«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1994, ТОМ 25, ВЫП.2

УДК 539.1

ВЕРСИЯ КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА ДЛЯ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

В.Г.Соловьев, А.В.Сушков, Н.Ю.Ширикова

Обьединенный институт ядерных исследований, Дубна

Сформулированы основные предположения квазичастично-фононной модели ядра и представлен ее математический аппарат. Гамильтониан, содержащий конечного ранга сепарабельные изоскалярные и изовекторные мультипольные, спин-мультипольные и тензорные частично-дырочные, а также частично-частичные взаимодействия, преобразован к форме с квазичастичными, фононными и квазичастично-фононными взаимодействиями. Получено общее RPA-уравнение и обсуждены частные случаи. Очень сложные взаимодействия не затрудняют описание фрагментации однофононных состояний. Показано, что трехфононные члены, добавленные к одно- и двухфононным членам волновой функции, приводят к дополнительному небольшому сдвигу двухфононных полюсов в секулярном уравнении. Влияние сепарабельного взаимодействия, зависящего от плотности, на вибрационные состояния мало. Получено общее описание коллективных, слабоколлективных и двухквазичастичных состояний в четно-четных сильнодеформированных ядрах.

The basic assumptions concerning the Quasiparticle-Phonon Nuclear Model are formulated and the mathematical apparatus is developed. The Hamiltonian, containing a finite-rank separable isoscalar and isovector multipole, a spin-multipole and tensor particle-hole as well as particle-particle interactions transforms to a form containing quasiparticle, phonon and quasiparticle-phonon interactions. The general RPA equation is derived and the particular cases are discussed. The very complex interaction does not complicate the description of the fragmentation one-phonon states. It is shown that the three-phonon terms added to the one- and two-phonon terms in the wave function lead to an additional small shift of the two-phonon poles in the secular equation. The influence of the density-dependent separable interaction on the vibrational states is small. A common description of the collective, weakly collective and two-quasiparticle states in double-even well-deformed nuclei is obtained.

1. ВВЕДЕНИЕ

Энергии и волновые функции двухквазичастичных и однофононных состояний в четно-четных деформированных ядрах были вычислены в 1960—1975 гг. Получено [1] достаточно хорошее описание имевшихся в то время экспериментальных данных; сделаны предсказания, которые в дальнейшем во многих случаях были экспериментально подтверждены. Нам кажется, что необходимы новые вычисления вибрационных состояний в деформированных ядрах. Это связано с большим количеством новых экспериментальных данных в дополнение к тем, которые включают первые квадрупольные и октупольные состояния. Имеются экспериментальные данные, касающиеся гексадекапольных состояний, а также высоколежащих коллективных и слабоколлективных состояний. Ожидается, что много экспериментальных данных будет получено на новом поколении ускорителей, и результаты вычислений в дальнейшем могут быть полезными.

Вибрационные состояния должны быть вычислены на новой основе, такой как квазичастично-фононная модель ядра (КФМЯ) [2,3]. КФМЯ используется для микроскопического описания низкоспиновых вибрационных состояний с малыми амплитудами в сферических ядрах недалеко от заполненных оболочек и в сильнодеформированных ядрах.

Рассмотрим специфические особенности деформированных ядер. При переходе от сферической к аксиальной симметрии сферические подоболочки расщепляются на дважды вырожденные одночастичные состояния. Это расщепление подоболочек приводит к уменьшению в матричных элементах от некоторых операторов между одночастичными волновыми функциями аксиально-симметричного потенциала Вудса — Саксона по сравнению с матричными элементами тех же операторов между волновыми функциями сферического симметричного потенциала Вудса — Саксона. Такое уменьшение в матричных элементах существенно влияет на вибрационные состояния деформированного ядра.

Волновые функции возбужденных состояний деформированных ядер имеют вид

$$\Psi^I_{MK}(\nu) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}}\,\{D^I_{MK}\Psi_\nu(K^\pi\sigma = +) + (-1)^{I+K}D^I_{M-K}\Psi_\nu(K^\pi\sigma = -)\}.$$

Наши исследования мы ограничиваем внутренней волновой функцией $\Psi_\nu(K^\pi\sigma)$ с хорошим квантовым числом K, четностью π и $\sigma = \pm 1$. Имеется возможность учесть взаимодействие Кориолиса в тех случаях, где это необходимо сделать.

Специфическая особенность деформированных ядер такова, что однофононные состояния с одинаковым K^π могут быть образованы в результате разных мультипольных и спин-мультипольных взаимодействий. Однофононные состояния электрического типа или состояния натуральной четности с фиксированным K^π могут быть описаны мультипольными $\lambda\mu = KK$, $K+2K$, $K+4K$ и т.д. и спин-мультипольными $\lambda\lambda_{\mu} = KKK$, $K+2K+2K$ и т.д. взаимодействиями. Однофононные состояния магнитного типа или состояния ненатуральной четности могут быть описаны спин-мультипольным взаимодействием $\lambda' LK$ с $\lambda' = L \pm 1$ и тензорным взаимодействием. Если в деформированных ядрах, как и в сферических ядрах, ввести независимые фононы электрического и магнитного типа, то число состояний удвоится. Чтобы избежать удвоения, в [4,5] был введен оператор фонона, который объединяет электрическую и магнитную части.

В этом обзоре представлен математический аппарат КФМЯ для микроскопического описания четно-четных сильнодеформированных ядер. Основные предположения КФМЯ и гамильтониан сформулированы в разд.2. Общее RPA-уравнение и несколько частных случаев даны в разд.3. В разд.4 введена волновая функция неротационных возбужденных состояний и получены основные уравнения КФМЯ.

2. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ В КФМЯ

Начальный КФМЯ-гамильтониан для неротационных состояний деформированных ядер состоит из среднего поля нейтронной и протонной систем в форме аксиально-симметричного потенциала Вудса — Саксона, монопольного спаривания, изоскалярных и изовекторных частица — дырка (ph), а также частица — частица (pp) мультипольных, спин-мультипольных и тензорных взаимодействий между квазичастицами. Этот гамильтониан можно записать в следующем виде:

$$H = H_{\text{s.p.}} + H_{\text{pair}} + H_M + H_S + H_T . \qquad (2.1)$$

Эффективные взаимодействия между квазичастицами выражены в виде рядов по мультиполям и спин-мультиполям. Существенно, что взаимодействие между квазичастицами представлено в сепарабельной форме, которая впервые была введена Ямагучи [6]. Сепарабельное взаимодействие конечного ранга $n_{\max} > 1$ используется в случаях, где результаты вычислений более чувствительны к радиальной зависимости сил, по сравнению с вычислением структуры сложных ядер в КФМЯ. Можно предположить, что сепарабельные взаимодействия конечного ранга между квазичастицами не ограничивают точности вычислений.

Мы вводим сепарабельное взаимодействие конечного ранга для деформированных ядер. Например, рассмотрим центральное спин-независимое взаимодействие $V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ и разложим его по мультиполям:

$$V(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|)=\sum_\lambda R^\lambda(r_1,r_2)\frac{4\pi}{2\lambda+1}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}(-1)^\mu Y_{\lambda\mu}(\theta_1\psi_1)\,Y_{\lambda-\mu}(\theta_2\psi_2).$$

Представим радиальную часть $R^\lambda(r_1,r_2)$ в форме

$$R^\lambda(r_1,r_2)=\sum_{n=1}^{n_{\max}}\zeta_n R_n^\lambda(r_1)R_n^\lambda(r_2). \tag{2.2}$$

Большинство вычислений в рамках КФМЯ выполнены с простым сепарабельным взаимодействием

$$R^\lambda(r_1,r_2)=\kappa^\lambda R^\lambda(r_1)R^\lambda(r_2). \tag{2.2'}$$

Преобразуем начальный гамильтониан КФМЯ. С этой целью выполним каноническое преобразование Боголюбова

$$a_{q\sigma}=u_q\alpha_{q\sigma}+\sigma v_q\alpha^+_{q-\sigma}, \tag{2.3}$$

чтобы перейти от операторов частиц $a_{q\sigma}$ и $a^+_{q\sigma}$ к операторам квазичастиц $\alpha_{q\sigma}$ и $\alpha^+_{q\sigma}$. Введем два типа операторов фонона. Если учесть только взаимодействия электрического типа, то оператор рождения фонона имеет следующий стандартный вид:

$$Q^+_{Ki_1\sigma}=\frac{1}{2}\sum_{q_1q_2}\left\{\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}A^+(q_1q_2;K\sigma)-\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}A(q_1q_2;K-\sigma)\right\}. \tag{2.4}$$

Если учесть электрические и магнитные взаимодействия, то оператор фонона [5,7] запишем в виде

$$Q^+_{Ki_1\sigma}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\sum_{q_1q_2}\left\{\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}(1+i\sigma)\,[\widetilde{A}^+(q_1q_2;K\sigma)-\chi(q_1q_2)\,\overline{A}^+(q_1q_2;K\sigma)\,]-\right.$$

$$\left.-\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}(1-i\sigma)\,[\widetilde{A}(q_1q_2;K-\sigma)+\chi(q_1q_2)\,\overline{A}(q_1q_2;K-\sigma)\,]\right\}. \tag{2.5}$$

Оператор (2.5) объединяет электрическую и магнитную части; коэффициенты электрической части реальные, а магнитной — мнимые. Эта форма оператора более удобна, чем данная ранее в [4]. Здесь $i=1,2,3,\ldots$ — номер решения секулярного уравнения RPA и $\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}=\psi^{Ki_1}_{q_2q_1}$, $\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}=\phi^{Ki_1}_{q_2q_1}$. Квантовые числа одночастичных состояний обозначаются как $q\sigma$, где $\sigma=\pm1$, $q=K^\pi$ и асимптотическому квантовому числу $Nn_z\Lambda\uparrow$ при $K=\Lambda+1/2$ и $Nn_z\Lambda\downarrow$ при $K=\Lambda-1/2$. Состояния, отличающиеся знаками σ, являются сопряженными относительно операции отражения времени. Операторы $\widetilde{A}(q_1 q_2; K\sigma)$ и $\overline{A}(q_1 q_2; K\sigma)$ приведены в приложении 1, причем

$$\chi(q_1 q_2)\,\overline{A}(q_1 q_2; K\sigma) = -\chi(q_2 q_1)\,\overline{A}(q_1 q_2; K\sigma) = \chi(q_2 q_1)\,\overline{A}(q_2 q_1; K\sigma).$$

Однофононное состояние в RPA описывается волновой функцией

$$Q^+_{Ki_1\sigma}\Psi_0, \tag{2.6}$$

где Ψ_0 — волновая функция основного состояния четно-четного ядра, определенного как фононный вакуум. Условие нормировки волновой функции (2.6) имеет вид

$$\frac{1+\delta_{K0}}{2}\sum_{q_1 q_2}\left[(\psi^{Ki_1}_{q_1 q_2})^2 - (\phi^{Ki_1}_{q_1 q_2})^2\right] = 1. \tag{2.7}$$

Нетрудно показать, что фононные операторы $Q^+_{Ki_1\sigma}$ и $Q_{Ki_1\sigma}$ в виде (2.5) удовлетворяют условиям, которые обычно накладывают на RPA-фононы.

С учетом формул (2.4), (2.5) и других после некоторых преобразований гамильтониан КФМЯ превращается в

$$H_{\text{КФМЯ}} = \sum_{q\sigma}\varepsilon_q \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} + H_v + H_{vq}, \tag{2.8}$$

где первые два члена описывают квазичастицы и фононы и H_{vq} описывает взаимодействие квазичастиц с фононами. Они имеют следующий вид:

$$H_v = H_v^{00} + \sum_\lambda H_v^{\lambda 0} + \sum_K H_v^K, \tag{2.9}$$

$$H_\nu^{00} = -\frac{1}{2}\sum_{\tau i_1 i_2}\sum_{q_1 q_2}{}^{\tau} G_\tau \times$$

$$\times\left[(u^2_{q_1} - v^2_{q_1})(u^2_{q_2} - v^2_{q_2})\, g^{20i_1}_{q_1 q_1} g^{20i_2}_{q_2 q_2} + w^{20i_1}_{q_1 q_1} w^{20i_2}_{q_2 q_2}\right] Q^+_{20i_1} Q_{20i_2}, \tag{2.10}$$

$$H_\nu^{\lambda 0} = \sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\tau i_1 i_2}\Bigg\{\sum_{\rho=\pm 1}\left[(\kappa_0^{\lambda 0} + \rho\kappa_1^{\lambda 0}) D^{\lambda 0 i_1}_{n\tau} D^{\lambda 0 i_2}_{n\rho\tau} - (\kappa_0^{\lambda\lambda 0} + \rho\kappa_1^{\lambda\lambda 0})\, D^{\lambda\lambda 0 i_1}_{n\tau} D^{\lambda\lambda 0 i_2}_{n\rho\tau}\right] +$$

$$+ G^{\lambda 0}\left[D^{\lambda 0 i_1}_{gn\tau} D^{\lambda 0 i_2}_{gn\tau} + D^{\lambda 0 i_1}_{wn\tau} D^{\lambda 0 i_2}_{wn\tau}\right] +$$

$$+ G^{\lambda\lambda 0}\left[D^{\lambda\lambda 0 i_1}_{gn\tau} D^{\lambda\lambda 0 i_2}_{gn\tau} + D^{\lambda\lambda 0 i_1}_{wn\tau} D^{\lambda\lambda 0 i_2}_{wn\tau}\right]\Bigg\} Q^+_{\lambda 0 i_1} Q_{\lambda 0 i_2}, \tag{2.11}$$

$$H_v^K = -\sum_{i_1 i_2} W_{i_1 i_2}^K Q_{Ki_1\sigma}^+ Q_{Ki_2\sigma}, \tag{2.12}$$

$$W_{i_1 i_2}^K = W_{i_1 i_2}^{KE} + W_{i_1 i_2}^{KM} + W_{i_1 i_2}^{KT}, \tag{2.13}$$

$$W_{i_1 i_2}^{KE} = \sum_\lambda W_{i_1 i_2}^{\lambda K} = \frac{1}{4}\sum_{\lambda\tau}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\left\{\sum_{\rho=\pm1}\left[(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K})\, D_{n\tau}^{\lambda K i_1} D_{n\rho\tau}^{\lambda K i_2} - \right.\right.$$

$$\left. -(\kappa_0^{\lambda\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda\lambda K})\, D_{n\tau}^{\lambda\lambda K i_1} D_{n\rho\tau}^{\lambda\lambda K i_2}\right] + G^{\lambda K}\left(D_{ng\tau}^{\lambda K i_1} D_{ng\tau}^{\lambda K i_2} + D_{nw\tau}^{\lambda K i_1} D_{nw\tau}^{\lambda K i_2}\right) +$$

$$\left. + G^{\lambda\lambda K}\left(D_{ng\tau}^{\lambda\lambda K i_1} D_{ng\tau}^{\lambda\lambda K i_2} + D_{nw\tau}^{\lambda\lambda K i_1} D_{nw\tau}^{\lambda\lambda K i_2}\right)\right\}, \tag{2.14}$$

$$W_{i_1 i_2}^{KM} = \frac{1}{4}\sum_{L\tau}\sum_{\lambda'=L\pm1}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\rho=\pm1}\left[(\kappa_0^{\lambda' LK} + \rho\kappa_1^{\lambda' LK})\, D_{n\tau}^{\lambda' LK i_1} D_{n\rho\tau}^{\lambda' LK i_2} + \right.$$

$$\left. + G^{\lambda' LK}\left(D_{ng\tau}^{\lambda' LK i_1} D_{ng\tau}^{\lambda' LK i_2} + D_{nw\tau}^{\lambda' LK i_1} D_{nw\tau}^{\lambda' LK i_2}\right)\right], \tag{2.15}$$

$$W_{i_1 i_2}^{KT} = \frac{1}{2}\sum_{L\tau}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_{T0}^{LK} + \rho\kappa_{T1}^{LK})\, D_{n\tau}^{L-1\, LK i_1} D_{n\rho\tau}^{L+1\, LK i_2}, \tag{2.16}$$

$$H_{vq} = H_{vq}^{00} + \sum_\lambda H_{vq}^{\lambda 0} + \sum_K H_{vq}^K, \tag{2.17}$$

$$H_{vq}^{00} = -\sum_{\tau i_1} G_\tau \sum_{q_1 q_2}^{\tau} (u_{q_1}^2 - v_{q_1}^2)\, u_{q_2} v_{q_2} \times$$

$$\times \left\{\left(\psi_{q_1 q_1}^{20 i_1} Q_{20 i_1}^+ + \phi_{q_1 q_1}^{20 i_1} Q_{20 i_1}\right)\sum_\sigma \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + h.c.\right\}, \tag{2.18}$$

$$H_{vq}^{\lambda 0} = -\frac{1}{2}\sum_{\tau i_1}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\sum_{q_1 q_2}^{\tau} V_{n\tau}^{\lambda 0 i_1}(q_1 q_2)\,\{(Q_{\lambda 0 i_1}^+ + Q_{\lambda 0 i_1})B(q_1 q_2; K=0) + h.c.\}, \tag{2.19}$$

$$H_{vq}^K = -\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{n_{\max}}\left(\sum_\lambda H_{vq}^{\lambda K} + \sum_{L,\lambda'=L\pm1} H_{vq}^{\lambda' LK} + \sum_L H_{vq}^{LKT}\right), \tag{2.20}$$

$$H_{vq}^{\lambda K} = \sum_{i_1\tau\sigma} \sum_{q_1q_2}^{\tau} V_{n\tau}^{\lambda K i_1}(q_1q_2) \times$$

$$\times \left[\frac{(1-\mathrm{i}\sigma)}{\sqrt{2}} (Q_{Ki_1\sigma}^{+} + Q_{Ki_1-\sigma}) \mathfrak{B}(q_1q_2; K-\sigma) + h.c.\right], \tag{2.21}$$

$$V_{n\tau}^{\lambda K i_1}(q_1q_2) = f_n^{\lambda K}(q_1q_2) \left[\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K})\, v_{q_1q_2}^{(-)} D_{n\rho\tau}^{\lambda K i_1} - G^{\lambda K} u_{q_1q_2}^{(+)} D_{ng\tau}^{\lambda K i_1}\right] +$$

$$+ f_n^{\lambda\lambda K}(q_1q_2) \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda\lambda K}\right) v_{q_1q_2}^{(+)} D_{n\rho\tau}^{\lambda\lambda K i_1}, \tag{2.22}$$

$$H_{vq}^{\lambda' LK} = \sum_{i_1\tau\sigma} \sum_{q_1q_2}^{\tau} f_n^{\lambda' LK}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(+)} \left(\kappa_0^{\lambda' LK} + \rho\kappa_1^{\lambda' LK}\right) D_{n\rho\tau}^{\lambda' LK i_1} \times$$

$$\times \left[\frac{(\sigma-\mathrm{i})}{\sqrt{2}} (Q_{Ki_1\sigma}^{(+)} - Q_{Ki_1-\sigma}) \mathfrak{B}(q_1q_2; K-\sigma) + h.c.\right], \tag{2.23}$$

$$H_{vq}^{LKT} = \sum_{i_1\tau\sigma} \mathrm{i} \sum_{q_1q_2}^{\tau} \left(\kappa_{T0}^{LK} + \rho\kappa_{T1}^{LK}\right) \times$$

$$\times \left[D_{n\rho\tau}^{L-1LK i_1} f_n^{L+1LK}(q_1q_2) + D_{n\rho\tau}^{L+1LK i_2} f_n^{L-1LK}(q_1q_2)\right] v_{q_1q_2}^{(+)} \times$$

$$\times \left[(Q_{Ki_1\sigma}^{+} - Q_{Ki_1-\sigma}) B(q_1q_2; K-\sigma) + h.c.\right], \tag{2.24}$$

где

$$D_{n\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1q_2}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(+)} g_{q_1q_2}^{K i_1}, \tag{2.25}$$

$$D_{ng\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1q_2}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(-)} g_{q_1q_2}^{K i_1}, \tag{2.26}$$

$$D_{nw\tau}^{\lambda K i_1} = \sum_{q_1q_2}^{\tau} f_n^{\lambda K}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(+)} w_{q_1q_2}^{K i_1}, \tag{2.27}$$

$$D_{n\tau}^{\lambda' LK i_1} = \sum_{q_1q_2}^{\tau} f_n^{\lambda' LK}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(-)} w_{q_1q_2}^{K i_1} \chi(q_1q_2) \tag{2.28}$$

при $\lambda' = L, L \pm 1$. В случае простых сепарабельных взаимодействий $n_{\max} = 1$ индекс n в функциях (2.25)—(2.28) отсутствует и матричные элементы имеют вид (П.9). Здесь ε_q — энергия квазичастицы с монопольным спариванием; $g^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} + \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$, $w^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} - \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$. Операторы $B(q_1q_2; K\sigma)$ и $\mathfrak{B}(q_1q_2; K\sigma)$, а также матричные элементы от мультипольных и спин-мультипольных операторов $f^{\lambda K}_n(q_1q_2)$ и $f^{L\pm1LK}_n(q_1q_2)$ приведены в приложении 1. Далее $u^{(\pm)}_{q_1q_2} = u_{q_1}v_{q_2} \pm u_{q_2}v_{q_1}$, $v^{(\pm)}_{q_1q_2} = u_{q_1}u_{q_2} \pm v_{q_1}v_{q_2}$. Суммирование по одночастичным состояниям нейтронной и протонной систем обозначается как $\sum\limits_{q_1q_2}^{\tau}$ при $\tau = n$ или $\tau = p$ соответственно. Замена τ на $-\tau$ означает замену n на p:

$$\sum_{\tau} A(\tau)\, B(-\tau) = A(p)\, B(n) + A(n)\, B(p),$$

$$\sum_{\rho=\pm1} A(\tau)\, B(\rho\tau) = A(\tau)\, B(\tau) + A(\tau)\, B(-\tau).$$

G_τ — константа монопольного нейтронного $\tau = n$ и протонного $\tau = p$ спаривания. Изоскалярная и изовекторная константы ph-мультипольного взаимодействия обозначены $\kappa^{\lambda K}_0$ и $\kappa^{\lambda K}_1$, $G^{\lambda K} = G^{\lambda K}_0 + G^{\lambda K}_1$ — константы pp-мультипольного взаимодействия; $\kappa^{\lambda' LK}_0$, $\kappa^{\lambda' LK}_1$ и κ^{LK}_{T0}, κ^{LK}_{T1} — константы изоскалярного и изовекторного ph-спин-мультипольного и тензорного взаимодействий, $G^{\lambda' LK}$ — константа pp-спин-мультипольного взаимодействия.

Большинство вычислений структуры возбужденных состояний и величин $B(E\lambda)$ были выполнены с оператором фонона (2.4) и простыми $n_{\max} = 1$ мультипольными взаимодействиями с H^K_{vq} в виде

$$H^K_{vq} = \sum_{\lambda} H^{\lambda K}_{vq} = -\frac{1}{4}\sum_{i_1\tau\sigma}\sum_{\lambda}\sum_{\rho=\pm1}\sum_{q_1q_2}^{\tau} f^{\lambda K}(q_1q_2) v^{(-)}_{q_1q_2}\left(\kappa^{\lambda K}_0 + \rho\kappa^{\lambda K}_1\right) D^{\lambda K i_1}_{\rho\tau} \times$$
$$\times\ [(Q^+_{Ki_1\sigma} + Q_{Ki_1-\sigma})\, B(q_1q_2; K-\sigma) + h.c.], \tag{2.29}$$

вероятности переходов $M\lambda$ вычислены в работе [7] с оператором фонона (2.5), но без pp-спин-мультипольного взаимодействия.

Вычисления, проводимые в КФМЯ, выполняются в четыре этапа. Первый этап включает в себя вычисление одночастичных энергий и волновых функций потенциала Вудса — Саксона. Фиксация параметров потенциала Вудса — Саксона проводилась в четыре ступени: 1) одночастичные энергии и волновые функции рассчитывались с какими-то параметрами потенциала; 2) равновесная форма ядра рассчитывалась по методу оболочечной поправки Струтинского, и таким путем фиксировались параметры квадрупольной β_2 и гексадекапольной β_4 деформаций; 3) фононы вычислялись в RPA; 4) волновая функция нечетного ядра бралась в виде суммы одноквазичастичной и квазичастично-фононной компонент; квазичастично-фононные взаимодействия принимались во внимание и рассчитанные энергии и волновые функции неротационных состояний нечетных ядер сравнивались с экспериментальными данными. Если не получалось достаточно хорошего согласия с экспериментальными данными, то менялись параметры потенциала Вудса — Саксона и проводились новые расчеты всех четырех ступеней. Такая процедура повторялась до тех пор, пока не было достигнуто достаточно хорошего описания экспериментальных данных низколежащих неротационных состояний в нечетных ядрах. Несомненно, можно использовать другую форму потенциала среднего поля или вычислить энергии и волновые функции одночастичных состояний методом Хартри — Фока, чтобы использовать их в вычислениях в КФМЯ.

Второй этап — использование канонического преобразования Боголюбова для перехода от операторов частиц $a_{q\sigma}$, $a^+_{q\sigma}$ к операторам квазичастиц $\alpha_{q\sigma}$ и $\alpha^+_{q\sigma}$ и проведение расчетов в рамках модели независимых квазичастиц. Большинство расчетов выполнено с монопольным спариванием. Если есть одновременно монопольное спаривание с константой G_τ и квадрупольное спаривание с константой G^{20}, то из условия исключения 0^+-духовых состояний получатся следующие уравнения [8]:

$$1 = \frac{G_\tau}{2} \sum_q^\tau \frac{C_\tau + f^{20}(qq)C_{2\tau}}{C_\tau \varepsilon_q}, \tag{2.30}$$

$$1 = G^{20} \left\{ \sum_q^\tau \frac{f^{20}(qq)C_\tau}{2C_{2\tau}\varepsilon_q} + \sum_{qq'}^\tau \frac{(f^{20}(qq')\, v^{(+)}_{qq'})^2}{\varepsilon_q + \varepsilon_{q'}} \right\}, \tag{2.31}$$

и

$$N_\tau = \sum_q^\tau \left[1 - \frac{\xi(q)}{\varepsilon_q} \right]. \tag{2.32}$$

Пренебрегая недиагональными матричными элементами $f^{20}(qq')$ в уравнении (2.31), приходим к уравнениям, полученным ранее в работах [9,10]. Здесь

$$\varepsilon_q = [\Delta_q^2 + \xi^2(q)]^{1/2}, \qquad \xi(q) = E(q) - \lambda_\tau,$$
$$\Delta_q = C_\tau + f^{20}(qq)C_{2\tau}, \quad C_\tau = G_\tau \sum_q^\tau u_q v_q, \tag{2.33}$$
$$C_{2\tau} = G^{20} \sum_q^\tau f^{20}(qq)\, u_q v_q,$$

где $E(q)$ — одночастичная энергия и λ_τ — химический потенциал. Энергии двухквазичастичных состояний вычисляются с учетом эффекта блокировки (см. [1]).

Затем вводятся RPA-фононы (2.4) или (2.5) и решается RPA-секулярное уравнение. В КФМЯ однофононные состояния (2.6) с оператором (2.4) используются как базис. Таким образом, третий этап заключается в вычислении однофононного базиса. Фононный базис при конкретных вычислениях низколежащих состояний обычно состоит из десяти ($i_1 = 1, 2, ..., 10$) фононов каждой мультипольности: квадрупольной ($\lambda_\mu = 20, 21, 22$), октупольной ($\lambda_\mu = 30, 31, 32, 33$) и гексадекапольной ($\lambda_\mu = 43, 44$). Вычисление состояний с энергией выше 3 МэВ производится с большим фононным базисом с $\lambda > 4$ и двадцатью фононами каждой мультипольности. Фононное пространство соответствует полному пространству двухквазичастичных состояний в четно-четных деформированных ядрах.

В результате преобразований гамильтониан КФМЯ приводится к виду (2.8). На четвертом этапе учитывается взаимодействие квазичастиц с фононами. Волновая функция возбужденных состояний представляется в виде ряда по числу операторов фононов; в нечетных ядрах волновая функция состоит из сумм одноквазичастичных, квазичастично-фононных и т.п. членов. Аппроксимация заключается в обрезании этого ряда. При вычислениях учитывается принцип Паули с помощью точных коммутационных отношений между операторами фононов и квазичастиц с фононами. Для вычисления характеристик высоковозбужденных состояний применяется метод силовой функции. Используя один из вариантов метода силовой функции, можно непосредственно вычислить приведенные вероятности переходов, спектроскопические факторы, переходные плотности, сечения и другие характеристики, не решая соответствующих секулярных уравнений.

Взаимодействие квазичастиц с фононами приводит к фрагментации одноквазичастичных, однофононных, квазичастично-фононных, двухфононных и других состояний. Квазичастично-фононное взаимодействие ответственно за усложнение структуры ядерных состояний с увеличением энергии возбуждения.

3. RPA-УРАВНЕНИЯ

3.1. RPA-уравнения для 0^+-состояний. Приведем RPA-уравнения для различных случаев. Однофононные состояния образуют базис КФМЯ. Поэтому решению RPA-уравнений мы уделяем большое внимание. В RPA учитываются взаимодействия между квазичастицами в основных и возбужденных состояниях. Волновая функция основного состояния четно-четного ядра Ψ_0 определена как вакуум относительно различных фононов. Она, наряду с бесквазичастичным, содержит четырех-, восьми- и более квазичастичные члены (см. [1]). RPA применимо, когда среднее число квазичастиц $\langle \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}\rangle$ в основном состоянии мало.

Возбужденные $K^\pi = 0^+$-состояния занимают особое место в теории ядра. Создается впечатление, что на них сконцентрированы многие трудности теории. Волновые функции 0^+-состояний определяются спариванием, квадрупольными и, возможно, гексадекапольными взаимодействиями. Наряду с однофононными они содержат двухфононные и, при более высоких энергиях возбуждения, многофононные члены. При RPA-описании 0^+-состояний следует исключить духовые состояния, возникающие из-за сохранения числа нейтронов и протонов в среднем.

При описании $K = 0$-состояний используются операторы фононов, не зависящие от σ, в виде

$$Q^+_{\lambda 0 i_1} = \frac{1}{2}\sum_{q_1 q_2}\left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2} A^+(q_1 q_2; K=0) - \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2} A(q_1 q_2; K=0)\right], \qquad (3.1)$$

где

$$A^+(q_1 q_2; K=0) = \sum_\sigma \sigma\, \alpha^+_{q_1\sigma}\alpha^+_{q_2 -\sigma}.$$

Условие нормировки волновой функции

$$Q^+_{\lambda 0 i_1}\Psi_0 \qquad (3.2)$$

имеет вид

$$\sum_{q_1 q_2}\left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2}\psi^{\lambda 0 i_2}_{q_1 q_2} - \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1 q_2}\phi^{\lambda 0 i_2}_{q_1 q_2}\right] = \delta_{i_1 i_2}, \qquad (3.3)$$

причем

$$A(q_1q_2;\, K=0) = 2\sum_{i_1} \left[\psi^{\lambda 0 i_1}_{q_1q_2} Q_{\lambda 0 i_1} + \phi^{\lambda 0 i_1}_{q_1q_2} Q^+_{\lambda 0 i_1}\right].$$

При описании 0^+-состояний мы используем простые сепарабельные силы $n_{\max} = 1$ и пренебрегаем спин-мультипольными и гексадекапольными силами. Мы используем следующий гамильтониан:

$$H_{\mathrm{RPA}}(0^+) = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} -$$

$$-\sum_{\tau i_1 i_2} \left\{ \frac{1}{2}{\sum_{q_1q_2}}^{\tau} G_\tau \left[(u^2_{q_1} - v^2_{q_1})(u^2_{q_2} - v^2_{q_2})\, g^{20i_1}_{q_1q_1} g^{20i_2}_{q_2q_2} + w^{20i_1}_{q_1q_1} w^{20i_2}_{q_2q_2} \right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{20} + \rho\kappa_1^{20})\, D^{20i_1}_{\tau} D^{20i_2}_{\rho\tau} + G^{20}\left[D^{20i_1}_{g\tau} D^{20i_2}_{g\tau} + D^{20i_1}_{w\tau} D^{20i_2}_{w\tau} \right] \right\}. \quad (3.4)$$

Далее вычисляется среднее значение $H_{\mathrm{RPA}}(0^+)$ по состоянию (3.2) и для нахождения энергий ω_{20i_1} однофононных состояний используется вариационный принцип в следующем виде:

$$\delta\left\{ \langle Q_{20i_1} H_{\mathrm{RPA}}(0^+)\, Q^+_{20i_1} \rangle - \frac{\omega_{20i_1}}{2} \left[\sum_{q_1q_2} g^{20i_1}_{q_1q_2} w^{20i_1}_{q_1q_2} - 2 \right] \right\} = 0, \quad (3.5)$$

где ω_{20i_1} играет роль множителя Лагранжа, а вариации $\delta g^{20i_1}_{q_1q_2}$ и $\delta w^{20i_1}_{q_1q_2}$ рассматриваются как независимые. В результате получены следующие уравнения:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g^{20i_1}_{q_1q_2} - \omega_{20i_1} w^{20i_1}_{q_1q_2} - G_\tau \delta_{q_1q_2}(u^2_{q_1} - v^2_{q_1})\, d^{i_1}_{g\tau} - 2G^{20} f^{20}(q_1q_2)\, v^{(-)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\tau} -$$

$$- 2\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{20} + \rho\kappa_1^{20})\, f^{20}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\rho\tau} = 0, \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w^{20i_1}_{q_1q_2} - \omega_{20i_1} g^{20i_1}_{q_1q_2} - G_\tau \delta_{q_1q_2} d^{i_1}_{w\tau} - 2G^{20} f^{20}(q_1q_2)\, v^{(+)}_{q_1q_2} D^{20i_1}_{\omega\tau} = 0, \quad (3.7)$$

где

$$\varepsilon_{q_1q_2} = \varepsilon_{q_1} + \varepsilon_{q_2}, \quad d^{i_1}_{g\tau} = {\sum_q}^{\tau} \frac{\xi(q)}{\varepsilon_q} g^{20i_1}_{qq}, \quad d^{i_1}_{w\tau} = {\sum_q}^{\tau} w^{20i_1}_{qq}. \quad (3.8)$$

Из уравнений (3.6) и (3.7) находят $g_{q_1q_2}^{20i_1}$ и $w_{q_1q_2}^{20i_1}$, которые подставляют в функции $D_\tau^{20i_1}$, $D_{g\tau}^{20i_1}$, $d_{g\tau}^{i_1}$ и $d_{w\tau}^{i_1}$. Соответствующая система уравнений дана в [8]. Затем исключаются духовые состояния. Из условия исключения духовых состояний с $\omega_{200}=0$ следуют уравнения (2.30) ÷ (2.32), описывающие монопольное и квадрупольное спаривания. В этом случае ε_q дается формулой (2.33). В результате получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X_{\rho\tau}^{20i_1}D_{\rho\tau}^{20i_1}-D_\tau^{20i_1}+G^{20}X_{\varepsilon\tau}^{20i_1}D_{g\tau}^{20i_1}+$$

$$+\,G_\tau^{20}X_{\omega\tau}^{20i_1}D_{w\tau}^{20i_1}+G_\tau V_\tau^{i_1}d_{g\tau}^{i_1}+G_\tau W_\tau^{20i_1}d_{w\tau}^{i_1}=0, \qquad (3.9)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X_{\varepsilon\tau}^{20i_1}D_{\rho\tau}^{20i_1}+[G^{20}X_\tau^{20i_1-}-1]D_{g\tau}^{20i_1}+$$

$$+\,G^{20}X_{2\tau}^{20i_1}D_{w\tau}^{20i_1}+G_\tau V_{\xi\tau}^{i_1}d_{g\tau}^{i_1}+G_\tau W_{3\tau}^{20i_1}d_{w\tau}^{i_1}=0, \qquad (3.10)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,X_{\omega\tau}^{20i_1}D_{\rho\tau}^{20i_1}+G^{20}X_{2\tau}^{20i_1}D_{g\tau}^{20i_1}+$$

$$+\,[G^{20}X_\tau^{20i_1+}-1]\,D_{w\tau}^{20i_1}+G_\tau V_{\omega\tau}^{i_1}d_{g\tau}^{i_1}+G_\tau W_{2\tau}^{20i_1}d_{w\tau}^{i_1}=0, \qquad (3.11)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,V_\tau^{i_1}D_{\rho\tau}^{20i_1}+G^{20}V_{\xi\tau}^{i_1}D_{g\tau}^{20i_1}+G^{20}V_{\omega\tau}^{i_1}D_{w\tau}^{20i_1}+$$

$$+\,[G_\tau\mathfrak{L}_\tau^{i_1}-1]\,d_{g\tau}^{i_1}+G_\tau\mathfrak{L}_{2\tau}^{i_1}d_{w\tau}^{i_1}=0, \qquad (3.12)$$

$$\sum_{\rho=\pm1}(\kappa_0^{20}+\rho\kappa_1^{20})\,W_{1\tau}^{20i_1}D_{\rho\tau}^{20i_1}+G^{20}W_{3\tau}^{20i_1}D_{g\tau}^{20i_1}+$$

$$+\,G^{20}W_{2\tau}^{20i_1}D_{w\tau}^{20i_1}+G_\tau\mathfrak{L}_{2\tau}^{i_1}d_{g\tau}^{i_1}+G_\tau W_\tau^{20i_1}d_{w\tau}^{i_1}=0, \qquad (3.13)$$

Для нахождения энергий ω_{20i} и волновых функций 0^+-состояний нужно решить систему из 10 уравнений (3.9) ÷ (3.13) при $\tau = p$ и $\tau = n$ с учетом условия нормировки (3.3). Здесь

$$X_\tau^{20i_1} = (1 + \delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, u^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$X_\tau^{20i_1 \pm} = (1 + \delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(\pm)}_{q_1 q_2}]^2 \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}}, \tag{3.14}$$

$$X_{2\tau}^{20i_1} = (1 + \delta_{K0}) \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 v^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} \omega_{20i_1}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$X_{\omega\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(+)}_{q_1 q_2} \omega_{20i_1}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}},$$

$$X_{\varepsilon\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} \varepsilon_{q_1 q_2}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}}, \tag{3.15}$$

$$W_\tau^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 C^2_{2\tau}}{\varepsilon_{q_1 q_2}(\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1})} + \sum_{q}^{\tau} \frac{C^2_\tau + 2 f^{20}(qq) C_\tau C_{2\tau}}{2\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$W_{1\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 u^{(+)}_{q_1 q_2} v^{(-)}_{q_1 q_2} C_{2\tau}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq) C^2_\tau}{\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$W_{2\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2}]^2 C^2_{2\tau}\, \omega_{20i_1}}{\varepsilon_{q_1 q_2}(\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1})} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq) C_\tau\, \omega_{20i_1}}{2\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})}, \tag{3.16}$$

$$W_{3\tau}^{20i_1} = \sum_{q_1 q_2}^{\tau} \frac{[f^{20}(q_1 q_2)]^2 v^{(-)}_{q_1 q_2} v^{(+)}_{q_1 q_2} C_{2\tau}}{\varepsilon^2_{q_1 q_2} - \omega^2_{20i_1}} + \sum_{q}^{\tau} \frac{f^{20}(qq)\, \xi(q)\, C_\tau}{\varepsilon_q (4\varepsilon^2_q - \omega^2_{20i_1})},$$

$$V_{\xi\tau}^{i_1} = \sum_q^\tau \frac{f^{20}(qq)\, 2\xi^2(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2 - \omega_{20i_1}^2)},$$

$$V_{\omega\tau}^{i_1} = \sum_q^\tau \frac{f^{20}(qq)\, \xi(q)\, \omega_{20i_1}}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2 - \omega_{20i_1}^2)}, \tag{3.17}$$

$$V_{\tau}^{i_1} = \sum_q^\tau \frac{f^{20}(qq)\, 2\xi(q)\, C_\tau}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2 - \omega_{20i_1}^2)},$$

$$\mathfrak{L}_{\tau}^{i_1} = \sum_q^\tau \frac{2\xi^2(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2 - \omega_{20i_1}^2)},$$

$$\mathfrak{L}_{2\tau}^{i_1} = \sum_q^\tau \frac{[C_\tau + f^{20}(qq)\, C_{2\tau}]\, \xi(q)}{\varepsilon_q(4\varepsilon_q^2 - \omega_{20i_1}^2)}. \tag{3.18}$$

Детерминант системы уравнений (3.9)+(3.13) имеет ранг 10, он приведен в [8]. Если учитывать сепарабельные квадрупольные взаимодействия ранга $n_{\max} > 1$, то ранг детерминанта для нахождения энергий ω_{20i_1} однофононных 0^+-состояний будет равен $4 + 6n_{\max}$. Наши расчеты 0^+-состояний [11—14] выполнены с $n_{\max} = 1$ и с радиальной зависимостью квадрупольных сил в виде $R^\lambda(r) = \frac{\partial V(r)}{\partial r}$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона. Среди решений этих уравнений нет избыточных духовых решений. Исключение духовых решений необходимо. Если их не исключить, то два духовых состояния распределятся среди нижайших 0^+-состояний.

Исследования [11,12] 0^+-состояний показали, что роль pp-взаимодействий существенна. При увеличении G^{20} низколежащие полюса RPA-секулярного уравнения изменяются. Как результат, величина $B(E2)$ для возбуждения первого состояния $I^\pi K_{i_1} = 2^+0_1$ и энергии $0_2^+, 0_3^+, 0_4^+$ и т.д. состояний уменьшаются при $G^{20} = \kappa_0^{20}$ по сравнению с $G^{20} = 0$. Более того, изменяются волновые функции 0^+-состояний. Включение pp-взаимодействий в целом улучшает описание 0^+-состояний.

Вычисления супердеформированных 0^+-состояний в ^{238}U и ^{240}Pu выполнены в [15]. Рассчитанные энергии первых возбужденных 0^+-состояний близки к экспериментальным данным. Вероятности $E0$-переходов в супердеформированных состояниях находятся в согласии с экспериментальными данными. Вторые и некоторые другие 0^+-состояния в ^{238}U и ^{240}Pu принадлежат к изовекторному типу. Квадрупольное спаривание играет важную роль в описании супердеформированных состояний.

3.2. RPA-уравнения для $K^\pi \neq 0^+$-состояний. Приведем RPA-уравнения для энергий ω_{Ki_1} и волновых функций (2.6) однофононных состояний с $K^\pi \neq 0^+$ как в общем случае, так и для разных частных случаев.

Сначала рассмотрим достаточно общий случай. Оператор фонона возьмем в виде (2.5) и используем следующую часть гамильтониана (2.8)—(2.10):

$$H_{\rm RPA}(K^\pi \neq 0^+) = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma} + H^K_v, \qquad (3.19)$$

при этом пренебрежем спин-мультипольными и тензорными pp-взаимодействиями. Определим среднее от величины (3.19) по состояниям (2.6) и, используя вариационный принцип, получим следующие уравнения:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g^{Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1} w^{Ki_1}_{q_1q_2} - \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_\lambda f^{\lambda K}_n(q_1q_2) \times$$
$$\times \left[u^{(+)}_{q_1q_2} \sum_{\rho=\pm1} (\kappa^{\lambda K}_0 + \rho\kappa^{\lambda K}_1)\, D^{\lambda K i_1}_{n\rho\tau} + v^{(-)}_{q_1q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda K i_1}_{ng\tau} \right] = 0, \qquad (3.20)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w^{Ki_1}_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1} g^{Ki_1}_{q_1q_2} - \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_\lambda f^{\lambda K}_n(q_1q_2)\, v^{(+)}_{q_1q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda K i_1}_{nw\tau} + \right.$$
$$+ \sum_L \sum_{\rho=\pm1} \left[\sum_{\lambda'} \left(\kappa^{\lambda' LK}_0 + \rho\kappa^{\lambda' LK}_1\right) D^{\lambda' LK i_1}_{n\rho\tau} f^{\lambda' LK}_n(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2) + \right.$$
$$+ \left(\kappa^{LK}_{T0} + \rho\kappa^{LK}_{T1}\right) u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2) \left(f^{L-1LK}_n(q_1q_2)\, D^{L+1LKi_1}_{n\rho\tau} + \right.$$
$$\left.\left.\left. + f^{L+1LK}_n(q_1q_2)\, D^{L-1LKi_1}_{n\rho\tau} \right) \right] \right\} = 0. \qquad (3.21)$$

Здесь

$$\varepsilon_{q_1q_2} = \varepsilon_{q_1} + \varepsilon_{q_2}, \qquad g^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} + \phi^{Ki_1}_{q_1q_2} \quad \text{и} \quad w^{Ki_1}_{q_1q_2} = \psi^{Ki_1}_{q_1q_2} - \phi^{Ki_1}_{q_1q_2}.$$

Из уравнений (3.20) и (3.21) получим функции $g_{q_1q_2}^{Ki_1}$ и $w_{q_1q_2}^{Ki_1}$ и подставим их в формулы для $D_{n\tau}^{\lambda Ki_1}$, $D_{ng\tau}^{\lambda Ki_1}$, $D_{nw\tau}^{\lambda Ki_1}$ и $D_{n\tau}^{\lambda' LKi_1}$ (2.25)—(2.28). Учитывая, что $\tau = n$, $\tau = p$ и $\lambda' = L - 1$, L, $L + 1$, получим секулярное уравнение для энергий однофононных состояний в виде равенства нулю детерминанта размерности $6(n_\lambda + n_L)$, где n_λ и n_L — число членов в сумме по λ и L в уравнениях (3.20) и (3.21). Использование сепарабельного взаимодействия ранга n_{max} увеличивает размерность детерминанта в n_{max} раз по сравнению с простым сепарабельным взаимодействием $n_{max} = 1$. Если пренебречь спин-мультипольными членами с $\lambda' = L$, то получим детерминант размерности $(6n_\lambda + 4n_L)\, n_{max}$.

Большинство расчетов [11—14,16,17] однофононных состояний с $K^\pi \neq 0^+$ выполнены с ph- и pp-взаимодействиями одной мультипольности с $n_{max} = 1$. Используется оператор фонона в виде (2.4) и матричные элементы (П.9) с радиальной зависимостью $R^\lambda(r) = \partial V(r)/\partial r$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона. RPA-уравнения для состояний мультипольности λ с K^π, где $\pi = (-1)^\lambda$, имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1} - \omega_{\lambda Ki_1} w_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1} - \sum_{\rho=\pm1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(+)} D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1} -$$

$$- G^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(-)} D_{g\tau}^{\lambda Ki_1} = 0, \qquad (3.22)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1} - \omega_{\lambda Ki_1} g_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1} - G^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(+)} D_{w\tau}^{\lambda Ki_1} = 0. \qquad (3.23)$$

Из этих уравнений находим $g_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1}$ и $w_{q_1q_2}^{\lambda Ki_1}$, которые подставляем в функции $D_\tau^{\lambda Ki_1}$, $D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}$ и $D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}$ (2.25)—(2.27). В результате получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) X_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1} D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1} - D_\tau^{\lambda Ki_1} +$$

$$+ G^{\lambda K}\left[X_{\varepsilon\tau}^{\lambda Ki_1} D_{g\tau}^{\lambda Ki_1} + X_{\omega\tau}^{\lambda Ki_1} D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}\right] = 0, \qquad (3.24)$$

$$\sum_{\rho=\pm 1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right) X_{\varepsilon\rho\tau}^{\lambda Ki_1} D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+\left[G^{\lambda K} X_{\tau}^{\lambda Ki_1 -}-1\right] D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+$$

$$+G^{\lambda K} X_{2\tau}^{\lambda Ki_1} D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0, \tag{3.25}$$

$$\sum_{\rho=\pm 1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right) X_{\omega\rho\tau}^{\lambda Ki_1} D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1}+G^{\lambda K} X_{2\tau}^{\lambda Ki_1} D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+$$

$$+\left[G^{\lambda K} X_{\tau}^{\lambda Ki_1 +}-1\right] D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0. \tag{3.26}$$

Функции X даны формулами (3.14) и (3.15), в которых 20 заменено на λK. При нахождении энергий $\omega_{\lambda Ki_1}$ и волновых функций решаются уравнения (2.7), (3.24)—(3.26). Ранг детерминанта системы равен 6.

Приведем RPA-уравнения для мультипольного взаимодействия со следующей радиальной функцией:

$$R^{\lambda}(r_1 r_2)=\frac{\partial V(r_1)}{\partial r_1}\,\frac{\partial V(r_2)}{\partial r_2}+\zeta\frac{1}{r_0^2}\,V(r_1)\,V(r_2).$$

Это уравнение содержит поверхностную и зависящую от плотности части, где ζ — новый свободный параметр и $r_0=1{,}2$ фм. Матричные элементы $\langle q_1\left|\frac{1}{r_0}V(r)\,Y_{\lambda K}(\theta,\phi)\right|q_2\rangle$ обозначим $f_2^{\lambda K}(q_1 q_2)$. Связь между сепарабельным мультипольным взаимодействием и взаимодействием Скирма была исследована в [18]. В этой работе выведено сепарабельное взаимодействие, содержащее зависящую от плотности часть, которое в рамках RPA оказалось эквивалентным взаимодействию Скирма нулевого радиуса. Эквивалентные сепарабельные силы могут быть написаны в терминах переходных плотностей для вибрационных состояний.

Представим функцию $W_{i_1 i_2}^{KE}$ (2.14) в виде

$$W_{i_1 i_2}^{KE}=\frac{1}{4}\sum_{\tau}\left\{\sum_{\rho=\pm 1}\left(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\right)\left[D_{\tau}^{\lambda Ki_1} D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_2}+\zeta D_{2\tau}^{\lambda Ki_1} D_{2\rho\tau}^{\lambda Ki_2}\right]+\right.$$

$$\left.+G^{\lambda K}\left[D_{g\tau}^{\lambda Ki_1} D_{g\tau}^{\lambda Ki_2}+D_{w\tau}^{\lambda Ki_1} D_{w\tau}^{\lambda Ki_2}+\zeta\left(D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1} D_{2g\tau}^{\lambda Ki_2}+D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1} D_{w\tau}^{\lambda Ki_2}\right)\right]\right\}, \tag{3.27}$$

где $D_{2\tau}^{\lambda Ki_1}$, $D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1}$ и $D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1}$ имеют матричный элемент $f_2^{\lambda K}(q_1q_2)$ вместо $f^{\lambda K}(q_1q_2)$. В этом случае получаем RPA-уравнения

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$
$$-\sum_{\rho=\pm 1}\left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho\kappa_1^{\lambda K}\right) u_{q_1q_2}^{(+)}\left[f^{\lambda K}(q_1q_2) D_{\rho\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2)\, D_{2\rho\tau}^{\lambda Ki_2}\right] -$$
$$- G^{\lambda K} v_{q_1q_2}^{(-)}\left[f^{\lambda K}(q_1q_2)\, D_{g\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2) D_{2g\tau}^{\lambda Ki_1}\right] = 0 \qquad (3.28)$$

и

$$\varepsilon_{q_1q_2} w_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} g_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$
$$- G^{\lambda K} v_{q_1q_2}^{(+)}\left[f^{\lambda K}(q_1q_2) D_{w\tau}^{\lambda Ki_1} + \zeta f_2^{\lambda K}(q_1q_2) D_{2w\tau}^{\lambda Ki_1}\right] = 0. \qquad (3.29)$$

Порядок определителя секулярного уравнения равен 12.

Вычисления $K^\pi = 2^+$-состояний в ^{168}Er, использующие уравнения (3.28) и (3.29), показывают, что влияние взаимодействия зависящей от плотности части мало при $\zeta = 0{,}1-0{,}2$. Квадрупольная сила сдвигается при $\zeta > 0{,}4$ с первого 2_1^+-состояния на состояние с большей энергией, что находится в противоречии с экспериментальными данными. Это означает, что роль сепарабельного взаимодействия, зависящего от плотности, не так важна для описания вибрационных состояний. Переходные плотности более чувствительны к взаимодействиям, зависящим от плотности.

Наиболее коллективные низколежащие вибрационные состояния являются квадрупольными и октупольными. Описание этих состояний следует выполнять с оператором фонона в виде (2.4), учитывая *ph*- и *pp*-мультипольные взаимодействия. Частично-частичные *pp*-взаимодействия улучшают описание энергий, величин $B(E\lambda)$ и структуру этих состояний. $E1$-переходы с основного состояния на $K^\pi = 0^-$ или 1^--состояния следует описывать с учетом *ph*- и *pp*-октупольных, а также *ph*-дипольных взаимодействий. Для вычисления $E4$- или $E5$-переходов на $K^\pi = 2^+$ или $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$-состояния волновые функции этих состояний должны быть описаны с учетом *ph*- и *pp*-квадрупольного и *ph*-гексадекапольного взаимодействий или *ph*- и *pp*-октупольного и *ph* $\lambda = 5$ взаимодействий. RPA-уравнения для таких случаев имеют следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1q_2}^{Ki_1} -$$

$$- f^{\lambda K}(q_1 q_2) \left[u^{(+)}_{q_1 q_2} \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho \kappa_1^{\lambda K} \right) D^{\lambda K i_1}_{\rho \tau} + v^{(-)}_{q_1 q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda K i_1}_{g \tau} \right] -$$

$$- f^{\lambda \pm 2K}(q_1 q_2)\, u^{(+)}_{q_1 q_2} \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda \pm 2K} + \rho \kappa_1^{\lambda \pm 2K} \right) D^{\lambda \pm 2K i_1}_{\rho \tau} = 0, \qquad (3.30)$$

$$\varepsilon_{q_1 q_2} w^{K i_1}_{q_1 q_2} - \omega_{K i_1} g^{K i_1}_{q_1 q_2} - G^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2} D^{\lambda K i_1}_{w \tau} = 0. \qquad (3.31)$$

Вычисления $E1$-переходов с основного состояния на $I^{\pi} = 1^{-}$-состояния с $K = 0$ и 1 в четно-четных сильнодеформированных ядрах с дипольными и октупольными взаимодействиями были выполнены в [19]. Энергии ω_{3Ki}, величины $B(E3)$ и наибольшие компоненты волновых функций, главным образом, определяются октупольным взаимодействием. Изовекторное дипольное взаимодействие слабо влияет на энергии, $B(E3)$ и структуру состояний, но сильно влияет на величины $B(E1)$.

Для описания магнитных $M\lambda$-переходов с основного на однофононные состояния следует использовать оператор фонона (2.5) и учитывать мультипольные ph- и pp-, а также магнитные спин-мультипольные ph-взаимодействия. Уравнения RPA для таких случаев имеют вид

$$\varepsilon_{q_1 q_2} g^{K i_1}_{q_1 q_2} - \omega_{K i_1} w^{K i_1}_{q_1 q_2} - f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, u^{(+)}_{q_1 q_2} \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho \kappa_1^{\lambda K} \right) D^{\lambda K i_1}_{\rho \tau} -$$

$$- f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v^{(-)}_{q_1 q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda K i_1}_{g \tau} = 0, \qquad (3.32)$$

$$\varepsilon_{q_1 q_2} w^{K i_1}_{q_1 q_2} - \omega_{K i_1} g^{K i_1}_{q_1 q_2} - f^{\lambda K}(q_1 q_2)\, v^{(+)}_{q_1 q_2} G^{\lambda K} D^{\lambda K i_1}_{w \tau} -$$

$$- \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{L-1LK} + \rho \kappa_1^{L-1LK} \right) D^{L-1LK i_1}_{\rho \tau} f^{L-1Lk}(q_1 q_2)\, u^{(-)}_{q_1 q_2} \chi(q_1 q_2) = 0. \qquad (3.33)$$

Из этих уравнений находим $g^{K i_1}_{q_1 q_2}$ и $w^{K i_1}_{q_1 q_2}$, подставляем их в функции $D^{\lambda K i_1}_{\tau}$, $D^{\lambda K i_1}_{g \tau}$, $D^{\lambda K i_1}_{w \tau}$ и $D^{L-1LK i_1}_{\tau}$ и получаем систему уравнений

$$\sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{\lambda K} + \rho \kappa_1^{\lambda K} \right) X^{\lambda K i_1}_{\tau} D^{\lambda K i_1}_{\rho \tau} - D^{\lambda K i_1}_{\tau} +$$

$$+ \sum_{\rho=\pm 1} \left(\kappa_0^{L-1LK} + \rho \kappa_1^{L-1LK} \right) Z^{L-1LK i_1}_{2\tau} D^{L-1LK i_1}_{\rho \tau} +$$

$$+ G^{\lambda K} \left[X^{\lambda K i_1}_{\varepsilon \tau} D^{\lambda K i_1}_{g \tau} + X^{\lambda K i_1}_{\omega \tau} D^{\lambda K i_1}_{w \tau} \right] = 0, \qquad (3.34)$$

$$\sum_{\rho=\pm 1}\Big[\Big(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\Big)\,Z_\tau^{\lambda K i_1}D_{\rho\tau}^{\lambda K i_1}+$$

$$+\Big(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\Big)\,Z_\tau^{L-1LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\Big]-$$

$$-D_\tau^{L-1LKi_1}+G^{\lambda K}\Big[Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}\Big]=0, \tag{3.35}$$

$$\sum_{\rho=\pm 1}\Big[\Big(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\Big)\,X_{\varepsilon\tau}^{\lambda K i_1}D_{\rho\tau}^{\lambda K i_1}+$$

$$+\Big(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\Big)\,Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\Big]+$$

$$+\Big[G^{\lambda K}X_\tau^{\lambda Ki_1 -}-1\Big]D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0, \tag{3.36}$$

$$\sum_{\rho=\pm 1}\Big[\Big(\kappa_0^{\lambda K}+\rho\kappa_1^{\lambda K}\Big)\,X_{\omega\tau}^{\lambda K i_1}D_{\rho\tau}^{\lambda K i_1}+$$

$$+\Big(\kappa_0^{L-1LK}+\rho\kappa_1^{L-1LK}\Big)\,Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}D_{\rho\tau}^{L-1LKi_1}\Big]+$$

$$+G^{\lambda K}X_{2\tau}^{\lambda Ki_1}D_{g\tau}^{\lambda Ki_1}+[G^{\lambda K}X_\tau^{\lambda Ki_1 +}-1]D_{w\tau}^{\lambda Ki_1}=0. \tag{3.37}$$

Здесь функции X даны формулами (3.14) и (3.15), в которых вместо 20 стоит λK и ω_{20i_1} заменена на ω_{Ki_1};

$$Z_\tau^{L-1LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{[f^{L-1LK}(q_1q_2)\,u_{q_1q_2}^{(-)}]^2\varepsilon_{q_1q_2}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \tag{3.38}$$

$$Z_\tau^{\lambda LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\,u_{q_1q_2}^{(+)}f^{L-1LK}(q_1q_2)u_{q_1q_2}^{(-)}\chi(q_1q_2)\,\omega_{Ki_1}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \tag{3.38'}$$

$$Z_{g\tau}^{\lambda LKi_1}=\sum_{q_1q_2}^{\tau}\frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\,v_{q_1q_2}^{(-)}f^{L-1LK}(q_1q_2)u_{q_1q_2}^{(-)}\chi(q_1q_2)\varepsilon_{q_1q_2}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2-\omega_{Ki_1}^2}, \tag{3.39}$$

$$Z_{w\tau}^{\lambda LKi_1} = \sum_{q_1q_2}{}^{\tau} \frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\, v_{q_1q_2}^{(+)} f^{L-1LK}(q_1q_2) u_{q_1q_2}^{(-)} \chi(q_1q_2)\, \omega_{Ki_1}}{\varepsilon_{q_1q_2}^2 - \omega_{Ki_1}^2}. \qquad (3.39')$$

Ранг детерминанта системы равен 8.

Проиллюстрируем единое описание электрических и магнитных взаимодействий на простом примере. Рассмотрим систему, состоящую из одного сорта частиц (нейтронов или протонов), чтобы получить явный вид функций $\psi_{q_1q_2}^{Ki_1}$ и $\phi_{q_1q_2}^{Ki_1}$. Ограничимся ph-взаимодействиями электрического и магнитного типа. В этом случае RPA-уравнения (3.32) и (3.33) примут следующий вид:

$$\varepsilon_{q_1q_2} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} w_{q_1q_2}^{Ki_1} - \kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(+)} D^{\lambda Ki_1} = 0, \qquad (3.40)$$

$$\varepsilon_{q_1q_2} w_{q_1q_2}^{Ki_1} - \omega_{Ki_1} g_{q_1q_2}^{Ki_1} - \kappa^{L-1LK} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(-)} \chi(q_1q_2) D^{L-1LKi_1} = 0, \quad (3.41)$$

где $D^{\lambda Ki_1}$ и D^{L-1LKi_1} даны формулами (2.25) и (2.28). Из этих уравнений найдем $g_{q_1q_2}^{Ki_1}$, $w_{q_1q_2}^{Ki_1}$ и подставим их в функции $D^{\lambda Ki_1}$ и D^{L-1LKi_1}. В результате получим секулярное уравнение

$$\begin{gathered}[\kappa^{\lambda K} X^{\lambda Ki_1} - 1][\kappa^{L-1LK} Z^{L-1LKi_1} - 1] = \kappa^{\lambda K} \kappa^{L-1LK} (Z^{\lambda LKi_1})^2, \\ D^{L-1LKi_1} = y_{\lambda LKi_1} D^{\lambda Ki_1},\end{gathered} \qquad (3.42)$$

где $X^{\lambda Ki_1}$, Z^{L-1LKi_1} и $Z^{\lambda LKi_1}$ даны формулами (3.14), (3.38) и (3.38');

$$y_{\lambda LKi_1} = \frac{\kappa^{\lambda K} Z^{\lambda LKi_1}}{1 - \kappa^{L-1LK} Z^{L-1LKi_1}} = \frac{1 - \kappa^{\lambda K} X^{\lambda Ki_1}}{\kappa^{L-1LK} Z^{\lambda LKi_1}}. \qquad (3.43)$$

Функции $g_{q_1q_2}^{Ki_1}$ и $w_{q_1q_2}^{Ki_1}$ подставляем в условие нормировки (2.7) и после преобразований получаем

$$\psi_{q_1q_2}^{Ki_1} = \frac{(2Y_{i_1})^{-1/2}}{\varepsilon_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1}} [\kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(+)} +$$

$$+ \kappa^{L-1LK} y_{\lambda LKi_1} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u_{q_1q_2}^{(-)} \chi(q_1q_2)], \qquad (3.44)$$

$$\phi^{Ki_1}_{q_1q_2} = \frac{(2Y_{i_1})^{-1/2}}{\varepsilon_{q_1q_2} - \omega_{Ki_1}} [\kappa^{\lambda K} f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} -$$

$$- \kappa^{L-1LK} y_{\lambda LKi_1} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2)\,], \qquad (3.45)$$

где

$$Y_{i_1} = \left(\kappa^{\lambda K}\right)^2 Y_{\lambda i_1} + \left(\kappa^{L-1LK}\right)^2 Y_{Li_1} + \kappa^{\lambda K} \kappa^{L-1LK} Y_{\lambda LKi_1},$$

$$Y_{\lambda i_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{(f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2})^2 \varepsilon_{q_1q_2} \omega_{Ki_1}}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2},$$

$$Y_{Li_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{(f^{LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2})^2 \varepsilon_{q_1q_2} \omega_{Ki_1}}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2}, \qquad (3.46)$$

$$Y_{\lambda LKi_1} = \sum_{q_1q_2} \frac{f^{\lambda K}(q_1q_2)\, u^{(+)}_{q_1q_2} f^{L-1LK}(q_1q_2)\, u^{(-)}_{q_1q_2} \chi(q_1q_2)\, (\varepsilon^2_{q_1q_2} + \omega^2_{Ki_1})}{(\varepsilon^2_{q_1q_2} - \omega^2_{Ki_1})^2}.$$

Из формул (3.44) и (3.45) для амплитуд $\psi^{Ki_1}_{q_1q_2}$ и $\phi^{Ki_1}_{q_1q_2}$ видно, что они состоят из электрических и магнитных частей.

Исследование магнитных $M2$- и $M3$-вероятностей переходов в деформированных ядрах показало [7], что спин-мультипольные $\lambda' LK = L + 1LK$ тензорные взаимодействия слабо влияют на структуру состояний с энергиями возбуждения ниже 6 МэВ и на вероятности $M2$- и $M3$-переходов. Поэтому мы их не учитываем в уравнениях (3.32) и (3.33). Энергии и структура вибрационных состояний ниже 6 МэВ в четно-четных деформированных ядрах главным образом определяются мультипольными взаимодействиями. Включение спин-мультипольного магнитного взаимодействия в дополнение к мультипольным взаимодействиям приводит к сдвигу части $M2$- и $M3$-силы с низколежащих состояний в область гигантского изовекторного резонанса. Спиновая часть $M2$- и $M3$-переходов доминирует, и вклад орбитальной части в $B(M2)$ и $B(M3)$ составляет 10—40%.

Мы не включаем в КФМЯ-гамильтониан члены, объединяющие операторы

$$(Q^+_{Ki_1\sigma}Q^+_{Ki_2-\sigma}+Q_{Ki_1\sigma}Q_{Ki_2-\sigma}) \quad \text{и} \quad B(q_1q_2;K\sigma)\,B(q_1q_2;K-\sigma).$$

Для решений RPA-уравнения должны выполняться условия

$$\langle Q_{Ki_1\sigma}\left[\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}-\sum_{i_2i_3\sigma'}W^K_{i_2i_3}Q^+_{Ki_2\sigma'}Q_{Ki_3\sigma'}\right]Q^+_{Ki_1\sigma}\rangle=\omega_{Ki_1} \tag{3.47}$$

и

$$\langle Q_{Ki_1\sigma}\left\{\sum_{q\sigma}\varepsilon_q\alpha^+_{q\sigma}\alpha_{q\sigma}-\sum_{i_2i_3}W^K_{i_2i_3}\frac{1}{2}\,[Q^+_{Ki_2\sigma}Q^+_{Ki_3-\sigma}+Q_{Ki_3-\sigma}Q_{Ki_2\sigma}]\right\}Q^+_{Ki_1\sigma}\rangle=0. \tag{3.48}$$

Если мы учитываем принцип Паули для оператора фонона, то условие (3.48) не выполняется. Член гамильтониана, содержащий

$$(Q^+_{Ki_1\sigma}Q^+_{Ki_2-\sigma}+Q_{Ki_2-\sigma}Q_{Ki_1\sigma}),$$

используется в мультифононном методе [20] для описания двухфононных состояний в деформированных ядрах.

Исследована роль членов гамильтониана, содержащих операторы

$$B(q_1q_2;K\sigma)\,B(q_1q_2;K-\sigma).$$

Численные оценки по теории возмущений показывают, что их влияние на вибрационные состояния в сильнодеформированных ядрах мало. В ядрах переходной области влияние этих членов не мало.

Вычисления в КФМЯ были выполнены для ядер с малыми корреляциями в основных состояниях. Корреляции в основных состояниях увеличиваются при росте коллективности первых однофононных состояний. Частично-частичные взаимодействия уменьшают корреляции в основных состояниях и таким образом расширяют область применимости RPA. Среднее число квазичастиц с квантовым числом q в основном состоянии равно

$$n_q=\sum_{\lambda\mu}n_q^{\lambda\mu}=\frac{1}{2}\sum_{\lambda\mu i}\sum_{q'}\left(\phi^{\lambda\mu i}_{qq'}\right)^2. \tag{3.49}$$

Ранее расчеты среднего числа квазичастиц в четно-четных деформированных ядрах были выполнены в [21]. Мы вычислили n_q и $n_q^{\lambda\mu}$ для ^{168}Er, ^{158}Gd и ^{156}Gd. Наибольший интерес представляют максимальные по q значения n_q и $n_q^{\lambda\mu}$, $(n_q)_{\max}$ и $(n_q^{\lambda\mu})_{\max}$. Согласно расчетам в [14], для

^{168}Er $(n_q)_{\max} = 0{,}017$ и $(n_q^{22})_{\max} = 0{,}016$ для протонного состояния 411↓, $(n_q^{20})_{\max} = 0{,}001$ для нейтронного состояния 521↓, $(n_q^{30})_{\max} = 0{,}0025$ для протонного состояния 400↑ и $(n_q^{31})_{\max} = 0{,}0027$ для нейтронного состояния 633↑. Корреляции в основном состоянии для ^{168}Er малы. Наибольший вклад в них дает гамма-вибрационное состояние.

Число квазичастиц в основном состоянии в ^{158}Gd следующее: $(n_q)_{\max}=0{,}035$ и $(n_q^{20})_{\max}=0{,}02$ для нейтронного состояния 521↑, $(n_q^{22})_{\max} = 0{,}01$ и $(n_q^{30})_{\max} = 0{,}002$ для протонного состояния 411↓ и $(n_q^{31})_{\max} = 0{,}012$ для протонного состояния 532↑. Число квазичастиц в основном состоянии ^{156}Gd следующее: $(n_q)_{\max} = 0{,}04$ и $(n_q^{20})_{\max} = 0{,}03$ для нйтронного состояния 660↑, $(n_q^{22})_{\max} = 0{,}014$, $(n_q^{30})_{\max} = 0{,}014$ и $(n_q^{31})_{\max} = 0{,}024$ для протонных состояний 411↓, 411↑ и 532↑ соответственно. Корреляции в основном состоянии увеличиваются в ^{156}Gd и ^{158}Gd по сравнению с ^{168}Er. Наибольший вклад в них дают 0^+-состояния. Этот вклад в 30 раз больше в ^{156}Gd по сравнению с ^{168}Er. Состояние $K^{\pi} = 1^-$ дает сравнительно большой вклад в корреляции в основном состоянии в обоих ядрах. Корреляции в основном состоянии в ^{156}Gd несколько сильнее, чем в ^{158}Gd. Тем не менее корреляции в основных состояниях в ^{156}Gd и ^{158}Gd невелики. Система нелинейных уравнений, описывающая корреляции в основном состоянии вне RPA, была решена в [22]. В этой работе не учитывался вклад *pp*-взаимодействия. В этом приближении корреляции в основном состоянии увеличены по сравнению с их расчетами с RPA-фононами.

В ядрах, лежащих на границах области деформированных ядер, и особенно в переходных ядрах число квазичастиц увеличивается до 0,3, и, таким образом, RPA не может быть использовано. В сильнодеформированных ядрах среднее число квазичастиц в основных состояниях мало и RPA применимо.

Можно заключить, что RPA, если учитываются *ph*- и *pp*-взаимодействия, может быть использовано для вычисления состояний в сильнодеформированных ядрах в области $150 < A < 186$ $(90 < N < 112$, $60 < Z < 86)$ и $A > 232$. Однофононные состояния могут быть использованы для образования фононного базиса в КФМЯ.

4. УРАВНЕНИЯ КФМЯ

4.1. Роль трехфононных членов. Наша задача состоит в том, чтобы описать в рамках КФМЯ низколежащие, низкоспиновые неротационные состояния сильнодеформированных четно-четных ядер.

Мы учитываем ph- и pp-мультипольные взаимодействия. Обычно наша волновая функция содержит однофононные и двухфононные компоненты. Мы исследовали вклад двухфононных компонент в волновые функции низколежащих состояний. Для исследования этих вкладов следует выяснить роль трехфононных членов. Для этого волновую функцию возбужденного состояния запишем в виде

$$\Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0) = \Bigg\{ \sum_{i_0} R^\nu_{i_0} Q^+_{g_0\sigma_0} + \sum_{\substack{g_1g_2\\ \sigma_1\sigma_2}} \frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{1/2}}{2[1+\delta_{K_0 0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} \times$$

$$\times\, \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2,\, \sigma_0^* K_0} P^\nu_{g_1g_2} Q^+_{g_1\sigma_1} Q^+_{g_2\sigma_2} +$$

$$+ \sum_{\substack{g_1g_2g_3\\ \sigma_1\sigma_2\sigma_3}} b_{g_1g_2g_3} \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2+\sigma_3\mu_3,\, \sigma_0K_0} F^\nu_{g_1g_2g_3} Q^+_{g_1\sigma_1} Q^+_{g_2\sigma_2} Q^+_{g_3\sigma_3} \Bigg\} \Psi_0. \tag{4.1}$$

Здесь $g = \lambda\mu i$, $\mu_0 = K_0$ и $b_{g_1g_2g_3}$ — численный множитель, приведенный в приложении 2; $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ является номером $K_0^{\pi_0}$-состояния. Чтобы учесть влияние принципа Паули на двухфононные и трехфононные члены волновой функции (4.1), введем функцию

$$\mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1' \,|\, g_1, g_2) = (1+\delta_{g_1g_2})^{-1} \sum_{\sigma_1\sigma_2} \delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2,\, \sigma_0K_0} \times$$

$$\times \langle Q_{g_2\sigma_2} [[Q_{g_1'\sigma_1}, Q^+_{g_1\sigma_1}], Q^+_{g_2\sigma_2}]\rangle, \tag{4.2}$$

$$\mathcal{K}^{K_0}(q_1 g_2) \equiv \mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1 \,|\, g_1, g_2). \tag{4.3}$$

Ее явный вид дан в приложении 2. Условие нормировки волновой функции (4.1) в диагональной аппроксимации функции $\mathcal{K}^{K_0}$ имеет вид

$$\sum_{i_0} (R^{\nu}_{i_0})^2 + \sum_{g_1 \geq g_2} (P^{\nu}_{g_1 g_2})^2 \, [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] + \sum_{g_1 \geq g_2 \geq g_3} (F^{\nu}_{g_1 g_2 g_3})^2 \times$$

$$\times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[\mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_1}(g_2 g_3) + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_2}(g_1 g_3) + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_3}(g_1 g_2) \right] \right\} = 1. \quad (4.4)$$

Найдем среднее значение

$$H^{\lambda_0 K_0}_{\text{КФМЯ}} = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha^+_{q\sigma} \alpha_{q\sigma} - \sum_{i_1 i_2 \sigma} W^{\lambda_0 K_0}_{i_1 i_2} Q^+_{\lambda_0 K_0 i_1 \sigma} Q_{\lambda_0 K_0 i_2 \sigma} + H^{\lambda_0 K_0}_{vq}$$

для $n_{\max} = 1$ по состоянию (4.1):

$$(\Psi^*_{\nu}(K_0^{\pi_0}\sigma_0)\, H^{\lambda_0 K_0}_{\text{КФМЯ}} \Psi_{\nu}(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) =$$

$$= \sum_{i_0} \omega_{g_0} (R^{\nu}_{i_0})^2 + \sum_{g_1 \geq g_2} (P^{\nu}_{g_1 g_2})^2 [\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega\,(g_1, g_2)][1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] +$$

$$+ \sum_{g_1 \geq g_2 \geq g_3} (F^{\nu}_{g_1 g_2 g_3})^2 \, [(\omega_{g_1} + \Delta\omega_{g_1})\,(1 + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_1}(g_2 g_3)) +$$

$$+ (\omega_{g_2} + \Delta\omega_{g_2})(1 + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_2}(g_1, g_3)) + (\omega_{g_3} + \Delta\omega_{g_3})(1 + \mathcal{K}^{K_0 \pm \mu_3}(g_1, g_2))\,] -$$

$$- \sum_{i_0 g_1 g_2} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0 0}(1 - \delta_{\mu_1 0})\,]^{1/2}} R^{\nu}_{i_0} P^{\nu}_{g_1 g_2} U^{g_0}_{g_1 g_2} (1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)) -$$

$$- \sum_{g_1 g_2} \sum_{g_1' g_2' g_3'} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0 0}(1 - \delta_{\mu_1 0})\,]^{1/2}} \times$$

$$\times b_{g_1' g_2' g_3'} P^{\nu}_{g_1 g_2} F^{\nu}_{g_1' g_2' g_3'} U^{g_1 g_2}_{g_1' g_2' g_3'}, \quad (4.5)$$

где

$$\Delta\omega(g_1 g_2) = - \left[\frac{1 - \delta_{K_0 0}}{1 + \delta_{g_1 g_2}} + \frac{\delta_{K_0 0}}{1 + \delta_{g_1 g_2} \delta_{\mu_1 0}} \right] \times$$

$$\times \sum_{i'} \{ \mathcal{K}^{K_0}(g_2, g_1' \,|\, g_1, g_2)\, W^{\lambda_1 \mu_1}_{i_2 i'} + \mathcal{K}^{K_0}(g_2', g_1 \,|\, g_1, g_2)\, W^{\lambda_2 \mu_2}_{i_1 i'} \}. \quad (4.6)$$

Здесь $g_1{}'=\lambda_1\mu_1 i'$, $g_2{}'=\lambda_2\mu_2 i'$ и $W^{\lambda\mu}_{ii}$ определяются (2.14) и $H^{\lambda_0 K_0}_{\nu q}$ из (2.29);

$$\Delta\omega_{g_1} = -\sum_{i'} W^{\lambda_1\mu_1}_{i_1 i'}\,[\,\mathcal{K}^{k_0\pm\mu_3}(g_2, g_1{}'\,|\,g_1 g_2) + \mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2}(g_3, g_1{}'\,|\,g_1 g_3)\,], \tag{4.7}$$

$$U^{g_0}_{g_1 g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2)) =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{\sigma_1\sigma_2}\delta_{\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2,\,\sigma_0 K_0}\,[\langle Q_{g_0\sigma_0}\widetilde{H}^{K_0}_{\nu q}Q^+_{g_1\sigma_1}Q^+_{g_2\sigma_2}\rangle + h.c.\,], \tag{4.8}$$

$$U^{g_1 g_2}_{g_1{}'g_2{}'g_3{}'} = \delta_{g_1 g_1{}'}U^{g_2}_{g_2{}'g_3{}'}(1+\mathcal{K}^{K_2}(g_2{}'g_3{}')) + \delta_{g_1 g_2{}'}U^{g_2}_{g_1{}'g_3{}'}(1+\mathcal{K}^{K_2}(g_1'g_3')) + \dots . \tag{4.9}$$

Явный вид функций $U^{g_1}_{g_2 g_3}$ дан в приложении 2. Используя вариационный принцип в виде

$$\delta\,\{(\Psi'_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)\,H^{\lambda_0 K_0}_{\text{КФМЯ}}\Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) -$$

$$- E_\nu[(\Psi^*_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)\ \ \Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) - 1\,]\} = 0, \tag{4.10}$$

мы получим уравнения для нахождения энергий E_ν и волновых функций (4.1), которые имеют следующий вид:

$$(\omega_{g_0} - E_\nu)\,R^\nu_{i_0} - \sum_{g_1\ge g_2}\frac{(1+\delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}P^\nu_{g_1 g_2}\times$$

$$\times\, U^{g_0}_{g_1 g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2)) = 0, \tag{4.11}$$

$$[\omega_{g_1}+\omega_{g_2}+\Delta\omega(g_1 g_2) - E_\nu\,](1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))\,P^\nu_{g_1 g_2} -$$

$$-\sum_{i_0}\frac{(1+\delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}U^{g_0}_{g_1 g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))\,R^\nu_{i_0} -$$

$$-\frac{(1+\delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1 0})]^{1/2}}\sum_{g_1{}'g_2{}'g_3{}'} b_{g_1{}'g_2{}'g_3{}'}U^{g_1 g_2}_{g_1{}'g_2{}'g_3{}'}F^\nu_{g_1{}'g_2{}'g_3{}'} = 0, \tag{4.12}$$

$$\Big\{(\omega_{g_1'}+\Delta\omega_{g_1'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2'g_3')\Big]+(\omega_{g_2'}+\Delta\omega_{g_2'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1'g_3')\Big]+$$
$$+(\omega_{g_3'}+\Delta\omega_{g_3'})\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1'g_2')\Big]-E_\nu\Big[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2'g_3')+$$
$$+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1'g_3')]+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1'g_2')\Big]\Big\}F^{\nu}_{g_1'g_2'g_3'}-$$
$$-\sum_{g_1g_2}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_10})]^{1/2}}\,b_{g_1'g_2'g_3'}U^{g_1g_2}_{g_1'g_2'g_3'}P^{\nu}_{g_1g_2}=0. \qquad (4.13)$$

Если мы найдем $F^{\nu}_{g_1g_2g_3}$ из (4.13) и $R^{\nu}_{i_0}$ из (4.11) и подставим в уравнение (4.12), то получим

$$\sum_{g_1\ge g_2}P^{\nu}_{g_1g_2}\Big\{[\omega_{g_1}+\omega_{g_2}+\Delta\omega\,(g_1g_2)-E_\nu](1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))\,\delta_{g_1,g_1^0}\delta_{g_2,g_2^0}-$$
$$-\sum_{i_0}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_10})]^{1/2}}\,\frac{(1+\delta_{g_1^0g_2^0})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1^00})]^{1/2}}\times$$
$$\times\frac{U^{g_0}_{g_1^0g_2^0}U^{g_0}_{g_1g_2}(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1^0,g_2^0))(1+\mathcal{K}^{K_0}(g_1,g_2))}{\omega_{g_0}-E_\nu}-$$
$$-\sum_{g_1'g_2'g_3'}\frac{(1+\delta_{g_1g_2})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_10})]^{1/2}}\,\frac{(1+\delta_{g_1^0g_2^0})^{-1/2}}{[1+\delta_{K_0,0}(1-\delta_{\mu_1^00})]^{1/2}}\,b^2_{g_1'g_2'g_3'}\times$$
$$\times\frac{U^{g_1^0g_2^0}_{g_1'g_2'g_3'}U^{g_1g_2}_{g_1'g_2'g_3'}}{J(g_1',g_2',g_3')-E_\nu[1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2',g_3')+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1',g_3')+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1',g_2')]}\Big\}=0, \qquad (4.14)$$

где

$$J(g_1',g_2',g_3')=(\omega_{g_1'}+\Delta\omega_{g_1'})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_1'}(g_2',g_3'))+(\omega_{g_2'}+\Delta\omega_{g_2'})\times$$
$$\times(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_2'}(g_1',g_3'))+(\omega_{g_3'}+\Delta\omega_{g_3'})(1+\mathcal{K}^{K_0\pm\mu_3'}(g_1',g_2')).$$

Для описания фрагментации двухфононного состояния нужно найти решение системы уравнений (4.11)—(4.13) с учетом условия нормировки (4.4). В этом случае мы не имеем права пренебречь недиагональными членами в уравнении (4.12), т.к. в противном случае появятся лишние решения [23]. Мы исследовали влияние трехфононных членов в волновой функции (4.1) на вклад двухфононных конфигураций в волновые функции низколежащих состояний. В этом случае мы можем пренебречь недиагональными членами в уравнении (4.14) и ограничиться членами с $g_1 = g_1^0$ и $g_2 = g_2^0$. В таком приближении влияние трехфононных членов сводится к сдвигу двухфононных полюсов, которые мы обозначим как $\Delta(g_1 g_2)$. Этот сдвиг отличается от нуля, если для операторов фононов в трехфононных членах волновой функции (4.1) применить бозонные коммутационные соотношения. Вклад величины $\Delta(g_1 g_2)$ противоположен вкладу сдвига $\Delta\omega(g_1 g_2)$, и поэтому учет трехфононных членов приводит к уменьшению значения двухфононного полюса.

В таком диагональном приближении мы получаем два уравнения — (4.11) и

$$[\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) + \Delta(g_1 g_2) - E_\nu] P^\nu_{g_1 g_2} -$$

$$- \sum_{i_0} \frac{(1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]^{1/2}} U^{g_0}_{g_1 g_2} R^\nu_{i_0} = 0. \tag{4.15}$$

Отсюда получаем секулярное уравнение в виде

$$\det \left\| (\omega_{g_0} - E_\nu)\, \delta_{i_0, i_0'} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2))}{(1 + \delta_{g_1 g_2})\, [1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{\mu_1 0})]} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{U^{g_0}_{g_1 g_2} U^{g_0{}'}_{g_1 g_2}}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) + \Delta(g_1 g_2) - E_\nu} \right\| = 0. \tag{4.16}$$

Это секулярное уравнение отличается от используемого в [3,16,17] дополнительным сдвигом $\Delta(g_1 g_2)$.

Порядок определителя (4.16) равен числу однофононных членов в волновой функции (4.1). Включение принципа Паули в двухфононных членах (4.1) приводит к возникновению в (4.16) множителя

$(1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2))$ и сдвига $\Delta\omega(g_1 g_2)$ двухфононных полюсов. Трехфононные члены в (4.1) дают дополнительный сдвиг $\Delta(g_1 g_2)$.

Вид уравнений (4.11), (4.12) и (4.13) и порядок соответствующего определителя не зависят от того, какие ph- и pp-мультипольные и спин-мультипольные взаимодействия учитываются, а также не зависят от ранга $n_{\max}$ сепарабельных взаимодействий. Уравнения (4.11), (4.15) и (4.16) совпадают с уравнениями предыдущих работ [1,3], в которых учитывались только ph-мультипольные взаимодействия. Все усложнения, возникающие от вида взаимодействий, проявляются в RPA-уравнениях. Это означает, что в рамках КФМЯ могут быть использованы любые сложные взаимодействия, представленные в сепарабельном виде.

Учет многофононных членов в волновых функциях возбужденных состояний выполнен в ряде работ, например, в [20,24,25].

4.2. Уравнения КФМЯ с волновой функцией, содержащей одно- и двухфононные члены. Расчеты энергий и волновых функций неротационных состояний четно-четных сильнодеформированных ядер часто выполняются с волновой функцией, содержащей одно- и двухфононные члены в виде

$$\Psi_\nu(K_0^{\pi_0}\sigma_0) = \Bigg\{ \sum_{i_0} R^\nu_{i_0} Q^+_{\lambda_0 K_0 i_0 \sigma_0} + \sum_{\substack{\lambda_1 K_1 i_1 \sigma_1 \\ \lambda_2 K_2 i_2 \sigma_2}} \frac{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2}\,\delta_{K_1K_2}\,\delta_{i_1 i_2})^{1/2}}{2[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1,0})]^{1/2}} \times$$

$$\times\, \delta_{\sigma_1 K_1 + \sigma_2 K_2,\, \sigma_0 K_0}\, P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1 \lambda_2 K_2 i_2}\, Q^+_{\lambda_1 K_1 i_1 \sigma_1}\, Q^+_{\lambda_2 K_2 i_2 \sigma_2} \Bigg\} \Psi_0. \qquad (4.17)$$

Условие ее нормировки имеет вид

$$\sum_{i_0} (R^\nu_{i_0})^2 + \sum_{(\lambda_1 K_1 i_1) \geq (\lambda_2 K_2 i_2)} (P_{\lambda_1 K_1 i_1,\, \lambda_2 K_2 i_2})^2 \times$$

$$\times\, [1 + \mathcal{K}^{K_0}(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)] = 1. \qquad (4.18)$$

Уравнения для нахождения энергий E_ν и функций $R^\nu_{i_0}$ и P^ν имеют следующий вид:

$$(\omega_{\lambda_0 K_0 i_0} - E_\nu)\, R^\nu_{i_0} - \sum_{\lambda_1 K_1 i_1 \geq \lambda_2 K_2 i_2} \frac{(1 + \delta_{\lambda_1\lambda_2}\,\delta_{K_1K_2}\,\delta_{i_1 i_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1,0})]^{1/2}} \times$$

$$\times\, P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1,\, \lambda_2 K_2 i_2}\, U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1,\, \lambda_2 K_2 i_2} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)] = 0. \qquad (4.19)$$

$$[\omega_{\lambda_1 K_1 i_1} + \omega_{\lambda_2 K_2 i_2} + \Delta\omega\,(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2) +$$

$$+ \Delta(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2) - E_\nu\,]\,P^\nu_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} -$$

$$- \frac{(1 + \delta_{\lambda_1 \lambda_2}\,\delta_{K_1 K_2}\,\delta_{i_1 i_2})^{-1/2}}{[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_1 0})\,]^{1/2}} \sum_{i_0} R^\nu_{i_0}\, U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2} = 0. \qquad (4.20)$$

Детерминант этой системы имеет вид (4.15), его порядок равен числу однофононных членов в волновой функции (4.17). Сдвиг $\Delta(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$ обусловлен учетом в диагональном приближении вклада от трехфононных членов, добавленных к волновой функции (4.17). Он имеет знак, противоположный знаку сдвига $\Delta\omega(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$, т.е. уменьшает величину двухфононного полюса. Согласно численной оценке он примерно равен $0{,}2\ \Delta\omega(\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2)$.

Функция $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$ является некогерентной суммой многих слагаемых, содержащих матричные элементы $f^{\lambda K}(q_1 q_2)$, прямые $\psi^{Ki}_{q_1 q_2}$ и обратные $\phi^{Ki}_{q_1 q_2}$ RPA-амплитуды. В деформированных ядрах слагаемые с разными знаками взаимно уничтожают друг друга. И, как результат, численные значения этой функции принимают значения от 0,01 до 0,20 МэВ, и только в некоторых случаях принимают значение больше, чем 0,2 МэВ. В сферических ядрах наибольшие слагаемые в $U^{\lambda_0 i_0}_{\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2}$ имеют одинаковые знаки для первых корней секулярного уравнения, и поэтому численные значения $U^{\lambda_0 i_0}_{\lambda_1 i_1, \lambda_2 i_2}$ в сферическом ядре с незамкнутыми оболочками на один или два порядка больше по сравнению с деформированными ядрами.

Чтобы исследовать влияние взаимодействия, зависящего от плотности, на функцию $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$, мы оценили ее значения, используя RPA-волновые функции, вычисленные с взаимодействием $W^{KE}_{i_1, i_2}$ в виде, представленном в (3.27). Мы учитывали сепарабельные силы, не зависящие от плотности, а также силы, имеющие максимум на поверхности ядра. Согласно нашим вычислениям,численное значение $U^{441}_{221,221}$ в

^{168}Er увеличивается на 10% при $\zeta = 0{,}1$ по сравнению с $\zeta = 0$. Это означает, что сепарабельное взаимодействие, зависящее от плотности, слабо влияет на низколежащие вибрационные состояния в сильнодеформированных ядрах.

Члены гамильтониана КФМЯ, содержащие операторы

$$(Q^+_{Ki_1\sigma}Q^+_{Ki_2-\sigma} + Q_{Ki_2-\sigma}Q_{Ki_1\sigma}),$$

не изменяют полюса секулярного уравнения (4.15), но действуют на функцию $U^{\lambda_0 K_0 i_0}_{\lambda_1 K_1 i_1, \lambda_2 K_2 i_2}$. По нашим оценкам это влияние мало.

4.3. Eλ- и Mλ-переходы из основного в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями. Запишем формулы для приведенных вероятностей $E\lambda$-переходов из основного состояния в возбужденное и $E\lambda$- и $M\lambda$-переходов между возбужденными состояниями. Приведенные вероятности $E\lambda$- и $M\lambda$-переходов с основного состояния $0^+_{g.s.}$ на возбужденное состояние с фиксированными значениями $I^\pi K_\nu$ записываются как

$$B(E\lambda;\, 0^+_{g.s.} \to I^\pi K_\nu) = (2 - \delta_{\mu 0}) \langle 00\lambda\mu \mid IK\rangle^2 e^2 \times$$
$$\times \left[\frac{1 + \delta_{\mu 0}}{2} \sum_i R^\nu_i \sum_\tau e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau) \sum_{qq'}{}^{\tau} p^{\lambda\mu}(qq')\, u^{(+)}_{qq'}\, g^{\lambda\mu i}_{qq'}\right]^2, \tag{4.21}$$

$$B(M\lambda;\, 0^+_{g.s.} \to I^\pi K_\nu) = (2 - \delta_{\mu 0}) \langle 00\lambda\mu \mid IK\rangle^2 \mu_N^2 \times$$
$$\times \left[\frac{1}{2} \sum_i R^\nu_i \sum_\tau \sum_{qq'}{}^{\tau} \Gamma_\tau(M\lambda\mu;\, qq')\, u^{(-)}_{qq'}\, w^{\lambda\mu i}_{qq'}\, \chi(qq')\right]^2, \tag{4.22}$$

где $p^{\lambda\mu}(qq')$ — одночастичный матричный элемент $f^{\lambda\mu}(qq')$ с радиальной зависимостью r^λ вместо $\partial V/\partial r$; $e^{(\lambda)}_{\text{eff}}(\tau)$ — протонный или нейтронный эффективный заряд;

$$\Gamma_\tau(M\lambda\mu;\, qq') = \sqrt{\lambda(2\lambda + 1)}\, \langle q \left| r^{\lambda-1} \left[\frac{1}{2} g^{\text{eff}}_s(\tau)\, (\sigma \mathbf{Y}_{\lambda-1})_{\lambda\mu} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + g^{\text{eff}}_l(\tau) \frac{2}{\lambda + 1} (\mathbf{l}\mathbf{Y}_{\lambda-1})_{\lambda\mu}\right] \right| q'\rangle, \tag{4.23}$$

$$\Gamma_\tau(M1\mu;\, qq') = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\, \langle q \left| \frac{1}{2} g^{\text{eff}}_s(\tau)\, \sigma + g^{\text{eff}}_l(\tau)\, \mathbf{l} \right| q'\rangle, \tag{4.24}$$

$g_l^{\mathrm{eff}}(p) = 1$, $g_l^{\mathrm{eff}}(n) = 0$, $g_s^{\mathrm{eff}}(\tau)$ — эффективное спиновое гиромагнитное отношение, $g_s^{\mathrm{eff}}(\tau) = g^{\mathrm{eff}} g_s^{(\mathrm{free})}(\tau)$, $\frac{1}{2}\sigma$ — спин, μ_N — ядерный магнетон. Приведенные вероятности $E\lambda$- или $M\lambda$-переходов из начального состояния $I_0\lambda_0 K_0^{\pi_0}\nu_0$ в конечное состояние $I_f\lambda_f K_f^{\pi_f}\nu_f$ имеют следующий вид:

$$B(\lambda\mu; I_0^{\pi_0}K_0\nu_0 \to I_f^{\pi_f}K_f\nu_f) = [1 + (\delta_{K_0 0} - \delta_{K_f 0})^2] \times$$

$$\times \{\langle I_0 K_0 \lambda K_f - K_0 | I_f K_f\rangle^2 | (\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f = \sigma_0)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = |K_f - K_0|) \times$$

$$\times \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0))|^2 + \langle I_0 - K_0 \lambda K_f + K_0 | I_f K_f\rangle^2 \times$$

$$\times |(\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f = -\sigma_0)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = K_0 + K_f)\, \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0))|^2\}, \qquad (4.25)$$

$$(\Psi^*_{\nu_f}(K_f^{\pi_f}\sigma_f)\, \mathfrak{M}(\lambda; \mu = |K_f \pm K_0)\, \Psi_{\nu_0}(K_0^{\pi_0}\sigma_0)) =$$

$$= \sum_{i_0 i_f} R_{i_0}^{\nu_0} R_{i_f}^{\nu_f} \mathfrak{L}_{i_0 i_f}^{\lambda\mu} + \sum_{i_3} M_{i_3}^{\lambda\mu} T_{i_3}^{\lambda\mu}. \qquad (4.26)$$

Здесь

$$\mathfrak{L}_{i_0 i_f}^{\lambda\mu}(E) = \sum_\tau e_{\mathrm{eff}}^{(\lambda)}(\tau) \sum_{q_1 q_2 q_3}^{\tau} p^{\lambda\mu}(q_1 q_2)\, v_{q_1 q_2}^{(-)} \times$$

$$\times \left[\psi_{q_2 q_3}^{\lambda_0 K_0 i_0} \psi_{q_1 q_3}^{\lambda_f K_f i_f} + \phi_{q_1 q_3}^{\lambda_0 K_0 i_0} \phi_{q_2 q_3}^{\lambda_f K_f i_f}\right], \qquad (4.27)$$

$$\mathfrak{L}_{i_0 i_f}^{\lambda\mu}(M) = \sum_\tau \sum_{q_1 q_2 q_3}^{\tau} \Gamma_\tau(M\lambda\mu; q_1 q_2)\, v_{q_1 q_2}^{(+)} \times$$

$$\times \left[\psi_{q_2 q_3}^{\lambda_0 K_0 i_0} \psi_{q_1 q_3}^{\lambda_f K_f i_f} - \phi_{q_1 q_3}^{\lambda_0 K_0 i_0} \phi_{q_2 q_3}^{\lambda_f K_f i_f}\right], \qquad (4.28)$$

$$M_{i_3}^{\lambda\mu}(E) = \frac{1}{2} \sum_\tau e_{\mathrm{eff}}^{(\lambda)}(\tau) \sum_{qq'}^{\tau} p^{\lambda\mu}(qq')\, u_{qq'}^{(+)} g_{qq'}^{\lambda_3 \mu i_3}, \qquad (4.29)$$

$$M_{i_3}^{\lambda\mu}(M) = \frac{1}{2} \sum_\tau \sum_{qq'}^{\tau} \Gamma_\tau(M\lambda\mu; qq')\, u_{qq'}^{(-)} \chi(qq')\, w_{qq'}^{\lambda_3 \mu i_3}, \qquad (4.30)$$

$$T_{i_3}^{\lambda\mu} = \sum_{i_0} R_{i_0}^{\nu_0} P_{g_0 g_3}^{\nu_f} [1 + \mathfrak{K}^{K_f}(g_0 g_3)](1 + \delta_{g_0 g_3})^{\frac{1}{2}} \left[1 + \delta_{K_f,0}(1 - \delta_{K_0,0}\right]^{-\frac{1}{2}} \pm$$

$$\pm \sum_{i_f} R_{i_f}^{\nu_f} P_{g_f g_3}^{\nu_0} [1 + \mathfrak{K}^{K_0}(g_f g_3)]\left(1 + \delta_{g_f g_3}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \delta_{K_0,0}(1 - \delta_{K_f,0})\right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.31)$$

где в (4.31) знак (+) используется для электрических и знак (−) для магнитных переходов $g_0 = \lambda_0 K_0 i_0$, $g_f = \lambda_f K_f i_f$, $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$. Мы пренебрегаем вероятностями гамма-переходов между двухфононными членами волновых функций начального и конечного состояний из-за их малости. Мы учитываем переходы между одно-и двухфононными членами. Для вычисления матричных элементов гамма-переходов между возбужденными состояниями выполним следующие преобразования. Выразим оператор $(A^+(qq'; \mu\sigma) + A(qq'; \mu - \sigma))$ через оператор фонона $Q^+_{\lambda\mu i}$ в операторах гамма-переходов. Для $E1$-перехода используются октупольные фононы с $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$, $\lambda_3 = 3$, $\mu = 0$ и 1 и для $E2$-перехода — квадрупольные фононы с $\lambda_3 = 2$, $\mu = 0$, 1 и 2. В операторах $M1$-перехода используются квадрупольные фононы с $g_3 = \lambda_3 \mu i_3$, $\lambda_3 = 2$ и $\mu = 0$ и 1 и в $M2$-переходе — октупольные фононы с $\lambda_3 = 3$, $\mu = 1$ и 2. Низколежащие $K^\pi = 0^\pm$, $1^\pm$ и $2^\pm$ состояния трактуются как квадрупольные и октупольные вибрационные состояния. Как показано в [19], изовекторное дипольное взаимодействие приводит к перенормировке константы изоскалярного октупольного взаимодействия и к уменьшению величин $B(E1; 0^+_{g.s.} \to 1^- K)$. Это слабо действует на наибольшие компоненты волновых функций $K^\pi = 0^-$ и 1^- однофононных состояний. Спин-мультипольное $\lambda\lambda - 1K$-взаимодействие слабо действует на волновые функции квадрупольных и октупольных состояний [7]. Поэтому в наших вычислениях гамма-перехода между одно- и двухфононными членами волновых функций начального и конечного состояний мы не учитываем изовекторное дипольное и спин-мультипольное взаимодействия.

Имеются экспериментальные данные интенсивностей гамма-переходов между возбужденными состояниями. Мы сравниваем экспериментальное отношение интенсивностей с результатами вычислений. Используем следующие формулы для вероятности распада в секунду [26]:

$$W(E1) = 1{,}59 \cdot 10^{15}\, E_\gamma^3 B(E1), \quad (4.32)$$

$$W(E2) = 1{,}22 \cdot 10^{9}\, E_\gamma^5 B(E2), \quad (4.33)$$

$$W(E3) = 5{,}67 \cdot 10^2\, E_\gamma^7 B(E3), \tag{4.34}$$

$$W(M1) = 1{,}76 \cdot 10^{13}\, E_\gamma^3 B(M1), \tag{4.35}$$

$$W(M2) = 1{,}35 \cdot 10^7\, E_\gamma^5 B(M2), \tag{4.36}$$

где энергия гамма-перехода E_γ дана в МэВ, $B(E\lambda)$ — в единицах e^2 фм$^{2\lambda}$ и $B(M\lambda)$ в единицах μ_N фм$^{2\lambda-2}$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре изложен математический аппарат КФМЯ, предназначенный для описания энергий и волновых функций низколежащих состояний четно-четных сильнодеформированных ядер. Этот аппарат пригоден для описания возбужденных состояний тех ядер, у которых корреляции в основных состояниях невелики. В рамках КФМЯ вычисляются вероятности электрических $E\lambda$- и магнитных $M\lambda$-переходов из основного в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями. Проводится сравнение наибольших двухквазичастичных компонент волновых функций, извлекаемых из экспериментальных данных по реакциям однонуклонных передач и незамедленных разрешенных β-распадов с двухквазичастичными вкладами в доминирующую однофононную компоненту. Для 0^+-состояний вычисляются величины ρ^2, связанные с $E0$-переходами, $X(E0/E2)$, определяемые приведенными вероятностями $E0$- и $E2$-переходов, а также спектроскопические факторы (t, p)- и (p, t)-реакций, отнесенные к таковым для переходов между основными состояниями. Кориолисово взаимодействие с рассчитанными волновыми функциями неротационных состояний вычисляется обычно в тех случаях, когда его влияние велико.

Математический аппарат КФМЯ применяется для описания возбужденных состояний четно-четных сильнодеформированных ядер. Он составляет основу для дальнейшего изучения свойств деформированных ядер.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Приведем операторы, матричные элементы и функции, встречающиеся в гамильтониане КФМЯ:

$$A^{(+)}(q_1q_2;\,K\sigma) =$$

$$= \begin{cases} \widetilde{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha^+_{q_2-\sigma'}, & \text{если } |K_1-K_2|=K, \\ \overline{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\alpha^+_{q_2\sigma'}\alpha^+_{q_1\sigma'}, & \text{если } |K_1+K_2|=K; \end{cases} \tag{П.1}$$

$$a^{(+)}(q_1q_2;\,K\sigma) =$$

$$= \begin{cases} \widetilde{a}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha^+_{q_2-\sigma'}, & \text{если } |K_1-K_2|=K, \\ \overline{a}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^+_{q_2\sigma'}\alpha^+_{q_1\sigma'}, & \text{если } |K_1+K_2|=K; \end{cases} \tag{П.2}$$

$$\begin{gathered} \widetilde{a}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sigma\chi(q_1q_2)\,\widetilde{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma), \\ \overline{a}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \sigma\overline{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma). \end{gathered} \tag{П.3}$$

$$\chi(q_1q_2) = -\chi(q_2q_1), \qquad \chi^2(q_1q_2) = 1,$$

$$\chi(q_2q_1)\,a^+(q_1q_2;\,K\sigma) = -\,a^+(q_1q_2;\,K\sigma) = a^+(q_2q_1;\,K\sigma);$$

$$\delta_{\sigma_1K_1+\sigma_2K_2,\,\sigma K} = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_1K_1+\sigma_2K_2 = \sigma K, \\ 0, & \text{если } \sigma_1K_1+\sigma_2K_2 \neq \sigma K, \end{cases}$$

для всех $K > 0$, $\sigma = \pm 1$. После простых преобразований выразим операторы $\widetilde{A}(q_1q_2;\,K\sigma)$, $\overline{A}(q_1q_2;\,K\sigma)$ и $a(q_1q_2;\,K\sigma)$ через фононный оператор (2.5):

$$\widetilde{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{1-\mathrm{i}\sigma}{\sqrt{2}}\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0-\sigma}\right],$$

$$\overline{A}^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{1-\mathrm{i}\sigma}{\sqrt{2}}\,\chi(q_1q_2)\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0-\sigma}\right], \tag{П.4}$$

$$a^+(q_1q_2;\,K\sigma) = \frac{\sigma-\mathrm{i}}{\sqrt{2}}\,\chi(q_1q_2)\sum_{i_0}\left[\psi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0\sigma} + \phi^{Ki_0}_{q_1q_2}Q^+_{Ki_0-\sigma}\right].$$

$$B(q_1q_2;\,K\sigma) = \begin{cases} \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\,\sigma K}\,\alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2\sigma'}, & \text{если } |K_1-K_2| = K, \\ \sum\limits_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\,\sigma K}\,\sigma'\alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2-\sigma'}, & \text{если } |K_1+K_2| = K. \end{cases} \tag{П.5}$$

$$B(q_1q_2; K=0) = \sum_\sigma \alpha^+_{q_1\sigma}\alpha_{q_2\sigma},$$

$$\mathcal{B}(q_1q_2; K\sigma) = \begin{cases} \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1-K_2),\sigma K}\, \sigma'\alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2\sigma'}, & \text{если } |K_1-K_2| = K, \\ \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K_1+K_2),\sigma K}\, \alpha^+_{q_1\sigma'}\alpha_{q_2-\sigma'}, & \text{если } |K_1+K_2| = K. \end{cases} \tag{П.6}$$

Матричные элементы мультипольных и спин-мультипольных операторов выражаются следующим образом:

$$f_n^{\lambda K}(q_1q_2) = \langle q_1 | R_n^\lambda(r) Y_{\lambda K}(\theta\phi) | q_2\rangle =$$
$$= \begin{cases} \tilde{f}_n^{\lambda K}(q_1q_2), & \text{если } |K_1-K_2| = K; \\ \bar{f}_n^{\lambda K}(q_1q_2)\,\chi(q_1q_2), & \text{если } |K_1+K_2| = K; \end{cases} \tag{П.7}$$

$$\begin{gathered} f_n^{L\pm1LK}(q_1q_2) = \langle q_1 | R_n^{L\pm1}(r)\, \{\sigma Y_{L\pm1}(\theta\phi)\}_{LK} | q_2\rangle, \\ f_n^{\lambda\lambda K}(q_1q_2) = \tilde{f}_n^{\lambda\lambda K}(q_1q_2)\,\chi(q_1q_2) + \bar{f}^{\lambda\lambda K}(q_1q_2). \end{gathered} \tag{П.8}$$

Для простых сепарабельных взаимодействий с радиальной зависимостью $R(r) = \dfrac{\partial V(r)}{\partial r}$, где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона, матричные элементы имеют вид

$$f^{\lambda K}(q_1q_2) = \left\langle q_1 \left| \frac{\partial V(r)}{\partial r} Y_{\lambda K}(\theta\phi) \right| q_2 \right\rangle, \tag{П.9}$$

$$f^{L\pm1LK}(q_1q_2) = \left\langle q_1 \left| \frac{\partial V(r)}{\partial r} \{\sigma Y_{L\pm1}(\theta\phi)\}_{LK} \right| q_2 \right\rangle. \tag{П.10}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

$$b_{g_1g_2g_3} = \frac{1}{6}\frac{(1+\delta_{g_1g_2}+\delta_{g_2g_3}+\delta_{g_1g_3}+2\delta_{g_1g_2}\delta_{g_1g_3})^{1/2}}{[1+\frac{1}{2}\delta_{K_00}(3-\delta_{\mu_10}-\delta_{\mu_20}-\delta_{\mu_30}]^{1/2}}, \tag{П.11}$$

$$\mathcal{K}^{K^0}(g_2\lambda_1\mu_1 i_1' | \lambda_1\mu_1 i_1 g_2) = -\delta_{\mu_1+\mu_2, K_0}\frac{1}{1+\delta_{g_1g_2}} \times$$

$$\times \sum_{q_1q_2q_3q_4} \delta_{K_2K_3} \left[\psi_{q_1q_3}^{\lambda_1\mu_1i_1'} \psi_{q_1q_2}^{\lambda_1\mu_1i_1} \psi_{q_4q_2}^{q_2} \psi_{q_4q_3}^{q_2} - \phi_{q_1q_3}^{\lambda_1\mu_1i_1'} \phi_{q_1q_2}^{\lambda_1\mu_1i_1} \phi_{q_4q_2}^{q_2} \phi_{q_4q_3}^{q_2} \right] \times$$

$$\times \left[\delta_{K_1-K_2,\mu_1} \delta_{K_4-K_2,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1} \delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1} \delta_{K_2+K_4,\mu_2} + \right.$$

$$\left. + \delta_{K_1+K_2,\mu_1} \delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_1+K_2,\mu_1} \delta_{K_2+K_4,\mu_2} \right], \qquad (\text{П.12})$$

$$\mathcal{K}^{K^0}(g_2\lambda_1\mu_1 i_1' \,|\, \lambda_1\mu_1 i_1 g_2) = -\delta_{\mu_1-\mu_2, K_0} \frac{1}{1+\delta_{g_1g_2}} \times$$

$$\times \sum_{q_1q_2q_3q_4} \delta_{K_2K_3} \left[\psi_{q_1q_3}^{\lambda_1\mu_1i_1'} \psi_{q_1q_2}^{\lambda_1\mu_1i_1} \psi_{q_4q_2}^{q_2} \psi_{q_4q_3}^{q_2} - \phi_{q_1q_3}^{\lambda_1\mu_1i_1'} \phi_{q_1q_2}^{\lambda_1\mu_1i_1} \phi_{q_4q_2}^{q_2} \phi_{q_4q_3}^{q_2} \right] \times$$

$$\times \left[\delta_{K_1-K_2,\mu_1} \delta_{K_2-K_4,\mu_2} + \delta_{K_2-K_1,\mu_1} \delta_{K_4-K_2,\mu_2} + \right.$$

$$\left. + \delta_{K_1-K_2,\mu_1} \delta_{K_2+K_4,\mu_2} + \delta_{K_1+K_2,\mu_1} \delta_{K_4-K_2,\mu_2} \right], \qquad (\text{П.13})$$

$$U_{g_1g_2}^{g_0} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{\tau} \sum_{qq'}{}^{\tau} \left\{ V_{n\tau}^{g_1}(qq') T_{qq';\mu_1}^{g_0,g_2} + V_{n\tau}^{g_2}(qq') T_{qq';\mu_2}^{g_0,g_1} \right\}, \qquad (\text{П.14})$$

$$T_{qq';\mu_1}^{g_2,g_0} = \sum_{q_3}{}^{\tau} (\psi_{q_3q'}^{g_0} \psi_{q_3q}^{g_2} + \phi_{q_3q'}^{g_0} \phi_{q_3q}^{g_2})\, \theta_{KK'K_3}^{\mu_1\mu_2K_0} (1 + \delta_{K_00})\,(1 + \delta_{K_00}(1 - \delta_{\mu_10})),$$

где $\theta_{KK'K_3}^{\mu_1\mu_2K_0} = -1$, если $K + K' = \mu$, или $K_3 + K' = \mu$, или $\mu_1 + \mu_2 = K_0$, или $\mu_1 - \mu_2 = K_0$, и равна 1 в остальных случаях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Соловьев В.Г.** — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
2. **Soloviev V.G.** — Prog. Part. Nucl. Phys., 1987, vol.19, p.107.
3. **Соловьев В.Г.** — Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоиздат, 1989 (English translation Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992).
4. **Soloviev V.G.** — Z.Phys.A-Hadrons and Nuclei, 1991 vol.338, p.271.
5. **Soloviev V.G.** — Prog. Part. Nucl. Phys., 1992, vol.28.
6. **Yamaguchi Y.** — Phys.Rev., 1954, vol.95, p.1628.
7. **Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю.** — ЯФ, 1992, т.55, с.2359; Nucl.Phys., 1992, vol.A542, p.410.
8. **Soloviev V.G.** — Z.Phys., 1989, vol.334, p.143.

9. Караджов Д., Соловьев В.Г., Сушков А.В. — Изв. АН СССР сер.физ., 1989, т.53, с.2150.
10. Ragnarsson I., Broglia R.A. — Nucl.Phys., 1976, vol.A263, p.263, p.315.
11. Соловьев В.Г., Сушков А.В., Ширикова Н.Ю. — ЯФ, 1991, т.53, с.101; 1991, т.54, с.1232.
12. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Z.Phys., 1993, vol.A345, p.155.
13. Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu. — J.Phys. G, 1994, vol. 20, p.113.
14. Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu. — Nucl. Phys. A, 1994 (to be published).
15. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Preprint INS-Rep. 927, University of Tokyo, 1992.
16. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu. — Z.Phys., 1989, vol.A334, p.149.
17. Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю. — Изв. АН СССР сер. физ., 1990, т.54, с.818.
18. Suzuki T., Sagawa H. — Prog. Theor. Phys., 1981, vol.65, p.565.
19. Soloviev V.G., Sushkov A.V. — Phys.Lett., 1991, vol.B262, p.189.
20. Piepenbring R., Jammari M.K. — Nucl. Phys., 1988, vol.A481, p.81.
21. Нестеренко В.О., Соловьев В.Г., Халкин А.В. — ЯФ, 1980, т.32, с.1209.
22. Karadjov D., Voronov V.V., Catara F. — Phys. Lett., 1993, vol.B306, p.197.
23. Soloviev V.G., Malov L.A. — Nucl.Phys., 1972, vol.A196, p.433.
24. Кырчев Г., Соловьев В.Г. — ТМФ, 1975, т.22, с.244.
25. Урин М.Г., — Релаксация ядерных возбуждений. М.: Энергоатомиздат, 1991.
26. Бор А., Моттельсон В. — Структура атомного ядра. М.: Мир, 1971, т.1.