [67,68] и перезарядки  $p + t \rightarrow n + h$  [68], которые имеются уже в широкой области энергий.

Описание МРГ касалось лишь малых энергий [69], и согласие с экспериментом носило качественный характер. Хотя восстановление потенциалов  $V_{L,t,S}^{[f]}$  по фазовым сдвигам невозможно вследствие составного характера наблюдаемых фаз (см. формулы (31), (32)), однако мы можем использовать результаты для системы  $p + h$ , изменяя лишь кулоновское взаимодействие. Так, мы получаем фазы  $\delta_{L,t=1,S}^{[31]}$  при  $S$ , равном 0 и 1, и далее несложно восстановить из этих фаз и экспериментальных фаз

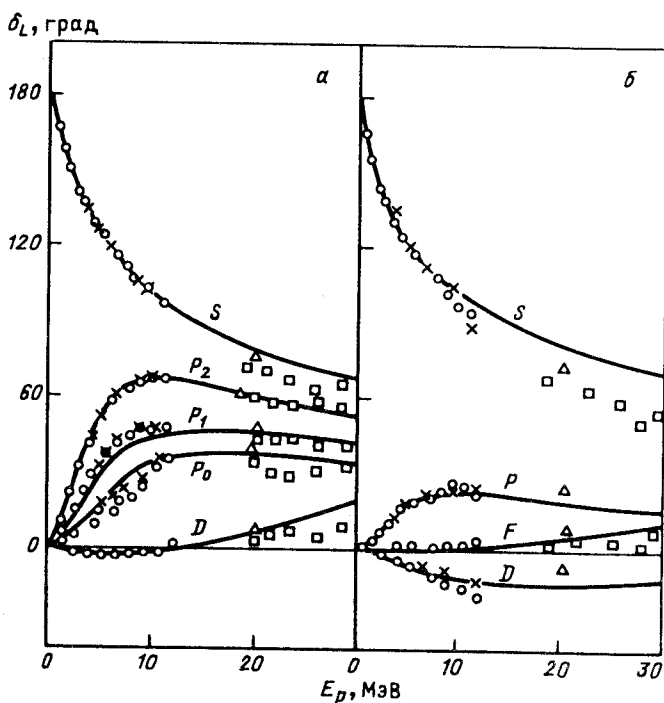


Рис. 16. Фазовые сдвиги для потенциалов  $V_{L,1,1}^{[31]}$  (а) и  $V_{L,1,0}^{[31]}$  (б) системы  $p + {}^3\text{He}$  (с учетом кулоновского взаимодействия). Экспериментальные данные взяты из:  $\circ$  — [59];  $\times$  — [60];  $\Delta$  — [61];  $\square$  — [62]

$p + t$  уже «супермультиплетные» фазы  $\delta_{L,t=0,S=0}^{[4]}$ . Эти фазы изображены на рис. 17. Параметры соответствующих им потенциалов приведены в табл. 4.

Таблица 4. Потенциалы  $p + {}^3\text{H}$ -взаимодействия

$ J $	$L$	$S$	$t$	$V_1, \text{МэВ}$	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$	$V_2, \text{МэВ}$	$a_2, \text{фм}^{-1}$	$V_{S0}, \text{МэВ}$	$\alpha_{S0}, \text{фм}^{-2}$	Мощность
4	Четное	0	0	-72,5	0,23	—	—	—	—	-158
4	Нечетное	0	0	-7,96	0,03	—	—	—	—	-133
31	Четное	1	0	-47,0	0,39	6,05	0,39	—	—	-42
31	Нечетное	1	0	-18,2	0,11	—	—	-1,87	0,11	-83

При восстановлении потенциала  $V_{L,t=0,S=1}^{[31]}$  для четных  $L$  было учтено наличие у него запрещенного  $S$ -состояния. Энергия его равна  $-0,01$  МэВ. При построении потенциала  $V_{L,t=0,S=0}^{[4]}$  для четных  $L$  необходимо учитывать, что его  $S$ -состояние является основным состоянием ядра  ${}^4\text{He}$   $J^\pi = 0^+$  [39] как системы  $p + t$  с энергией связи  $19,8$  МэВ. Отметим, что построенный нами потенциал не только воспроизводит энергию связи, но и дает хорошо согласующееся с экспериментом импульсное распределение протонов в ядре  ${}^4\text{He}$ .

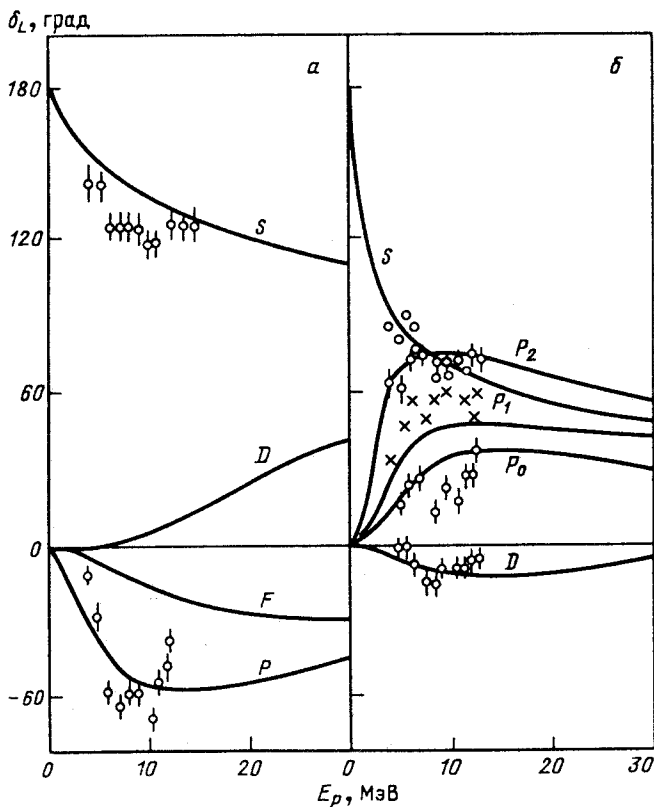


Рис.17. Фазовые сдвиги для потенциалов системы  $p + {}^3\text{H}$  (с учетом кулоновского взаимодействия): а — потенциал  $V_{L,0,0}^{[4]}$ : отмечены значения «чистых»  $\delta_{L,0,0}^{[4]}$  фазовых сдвигов, полученные из экспериментальных фаз [66,67], и «чистых»  $\delta_{L,0,0}^{[31]}$  фазовых сдвигов; б — потенциал  $V_{L,0,1}^{[31]}$ : отмечены значения «чистых»  $\delta_{L,0,1}^{[31]}$  фазовых сдвигов, полученные из экспериментальных фаз [66,67], и «чистых»  $\delta_{L,1,1}^{[31]}$  фазовых сдвигов

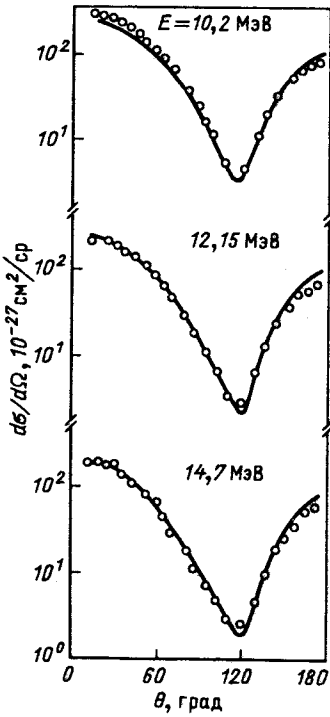
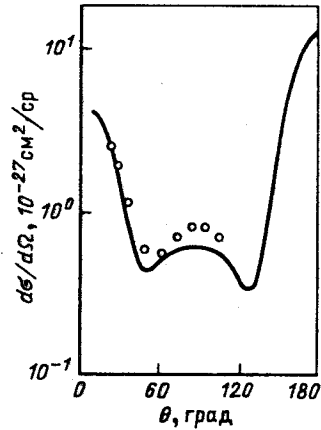


Рис.18. Дифференциальные сечения упругого  $p + {}^3\text{H}$ -рассеяния для разных значений энергии. Экспериментальные данные из [68]

Рис.19. Дифференциальные сечения реакции перезарядки  $p + {}^3\text{H} \rightarrow n + {}^3\text{He}$  для  $E = 10,2$  МэВ. Экспериментальные данные из [68]



Дифференциальные сечения упругого  $p + t$ -рассеяния, вычисленные для трех значений энергии протона, приведены на рис. 18 вместе с экспериментальными значениями сечений, взятыми из [68]. На рис. 19 изображено дифференциальное сечение реакции перезарядки (эксперимент из [68]).

Важный вывод, который является оправданием нашего подхода, заключается в том, что мощность потенциалов (25) существенно уменьшается при уменьшении симметричности  $|f|$ . В то же время дополнительное изоспиновое расщепление потенциалов мало, но оно уверенно определяется по форме дифференциальных сечений перезарядки.

В целом мы впервые на единой основе обобщенного потенциального подхода установили связь между сечениями упругого рассеяния и перезарядки. Кроме того, полученные потенциалы позволяют количественно описывать соответствующие фотоядерные реакции, как мы покажем ниже.

## 5. ФОТОЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

Фотоядерные реакции с участием легчайших ядер, начиная с известных работ А.Н.Горбунова [70], привлекают к себе внимание как экспериментаторов [71—73], так и теоретиков [74—76]. Теоретическое описание процессов радиационного захвата и двухчастичного фоторасщепления, как правило, основывается на использовании сложных многочастичных волновых функций для основных состояний ядер [77,78], либо проводится в рамках микроскопических подходов типа МРГ или К-гармоник [79]. Позволяя понять отдельные характерные черты явления, такие подходы обладают и ощутимыми недостатками. Так, подход, основанный на использовании многочастичных волновых функций, не содержит практического рецепта для учета взаимодействия в конечном состоянии для процессов фоторасщепления и в начальном состоянии для процессов радиационного захвата, без чего невозможно претендовать на точное количественное описание. Имеющиеся же микроскопические расчеты (см., например, [79]) не принимают во внимание связи каналов упругого рассеяния с неупругими каналами переворачивания спин-изоспина дейтрона и перезарядки в конечном или начальном состоянии, что, как было показано в предыдущих разделах, играет существенную роль, определяя вид соответствующих потенциалов и волновых функций. В связи с перечисленными недостатками «точных» микроскопических подходов особую ценность приобретает простое потенциальное описание фотоядерных реакций [16,74—76]. Однако традиционный потенциальный подход, вполне пригодный для описания фотоядерных процессов в системах, характеризующихся единственной допустимой симметрией  $[f]$ , например, реакцией  ${}^6\text{Li}\gamma \rightarrow d + \alpha$ ,  ${}^7\text{Li}\gamma \rightarrow \alpha + {}^3\text{H}$ , сталкивается с практически непреодолимыми трудностями при попытках его применения к реакциям с легчайшими ядрами, таким как  $d + d \rightarrow {}^4\text{He}\gamma$  [75,76]. В [75] даже сделано заключение о неправомерности такого подхода к описанию фотоядерных реакций с участием легчайших ядер (в первую очередь имелась в виду конкретная реакция  $d + d \rightarrow {}^4\text{He}\gamma$ ). Дело здесь заключается в том, что в системах легчайших ядер часто реализуются несколько возможных пространственных симметрий системы  $[f]$ , а значит, традиционный потенциальный подход необходимо соответствующим образом изменить. Воспользовавшись развитым в предыдущих разделах обобщенным потенциальным описанием взаимодействия ядер, рассмотрим фотоядерные реакции с их участием. Рассмотрим будем вести в двух аспектах:

1) как хорошую проверку построенных по данным рассеяния потенциалов кластер-кластерного и нуклон-кластерного взаимодействия, особенно вне массовой поверхности;

2) пытаюсь построить количественно точный и в то же время практически простой формализм для описания фотоядерных процессов в системах легчайших ядер.

Предложенный здесь подход в известной мере близок к подходу, использованному в работе [80] для изучения электромагнитных формфакторов  ${}^6\text{Li}$  в рамках антисимметризованной мультикластерной динамической модели с паули-проектированием. Характерной чертой подхода, отличающей его от МРГ, является своего рода «антисимметризация после варьирования», состоящая в том, что сначала решается динамическая задача без явной антисимметризации волновой функции системы (но учитывающая ее эффективным образом через модельные потенциалы взаимодействия и условия ортогональности волновой функции к запрещенным состояниям этих модельных потенциалов). А уже затем при расчете матричных элементов электромагнитных переходов выполняется полная антисимметризация волновых функций конечного и начального состояний. Такая процедура значительно понятнее и проще МРГ-схемы. Кроме того, она впервые позволяет одновременно количественно корректно описать как рассеяние легчайших ядер, так и фотоядерные процессы с их участием в широком диапазоне энергий — от значений несколько выше порога до  $E_\gamma = 30 + 40$  МэВ.

Описание фотоядерных процессов с участием легчайших ядер проводим в рамках стандартного формализма, изложенного в [81—85]. Дифференциальное сечение двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$ , усредненное по проекциям  $M_J$  полного момента  $J$  ядра, поляризациям фотона  $\lambda = \pm 1$  и просуммированное по спиновым состояниям конечных частиц  $\sigma'_A$  и  $\sigma'_B$  (рассматриваются реакции с неполяризованными частицами и фотонами), записываем, следуя [81], в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta) = \frac{\mu p_0}{4\pi k_\gamma} \frac{1}{2J+1} \sum_{q'_A, q'_B, \lambda, M_J} |\langle f | \hat{O} | i \rangle|^2, \quad (37)$$

где  $\mu$  — приведенная масса конечных частиц  $A$  и  $B$  (протона и дейтрона);  $p_0$  — их импульс в с.ц.м.;  $k_\gamma$  — волновой вектор фотона.

Матричные элементы  $\langle f | \hat{O} | i \rangle$  от оператора электромагнитного взаимодействия  $\hat{O}$  вычисляем в длинноволновом приближении, так как при интересующих нас энергиях фотона  $E_\gamma \leq 30 + 40$  МэВ длина его волны оказывается существенно большей характерных размеров ядра  ${}^3\text{He}$ . Для упрощения записи разложения оператора  $\hat{O}$  по мультиполям ориентацию оси  $z$  системы координат выбираем по направлению волнового вектора фотона  $k$ . Тогда

$$\langle f | \hat{O} | i \rangle = - \sum_{L\lambda} \sqrt{2\pi(2L+1)} i^L \langle f | (\lambda \hat{T}_{L\lambda}^M + \hat{T}_{L\lambda}^E) | i \rangle, \quad (38)$$

где  $\hat{T}_{L\lambda}^E$  — электрический, а  $\hat{T}_{L\lambda}^M$  — магнитный мультипольные операторы. В дальнейших расчетах в электрическом мультипольном операторе учитываем только конвективную часть, а в магнитном мультипольном операторе — только спиновую, поскольку вклады спиновой части в  $\hat{T}_{L\lambda}^E$  и конвективной части в  $\hat{T}_{L\lambda}^M$  значительно уступают им.

Среди всех возможных мультипольных переходов, вызывающих фоторасщепление ядра  ${}^3\text{He}$ , учитываем лишь  $E1$  и  $E2$  и магнитный  $M1$  (из экспериментальных данных работы [70] следует, что в области  $E_\gamma \leq 30$  МэВ вклад этих переходов является определяющим). Операторы, отвечающие учитываемым переходам, имеют вид

$$\hat{T}_{1\lambda}^{E1} = -\sqrt{2/3} k_\gamma \sum_{j=1}^3 \hat{e}_{fj} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_j}); \quad (39)$$

$$\hat{T}_{2\lambda}^{E2} = -\frac{1}{5\sqrt{6}} k_\gamma^2 \sum_{j=1}^3 \hat{e}_{fj}^2 Y_{2\lambda}(\Omega_{r_j}); \quad (40)$$

$$\hat{T}_{1\lambda}^{M1} = -\frac{1}{2\sqrt{6}\pi M} k_\gamma i \sum_{j=1}^3 \hat{\mu}_{fj\lambda}. \quad (41)$$

Выражения для электрических мультипольных операторов (39), (40) записываем в виде, предписываемом теоремой Зигерта [86], позволяющей эффективно учесть большую часть мезонных обменных токов [81].

В качестве волновой функции основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$  используем кластерную волновую функцию ядра как системы  $p + d$ :

$$|i\rangle = \{\varphi(23) \chi_{00}(R) Y_{00}(\Omega_R)\}^{[3]} |[\tilde{3}] \frac{1}{2} \sigma \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle. \quad (42)$$

Фигурные скобки в (42) означают симметризацию пространственной части волновой функции ядра, отвечающую пространственной симметрии



системы  $[f] = [3]$ ;  $|\tilde{f}\rangle Sot \tau$  — спин-изоспиновая функция ядра;  $\varphi$  (23) — волновая функция дейтрона (пространственная), образованного нуклонами с номерами  $j = 2$  и  $3$ . Для дейтронной функции используем простейшую одногауссоидную параметризацию [22]:

$$\varphi(23) = \left[ \frac{a}{\pi} \right]^{3/4} \exp \left( -\frac{1}{2} ar_{23}^2 \right), \quad \alpha = 0,154 \text{ фм}^{-2}, \quad (43)$$

хотя в случае необходимости можно использовать и реалистическую функцию дейтрона в виде разложения в сумму нескольких гауссоид (весь формализм от этого практически не изменяется). Функция относительного движения протона и дейтрона  $\chi_{00}(R)$  является собственной функцией гамильтониана

$$H^{[3]} = T + V_{L\text{-чет}}^{[3]}, \quad (44)$$

где  $V_{L\text{-чет}}^{[3]}$  — потенциал, построенный в разд. 3 по данным рассеяния. Она соответствует связанному состоянию  $J^\pi = 1^+/2$  этого потенциала и находится с помощью вариационного расчета в виде разложения по 15 гауссоидам

$$\chi_{00}(R) = \sum_{k=1}^{15} c_k \exp(-a_k R^2). \quad (45)$$

Симметризация в (42) осуществляется с помощью проекционного оператора Юнга в нестандартном базисе, отвечающем редукции  $U(3) \supset U(2) \times U(1)$  [23]:

$$P_{[11][2]; [11][2]}^{[3]} = \frac{1}{3} (E + P_{12} + P_{13}). \quad (46)$$

При симметризации пространственной части волновой функции основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$  нормировка функции изменяется, что необходимо учитывать при вычислении сечения фоторасщепления (формула (37) выведена в предположении о том, что волновая функция начального состояния  $|i\rangle$  нормирована на единицу, а волновая функция конечного состояния  $|j\rangle$  — на  $(2\pi)^3 \sigma(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}'_0)$ ). Нормировочную константу симметризованной волновой функции (38) несложно вычислить прямым расчетом с использованием разложения (45):

$$\begin{aligned} (N^{[3]})^2 &= \frac{1}{3} N_{\text{до}}^2 + \frac{2^9}{9\pi} (\alpha\pi)^{3/2} \sum_{k,k'=1}^{15} c_k c_{k'} \times \\ &\times \left\{ [(10\alpha + 9a_{k'}) (2\alpha + a_k + 4a_k) - (3a_k - 2\alpha)^2]^{-3/2} + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} [(4\alpha + a_k + a_k) (4\alpha + 9(a_k + a_{k'})) - 9(a_k - a_{k'})^2]^{-3/2} \right\}, \quad (47) \end{aligned}$$

где  $N_{до}^2$  — нормировочная константа волновой функции  $|i\rangle$  до симметризации ( $N_{до}^2$  — спектроскопический фактор).

Волновая функция непрерывного спектра системы  $p + d$  в конечном состоянии соответствует на асимптотике сходящейся волне [87]. Ее разложение по парциальным волнам имеет вид

$$|f\rangle \equiv \psi_{p_0}^{(-)} = 4\pi \sum_{lm} i^l \exp(-i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{nl}(p_0 R) \times \varphi(23) |[\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |[\tilde{2}] 1 \sigma'_B 00\rangle. \tag{48}$$

В таком виде функция  $\psi_{p_0}^{(-)}$  не является антисимметричной по отношению ко всем возможным перестановкам нуклона. Чтобы получить из (48) полностью антисимметричную волновую функцию, необходимо выполнить две операции. Во-первых, симметризовать пространственную часть волновой функции (48) с помощью проекционных операторов (46) и

$$P_{[1] [2]; [1] [2]}^{[21]} = \frac{1}{3} (2E - P_{12} - P_{13}). \tag{49}$$

Во-вторых, придать спин-изоспиновой части функции (48) определенную спин-изоспиновую симметрию  $[\tilde{f}]$ , которая была бы сопряженной к симметрии  $[f]$  пространственной части волновой функции:

$$|[\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |[\tilde{2}] 1 \sigma'_B 00\rangle = \sum_{s,\sigma,\tau,[f]} \langle [\tilde{1}] \frac{1}{2} \frac{1}{2}, [\tilde{2}] 1 0 | [\tilde{f}] S t \rangle \times \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1 \sigma'_B | S \sigma \right) \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2}, 0 0 | t \tau \right) |[\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}; [\tilde{2}] 1 \sigma'_B 00: [\tilde{f}] S \sigma t \tau\rangle. \tag{50}$$

Здесь полный изоспин системы  $t = 1/2$ ,  $\tau = 1/2$ ,  $[f]$  может принимать два различных значения  $[f_1] = [21]$  и  $[f_2] = [3]$ . Тогда полностью антисимметричная волновая функция непрерывного спектра приобретает вид

$$|f^{[f]}\rangle = \sum_{s,\sigma,[f]} \left\{ 4\pi \sum_{lm} i^l \exp(-i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{nl}(p_0 R) \varphi(23) \right\}^{[f]} \times \langle [\tilde{1}] \frac{1}{2} \frac{1}{2}, [\tilde{2}] 1 0 | [\tilde{f}] S \frac{1}{2} \rangle \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1 \sigma'_B | S \sigma \right) | \times |[\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}; [\tilde{2}] 1 \sigma'_B 00: [\tilde{f}] S \sigma \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle. \tag{51}$$

Функции  $\chi_{nl}(p_0 R)$  определяются из численного решения уравнения Шредингера с потенциалами  $V_L^{[f]}$ , построенными ранее по данным упругого и

неупругого рассеяния. Особо подчеркнем, что лишь использование таких «корректных» с точки зрения рассеяния ядер потенциалов позволяет количественно и без каких-либо свободных параметров описать фотоядерные процессы с участием этих ядер.

Поскольку численно заданные функции антисимметризовать невозможно, функции относительного движения  $\chi_{nl}(p_0 R)$  разлагались по аналитическому базису вида

$$\chi_{nl}(R) = R^l \sum_{k=1}^K \xi_k(p_0) \exp(-\kappa_k(p_0)R^2) \quad (52)$$

с использованием чебышевской сетки дискретизации для масштабных коэффициентов  $\kappa_k(p_0)$  [88]:

$$\kappa_k(p_0) = \kappa_1(p_0) \left[ \lg \left[ \pi \frac{2k-1}{4k} \right] \right]^Q, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (53)$$

Здесь  $K$  — число гауссоид в разложении (52) (размерность базиса); величины  $Q$  и  $\kappa_1(p_0)$  подбираются из условия минимума нормы  $|\chi_{nl}(p_0 R) - \chi_{nl}^{\text{анпп}}|$ . Чебышевская сетка (53) оказалась довольно экономичной в том смысле, что для «точной» аппроксимации (погрешность в аппроксимации функции не превосходит 0,1%) широкого класса волновых функций требуется небольшое число базисных гауссоид. Если область аппроксимации при этом конечна, то не имеет существенного значения, каков асимптотический характер рассматриваемых волновых функций. Отметим, однако, что вне области аппроксимации построенное разложение  $\chi_{nl}^{\text{анпп}}$  точной волновой функции  $\chi_{nl}(p_0 R)$  может иметь совершенно иное поведение, нежели истинная функция  $\chi_{nl}(p_0 R)$  (например, неограниченно возрастать). Поэтому при расчете электромагнитных переходов с высокой мультипольностью (начиная с  $E2$ ) резко возрастают требования к точности разложения (52) в области больших  $R$  и правильному выбору длины разложения. В конкретных расчетах для обеспечения необходимой точности вычисления матричных элементов  $\langle f | \hat{O} | i \rangle$  область аппроксимации для функций  $\chi_{nl}(p_0 R)$  и  $\chi_{00}(R)$  выбиралась достаточно большой:  $0 \leq R \leq 20$  фм.

Как и в случае функции начального состояния (42), при симметризации функции непрерывного спектра (48) изменяется ее нормировка. Поскольку эта волновая функция нормируется по асимптотике [87], то следует установить асимптотический вид функций  $|f^{[3]} \rangle$  и  $|f^{[21]} \rangle$ . Для симметрии  $[f] = [3]$  в конечном состоянии (рассматриваем только пространственную часть волновой функции):

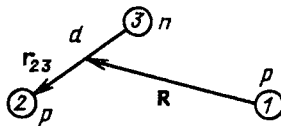
$$P_{[1] [2]; [1] [2]}^{[3]} \chi_{nl}(p_0 R) Y_{lm}(\Omega_R) \varphi(23) = \frac{1}{3} \left\{ \chi_{nl}(p_0 R) Y_{lm}(\Omega_R) \varphi(23) + \right. \\ \left. + \chi_{nl}(p_0 R') Y_{lm}(\Omega_{R'}) \varphi(13) + \chi_{nl}(p_0 R'') Y_{lm}(\Omega_{R''}) \varphi(21) \right\}, \quad (54)$$

где

$$\mathbf{R}' = -\frac{3}{4} \mathbf{r}_{23} - \frac{1}{2} \mathbf{R}, \quad \mathbf{R}'' = \frac{3}{4} \mathbf{r}_{23} - \frac{1}{2} \mathbf{R}; \\ \mathbf{r}_{13} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{23} - \mathbf{R}, \quad \mathbf{r}_{21} = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{23} + \mathbf{R}. \quad (55)$$

При  $R \rightarrow \infty$  функции  $\varphi(21)$  и  $\varphi(31)$  вымирают, так как  $\varphi$  — ограниченная дейтронная волновая функция (43). Следовательно, нормированную волновую функцию конечного состояния  $|f^{[3]}>$  получим, умножив функцию  $P_{[1] [2]; [1] [2]}^{[3]} |f>$  на нормировочный множитель, равный обратному коэффициенту при единичном операторе в проекторе (46). В случае симметрии  $[f] = [3]$  этот множитель равен 3, а в случае симметрии  $[f] = [21]$  он равен 3/2.

Вычисление матричных элементов от операторов электромагнитных переходов (39)—(41) на антисимметризованных волновых функциях (42) и (48) может быть сведено благодаря гауссовым разложениям (45), (52) в результате простых алгебраических преобразований (случай E1-перехода подробно рассмотрен в приложении), выполненных с помощью программы, написанной на языке аналитических вычислений REDUCE, к взятию элементарных интегралов. При этом необходимо перейти в операторах (39)—(41) от одночастичных координат к координатам Якоби, от которых зависят кластерные волновые функции начального и конечного состояний. Рассмотрим в качестве примера оператор E2-перехода, действующий в системе



Здесь выбран следующий набор координат Якоби:  $\mathbf{r}_{23}$  и  $\mathbf{R}$ . Оператор E2-перехода в этих координатах имеет вид:

$$\hat{T}_{21}^{E2} = -\frac{1}{5\sqrt{6}} k_y^2 e \left\{ \frac{5}{9} R^2 Y_{2\lambda}(\Omega_R) + \frac{1}{4} r_{23}^2 Y_{2\lambda}(\Omega_{r_{23}}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{10\pi}{3}} \sum_{M=-1}^1 (\lambda - M, 1M | 2\lambda) R r_{23} Y_{1M}(\Omega_R) Y_{1\lambda-M}(\Omega_{r_{23}}) \right\}. \quad (56)$$

Обычно в расчетах фоторасщепления легких и легчайших ядер в этом операторе оставляют единственное слагаемое, пропорциональное  $R^2$ :

$$\hat{T}_{2\lambda}^{E2} = -\frac{1}{9\sqrt{6}} k_\gamma^2 e R^2 Y_{2\lambda}(\Omega_R), \quad (57)$$

аргументируя это тем, что вклад этого слагаемого по сравнению с другими членами в (56) подавляюще велик [89, 90]. Подобная аргументация возможности и разумности такого действия приведена в работе [91]. В нашей работе при расчете дифференциального сечения фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$  в  $p + d$ -канал оператор электрического дипольного перехода берется в полном виде — с учетом всех возможных координат Якоби, а в операторе электрического квадрупольного перехода учитывается лишь главная по межкластерной координате  $R$  часть (57). Выполненные расчеты показывают, что и в операторе  $E1$ -перехода определяющий вклад в матричный элемент  $\langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{E1} | i \rangle^{[3]}$  вносит именно та часть оператора, которая пропорциональна  $R Y_{1\lambda}(\Omega_R)$ .

В явном виде матричные элементы операторов (39)–(41) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{E1} | i \rangle^{[3]} &= \frac{2\pi}{9} \sqrt{2/3} k_\gamma e \exp(i\sigma_1^{[21]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1\sigma'_B | \frac{1}{2} \sigma \right) \times \\ &\times \sum_{k, k'} c_k^{[3]} \xi_{k'}^{[21]} \left\{ \mathfrak{X}_4^{[21]} + \frac{2\alpha^{3/2}}{\pi^{1/2}} \left[ 3 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha - 9\kappa_{k'}^{[21]}} + 1 \right] \mathfrak{W}_4^{[21]} \mathfrak{Z}_2^{[21]} + \right. \\ &\left. + \frac{2\alpha^{3/2}}{2\pi^{1/2}} \left[ 3 + \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \right] \mathfrak{W}_4^{[21]} \mathfrak{G}_2^{[21]} \right\}; \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{T}_{2\lambda}^{E2} | i \rangle^{[3]} &= \frac{\sqrt{2}\pi}{27\sqrt{15}} k_\gamma^2 e Y_{2\lambda}(\Omega_{p_0}) \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1\sigma'_B | \frac{1}{2} \sigma \right) \sum_{k, k'} c_k^{[3]} \times \\ &\times \left\{ \xi_{k'}^{[21]} \exp(i\delta_2^{[21]}) \left[ \mathfrak{X}_6^{[21]} + \frac{a^{3/2}}{\pi^{1/2}} \mathfrak{M}^{[21]} \right] + \right. \\ &\left. + 2\xi_{k'}^{[3]} \exp(i\delta_2^{[3]}) \left[ 2 \mathfrak{X}_6^{[3]} - \frac{3\alpha^{3/2}}{\pi^{1/2}} \mathfrak{M}^{[3]} \right] \right\}; \end{aligned} \quad (59)$$

$$\langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{M1} | i \rangle^{[3]} = 0. \quad (60)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}^{[f]} &= \frac{2}{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]}} \left[ \frac{8}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]}} \mathfrak{Z}_0^{[f]} - \mathfrak{Z}_2^{[f]} \right] \times \\ &\times \left[ \frac{18}{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]}} \mathfrak{W}_2^{[f]} - \frac{38\alpha - 9\kappa_{k'}^{[f]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]}} \mathfrak{W}_4^{[f]} \right] + 8 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]}}{(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]})^2} \times \\ &\times \left[ 3 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]}} + 2 \right] \mathfrak{W}_6^{[f]} \mathfrak{Z}_0^{[f]} + \frac{1}{3} \mathfrak{W}_6^{[f]} \mathfrak{Z}_2^{[f]}; \end{aligned} \quad (61)$$

$$\mathfrak{W}_q^{[f]} = \int_0^{R_{\text{гп}}} y^q \exp \left[ -\frac{1}{4} \left[ 2\alpha + 4a_k^{[31]} + \kappa_{k'}^{[f]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]}} \right] y^2 \right] dy; \quad (62)$$

$$\mathfrak{P}_q^{[f]} = \int_0^{R_{\text{гп}}} y^q \exp \left[ -\frac{1}{16} \left[ 10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[f]})^2}{2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[f]}} \right] y^2 \right] dy; \quad (63)$$

$$\mathfrak{Z}_q^{[f]} = \int_0^{r_{\text{гп}}} y^q \exp \left[ -\frac{1}{16} \left[ 10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[f]} \right] y^2 \right] dy; \quad (64)$$

$$\mathfrak{G}_q^{[f]} = \int_0^{R_{\text{гп}}} y^q \exp \left[ -\frac{1}{4} \left[ 2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[f]} \right] y^2 \right] dy; \quad (65)$$

$$\mathfrak{X}_q^{[f]} = \int_0^{R_{\text{гп}}} y^q \exp \left[ -(\alpha_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[f]}) y^2 \right] dy. \quad (66)$$

Интегрирование в соотношениях (62)—(66) формально распространяется до бесконечности, однако фактически необходимо интегрировать лишь до некоторого граничного значения  $R_{\text{гп}}$ . Связано это с тем, что функции непрерывного спектра разлагаются по гауссоидам лишь в конечной (не слишком большой) области  $R$ , вне которой поведение аппроксимирующего ряда (52) произвольно. В частности, он может неограниченно возрастать. На практике  $R_{\text{гп}}$  подбирается из условия устойчивости значений  $\mathfrak{W}_q^{[f]}$ ,  $\mathfrak{P}_q^{[f]}$ ,  $\mathfrak{Z}_q^{[f]}$ ,  $\mathfrak{G}_q^{[f]}$ ,  $\mathfrak{X}_q^{[f]}$ , по отношению к небольшим изменениям аргумента  $y$ .

Из соотношения (58) явствует, что электрический дипольный переход, диагональный по симметрии системы  $[f]$ , вклада в матричный элемент не даст. Ситуация здесь аналогична той, которая имеет место в

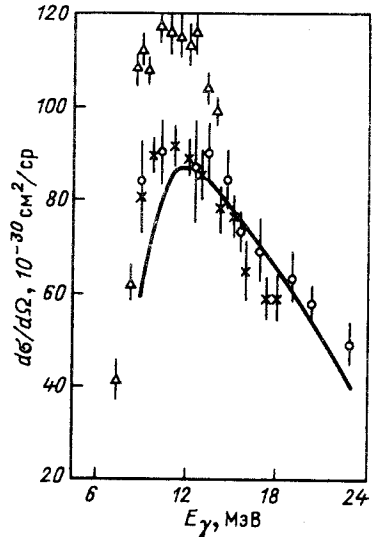
Рис. 20. Дифференциальное сечение реакции  ${}^3\text{He} \rightarrow p + d$  под углом  $\theta = 90^\circ$ . Экспериментальные данные взяты из разных работ:  $\Delta$  — [94];  $\circ$  — [96];  $\times$  — [95]

трансляционно-инвариантной модели оболочек (ТИМО) при рассмотрении переходов между связанными состояниями с различными симметриями  $[f]$ . Действительно, хорошо известно [23], что переход между состояниями  $|s^3[3]\rangle$  и  $|s^2p[3]\rangle$  в ТИМО является ложным. Ему соответствует возбуждение центра масс системы из трех нуклонов.

Интересно отметить, что в потенциальном подходе магнитный дипольный переход в системе отсутствует. Точно такой же вывод, но из совершенно иных соображений был сделан ранее в [92,93].

На рис. 20 изображено дифференциальное сечение реакции  ${}^3\text{He} \rightarrow p + d$  под углом  $\theta = 90^\circ$  вылета протона в л.с.к. в диапазоне энергий фотонов  $E_\gamma$  от порога реакции  $E_{\text{порог}} = 5,49$  МэВ до  $E_\gamma = 24$  МэВ. Выбор угла вылета обусловлен наличием экспериментальных данных [70,94—98]. Необходимо отметить, что экспериментально измеренные сечения для этой реакции образуют две сильно различающиеся (до 30%) между собой группы (рис. 20). Причем значения сечений фоторасщепления, полученные из экспериментально измеренных сечений радиационного захвата  $p + d \rightarrow {}^3\text{He}$ , существенно выше непосредственно экспериментальных сечений фоторасщепления. Результаты расчета в рамках предложенного обобщенного потенциального подхода дифференциального сечения фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$  попадают в полосу между экспериментальными точками этих групп.

Перейдем к анализу угловых распределений. Заметим, что в подавляющем большинстве экспериментов изучается реакция радиационного захвата  $p + d \rightarrow {}^3\text{He}$  [94,99], являющаяся обратной по отношению к реакции двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$ . Воспользуемся соотношением детального баланса [77] и получим угловые распределения для этой реакции из (37):



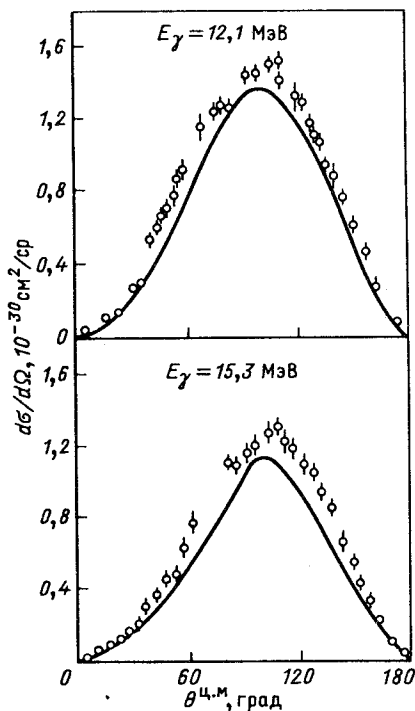


Рис.21. Угловые распределения для реакции  $p + d \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ . Экспериментальные точки из [99]

$$\frac{d\sigma^{\text{захв}}}{d\Omega}(\vartheta) = \frac{2}{3} \left[ \frac{k_\gamma}{k_p} \right]^2 \frac{d\sigma^{\text{расщеп}}}{d\Omega}(\theta). \quad (67)$$

На рис. 21 представлены результаты расчета и экспериментальные данные [99] для двух энергий дейтрона  $E_d = 19,8$  и  $29,6$  МэВ. Как видно из рисунка, результаты расчетов неплохо согласуются с экспериментом.

В рассматриваемой области энергий  $E_\gamma \leq 24$  МэВ доминирующим является электрический дипольный переход. Вклад  $E2$ -перехода в полное сечение составляет около 2—3%, что согласуется с теоретическими оценками работ [100,101] и экспериментальными

результатами [70]. Сам переход в угловых распределениях проявляется, главным образом, через интерференцию с  $E1$ -переходом, приводящую к некоторой асимметрии угловых распределений. Как уже отмечалось,  $M1$ -переход в потенциальном подходе отсутствует (если брать простейшие модельные функции для участвующих в реакции ядер). Однако из экспериментальных данных (см., например, [70]) следует, что хотя изотропная компонента в угловых распределениях и очень мала, тем не менее она все же присутствует. Своим происхождением эта компонента обязана наличию у волновой функции основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$  компоненты смешанной симметрии  $[f] = [21]$ , которая в нашем подходе не рассматривалась. Заметим, что включив такую компоненту в расчет дифференциального сечения фоторасщепления  ${}^3\text{He}$  и сравнив результаты с имеющимися экспериментальными данными, можно оценить вклад данной компоненты в волновую функцию основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$ .

В заключение отметим еще одно важное достоинство потенциального подхода к описанию фотоядерных реакций с легчайшими ядрами. Оно состоит в простом, но корректном учете взаимодействия в конечном состоянии. Важность такого учета была проанализирована в работе [101], где



было показано, что использование плосковолнового приближения приводит к увеличению максимума дифференциального сечения фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$  в  $p + d$ -канал при  $\theta^{\text{лаб}} = 90^\circ$  на 20—25%.

Дифференциальное сечение реакции радиационного захвата  $d + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li}\gamma$ , усредненное по спиновым состояниям дейтрона  $\sigma_A$  и гелиона  $\sigma_B$ , а также просуммированное по возможным поляризациям фотона  $\lambda = \pm 1$  и проекциям  $M_J$  полного момента  $J$  ядра  ${}^5\text{Li}$  как системы  $d + {}^3\text{He}$ , имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{\mu k_\gamma}{2\pi p_0} \frac{1}{(2s_A + 1)(2s_B + 1)} \sum_{\sigma_A, \sigma_B, \lambda, M_J} |\langle f | \hat{O} | i \rangle|^2. \quad (68)$$

Здесь  $p_0$  — импульс относительного движения дейтрона и гелиона в с.ц.м. в начальном состоянии,  $\mu$  — приведенная масса этих частиц,  $k_\gamma$  — волновой вектор фотона.

Как и в случае расчета фоторасщепления ядра  ${}^3\text{He}$  в  $p + d$ -канал, все вычисления проводим в длинноволновом приближении (38), учитывая лишь  $E1$ -,  $E2$ - и  $M1$ -переходы (39) — (41), вносящие максимальный вклад в сечение реакции (68).

В качестве волновой функции начального состояния используем кластерную волновую функцию непрерывного спектра системы  $d + {}^3\text{He}$ , имеющую на асимптотике вид расходящейся волны [87]. Ее разложение по парциальным волнам имеет вид

$$|i\rangle \equiv \psi_{p_0}^{(+)} = 4\pi \sum_{lm} i^l \exp(i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{nl}(p_0 R) \times \\ \times \varphi_A(123) | \tilde{3} \rangle \frac{1}{2} \sigma_A \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle \varphi_B(45) | \tilde{2} \rangle | \sigma_B 00 \rangle, \quad (69)$$

где  $\varphi_B(45)$  — пространственная часть волновой функции дейтрона (43), образованного нуклонами с номерами 4 и 5;  $\varphi_A(123)$  — пространственная часть волновой функции ядра  ${}^3\text{He}$  [102]:

$$\varphi_A(123) = \left[ \frac{2\beta^4}{\pi^2} \right]^{3/2} \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{3}{4} r_{12}^2 + \rho^2 \right) \right], \quad (70) \\ \beta = 0,385 \text{ фм}^{-1}, \quad r_{12} = r_1 - r_2, \quad \rho = \frac{1}{2} (r_1 + r_2) - r_3.$$

Для антисимметризации волновой функции (69) по рецепту, изложенному выше, используем проекционные операторы Юнга в нестандартном базисе, отвечающем редукции  $U(5) \supset U(3) \times U(2)$  [23]:

$$P_{[3] [2]; [3] [2]}^{[32]} = \frac{1}{12} (6E - 2P_{14} - 2P_{24} - 2P_{34} - 2P_{15} - 2P_{25} - 2P_{35} + P_{14}P_{25} + P_{24}P_{15} + P_{14}P_{35} + P_{34}P_{15} + P_{24}P_{35} + P_{34}P_{25}); \quad (71)$$

$$P_{[3] [2]; [3] [2]}^{[41]} = \frac{1}{15} (6E + P_{14} + P_{24} + P_{34} + P_{15} + P_{25} + P_{35} - 2P_{14}P_{25} - 2P_{24}P_{15} - 2P_{14}P_{35} - 2P_{34}P_{15} - 2P_{24}P_{35} - 2P_{34}P_{25}), \quad (72)$$

а также супермультиплетное разложение

$$|[\tilde{3}] \frac{1}{2} \sigma_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle |[\tilde{2}] 1 \sigma_B 00\rangle = \sum_{s, \sigma, t, \tau, [\tilde{1}]} \langle [\tilde{3}] \frac{1}{2} \frac{1}{2}, [\tilde{2}] 10 | [\tilde{1}] S t \rangle \times \left( \frac{1}{2} \sigma_A, 1 \sigma_B | S \sigma \right) \left( \frac{1}{2} \frac{1}{2}, 00 | t \tau \right) |[\tilde{3}] \frac{1}{2} \sigma_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}; [\tilde{2}] 1 \sigma_B 00; [\tilde{1}] S \sigma t \tau\rangle. \quad (73)$$

Волновой функцией конечного состояния является функция основного состояния  $J^\pi = 3^-/2$  ядра  ${}^5\text{Li}$  как связанной системы  $d + {}^3\text{He}$  [103]:

$$|f^{[41]}\rangle = P_{[3] [2]; [3] [2]}^{[41]} \varphi_A(123) \varphi_B(45) \chi_{11}(R) Y_{1M}(\Omega_R) |[\tilde{4}1] \frac{1}{2} \sigma \frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle. \quad (74)$$

Как и ранее, необходимо учесть изменение нормировок у функций начального и конечного состояний вследствие их антисимметризации. При вычислении матричных элементов от операторов (39)–(41) на кластерных волновых функциях (69), (74) используем ту же технику гауссовых разложений, что и ранее, причем в данном случае для  $\chi_{11}(R)$  берем

$$\chi_{11}(R) = R \sum_{k=1}^{15} c_k \exp(-a_k R^2). \quad (75)$$

В операторах электромагнитных переходов учитываем только главную по межкластерной координате  $R$  часть.

На рис. 22 изображены угловые распределения для реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li} \gamma$ , соответствующие трем значениям энергии возбуждения ядра  ${}^5\text{Li}$   $E_x = E_\gamma + Q = 19,9; 20,7$  и  $23,2$  МэВ. Здесь  $Q \approx 16,6$  МэВ — энергия связи ядра  ${}^5\text{Li}$  в канале  $d + {}^3\text{He}$  по данным [104]. Экспериментальные данные, отмеченные на рисунке, также взяты из этой работы.

Дифференциальное сечение реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li} \gamma$  под углом  $\theta = 90^\circ$  представлено на рис. 23 вместе с экспериментальными значениями сечений [89]. Как видно из рис. 22 и 23, согласие теоретических результатов с экспериментальными вполне удовлетворительное.

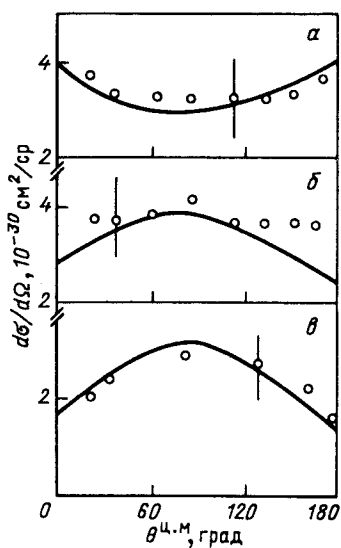
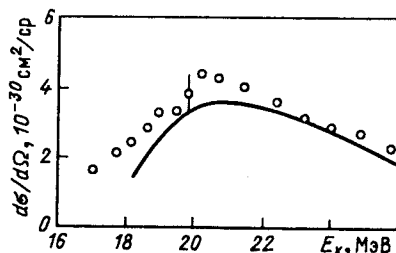


Рис.22. Угловые распределения для реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li}$ . Экспериментальные данные из [104]:  $a - E_x = 19,9$  МэВ;  $b - E_x = 20,7$  МэВ;  $\theta - E_x = 23,2$  МэВ

Рис.23. Дифференциальное сечение реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow {}^5\text{Li}$  под углом  $\theta = 90^\circ$ . Экспериментальные значения сечений из [104]

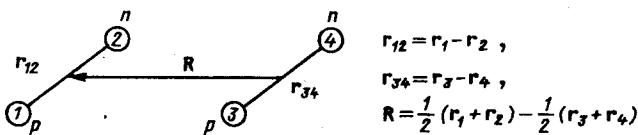


Отметим, что основной вклад в сечение радиационного захвата дают электрические дипольные переходы, идущие с перестройкой пространственной симметрии систем  $d + {}^3\text{He}$  (из состояния с симметрией  $[f] = [32]$  в состояние с  $[f] = [41]$ ). Вклад диагональных по симметрии  $[f]$  переходов значительно менее важен. При этом в области малых энергий конечных фотонов (см. рис. 22,а) вклад  $E1$ -переходов, приводящих к уменьшению полного момента системы  $J$  (переходы  $J^\pi = 3^-/2 \rightarrow J^\pi = 1^+/2$ ), несколько превышает вклад переходов, приводящих к увеличению  $J$  (переходы  $J^\pi = 3^-/2 \rightarrow J^\pi = 5^+/2$ ). Это обусловлено наличием ярко выраженного резонанса в  $S$ -волне потенциала  $V_L^{[32]} - \text{чет}$ . При более высоких энергиях (см. рис.22,в) соотношение этих вкладов меняется на противоположное (основную роль играет переход в  $J^\pi = 5^+/2$ -резонанс в  $D$ -волне этого же потенциала). Электрический квадрупольный переход почти на два порядка слабее электрического дипольного. Он проявляется главным образом через интерференцию с  $E1$ -переходом, приводящую к слабой асимметрии угловых распределений. Вклад  $M1$ -переходов в рассматриваемой области энергий пренебрежимо мал.

В последнее время наблюдается всплеск интереса к изучению реакции радиационного захвата  $d + d \rightarrow {}^4\text{He}\gamma$  и обратной по отношению к ней реакции двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$  в  $d + d$ -канал [71,73—76,105,106]. Он обусловлен возможностью относительно простым образом определить примесь  $D$ -волновой компоненты к волновой

функции основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$ . Действительно, в отличие от фотоядерных реакций в системах  $n + {}^3\text{He}$  и  $p + {}^3\text{H}$ , где возможен целый ряд электромагнитных переходов  $E1$ ,  $E2$ ,  $M1$  и необходимо учитывать сложную реалистическую функцию трехчастичного ядра ( ${}^3\text{H}$  или  ${}^3\text{He}$ ), в данном случае в области энергий, не слишком близких к порогу  $E = 23,848$  МэВ и не превышающих 50 МэВ, определяющим является электрический квадрупольный переход (при фоторасщеплении  ${}^4\text{He} \rightarrow d + d$  это переход из состояния  ${}^1S_0$  ядра  ${}^4\text{He}$  в состояние  ${}^1D_2$  рассеяния в системе  $d + d$ ). При учете примеси  $D$ -компоненты к волновой функции ядра  ${}^4\text{He}$  становится возможным и иной электрический квадрупольный переход: для процесса фоторасщепления это переход из состояния  ${}^1D_0$  в состояние рассеяния  ${}^5S_2$  системы  $d + d$ . Кроме того, реалистическая волновая функция дейтрона достаточно хорошо известна [107]. Рассчитав теоретическое сечение двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$ , или, что почти то же самое, радиационного захвата  $d + d \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$ , и сравнив полученное с имеющимися экспериментальными данными [71, 73, 75, 76, 108], можно извлечь информацию об искомой примеси  $D$ -волновой компоненты. При этом желательно не забираться в область энергий, близких к порогу, так как в данной области велик вклад  $M2$ -перехода, составляющий по данным [73] 25,3% при  $E = 24,448$  МэВ. В данной работе не ставится цель определить примесь  $D$ -компоненты к волновой функции основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$ . Целью здесь является разработка простого и эффективного, но вместе с тем достаточно корректного формализма для расчета сечений упомянутых выше фотоядерных реакций.

Как и в случае рассмотренных выше систем, используем обобщенный потенциальный подход к описанию двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$ . В рамках этого подхода дифференциальное сечение процесса определяется выражением (37), где  $J = 0$  — полный момент  $\alpha$ -частицы. Ограничиваемся по причинам, отмеченным выше, учетом только основного  $E2$ -перехода из связанного состояния  ${}^1S_0$  в состояние континуума  ${}^1D_2$ -системы  $d + d$  (данное условие накладывает определенное ограничение на допустимый интервал энергий — нельзя слишком близко приближаться к порогу реакции, где велик вклад  $M2$ -перехода). В операторе электрического квадрупольного перехода (40) переходим к координатам Якоби



$$\hat{T}_{2\lambda}^{E2} = -\frac{k_\gamma^2 e}{5\sqrt{6}} \left\{ \frac{1}{2} R^2 Y_{2\lambda}(\Omega_R) + \frac{1}{4} r_{12}^2 Y_{2\lambda}(\Omega_{r_{12}}) + \frac{1}{4} r_{34}^2 Y_{2\lambda}(\Omega_{r_{34}}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sqrt{10\pi/3} R \sum_{M=-1}^1 (\lambda - M, 1M | 2\lambda) Y_{1\lambda-M}(\Omega_R) [r_{12} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{12}}) - r_{34} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{34}})] \right\} \quad (76)$$

и далее считываем лишь главную по координате  $R$  часть

$$\hat{T}_{2\lambda}^{E2} = -\frac{k_\gamma^2 e}{10\sqrt{6}} R^2 Y_{2\lambda}(\Omega_R). \quad (77)$$

В качестве волновой функции основного состояния ядра  $^4\text{He}$  используем кластерную волновую функцию ядра как системы  $d + d$ :

$$|i\rangle = \{ \varphi(12) \varphi(34) \chi_{00}(R) Y_{00}(\Omega_R) \}^{[4]} | \tilde{[4] } 0000 \rangle. \quad (78)$$

Симметризация, обозначенная в выражении (78) фигурными скобками, осуществляется с помощью проекционного оператора Юнга в нестандартном базисе, соответствующем редукции  $U(4) \supset U(2) \times U(2)$  [23]:

$$P_{[2] [2]; [2] [2]}^{[4]} = \frac{1}{3} (E + P_{13} + P_{14}). \quad (79)$$

Данный проекционный оператор с точностью до множителя был построен ранее в работе [44]. Нормировочная константа симметризованной волновой функции (78) вычисляется прямым расчетом с использованием гаусова разложения (45) для функции  $\chi_{00}(R)$ :

$$(N^{[4]})^2 = \frac{1}{2} N_{\text{до}}^2 + \frac{4\alpha^3}{9\sqrt{\pi}} \sum_{k,k'=1}^{15} c_k c_{k'} \{ 4(\alpha + a_k)^{-3/2} [ (3\alpha + a_{k'})^2 - (a_{k'} - \alpha)^2 ]^{-3/2} + (2\alpha)^{-3/2} [ (2\alpha + a_{k'} + a_k)^2 - (a_{k'} - a_k)^2 ]^{-3/2} \}, \quad (80)$$

где  $N_{\text{до}}^2$  — нормировочная константа волновой функции  $|i\rangle$  до симметризации.

Волновая функция непрерывного спектра системы  $d + d$  в конечном состоянии соответствует сходящейся волне в асимптотической области [87]. Ее разложение по парциальным волнам имеет вид

$$|f^{[l]}\rangle \equiv \left[ \psi_{p_0}^{(-)} \right]^{[l]} = 4\pi \sum_{s', \sigma, [l]} \left\{ \sum_{lm} i^l \exp(-i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \times \right. \\ \left. \times \chi_{nl}(p_0 R) \varphi(12) \varphi(34) \right\}^{[l]} \langle \tilde{[2] } 10, \tilde{[2] } 10 | \tilde{[l] } S0 \rangle \times \\ \times (1\sigma'_A, 1\sigma'_B | S\sigma) | \tilde{[2] } 1\sigma'_A 00; \tilde{[2] } 1\sigma'_B 00; \tilde{[l] } S0 \sigma 0 \rangle. \quad (81)$$

Правила отбора по  $[\tilde{f}]$  и  $S$  (значения всех ненулевых изоскалярных факторов коэффициентов Клебша—Гордана группы  $SU(4)$ ) вместе с требованием сохранения полного спина системы  $S$  дают два возможных конечных состояния: 1)  $[f] = [4], S = 0$ ; 2)  $[f] = [22], S = 0$ . Однако, поскольку электромагнитный переход является одночастичным, он может привести лишь к одноклеточной перестройке схемы Юнга системы. По этой причине остается единственное конечное состояние 1. Используя гауссово разложение (52) для функции  $\chi_{nl}(p_0 R)$ , можно получить матричный элемент для оператора  $E2$ -перехода:

$$\langle f | \hat{T}_{2\lambda}^{E2} | i^{[4]} \rangle = (-1)^{1+\sigma'_\lambda} \delta_{\sigma'_\lambda, -\sigma'_\nu} \frac{k_\gamma^2 e}{9\sqrt{10}} \exp(i\delta_2^{[4]}) Y_{2\lambda}(\Omega_{p_0}) \times \sum_{k, k'=1}^{15} c_k^{[4]} \xi_{k'}^{[4]} \int_0^{R_{np}} R^6 \exp(-(a_k^{[4]} + \kappa_{k'}^{[4]}) R^2) dR. \quad (82)$$

Функции  $\chi_{00}(R)$  и  $\chi_{nl}(p_0 R)$  определяются численным решением уравнения Шредингера с потенциалами, построенными в работе [22] по упругим МРГ и экспериментальным фазовым сдвигам.

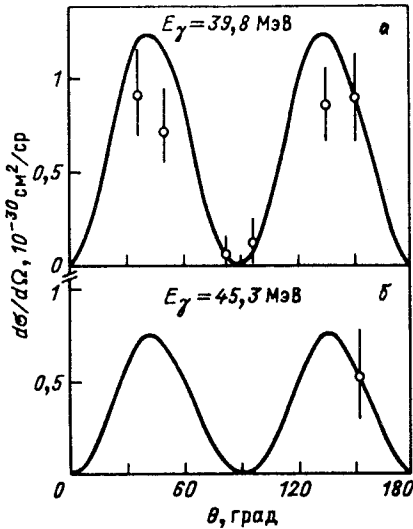


Рис. 24. Угловые распределения для реакции  $\gamma^4\text{He} \rightarrow d + d$  при  $E = 39,8$  (а) и  $45,3$  МэВ (б). Экспериментальные значения из [108]

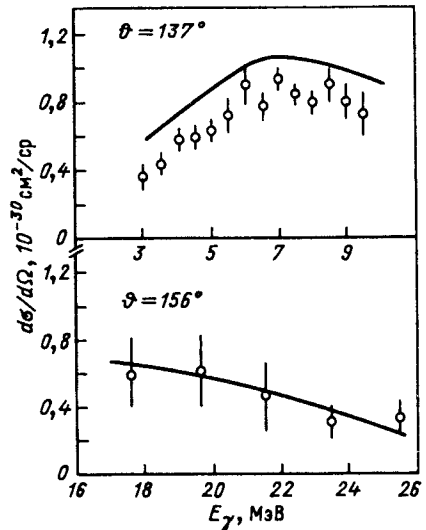


Рис. 25. Дифференциальное сечение фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$  в  $d+d$ -канал под углом  $\theta = 137^\circ$  и  $156^\circ$  в с.с.м. Экспериментальные данные из [108]

На рис. 24 изображены дифференциальные сечения двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$  в  $d + d$ -канал фотонами с энергиями  $E_\gamma = 39,8$  и  $45,3$  МэВ вместе с экспериментальными данными работы [108], рассчитанные согласно выражению (82) с учетом только  $E2$ -перехода. На рис. 25 изображены эти же дифференциальные сечения как функции энергии  $E_x = E_\gamma - Q$  ( $Q = 23,848$  МэВ — порог реакции) под углами  $\vartheta = 137^\circ$  и  $\vartheta = 152^\circ$  с.ц.м. Как видим, согласие с экспериментальными данными вполне разумное.

Отметим, что и ранее имели место попытки потенциального описания фотоядерных реакций  $d + d \rightarrow {}^3\text{He}\gamma$  и  ${}^4\text{He}\gamma \rightarrow d + d$  [74,76]. Так, в работе [76] было показано, что результаты потенциального описания реакции радиационного захвата  $d + d \rightarrow {}^4\text{He}\gamma$  сильно зависят от небольших изменений параметров потенциала взаимодействия. На основании чего в этой работе и в работе [105] был сделан вывод о неправомочности потенциального подхода к описанию фотоядерных реакций с участием легчайших ядер вообще. С нашей точки зрения, такой вывод является ошибочным. Причина этого — неправильные потенциалы  $d + d$ -взаимодействия, использованные в [76]. Действительно, в качестве потенциала взаимодействия в конечном канале с  $[f] = [4]$  в [76] выбран очень мелкий потенциал с глубиной около 19 МэВ. Очевидно, что этот потенциал вообще не содержит связанного состояния системы  $d + d$  — основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$ , а значит, никак не согласуется с потенциалом, определяющим волновую функцию основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$ . Лишь использование корректных микроскопически обоснованных потенциалов взаимодействия (см. (14)) приводит к правильному описанию фотоядерных реакций с участием двух нейтронов. Такой вывод подтверждается и независимыми результатами работы [74], в которой для описания системы двух нейтронов в конечном и начальном состояниях был чисто эмпирически использован вудс-саксоновский потенциал взаимодействия с параметрами:

$$V_0 = 74,0 \text{ МэВ}, R_0 = 1,7 \text{ фм}, a = 0,9 \text{ фм}.$$

Этот потенциал, как нетрудно убедиться, очень близок к потенциалу (14) и обеспечивает прекрасное описание имеющихся экспериментальных фотоядерных данных в широком диапазоне энергий [74]. Мы теперь ясно видим, что причиной успеха здесь было то обстоятельство, что в данном случае и в начальном и в конечном состоянии реализуется одна и та же схема Юнга  $[f] = [4]$ .

Рассмотрим теперь реакции двухчастичного фоторасщепления ядра  ${}^4\text{He}$  в  $p + {}^3\text{H}$ - и  $n + {}^3\text{He}$ -каналы. Эти зеркальные реакции интересны тем, что позволяют выявить возможное нарушение зарядовой независи-

мости ядерных сил [109]. Обычно описание данных реакций проводится в рамках микроскопических подходов, типа МРГ. Однако те же результаты могут быть получены в рамках простого потенциального подхода, изложенного в разд. 1 и 2 применительно к системам  $p + d$ ,  $d + {}^3\text{He}$  и  $d + d$ .

С идейной точки зрения вычисление дифференциального сечения двухчастичного фоторасщепления  $\alpha$ -частицы практически ничем не отличается от расчета сечения реакции  ${}^3\text{He}\gamma \rightarrow p + d$ , рассмотренного ранее. По-прежнему учитываем только  $E1$ -,  $E2$ - и  $M1$ -переходы, которые согласно результатам работы [109] вносят определяющий вклад в сечение реакций  ${}^4\text{He}\gamma \rightarrow p + {}^3\text{H}$  и  ${}^4\text{He}\gamma \rightarrow n + {}^3\text{He}$ . В операторах для этих переходов оставляем лишь главные по межкластерной координате  $R$  части. В качестве волновых функций начального и конечного состояний используем, как и для всех ранее рассмотренных систем, кластерные волновые функции ядра  ${}^4\text{He}$  системы  $N + 3N$  в континууме (последняя является либо системой  $p + {}^3\text{H}$ , либо системой  $n + {}^3\text{He}$ ):

$$|i\rangle = \{\varphi(234) \chi_{00}(R) Y_{00}(\Omega_R)\}^{[4]} | [4] 000 \rangle, \quad (83)$$

$$|f\rangle \equiv \psi_{p_0}^{(-)} = \sqrt{2}\pi(-1)^{\frac{1}{2}} \sigma'_A \times \\ \times \sum_{[f]} \left\{ \sum_{lm} i^l \exp(-i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{nl}(p_0 R) \varphi(234) \right\}^{[f]} \times \quad (84) \\ \times \delta_{\sigma'_A, -\sigma'_B} | [\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \tau_A; [\tilde{3}] \frac{1}{2} \sigma'_B \frac{1}{2} \tau_B; [4] 0000 \rangle.$$

Здесь  $\varphi(234)$  — пространственная часть волновой функции связанной трехнуклонной подсистемы (ядра  ${}^3\text{H}$  или  ${}^3\text{He}$ ), состоящей из нуклонов с номерами 2, 3, 4;  $\tau_A = 1/2$ ,  $\tau_B = -1/2$  для канала  $p + {}^3\text{H}$  и  $\tau_A = -1/2$ ,  $\tau_B = 1/2$  для  $n + {}^3\text{He}$ -канала.

Антисимметризация волновых функций (83) и (84) осуществляется с помощью проекционных операторов Юнга в нестандартном базисе, отвечающем редукции  $U(4) \supset U(1) \times U(3)$  (см. [23]):

$$P_{[1] [3]; [1] [3]}^{[4]} = \frac{1}{4} (E + P_{12} + P_{13} + P_{14}), \quad (85)$$

$$P_{[1] [3]; [1] [3]}^{[31]} = \frac{1}{4} (3E - P_{12} - P_{13} - P_{14}). \quad (86)$$

Функции относительного движения  $\chi_{00}(R)$  в (83) и  $\chi_{nl}(p_0 R)$  в (84) находятся в результате численного решения уравнения Шредингера с потенциалами взаимодействия  $V_{L,t,S}^{[f]}$ , построенными ранее. При использо-



вании гауссовых разложений (45) и (52) для этих функций можно получить все необходимые матричные элементы. Для иллюстрации выпишем матричный элемент для электрического дипольного оператора  $E1$ :

$$\begin{aligned}
 \langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{E1} | i^{[4]} \rangle &= (-1)^{\frac{1}{2}\sigma'} \Lambda \delta_{\sigma'_A, -\sigma'_B} \frac{ik_y e\sqrt{\pi}}{24\sqrt{2}} \exp(i\delta_1^{[31]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \times \\
 &\times \sum_{k, k'=1}^{15} c_k^{[4]} \xi_{k'}^{[31]} \left\{ \int_0^{R_{\text{гп}}} R^4 \exp(-(a_k^{[4]} + \kappa_{k'}^{[4]})R^2) dR - \right. \\
 &- \frac{16\pi^2}{3} \left[ \frac{3\beta^4}{\pi^2} \right]^{3/2} \frac{4\Sigma_2 + \Sigma_3}{\Sigma_3} \int_0^{R_{\text{гп}}} R^4 \exp\left(-\frac{1}{2} \left( 2\Sigma_1 - \frac{\Sigma_2}{\Sigma_3} \right) R^2\right) \times \\
 &\times \left. dr \int_0^R x^2 \exp\left(-\frac{2}{9} \Sigma_3 x^2\right) dx \int_0^R r_{23}^2 \exp\left(-\frac{3}{2} \beta^2 r_{23}^2\right) dr_{23} \right\}, \quad (87)
 \end{aligned}$$

где

$$\Sigma_1 = \beta^2 + a_k^{[4]} + \frac{1}{9} \kappa_{k'}^{[31]}; \quad \Sigma_2 = \beta^2 - \frac{8}{9} \kappa_{k'}^{[31]}; \quad \Sigma_3 = 5\beta^2 + \frac{32}{9} \kappa_{k'}^{[31]},$$

а значение  $R_{\text{гп}}$  подбирается из условия устойчивости значений интегралов, стоящих в выражении (87) ( $R_{\text{гп}}$  не должно превосходить длину области аппроксимации функций  $\chi_{nl}(p_0 R)$  и  $\chi_{00}(R)$  суммами гауссоид).

Интересно отметить, что, как и в случае  $p + d$ -системы, электрический дипольный переход недиагонален по симметрии системы [f]. Кроме того,

$$\langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{M1} | i^{[4]} \rangle = 0 \quad (88)$$

в полной аналогии и по тем же причинам, что и для системы  $p + d$ .

Изменение нормировки функции начального состояния (83) вследствие антисимметризации находится прямым расчетом:

$$\begin{aligned}
 (N^{[4]})^2 &= \frac{5}{8} N_{\text{до}}^2 + 6\pi^2 \left[ \frac{27\beta^4}{\pi^2} \right]^{3/2} \sum_{k, k'=1}^{15} c_k^{[4]} c_{k'}^{[4]} \times \\
 &\times \left\{ \Sigma_4 (16\Sigma_5 \Sigma_6 - \frac{7}{4} (4\Sigma_6 + \Sigma_5 + \Sigma_7)) \right\}^{-3/2}, \quad (89)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Sigma_4 &= \beta^2 + a_k^{[4]} + \frac{1}{9} a_{k'}^{[4]}; \quad \Sigma_5 = \beta^2 + \frac{4}{9} a_{k'}^{[4]}; \\
 \Sigma_6 &= \beta^2 + \frac{1}{9} a_{k'}^{[4]}; \quad \Sigma_7 = \beta^2 - \frac{8}{9} a_{k'}^{[4]}.
 \end{aligned}$$

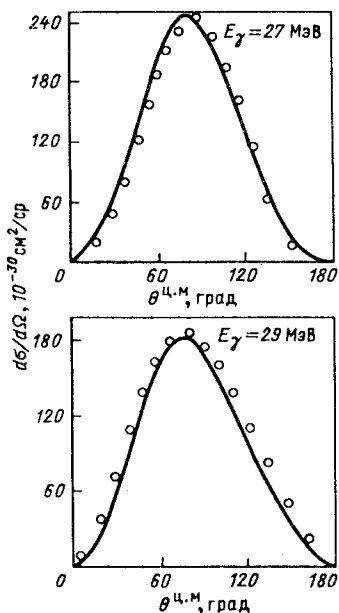
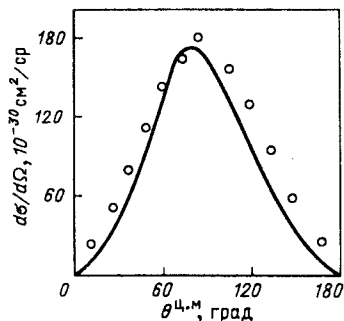


Рис. 26. Угловые распределения для реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{H}$  при  $E_\gamma = 27$  и 29 МэВ. Экспериментальные данные из [70]

Рис. 27. Угловое распределение для реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow n + {}^3\text{He}$  при энергии  $\gamma$ -кванта 29 МэВ. Экспериментальные данные из [70]



Процедура вычисления изменившейся нормировки функции непрерывного спектра (84) аналогична описанной ранее для случая системы  $p + d$ .

На рис. 26 изображено дифференциальное сечение реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{H}$  как функции угла вылета протона  $\theta$  (в с.ц.м.) вместе с экспериментальными данными работы [70] для двух значений энергии  $\gamma$ -квантов 27 и 29 МэВ. На рис. 27 представлено дифференциальное сечение реакции  ${}^4\text{He} \rightarrow n + {}^3\text{He}$  при  $E_\gamma = 29$  МэВ. Экспериментальные данные здесь также взяты из [70]. Отметим, что основной вклад в сечение дает  $E1$ -переход. Как видно из рис. 26 и 27, теоретически рассчитанные сечения хорошо согласуются с экспериментальными данными, что позволяет сделать вывод о корректности и значительных возможностях использованного потенциального подхода.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом, мы видим, что оптическая модель рассеяния нуклонов на ядрах, предложенная около сорока лет назад, в применении к физически очень содержательным проблемам рассеяния составных частиц остается вполне жизнеспособной и плодотворной до сих пор, поскольку допускает

концептуальное развитие и усложнение. Нами предсказаны, с использованием весьма простой теоретической техники, сечения с переворотом дейтрона в синглет, которые пока плохо исследованы экспериментально, и здесь есть широкое поле деятельности. Даны расчеты бинарных фото-ядерных реакций, которые показывают, что количественное описание экспериментальных данных в области  $E_\gamma \leq 50$  МэВ вовсе не требует сложных волновых функций основных состояний таких ядер, как  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^5\text{He}$  (здесь фактически достаточно оболочечных функций, трансформированных в кластерные каналы), и основано на правильном учете взаимодействия в конечном состоянии, где могут интерферировать амплитуды с разной симметрией  $[f]$ . Рассматриваемые нами пары ядер актуальны для физики термоядерных реакций. Изложенная теоретическая схема без труда обобщается, например, на случай рассеяния  ${}^6\text{Li} + d$ ,  ${}^6\text{Li} + h$ ,  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  и т.д. Она применима также к трактовке спин-изоспинового переворота  $N + N \rightarrow \Delta + \Delta$  и, в более общем виде,  $N + N \rightarrow N^* + N^*$  при энергиях несколько гигаэлектронвольт, поскольку кварковое описание нуклонов и  $NN$ -системы сейчас во многих работах проводится тоже с помощью квантовых чисел перестановочной симметрии  $[f]$ , только используемые здесь унитарные группы симметрии сложнее, чем  $SU(4)$ .

### Приложение

В данном приложении приводится подробный вывод матричного элемента для оператора  $E1$ -перехода из основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$  в непрерывный спектр  $p + d$ -системы.

Волновая функция начального состояния (основного состояния ядра  ${}^3\text{He}$   $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ ) согласно (42) в кластерном представлении записывается в виде

$$|i [3] \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}\pi} \{ \varphi(23) \chi_{00}(R) + \varphi(13) \chi_{00}(R') + \varphi(21) \chi_{00}(R'') \} \times \times |[\bar{3}] \frac{1}{2} \sigma \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle. \quad (\text{П1})$$

Волновая функция конечного состояния (непрерывного спектра  $p + d$ -системы) имеет вид

$$\begin{aligned}
 |f^{[f]} \rangle = & \sum_{s, \sigma, [f]} \left\{ 4\pi \sum_{lm} i^l \exp(-i\delta_l) Y_{lm}^*(\Omega_{p_0}) Y_{lm}(\Omega_R) \chi_{nl}(p_0 R) \varphi(23) \right\}^{[f]} \times \\
 & \times \langle [\tilde{1}] \frac{1}{2} \frac{1}{2}, [\tilde{2}] 10 | [\tilde{f}] S \frac{1}{2} \rangle \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1\sigma'_B | S \sigma \right) \times \\
 & \times | [\tilde{1}] \frac{1}{2} \sigma'_A \frac{1}{2} \frac{1}{2}; [\tilde{2}] 1\sigma'_B 00; [\tilde{f}] S \sigma \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle.
 \end{aligned} \quad (П2)$$

Поскольку электрический дипольный оператор  $\hat{T}_{1\lambda}^{E1}$  (39) не содержит зависимости от спина, спины конечного и начального состояний совпадают,  $S = 1/2$ . Среди всех возможных значений изоскалярных факторов коэффициентов Клебша—Гордана группы  $SU(4)$   $\langle [\tilde{1}] \frac{1}{2} \frac{1}{2}, [\tilde{2}] 10 | [\tilde{f}] \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle$  ненулевых лишь два: один отвечает симметрии  $[\tilde{f}] = [\tilde{2}]$ , другой —  $[\tilde{f}] = [\tilde{3}]$ . Поэтому матричный элемент для  $E1$ -оператора (переход в  $P$ -волну) глядит следующим образом:

$$\langle f | \hat{T}_{1\lambda}^{E1} | i^{[3]} \rangle = -\frac{2\pi}{\sqrt{3}} i \left( \frac{1}{2} \sigma'_A, 1\sigma'_B | \frac{1}{2} \sigma \right) \left\{ \sum_{j=1}^9 \mathcal{U}_j + \sum_{j=1} \mathcal{B}_j \right\}, \quad (П3)$$

где символами  $\mathcal{U}_j$  обозначены части матричного элемента, соответствующие недиагональному по симметрии  $[f]$  переходу (из  $[f] = [3]$  в  $[f] = [21]$ ), а символами  $\mathcal{B}_j$  — части, отвечающие диагональному переходу (из  $[f] = [3]$  в  $[f] = [3]$ ). Выпишем для удобства использования в дальнейшем выражения для  $\mathcal{U}_j$  в явном виде:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}_1 = & \frac{2}{3} i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[21]} \times \\
 & \times (p_0 R) \varphi(23) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} dR;
 \end{aligned} \quad (П4)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}_2 = & \frac{1}{3} i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) \chi_{n1}^{[21]} \times \\
 & \times (p_0 R') \varphi(13) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} dR;
 \end{aligned} \quad (П5)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}_3 = & \frac{1}{3} i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_{R''}) \chi_{n1}^{[21]} \times \\
 & \times (p_0 R'') \varphi(21) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} dR;
 \end{aligned} \quad (П6)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_4 = & -\frac{2}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R) \varphi(23) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R') \varphi(13) dr_{23} d\mathbf{R}; \end{aligned} \quad (\text{П7})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_5 = & \frac{1}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R') \varphi(13) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R') \varphi(13) dr_{23} d\mathbf{R}; \end{aligned} \quad (\text{П8})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_6 = & \frac{1}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R'') \varphi(21) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R') \varphi(13) dr_{23} d\mathbf{R}; \end{aligned} \quad (\text{П9})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_7 = & -\frac{2}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R) \varphi(23) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R'') \varphi(21) dr_{23} d\mathbf{R}; \end{aligned} \quad (\text{П10})$$

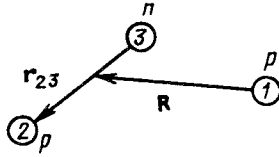
$$\begin{aligned} \mathcal{U}_8 = & \frac{1}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R') \varphi(13) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R'') \varphi(21) dr_{23} d\mathbf{R}; \end{aligned} \quad (\text{П11})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_9 = & \frac{1}{3}i \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \int Y_{1m}^*(\Omega_{R''}) \chi_{n1}^{[21]} \times \\ & \times (p_0 R'') \varphi(21) \hat{T}_{1\lambda}^{E1} \chi_{00}^{[3]}(R'') \varphi(21) dr_{23} d\mathbf{R}. \end{aligned} \quad (\text{П12})$$

Выражения для  $\mathfrak{B}_j$  аналогичны выписанным выше соотношениям (П4)—(П12), меняются лишь фазовые сдвиги  $\delta_L^{[f]}$  да функции относительного движения  $\chi_{n1}^{[f]}(p_0 R)$ : в случае  $\mathcal{U}_j$  они соответствуют симметрии  $[f] = [21]$ , а в случае  $\mathfrak{B}_j$  — симметрии  $[f] = [3]$ . С формальной точки зрения можно написать (с точностью до отмеченных выше замен):

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_1 = \frac{1}{2} \mathcal{U}_1, \quad \mathfrak{B}_2 = -\mathcal{U}_2, \quad \mathfrak{B}_3 = -\mathcal{U}_3, \quad \mathfrak{B}_4 = \frac{1}{2} \mathcal{U}_4, \quad \mathfrak{B}_5 = -\mathcal{U}_5, \\ \mathfrak{B}_6 = -\mathcal{U}_6, \quad \mathfrak{B}_7 = \frac{1}{2} \mathcal{U}_7, \quad \mathfrak{B}_8 = -\mathcal{U}_8, \quad \mathfrak{B}_9 = -\mathcal{U}_9. \end{aligned} \quad (\text{П13})$$

В соотношениях (П4)—(П6) оператор  $E1$  действует на кластерную волновую функцию системы



Этот оператор, записанный в виде (39), является функцией одночастичных координат  $r_j$ , тогда как волновые функции начального и конечного состояний в матричном элементе (П3) являются функциями координат Якоби. Следовательно, необходимо и в операторе  $\hat{T}_{1\lambda}^{E1}$  перейти к координатам Якоби  $r_{23}$  и  $R$ . В этих координатах  $\hat{T}_{1\lambda}^{E1}$  переписывается в виде

$$\hat{T}_{1\lambda}^{E1} = -\frac{\sqrt{2}}{3} k_y e \left\{ \frac{1}{2} r_{23} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{23}}) - \frac{1}{3} R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \right\}. \quad (\text{П14})$$

Используя (П14), можно легко вычислить значения выражений (П4)—(П6) для  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$ . Действительно,

$$U_1 = \frac{2\sqrt{2}}{9} iek_y \exp(i\delta_1^{[211]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \times \\ \times \left\{ \frac{1}{2} \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[211]}(p_0 R) \varphi(23) r_{23} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{23}}) \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} dR - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[211]}(p_0 R) \varphi(23) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} dR \right\}. \quad (\text{П15})$$

Поскольку

$$\int Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{23}}) d\Omega_{r_{23}} = \delta_{0,1} \delta_{\lambda,0} = 0,$$

в (П15) остается лишь второе слагаемое. Используя разложения (45) и (52), получаем

$$U_1 = -\frac{2\sqrt{2}}{27} iek_y \exp(i\delta_1^{[211]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \sum_{k,k'} c_k^{[3]1} c_{k'}^{[211]} \times \\ \times \int_0^{R_{np}} R^4 \exp[-(a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[211]}) R^2] dR. \quad (\text{П16})$$

В случае  $U_2$  ситуация несколько сложнее. Здесь

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{U}_2 = & -\frac{\sqrt{2}}{9} iek_y \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \left\{ \frac{1}{2} \int Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) \chi_{n1}^{[21]} \times \right. \\
 & \times (p_0 R') \varphi(13) r_{23} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{23}}) \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} d\mathbf{R} - \frac{1}{3} \int Y_{1m}^*(\Omega_R) \chi_{n1}^{[21]} \times \\
 & \times (p_0 R') \varphi(13) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \chi_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} d\mathbf{R} \Big\} = \quad (\text{П17}) \\
 = & -\frac{\sqrt{2}}{9} iek_y \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) [\mathfrak{U}_2^M + \mathfrak{U}_2^0];
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{U}_2^M = & -\frac{1}{3} \left[ \frac{\alpha}{\pi} \right]^{3/2} \sum_{k,k'} c_k^{[3]} \xi_{k'}^{[21]} \int R' Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \times \\
 & \times \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha r_{13}^2 - \frac{1}{2} \alpha r_{23}^2 - a_k^{[3]} R^2 - \kappa_{k'}^{[21]} R'^2\right) dr_{23} d\mathbf{R}. \quad (\text{П18})
 \end{aligned}$$

Выделим полный квадрат в экспоненте соотношения (П18), используя связь между различными наборами координат Якоби (55):

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2} \alpha r_{13}^2 - \frac{1}{2} \alpha r_{23}^2 - a_k^{[3]} R^2 - \kappa_{k'}^{[21]} R'^2 = & -\frac{1}{16} (10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}) \times \\
 \times \left( r_{23} - 2 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \mathbf{R} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( 2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \right) R^2, \quad (\text{П19})
 \end{aligned}$$

а затем перейдем от старых координат  $r_{23}$ ,  $\mathbf{R}$  к новым координатам

$$y = r_{23} - 2 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \mathbf{R}, \mathbf{R}.$$

Якобиан такого преобразования равен единице. Учтем также, что

$$\begin{aligned}
 R' Y_{1m}^*(\Omega_{R'}) = & \mathfrak{Y}_{1m}^*(\mathbf{R}') = \mathfrak{Y}_{1m}^* \left( -\frac{3}{4} r_{23} - \frac{1}{2} \mathbf{R} \right) = \\
 = & -\frac{3}{4} r_{23} Y_{1m}^*(\Omega_{r_{23}}) - \frac{1}{2} R Y_{1m}^*(\Omega_R), \quad (\text{П20})
 \end{aligned}$$

а следовательно,

$$\mathfrak{U}_2^M = -\frac{1}{3} \left[ \frac{\alpha}{\pi} \right]^{3/2} \sum_{k,k'} c_k^{[3]} \xi_{k'}^{[21]} \left\{ -\frac{3}{4} \mathfrak{U}_{21}^M - \frac{1}{2} \mathfrak{U}_{22}^M \right\}, \quad (\text{П21})$$

где

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_{21}^M &= \int r_{23} Y_{1m}^*(\Omega_{r_{23}}) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \exp\left(-\frac{1}{16}(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]})y^2\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{4}\left(2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}}\right)R^2\right) dr_{23} dR; \end{aligned} \quad (\text{П22})$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_{22}^M &= 4\pi\delta_{m,\lambda} \int_0^{R_{\text{rp}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{16}(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]})y^2\right) dy \times \\ &\times \int_0^{R_{\text{rp}}} R^4 \exp\left(-\frac{1}{4}\left(2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}}\right)R^2\right) dR. \end{aligned} \quad (\text{П23})$$

Выражение (П22) также легко сводится к тривиальным интегралам типа (П23) после аналогичного (П20) преобразования

$$\begin{aligned} r_{23} Y_{1m}^*(\Omega_{r_{23}}) &= \dot{y}_{1m}^*(r_{23}) = \dot{y}_{1m}^*\left(y + 2\frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}}R\right) = \\ &= y Y_{1m}^*(\Omega_y) + 2\frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} R Y_{1m}^*(\Omega_R). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_{21}^M &= 8\frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \pi\delta_{m,\lambda} \int_0^{R_{\text{rp}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{16}(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]})y^2\right) dy \times \\ &\times \int_0^{R_{\text{rp}}} R^4 \exp\left(-\frac{1}{4}\left(2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}}\right)R^2\right) dR. \end{aligned} \quad (\text{П24})$$

Аналогичным образом вычисляется и  $\mathfrak{U}_2^0$ :

$$\mathfrak{U}_2^0 = -\frac{1}{3} \left[\frac{\alpha}{\pi}\right]^{3/2} \sum_{k,k'} c_k^{[3]} \xi_{k'}^{[21]} \left\{-\frac{3}{4} \mathfrak{U}_{21}^0 - \frac{1}{2} \mathfrak{U}_{22}^0\right\}; \quad (\text{П25})$$

$$\mathfrak{U}_{21}^0 = 4\pi\delta_{m,\lambda} \int_0^{R_{\text{rp}}} r_{23}^4 \exp\left(-\frac{1}{16}\left(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]}}\right)r_{23}^2\right) dr_{23} \times$$



$$\times \int_0^{R_{\text{ip}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{4}(2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]})y^2\right) dy; \quad (\text{П26})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{22}^0 = & 2 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]}}{2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]}} \pi \delta_{m,\lambda} \int_0^{R_{\text{ip}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{4}(2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]})y^2\right) dy \times \\ & \times \int_0^{R_{\text{ip}}} r_{23}^4 \exp\left(-\frac{1}{16}\left(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[21]})^2}{2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]}}\right)r_{23}^2\right) dr_{23}. \end{aligned} \quad (\text{П27})$$

Перейдем к вычислению выражения (П6) для  $\mathcal{U}_3$ . Здесь

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_3 = & -\frac{\sqrt{2}}{9}iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) \left\{ \frac{1}{2} \int Y_{1m}^*(\Omega_{R''}) \mathcal{X}_{n1}^{[21]} \times \right. \\ & \times (p_0 R'') \varphi(21) r_{23} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{23}}) \mathcal{X}_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} d\mathbf{R} - \frac{1}{3} \int Y_{1m}^*(\Omega_{R''}) \mathcal{X}_{n1}^{[21]} \times \\ & \left. \times (p_0 R'') \varphi(21) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \mathcal{X}_{00}^{[3]}(R) \varphi(23) dr_{23} d\mathbf{R} \right\} = \\ = & -\frac{\sqrt{2}}{9}iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[21]}) \sum_m Y_{1m}(\Omega_{p_0}) [\mathcal{U}_3^M + \mathcal{U}_3^0]; \end{aligned} \quad (\text{П28})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_3^M = & -\frac{1}{3} \left[ \frac{\alpha}{\pi} \right]^{3/2} \sum_{k,k'} c_{k,k'}^{[3]} \xi_{k'}^{[21]} \int R''^* Y_{1m}(\Omega_{R''}) R Y_{1\lambda}(\Omega_R) \times \\ & \times \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha r_{21}^2 - \frac{1}{2}\alpha r_{23}^2 - a_k^{[3]} R^2 - \kappa_{k'}^{[21]} R''^2\right) dr_{23} d\mathbf{R}. \end{aligned} \quad (\text{П29})$$

Выделяя полный квадрат в экспоненте выражения (П29)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}\alpha r_{21}^2 - \frac{1}{2}\alpha r_{23}^2 - a_k^{[3]} R^2 - \kappa_{k'}^{[21]} R''^2 = & -\frac{1}{16} (10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}) \times \\ \times \left( r_{23} + 2 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \mathbf{R} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( 2\alpha + 4a_k^{[3]} + \kappa_{k'}^{[21]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[21]}} \right) R^2, \end{aligned}$$

а также используем соотношение

$$\begin{aligned} R''^* Y_{1m}^*(\Omega_{R''}) = \mathcal{Y}_{1m}^*(R'') = \mathcal{Y}_{1m}^* \left( \frac{3}{4} r_{23} - \frac{1}{2} \mathbf{R} \right) = \\ = \frac{3}{4} r_{23} Y_{1m}^*(\Omega_{r_{23}}) - \frac{1}{2} R Y_{1m}^*(\Omega_R), \end{aligned}$$

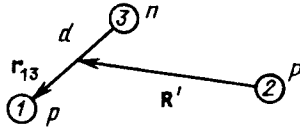
получаем, что

$$u_3^M = u_2^M. \tag{П30}$$

Аналогично

$$u_3^0 = u_2^0. \tag{П31}$$

При вычислении  $u_4 - u_6$  необходимо учесть, что оператор  $E1$ -перехода действует в «перестроенной» системе, которая выглядит теперь следующим образом:



Переходя в (39) к набору координат Якоби, получаем

$$\hat{T}_{1\lambda}^{E1} = -\frac{\sqrt{2}}{3} k_\gamma e \left\{ \frac{1}{2} r_{13} Y_{1\lambda}(\Omega_{r_{13}}) - \frac{1}{3} R' Y_{1\lambda}(\Omega_{R'}) \right\}. \tag{П32}$$

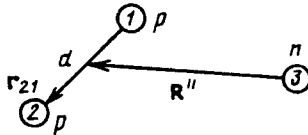
Дальнейшие вычисления совершенно аналогичны приведенным выше, поэтому приводим лишь окончательные выражения для  $u_4 - u_6$ :

$$u_4 = \frac{2\sqrt{2}}{9} iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[21]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) [u_2^M + u_2^0]; \tag{П33}$$

$$u_5 = -\frac{1}{2} u_1; \tag{П34}$$

$$u_6 = -\frac{\sqrt{2}}{9} iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[21]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) [u_2^M - u_2^0]. \tag{П35}$$

Вычисляя значения  $u_7 - u_9$ , опять перестраиваем оператор  $E1$ -перехода. Теперь он действует в иной системе и имеет другой вид:



$$\hat{T}_{1\lambda}^{E1} = -\frac{2\sqrt{2}}{9} ek_\gamma R'' Y_{1\lambda}(\Omega_{R''}). \tag{П36}$$

Тогда после тривиальных вычислений получаем

$$\mathcal{U}_7 = -\frac{4\sqrt{2}}{9} iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[211]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \mathcal{U}_2^M; \quad (\text{П37})$$

$$\mathcal{U}_8 = \frac{2\sqrt{2}}{9} iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[211]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \mathcal{U}_2^M; \quad (\text{П38})$$

$$\mathcal{U}_9 = \mathcal{U}_1. \quad (\text{П39})$$

Собираем вместе выражения (П16), (П17), (П23), (П28)—(П30), (П31), (П33)—(П35), (П37)—(П39). Имеем

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^9 \mathcal{U}_j = & -\frac{\sqrt{2}}{9} iek_\gamma \exp(i\delta_1^{[211]}) Y_{1\lambda}(\Omega_{p_0}) \sum_{k,k'} c_k^{[31]} \xi_{k'}^{[211]} \times \\ & \times \left\{ \int_0^{R_{\text{ip}}} R^4 \exp[-(a_k^{[31]} + \kappa_{k'}^{[211]})R^2] dR + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha^{3/2} \left[ 3 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[211]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[211]}} + 1 \right] \times \right. \\ & \times \int_0^{R_{\text{ip}}} R^4 \exp\left(-\frac{1}{4}(2\alpha + 4a_k^{[31]} + \kappa_{k'}^{[211]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[211]})^2}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[211]}})R^2\right) dR \times \\ & \times \int_0^{R_{\text{ip}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{16}(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[211]})y^2\right) dy + \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \alpha^{3/2} \left[ 3 \frac{2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[211]}}{10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[211]}} + 3 \right] \times \\ & \times \int_0^{R_{\text{ip}}} r_{23}^4 \exp\left(-\frac{1}{16}(10\alpha + 9\kappa_{k'}^{[211]} - \frac{(2\alpha - 3\kappa_{k'}^{[211]})^2}{2\alpha + 4a_k^{[211]} + \kappa_{k'}^{[211]}})r_{23}^2\right) dr_{23} \times \\ & \left. \times \int_0^{R_{\text{ip}}} y^2 \exp\left(-\frac{1}{4}(2\alpha + 4a_k^{[31]} + \kappa_{k'}^{[211]})y^2\right) dy \right\}. \quad (\text{П40}) \end{aligned}$$

Для переходов, идущих с сохранением симметрии системы  $[f]$ , с учетом (П13) формально получаем

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^9 \mathfrak{B}_j = & \frac{1}{2} \mathcal{U}_1 - \mathcal{U}_2 - \mathcal{U}_3 + \frac{1}{2} \mathcal{U}_4 - \mathcal{U}_5 - \mathcal{U}_6 + \frac{1}{2} \mathcal{U}_7 - \mathcal{U}_8 - \mathcal{U}_9 = \\ = & \left( \frac{1}{2} \mathcal{U}_1 - \mathcal{U}_5 - \mathcal{U}_9 \right) - (\mathcal{U}_2 + \mathcal{U}_3 - \frac{1}{2} \mathcal{U}_4 + \mathcal{U}_6 - \frac{1}{2} \mathcal{U}_7 + \mathcal{U}_8) = \\ = & \left( \frac{1}{2} \mathcal{U}_1 + \frac{1}{2} \mathcal{U}_1 - \mathcal{U}_1 \right) - \text{const} \left[ \frac{\sqrt{2}}{9} (\mathcal{U}_2^0 + \mathcal{U}_2^M) + \frac{\sqrt{2}}{9} (\mathcal{U}_2^M - \mathcal{U}_2^0) + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{2}}{9} (\mathcal{U}_2^0 + \mathcal{U}_2^M) + \frac{\sqrt{2}}{9} (\mathcal{U}_2^M - \mathcal{U}_2^0) - \frac{2\sqrt{2}}{9} \mathcal{U}_2^M - \frac{2\sqrt{2}}{9} \mathcal{U}_2^M \right] = 0. \quad (\text{П41}) \end{aligned}$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neudatchin V.G., Kukul'in V.I., Korennoy V.P., Korotkih V.L. — *Phys.Lett.B.*, 1971, vol.34, p.581—585.
2. Neudatchin V.G., Boyarkina A.N., Korennoy V.P., Kukul'in V.I. — *Nuovo Cimento Lett.*, 1972, vol.5, p.834—837.
3. Kurdumov I.V., Neudatchin V.G., Smirnov Yu.F., Korennoy V.P. — *Phys.Lett.B.*, 1972, vol.40, p.607—612.
4. Kukul'in V.I., Neudatchin V.G., Smirnov Yu.F. — *Nucl.Phys.A.*, 1975, vol.245, p.429—440.
5. Saito S. — *Progr.Theoret.Phys.*, 1969, vol.41, p.705—721.
6. Вильдермут К., Тан Я. — *Единая теория ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.*
7. Swan P. — *Proc.Roy.Soc.A.*, 1955, vol.228., p.10—25; *Ann.Phys.*, 1968, vol.48, p.455—479.
8. Aoki K., Horiuchi H. — *Progr.Theoret.Phys.*, 1983, vol.69, p.516—532, p.857—871.
9. Fong J.C., Gazzaly M.M., Igo G. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1976, vol.262, p.365—383.
10. Baldock R.A., Robson B.A., Barrett R.F. — *Nucl.Phys.A.*, 1981, vol.366, p.270—286; 1982, vol.381, p.138—150; Naido K., Fiedeldey H., Sofianos S.A., Lipperheide R. — *Ibid.*, 1984, vol.419, p.23—36.
11. Von Oertzen W., Bohlen H.G. — *Phys.Rev.C.*, 1975, vol.19, p.1—16; Von Oertzen W., Imanishi B. — *Nucl.Phys.A.*, 1984, vol.424, p.262—279.
12. Дао Тьен Кхоа, Шитикова К.В. — *ЯФ*, 1985, т.41, с.1105—1117.
13. Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — *Запрещенные состояния в системах из двух и трех составных частиц — Современные проблемы оптики и ядерной физики/Под ред. Г.Ф. Филиппова. Киев: Наукова думка, 1974, с.225—257.*
14. Smirnov Yu.F., Obukhovskiy I.T., Tchuvil'skiy Yu.M., Neudatchin V.G. — *Nucl.Phys.A.*, 1974, vol.235, p.289—304.
15. Fonseca A.C., Revai J., Matveenko A. — *Nucl.Phys.A.*, 1979, vol.326, p.182—193; 1980, vol.342, p.444—456.
16. Буркова Н.А., Жусупов М.А. — *Изв. АН СССР, сер.физ.*, 1987, т.51, с.182—187.
17. Дюродных Ю.Л., Неудачин В.Г., Юдин Н.П. — *ЯФ*, 1988, т.48, с.1796—1807.
18. Искра В., Мазур А.И., Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — *ЯФ*, 1988, т.48, с.1674—1685.
19. Дубовиченко С.Б., Неудачин В.Г., Сахарук А.А., Смирнов Ю.Ф. — *Изв. АН СССР, сер.физ.*, 1990, т.54, с.911—916.
20. Кукулин В.И., Неудачин В.Г., Померанцев В.Н., Сахарук А.А. — *ЯФ*, 1990, т.52, с.402—410.
21. Tomio L., Adhikari S.K. — *Phys.Rev.C.*, 1987, vol.35, p.441—451.
22. Петров Н.М. — *ЯФ*, 1988, т.48, с.50—57.
23. Tilley D.R., Weller H.R., Hasan H.H. — *Nucl.Phys.A.*, 1987, vol.474, p.1—14.
24. Wertz C. — *Phys.Rev.C.*, 1983, vol.27, p.1375—1384; 1981, vol.24, p.349—359.
25. Ajzenberg-Selove F. — *Nucl.Phys.A.*, 1984, vol.413, p.1—214.
26. Кукулин В.И., Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — *ЭЧАЯ*, 1979, т.10, с.1236—1295.
27. Kukul'in V.I., Neudatchin V.G., Obukhovskiy I.T., Smirnov Yu.F. — *Clusters as Subsystems in Nuclei—Monograph.Ser.Clustering Phenomena in Nuclei. vol.3/Eds. K.Wildermuth, P.Kramer. Wiesbaden: Vieweg, 1983, p.1—155.*
28. Хамермеш М. — *Теория групп и ее применение к физическим проблемам: Пер. с англ. М.: Мир, 1966.*
29. Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. О.Ф.Немец, В.Г.Неудачин, А.Т.Рудчик и др. Киев.: Наукова думка, 1988.
30. Friedrich H. — *Phys.Rep.*, 1981, vol.41, p.209—278.
31. John G., Seligman T.H. — *Nucl.Phys.A.*, 1974, vol.236, p.397—409.

32. Hackenbroich H.H., Seligman T.H. — *Phys.Lett.B.*, 1972, vol.41, p.102—107.
33. Niewisch J., Fick D. — *Nucl.Phys.A.*, 1975, vol.252, p.109—123.
34. John G., Kramer P. — *Nucl.Phys.A.*, 1973, vol.204, p.203—217.
35. Lien Pham Dien — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.178, p.375—391.
36. Kanada H., Kaneko T., Tang Y.C. — *Phys.Rev.C.*, 1986, vol.34, p.22—37.
37. Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука, 1969.
38. Lane M.A. — *Nucl.Phys.A.*, 1962, vol.35, p.676—689.
39. Fiarman S., Meyerhof W.E. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.206, p.1—257.
40. Василевский В.С., Рыбкин Ю.И. — ЯФ, 1987, т.46, с.419—428; Vanderpeutte P.Ph. Thesis.Faculte de Sci., Univ.de l'Etat a Mons, Belgique, 1984.
41. Hale G.M., Dodder D.C. — *Proc.X Intern.Conf. on Few Body Problems in Physics/Ed. B.Zeitnitz, North-Holland, 1984, vol.2, p.434—445.*
42. Ajzenberg-Selove F., Bush C.L. — *Nucl.Phys.A.*, 1980, vol.336, p.1—273.
43. Зеленская Н.С., Теплов И.Б. — Обменные процессы в ядерных реакциях. М.: Изд-во МГУ, 1985.
44. Искра В., Мазур А.И., Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — ЯФ, 1989, т.49, с.672—680.
45. Mellema S., Wang T.R., Haeblerly W. — *Phys.Lett.B.*, 1986, vol.166, p.282—287.
46. Van Oers W.T.H., Brockman K.W., Jr. — *Nucl.Phys.A.*, 1967, vol.92, p.561—574; Trachlin W., Brown L., Clegg T.B., Seyler R.G. — *Phys.Lett.B.*, 1967, vol.25, p.585—591; Arvieux J. — *Nucl.Phys.A.*, 1967, vol.102, p.513—526; Clews C.J., Berovic N. — *Phys.Lett.B.*, 1970, vol.33, p.347—353; Grotzsche R., Kuhn B., Kumpf H. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1971, vol.174, p.301—306; Schmelzbach P.A., Gruebler W., White R.G. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.197, p.273—289.
47. Arvieux J. — *Nucl.Phys.A.*, 1974, vol.221, p.253—270.
48. Шмид Э., Цигельман Х. — Проблема трех тел в квантовой механике. М.: Наука, 1979.
49. Неудачин В.Г., Померанцев В.Н., Сахарук А.А. — Микроскопические методы в теории систем нескольких частиц. Материалы Международного семинара, Калинин, 15—21 августа 1988 г. /Под ред. В.Б.Беляева, А.М.Горбатова. Калинин: Изд-во КГУ, 1988, с.139—148.
50. Sofianos S.A. — *Phys.Rev.C.*, 1987, vol.35, p.894—906.
51. Кукулин В.И., Померанцев В.Н. — ЯФ, 1978, т.27, с.1668—1677.
52. Cahill T.A., Greenwood J., Willmes H., Shadoan D.J. — *Phys.Rev.C.*, 1971, vol.4, p.1499—1511.
53. Van der Weerd J.C., Canada T.R., Fink C.L., Cohen B.L. — *Phys.Rev.C.*, 1971, vol.35, p.66—75.
54. Неудачин В.Г., Померанцев В.Н., Сахарук А.А. — ЯФ, 1990, т.52, с.738—749; Неудачин В.Г., Померанцев В.Н., Сахарук А.А. — Фоторасщепление легчайших ядер и обобщенное потенциальное описание взаимодействия кластеров — Труды VII семинара “Электромагнитные взаимодействия ядер при малых и средних энергиях”. Москва, 12—14 декабря 1988 г. М., 1990, с.154—166.
55. Jenny B., Gruebler W., Schmelzbach P.A. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1980, vol.337, p.77—96; Балашко Ю.Г. — Исследование упругого рассеяния заряженных частиц на некоторых легких ядрах при низких энергиях — Тр.Физ.ин-та АН СССР. М.: Наука, 1964, т.32, с.4—36.
56. Brolley J.E., Jr., Putnam T.M., Rosen L., Stewart L. — *Phys.Rev.*, 1960, vol.117, p.1307—1409; Ivanovich M., Young P.G., Ohlsen G.G. — *Nucl.Phys.A.*, 1968, vol.110, p.441—458; King T.R., Smythe R. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.183, p.657—670.
57. Schwieroth F.S., Brown R.E., Tang Y.C., Thompson D.R. — *Phys.Rev.C.*, 1973, vol.8, p.938—948.
58. Heiss P., Hackenbroich H.H. — *Z.Phys.*, 1970, vol.231, p.230—243; Heiss P., Hackenbroich H.H. — *Nucl.Phys.A.*, 1971, vol.162, p.530—544.

59. Tombrello T.A. — *Phys.Rev.*, 1965, vol.138, p.B40—B54.
60. McSherry D.H., Baker S.D. — *Phys.Rev.C.*, 1970, vol.1, p.888—899.
61. Darves-Blanc R., Nguyen Van Sen, Arvieux J. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.191, p.353—367.
62. Morales J.R., Cahill T.A., Shadoan D.J., Willmes H. — *Phys.Rev.C.*, 1975, vol.11, p.1905—1917.
63. Murdoch B.T., Hasell D.K., Sourkes A.M. et al. — *Phys.Rev.C.*, 1984, vol.29, p.2001—2014; Muller D., Beckmann R., Holm U. — *Nucl.Phys.A.*, 1978, vol.311, p.1—17.
64. Reichstein I., Thompson D.R., Tang Y.C. — *Phys.Rev.C.*, 1971, vol.3, p.2139—2150; Shen P.N., Tang Y.C., Kanada H., Kaneko T. — *Phys.Rev.C.*, 1986, vol.33, p.1214—1227.
65. Beltramin L., del Frate R., Pisent G. — *Nucl.Phys.A.*, 1985, vol.442, p.266—279.
66. Kankowsky R., Fritz L.C., Kilian K. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1976, vol.263, p.29—43.
67. Hardekopf R.A., Lisowski P.W., Rhea T.C., Walter R.L. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.191, p.481—494.
68. Detch J.L., Jr., Hutson R.L., Jarmie N., Jett J.H. — *Phys.Rev.C.*, 1971, vol.4, p.52—61.
69. Tang Y.C., Le Mer M., Tompson R.D. — *Phys.Rep.*, 1978, vol.37, p.167—210.
70. Горбунов А.Н. — Ядерный фотоэффект на изотопах гелия — *Тр. Физ. ин-та АН СССР*, 1974, т.71, с.3—57.
71. Barnes C.A., Chang K.H., Donoghue T.R. et al. — *Phys.Lett.B.*, 1987, vol.197, p.315—320.
72. Pitts W.K., Meyer H.O., Bland L.C. et al. — *Phys.Rev.C.*, 1988, vol.37, p.1—12.
73. Langenbrunner J.L., Feldman G., Weller H.R. et al. — *Phys.Rev.C.*, 1988, vol.38, p.565—576.
74. Pickarewicz J., Koonin S.E. — *Phys.Rev.C.*, 1987, vol.36, p.875—885.
75. Blude G., Assenbaum H.J., Langanke K. — *Phys.Rev.C.*, 1987, vol.36, p.21—33.
76. Assenbaum H.J., Langanke K. — *Phys.Rev.C.*, 1987, vol.36, p.17—25.
77. Craver B.A., Kim Y.E., Tubis A. — *Nucl.Phys.A.*, 1975, vol.276, p.237—250.
78. Котляр В.В., Шебеко А.В. — *ЯФ*, 1987, т.45, с.984—995.
79. Wachter V., Märtelmeier T., Hofmann H.M. — *Phys.Lett.B.*, 1988, vol.200, p.246—252.
80. Кукулин В.И., Рыжих Г.Г., Чувильский Ю.М., Эрамжян Р.А. — *Изв. АН СССР. Сер.физ.*, 1989, т.53, с.121—126.
81. Giannini M.M., Ricco G. — *Rivista Nuovo Cimento*, 1985, vol.8, p.1—78.
82. De Forest T., Walecka J.D. — *Adv.Phys.*, 1966, vol.15, p.1—87.
83. Айзенберг И., Грайнер В. — *Механизмы возбуждения ядра: Пер.с англ. М.: Атомиздат*, 1973.
84. Joenpera I. — *Matrix Elements for Spin Current Transitions in the Elastic Electroexcitations of Nuclei by Using Different Vector Potential Decompositions — Ann.Acad.Sci.Fennicae, ser.AIV Physica*, 1972.
85. *Теоретический практикум по ядерной и атомной физике/Под ред. В.В.Балашова. М.: Энергоатомиздат*, 1984.
86. Siebert A.J.F. — *Phys.Rev.*, 1937, vol.52, p.787—794.
87. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — *Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — 4-е изд. М.: Наука*, 1989.
88. Voronchev V.T., Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.I. — *J.Phys.G.*, 1982, vol.8, p.649, 667—678.
89. Буркова Н.А., Жусупов М.А., Эрамжян Р.А. — *Препринт ИЯИ АН СССР, П-0531, М., 1987.*
90. Буркова Н.А., Жусупов М.А., Эрамжян Р.А. — *Препринт ИЯИ АН СССР, П-0551, М., 1987.*
91. Жусупов М.А., Узиков Ю.Н. — *ЭЧАЯ*, 1987, т.18, с.323—375.

92. Schiff L.I. — *Phys.Rev.*, 1937, vol.52, p.149—162.
93. Verde M. — *Helv.Phys.Acta*, 1950, vol.23, p.453—470.
94. Skopic D.M., Weller H.R., Roberson N.R., Wender S.A. — *Phys.Rev.C.*, 1979, vol.19, p.601—611.
95. Berman B.L., Koester L.J., Smith J.H. — *Phys.Rev.*, 1964, vol.133, p.B117—B127.
96. Stewart J.R., Morrison R.C., O'Conell J.C. — *Phys.Rev.*, 1965, vol.138, p.B372—B384.
97. Kundu S.K., Shin Y.M., Wait G.D. — *Nucl.Phys.A.*, 1971, vol.171, p.384—396.
98. Bock H., Walenta H. — *Z.Phys.*, 1970, Bd.238, s.56—68.
99. Belt B.D., Bingham C.R., Halbert M.L., Van der Woude A. — *Phys.Rev.Lett.*, 1970, vol.24, p.1120—1125.
100. Eichman U. — *Z.Phys.*, 1963, Bd.175, s.115—128.
101. Fetisov V.N. — *Nucl.Phys.A.*, 1967, vol.98, p.437—449.
102. Frascaria R., Comparat V., Marty N. et al. — *Nucl.Phys.A.*, 1971, vol.178, p.307—322.
103. Wagner R.F., Werntz C. — *Phys.Rev.C.*, 1971, vol.4, p.1—12.
104. King T.R., Meyerhof W.E., Hirko R.G. — *Nucl.Phys.A.*, 1972, vol.178, p.337—349.
105. Paetz gen.Schieck H. — *Few-Body Systems*, 1988, vol.5, p.171—187.
106. Weller H.R., Lehman D.R. — *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, 1988, vol.38, p.563—590.
107. Браун Дж.Е., Джексон А.Д. — *Нуклон-нуклонные взаимодействия*. М.: Атомиздат, 1979.
108. Skopik M.D., Dodge W.R. — *Phys.Rev.C.*, 1972, vol.6, p.43—55.
109. Wachter B., Mertelmeier T., Hofmann H.M. — *Phys.Rev.C.*, 1988, vol.38, p.1139—1149.