

ТРЕХМЕРНЫЕ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНОЙ СИСТЕМЫ И ЗАДАЧА πN -, NN -, $q\bar{q}$ -РАССЕЯНИЯ

А.И.Мачавариани

Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного университета
Тбилиси, Грузия

Исходя из теоретико-полевого спектрального разложения амплитуды рассеяния выведены различные релятивистские трехмерные уравнения. Определена взаимосвязь этих уравнений с другими трехмерными теоретико-полевыми уравнениями. Предполагаемая формулировка обобщена на случай рассеяния двух составных частиц. Рассмотрены численные решения полученных уравнений для низкоэнергетического πN - и NN -рассеяния в рамках модели одночастичного обмена.

Proceeding from the field-theoretical spectral decomposition of the scattering amplitude a different form of relativistic three-dimensional Lippmann — Schwinger type equations are derived. The relation of these equation with other three-dimensional field-theoretical equations is defined. The suggesting formulation is generalized to the case of the two composed particle scattering. Resulting equations for the low energy πN and NN scattering are numerically solving in the framework of the one particle exchange model.

ВВЕДЕНИЕ

Задачу релятивистского описания рассеяния двух частиц в рамках потенциальной картины взаимодействия можно рассматривать в двух аспектах. С одной стороны, при помощи различных моделей феноменологических потенциалов на сегодняшний день с высокой точностью воспроизведены почти все экспериментальные данные «классических» процессов πN - и NN -рассеяния в области низких и средних энергий [1—3]. Более того, потенциалы и t -матрицы этих феноменологических моделей обобщены на случай других адрон-адронных взаимодействий [4—6] и использованы для исследования сложных адрон-ядерных взаимодействий [1,7—9]. Однако учет релятивизма задачи в этих вычислениях в лучшем случае ограничивается кинематикой и упрощенным рас-

четом одночастично-обменных диаграмм в потенциале взаимодействия. С другой стороны, для понимания динамики процесса важно сопоставить эти феноменологические потенциалы с потенциалами, построенными в рамках квантовой теории поля, что обеспечивает не только свойство их лоренц-ковариантности, но еще определяет способ построения и структуру потенциала взаимодействия. С этой целью следует рассмотреть различные формулировки трехмерных уравнений в квантовой теории поля, т.к. вывод таких релятивистских уравнений обычно определяет вид внеэнергетического или немассового поведения искомым амплитуд, а также потенциала и пропагаторов этого уравнения. Тем самым задается не только способ кинематического описания рассматриваемого процесса взаимодействия, но и рецепт соответствующего построения пропагаторов и потенциала, которые содержат всю информацию о динамике исследуемого взаимодействия. В квантовой теории поля трехмерные уравнения для t -матрицы рассеяния имеют вид сингулярных интегральных уравнений типа Липпмана — Швингера (ЛШ), и в зависимости от вывода этих уравнений из общих соотношений квантовой теории поля можно выделить три различные формулировки таких уравнений.

1) Принятая четырехмерная формулировка квантовой теории поля, из которой следуют ковариантные уравнения Бете — Солпитера [10,11]. Трехмерные релятивистские уравнения в этом подходе получаются на основе известного квазипотенциального метода [13—15,2]. При построении потенциала трехмерных уравнений в таком подходе чаще всего все частицы рассматриваются вне массовой поверхности, а сам потенциал и искомая амплитуда задаются на энергетической поверхности. Исключения представляют квазипотенциальные уравнения из работ [16,17], в которых одна из частиц рассматривается на массовой поверхности.

2) Теоретико-полевые обобщения уравнения Шредингера в виде уравнения Томонага — Швингера [10,12] и в виде ковариантной гамильтоновой формулировки [18,19]. В таком подходе рассматриваемые уравнения с самого начала являются трехмерными. В рамках этого подхода были получены времениупорядоченные уравнения с потенциалом, построенным по «старой теории возмущения» со всеми частицами на массовой поверхности [10]. В теоретико-полевой формулировке из работ [18,19] было дано ковариантное обобщение уравнений из «старой теории возмущения», но зато в них возникли дополнительные, квазичастичные степени свободы, которым соответствуют внеэнергетические вклады.

3) В качестве третьего способа для вывода трехмерных релятивистских уравнений в этом обзоре рассматривается теоретико-полевое спектральное разложение двухчастичной амплитуды по полной системе асимптотических состояний. Это разложение можно представить в виде трехмерных квадратично-нелинейных интегральных уравнений Лоу

[20], если в нем выделить в явном виде слагаемые с двухчастичными промежуточными состояниями, а сумму всех остальных членов определить как потенциал уравнений. Амплитуда рассеяния, являющаяся решением уравнения Лоу [20], ковариантна и в случае локальных взаимодействующих полей зависит от импульсов лишь трех внешних частиц на массовой поверхности. Все состояния промежуточных частиц в этих уравнениях определены условием асимптотической полноты, и, следовательно, они рассматриваются на массовой поверхности. Потенциал и пропагаторы уравнений Лоу и их линеаризованного аналога также зависят лишь от импульсов трех внешних частиц на массовой поверхности. Тем самым в этой формулировке достигается минимальный выход на внеэнергетическую или немассовую поверхность искомым амплитуд и потенциала взаимодействия.

Уравнения Лоу для задачи πN -рассеяния были получены в [20] одновременно с возникновением самой квантовой теории поля одним из ее создателей. Частный случай этих уравнений в виде модели Чу — Лоу [21, 33, 61, 106, 113], где нуклон рассматривался в статическом приближении и в потенциале учитывался лишь однонуклонный обмен, интенсивно исследовался вплоть до последнего времени. Однако линеаризация теоретико-полевых квадратично-нелинейных уравнений Лоу была осуществлена недавно [22—24]. Полученные линеаризованные уравнения имеют вид уравнения ЛШ с релятивистской кинематикой, и с линейно зависящим от энергии потенциалом, который однозначно определяется исходным потенциалом уравнений Лоу. В зависимости от того, какие из внешних частиц рассматриваются вне массовой поверхности, потенциал уравнений Лоу или их линеаризованного аналога имеет существенно разный вид. Так, когда вне массовой поверхности рассматриваются лишь внешние π -мезоны [20—22, 25, 26], πN -потенциал линеаризованного уравнения является эрмитовым и содержит известную u -канальную нелинейность, возникающую из-за симметрии по кроссинг-перестановке π -мезонов. А в том случае, когда вне массовой поверхности рассматривается один π -мезон и один нуклон [24], такой нелинейности в πN -потенциале линеаризованного уравнения не содержится, но зато он становится неэрмитовым.

Вывод теоретико-полевых уравнений Лоу можно провести не только стандартным образом по редукционным формулам S -матрицы Лемана — Шиманчика — Циммермана (ЛШЦ) [10, 11], но и в рамках S -матричного метода [12, 27], где эти уравнения получаются из операторных уравнений Янга — Фельдмана [10, 12, 27] и Медведева — Поливанова [28, 27]. Такой вывод уравнений Лоу на основе S -матричного метода важен, так как позволяет связать кинематическую структуру потенциала уравнений

Лоу с принципом микропричинности Боголюбова [12,27]. Вывод уравнений Лоу можно обобщить на случай взаимодействия составных частиц или систем связанных кластеров. Принцип микропричинности для таких составных частиц или кластеров не имеет места, однако и в этом случае можно сформулировать уравнения Янга — Фельдмана для связанной системы частиц [77], что позволяет получить уравнения Лоу, например, для адрон-адронного рассеяния, как для взаимодействия связанных систем кварков [29]. При этом решения таких уравнений Лоу будут обладать свойством двухчастичной адронной унитарности.

Предлагаемый обзор состоит из шести разделов. В первом разделе дан вывод уравнений Лоу для задачи πN -рассеяния с немассовым выходом различных внешних частиц и рассмотрена процедура их линеаризации. В разд.2 получены уравнения Лоу для NN -рассеяния в рамках S -матричного метода теории поля [12,27] и рассмотрены трехмерные теоретико-полевые обобщения уравнений Шредингера. В разд.3 приведены формулы взаимосвязи решений линеаризованных уравнений Лоу с решениями уравнений Бете — Солпитера и решениями их трехмерных квазипотенциальных представлений. В разд.4 рассмотрен еще один вариант уравнений Лоу, который получается в релятивистской многоканальной теории рассеяния с эрмитовым потенциалом. В разд.5 обсуждается обобщение уравнений Лоу и их линеаризованного аналога на случай рассеяния связанных фермион-антифермионных систем и рассматриваются линеаризованные уравнения Лоу для волновой функции связанной мезон-кварк-антикварковой системы. И, наконец, в разд.6 в рамках модели одночастичного обмена для πN - и NN -потенциалов рассматриваются численные решения полученных линеаризованных уравнений Лоу, которые сопоставляются с экспериментальными данными и другими моделями одночастично-обменного πN - и NN -взаимодействия.

1. ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛОУ И ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ИМ УРАВНЕНИЯ ЛИППМАНА — ШВИНГЕРА

Исторически теоретико-полевые уравнения Лоу в основном использовались для исследования задачи πN -рассеяния [20—26]. Поэтому здесь мы сформулируем такие уравнения на примере этой достаточно общей и хорошо известной задачи. Нужно нам описание πN -рассеяния можно осуществить при помощи двух типов t -матриц рассеяния с различной зависимостью от импульсов внешних частиц. В частности, рассмотрим:

1) пион-нуклонную t -матрицу, которая зависит от импульсов нуклонов из $in(N)$ и $out(N')$ -состояний, а также от импульса π -мезона из $in(\pi)$ -состояния:

$$t_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \langle out; \mathbf{p}'s' | j_i(0) | ps, qi; in \rangle, \quad (1)$$

2) t -матрицу, которая нетривиальным образом зависит от импульсов π' (out)-, π (in)- и N (in)-частиц:

$$t_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \langle out; \mathbf{q}'i' | J_{\mathbf{p}'s'}(0) | ps, qi; in \rangle, \quad (2)$$

где ps, qi и $\mathbf{p}'s', \mathbf{q}'i'$ обозначают трехимпульсы, спин и изоспин нуклона и π -мезона соответственно в начальном (in) и конечном (out) состоянии, а индексы a и a' соответствуют совокупности спин-изоспиновых квантовых чисел πN -системы частиц в этих состояниях. Пион-нуклонное рассеяние мы будем рассматривать в с.ц.м. и поэтому $\mathbf{p} = -\mathbf{q}$ и $\mathbf{p}' = -\mathbf{q}'$. $j_i(x)$ и $J_{\mathbf{p}s}(x)$ есть операторы источника π -мезонного и нуклонного поля в гейзенберговском представлении, которые определяются через операторы пионного $\Phi_i(x)$ и нуклонного $\Psi(x)$ поля согласно уравнениям движения $j_i(x) = (\partial_x^2 + m_\pi^2)\Phi_i(x)$ и $J_{\mathbf{p}s}(x) = \bar{u}(\mathbf{p}s)(i\nabla_x - m_N)\Psi(x)$. Далее мы везде будем использовать обозначения и нормировки из книги [11]. Частицы, которые выписаны в обкладках выражений (1) и (2), считаются находящимися на массовой поверхности, т.е. в выражении (1) $p^0 = \omega_N(\mathbf{p}) \equiv \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_N^2}$; $q^0 = \omega_\pi(\mathbf{q}) \equiv \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_\pi^2}$ и $p'^0 = \omega_N(\mathbf{p}') \equiv \sqrt{\mathbf{p}'^2 + m_N^2}$, а в выражении (2) $p^0 = \omega_N(\mathbf{p})$; $p'^0 = \omega_N(\mathbf{p}')$; $q^0 = \omega_\pi(\mathbf{q})$ и $q'^0 = \omega_\pi(\mathbf{q}')$. Важно отметить, что t -матрица πN -рассеяния (1) не зависит от четырехимпульса π -мезона в конечном состоянии \mathbf{p}' , а t -матрица (2) зависит от трехимпульса конечного нуклона лишь через спинорную функцию $\bar{u}(\mathbf{p}'s')$. Поэтому четырехимпульсы этих частиц можно выбрать таким образом, чтобы t -матрицы πN -рассеяния (1) и (2) считать находящимися на энергетической поверхности, но вне массовой области [25,22], т.е. в (1) допустить, что

$$q'_\mu = p_\mu + q_\mu - p'_\mu \text{ и } q'^2 \neq m_\pi^2, \quad (3)$$

а в выражении (2) взять

$$p'_\mu = p_\mu + q_\mu - q'_\mu \text{ и } p'^2 \neq m_N^2. \quad (4)$$

Тогда мы можем называть (1) пион-нуклонной t -матрицей с немассовым выходом π' -мезона, а выражение $t^{(2)}$ (2) — t -матрицей с немассовым выходом N' -нуклона. Графически эти матрицы изображены на рис.1,а,б,



Рис.1. Пион-нуклонная t -матрица рассеяния: а) с π' -мезоном вне массовой поверхности (1) и б) с N' немассовым нуклоном

где линии, соответствующие частицам вне массовой поверхности, дополнительно перечеркнуты. Учитывая то обстоятельство, что t -матрицы (1) и (2) не зависят соответственно от q' и p' , немассовая трактовка этих выражений не является единственной. В частности, если в (1) допустить, что

$$q'^0 = \sqrt{q'^2 + m_\pi^2} \text{ и } p'^0 + q'^0 \neq p^0 + q^0, \quad |p'| \neq |p|, \quad (5)$$

а в выражении (2)

$$p'^0 = \sqrt{p'^2 + m_N^2} \text{ и } p'^0 + q'^0 \neq p^0 + q^0, \quad |p'| \neq |p|, \quad (6)$$

то t -матрицы (1) и (2) можно считать находящимися на массовой поверхности, но уже вне энергетической области. Ясно, что такие трактовки t -матриц зависят от соглашения и ниже мы будем иметь в виду немассовую трактовку матриц рассеяния (1) и (2).

Согласно аксиоматической формулировке ЛШЦ [10,11,27] S -матричной теории поля, связь S -матрицы πN -рассеяния с t -матрицами (1) и (2) определяется формулой

$$S_{fi} = I_{fi} + (2\pi)^4 i \delta^{(4)}(p' + q' - p - q) t_{a'a}^{(\alpha)}(p', p), \quad (7)$$

где $\alpha = 1, 2$.

Уравнения Лоу для t -матрицы πN -рассеяния с π -мезоном вне массовой поверхности. Согласно редукционным формулам ЛШЦ для выражения (1) имеем

$$\begin{aligned} t_{\alpha'a}^{(1)}(p', p) &= \langle p' s' | j_i(0) a_{in}^\dagger(p_s) | p s \rangle = \\ &= \langle p' s' | ([j_i(0), a_{qi}^\dagger(0)] - i \int d^4x \exp(-ipx) T(j_i(0) j_i(x))) | p s \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

где $a_{qi}^\dagger(x^0)$ — гейзенберговский оператор, который при $x^0 \rightarrow \pm \infty$ переходит в слабом смысле в оператор рождения π -мезона:

$$a_{qi}^\dagger(x^0) = -i \int d^3x \exp(-iqx) \overset{\leftrightarrow}{\partial}_x^0 \Phi_i(x). \quad (9)$$

Соотношения (8) являются основой для вывода теоретико-полевых уравнений Лоу [20,25,22] или спектрального разложения t -матрицы (1). Так, если во втором слагаемом соотношения (8) между операторами источника π -мезонного поля подставить условие полноты асимптотических in -состояний

$$\sum_n |n; in\rangle \langle in; n| = 1, \tag{10}$$

то после интегриации по переменной x , аналогично работам [20,25,22], получим

$$t_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = Y_{a'a}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + (2\pi)^3 \sum_{n=N, \pi N, \dots} \langle \mathbf{p}' s' | j_i(0) | n; in \rangle \frac{\delta(\mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{P}_n)}{P_n^0 - \omega_\pi(\mathbf{q}) - \omega_N(\mathbf{p}) - i\epsilon} \langle in; n | j_i(0) | \mathbf{p} s \rangle + (2\pi)^3 \sum_{n=N, \pi N, \dots} \langle \mathbf{p}' s' | j_i(0) | n; in \rangle \frac{\delta(\mathbf{p}' - \mathbf{q} - \mathbf{P}_n)}{P_n^0 + \omega_\pi(\mathbf{q}) - \omega_N(\mathbf{p}')} \langle in; n | j_i(0) | \mathbf{p} s \rangle, \tag{11}$$

где P_n^0 и \mathbf{P}_n обозначают полную энергию и трехимпульс n -частичного асимптотического состояния, а $Y_{a'a}$ — усредненный по однонуклонным состояниям одновременный коммутатор

$$Y_{a'a}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \langle \mathbf{p}' s' | [j_i(0), a_{qi}^\dagger(0)] | \mathbf{p} s \rangle. \tag{12}$$

Это выражение в алгебре токов [30] и в ряде работ по πN -взаимодействию [25,26,27] называют чайкообразным слагаемым. Поэтому и мы ниже будем придерживаться этой терминологии. Выражение (12) можно определить при помощи уравнения движения взаимодействующего π -мезонного поля и канонических коммутационных соотношений между взаимодействующими полями. Более подробно физический смысл чайкообразного слагаемого (12) мы рассмотрим в следующем разделе, а ряд нужных нам для дальнейшего изложения свойств Y (12) приведен в приложении 1, где, в частности, показано, что в самом общем случае выражение (12) можно представить через $Y^{(1)}$ - и $Y^{(2)}$ -матрицы:

$$Y_{a'a}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = Y_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + E_p \cdot Y_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \tag{13}$$

где $Y_{a'a}^{(\alpha)}$ — эрмитовы матрицы, т.е. $Y_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = Y_{aa'}^{(\alpha)*}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, и $E_p = = \omega_N(\mathbf{p}) + \omega_\pi(\mathbf{p})$ — полная энергия πN -системы.

Соотношение (11) представляет собой теоретико-полевое спектральное разложение пион-нуклонной t -матрицы рассеяния (1) по полной системе s - и u -канальных асимптотических $n = N, \pi N, \pi\pi N, \dots$ состоя-

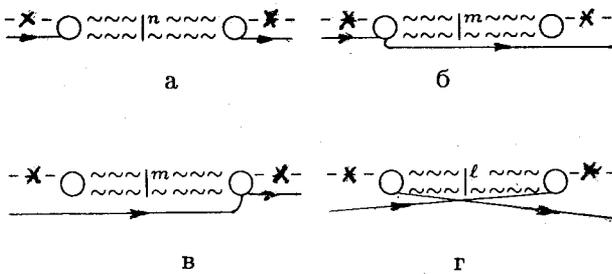


Рис.2. Первые четыре слагаемых обменного пион-нуклонного потенциала V (15) с промежуточными частицами на массовой поверхности: а) в s -канале со связанными матрицами переходов и последующих трех членов формулы (15); б, в, г) с полученными после учета несвязанных частей этого s -канального слагаемого

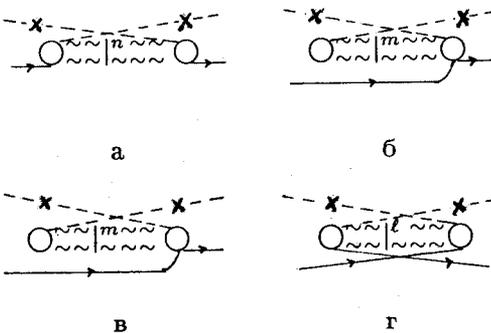


Рис.3. То же, что и на рис.2, но для последних четырех u -канальных слагаемых V (15)

ний. Графически второе и третье слагаемое (11) изображены на рис.2, а и 3, а. Из этого соотношения можно вывести уравнения Лоу [20,25,22], если выделить s -канальное слагаемое с двухчастичным πN -промежуточным состоянием, а сумму остальных слагаемых обозначить через обменный потенциал $V_{a'a}$ с произвольными n -частичными промежуточными состояниями на массовой поверхности:

$$t_{a'a}^{(1)}(p', p) = Y_{a'a}(p', p) + V_{a'a}(p', p) + \sum_{a''} \int t_{a'a''}^{(1)}(p', q) \frac{d^3 \tilde{q}}{E_q - E_p - i\epsilon} t_{aa''}^{(1)*}(p, q), \quad (14)$$

где $d^3 \tilde{q} = \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} m_N / 2\omega_N(q) \omega_\pi(q)$.

Уравнения (14) являются теоретико-полевыми уравнениями Лоу для задачи πN -рассеяния [20,25,22]. В потенциале этого уравнения, так же, как и в искомой t -матрице πN -рассеяния (1), нуклоны рассматриваются на массовой поверхности. В отличие от работ [20,25,26], u -канальный

член (рис.3,а) с πN -промежуточным состоянием мы включили в потенциал $V_{a'a}$. Это слагаемое содержит произведение двух искомым t -матриц рассеяния (1) в системе отсчета с полным импульсом $\mathbf{P} = \mathbf{p}' - \mathbf{q}$, т.е. оно квадратично нелинейно. Такая нелинейность характерна для любой теоретико-полевой формулировки задачи πN -рассеяния, где учитывается кроссинг-симметрия по перестановке внешних π -мезонов. В частности, в работе [22] подобная нелинейность выделена и в уравнении Бете — Солпитера.

При рассмотрении явного вида частично-обменного потенциала $V_{a'a}$ следует учесть, что матрица перехода $\langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | n; in \rangle$ состоит из связанной $\langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | n; in \rangle_c \equiv \langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | n; in \rangle - \langle 0 | j_i(0) b_{\mathbf{p}'s'}(in) | n; in \rangle$ и несвязанной части $\langle 0 | j_i(0) b_{\mathbf{p}'s'}(in) | n; in \rangle$ [25], где индекс «с» обозначает связанную часть матричного элемента, и $b_{\mathbf{p}'s'}(in)$ есть оператор уничтожения нуклона в in -состоянии. В алгебре токов [30] подобное выделение несвязанных частей называют кластерным разложением, и оно приводит к учету несвязанных диаграмм в πN -рассеянии с mN ($m = NN, \pi\pi, \pi\rho, \dots$) и lNN ($l = \bar{N}, \pi\bar{N}, \pi\pi\bar{N}, \dots$) промежуточными состояниями. После этого вместо двух слагаемых (11), изображенных на рис.2,а и 3,а, получим восемь членов со связанными матрицами переходов, которые приведены на рис.2 и 3 и имеют вид

$$\begin{aligned}
 & V_{a'a}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \\
 & = \sum_{n=N, \pi N, \dots} \langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | n; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{P}_n)}{P_n^0 - \omega_\pi(\mathbf{q}) - \omega_N(\mathbf{p}) - i\epsilon} \langle in; n | j_i(0) | \mathbf{p}s \rangle_c + \\
 & + \sum_{m=NN, \dots} \langle 0 | j_i(0) | m; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} + \mathbf{q} - \mathbf{p}' - \mathbf{P}_m)}{P_m^0 - \omega_\pi(\mathbf{q}) - \omega_N(\mathbf{p}) + \omega_N(\mathbf{p}')} \langle in; m \mathbf{p}'s' | j_i(0) | \mathbf{p}s \rangle_c + \\
 & + \sum_{m=NN, \pi\rho, \dots} \langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | \mathbf{p}s m; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} - \mathbf{P}_m)}{P_m^0 - \omega_\pi(\mathbf{q})} \langle in; m | j_i(0) | 0 \rangle - \\
 & - \sum_{l=N, \pi N, \dots} \langle 0 | j_i(0) | \mathbf{p}s l; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{q} - \mathbf{p}' - \mathbf{P}_l)}{P_l^0 - \omega_\pi(\mathbf{q}) + \omega_N(\mathbf{p}')} \langle in; l \mathbf{p}s' | j_i(0) | 0 \rangle + \\
 & + \sum_{n=N, \pi N, \dots} \langle \mathbf{p}'s' | j_i(0) | n; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{q} - \mathbf{P}_n)}{P_n^0 + \omega_\pi(\mathbf{q}) - \omega_N(\mathbf{p}')} \langle in; n | j_i(0) | \mathbf{p}s \rangle_c +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{m=N\bar{N}, \pi\rho, \dots} \langle 0 | j_i(0) | m; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(-q - P_m)}{P_m^0 + \omega_\pi(q)} \langle in; m\rho' s' | j_i'(0) | ps \rangle_c + \\
& + \sum_{m=N\bar{N}, \dots} \langle \rho' s' | j_i(0) | psm; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(-q - p + \rho' - P_m)}{P_m^0 + \omega_\pi(q) - \omega_N(\rho') + \omega_N(p)} \langle in; m | j_i'(0) | 0 \rangle - \\
& - \sum_{\bar{l}=N, \pi\bar{N}, \dots} \langle 0 | j_i(0) | ps\bar{l}; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(-q - p - P_{\bar{l}})}{P_{\bar{l}}^0 + \omega_\pi(q) + \omega_N(p)} \langle in; \bar{l}\rho s' | j_i'(0) | 0 \rangle. \quad (15)
\end{aligned}$$

Рассматриваемая формулировка задачи πN -рассеяния является трехмерной и, следовательно, упорядоченной по времени. Поэтому в выражении (15) появляются в явном виде антинуклонные степени свободы в промежуточных состояниях. В частности, четвертое и восьмое слагаемые частично-обменного потенциала $V_{a'a}$ (15) соответствуют πN -рассеянию в \bar{u} - и \bar{s} -каналах, когда сначала происходит испускание конечного нуклона N' из конечного состояния, а потом поглощение нуклона N из начального состояния. Эти реакции осуществляются с явным учетом в промежуточном состоянии хотя бы одного антинуклона. Диаграммы на рис.2,б,в, 3,б,в описывают различные по временной последовательности переходы между системами частиц $\pi' N' \leftrightarrow Nm$ и $m \leftrightarrow \pi$. Так, если на рис.2,б сначала происходит переход $\pi' N' \rightarrow Nm$ и потом переход $m \rightarrow \pi$, то на рис.3,б сначала идет виртуальный процесс возникновения из вакуума состояния $m\pi$, а потом переход $mN \rightarrow \pi' N'$. Аналогичной временной последовательностью отличаются друг от друга слагаемые потенциала (15), изображенные на рис.2,в и 3,в.

Трехмерные релятивистские уравнения Лоу (14), несмотря на ряд привлекательных свойств, обладают тем недостатком, что они квадратично нелинейны. Кроме того, в отличие от нерелятивистских уравнений Лоу [10,31,2], потенциал уравнений (14) неэрмитов из-за пропагаторов в частично-обменном потенциале $V_{a'a}$ (15) и из-за чайкообразного слагаемого, который эрмитов лишь в случае простейших лагранжианов взаимодействия. Далее мы покажем [22], что в потенциале уравнения Лоу (14) неэрмитовость можно выделить при помощи несамосопряженного множителя в виде полной энергии системы в конечном состоянии $E_{\rho'} \neq E_{\rho}^*$, т.е. неоднородный член уравнения Лоу можно представить через сумму эрмитовой и неэрмитовой частей:

$$W_{a'a}(\rho', \rho) \equiv Y_{a'a}(\rho', \rho) + V_{a'a}(\rho', \rho) = A_{a'a}(\rho', \rho) + E_{\rho'} B_{a'a}(\rho', \rho), \quad (16)$$

где $A_{a'a}$ и $B_{a'a}$ — эрмитовы матрицы.

В s -канальном слагаемом πN -потенциала V (15) содержатся сингулярные пропагаторы. Так, если энергия начального πN -состояния меньше порога возникновения некоего M -частичного состояния, то в (15) имеется $n = \pi N, \dots, M - 1$ сингулярных слагаемых. Поэтому вместо уравнения (14) следует рассмотреть систему многоканальных уравнений Лоу для амплитуд переходов $n \rightarrow n'$ при $n, n' = \pi N, \pi \pi N, \dots, M - 1$, и в соответствующих частично-обменных потенциалах V не будут содержаться особенности в рассматриваемой области энергий $E_p = \omega_\pi(q) + \omega_N(p) < P_M^0$. Однако для простоты изложения ниже мы будем рассматривать случай, когда энергия начального состояния πN -системы меньше порога рождения второго π -мезона. Тогда в потенциале (15) не возникают особенности и в него включены всевозможные s -канальные слагаемые ($n \neq \pi N$). Формальное обобщение на многоканальный случай приведенных ниже одноканальных соотношений дано в разд.4.

Для того чтобы убедиться в справедливости формулы (16), воспользуемся соотношением (13) и следующими тождествами для пропагаторов частично-обменного потенциала $V_{a'a}$ (15):

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_n^0 - \omega_\pi(q) - \omega_N(p)} &\equiv \frac{1}{P_n^0 - \omega_\pi(q) - \omega_N(p)} \frac{P_n^0 - E_{p'}}{P_n^0 - \omega_\pi(q') - \omega_N(p')}, \\ \frac{1}{P_m^0 - \omega_\pi(q) - \omega_N(p) + \omega_N(p')} &\equiv \frac{[P_m^0 + \omega_N(p')] - E_{p'}}{P_m^0 - \omega_\pi(q) - \omega_N(p) + \omega_N(p')} \frac{1}{P_m^0 - \omega_\pi(q')}, \\ \frac{1}{P_m^0 - \omega_\pi(q)} &\equiv \frac{1}{P_m^0 - \omega_\pi(q)} \frac{[P_m^0 + \omega_N(p)] - E_{p'}}{P_m^0 - \omega_\pi(q') - \omega_N(p') + \omega_N(p)}, \\ \frac{1}{P_l^0 - \omega_\pi(q) + \omega_N(p')} &\equiv \frac{1}{P_l^0 - \omega_\pi(q) + \omega_N(p')} \frac{[P_l^0 + \omega_N(p) + \omega_N(p')] - E_{p'}}{P_l^0 - \omega_\pi(q') + \omega_N(p)}, \\ \frac{1}{P_n^0 + \omega_\pi(q) - \omega_N(p')} &\equiv \frac{1}{P_n^0 + \omega_\pi(q) - \omega_N(p')} \frac{[P_n^0 - \omega_N(p) - \omega_N(p')] + E_{p'}}{P_n^0 + \omega_\pi(q') - \omega_N(p)}, \\ \frac{1}{P_m^0 + \omega_\pi(q)} &\equiv \frac{1}{P_m^0 + \omega_\pi(q)} \frac{[P_m^0 - \omega_N(p')] + E_{p'}}{P_m^0 + \omega_\pi(q') - \omega_N(p) + \omega_N(p')}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{1}{P_m^0 + \omega_\pi(q) - \omega_N(p') + \omega_N(p)} \equiv \frac{[P_m^0 - \omega_N(p)] + E_p}{P_m^0 + \omega_\pi(q) - \omega_N(p') + \omega_N(p)} \frac{1}{P_m^0 + \omega_\pi(q')},$$

$$\frac{1}{P_l^0 + \omega_\pi(q) + \omega_N(p)} \equiv \frac{1}{P_l^0 + \omega_\pi(q) + \omega_N(p)} \frac{P_l^0 + E_p}{P_l^0 + \omega_\pi(q') + \omega_N(p')}.$$

Нетрудно убедиться, что если множители перед E_p в первом, четвертом, пятом и восьмом тождествах (17) эрмитовы, то множитель перед E_p во втором тождестве (17) эрмитово сопряжен с соответствующим множителем в третьем тождестве. Точно так же сопряжены соответствующие выражения в шестом и седьмом тождествах (17). Подставляя тождества (17) в выражение для частично-обменного потенциала (15), получим, что неэрмитовость этого выражения в самом деле определяется множителем E_p .

Таким образом, тождества (17) и выражение (13) для чайкообразного слагаемого (12) позволяют представить неоднородный член уравнения Лоу (14) в виде формулы (16). В приложении 2 показано, что уравнения Лоу, неоднородный член которых, так же, как и $W_{a'a}(p', p)$ (16), содержит пропорциональное полной энергии системы E_p неэрмитово слагаемое, сводятся к линейным интегральным уравнениям ЛШ:

$$\mathcal{J}_{a'a}(p', p, E_p) = U_{a'a}(p', p, E_p) + \sum_{a''} \int U_{a'a''}(p', q, E_p) \frac{d^3 \tilde{q}}{E_q - E_p - i\epsilon} \mathcal{J}_{a''a}(q, p, E_p), \quad (18)$$

потенциал которого однозначно определяется через неоднородный член уравнения Лоу (14):

$$U_{a'a}(p', p, E) = A_{a'a}(p', p) + E B_{a'a}(p', p),$$

$$U_{a'a}(p', p, E = E_p) = W_{a'a}(p', p), \quad (19)$$

а решение линейного интегрального уравнения (18), в свою очередь, определяет искомую t -матрицу (1) из уравнения Лоу (14):

$$t_{a'a}^{(1)}(p', p) = W_{a'a}(p', p) + \sum_{a''} \int W_{a'a''}(p', q) \frac{d^3 \tilde{q}}{E_q - E_p - i\epsilon} \mathcal{J}_{a''a}(q, p, E_p). \quad (20)$$

При этом на энергетической поверхности, когда $E_p = E_p$, решения уравнений (14) и (18) совпадают:

$$t_{a'a}^{(1)}(p, p) = \mathcal{J}_{a'a}(p, p, E_p). \quad (21)$$

Иной вывод уравнений ЛШ (18) из теоретико-полевых уравнений Лоу (14) дан в [22] (см. приложение 3), где при помощи алгебраических тождеств для сумм пропагаторов уравнений Лоу (14) была показана идентичность итерационного ряда этого уравнения с итерационным рядом уравнений ЛШ. Из приведенного в приложении 2 вывода уравнений Лоу из уравнений ЛШ видно, что для существования единственности решения этих уравнений важно, чтобы потенциал этих уравнений был ограничен. Это условие необходимо для однозначного определения операторов $(1 - B)^{\pm 1/2}$ в приложении 2 и для построения итерационного ряда рассматриваемых уравнений в приложении 3. С другой стороны, если потенциал уравнений Лоу неограничен, то это может означать неудачный или нереалистичский выбор вершинных функций, из которых строится такой потенциал.

Отметим, что рассматриваемая процедура линеаризации уравнений Лоу [22,23] является, с одной стороны, обобщением подобной линеаризации соответствующих уравнений с эрмитовым потенциалом в нерелятивистской теории столкновения [31,32,2], а с другой стороны, она обобщает результаты работы [33], где учитывалось лишь s -канальное одноуклонно-обменное слагаемое $\pi' N'$ -потенциала.

Лоренц-ковариантность теоретико-полевых уравнений Лоу. Фигурирующие в релятивистских уравнениях Лоу (14) и частично-обменном потенциале V (15) t -матрицы переходов являются ковариантными относительно преобразований Лоренца. Кроме того, в чайкообразном слагаемом Y (12) одновременный коммутатор локальных полей пропорционален $\delta^{(4)}(x)$ и поэтому это слагаемое πN -потенциала уравнений Лоу тоже можно считать ковариантным [30]. Однако пропагаторы в соотношениях (14) и в (15) не имеют лоренц-ковариантного вида. Это обстоятельство обусловлено наличием зависящих от времени ступенчатых функций $\theta(\pm x^0)$ в хронологическом произведении в исходном выражении (8). Как известно, хронологическое произведение является ковариантным объектом [12], т.к. лоренц-преобразования не могут изменить порядка операторов в хронологическом произведении. Очевидно, что это утверждение справедливо при любом числе промежуточных состояний между рассматриваемыми операторами. Для придания явно ковариантного вида уравнениям Лоу (14) предыдущие выкладки можно провести на гиперповерхности $\lambda x = 0$ [10,12,19], где четырехвектор λ характеризует эту гиперповерхность. В частности, если взять $\lambda = (p + q)/\sqrt{(p + q)^2}$ [19], то в с.ц.м., где $\lambda = (1,0,0,0)$, явный вид предыдущих формул не изменится. А в произвольной системе отсчета для энергий частиц в пропагаторах соотношений (14) и (15) будем иметь следующие лоренц-инвариантные выражения:

$$\begin{aligned} \omega_{\pi}(\mathbf{q}') &\rightarrow [(q' \cdot p) + (q' \cdot q) / \sqrt{(p+q)^2}]; \quad \omega_N(\mathbf{p}') \rightarrow [(p' \cdot p) + (p' \cdot q) / \sqrt{(p+q)^2}], \\ \omega_{\pi}(\mathbf{q}) &\rightarrow [(q \cdot p) + (q \cdot q) / \sqrt{(p+q)^2}]; \quad \omega_N(\mathbf{p}) \rightarrow [(p \cdot p) + (p \cdot q) / \sqrt{(p+q)^2}], \\ P_{\alpha}^0 &\rightarrow [(P_{\alpha} \cdot p) + (P_{\alpha} \cdot q) / \sqrt{(p+q)^2}]; \quad \alpha = n, m, l, \bar{l}. \end{aligned}$$

Соответствующим образом изменятся в произвольной системе отсчета и станут ковариантными пропагаторы в уравнениях типа ЛШ (18) и в формуле (19).

Уравнения Лоу для t -матрицы πN -рассеяния с нуклонами вне массовой поверхности [24]. Вывод теоретико-полевых уравнений для t -матрицы (2) можно провести по той же самой схеме, что и для уравнений Лоу (14). Так, если в выражении (2) при помощи формул ЛШЦ провести редукцию нуклона из in -состояния, то аналогично (11) получим теоретико-полевое спектральное разложение матрицы рассеяния (2), которое после выделения связанных частей в матрицах перехода, т.е. после кластерного разложения, графически можно представить в виде диаграмм на рис.4. Первое слагаемое этих соотношений определяется следующим чайкообразным членом:

$$\bar{Y}_{a'a}^{\dagger}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \langle \mathbf{q}' i' | \{ J_{p's'}^{\dagger}(0), b_{ps}^{\dagger}(0) \} | \mathbf{q} \rangle, \quad (22)$$

где $b_{ps}^{\dagger}(x^0)$ — гейзенберговский оператор, который при $x^0 \rightarrow \pm \infty$ переходит в слабом смысле в оператор рождения нуклона:

$$b_{ps}^{\dagger}(x^0) = \int d^3x \exp(-ipx) \bar{\Psi}(x) \gamma^0 u(\mathbf{p}s). \quad (23)$$

Из рис.4 видно, что, так же, как и в случае спектрального разложения t -матрицы (1), частично-обменная часть потенциала πN -взаимодействия с обоими нуклонами вне массовой поверхности состоит из s -, u -, \bar{s} - и \bar{u} -канальных слагаемых и из слагаемых, которые описывают πN -рассеяние при помощи переходов $\pi N \Leftrightarrow \pi m$ и $m \Leftrightarrow N$ при $m = N, \pi N, \dots$. Это спектральное разложение не содержит каких-либо упрощений или преимуществ по сравнению с рассмотренными выше выражениями с π -мезонами вне массовой поверхности и поэтому мы рассмотрим иной вариант уравнений Лоу с немассовым выходом нуклона. В частности, мы рассмотрим редукцию по формуле ЛШЦ нуклона из in -состояния в выражении (1) и π -мезона из in -состояния в (2) [24]. Тогда аналогично (14) получим следующую систему уравнений для искомых t -матриц рассеяния (1) и (2):

$$\begin{aligned} t_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= Y_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + V_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + \\ &+ \sum_{a''} \int t_{a'a''}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{q}) \frac{d^3\bar{\mathbf{q}}}{E_{\mathbf{q}} - E_{\mathbf{p}} - i\epsilon} t_{a''a}^{(\beta)*}(\mathbf{p}, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (24)$$

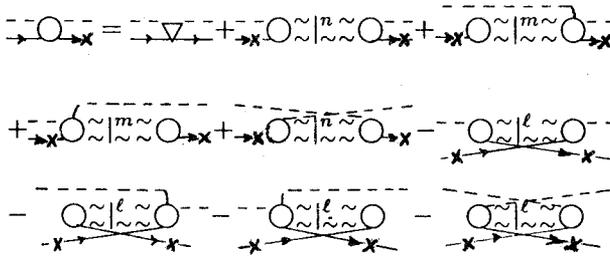


Рис.4. Теоретико-полевое спектральное разложение для t -матрицы πN -рассеяния с нуклонами вне массовой поверхности (2)

где $\alpha, \beta = 1, 2$ и $\alpha \neq \beta$, а $Y_{a'a}^{(\alpha)}$ обозначают следующие чайкообразные слагаемые:

$$Y_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = - \langle \mathbf{p}' s' | [j_i(0), b_{ps}^\dagger(0)] | \mathbf{q} i \rangle, \quad (25)$$

$$Y_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \langle \mathbf{q}' i' | [J_{p's'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] | \mathbf{p} s \rangle, \quad (26)$$

и $V_{a'a}^{(\alpha)}$ описывается частично-обменными диаграммами со всеми частицами из промежуточных состояний на массовой поверхности. Графически $V_{a'a}^{(1)}$ изображен на рис.5. Этот потенциал описывает πN -взаимодействие в s -канале (рис.5,а при $n = N, \pi N, \dots$), \bar{s} -канале (рис.5,з с $l = \bar{N}, \pi \bar{N}, \pi \bar{N}, \dots$), t -канале (рис.5,г при $k = \pi\pi, \bar{N}N, \dots$) и \bar{t} -канале (рис.5,д).

Графическое представление $V_{a'a}^{(2)}$ отличается от $V_{a'a}^{(1)}$ тем, что в $V_{a'a}^{(2)}$ вне массовой поверхности рассматриваются частицы π' и N , а в $V_{a'a}^{(1)}$ — N' и π .

Таким образом, частично-обменные потенциалы $V_{a'a}^{(\alpha)}$ не содержат u -канальных слагаемых, которые в выражении (15) с πN -промежуточным состоянием соответствовали бы известной кроссинг-нелинейности теоретико-полевых уравнений Лоу для задачи πN -рассеяния. Отметим, что, несмотря на различный внешний вид уравнений (14) и (24), их решения $t_{a'a}^{(1)}$ (1) идентичны. Следовательно, для одних и тех же t -матриц πN -рассеяния можно получить различные уравнения Лоу, т.е. различные теоретико-полевые спектральные разложения. Эти уравнения отличаются друг от друга структурой неоднородного слагаемого или потенциала, который в зависимости от того, какие из частиц редуцированы по формулам ЛШЦ из асимптотических состояний, имеет разное поведение вне

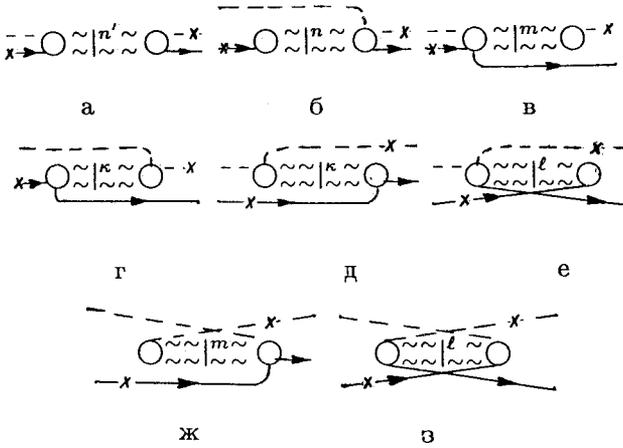


Рис.5. Обменный пион-нуклонный потенциал $V^{(1)}$ (30) с одним внешним π -мезоном и одним внешним нуклоном вне массовой поверхности

массовой области. Для задачи NN -рассеяния из-за тождественности всех асимптотических частиц подобной неоднозначности не возникает.

Для линейризации (24) воспользуемся выведенной в приложении 1 формулой связи между чайкообразными слагаемыми (25) и (26):

$$Y_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = Y_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + (E_{\mathbf{p}} - E_{\mathbf{p}'}) \langle \mathbf{p}' s' | [a_{q'i'}(0), \bar{\Psi}(0) \gamma^0 u(\mathbf{p}s)] | q i \rangle, \quad (27)$$

и пропагаторы в $V_{a'a}^{(\alpha)}$ преобразуем аналогично тождествам (17). Тогда можно определить линейно зависящие от энергии неэрмитовы потенциалы $U_{a'a}^{(\alpha)}$ [24]:

$$U_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E = E_{\mathbf{p}'}) = Y_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + V_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \quad (28)$$

которые обладают следующими свойствами:

$$U_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E = E_{\mathbf{p}'}) = Y_{aa'}^{(\alpha)*}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + V_{aa'}^{(\alpha)*}(\mathbf{p}, \mathbf{p}'), \quad (29)$$

$$U_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_{\mathbf{p}'}) = Y_{aa'}^{(2)*}(\mathbf{p}, \mathbf{p}', E_{\mathbf{p}'}), \quad (30)$$

где $\alpha = 1, 2$. Этих свойств потенциала $U_{a'a}^{(\alpha)}$ достаточно, чтобы доказать изложенным в приложении 3 способом идентичность итерационного ряда

системы уравнений Лоу (24) и двух независимых уравнений типа ЛШ следующего вида:

$$\mathcal{J}_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) = U_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) + \sum_{a''} \int U_{a'a''}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{q}, E_p) \frac{d^3 \tilde{\mathbf{q}}}{E_q - E_p - i\varepsilon} \mathcal{J}_{a''a}^{(\alpha)}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, E_p), \quad (31)$$

причем на полуэнергетической поверхности решения уравнений ЛШ определяют t -матрицы (1) и (2), являющиеся решениями системы уравнений Лоу (24):

$$t_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = U_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) + \sum_{a''} \int U_{a'a''}^{(\alpha)}(\mathbf{p}', \mathbf{q}, E_p) \frac{d^3 \tilde{\mathbf{q}}}{E_q - E_p - i\varepsilon} \mathcal{J}_{a''a}^{(\alpha)}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, E_p), \quad (32)$$

а на энергетической поверхности эти решения совпадают: $t_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}) = \mathcal{J}_{a'a}^{(\alpha)}(\mathbf{p}, \mathbf{p}, E_p)$.

Преимущество уравнения (31) при $\alpha = 1$, по сравнению с уравнением ЛШ (18), заключается в том, что частично-обменная часть потенциала $V_{a'a}^{(\alpha=1)}$ не содержит нелинейности, которая возникает в теоретико-полевых уравнениях Лоу для задачи πN -рассеяния из-за учета кроссинг-симметрии по перестановке внешних π -мезонов [20—22, 25, 26]. Цена, которую пришлось заплатить за это, состоит в том, что потенциал уравнения (31) неэрмитов, и, кроме того, для построения потенциала $V_{a'a}^{(\alpha=1)}$ требуются не только матрицы перехода с π -мезоном вне массовой поверхности, как это нужно в $V_{a'a}$ (16), но еще и матрицы переходов с нуклонами вне массовой поверхности. Заметим, что несмотря на неэрмитовость потенциалов $U_{a'a}^{(\alpha)}$ в работе [24] доказано, что решения уравнений (31) и (24) удовлетворяют условию унитарности как в случае учета всевозможных промежуточных состояний, так и в случае учета лишь одночастичных промежуточных состояний.

Уравнения Лоу для t -матриц πN -рассеяния с двумя внешними частицами вне массовой поверхности. Рассмотрим матрицу реакции $R = S - 1$ для задачи πN -рассеяния:

$$\langle \mathbf{p}' s' \mathbf{q}' i' | S - 1 | \mathbf{p} s \mathbf{q} i \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1^0 dx_2^0 dx_3^0 dx_4^0 R(x_1^0 x_2^0 x_3^0 x_4^0),$$

$$R(x_1^0 x_2^0 x_3^0 x_4^0) = \prod_{k=1,4}^4 [d/dx_k^0] \sum_{(i_1 i_2 i_3 i_4)} d_{(i_1 i_2 i_3 i_4)}^{(4)} \theta(x_{i_1}^0 - x_{i_2}^0) \theta(x_{i_2}^0 - x_{i_3}^0) \theta(x_{i_3}^0 - x_{i_4}^0) \times \\ \times \langle 0 | a_{i_1}(x_{i_1}^0) a_{i_2}(x_{i_2}^0) a_{i_3}(x_{i_3}^0) a_{i_4}(x_{i_4}^0) | 0 \rangle, \quad (33)$$

где индексы 1, 2, 3, 4 обозначают трехимпульсы и квантовые числа частиц π' , N' , π , N соответственно. В частности, когда $i = 3$, $a_i(x_i^0)$ соответствует гейзенберговскому оператору пиона (9), а при $i = 4$ — нуклона (19), когда же $i = 1, 2$, мы имеем эрмитово-сопряженные операторы взаимодействующего пиона π' и нуклона N' . Суммирование в (33) распространяется по всем возможным перестановкам $(i_1 i_2 i_3 i_4)$ исходного расположения частиц (1234), и $d_{(i_1 i_2 i_3 i_4)}^{(4)} = \pm 1$ в зависимости от того, требуется нам четная или нечетная перестановка фермионных операторов поля, чтобы получить из исходного расположения рассматриваемую последовательность $(i_1 i_2 i_3 i_4)$ частиц.

Следуя работе [34], выделим из R -матрицы (34) ту часть, которая определяется действием операторов d/dx^0 на $\theta(x_{i_2}^0 - x_{i_3}^0)$ -функцию:

$$R = \mathfrak{R} + R^s, \\ R^s = \sum_{(i_1 i_2 i_3 i_4)} d_{(i_1 i_2 i_3 i_4)}^{(4)} [d/dx_{i_1}^0] [d/x_{i_4}^0] \theta(x_{i_1}^0 - x_{i_2}^0) \delta(x_{i_2}^0 - x_{i_3}^0) \theta(x_{i_3}^0 - x_{i_4}^0) \times \\ \times \langle 0 | a_{i_1}(x_{i_1}^0) \dot{a}_{i_2}(x_{i_2}^0) a_{i_3}(x_{i_3}^0) a_{i_4}(x_{i_4}^0) | 0 \rangle, \quad (34)$$

где

$$\dot{a}_i(x^0) \equiv [d/dx^0] a_i(x^0) = \begin{cases} i \int d^3x \exp(iq'x) j_i(x), & \text{если } i = 1 \\ \int d^3x \bar{u}(p's') \exp(ip'x) J(x), & \text{если } i = 2. \end{cases} \quad (35)$$

После ряда алгебраических преобразований выражение R^s -матрицы (34) можно связать с чайкообразными слагаемыми:

$$\int dx_1^0 dx_2^0 dx_3^0 dx_4^0 R^s = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p' + q' - p - q) \times \\ \times (\langle p's' | j_{i'}(0), a_{ps}^\dagger(0) | q \rangle i) + \langle p's' | j_{i'}(0), b_{ps}^\dagger(0) | q \rangle i + \\ + \langle q'i' | \{ J_{p's'}(0), b_{ps}^\dagger(0) \} | q \rangle i + \langle q'i' | \{ J_{p's'}(0), a_{ps}^\dagger(0) \} | q \rangle i). \quad (36)$$

Другое слагаемое R -матрицы при помощи условия полноты (10) и интегрального представления $\theta(-x^0)$ -функции можно представить в следующем виде:

$$\mathfrak{R} = [1 + (\pi'\pi) + (\pi'N) + (N'\pi) - (N'N) - (\pi'\pi)(N'N)] \times \\ \times i/(2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega + i\epsilon} \sum_n r_\omega(x_1^0, x_2^0; n) r_\omega(x_3^0, x_4^0; n)^*, \quad (37)$$

где (ab) обозначает кроссинг-перестановку частицы *a* из *out*-состояния с частицей *b* из *in*-состояния.

$$r_\omega(x_1^0, x_2^0; n) = \langle 0 | \dot{a}_{q'i'}(x_1^0) \theta(x_1^0 - x_2^0) \dot{b}_{p's'}(x_2^0) | n; in \rangle \exp(-i\omega x_2^0) + \\ + \langle 0 | \dot{b}_{p's'}(x_2^0) \theta(x_2^0 - x_1^0) \dot{a}_{q'i'}(x_1^0) | n; in \rangle \exp(-i\omega x_1^0) - \\ - \langle 0 | \delta(x_1^0 - x_2^0) | \dot{a}_{q'i'}(x_1^0), \dot{b}_{p's'}(x_2^0) | | n; in \rangle \exp(-i\omega x_1^0). \quad (38)$$

Для вывода формул (37) и (36) мы воспользовались каноническими одновременными коммутационными соотношениями между операторами поля:

$$\{b_{p's'}(0), b_{ps}^\dagger(0)\} = (2\pi)^3 \omega_N(\mathbf{p})/m_N \delta_{s's} \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}); \quad [a_{q'i'}(0), b_{ps}^\dagger(0)] = 0, \\ [a_{q'i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] = (2\pi)^3 (2\omega_\pi(\mathbf{q})) \delta_{i'i} \delta(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \quad (39)$$

и тем обстоятельством, что все несвязанные части *S*-матрицы πN -рассеяния можно учесть в единичном операторе. В случае наличия производных полей в лагранжиане взаимодействия πN -системы коммутационные соотношения (39) могут нарушаться. В приложении 1 показано, что и в случае произвольной зависимости лагранжиана взаимодействия от производных полей можно так переопределить операторы канонического импульса и источника пионного или нуклонного поля, что соотношения (39) будут выполняться. Из явного вида r_ω матрицы (34) после использования свойств трансляционной инвариантности и определения операторов \dot{a} и \dot{b} имеем

$$\langle p's'q'i' | S - 1 | n; in \rangle = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p' + q' - p - q) \langle p's'q'i' | t_\omega | n \rangle = \\ = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p' + q' - p - q) \langle p's'q'i' | t_\omega | n \rangle = \\ = 2\pi \int dx^0 d\omega \delta(\omega - p'^0 - q'^0 + P_n^0) r_\omega(0, x; n) = \\ = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p' + q' - p - q) \langle p's' | j_{i'}(0) | n; in \rangle_c - \\ - \int dx^0 d\omega \delta(\omega - p'^0 - q'^0 + P_n^0) (1 - \exp(-i\omega x^0)) \times \\ \times \langle 0 | \theta(-x^0) \dot{a}_{q'i'}(0) \dot{b}_{p's'}(x^0) | n; in \rangle. \quad (40)$$

Из выражения (40) видно, что на энергетической поверхности, когда $\omega = 0$, $t^{(1)}$ -матрица рассеяния (1) и t_ω совпадают. Далее из соотношений

(37), (38), (39) и (40) легко получить следующее равенство для t_{ω} -матриц πN -рассеяния на энергетической поверхности, когда $|p'| = |p|$:

$$t_{a'a}^{(1)}(p', p) = Y_{a'a}^{(101)}(p', p) + [1 + (\pi' \pi) + (\pi' N) + (N' \pi) - (N' N) - (\pi' \pi)(N' N)] \times \\ \times \sum_n \int (2\pi)^3 \delta(p + q - P_n) \frac{d\omega}{\omega + i\epsilon} \delta(\omega - p'^0 - q'^0 + P_n^0) \times \\ \times \langle p' s' q' i' | t_{\omega} | n \rangle \langle n | t_{\omega} | p s q i \rangle. \quad (41)$$

Соотношения (41) представляют собой спектральное разложение по системе t_{ω} -матриц рассеяния (40) с произвольными n -частичными промежуточными состояниями на массовой поверхности. В отличие от аналогичного спектрального разложения t -матриц (1) и (2), задаваемого формулами (11) и (24), в спектральном разложении (41) учитывается немассовый выход всех четырех внешних частиц. Это обстоятельство привело к значительному изменению неоднородного слагаемого этого нелинейного соотношения. Так, Y^{101} , определяемый из R^S согласно формуле (37), состоит из сумм всех четырех чайкообразных слагаемых, какие возможны в πN -системе. Кроме того, частично-обменная часть спектрального разложения (41) содержит s -, u -, t -, \bar{s} -, \bar{u} -, \bar{t} -канальные диаграммы и не содержит диаграмм с переходом из промежуточного $(m + N)$ - или $(m + \pi)$ -состояния в одночастичное N - или π -состояние (см. рис.2—5).

Таким образом, в этом разделе мы вывели для одной и той же амплитуды πN -рассеяния три различных вида уравнений Лоу или теоретико-полевых спектральных разложений по полной системе асимптотических состояний (10). Все эти уравнения эквивалентны уравнениям ЛШ с линейно зависящим от энергии потенциалом. Рассмотренные потенциалы отличаются друг от друга немассовым поведением внешних частиц, что определяет различный способ их построения из вершинных функций. Для более ясного понимания физического смысла уравнений Лоу и, в частности, чайкообразного слагаемого их потенциала полезно рассмотреть вывод этих уравнений в рамках аксиоматического S -матричного метода [12,27], что и предлагается в следующем разделе.

2. ФОРМУЛИРОВКА УРАВНЕНИЙ ЛОУ В S -МАТРИЧНОМ МЕТОДЕ

Ключевым объектом при формулировке S -матричного метода теории поля [10,12,27] является оператор тока, который для нуклонного поля определяется формулой

$$J(x) = -i \frac{\delta S}{\delta \bar{\Psi}^{(in)}(x)} S^*; \quad \bar{J}(x) = i \frac{\delta S}{\delta \Psi^{(in)}(x)} S^*, \quad (42)$$

где S обозначает оператор S -матрицы, $\Psi^{(in)}(x)$ — оператор нуклонного поля из in -состояния, а вариация S -матрицы по этому полю задает выход S -матрицы во внемассовую область. Через такие расширения S -матрицы во внемассовую область строятся остальные квантовые поля и их хронологические произведения. Так, квантовое поле взаимодействующего нуклона в S -матричном методе определяется при помощи уравнения Янга — Фельдмана [10, 12, 27]:

$$\Psi(x) = Z_2^{1/2} \Psi^{(in)}(x) + \int d^4y S^{(ret)}(x-y) J(y), \quad (43)$$

где $S^{(ret)}(x-y)$ — запаздывающая функция Грина спинорного поля [11], а Z_2 — перенормировочная константа этого поля. Из уравнения Янга — Фельдмана (43) легко получить следующее соотношение для операторов нуклона (23) в представлении взаимодействия:

$$b_{ps}^\dagger(x^0) = b_{ps}^\dagger(in) - iZ_2^{-1/2} \int d^4y \exp(-ipy) \bar{J}(y) \theta(x^0 - y^0) u(ps). \quad (44)$$

Далее рассмотрим одновременный антикоммутирующий операторов нуклонных полей (42) и (44):

$$\begin{aligned} & \{J(0), b_{ps}^\dagger(x^0)\} = \\ & = \{J(0), b_{ps}^\dagger(in)\} - iZ_2^{-1/2} \int d^4y \exp(-ipy) \theta(-y^0) \{J(0), \bar{J}(y)\} u(ps). \end{aligned} \quad (45)$$

Учитывая определение оператора $b_{ps}^\dagger(x^0)$ (23) и свойство антикоммутирующего оператора $J(0)$ с $b_{ps}^\dagger(in)$ [10, 12, 27], соотношение (45) можно переписать в виде

$$\int d^4y \exp(-ipy) \left[\frac{\delta J(0)}{\delta \Psi^{(in)}(y)} - iZ_2^{-1/2} \theta(-y^0) \{J(0), \bar{J}(y)\} - \Lambda(0, y) \right] u(ps), \quad (46)$$

где

$$\Lambda(x, y) = -\delta(x^0 - y^0) \{J(x), \bar{\Psi}(y) \gamma^0\}. \quad (47)$$

С другой стороны, согласно условиям микроскопичности и разрешимости [12, 27], в S -матричном подходе можно получить следующие уравнения Медведева — Поливанова [28] для NN -системы полей:

$$\frac{\delta J(x)}{\delta \Psi^{(in)}(y)} = iZ_2^{-1/2} \theta(x^0 - y^0) \{J(x), \bar{J}(y)\} - \Lambda(x, y), \quad (48)$$

где $\Lambda(x, y)$ — некий квазилокальный оператор с носителем при $x = y$. В работах [28, 27] показано, что уравнения (48) можно рассматривать как

динамические уравнения квантовой теории поля, которые позволяют определить вариацию тока в области совпадающих времен. Роль лагранжиана и перенормировочных контрчленов в каждом порядке теории возмущения может играть квазилокальный оператор $\Lambda(x, y)$, который тем самым определяет всю динамику процесса. Если в качестве $\Lambda(x, y)$ возьмем одновременный коммутатор (47), то увидим, что уравнения (48) и (46) совпадают. При этом любой другой отличный от (47) выбор выражения для квазилокального оператора уравнения Медведева — Поливанова (48) приведет к противоречию с уравнениями Янга — Фельдмана (43). Поэтому ниже мы будем отождествлять уравнения (46) и (48) [23].

Вывод нужных нам для дальнейшего изложения уравнений Лоу для задачи NN -рассеяния можно осуществить из уравнения Медведева — Поливанова (46) тем же путем, что и вывод уравнений Лоу (14) из соотношений (8). Для этого возьмем операторные уравнения (46) в однонуклонных обкладках и между операторами тока нуклонов подставим условие асимптотической полноты (10). Тогда, используя интегральное представление ступенчатой функции $\theta(-y^0)$, после интегрирования по y получим следующее уравнение для t -матрицы NN -рассеяния:

$$\begin{aligned} \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | t | p_1 s_1 p_2 s_2 \rangle &\equiv \mathcal{P}_{1'2'} \langle out; p'_1 s'_1 | J_{p'_2 s'_2}(0) | p_1 s_1 p_2 s_2; in \rangle_c = \\ &= \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | Y + V | p_1 s_1 p_2 s_2 \rangle + \\ &+ \sum_{d, NN} \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | t | n \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(p_1 + p_2 - P_n)}{\omega_N(p_1 + \omega_N(p_2) - P_n^0 + i\epsilon)} \langle n | t^\dagger | p_1 s_1 p_2 s_2 \rangle, \quad (49) \end{aligned}$$

где $\mathcal{P}_{1'2'}$ обозначает оператор антисимметризации тождественных нуклонов 1' и 2', который определяется через оператор перестановки $P_{1'2'}$ в виде $\mathcal{P}_{1'2'} = 1/2(1 - P_{1'2'})$, оператор Y определен через антикоммутатор (47) и, наконец, V , подобно случаю πN -рассеяния, есть сумма частично-обменных слагаемых с промежуточными частицами на массовой поверхности

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{1'2'} \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | V | p_1 s_1 p_2 s_2 \rangle &= \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | \tilde{v} | p_1 s_1 p_2 s_2 \rangle - \\ - \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} \sum_{m=n, \varphi, \pi, \dots} \langle p'_1 s'_1 p'_2 s'_2 | \bar{J}_{p_1 s_1}(0) | m; in \rangle_c &\frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(p'_1 - p_1 - P_m)}{\omega_N(p'_1) - \omega_N(p_1) - P_m^0} \times \\ \times \langle in; m | J_{p'_2 s'_2}(0) | p_2 s_2 \rangle - & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} \sum_{m=\pi, \rho, \pi\pi, \dots} \langle 0 | J_{p'_2 s'_2}(0) | p_2 s_2 m; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(-p'_1 + p_1 - P_m)}{-\omega_N(p'_1) + \omega_N(p_1) - P_m^0} \times \\
 & \quad \times \langle in; m p'_2 s'_2 | \bar{J}_{p_1 s_1}(0) | 0 \rangle. \tag{50}
 \end{aligned}$$

Последние слагаемые частично-обменного NN -потенциала (50) определяют мезонно-обменную часть этого выражения. Эти слагаемые состоят из произведений мезон-нуклонных вершинных функций с одним из внешних нуклонов вне массовой поверхности и отличаются друг от друга временной последовательностью испускания и поглощения промежуточных $m = \pi, \sigma, \rho, NN, \dots$ -частиц на массовой поверхности. Так, если на рис.6,а, который соответствует второму слагаемому V (50), сначала происходит испускание этого промежуточного m -частичного состояния, а потом его поглощение, то в третьем слагаемом V (50) (рис.6,б) — наоборот. Выражение для \tilde{v} в (50) содержит s -канальное слагаемое с $n = \pi d, \pi NN, \dots$ промежуточными состояниями (рис.7,а), слагаемое со связанными $NN \rightleftharpoons Nl$ с $l = \pi N, NNN, \dots$ (рис.7,б), $NN \rightleftharpoons N\bar{l}$ (рис.7,б) при $\bar{l} = \pi\bar{N}, N\bar{N}, \dots$) переходами и \bar{s} -канальное слагаемое с $\bar{n} = d, NN, \dots$ промежуточными состояниями, которые изображены на рис.7,г. При этом диаграммы на рис.7,б—д возникли после кластерного разложения, т.е. после выделения несвязанных частей в диаграммах с n, l, \bar{n}, \bar{l} промежуточными состояниями [23,25,35].

Уравнение Лоу (49) для задачи NN -рассеяния, так же, как и для задачи πN -рассеяния, сво-

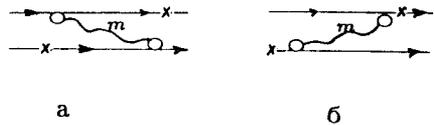


Рис.6. Мезонно-обменное второе (а) и третье (б) слагаемые NN -потенциала (52) с промежуточными мезонами $m = \pi, \rho, \omega, \pi\pi, \dots$ на массовой поверхности

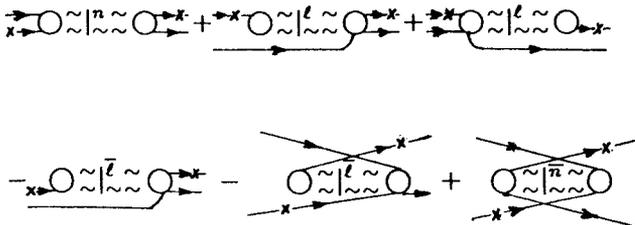


Рис.7. Мезон-нуклонная обменная часть NN -потенциала (52) с $l = \pi N, \sigma N, \dots$; $\bar{n} = d, NN, \dots$ и $\bar{l} = \pi N, \sigma N, \dots$ на массовой поверхности

дится к уравнению ЛШ, при помощи процедуры, приведенной в приложении 2. Соответствующие уравнения имеют форму (П2.1), а их решения, согласно (П2.20), воспроизводят искомую амплитуду NN -рассеяния (49). Кроме того, решения линеаризованного уравнения Лоу (П2.6) и (П2.7) удовлетворяют условиям полноты и ортонормировки (П2.13), (П2.14) и (П2.15), что, так же, как в нерелятивистском случае [31,32,2], позволяет исключить из потенциала NN -взаимодействия слагаемое с однонейтронным обменом [23,35].

Если уравнение Медведева — Поливанова (48) выписать для операторов π -мезонного поля и рассмотреть его в однонуклонных обкладках, то мы получим соотношение (8), которое использовалось для вывода дисперсионных соотношений задачи πN -рассеяния в аксиоматическом подходе квантовой теории поля [36,10,11,12,27]. При этом одновременный коммутатор в однонуклонных обкладках (так называемый чайкообразный член) в (8), согласно условиям локальности и инвариантности, имеет структуру полинома конечного порядка по импульсам пионов на массовой поверхности [36,10]. Поэтому при выводе дисперсионных соотношений для задачи πN -рассеяния чайкообразные слагаемые несущественны. Однако, как мы увидим на примере низкоэнергетического πN - и NN -рассеяния (до 300 МэВ), эти слагаемые играют важную роль при построении реалистических πN - и NN -потенциалов соответствующих трехмерных уравнений, решения которых воспроизводят экспериментальные данные.

Уравнения (48) можно обобщить, если рассмотреть немассовое расширение S -матрицы не только при помощи асимптотических $\Psi^{(in)}(x)$ -полей, но и через другие, достаточно гладкие и убывающие на бесконечности функции $f(x)$ [12,27,37]. В качестве таких функций можно взять функцию включения взаимодействия $g(x)$ [12], функцию, описывающую произвольный внешний классический объект, в частности, классическую добавку к квантованному асимптотическому полю [37], или классический ток [37]. Тогда, согласно принципу микропричинности Боголюбова и условию разрешимости, получим следующее уравнение движения:

$$\frac{\delta J(f, x)}{\delta f(y)} = i\theta(x^0 - y^0)\{J(f, x), \bar{J}(f, y)\} - \Lambda(f, x, y) \quad (51)$$

для расширенного оператора тока [27] $J(f, x)$ (или обобщенного гамильтониана [12] $\mathcal{H}(f, x)$), который определяется при помощи функционального обобщения уравнения Шредингера

$$i \frac{\delta S}{\delta f(x)} = J(f, x)S, \quad (52)$$

где $\Lambda(f, x, y)$ — квазилокальный оператор, пропорциональный $\delta^{(4)}(x - y)$.

Эволюционный по константе связи метод в теории поля [38,39,40] можно сформулировать на основе уравнений (51) и (52), если в качестве $f(x)$ взять выражение, бесконечно близкое к константе взаимодействия g . Тогда в (52) и (51) варьируется лишь константа взаимодействия, а оператор тока остается определенным на массовой поверхности, т.е. в этой формулировке все частицы рассматриваются на массовой поверхности, и константа взаимодействия, по которой задаются дополнительные граничные условия, является четвертой независимой переменной этих уравнений. Сравнение решений этих уравнений с соответствующими решениями уравнений Лоу в модели сепарабельных парных взаимодействий дано в работе [39]. В квантово-механическом частном случае такие уравнения значительно упрощаются, так как не возникает осложнений, связанных с перенормировкой и построением квазилокальных слагаемых. Все частицы здесь рассматриваются на энергетической и массовой поверхности, а в роли независимых переменных фигурируют углы рассеяния и константа связи. Приложения такого квантово-механического метода к задачам взаимодействия π -мезонов с ядрами даны в обзоре [41].

В ковариантной гамильтоновой формулировке теории поля [18,19,42,43] вместо вариации по $f(x)$ в (51) рассматривается вариация по ковариантному σ -параметру, который соответствует расстоянию плоскости от начала координат:

$$\sigma = \lambda_0 x_0 - \lambda x \equiv \lambda x, \quad (53)$$

где λ обозначает единичный четырехвектор нормали этой плоскости с $\lambda_0 > 0$. Кроме того, в этом подходе рассматриваются операторы $S(\sigma, -\infty)$, которые при $\sigma \rightarrow \infty$ переходят в S -матрицу

$$i \frac{\partial S(\sigma, -\infty)}{\partial \sigma} = \mathcal{H}(\sigma, \lambda) S(\sigma, -\infty), \quad (54)$$

где $\mathcal{H}(\sigma, \lambda)$ определяется гамильтонианом в обычном четырехмерном пространстве, который в представлении взаимодействия задается в виде оператора $H(x)$:

$$\mathcal{H}(\sigma, \lambda) = \int d^4x H(x) \delta(\sigma - \lambda x) = \frac{1}{2\pi} \int \exp(i\sigma\tau) \tilde{\mathcal{H}}(\lambda\tau) d\tau \quad (55)$$

и $\tilde{\mathcal{H}}(p)$ есть четырехмерный фурье-образ гамильтониана $H(x)$.

Далее, следуя работам [18,19], введем R -матрицу рассеяния:

$$S(\sigma, -\infty) = 1 + i \mathcal{R}(\sigma, \lambda) = 1 + \frac{1}{2\pi} \int \exp(i\sigma\lambda\tau) \frac{d\tau}{\tau - i\epsilon} \tilde{\mathcal{R}}(\lambda\tau), \quad (56)$$

где для $\mathcal{R}(\sigma, \lambda)$ мы использовали аналогичное с гамильтонианом $\mathcal{H}(\sigma, \lambda)$ (55) обозначение

$$\mathfrak{R}(\sigma, \lambda) = \int d^{(4)}x R(x) \delta(\sigma - \lambda x) = \frac{1}{2\pi} \int \exp(i\sigma\tau) \tilde{\mathfrak{R}}(\lambda\tau) d\tau, \quad (57)$$

а фурье-образ матрицы реакции $R(x)$ мы обозначили через оператор $\tilde{\mathfrak{R}}$, который в точке $\tau = 0$ определяет S -матрицу рассеяния $S(\infty, -\infty) = 1 + i\tilde{\mathfrak{R}}(0)$.

С другой стороны, связь S -матрицы рассеяния с матрицей реакции $R(x)$ произвольных n - и m -частичных систем можно задать в виде

$$\begin{aligned} \langle in; m | S(\infty, -\infty) | n; in \rangle &= \langle in; m | n; in \rangle + \\ &+ i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_m - P_n) \langle in; m | R(0) | n; in \rangle. \end{aligned}$$

Если подставить в (54) формулы (57), легко получить следующие соотношения:

$$\mathfrak{R}(\sigma, \lambda) = -\mathfrak{H}(\sigma, \lambda) - \mathfrak{H}(\sigma, \lambda) \int d^{(4)}x \theta(\sigma - \lambda x) R(x), \quad (58)$$

$$\tilde{\mathfrak{R}}(\lambda\tau) = -\tilde{\mathfrak{H}}(\lambda\tau) - \frac{1}{2\pi} \int \tilde{\mathfrak{H}}(\lambda\tau - \lambda\tau_1) \frac{d\tau_1}{\tau_1 - i\epsilon} \tilde{\mathfrak{R}}(\lambda\tau_1). \quad (59)$$

Уравнения (59) представляют собой уравнения движения для R -матрицы рассеяния в импульсном пространстве, которые в матричных обкладках определяют трехмерные ковариантные уравнения для t -матриц [18, 19]. Так же, как и S -матрица, гамильтониан $\tilde{\mathfrak{H}}$ и матрица перехода $\tilde{\mathfrak{R}}$ в (59) определены на массовой поверхности, и параметр τ задает выход в уравнения (59) за энергетическую поверхность и тем самым вносит существенную зависимость этих операторов от полной энергии-импульса системы. Дальнейшее развитие этого метода, связанное с формулировкой задачи на нуль-плоскости, дано в работах [43—45].

Операторные уравнения (59) в обкладках между произвольными n - и m -частичными состояниями содержат потенциал, который существенно зависит от полной энергии, и поэтому непосредственно связать такие уравнения с полуэнергетическими уравнениями Лоу не представляется возможным. Однако, используя приведенные выше соотношения для R -матрицы $\mathfrak{R}(\sigma, \lambda)$ и гамильтониана взаимодействия $H(x)$, в с.ц.м. можно получить систему линейных уравнений типа ЛШ с не зависящим от энергии эрмитовым потенциалом, из которых следуют уравнения типа Лоу. С этой целью в (58) возьмем плоскость $\sigma = 0$ и выберем параметр $\lambda = \lambda_0 \equiv (1, 0)$. Тогда, согласно определению (57), имеем следующую простую связь между t -матрицей $R(0)$ и $\mathfrak{R}(0, \lambda_0)$:

$$\langle in; m | \mathfrak{R}(0, \lambda_0) | n; in \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(P_m - P_n) \langle in; m | R(0) | n; in \rangle.$$

Из соотношений (58) с учетом (57) и (55) получается следующая система уравнений:

$$\langle in; m | R(0) | n; in \rangle = - \langle in; m | H(0) | n; in \rangle -$$

$$- \sum_{\kappa} \langle in; m | H(0) | \kappa; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(P_{\kappa} - P_n)}{E_{\kappa} - E_n - i\epsilon} \langle in; \kappa | R(0) | n; in \rangle, \quad (60)$$

где гамильтониан взаимодействия $H(0)$ следующим образом связан с гамильтонианом $\mathcal{H}(0, \lambda_0)$:

$$\langle in; m | \mathcal{H}(0, \lambda_0) | n; in \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(P_m - P_n) \langle in; m | H(0) | n; in \rangle.$$

Вывод уравнений Лоу и соответствующих уравнений ЛШ из бесконечномерной системы уравнений (60) дан в разд.4. Заметим, что систему уравнений (60) можно также получить непосредственно из операторных уравнений (59), если эти уравнения рассмотреть в обкладках между произвольными n - и m -частичными состояниями и подставить в них соотношения

$$\langle in; m | \tilde{\mathcal{R}}(\lambda\tau) | n; in \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_m - P_n - \lambda\tau) \langle in; m | R(0) | n; in \rangle, \quad (61)$$

$$\langle in; m | \tilde{\mathcal{H}}(\lambda\tau) | n; in \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_m - P_n - \lambda\tau) \langle in; m | H(0) | n; in \rangle. \quad (62)$$

Потенциал $\langle in; m | H(0) | \kappa; in \rangle$ в (60) следующим образом связан с матричным элементом от оператора $\tilde{\mathcal{H}}(\lambda\tau)$:

$$\langle in; m | H(0) | n; in \rangle = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \langle in; m | \tilde{\mathcal{H}}(p) | n; in \rangle.$$

Уравнения (60) не являются лоренц-ковариантными, так как они выведены в с.ц.м., где $\lambda = \lambda_0 \equiv (1, 0)$. Однако если в этой системе отсчета получить соответствующие уравнения Лоу и их линеаризованный аналог, то при помощи соотношений (61) и (62) можно перейти обратно к ковариантной форме уравнений для матриц переходов $\langle in; m | \tilde{\mathcal{R}}(\lambda\tau', \lambda\tau) | n; in \rangle$ [18, 19] и тем самым обеспечить их ковариантность.

3. СВЯЗЬ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ БЕТЕ — СОЛПИТЕРА И УРАВНЕНИЙ ЛОУ

Уравнения Бете — Солпитера (БС) являются одними из наиболее известных и общих теоретико-полевых уравнений [10, 11]. Однако такая общность приводит к еще не преодоленным трудностям, возникающим при решении этих ковариантных четырехмерных интегральных уравнений и делает невозможным вероятное толкование волновых функций уравнений БС в квантово-механическом смысле [13, 14]. Для преодоления таких сложностей были разработаны квазипотенциальные методы [13, 15] сведения уравнений к трехмерным уравнениям ЛШ, потенциал

которых определяется через потенциал исходного четырехмерного уравнения. При этом, в зависимости от выбранной формы трехмерной редукции уравнений БС, конечные уравнения ЛШ имеют различные пропагаторы и потенциалы, что приводит к неоднозначностям при вычислении релятивистских поправок и, с феноменологической точки зрения, для построения таких трехмерных потенциалов в каждом из квазипотенциальных уравнений требуется задать свои вершинные функции. В настоящее время интерес к квазипотенциальным уравнениям возник еще раз в связи с задачей релятивистского обобщения нерелятивистских кварковых моделей адронных взаимодействий и адронной спектроскопии [46,8]. С этой целью были предложены новые варианты квазипотенциальных уравнений [17,47,48,83].

Решения уравнений Лоу или эквивалентных им уравнений ЛШ (П2.1) можно непосредственно связать с решением соответствующих уравнений БС или их квазипотенциального представления. С этой целью [29] рассмотрим вершинную функцию фермион-антифермионной системы (например, $N\bar{N}$ или $q\bar{q}$), для которой, согласно редукционным формулам ЛШЦ, имеем

$$\langle p_a s_a | J_{ps}(0) | Ki \rangle = -iZ_2^{1/2} \bar{u}(K - p_a s) [\hat{K} - \hat{p}_a - m] \times \\ \times \int d^4\rho \exp(-i\rho |K - p_a|) \langle \frac{1}{2}\rho, -\frac{1}{2}\rho | \chi_{Ki} \rangle | -\hat{p}_a - m | v(p_a s_a), \quad (63)$$

где ps , $p_a s_a$ и Ki обозначают четырехимпульс и квантовые числа соответственно фермиона, антифермиона и их связанного состояния — мезона, χ_{Ki} есть волновая функция уравнений БС связанной фермион-антифермионной системы

$$\langle X\rho | \chi_{Ki} \rangle = \langle 0 | T(\bar{\Psi}(x_1) \Psi(x_2)) | Ki \rangle \quad (64)$$

и $X = 1/2(x_1 + x_2)$, $\rho = 1/2(x_1 - x_2)$ — четырехмерные координаты центра масс и относительного движения антифермиона и фермиона. Так же, как и для случая πN - и NN -рассеяния, для рассматриваемой системы ($N\bar{N}$ или $q\bar{q}$) можно вывести уравнения типа Лоу (П2.28) и их линеаризованный аналог (П2.1). В этих уравнениях искомые амплитуды перехода из фермион-антифермионного состояния в одномезонное состояние имеют вид

$$f(p, K) \equiv \langle p_a s_a | J_{ps}(0) | Ki \rangle = \langle p_a s_a ps | W | \Psi_{Ki} \rangle. \quad (65)$$

Согласно соотношению (П2.24) и условию нормировки (П2.14), для волновых функций дискретного спектра $|\Psi_{Ki}\rangle$, являющихся решениями уравнений ЛШ (П2.8), имеем

$$\sum_{ss_a} \int d^3q N(\mathbf{K}, \mathbf{q}) \frac{\langle \Psi_{\mathbf{K}i} | \mathbf{K}, q_{ss_a} \rangle \langle p_a s_a | J_{ps}(0) | \mathbf{K}i \rangle}{E(\mathbf{K}, \mathbf{q}) - \omega_M(\mathbf{K})} = -\delta_{i'i'} \quad (66)$$

где $N(\mathbf{K}, \mathbf{q}) = 1/(2\pi)^3 m^2/\omega_F(\mathbf{p}) \omega_F(\mathbf{p}_a)$ — нормировочный множитель, \mathbf{p} и \mathbf{p}_a — импульсы фермиона и антифермиона, которые на массовой поверхности имеют энергию $\omega_F(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ и $\omega_F(\mathbf{p}_a) = \sqrt{\mathbf{p}_a^2 + m^2}$, эти импульсы определены через полный и относительный импульсы системы \mathbf{K} и \mathbf{q} в виде $\mathbf{p}_a, \mathbf{p} = 1/2\mathbf{K} \pm \mathbf{q}$ и, наконец, $E(\mathbf{K}, \mathbf{q}) = \omega_F(\mathbf{p}) + \omega_F(\mathbf{p}_a)$ и $\omega_M(\mathbf{K}) = \sqrt{\mathbf{K}^2 + M^2}$ — полная энергия системы и энергия мезона. Для простоты здесь мы рассматриваем случай $2m > M$.

С другой стороны, согласно формулировке уравнения БС [11], условие нормировки для волновых функций (64) имеет вид

$$\langle \chi_{\mathbf{K}i'} | \left[\frac{\partial}{\partial K_\mu} \right] (G_0^{-1} + \nu) | \chi_{\mathbf{K}i} \rangle = 2iK_\mu \delta_{i'i'} \quad (67)$$

где G_0^{-1} обозначает произведение операторов Дирака в импульсном пространстве рассматриваемого фермиона-антифермиона, а ν — потенциал уравнения БС. Выражение $G_0^{-1} + \nu$ является обратным к полной функции Грина фермион-антифермионной системы.

Если теперь подставить в формулу (66) выражение (63), то для сопряженной по условию нормировки (67) волновой функции БС (64) получим

$$\langle \varphi_{\mathbf{K}i} | \rho \rangle \equiv \langle \chi_{\mathbf{K}i} | iK_\mu / 2M^2 \frac{\partial}{\partial K_\mu} (G_0^{-1} + \nu) | \rho \rangle, \quad (68)$$

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{\mathbf{K}i} | \rho \rangle = & -iZ_2^{1/2} \sum_{ss_a} \int d^3q N(\mathbf{K}, \mathbf{q}) \bar{u}(\mathbf{K} - \mathbf{p}_a s) [\hat{K} - \hat{p}_a - m] \times \\ & \times \frac{\langle \Psi_{\mathbf{K}i} | \mathbf{K}, q_{ss_a} \rangle}{E(\mathbf{K}, \mathbf{q}) - \omega_M(\mathbf{K})} [-\hat{p}_a - m] v(\mathbf{p}_a s_a) \exp(-i\mathbf{p}[\mathbf{K} - \mathbf{p}_a]), \quad (69) \end{aligned}$$

где $\mathbf{p}_a = 1/2\mathbf{K} + \mathbf{q}$.

Формулы (63) и (69) определяют взаимосвязь между волновыми функциями уравнений БС и Лоу [29]. Так, для того чтобы определить из волновой функции БС амплитуду уравнений Лоу, нужно, согласно формуле (63), перейти на массовую поверхность по антифермионной переменной, а чтобы построить, согласно условию нормировки (67), сопряженную к волновой функции БС функцию $\langle \varphi_{\mathbf{K}i'} | \rho \rangle$ (68), следует взять трехмерный интеграл по относительному импульсу \mathbf{q} в формуле (69). Эту

формулу можно представить в более компактном виде, если использовать одновременные волновые функции [13,14]:

$$\langle X, \rho | \tilde{\chi}_{K_i} \rangle \equiv \int d\rho^0 \delta(\rho^0) \langle X, \rho | \chi_{K_i} \rangle,$$

где $\langle X, \rho | \chi_{K_i} \rangle$ есть решение уравнений БС. Если рассмотреть (69) в импульсном представлении, то получим

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\varphi}_{K_i} | p_a \rangle &\equiv \langle \tilde{\chi}_{K_i} | iK_\mu / 2M^2 \frac{\partial}{\partial K_\mu} (\tilde{G}_0^{-1} + \tilde{\nu}) | K - p_a \rangle = \\ &= -iZ_2^{1/2} \sum_{ss_a} N(K, -K + p_a) \bar{u}(K - p_a s) [\hat{K} - \hat{p}_a - m] \times \\ &\quad \times \frac{\langle \Psi_{K_i} | K, -K + p_a^{ss_a} \rangle}{E(K, -K + p_a) - \omega_M(K)} [-\hat{p}_a - m] v(p_a s_a), \end{aligned}$$

где \tilde{G}_0 и $\tilde{G} = (\tilde{G}_0^{-1} + \tilde{\nu})^{-1}$ обозначают двухвременную свободную и полную функции Грина системы, которые в импульсном пространстве следующим образом связаны с функциями Грина уравнений БС:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(K, p, p_a) &= -i/\pi \int dp'_a{}^0 dp_a{}^0 G(K, p'_a, p_a), \\ \tilde{G}_0(K, p, p_a) &= -i/\pi \int dp'_a{}^0 dp_a{}^0 \delta^{(4)}(p'_a - p_a) \frac{\hat{K} - \hat{p}_a + m}{K - p_a^2 - m^2} \frac{\hat{p}_a + m}{p_a^2 + m^2}, \end{aligned}$$

а квазипотенциал $\tilde{\nu}$ выражается через потенциал уравнений БС ν :

$$\tilde{\nu} = \tilde{G}_0^{-1} \widetilde{G_0 \nu G_0} \tilde{G}_0^{-1} - \tilde{G}_0^{-1} [\widetilde{G_0 \nu G_0 \nu G_0}] \tilde{G}_0^{-1} + \dots \quad (70)$$

где способ построения оператора \tilde{G}_0^{-1} для фермионных операторов определен в работах [133,7].

В настоящее время существует обширная литература по квазипотенциальному методу в рамках одновременной формулировки проблемы двух тел [49,50,51,17]. В частности, в недавних работах [52,53] были предложены ковариантные формы таких квазипотенциальных уравнений на нуль-плоскости.

Взаимосвязь решений уравнений Лоу и решений квазипотенциальных уравнений можно определить и другим способом. Для этого, согласно квазипотенциальному подходу, предложенному в [15], заменим исходные уравнения БС $T = \nu + TG_0\nu$ системой эквивалентных им уравнений:

$$\begin{aligned} T &= M + Tg_0M, \\ M &= \nu + M(G_0 - g_0)\nu, \end{aligned} \quad (71)$$

где g_0 подберем таким образом, чтобы искомое решение уравнения БС имело бы тот же самый вид, что и решение уравнений Лоу [23]. Для этого, если взять

$$g_0(p, p_a; K) = (2\pi^3) \delta^{(3)}(p + p_a - K) \frac{\delta(p^0 - \omega_F(p))\delta(p_a^0 - \omega_F(p_a))}{p_a^0 + p^0 - K^0 - i\epsilon},$$

то из уравнений БС для t -матрицы, учитывая, что промежуточные двух-частичные состояния, согласно нашему выбору функции Грина g_0 , находятся на массовой поверхности, получим искомые квазипотенциальные уравнения для амплитуды рассеяния частиц из уравнений Лоу:

$$\begin{aligned} T(p', p) &= \langle p'_a s'_a | J_{p's'}(0) | p s p_a s_a; in \rangle_c = \\ &= M(p', p; E_p) + \int T(p', q) \frac{d^3 \tilde{q}}{E_q - E_p - i\epsilon} M(q, p; E_p). \end{aligned} \quad (72)$$

Сравнивая трехмерные теоретико-полевые уравнения Лоу (П2.28) и их линейризованное представление (П2.1) с трехмерными квазипотенциальными уравнениями, можно отметить следующее.

1) Для построения потенциала трехмерных уравнений Лоу и их линейризованного эквивалента требуется задать чайкообразные слагаемые и вершинные функции, которые зависят от трехимпульсов частиц на массовой поверхности, а задача нахождения квазипотенциалов \tilde{v} (70) или M (71) из исходного потенциала уравнений БС так же сложна, как и сами уравнения БС.

2) В уравнениях Лоу вне массовой поверхности рассматриваются лишь внешние частицы, а в уравнениях БС вне массовой поверхности рассматриваются как все внешние частицы, так и частицы из промежуточных состояний. Поэтому пропагаторы из уравнений Лоу определяются через энергии частиц на массовой поверхности, т.е. при построении этих пропагаторов, так же, как в нерелятивистской теории рассеяния, не возникает сложностей в связи с их перенормировкой.

3) Решения уравнений Лоу и БС на массовой поверхности совпадают. Более того, вне массовой поверхности, согласно (63) или (69), эти решения связаны между собой. Учитывая совпадение решений квазипотенциального уравнения (72) и уравнений Лоу (П2.28), по формуле (71) можно построить эквивалентный потенциалу уравнений Лоу квазипотенциал M .

4. МНОГОКАНАЛЬНАЯ ФОРМУЛИРОВКА УРАВНЕНИЙ ЛОУ

Многоканальные интегральные уравнения (60) с ограниченным числом частиц в промежуточных состояниях и с наперед заданным фено-

менологическим потенциалом $\langle m | V | n \rangle = - \langle m | H(0) | n \rangle$ часто используются в нерелятивистской теории рассеяния на ядрах [7,9,31,71]. Системы уравнений типа (60) с бесконечным числом промежуточных состояний хорошо известны как уравнения Тамма — Данкова [67]. Ниже для определенности рассмотрим задачу πN -рассеяния и для простоты изложения ограничимся учетом следующих взаимосвязанных каналов n , $m = N, \pi N, \pi\pi N, \pi\pi\pi N, NNN, \pi\pi NNN \equiv 1, 2, 3, 4, 5, 6$. В рассматриваемом процессе нет связанного состояния двухчастичной системы, и, следовательно, для полной функции Грина системы уравнений (60) с эрмитовым потенциалом $V \equiv -H(0)$ имеем

$$[G(E)]_{mn} = [(G_0^{-1}(E) - V)^{-1}]_{mn} = \sum_{\kappa=1}^6 \frac{\langle m | \Psi_{\kappa} \rangle \langle \Psi_{\kappa} | n \rangle}{E_{\kappa} - E - i\epsilon},$$

где $|\Psi_{\kappa}\rangle$ — собственные волновые функции гамильтониана $H = H_0 + V$, которые стандартным образом связаны с t -матрицей из уравнений (60):

$$T_{mn}(E_n) \equiv \langle m | R(0) | n \rangle = \sum_{\kappa=1}^6 \langle m | V | \kappa \rangle \langle \kappa | \Psi_n \rangle.$$

Далее, известным в нерелятивистской теории рассеяния [31,32,2,10] способом можно получить следующие уравнения Лоу или спектральное разложение t -матрицы рассеяния:

$$\begin{aligned} T_{mn}(E_n) &\equiv \langle m | V | n \rangle + \sum_{\kappa, l=1}^6 \langle m | V | \kappa \rangle [G(E)]_{\kappa l} \langle l | V | n \rangle = \\ &= \langle m | V | n \rangle + \sum_{\kappa=1}^6 \frac{T_{m\kappa}(E_{\kappa}) T_{\kappa n}^{\dagger}(E_{\kappa})}{E_{\kappa} - E_n - i\epsilon}. \end{aligned}$$

Из этих многоканальных уравнений можно вывести интересные нас уравнения для πN -рассеяния при $m = 2' \equiv \pi' N'$ и $n = 2 \equiv \pi N$:

$$T_{2'2}(E_2) = \mathbb{D}_{2'2}(E_2) + \sum_{2''} \frac{T_{2'2''}(E_{2''}) T_{2''2}^{\dagger}(E_{2''})}{E_{2''} - E_2 - i\epsilon}, \quad (73)$$

$$\mathbb{D}_{2'2}(E_2) = \langle 2' | V | 2 \rangle + \sum_{\kappa \neq 2''} \frac{T_{2'\kappa}(E_{\kappa}) T_{\kappa 2}^{\dagger}(E_{\kappa})}{E_{\kappa} - E_2 - i\epsilon}. \quad (74)$$

Следует отметить, что как сама t -матрица πN -рассеяния (73), так и потенциал (74) содержат несвязанные части, появление которых обусловлено наличием несвязанных диаграмм в $T_{2'l}(E_l)$ -матрицах переходов в $l > 2$ многочастичные промежуточные состояния. В частности, для несвязанных частей этих матриц, которые мы обозначили индексом d , имеем

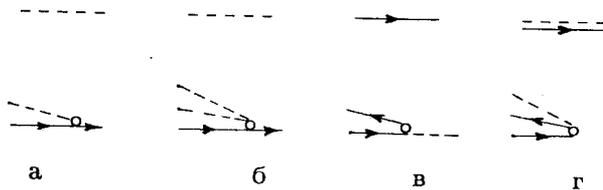


Рис.8. Несвязанные части многоканальной t_{2n} -матрицы (75) соответственно при $n = 3, 4, 5, 6 \equiv \pi\pi N, \pi\pi\pi N, \bar{N}NN, \pi\bar{N}NN$

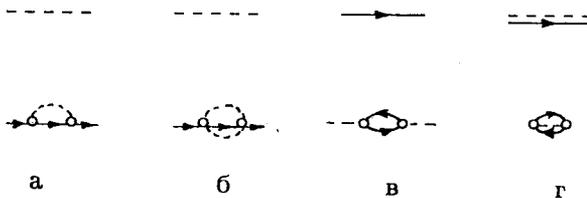


Рис.9. Несвязанные части пион-нуклонной t -матрицы рассеяния

$$\begin{aligned}
 T_{2'3}^d(E_3) &= [1 + (\pi_1\pi_2) | \langle q'i' | q_1i_1 \rangle \langle p's' | R(0) | ps; q_2i_2 \rangle, \\
 T_{2'4}^d(E_4) &= [1 + (\pi_1\pi_2) + (\pi_1\pi_3) | \langle q'i' | q_1i_1 \rangle \langle p's' | R(0) | ps; q_2i_2; q_3i_3 \rangle, \\
 T_{2'5}^d(E_5) &= [1 - (N_1N_2) | \langle p's' | p_1s_1 \rangle \langle q'i' | R(0) | p_2s_2; p_N s_N \rangle, \\
 T_{2'6}^d(E_6) &= [1 + (\pi_1\pi_2) | [1 - N_1N_2) | \langle q'i' | q_1i_1 \rangle \langle p's' | p_1s_1 \rangle \times \\
 &\quad \times \langle 0 | R(0) | p_2s_2; p_N s_N; q_2i_2 \rangle.
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

Матрицы $T_{2'l}^d$ графически изображены на рис.8, где штриховые линии соответствуют распространению не взаимодействующего π -мезона, т.е. матричному элементу $\langle q'i' | q_i \rangle$, а несвязанные сплошные линии обозначают не взаимодействующий нуклон, т.е. $\langle p's' | ps \rangle$. Произведения несвязанных матриц (75) приводят к появлению полностью несвязанных диаграмм (рис.9) в уравнениях Лоу (73) и потенциале (74). В работе [68] показано, что если с самого начала работать с перенормированными пропагаторами, то сумма всех несвязанностей в трехмерных релятивистских уравнениях типа (73) дает нуль. Поэтому несвязанные части выражений (73) и (74) мы рассматривать не будем. После этого комбинации произведе-

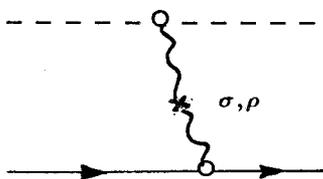


Рис.10. t - и \bar{t} -канальные $\sigma, \rho, \omega, \dots$ диаграммы с мезонами вне массовой поверхности

дений связанных и несвязанных матриц переходов $T_{2'k}$ и T_{k2}^\dagger в (74) воспроизводят обменные диаграммы, которые изображены на рис.2,б,в и 3,б,в при $m = \overline{NN}, \pi NN$, на рис.3,а при $n = N, \pi NN$ и на рис.2,г, 3,г при $\bar{l} = N, \pi N$. Ясно, что этим путем можно учесть и более сложные взаимодействия в u -, t -, \bar{u} -, \bar{t} - и \bar{s} -каналах пион-нуклонного потенциала (74), если при построении этого потенциала учесть более сложные $k > 6$ промежуточные состояния.

Сравнивая уравнения Лоу (73) с потенциалом (74) и аналогичные теоретико-полевые уравнения (14) с потенциалом (15) [22], видим, что эти соотношения будут идентичными, если сделать три замены.

1) Вместо $V_{2'2}$ взять чайкообразное слагаемое (12). Тогда по своему смыслу выражение $V_{2'2}$ будет соответствовать, например, t -канальному σ, ρ, \dots -мезонно-обменному взаимодействию, в чем мы убедимся на примере простейших феноменологических лагранжианов в шестом разделе. Если в качестве промежуточных состояний в (74) дополнительно учесть состояния $\pi\sigma N, \pi\rho N$, то σ -, ρ -обменные члены (рис.10) с промежуточными мезонами на массовой поверхности воспроизведутся вторым слагаемым (74), и для эквивалентности уравнений (74) и (14) следует допустить, что в $V_{2'2}$ содержатся лишь немассовые вклады от σ -, ρ -мезонных взаимодействий в промежуточных состояниях. Такая процедура при выборе матричного элемента гамильтониана взаимодействия означает взаимозаменяемость этого гамильтониана $H(0)$ и квазилокального слагаемого $\Lambda(x, y)$ (47), (48), которая была показана в работах Медведева — Поливанова [27,28].

2) Вместо $T_{2'n}(E_n) = \langle 2' | R(0) | n \rangle$ взять $\langle p's' | j_{i'}(0) | n \rangle_c$.

3) В пропагаторе потенциала (74) энергию π -мезона $q'_0 = \omega_\pi(q')$ заменить на $q'_0 = \omega_N(p) + \omega_\pi(q) - \omega_N(p')$. Несмотря на такие различия уравнения Лоу (73) можно линеаризовать по той же схеме, что и уравнения (14). Для этого при помощи тождества типа (17) представим связанную часть потенциала (74) в виде

$$\mathbb{U}_{2'2}(E_2) = \mathbb{U}_{2'2} + E_2 \mathbb{B}_{2'2} \equiv \mathbb{U}_{2'2}(E_2), \quad (76)$$

тогда, используя процедуру линеаризации уравнений Лоу, данную в приложениях 2 и 3, получим

$$\mathcal{J}_{2'2}(E_2) = \mathcal{U}_{2'2}(E_2) + \sum_{2''} \frac{\mathcal{U}_{2'2''}(E_{2''}) \mathcal{J}_{2''2}(E_2)}{E_{2''} - E_2 - i\epsilon}, \quad (77)$$

где решения уравнений (74) и (77) на энергетической и массовой поверхности совпадают.

С другой стороны, в многоканальных задачах адрон-ядерных взаимодействий ядерной физики [1,7,9,71], а в работе [70] и для задачи πN -рассеяния, часто используются хорошо известные проекционные методы Фешбаха — Окубо [69], при помощи которых уравнения (60) можно свести к следующим уравнениям типа ЛШ:

$$\langle in; 2' | R(0) | 2; in \rangle = \langle in; 2' | \mathcal{K} | 2; in \rangle + \sum_{2''} \langle in; 2' | \mathcal{K} | 2''; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(P_{2''} - P_n)}{E_{2''} - E_n - i\epsilon} \langle in; 2'' | R(0) | 2; in \rangle, \quad (78)$$

$$\langle in; 2' | \mathcal{K} | 2; in \rangle = \langle 2' | V | 2 \rangle + \sum_{\kappa, l \neq 2''} V_{2'\kappa} [G(E_2)]_{\kappa l} V_{l2}. \quad (79)$$

Главное отличие потенциала (79) уравнений типа ЛШ от соответствующего потенциала линеаризованного уравнения Лоу (77) заключается в том, что потенциал уравнения Лоу определен через t -матричные элементы $\langle n | R(0) | m \rangle_c$ и свободные функции Грина, а потенциал уравнения (78) строится через потенциал $\langle n | H(0) | m \rangle_c$ и полную функцию Грина. Кроме того, следует отметить, что в теоретико-полевой формулировке уравнения Лоу (14) в потенциале взаимодействия (15) и (12) нет зависимости от четырехимпульсов внешних π -мезонов в вершинных функциях, а в потенциале (74) эта зависимость остается.

5. ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

Интерес к формулировкам задачи рассеяния связанных систем за последние 25 лет был стимулирован проблемой описания адронных взаимодействий в виде взаимодействия связанных кварковых кластеров, которые имеют лишь бесцветные асимптотические состояния. Так, в работе [72] были рассмотрены нерелятивистские многоканальные уравнения с бесконечным запирающим потенциалом в закрытых каналах. Однако более принятой в настоящее время формой феноменологического

нерелятивистского потенциала, определяющего конфайнмент кварков, является линейная или осцилляторная форма, к которой для учета дальнего действия обычно добавляется кулоновский потенциал

$$V(r) = \alpha r^n + \frac{\beta}{r}, \quad (80)$$

где $r = |x_1 - x_2|$ определяет расстояние между кварками, α и β — параметры модели, $n = 1$ или 2 .

Феноменологический потенциал (80) используется для расчетов адронных характеристик как в нерелятивистском подходе [46,6], так и в релятивистских расчетах адронных спектров [46,47,73,74], проведенных на основе различных трехмерных представлений уравнений БС.

Неудовлетворительность принятой формулировки квантовой теории поля, использующей совместно локальные кварковые и адронные полевые операторы, аргументирована в [75], а в [76] предложена теоретико-полевая модель локальных простых и составных полей, которые взаимодействуют через нерелятивистский осцилляторный потенциал. Самоогласованная и общая формулировка составных нелокальных операторов теории поля предложена в работе [77], где были даны соответствующие обобщения уравнения БС для взаимодействующих связанных систем. Вместо локального гейзенберговского поля мезона $\Phi(x)$ в [77] рассматривается билोकальный кварк-антикварковый оператор

$$\Phi(x_1, x_2) = T(\bar{q}(x_1) q(x_2)), \quad (81)$$

который по переменной ц.м. $X = 1/2(x_1 + x_2)$ и при любой заданной относительной координате $\rho = 1/2(x_1 - x_2)$ определяет на основе уравнения Янга — Фельдмана асимптотические поля

$$\Phi^{in(out)}(X, \rho) = \Phi(X, \rho) - \int d^4Y G^{\text{ret(adv)}}(X - Y) (\partial_Y^2 + m_\pi^2) \Phi(Y, \rho), \quad (82)$$

где $G^{\text{ret(adv)}}(X - Y)$ — известная в теории поля [10,11,12] запаздывающая или опережающая функция Грина.

Оператор рождения или уничтожения связанного состояния строится через асимптотический предел оператора поля $A_{K_i}^\dagger(X^0)$, который определяется через билोकальное поле (81) в аналогичном локальному оператору (9) виде:

$$A_{K_i}^\dagger(X^0) = -i \int d^3X d^4\rho \langle \varphi_{K_i} | X_\rho \rangle \overset{\leftrightarrow}{\partial}_{X^0} \Phi_i(X, \rho), \quad (83)$$

где $\langle \varphi_{K_i} | X_\rho \rangle$ обозначает сопряженную к волновой функции БС (64) функцию, которая определена по формуле (68) и удовлетворяет условию нормировки (67). Из уравнения Янга — Фельдмана (82) видно, что операторы (83) в слабом смысле имеют следующие пределы:

$$A_{K_i}^\dagger(X^0) \xrightarrow{X^0 \rightarrow \mp \infty} A_{in(out)}^\dagger(K_i). \quad (84)$$

В работе [77] показано, что построенные таким образом асимптотические операторы $A_{in(out)}^\dagger(K_i)$ удовлетворяют каноническим коммутационным соотношениям, хотя такие же одновременные канонические коммутационные соотношения для гейзенберговских операторов составных полей $A_{K_i}(X^0)$ не будут выполняться.

Важно отметить, что операторы связанной системы частиц и, в частности, оператор источника кластера

$$j_{K_i}(X) = \int d^{(4)}\rho \langle \varphi_{K_i} | X \rho \rangle [\partial_X^2 + m_\pi^2] \Phi_i(X, \rho), \quad (85)$$

в отличие от локальных операторов поля, зависят нетривиальным образом от четырехимпульса $K = (\omega_M(K), \mathbf{K})$, т.е. операторы (85) и (83) содержат K в виде переменной в волновой функции связанного состояния (68) и (64). Такая зависимость от четырехимпульса кластера является следствием нелокальности его структуры и она характерна также для других моделей составных операторов поля. Так, в [8, 78] рассматриваются квазилокальные операторы типа Хаага — Рюеля для составных операторов, которые в асимптотическом состоянии содержат взаимодействие и, следовательно, зависят от массы и импульса кластера не только через плоскую волну движения его центра масс. Поэтому мезон-нуклонная вершинная функция $\langle p's' | j_{q_i}(0) | ps \rangle$, построенная при помощи нелокального оператора источника (85), содержит дополнительную зависимость от четырехимпульса $q = (\sqrt{m_\pi^2 + q^2}, \mathbf{q})$ по сравнению с вершинной функцией с локальным оператором источника π -мезонного поля $j_i(0)$, который не зависит от импульса π -мезона, и поэтому $\langle p's' | j_i(0) | ps \rangle$ состоит из формфакторов, являющихся функциями единственного аргумента $t = (p' - p)^2$. Следовательно, плохое согласие с экспериментальными данными в расчетах, основанных на πNN -вершинных функциях [97—100], может означать не только плохой выбор феноменологических параметров, но еще может быть следствием кварковой структуры пиона [79]. Аналогичное заключение можно сделать и для вершинной функции дейтрона, имея в виду значительное расхождение при расчете высокоэнергетической реакции электронной дезинтеграции дейтрона $ed \rightarrow enp$ [43]. Такая разница возникает в зависимости от явного вида релятивистской вершинной функции дейтрона. В частности, в [43] рассматривается волновая функция дейтрона [16], определяемая матричным элементом от локального оператора нуклонного поля $\langle p's' | J_{\alpha}(0) | P_d s_d \rangle$, и волновая

функция дейтрона, которая содержит более сложную зависимость от всех импульсов трех внешних частиц на массовой поверхности. Таким образом, минимальное количество переменных, необходимых для описания матриц переходов типа $\langle out; n | j_a(0) | m; in \rangle$, может служить тестом для определения локальности оператора поля $j_a(0)$ [79].

Используя свойства кластерных операторов (83) и (85), в [77] было получено обобщение редуccionной формулы ЛШЦ для S -матрицы рассеяния составных частиц. Согласно этой формулировке, для pp -рассеяния, как рассеяния связанных кварк-антикварковых систем $(q\bar{q}) - (q\bar{q})$, имеем

$$\langle K'_1 i'_1 K'_2 i'_2 | S - 1 | K_1 i_1 K_2 i_2 \rangle = \int d^{(4)}X'_1 d^{(4)}\rho'_1 \dots d^{(4)}X_2 d^{(4)}\rho_2 \times \\ \times \langle \varphi_{K'_1 i'_1} | X'_1 \rho'_1 \rangle (\partial_{X'_1}^2 + m_\pi^2) \dots \tau \dots (\partial_{X_2}^2 + m_\pi^2) \langle \varphi_{K_2 i_2} | X_2 \rho_2 \rangle^*, \quad (86)$$

где τ обозначает функцию Грина для бислокальных полей (81):

$$\tau = \langle 0 | T(\Phi^\dagger(X'_1, \rho'_2) \Phi^\dagger(X'_2, \rho'_2) \Phi(X_1, \rho_1) \Phi(X_2, \rho_2)) | 0 \rangle. \quad (87)$$

Из формул (86) и (87) легко вывести обобщения уравнения БС для взаимодействия двух кластеров [77], которые, однако, из-за их сложности не получили пока практического применения. Кроме того, в рассматриваемой формулировке задачи рассеяния могут возникнуть осложнения в связи с условием унитарности адрон-адронного рассеяния при сингулярных пропагаторах распространения кварков в промежуточных состояниях. Ниже мы приведем эквивалентную с [77], но гораздо более упрощенную, трехмерную формулировку задачи рассеяния двух кластеров [29].

Теоретико-полевое спектральное разложение амплитуды рассеяния двух составных систем и соответствующие уравнения типа Липпмана — Швингера [29]. В рассматриваемом случае взаимодействия нелокальных полей двух кластеров условие микропричинности и, следовательно, уравнение Медведева — Поливанова (48) [12, 27] не имеют места. Однако, используя уравнение Янга — Фельдмана (82), для оператора источника составного поля (85) и оператора (83), аналогично (45), можно выписать одновременный коммутатор

$$[j_{K' i'}(0), A_{K i}^\dagger(0)] = [j_{K' i'}(0), A_{in}^\dagger(K i)] - \\ - i \int d^{(4)}X \theta(-X^0) [j_{K' i'}(0), j_{K i}(X)]. \quad (88)$$

В отличие от случая локальных полей оператор источника составного поля зависит от четырехимпульса частицы и не является эрмитовым, так как уже бислокальное поле (81) неэрмитово. Поэтому одновременный

коммутатор (88) не является квазилокальным оператором и нетривиально зависит от импульсов внешних π -мезонов K' и K . Однако из асимптотического условия (84) и того факта, что $in(out)$ -поля составных систем удовлетворяют каноническим перестановочным соотношениям [77], следует, что, так же, как и для локальных полей, мы можем потребовать выполнения асимптотического условия полноты (10). Кварковые степени свободы, согласно формулировке локального КХД-лагранжиана [11,80], тоже имеют свое условие асимптотической полноты, в котором фигурируют необходимые для построения КХД фейнмановских диаграмм кварковые (q) и глюонные (g) $in(out)$ -поля:

$$\sum_{\kappa=q,g,\dots} |\kappa; in(out)\rangle \langle in(out); \kappa| = 1. \quad (89)$$

Рассматриваемая формулировка задачи рассеяния кварковых кластеров [77,29] не противоречит представлениям о кварковых пропагаторах как несингулярных и действительных функциях Грина [81,82], где условие адронной асимптотической полноты (10) соблюдено в силу требуемых свойств кварковых пропагаторов, а в условии (89) нет надобности из-за непертурбативности природы возникновения несингулярных пропагаторов.

Рассмотрение π -мезона как кваркового кластера приводит к замене πN -амплитуды рассеяния (1) на более сложное выражение

$$t_{a'a}^{(1)}(p', p) = \langle out; p' s' | j_{q'i'}(0) | ps, qi; in \rangle, \quad (90)$$

которое, в отличие от (1), явно зависит от четырехимпульса π -мезона в конечном состоянии. Операторные уравнения (88) и условие полноты (10) обеспечивают вывод уравнений Лоу в виде соотношений (14), в которых локальные операторы пионных полей заменены составными операторами (83) и (85). Так, если рассмотрим уравнение (88) в одноуклонных обкладках, то, используя условие полноты (10), после выделения несвязанных частей в матрицах переходов получим уравнение (14) с составными кварковыми операторами пионных полей (83) и (85). Частично-обменный потенциал этих уравнений, аналогично потенциалу (15), описывается диаграммами на рис.2 и 3, а чайкообразный член, согласно приложению 1, можно представить в виде

$$\begin{aligned} Y_{a'a}(p'q'; pq) &= \langle p' s' | j_{q'i'}(0), A_{q_i}^\dagger(0) | | ps \rangle = \\ &= Y_{a'a}^{(1)}(p'q'; pq) + E_p Y_{a'a}^{(2)}(p'q'; pq), \end{aligned} \quad (91)$$

где $Y^{(1)}$ и $Y^{(2)}$ — эрмитовы матрицы.

Далее, используя тождества (17), получим уравнения ЛШ (18), которые определяют решения исходного уравнения Лоу при помощи соотношений (20) и (21). При этом решения таких уравнений удовлетворяют условию адронной унитарности и содержат всю информацию о кварковой структуре в операторах (83) и (85).

Трехмерная редукционная формула S -матрицы рассеяния для $(q\bar{q})-(q\bar{q})$ -системы может быть получена из обобщенного соотношения (86) при помощи формулы взаимосвязи волновых функций уравнения БС и уравнения Лоу (69):

$$\begin{aligned} & \langle K'_1 i'_1 K'_2 i'_2 | S - 1 | K_1 i_1 K_2 i_2 \rangle = \\ & = \sum_{s'_1 s'_a} \dots \sum_{s'_2 s'_a} \int d^3 q'_1 N(K'_1, q'_1) \dots d^3 q_2 N(K_2, q_2) \times \\ & \times \frac{\langle \Psi_{K'_1 i'_1} | K'_1, q'_1 s'_1 s'_a \rangle}{E(K'_1, q'_1) - \omega_M(K'_1)} \dots R \dots \frac{\langle \Psi_{K_2 i_2} | K_2, q_2 s_2 s_a \rangle}{E(K_2, q_2) - \omega_M(K_2)}, \quad (92) \end{aligned}$$

где p_s и $p_a s_a$ обозначают импульс и квантовые числа кварка и антикварка, $q = 1/2 K - p_a$ и K — относительный и полный импульс этой системы, а R есть R -матрица рассеяния двух $(q\bar{q})$ -кластеров с антикварками из in -состояний на массовой поверхности:

$$\begin{aligned} R = & \int d^4 x'_1 \dots d^4 x_2 \exp(-ix'_1 [K'_1 - p'_a]) [\hat{K}'_1 - \hat{p}'_{a_1} - m] [K'^2_1 - m^2_M] \dots \times \\ & \times \langle out; p'_a s'_1 p_{a_2} s'_a | T(q(x'_1) \dots \bar{q}(x_2)) | p_a s_a p_{a_2} s_a; in \rangle \times \\ & \times \exp(-ix_2 [K_2 - p_a]) [\hat{K}_2 - \hat{p}_{a_2} - m] [K^2_2 - m^2_M]. \quad (93) \end{aligned}$$

Трехмерная редукционная формула S -матрицы рассеяния (92) связывает S -матрицу $\pi\pi$ -рассеяния с R -матрицей $(q\bar{q})-(q\bar{q})$ -рассеяния (93) с антикварками на массовой поверхности и немассовыми кварками. При этом R -матрица усредняется по волновым трехмерным волновым функциям π -мезона как связанного кварк-антикваркового состояния (69). Графически формулы (92) и (93) изображены на рис.11. Эти формулы легко обобщить на случай других адрон-адронных процессов. В таком случае R -матрица кварковых переходов будет содержать столько немассовых кварков, сколько адронов участвуют в рассматриваемой реакции. По своему внешнему виду реакция на рис.11 аналогична дейтрон-дейтронному рассеянию, и формула (82) имеет много общего с нерелятивистской формулой рассеяния двух ядер.

Операторы Клейна — Гордона в выражении для R -матрицы кварковых столкновений (93) дают нули на массовой поверхности внешних

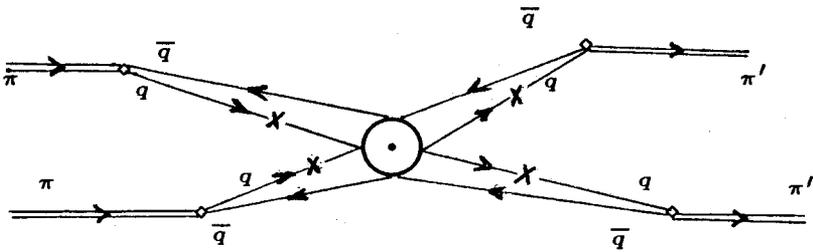


Рис.11. Редукционная формула для S-матрицы лл-рассеяния. Здесь двойная линия обозначает π-мезон, линия со стрелкой соответствует кварку или антикварку, а треугольник — связанной волновой q \bar{q} -функции

пионов, которые должны компенсироваться соответствующими полюсами функции Грина $(q\bar{q})-(q\bar{q})$ -системы (86). В уравнениях Лоу действие операторов Клейна — Гордона или Дирака внешних частиц в редукционных формулах учитывается действием этих операторов на времениупорядоченное произведение операторов поля, т.е. приводит к выделению операторов источника частиц и одновременных коммутаторов в уравнениях для амплитуд взаимодействия. Для такого учета нулей в выражении (93) можно воспользоваться тождеством

$$K^2 - m_M^2 \equiv \gamma^\mu \gamma^\nu (K + p_a)_\mu (K - p_a)_\nu - m_M^2 + m^2 - i\sigma_{\mu\nu} K^\mu p_a^\nu,$$

где действие оператора $(K - p_a)_\nu$ можно учесть в явном виде действием оператора $i\gamma^\nu \partial / \partial x_\nu$ на оператор поля кварка и источника кварка при помощи уравнения движения кварковых полей в КХД.

Уравнения типа ЛШ для теоретико-полевой волновой функции кварк-антикваркового связанного состояния позволяют не только достаточно простым образом рассчитать спектр масс мезонов, но еще изучить механизм адронизации в кварковых моделях. Используя уравнения Лоу для фермион-фермионной системы (49), для кварк-антикварковой амплитуды рассеяния имеем

$$\begin{aligned} \langle p' s' p'_a s'_a | t | p s p_a s_a \rangle &\equiv \langle out; p'_a s'_a | J_{p's'}(0) | p s p_a s_a; in \rangle_c = \\ &= \langle p' s' p'_a s'_a | Y + V | p s p_a s_a \rangle + \\ &+ \sum_{M, q\bar{q}} \langle p' s' p'_a s'_a | t | n \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(p_a + p - p_n)}{\omega_{q_a}(p) + \omega_q(p_a) - P_n^0 + i\epsilon} \langle n | t^\dagger | p s p_a s_a \rangle, \end{aligned} \quad (94)$$

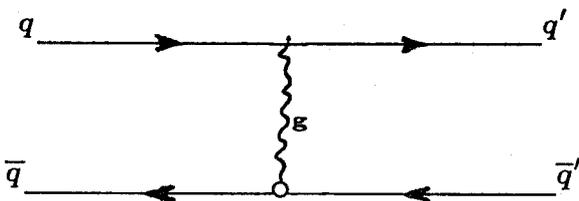


Рис.12. Одноглюонно-обменная диаграмма, описывающая одновременный антикоммутирование (96) в ближайшем приближении. Кругочек обозначает кварк-глюонную вершинную функцию в древесном приближении

где M обозначает одномезонное состояние $M = \pi, \sigma, \rho, \omega \dots$, которое в (94) играет роль дискретного спектра. При этом для простоты мы будем считать кварки конститuentными и допустим, что $2m > m_\pi$. В противном случае, когда $2m < m_\pi$, мезоны можно ввести в виде КДД-полюсов [59], как это сделано для Δ -изобары в работах [60,61].

Согласно уравнениям движения КХД [11,80] оператор источника кваркового поля имеет вид

$$J_{ps}(x) = (i\gamma^\mu \partial / \partial x_\mu - m) q(x) = -g\bar{u}(ps) \gamma^\mu \hat{A}_\mu(x) q(x), \quad (95)$$

где g — константа кварк-глюонного взаимодействия, $\hat{A}_\mu(x) = 1/2 \lambda^a A_\mu^a(x)$ — оператор глюонного поля. Далее, если воспользуемся каноническими коммутационными соотношениями между операторами кварков и глюонов [80], для чайкообразного слагаемого получим

$$Y = \langle p'_a s'_a | \{J_{p's'}(0), b_{ps}^\dagger(0)\} | p_a s_a \rangle = -g\bar{u}(p's') \gamma^\mu u(ps) \langle p'_a s'_a | \hat{A}_\mu(0) | p_a s_a \rangle. \quad (96)$$

Графически это слагаемое соответствует одноглюонно-обменной диаграмме с внешними кварками и антикварками на массовой поверхности (рис.12). При этом кварк-глюонная вершинная функция в (96) рассматривается в древесном представлении. Эффективную вершинную функцию в (96) $\langle p'_a s'_a | \hat{A}_\mu(0) | p_a s_a \rangle$, как в работах [81,82] для эффективного глюонного пропагатора, можно аппроксимировать таким образом, чтобы в нерелятивистском или в статическом пределе из (96) получить потенциал (80), что позволяет воспроизвести условие конфинмента в (94).

Для вычисления обменной части неоднородного слагаемого уравнения Лоу (94) воспользуемся условием полноты в кварковом секторе (89). Тогда эту часть кварк-антикваркового времениупорядоченного потенциала можно условно представить в виде суммы слагаемых трех типов: $V = V_1 + V_2 + V_3$. Первое слагаемое соответствует изображенным на рис.13, a s - и \bar{s} -канальным обменным взаимодействиям с промежуточными состояниями n , $\bar{n} = g, q\bar{q}, \dots$ на массовой поверхности:

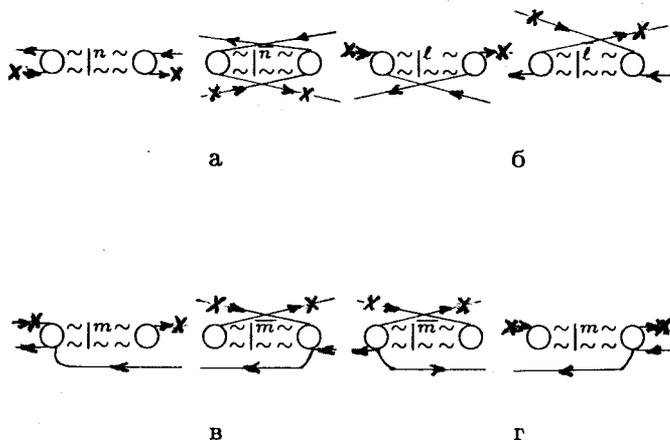


Рис.13. Кварк-антикварковый обменный потенциал

$$\begin{aligned}
 & \langle p' s' p'_a s'_a | V_1 | p s p_a s_a \rangle = \\
 & = - \sum_{n=g, g\bar{q}\bar{q}} \langle p'_a s'_a | J_{p' s'}(0) | n; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(p + p_a - P_n)}{P_n^0 - \omega_q(p) - \omega_q(p_a) - i\epsilon} \langle in; n | \bar{J}_{ps}(0) | ps \rangle_c - \\
 & - \sum_{\bar{n}=g, g\bar{q}\bar{q}} \langle 0 | \bar{J}_{ps}(0) | p_a s_a \bar{n}; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(-p_a - p - P_{\bar{n}})}{-P_{\bar{n}}^0 - \omega_q(p) - \omega_q(p'_a)} \times \\
 & \times \langle in; \bar{n} | p'_a s'_a | J_{p'_a s'_a}(0) | 0 \rangle. \quad (97)
 \end{aligned}$$

Второе слагаемое описывает u - и \bar{u} -канально-обменные слагаемые (рис.13,б):

$$\begin{aligned}
 & \langle p' s' p'_a s'_a | V_2 | p s p_a s_a \rangle = \\
 & = - \sum_{l=q\bar{q}, g\bar{q}\bar{q}\dots} \langle 0 | J_{p' s'}(0) | p_a s_a l; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(p - p'_a - P_l)}{-P_l^0 - \omega_q(p) - \omega_q(p'_a)} \langle in; l p'_a s'_a | \bar{J}_{ps}(0) | 0 \rangle - \\
 & - \sum_{l=\bar{q}\bar{q}, g\bar{q}\bar{q}\dots} \langle p'_a s'_a | \bar{J}_{ps}(0) | \bar{l}; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(p'_a - p - P_{\bar{l}})}{-P_{\bar{l}}^0 - \omega_q(p) + \omega_q(p'_a)} \langle in; \bar{l} | \bar{J}_{p' s'}(0) | p_a s_a \rangle_c. \quad (98)
 \end{aligned}$$

Третье слагаемое описывается временной последовательностью переходов однокваркового (антикваркового) состояния в $m = gq, ggq \dots$ ($\bar{m} = g\bar{q}, gg\bar{q} \dots$) состояния на массовой поверхности (рис.13,б):

$$\begin{aligned} & \langle p' s' p'_a s'_a | V_3 | p s p_a s_a \rangle = [1 - (q'q)] \times \\ & \times \left[\sum_{m=gq, ggq \dots} \langle p'_a s'_a | J_{p' s'}(0) | p_a s_a m; in \rangle_c \frac{(2\pi)^3 \delta(p - P_m)}{-P_m^0 + \omega_q(p)} \langle in; m | \bar{J}_{ps}(0) | 0 \rangle + \right. \\ & + \sum_{\bar{m}=g\bar{q}, gg\bar{q} \dots} \langle 0 | J_{p' s'}(0) \bar{m}; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(p + p_a - p'_a - P_{\bar{m}})}{-P_{\bar{m}}^0 + \omega_q(p) + \omega_{q_a}(p_a) - \omega_{q_a}(p'_a)} \times \\ & \left. \times \langle in; \bar{m} p'_a s'_a | \bar{J}_{ps}(0) | p_a s_a \rangle_c \right]. \quad (99) \end{aligned}$$

Практическое использование обменных потенциалов (97) — (99) возможно лишь при учете ограниченного числа промежуточных состояний. Такое ограничение необходимо для получения замкнутой системы уравнений и оно свойственно любой другой формулировке теоретико-полевого потенциала взаимодействия частиц. В том случае, когда конstituентные массы кварков достаточно велики, по аналогии с низкоэнергетическим адрон-адронным рассеянием можно допустить, что основной вклад в потенциал кварк-антикваркового взаимодействия дают нижайшие по спектру масс состояния. Выражения неоднородного слагаемого уравнения Лоу (94) еще больше упрощаются в статическом приближении описания взаимодействий. Так, потенциалы (97) — (99) являются существенно нелокальными и поэтому ими в статическом приближении можно пренебречь. Исключения составляют слагаемые с двухкварковыми, кварк-антикварковыми и двухантикварковыми состояниями, которые имеют тот же порядок, что и учитываемые в (94) кварк-антикварковые состояния. Поэтому следует отдельно рассмотреть уравнения Лоу для таких четырехкварковых амплитуд, входящих в потенциал (97) и (98). Например, для амплитуды двойной кварк-антикварковой аннигиляции имеем

$$\begin{aligned} & \langle out; 0 | \bar{J}_{ps}(0) | p_a s_a n; in \rangle = -g\bar{v}(p_a s_a) \gamma^\mu u(ps) \langle 0 | \hat{A}_\mu(0) | n; in \rangle - \\ & - \sum_{\bar{m}=g\bar{q}, gg\bar{q} \dots} \langle 0 | J_{ps}(0) \bar{m}; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(p_a + P_n - P_{\bar{m}})}{P_n^0 - P_{\bar{m}}^0 + \omega_{q_a}(p_a)} \langle in; \bar{m} | \bar{J}_{p_a s_a}(0) | n; in \rangle_c - \\ & - \sum_{m=gq, ggq \dots} \langle 0 | J_{p_a s_a}(0) | m; in \rangle \frac{(2\pi)^3 \delta(p_a + P_m)}{P_m^0 + \omega_{q_a}(p_a)} \langle in; m | \bar{J}_{ps}(0) | n; in \rangle_c, \quad (100) \end{aligned}$$

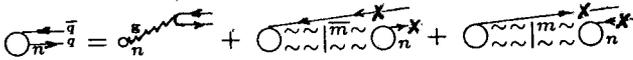


Рис.14. Спектральное разложение КХД аннигиляционной амплитуды процесса $0 \rightarrow q\bar{q}n$ с произвольным $n = g, q\bar{q}, \dots$

где n обозначает кварк-антикварковое состояние на массовой поверхности $|n; in\rangle \equiv |p''s''p''_a s''_a; in\rangle$. Графически уравнение (100) изображено на рис.14. В статическом приближении амплитуда двойной кварк-антикварковой аннигиляции (100) определяется чайкообразным слагаемым, которое задается первым слагаемым (100). Заметим, что для амплитуд переходов $q \rightarrow q\bar{q}q$ и $\bar{q} \rightarrow \bar{q}q\bar{q}$ чайкообразные слагаемые не возникают.

Подобно рассмотренным ранее задачам πN - и NN -рассеяния потенциал уравнения Лоу $q\bar{q}$ -рассеяния (94) неэрмитов из-за пропагаторов промежуточных состояний в (97)–(99). Однако и в этом случае потенциал уравнения (94) можно представить через эрмитовы матрицы A и B :

$$\langle p's'p'_a s'_a | Y + V | psp_a s_a \rangle = \langle p's'p'_a s'_a | U(E(K', q')) | psp_a s_a \rangle \times \\ \times \langle p's'p'_a s'_a | A | psp_a s_a \rangle + E(K', q') \langle p's'p'_a s'_a | B | psp_a s_a \rangle, \quad (101)$$

где $K = p + p_a$ и $q = 1/2(p_a - p)$ — полный и относительный момент кварк-антикварковой системы с полной энергией $E(K, q) = \omega_q(p) + \omega_q(p_a)$. Представление потенциала в виде (101) согласно процедуре

линеаризации уравнения Лоу, приведенной в приложении 2, позволяет получить для волновой функции связанной мезон-кварк-антикварковой системы следующие уравнения [29]:

$$[E(K, q') - \omega_M(K)] \langle q's's'_a | \Psi_{Kl} \rangle = \\ = \sum_{ss_a} \int d^3q N(K, q) \langle Kq's's'_a | U(\omega_M(K)) | Kps_s s_a \rangle \langle qss_a | \Psi_{Kl} \rangle, \quad (102)$$

где волновая функция связанного состояния кварк-антикварковой системы $|\Psi_{Kl}\rangle$ удовлетворяет условиям полноты (П2.13) и ортонормировки (П2.14), (П2.15). Эта функция уже была нами использована в формуле (92) для S -матрицы $\pi\pi$ -рассеяния.

Отметим ряд основных отличий между уравнением (102) и другими релятивистскими уравнениями для $q\bar{q}$ -системы, представленными в виде

двухчастичных уравнений Дирака в [83] или полученными из уравнения БС [46, 47, 73, 74] с целью расчета спектра масс адронов.

1) При выводе (102) нам не понадобилось делать приближения типа мгновенного взаимодействия или каких-либо других приближений, которые использовались в [46, 73, 74] для получения трехмерных потенциалов и уравнений.

2) В уравнении Солпитера [11, 46, 84], кроме искоемых волновых функций с положительными энергиями кварка и антикварка, присутствуют также отрицательно-энергетические волновые функции. Такая отрицательно-энергетическая часть взаимодействий в уравнении Лоу (102) содержится в потенциале, где она учитывается в амплитудах переходов $q \rightarrow q\bar{q}q$, $\bar{q} \rightarrow \bar{q}q\bar{q}$ и $0 \rightarrow \bar{q}q\bar{q}q$.

3) В потенциале уравнения (102) выделена t -канальная диаграмма с немассовым одноглюонным обменом (рис.12) в чайкообразном слагаемом (96), где из-за формы КХД-лагранжиана не возникают подобные немассовые многоглюонно-обменные слагаемые. Тем самым одноглюонно-обменные взаимодействия в задаче для связанной мезон-кварк-антикварковой системы возникают лишь в чайкообразном слагаемом с немассовым глюоном и в \bar{s} -канале, так как $q\bar{q}$ -состояния бесцветны и поэтому s -канальные одноглюонно-обменные диаграммы в потенциале (97) не появляются.

6. ЗАДАЧА πN - И NN -РАССЕЯНИЯ В МОДЕЛИ ОДНОЧАСТИЧНО-ОБМЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Механизм одночастичного обмена позволяет наиболее простым образом воспроизвести многие экспериментальные данные взаимодействия адронов в области низких и средних энергий, где кинетическая энергия налетающей частицы меньше 1 или 2 ГэВ. Применение этой модели можно обосновать исходя из следующих соображений [85, 1—3].

1) В рассматриваемой области энергий часто образуются мезонные (ρ , ω , ...) и барионные (Δ , N^* , ...) резонансы, которые вносят существенный вклад в наблюдаемые характеристики исследуемых процессов.

2) В области низких и средних энергий адронным реакциям свойственны малые переданные импульсы $t = (p_{out} - p_{in})^2$. Поэтому на больших расстояниях значение t наиболее близко к квадрату массы π -мезона $-m_\pi^2$ и, следовательно, однопионный обмен играет основную роль в описании взаимодействий на больших расстояниях. Далее следует учесть двухпионно-обменный механизм взаимодействия адронов, обмен тяже-

лыми ρ , ω , ...-мезонами, N , Δ , N^* , ...-барионами и т.д. Однако при малых импульсах s -волновые двухпионные взаимодействия хорошо описываются эффективным скалярным σ -мезоном [30,11,107], который воспроизводится в моделях кирально-симметричных лагранжианов, т.е. σ -частицу можно трактовать как некую коллективную степень свободы, являющуюся следствием малости массы π -мезона.

3) Немаловажным преимуществом механизма одночастичного обмена является его простота, т.е. то обстоятельство, что трехчастичные вершинные функции гораздо проще построить из каких-либо теоретических или феноменологических предпосылок, чем потенциал или амплитуду двухчастичных реакций. Например, для задачи NN -рассеяния была разработана однобозонно-обменная (ОБО) модель потенциала с эффективными мезонными степенями свободы, которая через обмен тяжелыми мезонами имитирует вклады от двух- и трехпионного обмена [2,86,87], а в нерелятивистском пределе такой ОБО-потенциал переходит в известные феноменологические NN -потенциалы. Такая модель в настоящее время успешно обобщена на взаимодействия странных барионов [4,5] и для πN -рассеяния [1,3,88,89].

Если в четырехмерной формулировке теории поля одночастично-обменному потенциалу уравнения Бете — Солпитера соответствует одна диаграмма, содержащая вершинные функции со всеми частицами вне массовой поверхности, то во времениупорядоченной теоретико-полевой формулировке уравнения Лоу одночастично-обменный потенциал состоит из нескольких частей. Одна часть πN - (16) и NN -потенциала в уравнениях Лоу (49), которую мы обозначили V , соответствует обменным диаграммам с промежуточными частицами на массовой поверхности и состоит из вершинных функций с одной из внешних частиц вне массовой поверхности. Поэтому эту часть потенциала уравнений Лоу и их линеаризованного аналога можно трактовать как обменный потенциал с реальными частично-обменными степенями свободы. При этом временная упорядоченность формулировки приводит к отделению в промежуточных состояниях частичных и античастичных степеней свободы. Например, для низкоэнергетического πN -рассеяния известно [30], что нуклонные и антинуклонные промежуточные состояния одинаково важны. Более того, на физическом пороге πN -рассеяния выживают лишь антинуклонные степени свободы в одночастично-обменном потенциале.

Другая часть потенциала уравнений Лоу определяется одновременным коммутатором или антикоммутатором двух операторов взаимодействующего поля внешних частиц, который усреднен по асимптотическим состояниям остальных частиц. Такие чайкообразные слагаемые потенциала уравнений Лоу проще всего определить при помощи канонических

коммутационных соотношений на основе феноменологических лагранжианов. Тогда чайкообразные слагаемые воспроизводят одночастично-обменные диаграммы с одной из вершинных функций в древесном приближении и со второй вершинной функцией, которая содержит вне массовой поверхности промежуточную частицу. Кроме того, в этой части потенциала возникают так называемые контактные слагаемые двух частиц, выписанные в одновременном коммутаторе, которые не сводятся к частично-обменной картине взаимодействия. Если же исходить из кварковых моделей структуры адронов, то в нижайшем приближении чайкообразные слагаемые дают кварково-обменные диаграммы типа «ящик» [90].

Таким образом в теоретико-полевой формулировке уравнений Лоу потенциал взаимодействия содержит отдельно физические частично- и античастично-обменные диаграммы и отдельно слагаемые со всеми промежуточными немассовыми степенями свободы. Ниже мы рассмотрим потенциал уравнений Лоу для πN - и NN -систем в одночастично-обменной модели при помощи простейших феноменологических лагранжианов. Для построения явного вида таких потенциалов требуется сначала определить чайкообразные слагаемые на основе выбранной модели лагранжианов взаимодействия. Однако в модели одночастично-обменного взаимодействия с простейшими лагранжианами построение соответствующих потенциалов сводится к определению вершинных функций с одной немассовой частицей.

Мезон-нуклонные вершинные функции с двумя частицами на массовой поверхности. Наиболее часто для построения феноменологических вершинных функций используется следующая процедура. Сначала в рассматриваемой вершинной функции, согласно трансформационным свойствам преобразований Лоренца и групп внутренних симметрий, выделяют инвариантные спин-изоспиновые части с соответствующими факторами, которые выбираются феноменологически. Так, для πNN -вершинной функции с нуклонами на массовой поверхности имеем

$$\langle p' s' | j_i(0) | p s \rangle = \bar{u}(p' s') i \gamma_5 \tau_i u(p s) g_{\pi N} G_{\pi}(t), \quad (103)$$

где $t = (p' - p)^2$, $g_{\pi N}$ — пион-нуклонная константа связи и $G_{\pi}(t)$ — действительный формфактор, на который накладываются граничные условия: условие нормировки, обеспечивающее правильное древесное приближение

$$G_{\pi}(t \rightarrow m_{\pi}^2) = 1 \quad \text{или} \quad G_{\pi}(t \rightarrow 0) = 1, \quad (104)$$

и требуемое согласно свойствам потенциала уравнений типа Липпмана — Швингера асимптотическое поведение

$$G_{\pi}(t \rightarrow \pm \infty) = 0. \quad (105)$$

Обычно $G_{\pi}(t)$ выбирают в простой дипольной или монополярной форме. Если одновременно с πNN -вершинной функцией (103) рассмотреть вершинную функцию пион-нуклон-антинуклонной системы, то ее в общем случае нельзя получить из πNN -вершинной функции (103) кроссинг-перестановкой одного из нуклонов. Это видно из того обстоятельства, что формфактор πNN -системы имеет не только иной аргумент $(p + p_A)^2 > (2m_N)^2$, где p_A обозначает импульс антинуклона, но и, в отличие от (103), является комплексной функцией. Этой комплексностью πNN -формфактора обычно пренебрегают и для πNN - и πNN -формфактора берут одинаковую функцию, которая в отличие от выражения (104) имеет две точки нормировки при $t = -m_{\pi}^2$ и $t = 4m_N^2$. В качестве такой функции можно взять [25,22]:

$$G_{\pi}(t) = \left(1 + \frac{t(t - 4m_N^2)}{4m_N^2 \Lambda} \right)^{-1}, \quad (106)$$

где Λ — подгоночный параметр, который выбирают разным во времениподобной $t < 0$ и в пространственноподобной $t > 4m_N^2$ области. В задаче NN -рассеяния антинуклонные степени свободы существенны лишь при учете промежуточных πN -взаимодействий. Поэтому в этом случае используется более простой формфактор мезон-нуклонной системы [2,86,87]:

$$G_{\pi}(t) = \frac{\Lambda_{\pi}^2 - m_{\pi}^2}{\Lambda_{\pi}^2 - t}. \quad (107)$$

Константа взаимодействия в выражении (103) определяется при помощи дисперсионных соотношений [3,91], с учетом некоторых основных соотношений алгебры токов [30] (условие Гольдбергера — Треймана, киральная симметрия), простейших кварковых моделей, или фитируется для лучшего описания исследуемой реакции [86,87]. В настоящее время существует несколько теоретических моделей для реалистических пион-нуклонных формфакторов во времениподобной области. Так, в [2] этот формфактор рассмотрен в модели суммирования лестничных диаграмм, в [93,94] πNN -формфактор получен в модели кварковых мешков. В модели конфайнированных кварков этот формфактор построен в [92], а в работах [111,110] такой формфактор определен в модели Скирма. Сравнение пион-нуклонных различных формфак-

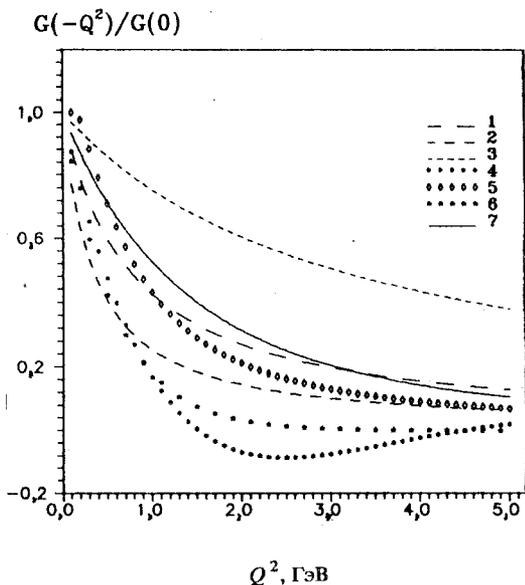


Рис. 15. Поведение формфакторов πNN -системы (103) во времениподобной области в различных моделях πN -взаимодействия

торов $G_{\pi}(t)$ (103) во времениподобной области $t = -Q^2$ приведено на рис. 15 [103]. Номера кривых соответствуют следующим моделям: 1) модели Скирма с ρ -мезонным лагранжианом [110], 2) модели Скирма [111], 3) модели боннского потенциала [86] NN -взаимодействия, 4) модели мешков с радиусом 0,72 фм [94], 5) модели конфинированных кварков [92],

б) статической модели Чу — Лоу [113] и в виде (106) [103]. Из сравнения кривых на рис. 15 видно, что πNN -формфактор из боннской модели NN -взаимодействия [86] резко отличается от формфакторов, используемых для расчета πN -рассеяния. Неоднозначность при построении πNN -вершинных функций [96] еще больше возрастает если принять во внимание электрон-нуклонные экспериментальные данные при высоких энергиях. В настоящее время существует ряд теоретических расчетов глубоконеупругого электрон-нуклонного рассеяния, в которых из-за малой передачи импульса нуклона выделено однопионное промежуточное состояние (так называемый процесс Саллаванна [97]). В соответствующих расчетах [98, 99] обрезающий параметр Λ_{π} -формфактора получается меньшим, чем 1 ГэВ, в то время как в большинстве расчетов низкоэнергетического πN - и NN -рассеяния этот параметр обычно выбирался больше, чем 1 ГэВ или даже 1,5 ГэВ. В [79] отмечено, что в [98, 99] наряду с учетом кварковой структуры π -мезона не принято во внимание кварковое строение оператора источника пионного поля $j_{\pi}(0)$ в мезон-нуклонной вершинной функции (103). Такую нелокальную мезон-нуклонную вершинную функцию можно построить согласно обсуждаемому в предыдущем разделе способу, что приводит к дополнительной зависимости от импульса пиона в выражении (103). В частности, вместо локального опе-

ратора источника $j_i(0)$ будем иметь нелокальный оператор $j_{qi}(0)$ (85), который зависит от импульса пиона через соответствующую волновую функцию связанной $\pi q\bar{q}$ -системы (69).

По-видимому, лишь совместное описание в модели одночастичного обмена низкоэнергетического $\pi\pi$ -, πN -, NN - и NN -рассеяния с одними и теми же формфакторами позволит определить более однозначно мезон-нуклонные формфакторы. Задача совместного описания низкоэнергетических адрон-адронных реакций возникла давно в связи с дисперсионным подходом [91], и трехмерные релятивистские уравнения позволяют с наиболее общих позиций исследовать ее.

Выражение πNN -вершинной функции с немассовым нуклоном и одним нуклоном и π -мезоном на массовой поверхности имеет более сложный по сравнению с (103) вид [108, 109]:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{u}(p's')_{\alpha} J_{\alpha}(0) | p s q i \rangle = \\ = g_{\pi N} \bar{u}(p's') [(m_N - i\gamma_{\mu} p_{\mu}) / 2m_N H^{(+)}(s) + \\ + (m_N + i\gamma_{\mu} p_{\mu}) / 2m_N H^{(-)}(s)] \gamma_5 \tau_i u(p s), \end{aligned} \quad (108)$$

где $s = (p + q)^2$ и формфакторы $H^{(\pm)}(s)$, в отличие от $G_{\pi}(t)$ во времениподобной области, являются комплексными функциями, так как учитывают, например, промежуточное πN -рассеяние. Такой же комплексностью из-за промежуточного NN характеризуется и $G_{\pi}(t)$ при $t > 4m_N^2$. В [25] показано, что если вместо условия асимптотической полноты (10) использовать полусумму *in*- и *out*-векторов состояния, то в потенциале πN -рассеяния V (15) для антинуклонно-обменной части будем иметь действительный формфактор $\text{Re}(G_{\pi}(t_1)G_{\pi}^*(t_2))$. Однако при практических расчетах вкладом от промежуточных каналов рассеяния в вершинные функции обычно пренебрегают (см., например, [100]). Эти функции считают действительными и имеющими простую форму (106) или (107), т.е. вместо (108) берут

$$\langle 0 | \bar{u}(p's')_{\alpha} J_{\alpha}(0) | p s q i \rangle = g_{\pi N} \bar{u}(p's') F_{\pi}^{+}((p + q)^2) \gamma_5 \tau_i u(p s), \quad (109)$$

$$\langle (p's') \bar{J}_{\alpha}(0) u(p s)_{\alpha} | q i \rangle = g_{\pi N} \bar{u}(p's') F_{\pi}^{-}((p' - q)^2) \gamma_5 \tau_i u(p s) \quad (110)$$

с действительными формфакторами $F_{\pi}^{(\pm)}((p \pm q)^2)$.

Для вершинных функций тяжелых мезонов в рамках ОБО-модели поступают подобно пион-нуклонному случаю. Так, для обмена скалярным σ -мезоном имеем

$$\langle p' s' | j^{(\sigma)}(0) | p s \rangle = \bar{u}(p' s') u(p s) g_{\sigma N} G_{\sigma}(t), \quad (111)$$

а для векторных ρ -, ω -мезонов вершинные функции выбираются аналогично электромагнитному случаю [11]:

$$\begin{aligned} \langle p' s' | j_{\mu i}^{(\rho)}(0) | p s \rangle = \\ = \bar{u}(p' s') (-\gamma_{\mu} g^{\nu} + i(p' - p)_{\nu} \sigma_{\mu\nu} \frac{f^{\nu}}{2m_N}) \frac{1}{2} \tau_{i\mu}(p s) G^{\nu}(t), \end{aligned} \quad (112)$$

где формфакторы выбирают в виде простейшей монополюсной функции (107) [86]. Для вершинных функций с немассовым нуклоном используются также выражения типа (109) или (110) с другим реальным формфактором F^{ν} , который, хотя и имеет монополюсную форму типа (107), но нормирован на массу тяжелого мезона.

Рассмотренная структура вершинных функций мезон-нуклонных систем означает, что они практически определяются в древесном приближении с перенормированными константами взаимодействия, и для обеспечения нужного асимптотического поведения эти вершинные функции умножаются на формфактор типа (107). Отметим, что структура приведенных выше вершинных функций в древесном приближении получается из простейших мезон-нуклонных лагранжианов с «физическими» константами связи для взаимодействия нуклонов со скалярным (σ), псевдоскалярным (π) и векторным (ρ , ω) мезоном [86]:

$$\mathcal{L}_s = g_s \bar{\Psi} \Psi \phi_s, \quad (113)$$

$$\mathcal{L}_{ps} = \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \bar{\Psi} \gamma_5 \gamma_{\mu} \Psi \partial_{\mu} \phi_{ps}, \quad (114)$$

$$\mathcal{L}_v = g_v \bar{\Psi} \gamma_{\mu} \Psi \phi_v^{\mu} + \frac{f_v}{4m_N} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} (\partial^{\mu} \phi_v^{\nu} - \partial^{\nu} \phi_v^{\mu}) \Psi, \quad (115)$$

где псевдовекторная связь в лагранжиане (114) была выбрана из-за необходимости перенормировки аксиальной константы связи [30].

Одновременные коммутаторы и чайкообразные слагаемые потенциалов для πN - и NN -рассеяния. Феноменологические лагранжианы (113), (114) и (115) позволяют довольно просто рассчитать одновременные антикоммутаторы в потенциале NN -рассеяния уравнения Лоу (49) на основе канонических антикоммутиационных соотношений между взаимодействующими операторами нуклонных полей. Так, для псевдоскалярной части чайкообразного слагаемого имеем [35]:

$$Y_{ps} = \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \bar{u}(p' s' s'_2) \tau \gamma_5 \gamma_{\mu} u(p_2 s_2) \langle p' s' s'_1 | \partial_{\mu} \phi_{ps}(0) | p_1 s_1 \rangle.$$

После несложных преобразований, с учетом явного вида πNN -вершинной функции (103), получим

$$\begin{aligned}
 Y_{ps} &\equiv Y_{ps}^{(1)} + Y_{ps}^{(2)} = \\
 &= \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} g_{ps}^2 \bar{u}(p'_2 s'_2) i \tau \gamma_5 u(p_2 s_2) \bar{u}(p'_1 s'_1) i \tau \gamma_5 u(p_1 s_1) \frac{G_\pi(t)}{t - m_s^2} + \\
 &+ \frac{E_{p'} - E_p}{2m_N} \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} g_{ps}^2 \bar{u}(p'_2 s'_2) i \tau \gamma_5 \gamma_0 u(p_2 s_2) \bar{u}(p'_1 s'_1) \times \\
 &\quad \times i \tau \gamma_5 u(p_1 s_1) \frac{G_\pi(t)}{t - m_s^2}, \quad (116)
 \end{aligned}$$

где $g_{ps} = f_{ps} / (m_{ps} 2m_N)$, а второе слагаемое $Y_{ps}^{(2)}$ (116), несмотря на множитель $E_{p'} - E_p$, эрмитово. Отметим, что первое слагаемое (116) $Y_{ps}^{(1)}$ воспроизводится в том случае, когда вместо лагранжиана (114) взяты лагранжиан с псевдоскалярной связью $\mathcal{L}_{ps} = g_{\pi N} \bar{\Psi} i \tau_i \gamma_5 \Psi \phi_{ps}^i$. Таким образом, наличие производной поля в лагранжиане (114) приводит к появлению дополнительного слагаемого NN -потенциала, который исчезает на энергетической поверхности и для построения которого нужен тот же самый формфактор, что и для πNN -вершинной функции (103). Графически формула (116) соответствует π -мезонно-обменной диаграмме, в которой, в отличие от обменных диаграмм с нуклонами вне массовой поверхности (рис.6), находится промежуточный мезон, и одна из вершинных функций задается в древесном приближении. Поэтому это слагаемое воспроизводит π -мезонно-обменную часть боннского потенциала [2,86], если в качестве формфактора πNN -системы $G_\pi(t)$ взять соответствующий формфактор из [86] в квадрате.

Для скаляр-изоскалярной части чайкообразного слагаемого NN -системы имеем

$$Y_s = \bar{u}(p' s') u(p s) g_s \langle p' s' | j^{(s)}(0) | p s \rangle \frac{1}{t - m_s^2},$$

который аналогичен псевдоскалярному случаю диаграммы на рис.6 с вне-массовым σ -мезоном.

Вид чайкообразного слагаемого нуклон-нуклонного потенциала, который получается из векторного лагранжиана (115), еще больше усложняется из-за того обстоятельства, что согласно калибровочным условиям,

накладываемым на поле векторного мезона ϕ_v^μ [30], нулевая компонента этого поля ϕ_v^0 не является независимой величиной и определяется через другие поля, т.е. содержит в явном виде операторы нуклонного поля. Поэтому в нуклон-нуклонном чайкообразном слагаемом, кроме выражения $\langle p' s' | \phi_v^\mu(0) | p s \rangle$, соответствующего обмену одним ρ - или ω -мезоном между нуклонами (рис.6), возникает ряд дополнительных слагаемых. В частности, в древесном приближении дают вклад слагаемые следующего типа:

$$\frac{\tau^i}{2} \gamma_0 \gamma_5 \langle p' s' | \bar{\Psi}(0) \frac{\tau^i}{2} \gamma_0 \gamma_5 \Psi(0) | p s \rangle, \quad \frac{\tau^i}{2} \langle p' s' | \bar{\Psi}(0) \frac{\tau^i}{2} \Psi(0) | p s \rangle$$

и

$$\frac{\tau^i}{2} \gamma^k \langle p' s' | \bar{\Psi}(0) \sigma_{k0} \frac{\tau^i}{2} \Psi(0) | p s \rangle.$$

Эти слагаемые могут быть описаны мезонно-обменными диаграммами и соответствуют взаимодействию двух перекрывающихся нуклонов. Аналогичные выражения, описывающие взаимодействие четырех перекрывающихся частиц, в алгебре токов [30] называются контактными членами. В древесном приближении такие слагаемые имеют тот же порядок, что и мезонно-обменные слагаемые. Вклад от этих выражений в фазы NN -рассеяния рассматривается в [102].

Для задачи πN -рассеяния при вычислении одновременного коммутатора двух пионных операторов поля в чайкообразном слагаемом (12) лагранжианы (113), (114) и (115) несущественны, так как для воспроизведения чайкообразных слагаемых (12) хотя бы в древесном приближении, лагранжиан взаимодействия должен содержать π -мезонное поле во второй или более высокой степени. Согласно одночастично-обменной модели взаимодействия при расчете вершинных функций и одновременных коммутаторов можно учесть их структуру лишь в древесном приближении, которое потом следует умножить на обрезанные формфакторы. С этой целью достаточно рассмотреть простейшие мезон-мезонные лагранжианы. В частности, для низкоэнергетического πN -рассеяния простейшими изоскалярными $\sigma\pi\pi$ - и изовекторными $\rho\pi\pi$ -лагранжианами взаимодействия являются

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi\pi} = g_{\sigma\pi\pi} \phi_\pi \sigma \phi_\pi, \quad (117)$$

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi} = g_{\rho\pi\pi} \varepsilon_{\alpha\beta\delta} \phi_\pi^\alpha \phi_\pi^{\mu\beta} \partial_\mu \phi_\pi^\delta, \quad (118)$$

на основе которых при помощи одновременных коммутационных соотношений (12) получим

$$\langle p' s' | [j_i^-(0), a_{q_i}^\dagger(0)] | p s \rangle = \langle p' s' | (g_{\sigma\pi\pi} \delta_{i' i} \sigma(0)) | p s \rangle -$$

$$-i2g_{\rho\pi\pi}q^\mu\epsilon^{i'ii}\langle p's'|\phi_\nu^{\mu l}(0)|ps\rangle -i\frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2}q^\mu\epsilon^{i'ii}\langle p's'|\bar{\Psi}(0)\frac{\tau^l}{2}\gamma_\mu\Psi(0)|ps\rangle, \quad (119)$$

где $\epsilon^{i'ii}$ — полностью антисимметричный тензор изоспиновых индексов. Первое слагаемое выражения (119) представляет собой σ -мезонно-обменную диаграмму (рис.10) и соответствует изоскалярной части одно-временного коммутатора (12). Второе слагаемое (119) представляет собой ρ -мезонно-обменное слагаемое (рис.10) одновременного коммутатора (12) и в (119) оно возникает из лагранжиана (118). Третье слагаемое (119) является следствием наличия производной пионного поля в лагранжиане с псевдоскалярной связью (114). Это слагаемое соответствует перекрывающемуся или контактному взаимодействию двух пионов. Такую поправку к одно- ρ -мезонно-обменной диаграмме (рис.10) можно учесть,

если вершинную функцию $\langle p's'|\bar{\Psi}(0)\frac{\tau^l}{2}\gamma_\mu\Psi(0)|ps\rangle$ аппроксимировать согласно рецепту одночастично-обменной модели, т.е. взять ее в древесном приближении умноженной на регуляризующий формфактор [22]. При расчете P -волновых фаз πN -рассеяния для обрезającego параметра контактного векторного члена было использовано довольно большое значение $\Lambda = 3,16$ ГэВ, а в расчетах S -фаз πN -рассеяния [103] этим слагаемым в чайкообразном члене πN -потенциала мы пренебрегли.

Важно отметить, что изоскалярная часть чайкообразного слагаемого (12) определяется через одновременный коммутатор аксиального тока и его дивергенции [30,25,107]:

$$\begin{aligned} \langle p's'|\delta_{i'i}\sigma(0)|ps\rangle &\equiv \delta_{i'i}\bar{u}(p's')\mathcal{G}_\sigma(t) = \\ &= i\int d^4x\delta(x^0)\langle p's'|[A_{i'}^0, \partial_\nu A_i^\nu(0)]|ps\rangle. \end{aligned} \quad (120)$$

Это выражение при $t = 0$ называют σ -коммутатором $\sigma(\pi N) = \mathcal{G}_\sigma(0)$, т.к. в пределе киральной симметрии ($q^0 \rightarrow 0, q \rightarrow 0$) оно переходит в так называемый σ -член, который является мерой нарушения киральной симметрии в πN -взаимодействии [30,11,107]. Поэтому представляют интерес аппроксимации изоскалярной части чайкообразного слагаемого на основе σ -члена, которые были использованы в [25,22] для описания πN -рассеяния:

$$\mathcal{G}_\sigma(t) = \frac{\sigma(\pi N)}{(1-t/\eta_1)^{n_1}(1-t/\eta_2)^{n_2}}, \quad (121)$$

где $n_1, n_2 = 1, 2$ [25,103]. Значение σ -коммутатора в последнее время часто рассматривалось в связи с различными методами его расчета на

основе кварковых моделей [104,105]. В связи с этим отметим, что расчеты [106,25,22,103] фаз низкоэнергетического πN -рассеяния продемонстрировали их сильную зависимость от величины σ -коммутатора $\sigma(\pi N)$.

Низкоэнергетическое пион-нуклонное рассеяние. Как известно из алгебры токов [30], наблюдаемые характеристики пион-нуклонного рассеяния вблизи физического порога воспроизведены с достаточно хорошей точностью при помощи условия слабого нарушения киральной симметрии. Так, в частности, из этого условия следуют формулы Томозавы — Вайнберга для длин πN -рассеяния, которые прекрасно согласуются с экспериментальными значениями. С другой стороны, формулы Томозавы — Вайнберга выводятся для πN -амплитуды в борновском приближении, а ряд многократного рассеяния, в зависимости от модели потенциала πN -взаимодействия, может давать существенные поправки к борновскому приближению амплитуды. В частности, в расчетах уравнений ЛШ для длин πN -рассеяния, модели Скирма [114] и модели киральных мешков [115] ряд многократного рассеяния дает значительный вклад. Тем самым для воспроизведения экспериментально наблюдаемых значений S -волновых длин πN -рассеяния в таких моделях требуется рассчитать многопетлевые поправки к πN -диаграммам в древесном приближении, что означает сильное нарушение киральной симметрии на физическом пороге πN -рассеяния. С целью сохранения киральной симметрии в работе [116] было сделано дополнительное предположение, что π -мезон внутри «мешка» и вне его имеет разную массу. Кроме того, в [117] были предложены квазипотенциальные уравнения, решения которых автоматически удовлетворяют всем низкоэнергетическим теоремам алгебры токов, если им удовлетворяет квазипотенциал. Однако при этом в пропагаторе и потенциале этих трехмерных уравнений не учитывались в явном виде все короткодействующие члены, т.е. учитывался лишь частично-обменный трехмерный механизм взаимодействия и не выделялись явно антинуклонные и времениупорядоченные мезонные степени свободы, которые имеют свой механизм сокращения на физическом пороге реакции.

Одной из причин возникновения больших поправок к борновскому члену (или πN -потенциалу) от ряда многократного рассеяния является то, что отдельные слагаемые потенциала, которые согласно условию слабого нарушения киральной симметрии на физическом пороге должны сокращаться друг с другом, в выбранной модели πN -взаимодействия не обладают этим свойством. Более того, с ростом энергии поправки от ряда многократного рассеяния возрастают, и представляется важным такое построение этого ряда, которое сохраняло бы свойство кирального сокращения слагаемых потенциала выше порога. В рамках уравнения Лоу эту цель можно осуществить при помощи процедуры вычитания πN -ампли-

туды в киральном пределе (так называемая мягкопионная амплитуда) $f^0 \equiv \lim_{q \rightarrow 0, q \rightarrow 0} \langle p' s' | j_i(0) | p s q i \rangle$. Из потенциала уравнения Лоу, так же, как

из потенциала уравнения Бете — Солпитера, автоматически получаются формулы Томозавы — Вайнберга, и явный учет в борновском члене мягкопионной πN -амплитуды позволяет сгладить выражения больших слагаемых в ряде многократного рассеяния этих уравнений:

$$f \equiv \langle p' s' | j_i(0) | p s q i \rangle = f^0 + (1 - \lim_{q \rightarrow 0, q \rightarrow 0}) [Y + V + f G_0 f^\dagger + (f G_0 f^\dagger)_{cr}], \quad (122)$$

где f^0 легко определяется в явном виде при помощи гипотезы частично сохраняющегося аксиального тока [11, 30, 25, 107].

Наличие оператора $1 - \lim_{q \rightarrow 0, q \rightarrow 0}$ в уравнениях Лоу с вычитанием (122) приводит к значительным сокращениям в ряде многократного рассеяния этих уравнений, так как мягкопионные и жесткопионные слагаемые этого ряда выражаются через одни и те же формфакторы. Нетрудно видеть, что на физическом пороге слагаемые правой части (122) — порядка единицы, а их разность — порядка m_π/m_N .

Линеаризацию уравнений Лоу (122) можно провести тем же методом, что и (14), однако для выполнения нужного условия слабого нарушения условия киральности в потенциале линеаризованных уравнений в (122) проведем еще одно вычитание. Вычтем s -канальное слагаемое с пороговой двухчастичной функцией Грина [103] $G_0^t \equiv G_0(E = m_N + m_\pi)$. Тогда вместо (122) будем иметь

$$f = w + f(G_0 - G_0^t) f^\dagger, \quad (123)$$

$$w = f^0 + (1 - \lim_{q \rightarrow 0, q \rightarrow 0}) [Y + V + (f G_0 f^\dagger)_{cr}] + f G_0^t f^\dagger - \lim_{q \rightarrow 0, q \rightarrow 0} f G_0^t f^\dagger. \quad (124)$$

Уравнение (123) имеет перед (122) то преимущество, что последние два слагаемых (124) на физическом пороге сокращаются до порядка m_π/m_N , и в линеаризованном аналоге уравнения (123)

$$\mathcal{J}(p', p) = \mathcal{U}(p', p; E_p) + \int d^3 p'' \mathcal{U}(p', p''; E_p) \left[\frac{1}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} - \frac{1}{E_{p''} - m_N - m_\pi} \right] \mathcal{J}(p'', p) \quad (125)$$

для пороговой энергии $E_p = m_N + m_\pi$ ряд многократного перерассеяния обращается в нуль.

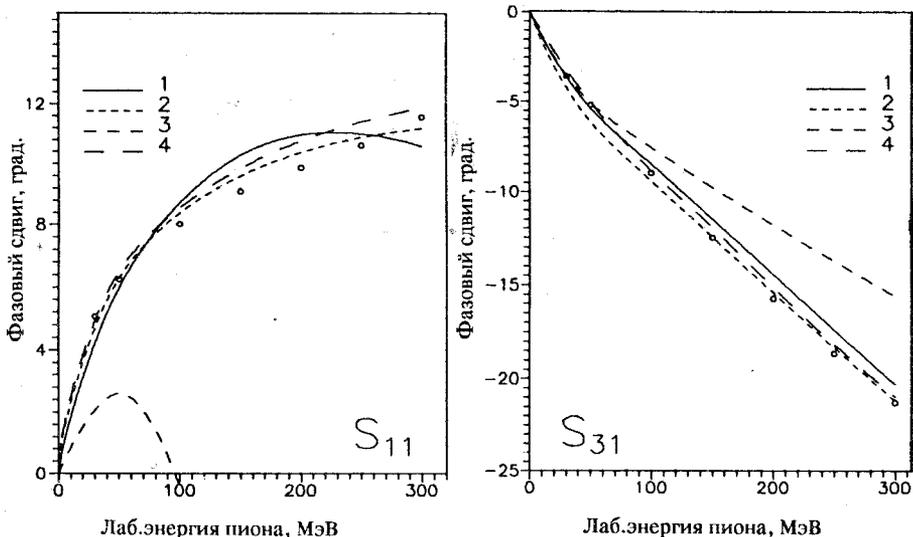


Рис. 16. S -волновые фазы πN -рассеяния с учетом (кривая 1) и без учета (кривая 2) ρ -мезонного обмена. Кривая 3 соответствует πN -фазам рассеяния в борновском приближении, а кривая 4 — πN -фазам в сепаратбельной модели взаимодействия [91]

Оценка нелинейных слагаемых потенциала w (124) уравнений Лоу (123) или их линеаризованного представления \mathcal{U} в (125) была осуществлена в [103, 22] при помощи сепаратбельной модели амплитуд πN -рассеяния в основных S_{11} -, S_{31} - и P_{33} -парциальных волнах. Подставляя эти амплитуды в нелинейные слагаемые потенциала, можно видеть [103] (см. рис. 16; экспериментальные точки взяты из [118]), что сумма нелинейных слагаемых в потенциале (125) не вносит существенной поправки в S -фазы πN -рассеяния в области энергий до 300 МэВ, и полученные поправки в основном определяются вкладом от резонансной P_{33} -волны. На энергетической поверхности S -волновые амплитуды πN -рассеяния из использованной сепаратбельной модели мало отличаются от амплитуд, полученных решением (125). Следовательно, внеэнергетическое поведение решений уравнения (125) слабо влияет на потенциал и итерационный ряд этих уравнений. Частью πN -потенциала, к которой особенно чувствительны S -фазы πN -рассеяния, является скалярная часть чайкообразного слагаемого (120), так называемый σ -коммутиатор. Изменение, например, на несколько мегаэлектронвольт значения σ -коммутиатора де-

лает невозможным разумное описание S -фаз. Поэтому S -фазы πN -рассеяния могут служить тестом для определения величины этого коммутатора [25, 106]. Второе слагаемое чайкообразного члена (119), которое можно сопоставить с ρ -мезонно-обменной диаграммой на рис.10, не дает значительного вклада в S -фазы πN -рассеяния, и поправки от учета ρ -мезонно-обменной части πN -потенциала (124), так же, как поправки от нелинейных слагаемых этого потенциала, можно скомпенсировать при помощи малых изменений подгоночных параметров. Из рис.16 видно, что борновское приближение к решению уравнения (125) для S -волны качественно отличается от искомой амплитуды выше энергии 30—40 МэВ. Следовательно, можно заключить, что и в рассматриваемой модели, несмотря на двойное вычитание, эффекты перерассеяния важны для описания низкоэнергетического πN -взаимодействия.

По сложившейся исторической традиции описание Δ - или P_{33} -резонанса πN -системы осуществляется на основе уравнений Лоу [20, 21, 26, 22] при помощи решений этих уравнений. Однако в [61] в рамках модели Чу — Лоу [21] Δ -резонанс был определен как дополнительная степень свободы в гамильтониане невзаимодействующей πN -системы, т.е. Δ -резонанс был трактован как КДД-полюс [59, 60]. Проблема единственности решения уравнений Лоу КДД-полюсов рассмотрена в конце приложения 2. На основе решения уравнений Чу — Лоу Δ -резонанс был получен при учете лишь однонуклонно-обменной диаграммы в потенциале взаимодействия. Однако в [119, 26] было показано, что при учете отдачи нуклона, т.е. при выходе за рамки статической модели Чу — Лоу, для воспроизведения Δ -резонанса необходимо учитывать антинуклонно-обменные взаимодействия πN -системы. Антинуклонно-обменные или Z -диаграммы (см. рис.2,г и 3,г при $l = \bar{N}$) генерируют дополнительное притягивательное взаимодействие, которое позволяет воспроизвести Δ -резонанс в случае нестатических нуклонов. При этом скалярная часть чайкообразного взаимодействия тоже соответствует важной части притягивательного потенциала в P_{33} -канале, но это притяжение не так сильно, как от Z -диаграммы. Поэтому можно считать, что для P -волн πN -взаимодействий скаляр-изоскалярная часть чайкообразного взаимодействия не так важна, как для S -волн, и надобности в дополнительной процедуре вычитания мягкопионной амплитуды нет. В расчетах уравнений Лоу P -волн [26, 22] скаляр-изоскалярная часть чайкообразного слагаемого потенциала аппроксимировалась через обменную диаграмму (рис.10) одним σ -мезоном. В работе [22] изовекторная часть чайкообразного слагаемого была описана через ρ -мезонно-обменную (рис.10) и контактную часть выражения (119). Роль ρ -мезонного обмена продемонстрирована на

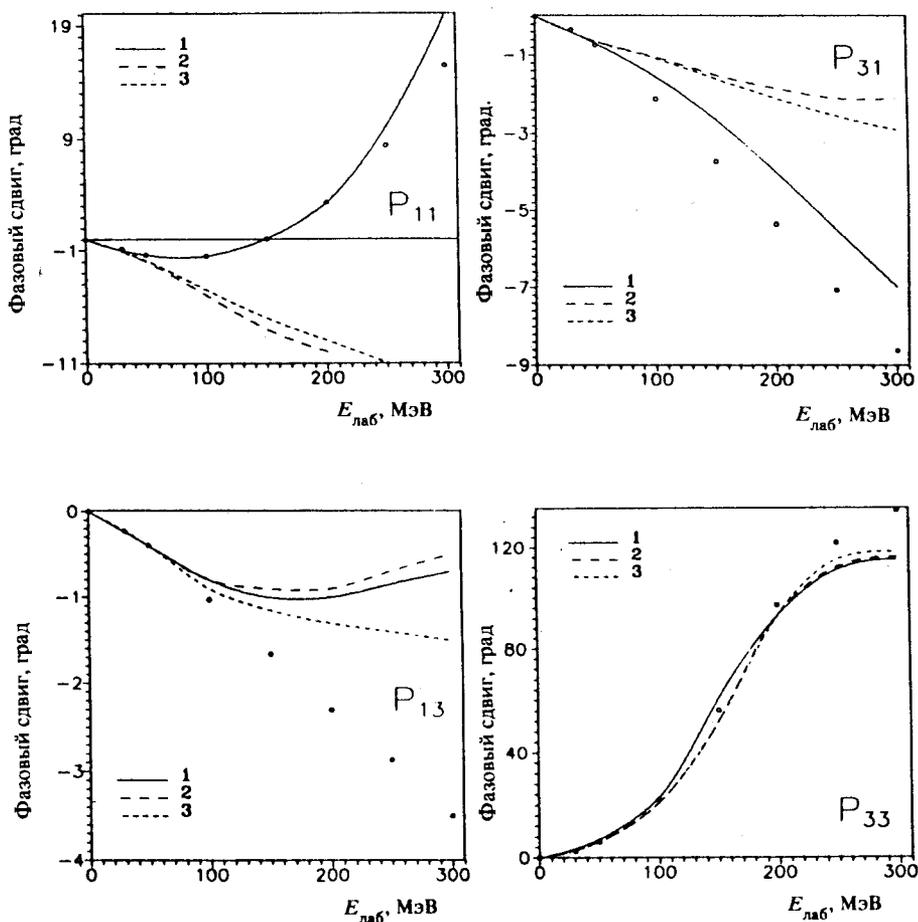


Рис. 17. P -волновые фазы πN -рассеяния с учетом (кривая 1) и без учета (кривые 2 и 3) ρ -мезонного обмена

рис. 17, где видно, что именно обмен ρ -мезоном обеспечивает изменение знака в экспериментально наблюдаемой P_{11} -фазе. Отметим, что в работе [122] для воспроизведения P_{11} -фазы рассеяния дополнительно был использован роверовский резонанс, а в [26] для этого была применена феноменологическая процедура связи с неупругими каналами. Из рис. 17 видно, что малые P_{31} - и P_{13} -волны более чувствительны к конкретному

выбору феноменологических вершинных функций. А что касается кроссинг-нелинейности в потенциале уравнения (14), то ее вклад важен для всех P -волн πN -взаимодействия в низкоэнергетической области.

Описание P_{33} -резонанса возможно не только при помощи решений уравнений Лоу (14) или их линеаризованного аналога с мезонами вне массовой поверхности. Так, если рассмотреть уравнения Лоу с одним нуклоном и одним π -мезоном вне массовой поверхности (24) и их полностью линеаризованный аналог в виде уравнения ЛШ (31), то увидим, что одновременный коммутатор этих уравнений генерирует u -канальное слагаемое с немассовым нуклоном. После этого потенциал V уравнения (24) в модели одночастично-обменного взаимодействия будет содержать однонуклонно-обменное взаимодействие (рис.5,а при $n' = N$), \bar{s} -канальную Z -диаграмму (рис.5,з при $l = \bar{N}$) и обменное взаимодействие с промежуточным σ -мезоном на массовой поверхности (рис.5,г,д при $\kappa = \sigma$). Следовательно, в потенциале уравнений Лоу (24), в отличие от потенциала уравнений (14), не возникает кроссинг-нелинейных слагаемых и нет \bar{u} -канальной Z -диаграммы (рис.2,г при $l = \bar{N}$). Зато для построения этого потенциала [24] требуются вершинные функции как с немассовым мезоном, так и с немассовым нуклоном. Несмотря на эту разницу решения полностью линеаризованных уравнений Лоу (24) тоже воспроизводят Δ -резонанс [24]. Однако это происходит за счет иного механизма, чем в уравнениях с одними немассовыми π -мезонами. В частности, в потенциале уравнений (24) вместо \bar{u} -канальной Z -диаграммы притягивательную часть взаимодействия дает обменная диаграмма σ -мезона, рис.5,г,д при $\kappa = \sigma$.

Заметим, что для описания πN -рассеяния в области более высоких энергий ($E_{\text{лаб}} > 300$ МэВ) в ряде работ были учтены эффекты, обусловленные связью πN -упругого канала рассеяния с неупругими каналами [26,124], кварковыми степенями свободы и КДД-полюсами [62]. Однако, как видно из исследований, проведенных в [22,24—26,103], в низкоэнергетической области ($E_{\text{лаб}} < 300$ МэВ) одночастично-обменный механизм πN -взаимодействия достаточен для воспроизведения экспериментальных данных, включая поведение резонансной P_{33} -волны.

Низкоэнергетическое нуклон-нуклонное рассеяние в однобозонно-обменной (ОБО) модели. В этой модели потенциал NN -взаимодействия согласно трехмерной формулировке уравнения Лоу (49) [23,35] описывается диаграммами двух типов: двумя одномезонно-обменными диаграммами с мезонами на массовой поверхности (рис.6), которые соответствуют различной временной последовательности поглощения и испускания промежуточного мезона, и такой же диаграммой с немассо-

вым мезоном, которая получается из NN -чайкообразного члена на основе лагранжианов взаимодействия (133), (114) и (115). Кроме того, из-за наличия производных полей в псевдоскалярном (114) и векторном лагранжианах (115) в чайкообразном слагаемом возникают выражения, которые не сводятся к мезонно-обменным потенциалам и имеют контактный характер.

В явном виде NN -потенциал $W = Y + V$ уравнений (49), вычисленный при помощи лагранжианов (113)–(115), можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 W(p', p) = & \mathcal{P}_{1'2'} \mathcal{P}_{12} \left(g_s^2 \bar{u}(p'_2 s'_2) \tau u(p_2 s_2) \bar{u}(p'_1 s'_1) \tau u(p_1 s_1) \frac{G_s(t) + \mathcal{F}_s(p', p)}{t - m_s^2} + \right. \\
 & + g_{ps}^2 \bar{u}(p'_2 s'_2) i\tau \gamma_5 u(p_2 s_2) \bar{u}(p'_1 s'_1) i\tau \gamma_5 u(p_1 s_1) \frac{G_\pi(t) + \mathcal{F}_{ps}(p', p)}{t - m_{ps}^2} + \\
 & + \bar{u}(p'_2 s'_2) \tau \left[(g_v + f_v) \gamma_\mu - \frac{f_v}{2m_N} (p'_2 - p_2)_\mu \right] u(p_2 s_2) \times \\
 & \times \bar{u}(p'_1 s'_1) \tau \left[(g_v + f_v) \gamma_\mu - \frac{f_v}{2m_N} (p'_1 - p_1)_\mu \right] u(p_1 s_1) \times \\
 & \left. \times \frac{G_v(t) + \mathcal{F}_v(p', p)}{t - m_v^2} \right) + Y_{ps}^2(p', p), \tag{126}
 \end{aligned}$$

где $\mathcal{F}_\alpha(p', p)$ при $\alpha = s, ps, v$ определяется через мезон-нуклонные вершинные функции с одним немассовым нуклоном (109) и (110):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_\alpha(p', p) = & \frac{1}{2} [F_\alpha^{(-)}((p'_1 - Q_1)^2) F_\alpha^{(-)}((p_2 - Q_1)^2) + \\
 & + F_\alpha^{(+)}((p_2 + Q_2)^2) F_\alpha^{(+)}((p'_1 + Q_2)^2)] + \\
 & + \frac{E_{p'} - E_p}{2Q_0} [F_\alpha^{(-)}((p'_1 - Q_1)^2) F_\alpha^{(-)}((p_2 - Q_1)^2) - \\
 & - F_\alpha^{(+)}((p_2 + Q_2)^2) F_\alpha^{(+)}((p'_1 + Q_2)^2)], \tag{127}
 \end{aligned}$$

и для промежуточных мезонов на массовой поверхности в выражении (126) четырехимпульсы определены через импульсы внешних нуклонов $Q_0 = \sqrt{m_\alpha^2 + (p' - p)^2}$ и $Q_n = (Q_0, p'_n - p_n)$ при $n = 1, 2$. Отметим, что неэрмитов потенциал (126) можно представить через эрмитовы W_1 - и W_2 -потенциалы в следующем виде:

$$W(p', p) = W_1(p', p) + (E_{p'} - E_p)W_2(p', p), \quad (128)$$

где эти матрицы непосредственно связаны с A - и B -матрицами из потенциала линеаризованного уравнения Лоу (П2.1):

$$A(p', p) = W_1(p', p) - (E_{p'} + E_p)W_2(p', p), \quad B(p', p) = W_2(p', p).$$

Численные расчеты показали [35], что вкладом от неэрмитовой части NN -потенциала $(E_{p'} - E_p)W_2(p', p)$ в низкоэнергетические фазы рассеяния можно пренебречь. Однако мезонно-обменное слагаемое V , являющееся причиной возникновения неэрмитовости потенциала, может вносить при этом существенные поправки.

Сравним ОБО NN -потенциал (126) с аналогичными потенциалами [2,86,87], построенными в рамках этой модели на основе квазипотенциального подхода [15,16]. Основные различия заключаются в следующем.

1) Нуклон-нуклонный потенциал (126) построен через мезон-нуклонные вершинные функции с немассовым выходом лишь одной частицы. Поэтому в этом потенциале разделены немассовые нуклонные и мезонные степени свободы. В частности, в (126) выделена та часть потенциала $V(50)$, которая содержит эффекты обмена реальными мезонами на массовой поверхности и которая определяется немассовым поведением внешних нуклонов. Известные NN -потенциалы в ОБО-модели [2,17,86,87] определяются через мезон-нуклонные вершинные функции, в которых, согласно формулировкам соответствующих квазипотенциальных уравнений, вне массовой поверхности рассматриваются все три частицы [86] или лишь один нуклон задается на массовой поверхности [17,87]. Построение сложных феноменологических вершинных функций с двумя или тремя частицами вне массовой поверхности трудно осуществимо с практической точки зрения, а их использование для расчетов низкоэнергетических фаз NN -рассеяния нецелесообразно из-за большого числа феноменологических параметров. Поэтому в расчетах по боннской модели NN -потенциала [86] пренебрегается немассовым поведением нуклонов и в качестве мезон-нуклонных вершинных функций берутся выражения типа (103). А в ОБО-модели [87] для учета немассового выхода одного нуклона в мезон-нуклонных вершинных функциях делается дополнительное сепарабельное приближение.

2) В ОБО-модели [86,87] двухпионным обменом, даже в рамках простейших мезон-нуклонных лагранжианов (113)—(115), нет оснований пренебрегать [2]. В рассматриваемой формулировке NN -потенциала (126) из-за выбранной формы лагранжианов (113)—(115) в чайкообразном слагаемом U двухмезонно-обменных взаимодействий не возникает. А в мезонно-обменной части NN -потенциала (50) V двухпионные степени свободы учитываются при помощи амплитуд переходов $N \leftrightarrow N\pi\pi$ с дву-

мя π -мезонами и одним нуклоном на массовой поверхности, которые в низкоэнергетической области малы по сравнению с πN -матрицей рассеяния. Для самосогласованности частично-обменного механизма взаимодействия следует допустить, что вероятность виртуального перехода из однонуклонного немассового состояния в πNN -состояние со всеми частицами на массовой поверхности значительно меньше вероятности перехода в двухчастичное πN -состояние на массовой поверхности. Следовательно, двухпионный обмен в потенциале уравнений Лоу (49) и их линейаризованном аналоге (П2.1) в рамках ОБО модельных лагранжианов (113)—(115) не должен играть значительной роли.

3) Часть NN -потенциала (126), которая содержит все вклады от промежуточных немассовых состояний, определяется при помощи одновременных антикоммутиров. Из-за наличия производных в мезон-нуклонных лагранжианах в этой чайкообразной части NN -потенциала возникают слагаемые, которые не исчезают в древесном приближении. Часть этих слагаемых принципиально не сводится к мезонно-обменным взаимодействиям, и они определяют так называемое контактное взаимодействие двух нуклонов [30]. Кроме того, одновременные антикоммутиров производят дополнительное слагаемое типа $Y^{(2)}$ (116), которое определяет поправку к «чисто» однопионно-обменной диаграмме с немассовым π -мезоном. Эта поправка, как мы увидим ниже, может играть важную роль в низкоэнергетическом NN -рассеянии. Все дополнительные к одномезонно-обменным диаграммам слагаемые в чайкообразном члене определяются вершинными функциями с двумя нуклонами на массовой поверхности и их можно учесть при помощи феноменологических факторов типа (107).

Таким образом, в трехмерной времениупорядоченной формулировке уравнений Лоу (49) NN -потенциал, построенный в рамках ОБО-модели, позволяет учесть ряд слагаемых, которые невозможно выделить в четырехмерных уравнениях Бете — Солпитера или в соответствующих квазипотенциальных уравнениях. Результаты численного решения уравнений Лоу для NN -рассеяния в ОБО-модели приведены на рис.18. Сплошная кривая обозначает результат расчета с полным потенциалом (126), в котором для сравнения с ОБО боннским потенциалом [86] был опущен эффект запаздывания. Штрихпунктирная линия на рис.18 воспроизводит фазы NN -рассеяния на основе учета лишь слагаемого $Y^{(1)}$ потенциала (126), который воспроизводит боннский потенциал [86]. Решению линейаризованных уравнений Лоу (П2.1) с полным чайкообразным слагаемым (116) соответствует на рис.18 штрихованная линия, а штриховая — потенциалу (126) без слагаемого $Y^{(2)}$. Из сравнения этих

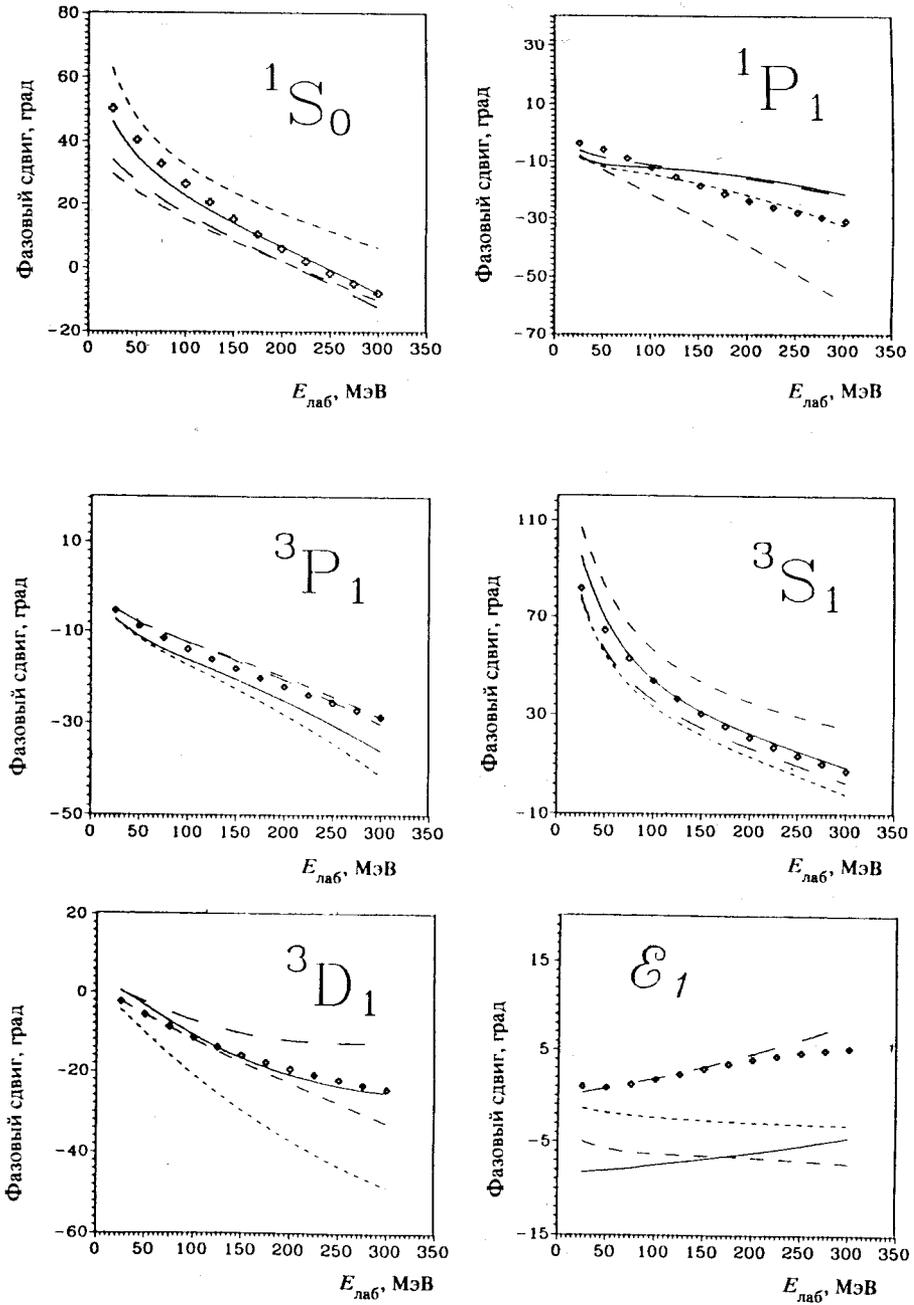


Рис. 18. Нуклон-нуклонные сдвиги фаз

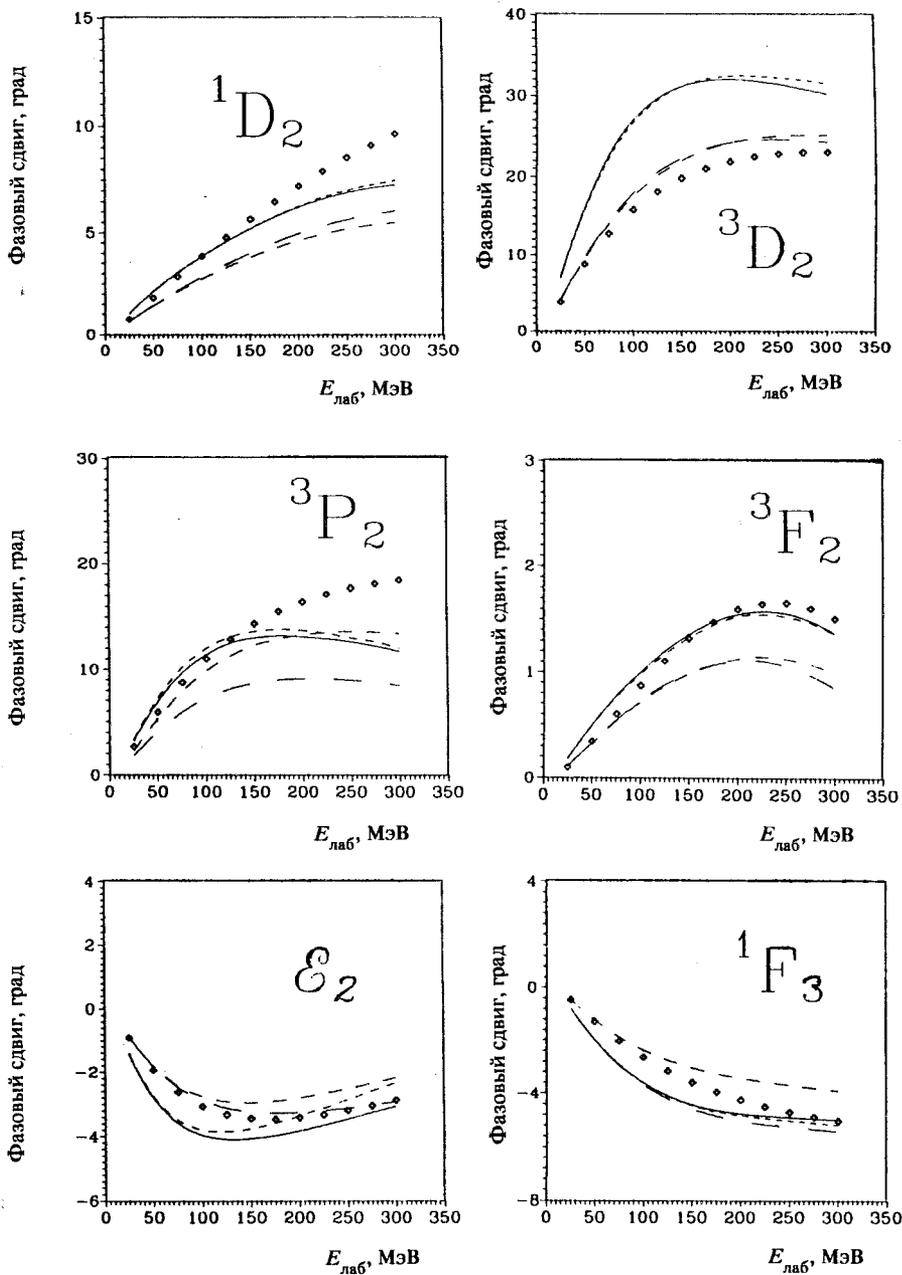


Рис.18. (продолжение)

кривых можно заключить, что вклад от обмена реальными мезонами на массовой поверхности, т.е. от потенциала V (50), хотя и значителен, но все же основная роль при описании NN -фаз принадлежит мезонным немассовым степеням свободы или чайкообразному члену Y . Кроме того, из рис.18 видно, что вклад слагаемого $Y^{(2)}$ при описании NN -фаз существен.

В настоящее время существует ряд других моделей, позволяющих описать низкоэнергетическое πN - и NN -рассеяние. К числу таких моделей можно отнести нерелятивистские [127,129] и релятивистские кварковые модели [112,128] NN -рассеяния, а также модель кварковых мешков [61,62,94,88,114—116,122,124], модель киральных лагранжианов [120], модель Скирма [95,110—121] и дисперсионный подход [3,91,126] для πN -рассеяния. Дальнейшее исследование этих реакций важно для выяснения взаимосвязи механизмов адронных взаимодействий в этих моделях, что нужно для понимания динамики πN - и NN -процессов. Использование с этой целью теоретико-полевого подхода представляется наиболее последовательным, так как этот подход на сегодняшний день является наиболее общим. В частности, уравнения типа Лоу, так же, как и дисперсионные соотношения, непосредственно следуют из принципа микропричинности в квантовой теории поля [10—12, 27,36], и их решения связаны с решениями соответствующих уравнений Бете — Солпитера (69) и их квазипотенциальных представлений.

Заметим, что и экспериментальные данные по фазовому анализу πN - и NN -рассеяния на сегодняшний день нельзя считать однозначно установленными. Так, причины расхождения различных фазовых анализов по низкоэнергетическому πN -рассеянию рассмотрены в [125]. А в [129] сравниваются друг с другом дифференциальные сечения и все поляризационные характеристики низкоэнергетического NN -рассеяния, которые были рассчитаны на основе различных фазовых анализов [130—132]. Сравнение полученных таким образом дифференциальных сечений и поляризаций показало, что расхождение между характеристиками протон-протонного рассеяния не превышает 10—15%, однако для нейтрон-протонного рассеяния это расхождение во многих случаях более 50% и имеет качественный характер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном обзоре рассмотрены различные варианты релятивистских уравнений Лоу в квантовой теории поля для задач адрон-адронного рассеяния. Эти уравнения представляют собой спектральные разложения искомой амплитуды по полной системе асимптотических состояний и их

можно считать матричным представлением операторных уравнений Медведева — Поливанова, которые следуют непосредственно из принципа микропричинности в локальной квантовой теории поля. В случае взаимодействия связанных систем или кластеров аналогичные релятивистские уравнения Лоу получаются при помощи обобщений уравнений Янга — Фельдмана для операторов составных частиц.

В обзоре подробно обсуждена процедура сведения квадратично-нелинейных релятивистских уравнений Лоу к эквивалентным линейным интегральным уравнениям типа Липпмана — Швингера. Волновые функции, являющиеся решениями линеаризованных уравнений Лоу, удовлетворяют условиям ортонормировки и полноты. А форма и общность формулировки релятивистских уравнений Лоу обеспечивает соблюдение условия унитарности и выполнение низкоэнергетических теорем алгебры токов.

Искомые решения релятивистских уравнений Лоу и их линеаризованного аналога являются ковариантными относительно преобразований Лоренца, и эти амплитуды характеризуются минимальным выходом во внешнюю и внеэнергетическую поверхность, так как они являются функциями лишь трех импульсов внешних частиц на массовой поверхности.

Потенциал уравнений Лоу и их линеаризованного аналога нелокален, линейно зависит от полной энергии системы и состоит из двух частей. В обменной части потенциала частицы из промежуточного состояния заданы на массовой поверхности и тем самым эта часть потенциала позволяет оценить эффекты обмена реальными частицами в адрон-адронных взаимодействиях. Вторая часть потенциала определяется через усредненный по одночастичным состояниям одновременный коммутатор операторов взаимодействующих полей остальных двух частиц. Эта часть потенциала содержит в себе всю информацию о немассовых эффектах промежуточных степеней свободы. В частности, для случая простейших феноменологических лагранжианов эта часть потенциала определяется одночастично-обменной диаграммой с промежуточной частицей вне массовой поверхности и так называемыми контактными или перекрывающимися взаимодействиями двух внешних частиц. Численные расчеты низкоэнергетического πN - и NN -рассеяния показали, что все эти части πN - и NN -потенциалов одинаково важны для воспроизведения экспериментальных фаз.

Решения релятивистских уравнений Лоу можно связать с решениями других релятивистских уравнений, полученных в квантовой теории поля. Сопоставление решений и потенциалов различных теоретико-полевых уравнений полезно для выявления эквивалентных механизмов адронных

взаимодействий. Такая информация необходима для избежания переучета при тех или иных феноменологических способах построения потенциала или амплитуды взаимодействия на основе различных моделей вершинных функций или эффективных лагранжианов. Заметим, что минимальный выход за массовую поверхность в релятивистских уравнениях Лоу позволяет без дополнительных приближений использовать при построении потенциала взаимодействия хорошо известные вершинные функции с двумя частицами на массовой поверхности.

Автор выражает искреннюю благодарность В.Г.Кадышевскому за интерес и внимание к данной работе, а также С.А.Гогелидзе, А.Н.Квинихидзе, Р.М.Мир-Касимову, А.Г.Русецкому, А.А.Сузько, А.М.Хведелидзе и А.Дж.Челидзе за ценные замечания и оказанное содействие при написании обзора.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. СВОЙСТВА ЧАЙКООБРАЗНЫХ СЛАГАЕМЫХ УРАВНЕНИЙ ЛОУ

Для вывода нужных нам свойств чайкообразных слагаемых рассмотрим усредненный по однонуклонным состояниям одновременный коммутатор двух π -мезонных операторов

$$\hat{Y} = \langle p' s' | [\hat{a}_{q'i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] | i q i \rangle, \quad (\text{П1.1})$$

где операторы $\hat{a}_{q'i'}(x^0)$ и $a_{qi}^\dagger(x^0)$ определены по формулам (35) и (9). Согласно свойству трансляционной инвариантности выражения (12) имеем

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= i (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p' + q' - p - q) Y_{a'a}(p', p) = \\ &= i (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p' + q' - p - q) \langle p' s' | [j_{i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] | p s \rangle. \end{aligned} \quad (\text{П1.2})$$

Для одновременного коммутатора в формуле (П1.1) легко получить следующее тождество:

$$\begin{aligned} [\hat{a}_{q'i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] &= \frac{1}{2} ([\hat{a}_{q'i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] - [a_{q'i'}(0), \hat{a}_{qi}^\dagger(0)]) + \\ &+ 1/2 d/dx^0 ([a_{q'i'}(x^0), a_{qi}^\dagger(x^0)])_{x^0=0}. \end{aligned} \quad (\text{П1.3})$$

Подставляя (П1.3) в (П1.1), с учетом (П2.2) получим

$$Y_{a'a}(p', p) = \tilde{Y}_{a'a}^{(1)}(p', p) + (E_{p'} - E_p) \tilde{Y}_{a'a}^{(2)}(p', p), \quad (\text{П1.4})$$

где эрмитовы матрицы $\tilde{Y}^{(1)}$ и $\tilde{Y}^{(2)}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = & \frac{1}{2} (\langle \mathbf{p}'_a s'_a | [j_{i'}(0), a_{qi}^\dagger(0)] | \mathbf{p}s \rangle - \\ & - \langle \mathbf{p}'_a s'_a | [a_{qi'}(0), j_i(0)] | \mathbf{p}s \rangle), \end{aligned} \quad (\text{П1.5})$$

$$\tilde{Y}_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{1}{2} (\mathbf{p}'s' | [\exp(-iq'x) \overset{\leftarrow}{\partial}_{x^0} \Phi_i(x), a_{qi}^\dagger(x^0)] | \mathbf{p}s)_{x=0}. \quad (\text{П1.6})$$

Из формулы (П1.4) видно, что неэрмитовость чайкообразных слагаемых (12) является следствием неисчезающего одновременного коммутатора гейзенберговских операторов

$$C(x^0) = [a_{qi'}(x^0), a_{qi}^\dagger(x^0)]. \quad (\text{П1.7})$$

Так, в модели лагранжианов, не зависящих от производных пионных полей, коммутатор (П1.7) равен нулю и, следовательно, чайкообразный член (12) эрмитов. В более общих случаях это уже не так, и формулы (П1.4) — (П1.6) позволяют выделить неэрмитовость чайкообразного слагаемого в виде формулы (13). Для этого в (П1.4) достаточно воспользоваться тождеством $E_{\mathbf{p}'} - E_{\mathbf{p}} = -E_{\mathbf{p}'} - E_{\mathbf{p}} + 2E_{\mathbf{p}'}$, после чего получим (13), где

$$\begin{aligned} Y_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \tilde{Y}_{a'a}^{(1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) - (E_{\mathbf{p}'} + E_{\mathbf{p}}) \tilde{Y}_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \\ Y_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= 2\tilde{Y}_{a'a}^{(2)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (\text{П1.8})$$

Аналогичным путем можно вывести и соотношение (27) для чайкообразных слагаемых (25) и (26), если в (П1.3) рассмотреть одновременный коммутатор мезонного и нуклонного полей.

Другая возможность «эрмитизации» слагаемого типа «чайка» (12) заключается в переопределении операторов источника π -мезонного поля и оператора (9) [22]. Так, если вместо (9) взять

$$a_{qi}(x^0) = -i \int \exp(iqx) [\pi_i(x) - iq^0 \Phi_i(x)], \quad (\text{П1.9})$$

где $\pi_i(x)$ обозначает канонический оператор импульса π -мезона и определяется через полный лагранжиан \mathcal{L} и его взаимодействующую часть \mathcal{L}_I :

$$\pi_i(x) \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}_i(x)} = \dot{\Phi}_i(x) + \frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial \dot{\Phi}_i(x)}, \quad (\text{П1.10})$$

при $x^0 \rightarrow \pm \infty$ оператор (П1.10) переходит в асимптотический оператор канонического импульса $\dot{\Phi}_i^{(out/in)}(x)$.

Операторы (П1.10) в силу канонических коммутационных соотношений всегда зануляют коммутатор (П1.7) и тем самым обеспечивают

эрмитовость чайкообразного слагаемого (12). Однако такой оператор приводит также к переопределению оператора источника π -мезонного поля, так как теперь

$$\dot{a}_i(x^0) = i \int d^3x \left[\exp(iqx) j_i(x) + \frac{d}{dx^0} \left(\exp(iqx) \frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial \dot{\Phi}_i(x)} \right) \right], \quad (\text{П1.11})$$

где новый оператор источника π -мезонного поля

$$j_{q_i}(x) = j_i(x) + \frac{d}{dx^0} \left[\exp(iqx) \frac{\partial \mathcal{L}_I}{\partial \dot{\Phi}_i(x)} \right] \quad (\text{П1.12})$$

явно зависит от импульса π -мезона q и, естественно, не является само-сопряженным. При этом на энергетической поверхности t -матрицы рассеяния $\langle n | j_i(0) | m \rangle$ и $\langle n | j_{q_i}(0) | m \rangle$ совпадают при любых n и m асимптотических состояниях, так как операторы $j_i(0)$ и $j_{q_i}(0)$ отличаются полной производной.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ЛОУ ИЗ УРАВНЕНИЯ ТИПА ЛИППМАНА — ШВИНГЕРА С ЛИНЕЙНО ЗАВИСЯЩИМ ОТ ЭНЕРГИИ ПОТЕНЦИАЛОМ

В нерелятивистской теории рассеяния [31, 32, 2] взаимодействие двух частиц описывается при помощи уравнений ЛШ. В с.ц.м. такие трехмерные сингулярные интегральные уравнения с произвольным, зависящим от энергии потенциалом $U(E)$ имеют вид

$$T(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) = U(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) + \int U(\mathbf{p}', \mathbf{p}'', E_p) \frac{d^3p''}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} T(\mathbf{p}'', \mathbf{p}, E_p), \quad (\text{П2.1})$$

где $T(E)$ — искомая t -матрица рассеяния, $\mathbf{p}', \mathbf{p}, \mathbf{q}$ обозначают относительные трехимпульсы частиц в конечном, начальном и промежуточном состоянии, E_p — полная энергия, которая определяется относительным импульсом \mathbf{p} и массами этих частиц m_1, m_2 . Так, $E_p = \omega_1(\mathbf{p}) + \omega_2(\mathbf{p})$, где $\omega_i(\mathbf{p}) = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{p}^2}$ в релятивистском случае и $\omega_i(\mathbf{p}) = m_i + \mathbf{p}^2/2m_i$ в нерелятивистском случае ($i = 1, 2$). Для дальнейшего изложения удобно

рассмотреть уравнение ЛШ для дискретного спектра энергий, когда $E_d = M_d < m_1 + m_2$:

$$T(\mathbf{p}', E_d) = \int U(\mathbf{p}', \mathbf{p}'', E_d) \frac{d^3 \mathbf{p}''}{E_{\mathbf{p}''} - E_d} T(\mathbf{p}'', E_d). \quad (\text{П2.2})$$

В интересующем нас случае потенциал $U(E)$ линейно зависит от энергии:

$$U(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E) = A(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + EB(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \quad (\text{П2.3})$$

A - и B -матрицы — эрмитовы, т.е. $A(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = A^*(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ и $B(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = B^*(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$.

Путем решения уравнения ЛШ (П2.1), (П2.2) можно определить волновые функции непрерывного $|\Psi_p\rangle$ и дискретного $|\Psi_d\rangle$ спектра:

$$\langle \mathbf{p}' | \Psi_p \rangle = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) + \frac{1}{E_{\mathbf{p}'} - E_p - i\epsilon} T(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p), \quad (\text{П2.4})$$

$$\langle \mathbf{p}' | \Psi_d \rangle = \frac{1}{E_{\mathbf{p}'} - E_d} T(\mathbf{p}', E_d), \quad (\text{П2.5})$$

которые, в свою очередь, будут удовлетворять следующим уравнениям:

$$\langle \mathbf{p}' | \Psi_p \rangle = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) + \frac{1}{E_{\mathbf{p}'} - E_p - i\epsilon} \int d^3 \mathbf{p}'' U(\mathbf{p}', \mathbf{p}'', E_p) \langle \mathbf{p}'' | \Psi_p \rangle, \quad (\text{П2.6})$$

$$\langle \mathbf{p}' | \Psi_d \rangle = \frac{1}{E_{\mathbf{p}'} - E_d} \int d^3 \mathbf{p}'' U(\mathbf{p}', \mathbf{p}'', E_d) \langle \mathbf{p}'' | \Psi_d \rangle. \quad (\text{П2.7})$$

Эти уравнения согласно определению свободного гамильтониана системы $\langle \mathbf{p}' | H_0 | \mathbf{p} \rangle = E_p \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p})$ можно представить в виде уравнений Шредингера:

$$(H_0 + U(E_\alpha)) |\Psi_\alpha\rangle = E_\alpha |\Psi_\alpha\rangle, \quad (\text{П2.8})$$

где $|\Psi_\alpha\rangle$ и E_α обозначают волновую функцию и энергию непрерывного ($\alpha = p$) и дискретного ($\alpha = d$) спектра. Учитывая явный вид потенциала $U(E)$ (П2.3), уравнения (П2.8) можно переписать следующим образом:

$$(H_0 + A) |\Psi_\alpha\rangle = E_\alpha (1 - B) |\Psi_\alpha\rangle. \quad (\text{П2.9})$$

Ниже мы будем исходить из того требования, что оператор $(1 - B)$ положительно определен и ограничен. После этого уравнения (П2.9) сводятся к уравнениям Шредингера с эрмитовым гамильтонианом h :

$$h |\chi_\alpha\rangle = E_\alpha |\chi_\alpha\rangle, \quad (\text{П2.10})$$

где

$$h = (1 - B)^{-1/2} [H_0 + A] (1 - B)^{-1/2}, \quad (\text{П2.11})$$

$$|\chi_\alpha\rangle = (1 - B)^{-1/2} |\Psi_\alpha\rangle. \quad (\text{П2.12})$$

Преобразования (П2.10)—(П2.12), которые называют преобразованиями Пири, были использованы в ряде работ [55,56] с целью выявления связи между локальными, зависящими от энергии потенциалами и нелокальными, но не зависящими от энергии потенциалами в квантовой механике. Из эрмитовости гамильтониана \hat{h} (П2.11) следует условие полноты и ортонормировки для системы его собственных векторов состояния $|\chi_\alpha\rangle$, которые для векторов состояния $|\Psi_\alpha\rangle$ можно записать в виде

$$\int d^3p |\Psi_p\rangle \langle \Psi_p| + \sum_d |\Psi_d\rangle \langle \Psi_d| = (1 - B)^{-1}, \quad (\text{П2.13})$$

$$\langle \Psi_{p'} | (1 - B) | \Psi_p \rangle = \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}); \quad \langle \Psi_{d'} | (1 - B) | \Psi_d \rangle = \delta_{d',d}, \quad (\text{П2.14})$$

$$\langle \Psi_{p'} | (1 - B) | \Psi_d \rangle = 0. \quad (\text{П2.15})$$

Далее, используя полученные соотношения для волновых функций Ψ_α , следуя [23,35], из уравнений ЛШ (П2.1) выведем уравнения Лоу для матрицы перехода f :

$$f(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \int W(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') d^3p'' \langle \mathbf{p}'' | \Psi_p \rangle, \quad (\text{П2.16})$$

$$f(\mathbf{p}', d) = \int W(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') d^3p'' \langle \mathbf{p}'' | \Psi_d \rangle, \quad (\text{П2.17})$$

где неэрмитов потенциал $W(\mathbf{p}', \mathbf{q})$ определен на полуэнергетической поверхности через потенциал исходного уравнения ЛШ (П2.3):

$$W(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \equiv U(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_{p'}) = A(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + E_p B(\mathbf{p}', \mathbf{p}). \quad (\text{П2.18})$$

Из определения f и волновых функций Ψ_α (П2.4), (П2.5) следует, что на энергетической поверхности, когда $E_{p'} = E_p$, матрицы f и T совпадают;

$$f(\mathbf{p}, \mathbf{p}) = T(\mathbf{p}, \mathbf{p}, E_p). \quad (\text{П2.19})$$

А на полуэнергетической поверхности имеются простые формулы взаимосвязи:

$$f(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = W(\mathbf{p}', \mathbf{p}) + \int W(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') \frac{d^3p''}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} T(\mathbf{p}'', \mathbf{p}, E_p), \quad (\text{П2.20})$$

$$f(\mathbf{p}', d) = \int W(\mathbf{p}', \mathbf{p}'') \frac{d^3p''}{E_{p''} - E_d} T(\mathbf{p}'', E_d). \quad (\text{П2.21})$$

Найдем уравнение, которому удовлетворяет матрица $f(p', p)$. Для этого, используя линейную зависимость от энергии потенциала $U(E)$ (П2.3), получим соотношения

$$\begin{aligned} & \langle p' | (1 - B) | \Psi_p \rangle = \\ & = \delta(p' - p) + \frac{1}{E_{p'} - E_p - i\epsilon} \int d^3 p'' U(p', p'', E_{p'}) \langle p'' | \Psi_p \rangle, \quad (\text{П2.22}) \end{aligned}$$

$$\langle p' | (1 - B) | \Psi_d \rangle = \frac{1}{E_{p'} - E_d} \int d^3 p'' U(p', p'', E_{p'}) \langle p'' | \Psi_d \rangle, \quad (\text{П2.23})$$

которые с учетом определений матриц f и W эквивалентны следующим формулам:

$$\langle \Psi_{p''} | (1 - B) | p \rangle = \delta(p'' - p) - \frac{1}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} f^*(p, p''), \quad (\text{П2.24})$$

$$\langle \Psi_d | (1 - B) | p \rangle = - \frac{1}{E_d - E_p} f^*(p, d). \quad (\text{П2.25})$$

После этого умножим соотношение (П2.24) на $f(p', p'')$ и проинтегрируем по p'' , что нам даст

$$\begin{aligned} & \int d^3 p'' \langle p' | W | \Psi_{p''} \rangle \langle \Psi_{p''} | (1 - B) | p \rangle = f(p', p) - \\ & - \int f(p', p'') \frac{d^3 p''}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} f^*(p, p''). \quad (\text{П2.26}) \end{aligned}$$

В левой части равенства (П2.26) применим условие полноты (П2.13), что позволит нам заменить эту часть выражением

$$W(p', p) - \sum_d \langle p' | W | \Psi_d \rangle \langle \Psi_d | (1 - B) | p \rangle. \quad (\text{П2.27})$$

Окончательно, если теперь в выражении (П2.27) воспользуемся формулами (П2.24), (П2.21), то после подстановки (П2.27) в (П2.26) получим искомые уравнения

$$\begin{aligned} f(p', p) & = W(p', p) + \sum_d f(p', d) \frac{1}{E_d - E_p} f^*(p, d) + \\ & + \int f(p', p'') \frac{d^3 p''}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} f^*(p, p''). \quad (\text{П2.28}) \end{aligned}$$

Таким образом, решения интегрального уравнения ЛШ (П2.1) определяют согласно соотношениям (П2.19)–(П2.21) решения уравнения Лоу (П2.28) $f(p', p)$. Ясно, что если неоднородный член уравнения Лоу

$W(p', p)$ представить в виде (П2.18), т.е. выделить неэрмитову часть этого потенциала через множитель $E_{p'}$, то из уравнения (П2.28) можно вывести уравнение ЛШ (П2.1). В сущности, уравнения Лоу являются спектральным разложением t -матрицы рассеяния по полной системе волновых функций (П2.13). В том случае, когда $B(p', p) = 0$, т.е. потенциал уравнения Лоу эрмитов, приведенная процедура линеаризации уравнения Лоу идентична аналогичной процедуре из нерелятивистской теории рассеяния [31, 32, 10].

В связи с квадратичной нелинейностью уравнений Лоу возникает вопрос о существовании таких решений этого уравнения, которые не возникают в их линеаризованном аналоге. Что касается линейных сингулярных интегральных уравнений ЛШ, то условия существования и единственности их решений хорошо известны [57, 58]. Для демонстрации возможности возникновения ряда решений уравнений Лоу (П2.28), которые не являются решениями соответствующих уравнений ЛШ (П2.1), рассмотрим частный случай уравнений Лоу без учета дискретного спектра и с сепарабельным эрмитовым потенциалом:

$$W(p', p) = \lambda v(p')v^*(p). \quad (\text{П2.29})$$

В этом случае уравнения Лоу (П2.28) после парциального разложения сводятся к более простым уравнениям дисперсионного типа

$$h_a(E_p) = \lambda + \frac{1}{2} \int \frac{p'' dE_{p''} |v(p'')|^2}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} |h_a(E_{p''})|^2, \quad (\text{П2.30})$$

где a обозначает все квантовые числа системы, и $h_a(E_p)$ следующим образом связан с t -матрицей:

$$f(p', p) = v(p')h_a(E_p)v^*(p). \quad (\text{П2.31})$$

Общее решение уравнений (П2.30) имеет следующий вид:

$$h_a(E_p) = \left(\lambda^{-1} - \frac{1}{2} \int \frac{p'' dE_{p''} |v(p'')|^2}{E_{p''} - E_p - i\epsilon} + \sum_n \frac{\gamma_n}{E_n - E_p} \right)^{-1}. \quad (\text{П2.32})$$

С другой стороны, решение уравнений ЛШ с сепарабельным потенциалом (П2.29) определяется первыми двумя слагаемыми выражения (П2.32). Третье слагаемое в (П2.32) представляет собой бесконечную сумму так называемых полюсов Кастилахо — Дайсона — Далица (КДД) [59]. Появление таких неоднозначностей в амплитуде взаимодействия частиц характерно для подходов дисперсионного типа и обусловлено тем обстоятельством, что условия аналитичности и унитарности недостаточ-

ны для однозначного определения амплитуды или S -матрицы рассеяния. В [60] КДД-полюса были связаны с наличием компаунд- или возбужденных состояний в спектре свободного гамильтониана. В таком подходе Δ -изобара была воспроизведена [61] в виде независимой степени свободы πN -системы, т.е. трактовка Δ -изобары как КДД-полюса в соответствующем уравнении Чу — Лоу привела к появлению дополнительной Δ -изобарной степени свободы в πN -взаимодействии. В дисперсионном подходе к проблеме учета мезонных и кварк-глюонных степеней свободы в адрон-адронных взаимодействиях [62] положение КДД-полюсов определялось граничными условиями, которые накладывались на волновую функцию системы. Эти граничные условия соответствуют бесконечно большому запирающему потенциалу, который действует в строго ограниченном пространстве согласно модели мешков.

Предположение о единственности решений уравнений Лоу было сделано еще в книге Гольдбергера и Ватсона [31, гл.4]. Аргументы в пользу такого утверждения приведены в [63], где показано, что если в спектре свободного гамильтониана отсутствуют дополнительные компаунд- или возбужденные состояния, то условия полноты и ортонормировки волновых функций, являющиеся решениями уравнений ЛШ, совместимы лишь с такими решениями уравнений Лоу, в которых отсутствуют КДД-полюса, т.е. решение уравнений Лоу (П2.32) совпадает с решением соответствующего уравнения ЛШ. В работах [64—66] для уравнений Чу — Лоу и их частного случая — уравнения (П2.30) показано, что при определенных условиях, накладываемых на константы взаимодействия и асимптотическое поведение формфакторов $v_a(p)$, эти уравнения имеют единственное решение. Классификация неоднозначностей, возникающих после решения уравнений с сепарабельными потенциалами в дисперсионном, полевом и квантово-механическом подходах, рассматривалась в [39] в рамках эволюционного по константе взаимодействия метода.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ИТЕРАЦИОННЫЙ РЯД УРАВНЕНИЙ ЛОУ

Рассмотрим итерационный ряд уравнений Лоу (П2.28) без дискретного спектра, т.е. когда

$$f(p', p) = U(p', p, E_{p'}) + \int f(p', k) \frac{d^3k}{E_k - E_p^{(\pm)}} f^*(p, k), \quad (\text{П3.1})$$

где $E_p^{(\pm)} \equiv E_p \pm i\epsilon$ и $U(p', p, E)$ при независимом параметре E является эрмитово-самосопряженной матрицей (П2.3), которая обладает следующим свойством:

$$U(p', p, E_p) = U^{(*)}(p, p', E_p). \quad (\text{П3.2})$$

Итерационный ряд уравнений Лоу можно представить в виде

$$f(p', p) = \sum_{N=1}^{\infty} f^{(N)}(p', p),$$

$$f^{(N)}(p', p) = \sum_{n=1}^{N-1} \int f^{(n)}(p', k) \frac{d^3k}{E_k - E_p^{(+)}} f^{(N-n)*}(p, k). \quad (\text{П3.3})$$

В частности, для первых трех итераций имеем

$$f^{(1)}(p', p) = U(p', p, E_p),$$

$$f^{(2)}(p', p) = \int U(p', k, E_p) \frac{d^3k}{E_k - E_p^{(+)}} U^*(p, k, E_p) =$$

$$= \int U(p', k, E_p) \frac{d^3k}{E_k - E_p^{(+)}} U(k, p, E_p), \quad (\text{П3.4})$$

$$f^{(3)}(p', p) = \int d^3k_1 d^3k_2 \frac{U(p', k_1, E_p) U^*(p, k_2, E_p)}{E_{k_1} - E_{k_2}^{(+)}} \times$$

$$\times \left[\frac{U^{(*)}(k_2, k_1, E_{k_2})}{E_{k_2} - E_p^{(+)}} - \frac{U(k_1, k_2, E_{k_1})}{E_{k_1} - E_p^{(+)}} \right] =$$

$$= \int d^3k_1 d^3k_2 \frac{U(p', k_1, E_p) U(k_1, k_2, E_p) U(k_2, p, E_p)}{(E_{k_1} - E_p^{(+)}) (E_{k_2} - E_p^{(+)})}.$$

Далее предположим, что для любого $N > 3$ формулы (П3.4) можно обобщить следующим образом:

$$f^{(N)}(p', p) = \int U(p', k_1) \prod_{i=1}^{n-1} \left(\frac{d^3k_i}{E_{k_i} - E_p^{(+)}} U(k_i, k_{i+1}, E_p) \right). \quad (\text{П3.5})$$

В справедливости формулы (П2.5) можно убедиться методом индукции. Так, вычисляя $N + 1$ итерационный член (П2.3) при помощи (П2.5), имеем

$$\begin{aligned}
 f^{(N+1)}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \sum_{n=1}^N \int U(\mathbf{p}', \mathbf{k}_1, E_{\mathbf{p}'}) \prod_{i=1}^{n-1} \left(\frac{d^3 \mathbf{k}_i}{E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_n}^{(+)}} U(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i+1}, E_{\mathbf{k}_n}) \right) \times \\
 &\times \frac{d^3 \mathbf{k}_n}{E_{\mathbf{k}_n} - E_{\mathbf{k}_{N+1}}^{(+)}} \int U^*(\mathbf{k}_{N+1}, \mathbf{k}_N, E_{\mathbf{k}_{N+1}}) \times \\
 &\times \prod_{j=n+1}^N \left(\frac{d^3 \mathbf{k}_j}{E_{\mathbf{k}_j} - E_{\mathbf{k}_n}^{(+)}} U(\mathbf{k}_j, \mathbf{k}_{j+1}, E_{\mathbf{k}_n}) \right)^*, \quad (\text{П3.6})
 \end{aligned}$$

где мы подразумеваем, что $\mathbf{k}_{N+1} = \mathbf{p}$ и $\sum_L (\dots) = 1$; $\prod_L (\dots) = 1$, когда $M < L$. Выражение (П3.6) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 f^{(N+1)}(*\mathbf{p}', \mathbf{p}) &= \sum_{n=1}^N \int U(\mathbf{p}', \mathbf{k}_1, E_{\mathbf{p}'}) \prod_{i=1}^{N-1} (d^3 \mathbf{k}_i U(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_{i+1}, E_{\mathbf{k}_n})) \times \\
 &\times d^3 \mathbf{k}_N U(\mathbf{k}_N, \mathbf{k}_{N+1}, E_{\mathbf{k}_{N+1}}) \frac{1}{|E_{\mathbf{k}_n} - E_{\mathbf{k}_{N+1}}^{(+)}| \prod_{i=1}^{n-1} (E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_n}^{(+)}) \prod_{j=n+1}^N (E_{\mathbf{k}_j} - E_{\mathbf{k}_n}^{(-)})}. \quad (\text{П3.7})
 \end{aligned}$$

Соотношение (П3.7) можно представить в виде (П3.5), если воспользоваться тождеством [22]:

$$\sum_{n=1}^N \frac{(E_n)^m}{|E_{\mathbf{k}_n} - E_{\mathbf{k}_{N+1}}^{(+)}| \prod_{i=1}^{n-1} (E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_n}^{(+)}) \prod_{j=n+1}^N (E_{\mathbf{k}_j} - E_{\mathbf{k}_n}^{(-)})} \equiv \frac{(E_{N+1})^m}{\prod_{i=1}^N (E_{\mathbf{k}_i} - E_{\mathbf{k}_{N+1}}^{(+)})}, \quad (\text{П3.8})$$

которое справедливо для любого N и $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ и доказывается методом индукции. Таким образом, вывод формулы (П2.5) завершен.

С другой стороны, нетрудно убедиться, что итерационный ряд со слагаемыми (П3.5) идентичен и почленно воспроизводится итерационным рядом уравнения ЛШ:

$$\mathcal{J}(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) = U(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) + \int U(\mathbf{p}', \mathbf{k}, E_p) \frac{d^3\mathbf{k}}{E_{\mathbf{k}} - E_p^{(+)}} \mathcal{J}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, E_p), \quad (\text{ПЗ.9})$$

решение которого \mathcal{J} следующим образом определяет решение уравнения (ПЗ.1):

$$f(\mathbf{p}', \mathbf{p},) = U(\mathbf{p}', \mathbf{p}, E_p) + \int U(\mathbf{p}', \mathbf{k}, E_p) \frac{d^3\mathbf{k}}{E_{\mathbf{k}} - E_p^{(+)}} \mathcal{J}(\mathbf{k}, \mathbf{p}, E_p). \quad (\text{ПЗ.10})$$

Таким образом, мы при помощи итерационных рядов уравнений Лоу и ЛШ еще раз показали эквивалентность этих уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Garcilazo H., Mizutani T. — πNN Systems. Singapore-New Jersey-London-Hong Kong.: World Scientific, 1990.
2. Браун Д.Е., Джексон А.Д. — Нуклон-нуклонные взаимодействия: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975.
3. Hohler G. — Pion-Nucleon Scattering, in Landelt-Bonstein. Ed. Shopper H., Springer, Berlin, 1983, vol.9,b2.
4. Heidenbauer J., Holinde K., Thomas A.W. — Phys.Rev.C, 1992, vol.45, p.952; Heidenbauer J. et al. — *ibid.*, p.557.
5. La France R., Loiseau B. — Nucl. Phys. A, 1991, vol.528, p.557.
6. Faessler A., Straub U. — Prog. Part. Nucl. Phys. A, 1991, vol.24, p.557.
7. Копалейшвили Т.И. — Вопросы взаимодействия π -мезонов с ядрами. М.: Энергоиздат, 1984.
8. Kroger H. — Phys. Rep., 1992, vol.210, p.45.
9. Ray L., Hoffmann G.W., Coker W.R. — Phys. Rep., 1992, vol.212, p.223. Elster Ch. — Nucl.Phys. A, 1990, vol.508, p.197.
10. Швэбер С. — Введение в релятивистскую квантовую теорию поля: Пер. с англ. М.: ИЛ, 1963.
11. Ициксон К., Зюбер Ж.Б. — Квантовая теория поля: Пер. с англ. М.: Наука, 1984, т.1,2.
12. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
13. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. — Nuovo Cim., 1963, vol.29, p.370.
14. Кадышевский В.Г., Тавхелидзе А.Н. — Проблемы теоретической физики. В кн.: Сборник, посвященный Н.Н.Боголюбову в связи с его шестидесятилетием. М.: Наука, 1969, с.261.
15. Blankenbekler R., Sugar R. — Phys. Rev., 1966, vol.142, p.1951.
16. Gross F. — Phys. Rev., 1969, vol.186, p.1448; Buck W., Gross F. — Phys. Rev. D, 1979, vol.20, p.2361.
17. Xiquan Zhu et al. — Phys. Rev. C, 1992, vol.45, p.959.
18. Кадышевский В.Г. — ЖЭТФ, 1964, т.46, с.634, 872; Nucl. Phys. B, 1968, vol.6, p.125.
19. Кадышевский В.Г., Мир-Касимов Р., Скачков Н.В. — ЭЧАЯ, 1972, т.2, с.635.
20. Low F. — Phys. Rev., 1955, vol.97, c.1332.
21. Chew G.F., Low F. — Phys. Rev., 1956, vol.101, c.1570.
22. Machavariani A.I., Rysetsky A.G. — Nucl. Phys. A, 1990, vol.515, p.671.
23. Мачавариани А.И. — ТМФ, 1991, т.88, с.85.

24. Machavariani A.I., Rysetsky A.G. — Preprint of High Energy Physics Inst. of Tbilisi State Univ., TSU HEPI 01-92, 1992; ЖЭТФ, 1992, т.102, с.1073.
25. Cammarata J.V., Banerjee M.K. — Phys. Rev. C, 1978, vol.17, p.1125.
26. Nien-Chin Wei., Banerjee M.K. — Phys. Rev. C, 1980, vol.22, p.2061.
27. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. — Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
28. Медведев Б.В., Поливанов М.К. — Труды Межд. зимней школы по теор. физике. ОИЯИ, Дубна, 1964, т.1, с.77.
29. Machavariani A.I. — Preprint of Institute of Theor. Phys. Tübingen University. Tübingen, August 1991.
30. Де Альфаро И., Фубини С., Фурлан Т., Россети К. — Токи в физике адронов: Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
31. Гольдбергер М., Ватсон К. — Теория столкновений: Пер. с англ. М.: Мир, 1964.
32. Тейлор Дж. — Теория рассеяния: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
33. Miller G.A. — Phys. Rev. C, 1976, vol.14, p.2230.
34. Kopaleishvili T.I., Machavariani A.I. — Ann. Phys., 1987, vol.174, p.1.
35. Machavariani A.I., Chelidze A.Dj. — Preprint of Institute of Theor. Physics. Tübingen University. Tübingen, August 1991.; to be publ. in J. Phys. G.
36. Боголюбов Н.Н., Медведев Б.В., Поливанов М.К. — Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Физ.-мат. лит., 1958.
37. Медведев Б.И., Павлов В.П., Поливанов М.К., Суханов А.Д. — ТМФ, 1972, т.13, с.3.
38. Киржниц Д.А. — В кн. Проблемы теоретической физики. Памяти И.Е.Тамма. М.: Наука, 1972, с.74.
39. Киржниц Д.А. — ЖЭТФ, 1965, т.49, с.1544.
40. Киржниц Д.А., Крючков Г.Ю., Такибаев Н.Ж. — ЭЧАЯ, 1971, т.10, с.741.
41. Ханхасаев М.Х. — ЭЧАЯ, 1985, т.16, с.741.
42. Скачков Н.В., Соловцов И.А. — ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.5.
43. Карманов В.А. — ЭЧАЯ, 1988, т.19, с.525.
44. Fuda M. — Phys. Rev. D., 1991, vol.44, p.1880; Ann. Phys., 1990, vol.197, p.2.
45. Brodsky S.J., Pauli H. — Lectures 30-th Schadming Winter School in Particle Phys. Schadming, Austria, March, 1991. SLAC-PUB-5558, June 1991.
46. Luchas W., Schoberl F.E., Gromes D. — Phys. Rep., 1990, vol.200, p.129.
47. Singh N.N., Mitra A.N. — Phys. Rev. D, 1988, vol.38, p.1454; Mitra A.N., Bhatanagas S. — J.Mod.Phys.A, 1992, vol.7, p.121.
48. Bhetebier J., Broechart J. — Preprint Univ. Brussels, VUB/TEM/91/03 and 04. Brussels, 1991, 19.
49. Саврин В.Н., Тюрин Н.Е., Хрусталеv О.Н. — ЭЧАЯ, 1976, т.7, с.21.
50. Логунов А.А., Саврин В.Н., Тюрин Н.Е., Хрусталеv О.Н. — ТМФ, 1971, т.6, с.157.
51. Faustov R.N. — Ann. Phys., 1973, vol.78, p.176.
52. Fischbane P.M., Namyslowski J.M. — Phys. Rev. D, 1976, vol.21, p.2406, 1980.
53. Квинихидзе А.А., Хведелидзе А.М. — ЯФ, 1989, т.50, с.1105.
54. Kvinikhidze A.A., Khelaschvili A.A. — Preprint PS-PR-50-42, Villingen, 1990.
55. Perey F.V., Buck V. — Nucl. Phys., 1961, vol.14, p.2230.
56. Forest Jr. — Nucl. Phys. A, 1971, vol.163, p.237; Fiedeldey et al. — Phys. Rev. C, 1992, vol.45, p.2885.
57. Мухелишвили Н.И. — Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
58. Гахов Ф.Д. — Краевые задачи. М.: Наука, 1977.
59. Castillejo L., Dalitz R.H., Dyson F.J. — Phys. Rev., 1956, vol.101, p.453.
60. Dyson F.J. — Phys. Rev., 1957, vol.106, p.157.
61. Therberge S., Thomas A.W., Miller G.A. — Phys. Rev. D, 1981, vol.24, p.216.
62. Сафронов А.Н. — ЭЧАЯ, 1990, т.21, с.1181.
63. Haag R. — Phys. Nuovo Cim., 1957, vol.5, p.203.

64. Warnock R. — *Phys. Rev.*, 1968, vol.170, p.1323.
65. Daniel H.Мс., Warnock R. — *Nuovo Cim.*, 1969, vol.64, p.905.
66. Жидков Е.П., Нгуен М., Недалков И.П., Хоромский Б.Н. — *ЖВМ и МФ*, 1979, т.19, с.1544.
67. Tamm I.E. — *J.Phys. USSR*, 1945, vol.9., p.449; Dancoff S.M. — *Rev.*, 1950, vol.78, p.382.
68. Machavariani A.I. — *Nucl. Phys. A*, 1983, vol.403, p.480.
69. Okubo S. — *Prog. Theor. Phys.*, 1954, vol.12, p.480; Feshbach H. — *Ann. Phys.*, 1958, vol.5, p.287.
70. Левчук А.Г., Шебеко А.В. — *ЯФ*, 1989, т.50, с.974.
71. Балашов В.В., Коренман Г.Я., Эрамжян Р.А. — *Поглощение мезонов атомными ядрами*. М.: Энергоиздат, 1978.
72. Dashen R.F., Healy J.B., Mozinich I.J. — *Phys. Rev. D*, 1976, vol.14, p.2773.
73. Chachkhunashvili M.Sh., Kopaleishvili T.I. — *Few Body Phys.*, 1990, vol.6, p.1.
74. Kalinowski Yu.L., Kashluhn L., Pervushin V.B. — *Forschritte Phys.*, 1990, vol.28, p.353.
75. Strocchi F. — *Phys. Rev. D*, 1978, vol.17, p.2010.
76. Greenberg F. — *Phys. Rev D*, 1978, vol.14, p.2576.
77. Huang K., Weldon H.A. — *Phys. Rev. D*, 1976, vol.11, p.257. Zimmermann W. — *Nuovo Cim.* 1958, vol.10, p.597.
78. Luscher M. — *Fields, Strings and Critical Phenomena*. Les Houches School, 1988; J.C.A.Barata and K.Fredenhagen — *Nucl. Phys. B, Proc. Suppl.*, 1988, vol.4, p.209; *Prep. Freie Univ. Berlin FUB HEP 90-17*, 1990.
79. Machavariani A.I. — *Proc. 11 Int. Sem. on High Energy Phys. and Quantum Chromodynamics*. Dubna, 1992.
80. Индурайн Ф. — *Квантовая хромодинамика*. М.: Мир, 1986.
81. Von Smeikal L., Amundsen P.A., Alkofer R. — *Nucl. Phys. A*, 1991, vol.529, p.633; Gogokhia V.Sh. — *Phys. Rev. D*, 1989, vol.40, p.4157.
82. Труды рабочего совещания «Инфракрасное поведение в квантовой хромодинамике». Тбилиси, 1985.
83. Wallece S.J., Mandelzweig V.B. — *Nucl. Phys. A*, 1989, vol.503, p.673.
84. Goebel C., LaCourse D., Ollsen M.G. — *Phys. Rev. D*, 1990, vol.41, p.2917.
85. Газирович С. — *Физика элементарных частиц*. М.: Наука, 1969.
86. Machleidt R., Holinde K., Elster Ch. — *Phys. Rep.*, 1987, vol.149, p.1.
87. Gross F., Van Orden J.W., Holinde K. — *Phys. Rev. C*, 1992, vol.45, p.2094.
88. Pearce V.C., Jennings V.K. — *Nucl. Phys. A*, 1991, vol.528, p.655.
89. Lee C., Yang S.N., Lee T.-S.H. — *J. Phys. G: Part. Phys.*, 1991, vol.17, p.L131.
90. Machavariani A.I. — *Proc. 10 Int. Sem. on Relativistic Nucl. Phys. and Quantum Chromodynamics*. JINR, Dubna, 1990, p.85.
91. Ширков Д.В., Серебряков В.В., Мещеряков В.А. — *Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях*. М.: Наука, 1967; Серебряков В.В., Ширков Д.В. — *ЭЧАЯ*, 1970, т. 1, вып.1, с.172; Журавлев В.И., Мещеряков В.А. — *ЭЧАЯ*, 1974, т.5, вып.1, с.172.
92. Efimov G.V., Ivanov M.A., Lubovitsky V.E. — *Few Body Systems*, 1989, vol.6, p.17.
93. Santhatham I., Bhatagar S., Mitra A.N. — *Few Body Systems*, 1990, vol.7, p.141.
94. Thomas A.W. — *Adv. Nucl. Phys.*, 1984, vol.13, p.1.
95. Schwesinger B., Weigel H., Holzwarth G., Haysi A. — *Phys. Rep.*, 1989, vol.173, p.173.
96. Meissner U.-G. — *πN Newsletter*, 1990, vol.2, p.81.
97. Sullavan J.D. — *Phys. Rev. D*, 1972, vol.5, p.1732.
98. Thomas A.W. — *Phys. Lett. B*, 1983, vol.126, p.97; *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 1987, vol.97, p.204.

99. Frankfurt L.L., Mankiewicz L., Strikman M.E. — *Z. Phys. A*, 1989, vol.334, p.343; Kumano S. — *Phys. Rev. D*, 1991, vol.43, p.305.
100. Hwang W.-Y.P., Speth J., Brown G.E. — *Zeit. fur Phys. A*, 1991, vol.339, p.383.
101. Mizutani T. et al. — *Phys. Rev. C*, 1981, vol.24, p.2633.
102. Chelidze A.Dj., Machavariani A.I. — to be publ.
103. Мачавариани А.И., Русецкий А.Г. — *ЯФ*, 1991, т.53, с.1364.
104. Gasser J., Leutwyler H., Locher M.P., Sainio M.E. — *Phys. Lett. B*, 1988, vol.213, p.213; *ibid.* 1991, vol.253, p.252; Sainio M.E. — *Proc. of 4-th Inter. Symp. on Pion-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon. Bad-Honnef*, 1991. *πN Newsletter*, 1991, vol.4, p.58.
105. Ericson T.E.O. — *Phys. Lett. B*, 1987, vol.207, p.116. CERN Preprint TH 5621/90, 1990.
106. Гердт В.П., Журавлев В.И., Мещеряков В.А. — *ЯФ*, 1974, т.20, с.756.
107. Ченг Т.-П., Ли Л.-Ф. — *Калибровочные теории в физике элементарных частиц*. М.: Мир, 1987.
108. Bincer A.M. — *Phys. Rev.*, 1960, vol.18, p.865.
109. Epstein D.N. — *Phys. Lett. B*, 1978, vol.79, p.195; Nutt W.I., Shakin C.M. — *Phys. Lett. B*, 1977, vol.79, p.290.
110. Keiser N., Vogl U., Weise W., Meissner U.-G. — *Nucl. Phys. A*, 1988, vol.484, p.593.
111. Cohen T.D. — *Phys. Rev. D*, 1986, vol.34, p.2187.
112. Efimov G.V., Ivanov M.A. — *The Quark Confinement Model of Hadrons*. IOPP Ltd, Bristol UK, 1992.
113. Ernst D.J., Johnson M.B. — *Phys. Rev. C*, 1978, vol.17, p.247. McLeod R.J., Ernst D.J. — *Nucl. Phys. A*, 1985, vol.437, p.669.
114. Jennings B.K., Maxwell O.V. — *Nucl. Phys. A*, 1990, vol.501, p.621.
115. Cooper E.D., Jennings B.K., Guichon P.A.M., Thomas A.W. — *Nucl. Phys. A*, 1987, vol.469, p.717.
116. Jennings B.K., Veit B.A., Thomas A.W., Barrett R.C. — *Phys. Lett. B*, 1984, vol.148, p.28.
117. Cooper E.D., Jennings B.K. — *Nucl. Phys. A*, 1988, vol.483, p.601.
118. Arndt R.A., Ford J.M., Roper L.D. — *Phys. Rev. D*, 1985, vol.32, p.1085.
119. Nien-Chin Wei, Banerjee M.K. — *Phys. Rev. C*, 1980, vol.22, p.2051.
120. Гайсак М.И., Лендвел В.М. — *ЭЧАЯ*, 1977, т.8, с.5.
121. Masak D., Walliser H., Holtzwarth G. — *Nucl. Phys. A*, 1992, vol.536, p.583.
122. Pearce V.C., Afnan I.R. — *Phys. Rev. C*, 1986, vol.34, p.991.
123. Afnan I.R., Pearce V.C. — *Phys. Rev. C*, 1987, vol.35, p.737.
124. Грач И.Л., Калашникова Ю.С., Народецкий И.М. — *ЯФ*, 1987, т.45, с.1428. *Nucl. Phys. A*, 1987, vol.469, p.591.
125. Hohler G. — In: *Proc. of 4-th Inter. Symp. on Pion-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon; Bad-Honnef*, 1991; *πN Newsletter*, 1991, vol.4, p.35; Bugg D.V. — *ibid.* *πN Newsletter* 1991, vol.6, p.21. Brack J.T. — *ibid.* *πN Newsletter* 1991, vol.6, p.144.
126. Koch R. — *Nucl. Phys. A*, 1986, vol.448, p.707.
127. Ока М., Ясак К. — *Nucl. Phys. A*, 1983, vol.402, p.477; Zhang Z.Y. et al. — *Nucl. Phys. A*, 1985, vol.443, p.557.
128. Bayer M., Weber H.J. — *Phys. Rev. C*, 1987, vol.35, p.14; Celenza L.S., Shakin M. — *Ann. Phys.*, 1987, vol.178, p.248.
129. Machavariani A.I., Straub U., Faessler A. — *Nucl. Phys. A*, 1992, vol.548, p.592.
130. Bystricky J., Lecharnoine-Lelue C., Lehar F. — *J. Phys. (Paris)*, 1987, vol.48, p.199.
131. Arndt R.A. et al. — *Phys. Rev. D*, 1983, vol.28, p.97.
132. Bergervoet J.R. et al. — *Phys. Rev. C*, 1983, vol.41, p.1435.
133. Десимиров Г., Стоянов Д. — *Препринт ОИЯИ Р-1658*, Дубна, 1964. Хелашвили А.А. — *Препринт ОИЯИ Р-4327*, Дубна, 1969. Faustov R.N. — *Nucl. Phys.*, 1966, vol.75, p.669.