

СИГНАЛ, ДАННЫЕ И ИНФОРМАЦИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

С.Г.Басиладзе

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

ВВЕДЕНИЕ	634
Отличительные черты и понятия информатики.	635
СИГНАЛ, ЕГО ПОРОГОВАЯ И ПРЕДЕЛЬНАЯ ПОСТОЯННЫЕ	638
Сигнал в микромире	646
ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И ВИДЫ ПОВТОРОВ В ФУНКЦИИ ОТОБРАЖЕНИЯ	652
Получение данных	652
Выделение информации	656
ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ	663
Компрессия данных	665
Компактизация данных	666
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	668
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	669

СИГНАЛ, ДАННЫЕ И ИНФОРМАЦИЯ В ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

С.Г.Басиладзе

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

В обзоре рассматриваются вопросы получения информации о физических явлениях. Большое внимание уделено анализу процесса отображения — как воздействию и восприятию сигналов, так и их последующей дискретизации. Исходя из информационных пороговых и предельных соотношений обсуждается возможная форма и параметры сигналов в процессах взаимодействия в микромире.

Поскольку воспринимаемый сигнал принципиально неточно определен, показано, как получить основные соотношения о количестве данных и содержащейся в них информации на основе «анализа целых чисел», не прибегая к классическим математическим понятиям бесконечно малых и бесконечных процедур. Кратко рассмотрены основные практические приемы кодирования информации.

The problems of information getting about the physical phenomena are described. The analysis of a signal affecting from a source side and signal sensing from receiver side is the first point analysed in detail, the second one is the signal discretization rules. The «micro»-signal parameters and their possible shape in the microcosm are discussed as it follows from the so-called «threshold» and «up-limit» boundary informatics relations.

It is shown how to get the main equations for the amount of data and information they contain basing on the analysis of «integer variables» (without using formal mathematics infinitesimal values and infinite procedures).

The main practical methods of data conversion (coding) to the information are described shortly.

ВВЕДЕНИЕ

Понятия энтропии, сигнала и информации достаточно давно известны, подробно исследованы и описаны в большом числе публикаций [1–35]. Попробуем, однако, провести небольшой эксперимент и предложить читателю ответить на следующие простые вопросы:

1) Информация, как известно, измеряется в «кусочках» — битах: 1,2,3,...; может ли количество информации, получаемое при одном измерении, быть много меньше 1 бита?

2) Может ли в совокупности равномерно распределенных (равновероятных) отсчетов содержаться пренебрежимо малое количество информации?

3) Можно ли в реальном времени передать по линии связи сигнал с полосой частот существенно большей, чем полоса пропускания линии?

4) Увеличится ли количество информации, если в тексте сообщения случайным образом переставить буквы местами, т.е. превратить его в шум?

Значительная доля ошибочных ответов «нет», дающихся обычно на эти вопросы, заставляет задуматься, почему возникают подобные неточности и ошибки (а список тестовых вопросов легко продолжить), когда речь заходит об информации. Можно указать на следующие причины:

а) разбросанность сведений, касающихся информационных категорий, по различным естественным дисциплинам (теория связи, статистическая физика, квантовая механика и т.д.), в результате чего у заинтересованного, но профессионально узко ориентированного читателя не вырабатывается набора понятий, обладающего необходимой начальной полнотой;

б) сложный, с громоздкой математикой язык описания (чем особенно грешат отечественные издания), призванный создать иллюзию строгости изложения, по существу, частных вопросов (например, только стационарного поведения моделей), ограниченно адекватных процессам реального мира;

в) неправомерный перенос частных суждений на более общие положения, возникающий как следствие первых двух причин.

Целью настоящей работы было желание обобщить материал, содержащийся в литературе, и дать по возможности полное, простое и последовательное изложение теоретических закономерностей получения измерительной информации в ядерной физике. Несмотря на большую историю, далеко не все в этой области нашло свое разрешение. Например, до сих пор неясно, что представляет из себя сигнал в микромире. Здесь сделана попытка хотя бы частично осветить подобные вопросы и привлечь внимание к их решению.

Анализ литературных источников имел также цель — показать основные информационные положения и связи между ними с тех сторон, которые обычно остаются в тени; вследствие этого принятый способ изложения и, частично, терминология не всегда совпадают с традиционными.

Отличительные черты и понятия информатики. Имеется определенное сходство между математикой и информатикой. Если остальные естественные науки имеют предметно определенные области исследований (физика, химия, астрономия), то математика и информатика выражают общие численные и логические закономерности в явлениях природы и деятельности человека. Разница между ними, однако, в том, что если математические модели в значительной мере умозрительны (они не обязаны реально существовать), то информационные модели строятся «по правилам» реального мира. Так, аппарат классического математического анализа базируется на понятии бесконечно малой величины и процедуре «предельного перехода», когда то или иное определение (например, иррационального числа) вводится как устанавливающееся значение определяющей функции на бесконечном числе (бесконечно малых) шагов. В этом «умении обращаться с бесконечностями» и состоит, по словам Пуанкаре, могущество математики.

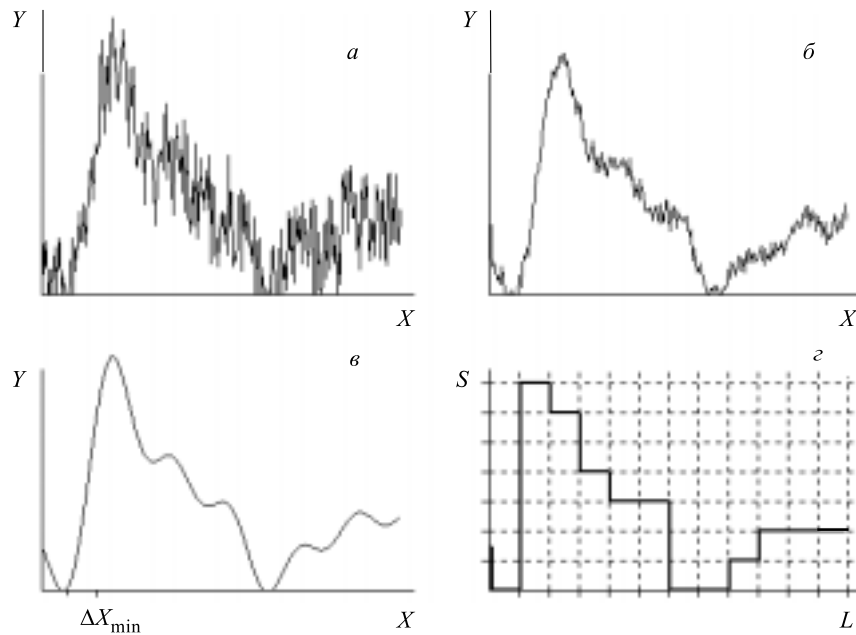


Рис. 1. Сигнал как отображение реально происходящих процессов или явлений: а) сигнал при наличии шумов; б) фильтрация шума в сигнале медленным регистратором (интегрируются 20 предыдущих значений); в) исходная математическая функция $y(x)$; г) дискретизованная логическая функция $S(L)$

Информатика же изначально имеет дело лишь с ограниченными и принципиально неточно определенными величинами. Приведем простой пример: всегда имеющиеся (но, конечно, допустимые по величине) погрешности вычислений на компьютере не влияют на сущность полученного результата.

Аналоговое отображение того или иного процесса или явления в реальном масштабе времени можно назвать сигналом или функцией отображения. Понятие сигнала подразумевает определенную процедуру воздействия со стороны источника и процедуру восприятия со стороны приемника информации. Воспринимаемый сигнал (см.рис.1) никогда точно не соответствует сигналу источника в силу ряда причин:

1) несоответствие характеристик приемника и источника (например, сигнал источника может нести гораздо больше информации, чем способен воспринять приемник);

2) даже при оптимальном согласовании характеристик часть сигнала «расходуется на обеспечение» процесса восприятия;

3) процесс воздействия сигнала часто бывает не изолированным от других случайных по отношению к нему процессов (т.е. шумов);

4) сам источник, особенно в микромире, может приносить внутреннюю неопределенность (внутренний шум), которая «размывает» воспринимаемый сигнал.

Принципиальная допустимость разброса сигналов делает (см. рис.1,2) возможной процедуру дискретизации, т.е. введения фиксированных, базовых состояний функции отображения, отстоящих друг от друга на интервалы, сопоставимые с величиной разброса. Поскольку указанные интервалы имеют определенные размеры, число состояний аргумента функции и самой функции отображения оказывается конечным. Ограниченность числа состояний позволяет ввести указатель на каждое из них, т.е. код состояния. Наиболее экономичная система указателей на весь набор состояний строится по древовидному, иерархическому принципу последовательного деления на группы, подгруппы и т.д., в результате чего длина указателя есть логарифм общего числа состояний. Полученное дискретное отображение выглядит как набор знаков, чаще всего цифровых, которые принято называть данными (измерения, эксперимента).

Коды состояний, повторяющихся чаще других, занимают основной объем в данных. Принцип минимума усилий — «клади ближе то, что нужно чаще» — подсказывает, что для сокращения общего объема данных надо:

а) использовать начальное знание или знание, приобретенное в процессе восприятия, для выделения интенсивно повторяющихся состояний;

б) использовать коды переменной длины — меньшей для более интенсивно повторяющихся состояний или вводить макросы — группы повторяющихся сочетаний состояний.

Достижимый в пределе код минимально возможного объема и является информацией.

Количество информации практически совпадает с количеством данных (максимально) в двух случаях:

1) при короткой передаче и полном отсутствии начального знания о распределении состояний по темпу их повторения;

2) при полностью случайном и равномерном распределении состояний, т.е. в шуме (ответ на четвертый вопрос в начале введения).

Если распределение состояний равномерное, но не случайное, то количество информации может быть малым (ответ на второй вопрос), поскольку информация является мерой неожиданности состояний. Как видим, понятие информации (рис.2) является сложным и охватывает целую цепочку промежуточных понятий. Как показано на рис.2, оно применимо как средство отображения поведения различных природных объектов. Этим же закономерностям подчинены и процессы наблюдения, регистрации, поскольку в них целенаправленно используются свойства природных взаимодействий. Наконец, информацион-



Рис. 2. Структура представлений, входящих в понятие информации

ные закономерности используются в создаваемых человеком системах передачи и хранения сведений и знаний.

После приведенного выше краткого перечня информационных понятий рассмотрим каждое из них и связи между ними более подробно.

1. СИГНАЛ, ЕГО ПОРОГОВАЯ И ПРЕДЕЛЬНАЯ ПОСТОЯННЫЕ

Обсуждаемые ниже положения базируются на следующих общих информационных принципах:

1) объекты нашего мира воспринимаемы (регистрируемы) для наблюдателя и друг для друга, поэтому их взаимодействие можно представить, как процесс обмена сигналами;

2) процесс взаимодействия всегда происходит с обменом конечного количества информации.

Условия конечности информации в сигнале. Указанные принципы подразумевают наличие у каждого природного явления определенных пороговых и предельных ограничений [36]. Так, когда мы узнаем в результате опыта (отсчета), что интересующая нас точка на «большом» интервале ΔY лежит

в пределах небольшого интервала Δy , то приобретаемое нами количество информации [20]

$$I \leq \log(\Delta Y / \Delta y). \quad (1)$$

Конечность количества информации (1) требует, чтобы ΔY не была больше некоторого предела, а Δy не была меньше некоторого порога, задаваемого конкретными условиями измерения.

Исходя из (1) нетрудно понять, что произвольная функция $y(x)$ может нести «трижды бесконечное» количество информации, поскольку

- 1) любая ее точка может принимать бесконечное значение ($\Delta Y \rightarrow \infty$);
- 2) каждая точка не имеет размера ($\Delta y \rightarrow 0$);
- 3) на любом конечном интервале Δx содержится бесконечное количество точек.

Зададимся вопросом: какие ограничения необходимо наложить на математическую функцию $y(x)$, если мы хотим представить ее как реальный сигнал? Для того чтобы отображать реальный сигнал, функция $y(x)$ должна иметь предельное ограничение по амплитуде (вытекает из первого пункта):

$$\Delta Y \leq \sqrt{R_S} \quad (2)$$

и удовлетворять пороговому ограничению (вытекающему из второго и третьего пунктов):

$$\Delta x \Delta y \geq \sqrt{Q_S}, \quad (3)$$

здесь R_S и Q_S — предельная и пороговая информационные постоянные сигнала.

Еще одно ограничение следует из самой природы сигнала — переменные x и y могут иметь самую различную размерность и физический смысл, но обязательно выполнение следующего условия: квадрат функции, умноженный на приращение аргумента, должен быть равен изменению энергии сигнала:

$$dE = y^2 dx. \quad (4)$$

Смысл формально введенных в (2), (3) квадратных корней и состоит в том, что информационные постоянные R и Q связаны с величинами энергии (с y^2).

Из (2), (3) следует, что полный перепад значений функции ΔY занимает минимальный и конечный интервал значений аргумента:

$$\Delta x_{\min} \geq \sqrt{Q_S / R_S}. \quad (5)$$

Это условие задает информационно обоснованную единицу длины, означающую, что на интервалах, меньших Δx_{\min} , детали поведения функции не являются определяемыми и не несут поэтому никакой информации.

Ввиду распространенности сигнала по оси абсцисс (5) мы будем пользоваться понятием его спектра, вводя следующие обозначения: χ — переменная, обратная x по размерности ($[\chi] = [1/x]$); $G(\chi)$ — спектральная плотность амплитуды сигнала. Тогда условие (5) означает ограниченность ширины спектра сигнала (по χ).

Функциональная схема регистрирующего прибора. Каждый реальный физический прибор обладает свойством ограниченности быстродействия, т.е. не может реагировать на сколь угодно короткий сигнал. Очевидно также, что для регистрации сигнала объект должен получить от него определенную энергию. Поэтому суть процесса можно отобразить [37,38] с помощью обобщенной функциональной схемы, показанной на рис.3 и включающей два принципиальных узла:

1) фильтр (пропускатель) нижних гармоник сигнала, отражающий инерционность прибора;

2) узел «функционального преобразования», требующий поступления определенной энергии на его вход (в простейшем случае, показанном на рис.3, это дискриминатор наличия или отсутствия сигнала).

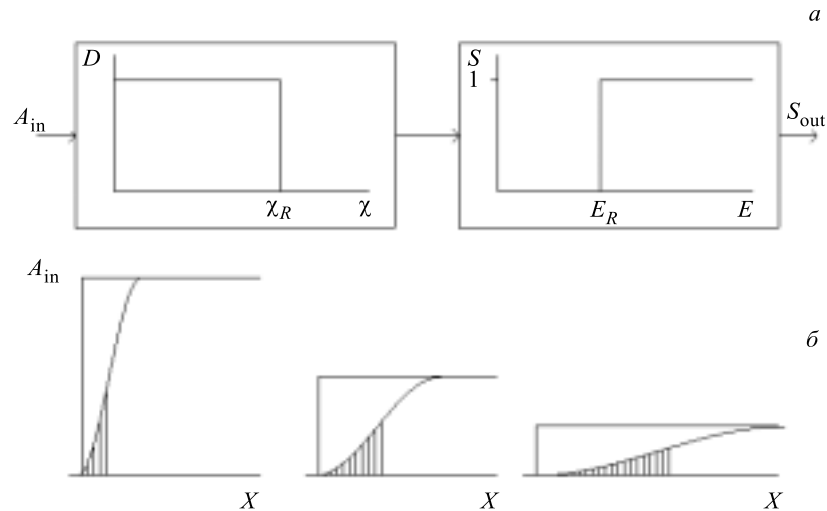


Рис. 3. Действие регистратора: а) функциональная схема, состоящая из фильтра нижних гармоник $\chi < \chi_R$ и элемента преобразования энергии сигнала в выходную величину (дискриминатора); б) механизм задержки срабатывания — фильтр регистратора интегрирует входной (ступенчатый) сигнал, область энергии, требующейся функциональному преобразователю, заштрихована, конец заштрихованной зоны есть момент срабатывания регистратора

Отношение необходимой входной энергии E_R к полосе пропускания фильтра χ_R :

$$Q_R = E_R/\chi_R \quad (6)$$

есть информационная пороговая постоянная прибора. В [37] показано, что для того, чтобы сигнал с пороговым параметром $Q_S = E_S x_S$ (3) воспринимался, необходимо, помимо очевидного $E_S \geq E_R$, выполнение обязательного условия

$$Q_S \geq Q_R. \quad (7)$$

Постоянная Q_R определяет не только минимальный порог регистрации, но и приращение энергии сигнала, которое может быть зарегистрировано. Другими словами, пороговое условие (6) определяет разрешение измерительного прибора.

Соотношение вида (6) было получено Гейзенбергом [24] при анализе проблемы достижимого разрешения прибора (микроскоп Гейзенберга); им было показано, что минимальной природной величиной для Q_R в случае электромагнитных сигналов является постоянная Планка.

Достигнутый в настоящее время массовый технологический уровень производства, например, электронных компонентов можно охарактеризовать как «один вольт — один миллиампер — одна наносекунда», что на ~ 13 десятичных порядков выше постоянной Планка. Можно указать [39] на некоторые технические следствия существования информационного порога:

- 1) эффект «гуляния» по времени выходного импульса регистратора при изменении амплитуды ступенчатого входного сигнала (см. рис. 3,б);
- 2) обязательность существования некоторого конечного перекрытия сигналов для начала выделения их совпадения.

Пороговое соотношение неопределимости (6), хотя оно и получено для измерительного прибора, имеет гораздо более широкий смысл как обобщенное условие восприятия. Поэтому далее мы будем называть регистратором любой объект, обладающий способностью восприятия.

Представление простого сигнала функцией отсчетов. Схема, приведенная на рис. 3, дает возможность сделать заключение об оптимальной форме сигнала: он должен иметь плоский спектр гармоник (совпадающий по ширине с χ_r). Кроме того, сигнал должен иметь минимальную энтропию, т.е. максимальную упорядоченность, для чего все его гармоники должны совпадать (сходиться) «горбами» синусоид в одной точке. Функция вида $\sin(x)/x$, удовлетворяющая этим условиям, называется в информатике функцией отсчетов [23], она имеет колоколообразный вид и показана на рис. 4,б. В дальнейшем мы будем называть сигнал подобной формы простым, имея в виду, что возможны сигналы с более сложным спектром.

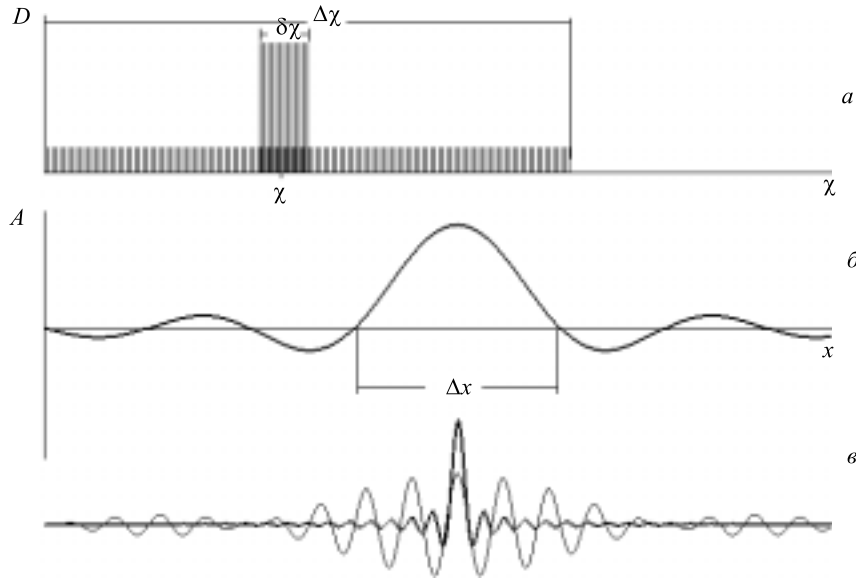


Рис. 4. Спектры частот: *a*) широкополосного и узкополосного синусоидальных пакетов (ширина спектра узкополосного пакета в 5 раз меньше несущей частоты, его спектральная плотность для наглядности увеличена в 5 раз); *б*) широкополосный пакет — функция отсчетов $\sin(2\pi x)/2\pi x$; *в*) широкополосный и узкополосный пакеты в уменьшенном в 10 раз масштабе времени

Некоторые свойства функции отсчетов. Функция отсчетов является широкополосным (спектр начинается с нулевой гармоники — рис. 4,*a*) пакетом косинусоид (или сфазированных синусоид). Она может быть представлена в следующем виде:

$$\phi(x) = A[\sin(2\pi\Delta\chi x)/(2\pi\Delta\chi x)], \quad (8)$$

где A — амплитуда функции отсчетов (высота ее центрального пика). Далее χ понимается как центральная (несущая) гармоника спектра, имеющего ширину $\Delta\chi$: $\chi = \Delta\chi/2$, см. рис. 4,*a,б*.

Характеристическая ширина центрального пика (рис. 4,*б*) связана с шириной спектра функции отсчетов:

$$\Delta x = 1/\Delta\chi; \quad (9)$$

а его амплитуда связана со спектральной плотностью амплитуды G :

$$A = 2G\Delta\chi. \quad (10)$$

Энергия пакета синусоид может быть представлена двумя способами:

$$E = A^2 \Delta x / 2 = R \Delta x / 2, \quad (11)$$

$$E = 2G^2 \Delta \chi = 2Q \Delta \chi; \quad (12)$$

это означает, что для функции отсчетов

$$E = AG. \quad (13)$$

Как видим, пороговая и предельная постоянные простого сигнала имеют следующий смысл: R — показатель содержания энергии в «единице размера» (11); Q — показатель содержания энергии в «единице спектра» (12).

Приравняв (11) и (12) с учетом (9), нетрудно получить [37] связь между пороговым и предельным параметрами в функции отсчетов:

$$R = Q / (\Delta x / 2)^2, \quad (14)$$

переходящую в (5) для $\Delta x_{\min} = \Delta x / 2$. Из (11) прямо следует, что обобщенное предельное соотношение при описании сигнала функцией отсчетов принимает следующий вид:

$$E \Delta \chi = R_{\max} / 2. \quad (15)$$

Обобщенное пороговое соотношение из (9) и (12) выражается следующим образом:

$$E \Delta x = 2Q_{\min}. \quad (16)$$

Разложение сложных сигналов на простые. Из соображений конечности энергии спектральная плотность произвольного сигнала в области нижних гармоник должна быть ограничена некоторой величиной — G_m . В области высших гармоник спектр одиночного произвольного сигнала является бесконечным [23], но из тех же соображений конечности энергии он должен быть ограничен гиперболой. Тогда:

$$G(\chi) \leq G_m \cdot \Delta \chi_m / \chi, \quad (17)$$

где $\Delta \chi_m$ — ширина спектра сигнала с плотностью амплитуды $\sim G_m$.

Площадь сигнала, т.е. его интеграл (усреднение с учетом знака), всегда равна G_0 — спектральной плотности амплитуды его нулевой гармоники [23]. Квадрат спектральной плотности Q_S можно назвать действием простого сигнала (если сигнал является функцией времени, то квадрат спектральной плотности амплитуды имеет размерность величины, называемой в механике «действием»). Следует обратить особое внимание на то, что пороговая информационная постоянная Q_R есть порог действия сигнала (6).

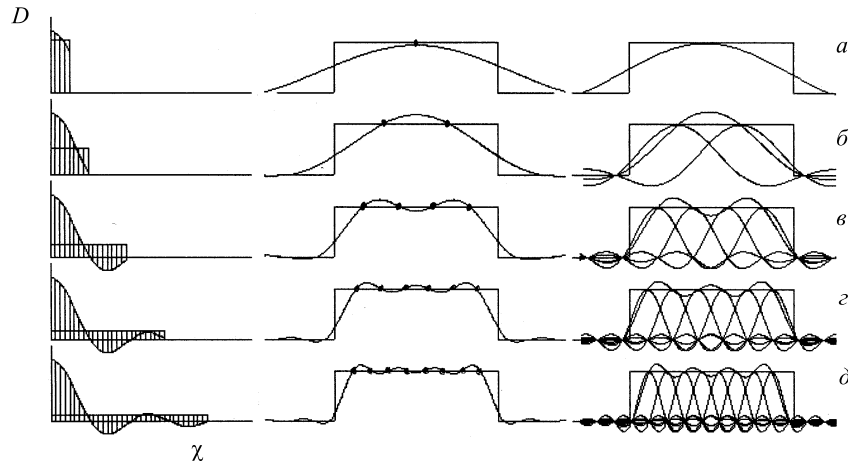


Рис. 5. Представление постоянной функции (прямоугольного сигнала) с помощью интеграла Фурье и функций отсчетов Котельникова; левая колонка — спектр частот прямоугольной функции (имеет вид $\sin(\chi)/\chi$ в расширяемом по закону $1/2, 1, 2, 3, 4, \dots$ спектральном диапазоне, показан также плоский спектр функции отсчетов ($Q \rightarrow 0$ при возрастании ее номера); средняя колонка — представление Фурье; правая колонка — представление Котельникова; разница между исходным (прямоугольным) и «воспринятым» (аппроксимирующим) сигналами показывает диапазон возможных подпороговых отклонений функции отображения

Пороговое ограничение по G^2 (12) дает условие обрезания спектра произвольного сигнала (5) и меру погрешности при выражении последнего суммой простых сигналов. Воспринятый сигнал (с заведомо ограниченным спектром) разлагается на простые математически точно согласно теореме Котельникова [23]. Для примера на рис. 5 показана серия разложений прямоугольного импульса на функции отсчетов с последовательно расширяющейся шириной спектра и уменьшающейся пороговой постоянной. Чем меньше Q , тем точнее совокупность простых сигналов описывает функцию $y(x)$. В пределе при $Q \rightarrow 0$ ($\Delta\chi \rightarrow \infty$) информационное описание совпадает с математическим. Последнее имеет явную аналогию с утверждением, впервые высказанным Планком [40], что при $h \rightarrow 0$ квантово-механическое описание приводит к формулам классической физики.

Дельта-функция отсчетов. Дельта-функция Дирака [41] может быть представлена как функция отсчетов (8) с неограниченно растущей шириной спектра. Особенность дельта-функции Дирака, как известно, в том, что ее площадь приравняется единице. Из условия нормировки в формуле для $\delta_D(x)$

появляется обратная спектральная плотность амплитуды:

$$\delta_{\text{д}}(x) = \phi(x)/G, \text{ при } \Delta\chi \rightarrow \infty, \quad (18)$$

тогда

$$E_{\text{д}} = A/G, \quad A \rightarrow \infty. \quad (19)$$

Дельта-функции $\delta(x)$, не нормированные на единицу, могут быть подразделены по величине действия на подпороговые и надпороговые для конкретного регистратора. Хотя одиночная подпороговая дельта-функция и имеет бесконечную энергию (13), она не воспринимается регистратором. Надпороговая дельта-функция «теряет» в фильтре регистратора (рис. 3) все верхние гармоники (и связанную с ними энергию) и воздействует на регистратор как сигнал конечной энергии (12) протяженностью $\Delta x_R = 1/\Delta\chi_R$.

Шум, его действие и интенсивность. Функция отображения, принимающая случайные значения, с точки зрения теории сигналов является шумом. Математически «белый» — спектрально неограниченный шум — может быть представлен как совокупность дельта-функций, случайно распределенных по оси X [23]. Тогда параметрами шума являются действие образующих его дельта-функций и средняя интенсивность их появления на интервале Δx_R .

Если дельта-функции появляются достаточно редко, то регистратор срабатывает на каждую из них в отдельности (дробовой шум [1]), либо не срабатывает вовсе, когда дельта-функции подпороговые. Примером надпорогового дробного шума является выходной шум ФЭУ.

Если же шум интенсивный (средний интервал между дельта-функциями много меньше Δx_R), то для регистратора он представляет собой непрерывную кривую, являющуюся суммой огибающих фильтрованных дельта-функций. Мгновенное значение амплитуды непрерывного шума распределено по закону Гаусса [17]. Тепловой шум в электронных компонентах [2] является интенсивным шумом. Он надпороговый, поскольку постоянная восприятия электронного регистратора может быть сделана достаточно малой (на уровне $10^6 h$ и ниже). Напротив, непрерывный тепловой шум движения молекул воздуха является для человеческого уха подпороговым (порог восприятия $\sim 10^{11} h$).

Если действие шума не намного ниже порога, то имеется значительная вероятность регистрации его пиков как дробового шума [18]. Эти пики образуются при случайных наложениях нескольких фильтрованных дельта-функций друг на друга, и их суммарное действие может стать выше порога восприятия. Таким шумом является тепловое движение молекул газа или жидкости для броуновских частиц.

И, наконец, если шум имеет весьма высокую интенсивность, то даже при подпороговом действии для регистратора он является сигналом практически постоянной величины, т.к. в силу весьма высокой множественности

наложений фильтрованных дельта-функций гауссовский разброс суммарной амплитуды становится весьма малым. Примером тому является постоянный электрический ток. Эффект сглаживания шума (см. рис. 1, а, б) проявляется тем сильнее, чем уже спектр пропускания регистратора $\Delta\chi_R$. Если образующие высокоинтенсивный шум дельта-функции двуполярны (его интегральное воздействие равно нулю), то медленный регистратор практически не воспринимает такой шум.

Сигнал в микромире. В классическом макромире можно получить практически бесконечное количество сигналов об объекте или от объекта, не изменяя видимым образом его сущности. Это связано с тем, что информационная пороговая постоянная предполагается бесконечно (пренебрежимо) малой.

В микромире, как известно, нельзя получить сведений о частице, не изменив существенно ее состояния. С позиций информатики истинно элементарной можно назвать частицу, если она является носителем порогового сигнала о самой себе и для восприятия (регистрации) необходима, в частности, вся ее энергия. Ясно, что кандидатами в эту категорию являются прежде всего частицы — переносчики полей, например фотоны.

Необычность порогового микросигнала состоит в том, что его форма не может быть прямо подтверждена экспериментом, ибо для измерения амплитуд его (последовательных) частей требуются инструменты с недостижимой подпороговой чувствительностью.

Какие физические величины являются Q - и R -постоянными. Физически величиной y является (4) корень квадратный из плотности энергии E , а величиной x могут быть координата r или время t .

Координате обратно волновое число k ; в этой паре (с энергией) R -постоянную предельной координатной плотности энергии мы будем обозначать через D (d в микромире), а пороговую Q -постоянную, имеющую размерность $[E \cdot r]$, мы будем обозначать через B (b в микромире).

Времени обратна частота ω ; здесь R -постоянная имеет размерность мощности P , а Q -постоянной является действие H (h в микромире). Заметим, что k и ω в отличие от χ являются круговыми спектральными переменными ($k, \omega \rightarrow 2\pi\chi$).

Постоянные B и D связаны только с пространственной координатой; это означает, что пороговое условие (16) и предельное (15) должны существовать для статических физических явлений.

В движении координата и время приобретают взаимную связь через скорость: $U = r/t$, соответственно, появляется взаимосвязь между упомянутыми парами граничных постоянных: $H = B/U$ и $P = DU$, тогда

$$B/H = P/D = U. \quad (20)$$

Другими словами, стационарный B, D -пакет синусоид (8) в (равномерном) движении приобретает H - и P -постоянные. С другой стороны, волновой пакет изначально обладает всеми четырьмя граничными постоянными.

Из четырех величин D, B, P, H в качестве известных предельных или пороговых констант уверенно можно указать только последнюю — это постоянная Планка h . Предельная физическая величина — скорость света c не входит прямо в число граничных информационных постоянных; однако формула (20) показывает, что при заданных h и d она определяет максимально возможные величины b и P :

$$b = hc, \quad (21)$$

$$P = dc. \quad (22)$$

Постоянные центрально-симметричного поля. Для иллюстрации приведенных выше положений рассмотрим [37], как могут выглядеть пороговые и предельные постоянные в законах Ньютона и Кулона, т.е. в центрально-симметричном поле вида

$$F = q_m^2/r^2, \quad (23)$$

здесь q_m — обобщенный заряд, которому соответствуют полевая масса m (т.е. энергия $E_m = mc^2$) и классический радиус $r_m = q_m^2/E_m$. Предельная концентрация энергии поля и, соответственно, предельная информационная постоянная:

$$d_m = E_m/r_m = E_m^2/q_m^2. \quad (24)$$

Формально D имеет размерность силы, поскольку $[E/r] = [\Delta E/\Delta r]$, поэтому предельная постоянная (24) численно совпадает с классическими величинами предельной силы, например, гравитационного или электрического полей. Так, для электрона $d_e = 4,6$ Дж/м [37].

В свою очередь, из (14) имеем для спектральной плотности энергии:

$$b_m = E_m r_m = q_m^2. \quad (25)$$

Сравнивая (25) и (21), нетрудно заметить, что величина b есть квадрат максимально возможного значения обобщенного заряда.

Отношение b_m/c , имеющее размерность действия (21), для электрона, например, получается равным αh , где $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры [41]. Как известно, при движении на первой орбите атома водорода скорость электрона наибольшая и равна αc ; это означает (20), что действие его электрической массы равно постоянной Планка, т.е. пороговой постоянной в микромире.

Микросигнал как усреднение распределенности частицы. Как это ни странно, но физика микромира, оперируя понятием сигнала, до сих пор не выработала средств для его описания. В результате явления микромира описываются обычно лишь в терминах «до» и «после», исключая сам процесс взаимодействия элементарных частиц.

Принципиальной трудностью является выражение через сигнал своеобразности «поведения» микрочастицы — являясь локализованным «точечным» объектом, она явно не находится в одной точке пространства [41]. Во-первых, она движется не по одному, а по некой совокупности путей в окрестности классической траектории. Во-вторых, парадоксальность в классическом понимании движения проявляется в том, что частица как бы одновременно проходит по каждому из этих путей, т.е. в масштабе времени наблюдаемых микропроцессов она «мгновенно» распределена по ним. В-третьих, эта мгновенная пространственная распределенность неоднородна — огибающая распределения уменьшается по амплитуде по мере удаления от точки классического положения частицы. Математически пространственную распределенность микрочастицы можно считать статистическим процессом и отобразить ее с помощью ψ -функции плотностью распределения вероятности [41]. Эта плотность вероятности не измеряется непосредственно, в том числе из-за интенсивностного характера распределения: в течение реального времени измерения микрочастица «успевает побывать» в каждом из положений по многу раз. Весьма высокая множественность формальной статистики должна приводить к высокой точности задания огибающей распределения каждой частицы в отдельности (действительно, ψ -функция задает величины вероятностей с математической точностью).

В работе [37] высказано предположение, что локальная (в характеристическом смысле) и интенсивностная распределенность микрочастицы может восприниматься как единое интегрированное целое, т.е. как сигнал о наличии частицы, носителем которого служит она сама. В этом случае:

- 1) средняя энергия движения микрочастицы должна иметь определенное распределение в пространстве-времени (чем, собственно, и является сигнал);
- 2) информационной пороговой постоянной (как в статике, так и в динамике) должна являться спектральная плотность энергии (12), для микросигнала это означает, что пороговой величиной является его действие;
- 3) информационной предельной постоянной должно являться ограничение на амплитуду сигнала (11), т.е. предел линейной плотности энергии микрочастицы.

Неизмеримость формы порогового микросигнала не означает, что последняя может быть произвольной, т.к. с изменением формы (при сохранении энергии) меняются как пороговые, так и предельные постоянные. Форма сигнала должна соответствовать возможному максимуму действия и в простейшем случае может описываться функцией отсчетов.

Шум в микромире. Как известно [41], характеристики микрочастицы (в частности, ее энергия) не являются стабильными величинами, а подвержены случайным флуктуациям, т.е. шуму. Вакуум, как пространство для распространения сигналов, имеет некоторую, хотя и далекую, аналогию с газом, в котором распространяются звуковые колебания, несущие информацию. Газ обладает определенной шумовой энергией (теплого движения молекул), вакуум — некоторой «нулевой» энергией [41], которая флуктуирует. Акустический шум не является белым (его спектр и энергия конечны), поскольку образующие его дельта-функции имеют конечное характеристическое время, связанное с размерами молекул, и конечный средний период появления (средний период столкновения молекул). Вследствие последнего газ обладает конечной полосой частот пропускания сигналов, выражающейся, в частности, в дисперсии «высокочастотных» ультразвуковых волн.

В настоящее время «шум вакуума» принято считать белым (что с позиций информатики маловероятно), а его «нулевую энергию» бесконечной [41]. В обсуждаемых терминах шум (электромагнитного) вакуума, видимо, является подпороговым и среднеинтенсивным, в пользу чего говорит следующее: 1) порождаемые им виртуальные частицы не являются регистрируемыми, 2) непосредственно наблюдаемые вакуумные эффекты [41,42], такие, как «дрожание» электрона (аналог броуновского движения), являются достаточно слабыми и редкими.

Постоянная сглаживания шумов в микромире. Хотя шум может быть представлен случайной комбинацией сигналов, в дальнейшем термин «сигнал», как это обычно принято, мы будем использовать для функции отображения упорядоченных процессов и явлений. Мы уже говорили, что сглаживание шума регистратором будет тем сильнее, чем больше времени он расходует на акт измерения, соответственно, тем меньше будет погрешность измерения. Математически это записывается следующим образом:

$$\Delta E_R \Delta t_R = Q_R. \quad (26)$$

Соотношение (26), когда $Q_R = h$, есть не что иное, как соотношение неопределенности Гейзенберга [24,40–42]. Совпадение порога неопределенности (26) и порога регистрации (6) означает, что извлечение упорядоченных сведений становится возможным, как только сигналы начинают выделяться на фоне шумов. На пороговом уровне микросигнал является довольно «зашумленным», вследствие чего однократные измерения не приводят к определенному результату. Однако множественные измерения позволяют выделить сигнал из шумов, поэтому можно говорить достаточно определенно об усредненных параметрах микросигнала, в том числе и о его форме.

Пороговые динамические постоянные сигнала. В случае свободного движения параметры порогового волнового пакета (8) должны соответство-

вать импульсу p и кинетической энергии E_K элементарной частицы. Запишем указанные соответствия [37] как через несущую частоту, так и через ширину спектра $\varphi(x)$ (9) для физических пространственных и временных переменных. Тогда

$$p = hk \equiv h\Delta k/2 = \Delta p, \quad (27)$$

поскольку $hc = b$ (21), то, вводя $E_P = pc$, эту пару тождественных уравнений можно записать в виде

$$E_P = bk \equiv b\Delta k/2 = \Delta E_P; \quad (28)$$

кроме того,

$$E_K = h\omega \equiv h\Delta\omega/2 = \Delta E_K. \quad (29)$$

Здесь пороговые постоянные b и h — «круговые» (поделенные на 2π). Энергия и импульс в (27)–(29) являются пороговыми величинами, поэтому их приращение равно самой величине, что и определило их форму записи.

Как видим, справа от знака тождества в (27) и (29) оказываются соотношения Гейзенберга, а слева имеем соотношения де Бройля и Планка [40,41]. И те, и другие здесь выражают пороговое условие, записанное в одном случае через несущую частоту, а во втором — через ширину спектра. Наличие двух уравнений связано с тем, что у волнового пакета (8) должно быть две пороговых постоянных вида (12) — пространственная (28) и временная (29).

Поскольку соотношения Планка—де Бройля прямо связаны с длиной и частотой ψ -волны, то получается, что последняя соответствует несущей гармонике в спектре энергии микрочастицы. Другими словами, энергия (движения) микрочастицы сосредоточена в основном на интервале, равном длине ψ -волны. Если это так, то пороговые и предельные ограничения микросигнала должны в той или иной форме входить в волновое уравнение для ψ -волны [37].

Пороговая форма уравнения для ψ -функции. Очевидно, что при перемещении микросигнала в пространстве-времени движение несущей гармоники его спектра, а соответственно, и ψ -волны, должно описываться обычным волновым уравнением:

$$r_S^2(\partial^2\psi/\partial r^2) - t_S^2(\partial^2\psi/\partial t^2) = 0, \quad (30)$$

где r_S , t_S — характеристические (круговые) параметры микросигнала, а именно: ширина центрального пика функции отсчетов по пространственной и временной координатам, а также длина и период ψ -волны (поделенные на 2π).

Общее решение уравнения (30) для ψ -волны имеет вид

$$\psi(r, t) = \exp[i\{(r/r_S) - (t/t_S)\}]. \quad (31)$$

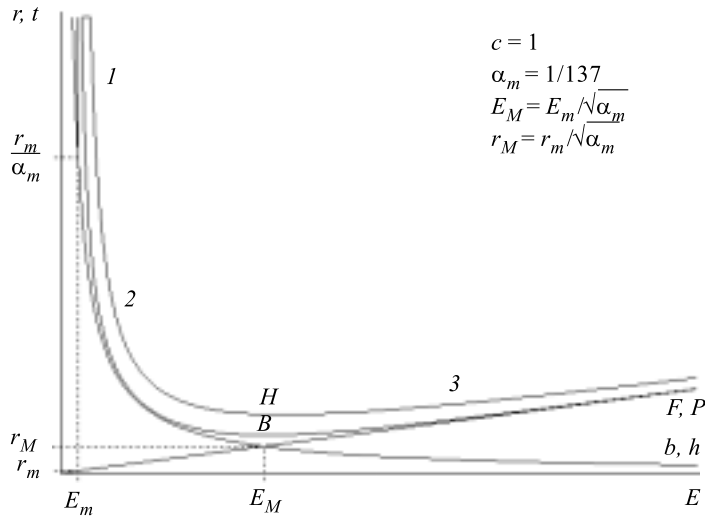


Рис. 6. Зависимость характеристических размеров волнового пакета энергии движения r_S и t_S (B - и H -линии соответственно) от полной энергии микрочастицы

Величины r_S и t_S должны подчиняться описанным выше пороговым и предельным ограничениям, поскольку количество информации в сигнале должно быть конечным.

При пороговых ограничениях величины r_S и t_S могут быть взяты в соответствии с (28) и (29):

$$r_S = 1/k = b/E_P, \tag{32}$$

$$t_S = 1/\omega = h/E_T, \tag{33}$$

где E_T в общем случае [42] есть сумма кинетической и потенциальной энергий частицы.

В работе [37] показано, что по крайней мере для замкнутой системы ($E = \text{const}$) уравнение (30) с параметрами (32), (33) переходит в уравнение Шредингера в нерелятивистской области.

Уравнение (30) допускает разделение переменных: $\psi(r, t) = \varphi(r)f(t)$. В [37] показано также, что стационарная форма (30), имеющая вид

$$r_S^2(\partial^2\varphi/\partial r^2) + \varphi = 0, \tag{34}$$

для r_S , определяемого из порогового соотношения (32), совпадает со стационарной формой уравнения Клейна—Гордона [42], т.е. дает, например, необходимые релятивистские поправки для квантованных величин энергии и

импульса. Следовательно, уравнение (30) может служить обобщением уравнений Шредингера и Клейна—Гордона.

Асимптоты для зависимостей $r_S, t_S(E)$. На рис. 6 показан вид зависимостей r_S и t_S от E (графики совмещены; считается, что $c = 1$; далее совмещенные величины пишутся через запятую). Видно, что в обсуждаемой пороговой области (слева) кривые $r_S, t_S(E)$ имеют две асимптоты: 1) вертикальную прямую при $E = E_m$, где $r_S, t_S \rightarrow \infty$; 2) пороговую гиперболу $r, t = (b, h)/E$, к которой стремятся обе кривые при $E \gg E_m$. Второе означает, что пороговые ограничения (на спектральную плотность энергии) r_S и t_S обратно пропорциональны полной энергии: $r_S, t_S \geq \text{const}/E$.

Предельные ограничения есть ограничения на линейную плотность энергии: $E/(r_S, t_S) \leq \text{const}$. Это означает, что зависимости $r_S, t_S(E)$ должны становиться прямо пропорциональными энергии, т.е. предельная асимптота есть прямая, выходящая из начала координат. Как видно из рис. 6 (справа), при входе в область предельных ограничений следует ожидать уширения зоны распределения энергии микросигнала и, соответственно, длины и периода ψ -волны. Более подробные сведения об этом можно найти в [37].

2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И ВИДЫ ПОВТОРОВ В ФУНКЦИИ ОТОБРАЖЕНИЯ

Из (5) следует, что регистратор «обрезает» высшие гармоники спектра (т.е. приводит спектр в соответствие с условиями теоремы Котельникова, рис. 5) и выделяет конечное количество информации, даже если сигнал «математический». Можно сказать, что регистратор вместо бесконечного множества виртуальных математических функций, которые могут существовать в коридоре $\Delta x \# \Delta y$, отличаясь неразличимыми прибором деталями, воспринимает некую обобщенную, базовую логическую функцию.

Подчеркнем, что информационная дискретизация осуществляется не за счет нелинейности (по входу), а вследствие энерго-спектральных ограничений (входное устройство регистратора на рис. 3 линейно и имеет нулевой порог по амплитуде).

Получение данных. Рассмотрим, как происходит выделение базовых состояний логической функции отображения и каким образом им ставится в соответствие формальный набор «опознавательных знаков» — кодов.

Дискретизация состояний. Понятие количества информации основано на замене (отображении) непрерывной математической функции $y(x)$ (рис. 1,а) дискретной (логической) функцией $s(l)$ (рис. 1,б) с диапазоном значений

$$\begin{aligned} L &= \Delta X / \Delta x, \\ S &= (\Delta Y / \Delta y)^2. \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь ΔX , ΔY — пределы изменения аргумента и функции, Δx , Δy — пороговые величины и шаг приращения аргумента и функции, определяемые из условия (5).

В технике часто используют линейную шкалу не по энергии, а по амплитуде, тогда

$$S = \Delta Y / \Delta y. \quad (36)$$

Значение Δx может определяться шириной спектра сигнала источника, а Δy — уровнем шума на входе приемника.

В биологических системах функция отображения, как правило, логарифмическая (закон Фехнера—Вебера [32]):

$$S = \ln(\Delta Y / \Delta y), \quad (37)$$

что связано с необходимостью иметь большой динамический диапазон отображения при сравнительно невысоком разрешении (этой же цели подчинено введение чисел с «плавающей» запятой в компьютерах). Логарифмическая зависимость (37) достигается либо введением в регистратор нелинейного узла (взаимодействие «молоточка» и «наковальни» в ухе), либо за счет отрицательной обратной связи (сокращение диаметра зрачка глаза при росте суммарной освещенности).

В любом случае (см. рис. 1,з) переменные l и s образуют логическое (дискретное) поле безразмерных величин. Значение пороговой постоянной на логическом поле равно единичному квадрату; величина предельной постоянной равна S . Для каждого значения l логическая функция может принять любое из S состояний, поэтому общее количество возможных логических функций (вариантов поведения) на логическом поле составляет S^L . Это означает, что если выстроить все возможные логические функции друг за другом вдоль оси L , то со следующего поля варианты поведения неминуемо начнут повторяться.

Кодирование состояний. Каждому из S состояний можно поставить в соответствие знаковый указатель, имеющий то же число состояний. Знаковый указатель, в отличие от символьного указателя, абсолютно не связан с содержанием и природой каждого состояния (понятие семантической информации [33] не обсуждается в данной работе).

Можно составить указатель из S знаков, прямо (линейно) сопоставив знаки и состояния друг другу. Тогда для указания одного или нескольких состояний (и неуказания остальных) достаточно всего двух вариантов знаков. Полученный код (метки на линии из S ячеек) можно назвать линейным, он позволяет кодировать многозначные функции (т.е. энтропию, которая не обсуждается в настоящей работе). В качестве другого предельного случая можно взять указатель, включающий всего один знак, но тогда последний

сам должен иметь S вариантов, что при большом S делает их распознавание затруднительным (китайская письменность).

При числе знаков в указателе g и небольшом числе их вариантов v общее количество комбинаций знаков (указателей) должно быть равно числу состояний: $v^g = S$. Следовательно, длина кода (а это число знаков в указателе) ограничена величиной $\log_v(S)$. К появлению логарифма в (1) можно прийти и по-другому. Можно разбить кодируемые состояния на группы из v состояний, в каждой группе кодирование выполняется однотипно по принципу линейного соответствия состояния варианту знака; затем каждые v групп объединяются в надгруппы, процедура кодирования групп в надгруппе та же. Процесс продолжается до тех пор, пока не останется одна супергруппа. Иерархическая древовидная структура, строящаяся в таком процессе над состояниями, показана на рис. 7,а (для $v = 2$, $S = 64$). Как нетрудно понять, процесс требует $\log_v(S)$ шагов для построения дерева указателей на все состояния.

Кодирование функции отображения. Вернемся теперь к числу вариантов реализации логических функций $s(l)$, которое равно S^L . Взяв логарифм S^L , получим максимальное количество информации в однозначной функции на логическом поле:

$$I_{\max}(S, L) = L \log_v(S); \quad (38)$$

формально оно зависит от основания системы счисления (основания логарифма). Если $v = 10$, то количество информации измеряется в дитах; если $v = 2$ — то в битах; а если $v = 2, 718... = e$ — то в натах. В последнем случае иерархическая дискретная структура знаков в указателе является скрытой, поскольку в основании логарифма v произведен формальный математический переход от целых чисел к иррациональным. Такой переход допустим для функций отображений с чрезвычайно большим числом состояний (состояния молекул в газе, атомов твердого тела и т.д.). Как это сделано в (1), так и далее мы не будем указывать основание логарифма там, где это несущественно.

Отметим, что формула (38) прямо следует из (1), поскольку $\log(S)$ есть количество информации на каждом шаге по L .

Интегрирование цепочки отсчетов. Хотя S и является дискретизованной переменной, ничто не запрещает считать дискретные интервалы Δs делимыми, т.е. обладающими понятием длины. Каждый из первичных интервалов $\Delta s_1 = \Delta S/S$ можно разбить еще на S частей: $\Delta s_2 = \Delta S/S^2$, т.е. подсостояний. Имея два уровня разбиения ΔS , мы можем одновременно указать два последовательных отсчета. Математически процессу дробления ΔS и объединения отсчетов нет предела, и формула (38) может быть записана в виде

$$I_{\max}(S, L) = (L/C) \log_v(S^C), \quad (39)$$

где C — количество интегрированных отсчетов в цепочке ($C \leq L$). Формула (39) наглядно показывает, что состояния (или амплитуда) и отсчеты

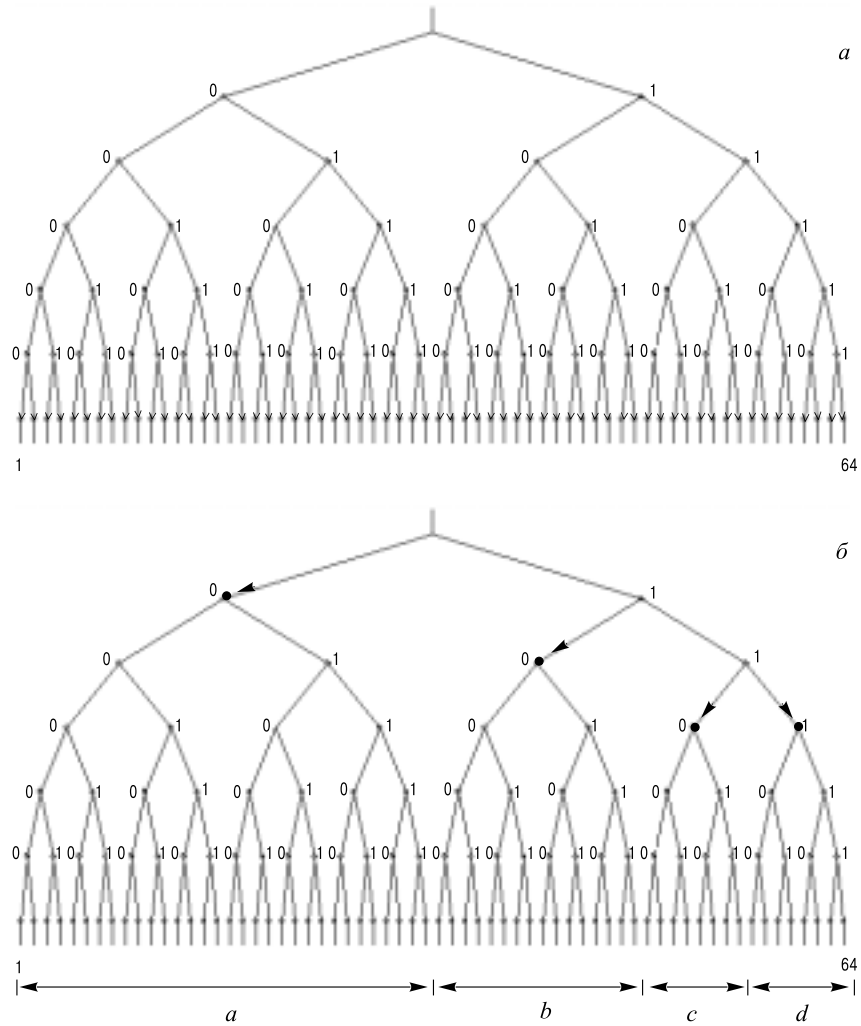


Рис. 7. Кодированные деревья, показывающие структуру указателей: а) логические состояния (данные) — дерево кодов равной длины; б) количество зарегистрированных состояний (информация) — «косое» дерево (вершины частных деревьев состояний помечены кружками)

(или длина) неэквивалентны для представления информации: если вторые меняются пропорционально, то первые — экспоненциально при изменении ее количества.

Технически предел интегрированию отсчетов достигается довольно быстро из-за экспоненциального роста числа разбиений и ограниченности разрешения шумами, однако это не означает, что C всегда должно равняться единице. Например, если в телевизионном черно-белом сигнале достаточно 8 градаций яркости, то это означает, что его полоса частот может быть сужена в $C = 3$ раза, если аппаратура способна передавать $8^3 = 512$ градаций сигнала (ответ на третий вопрос введения).

Выделение информации. Как видим, полная длина кода (32) связана с целочисленной длиной интервала повторения функций (по оси отсчетов). Второй множитель в формуле (38) отражает среднюю длину интервала повторения состояний в функциях $s(l)$ при $L \gg S$. Однако распределение интенсивностей появления состояний в каждой конкретной функции $s(l)$ из S^L возможных — индивидуально, в крайних случаях оно может быть как равномерным, так и вырожденным (все состояния одинаковы). Разобранный нами механизм кодирования данных никак не учитывает различия в интенсивностях состояний. Даже для полного интегрирования отсчетов ($C = L$) в (39) достаточно знать только S и L , чтобы еще до начала измерений провести разбиение ΔS на S^L равных частей.

Кодирование интервалов повторения состояний. Для учета интенсивности появления состояний процесс кодирования информации должен быть дополнен процедурой запоминания количеств уже зарегистрированных состояний.

Если перед началом измерений мы не обладаем предварительным знанием о поведении исходной функции $y(x)$, то тогда следует предположить (см. рис. 7,а), что все возможные состояния функции отображения $s(l)$ равновероятны. Это будет соответствовать первичному разбиению кодового интервала ΔS на S равных частей. Тогда количество информации, априори содержащейся в функции $s(l)$, есть

$$I_S(0) = \log(S), \quad (40)$$

оно отражает наше начальное знание о числе состояний S .

Получив отсчет, разобьем Δs_1 на втором шаге [25] на $(S + 1)$ частей, на третьем разобьем Δs_2 на $(S + 2)$ частей и т.д., причем каждое полученное в результате измерения состояние будем объединять с одноименными. В итоге мы будем получать всегда те же S отрезков на каждом этапе, но разной длины, пропорциональной количеству появлений каждого состояния плюс 1. Этот процесс (для $S = 4$) иллюстрируется рис. 8.

Если какое-либо из S состояний впервые появляется на определенном шаге по L , то согласно указанной модели (1) оно будет нести следующее количество информации:

$$I_S(1) = \log[(S + L_1)/1], \quad (41)$$

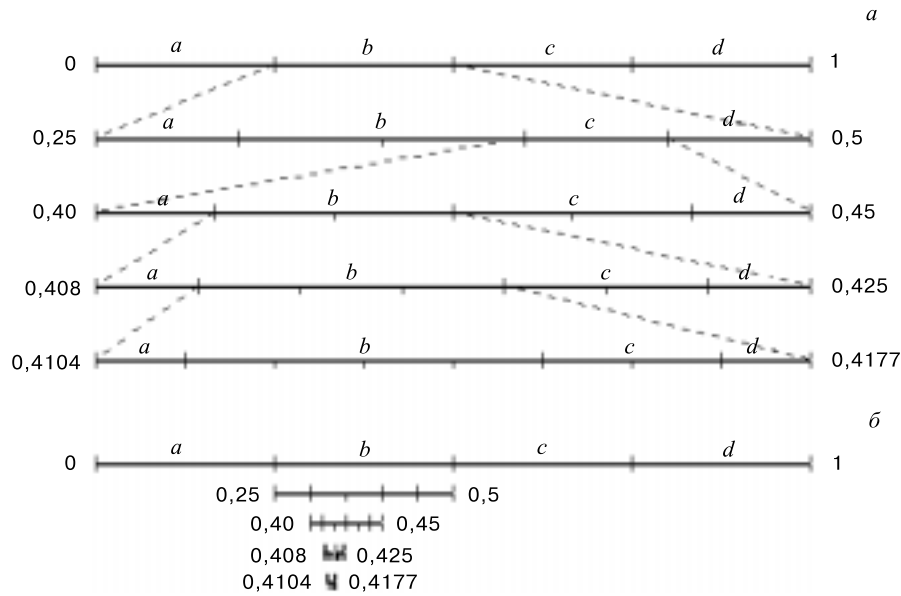


Рис. 8. Арифметическая модель последовательного разбиения единичного кодового отрезка математической числовой оси на интервалы, отвечающие всем возможным последовательностям появления состояний: а) частный кодовый интервал каждого следующего состояния масштабирован к отрезку единичной длины (реальные положения краев интервала указаны числами слева и справа); б) реальные длины и положения кодовых интервалов на математической оси для последовательности $b-c-b-b$

где L_1 — номер шага, на котором впервые появилось данное состояние. Как видно из (41), чем позже на оси L появляется в первый раз какое-либо состояние, тем большее количество информации оно несет (см. кривые $I_S(1)$ на рис. 9).

Когда это же состояние появляется вторично, то общее количество кодовых отрезков равно $(S + L_2)$, ширина суммарного отрезка для этого состояния двойная (отношение чисел есть $(S + L_2)/2$), и обе составляющие равноправны по количеству информации, поэтому

$$I_S(2) = 2 \log [(S + L_2)/2]. \tag{42}$$

Рассуждая далее по аналогии, получим, что для всего интервала L количество информации, содержащееся в одном из S состояний:

$$I_S(N) = N_S \log [(S + L)/N_S], \quad N_S \geq 1, \tag{43}$$

где N_S — количество повторений данного состояния на интервале L . Формула (43) при $L \gg S$ совпадает с классической формулой Шеннона

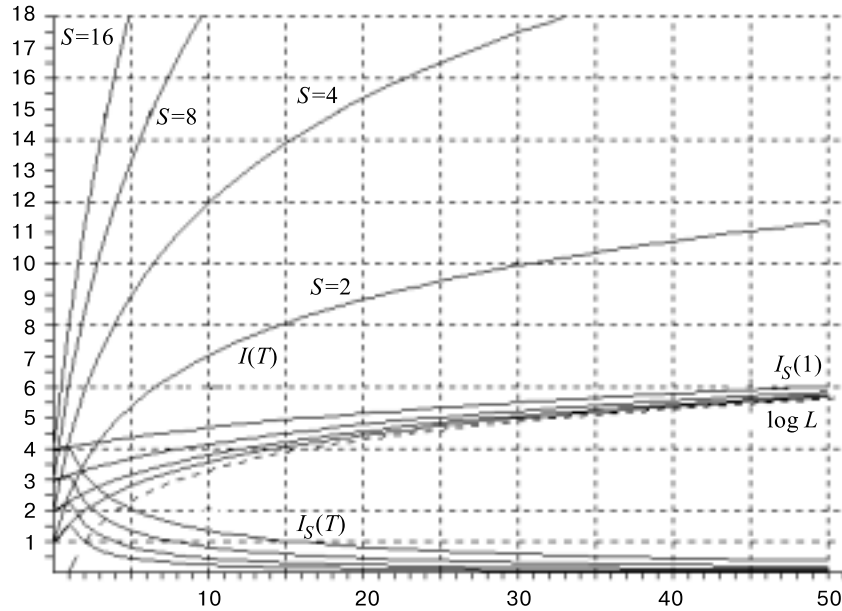


Рис. 9. Количество информации при сплошных повторах одного состояния в логической функции отображения; $I_S(T)$ — количество информации на один шаг по L , $I(T)$ — суммарное количество информации, при числе состояний от 2 до 16; $I_S(1)$ — количество информации при первом появлении состояния на определенном шаге по L

(в которой отсутствует S), но, в отличие от последней, учитывает процесс установления распределения состояний $N(S)$.

Рассмотрим, как выглядит описанный выше процесс учета предыдущих состояний на иерархическом дереве — см. рис. 7,б. Будем считать, что так же, как на рис. 8, имеется 4 состояния и получено 64 отсчета, причем $N_a = 32$, $N_b = 16$, $N_c = N_d = 8$ (см. разграничения на рис. 7,б). Над группами состояний a, b, c, d можно построить частные иерархические деревья, высота их будет тем больше, чем более интенсивно то или иное состояние. Тогда длина указателя на состояние будет равна количеству ступеней от вершины полного дерева до вершины частного, т.е. тем короче, чем интенсивнее данное состояние; это и отражает формула (43).

Для того чтобы найти полное количество информации, содержащейся в $s(l)$, необходимо просуммировать (43) по всем состояниям:

$$I = \sum_S (L/L_S) \log [\{(S/L) + 1\} L_S], \quad (44)$$

где $L_S = L/N_S$ — средняя длина интервала повторения конкретного состояния в конкретной функции $s(l)$.

При $L \gg S$ появление одного из S состояний содержит в среднем количество информации, равное $\log(L_S)$. Если установившееся распределение состояний равномерно ($L_S = S$), то количество информации максимально и равно (38).

Полученную формулу нетрудно обобщить на случай, когда распределение состояний известно априори; для этого надо включить априорные значения или оценки L и N_S как слагаемые в числитель и знаменатель дроби в (43), в результате получим

$$I = \sum_S (L/L_S) \log [(L_0 + L) / \{(L_0/L_{S0}) + (L/L_S)\}], \quad (45)$$

где L_0 — суммарное количество отсчетов до данной серии измерений, L_{S0} — средний интервал повторения состояния в этих сериях. Очевидно, что априорно каждое состояние несет количество информации, равное $\log(L_{S0})$. Отношение L_0/L можно считать доверительным весом предварительного знания и мерой того, насколько распределение $N(S)$ может измениться в процессе измерений. Отметим, что формулы (40)–(45) основаны на «анализе целых чисел», а не на анализе «бесконечно малых» и не требуют введения математического понятия вероятности появления состояний $P_S \approx 1/L_S$, определенного [34] при $L \rightarrow \infty$ лишь для стационарных распределений.

Непрерывный повтор состояний. Проиллюстрируем разницу между (43) и классической формулой Шеннона [4] на примере [38], когда на некотором участке (по L) повторяется одно и то же значение функции $S = \text{const}$, тогда как до этого шага все S значений функции были равновероятными (если повторения идут с самого начала L , то это (40) предполагается).

Если в функции отображения повторяется одно и то же состояние, это означает, что на частном кодовом интервале Δs_i суммарный отрезок, соответствующий этому состоянию, постепенно начнет «вытеснять» все остальные (см. рис. 8), приближаясь по информативности к нулю. Из (43) нетрудно получить формулу для количества информации при повторении одного из S состояний:

$$I_S(T) = T \log [(S + T)/T], \quad T \geq 1, \quad (46)$$

где T — количество сплошных повторов.

График функции $I_S(T)$ показан на рис. 9 для разных S . В пределе (установившийся процесс) количество информации на каждом шаге равно нулю, как это и следует из формулы Шеннона, но общее количество информации из-за начального переходного процесса явно ненулевое (см. интегральные кривые $I(T)$ на рис. 9).

Макро- и микросостояния. Если анализировать поведение функций $s(l)$, входящих в полное множество реализаций S^L , то во многих из них обнаружится повторение сочетаний состояний. Повторяемость сочетаний состояний очевидным образом связана с повторяемостью состояний, которые в нее входят. Однако в силу упорядоченности (предсказуемости) последовательности состояний внутри каждого следующего сочетания данного вида количество информации понижается сильнее, чем это следует из (43). Действительно, для описания повторяющегося сочетания состояний достаточно описать его в первый раз, а затем указывать лишь факт его появления:

$$I_C = I(S, C) + N_C \log [(S + 1 + L)/(N_C C)], \quad (47)$$

здесь C — длина сочетания состояний, а N_C — количество его появлений.

Повторяемая цепочка состояний может рассматриваться как дополнительное макросостояние и может быть добавлено к начально известному набору состояний S (см. $(S + 1)$ в формуле (47)). Каждое макросостояние вносит не один, а C отрезков в кодовый интервал, в соответствии со своей длиной (знаменатель при логарифме в (47)), т.е. в C раз активнее «вытесняет» одиночные состояния на частном кодовом интервале.

Макрос как объединитель повторяющейся цепочки состояний эквивалентен понятию подпрограммы (объединение повторяющейся цепочки действий) в алгоритмическом языке программирования. Повторяющиеся макросостояния, как и подпрограммы, могут, в свою очередь, объединяться в макросы более высокого уровня иерархии (см. рис. 2).

На кодовом дереве, показанном на рис. 7, макросы образуются на его нижних ветвях — это группы состояний, объединенные посредством частных деревьев. Зная строение частного дерева, достаточно указывать лишь на его вершину, сокращая полный указатель на высоту частного дерева.

Наглядным примером использования макросов является передача текста. Можно передавать текст, каждый раз разбивая передачу буквы на точки, расположение которых отображает ее начертание. Ясно, что в такой передаче «разбиения» будут часто повторяться. Существенно выгоднее определить макросы начертаний букв (вариант шрифта) в виде набора точек заранее (предварительное знание) или в начале передачи (обучаемость), а затем указывать лишь на вариант макроса буквы.

Каждое состояние, полученное при дискретизации (35), может оказаться макросом. Если понизить порог восприятия Q , то, скорее всего, обнаружится, что каждое состояние разделится на ряд микросостояний, скрытых на предыдущем уровне восприятия.

Информация как мера хаотичности поведения. На рис. 10 и рис. 11 представлены два примера функций из набора S^L , имеющих равномерное распределение состояний или макросостояний на интервале L . Казалось

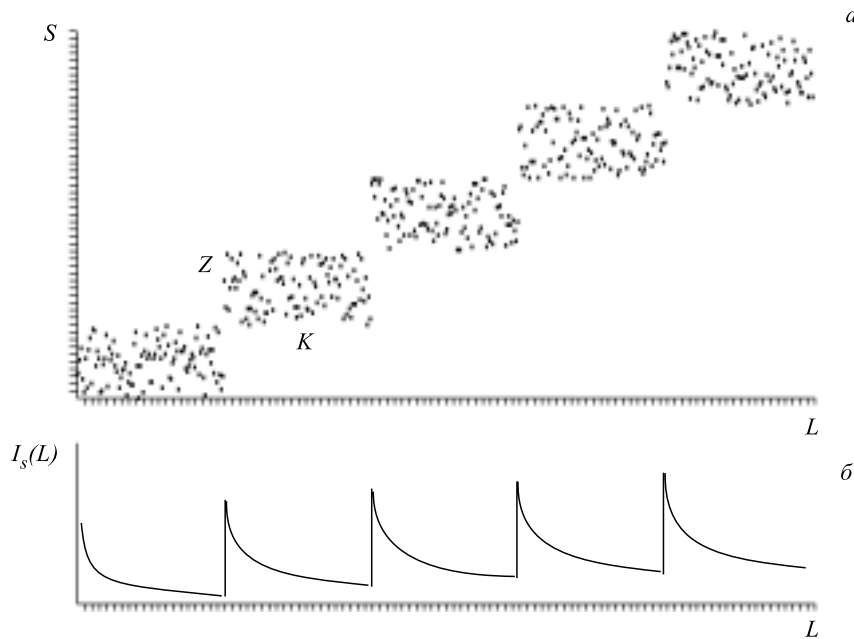


Рис. 10. Локализация состояний логической функции: *а*) пример локализации в зонах $Z \times K$ при общем равномерном распределении состояний; *б*) количество информации на шаг по L при подобном распределении

бы, что для них должна быть применима формула (39) или, по крайней мере, (43). Нетрудно заметить, однако, что эти функции не удовлетворяют в полной мере требованию непредсказуемости (случайности) поведения: первая — по оси состояний S , вторая — по оси отсчетов L .

Локализация состояний. В реальных исходных функциях $y(x)$ в силу спадающего характера их спектра резкие небольшие изменения состояний происходят гораздо чаще, чем изменения в полном диапазоне (происходящие плавно). Это означает, что значения функций $s(l)$, как правило, локализуются на достаточно протяженных участках K в сравнительно малых областях значений функции Z (см. рис. 10, *а* в качестве примера).

Собственно, мы уже второй раз говорим о локализации. Сначала из общей средней, равномерной по S картины поведения всех возможных логических функций отображения мы выделили каждую функцию по ее индивидуальному поведению (44). Сейчас мы хотим выделить в каждой функции участки «индивидуального» стационарного поведения в некоторой зоне $Z < S$.

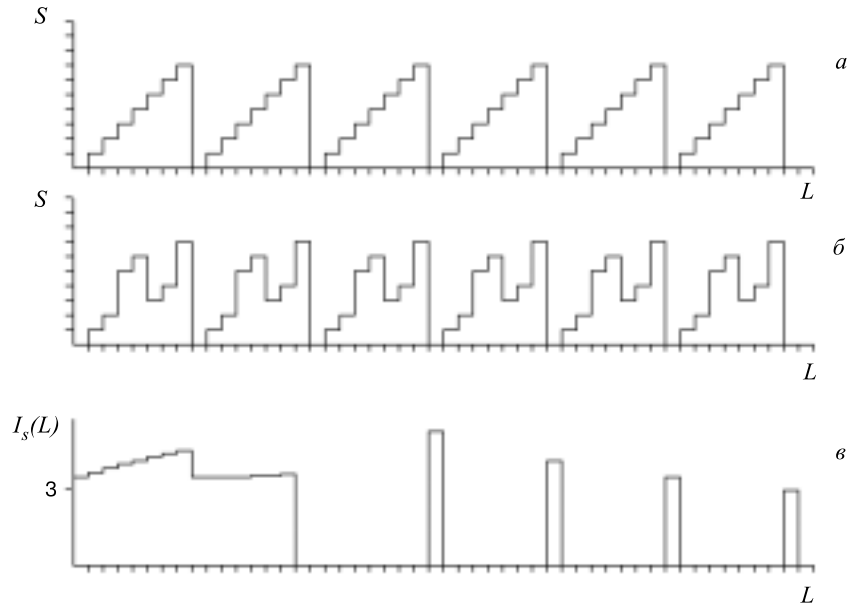


Рис. 11. Примеры циклических повторов (а,б), при которых состояния равномерно распределены; в) количество информации (в битах) на шаг по L

Формулу (43) можно распространить на случай локально выделенной интенсивности в зоне состояний. В этом случае «вытесняющими» остальных будут Z равных кодовых отрезков, тогда для всей зоны:

$$I(Z, K) = \sum_Z N_Z \log [(S + K)/N_Z], \quad N_Z \geq 1. \quad (48)$$

Средняя величина количества информации на каждом шаге $I(Z, K)/K = \log(Z)$ при равномерном распределении $N_K(Z) = K/Z$ ($K \gg Z$). Сопоставив (48) с (43), нетрудно видеть, что нет разницы в правилах определения среднего установившегося количества информации для полного диапазона значений функции S или для его части Z , за исключением того, что существует определенный переходный процесс от S к Z состояниям при входе в «зону» (под знаком логарифма в (48) стоит S , а не Z).

Кодирование локализованных величин можно рассматривать как переход от их абсолютного значения к относительным. Подразумевается, что сдвиг точки отсчета приводит к существенно меньшим значениям отклонений функции отображения, т.е. устраняет повторяемость знаков в старших разрядах указателя. Это дает ключ к распознаванию зон локализации: если

указание сдвига точки отсчета и разрядности локального указателя, а также последующее указание отсчетов в анализируемой серии требует существенно меньшего числа знаков, чем при сохранении глобального указателя, то перед нами явный «локал».

Вообще говоря, если зона локализации достаточно продолжительна, то повышение интенсивности ограниченной группы состояний постепенно проявится и в формуле (44), но на преодоление «накопленного распределения» предыдущих отсчетов (45) потребуется достаточно большое число шагов.

Циклическое повторение состояний. При циклическом повторении состояний их распределение равномерно: $L_S = S$, но каждый цикл образует макросостояние, повторяющееся непрерывно.

На рис.11,*а,б* приведены примеры непрерывного повтора макросостояний, занимающих весь диапазон состояний ($Z = S = 8$), т.е. начинающегося циклического процесса ($L = N_C K$). Количество информации для описания первого «колебания» равно $8 \cdot 3 = 24$ бит (левое слагаемое (48)). Количество информации на установление повторяющегося процесса составляет ~ 12 бит (см. кривую $I(T)$ для $S = 2$ на рис. 9). В установившемся режиме (при любом виде колебаний) количество информации на каждом шаге по L равно нулю, хотя из формулы (43), так же, как из формулы Шеннона, имеем 3 бит/шаг для рис. 11 (формально состояния равномерно распределены).

Именно в силу свойства локализации мы избегали в данной работе определения количества информации через математическое понятие вероятности состояний, поскольку оно безразлично усредняет локально выделенные и циклические повторы состояний.

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ КОДИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Гистограмма и количество информации. Среди множества регистрируемых событий лишь небольшая их часть представляет интерес для экспериментатора. Одним из способов выделения искомым событий является построение гистограмм, т.е. распределения интенсивностей появления тех или иных состояний измеряемых параметров.

В гистограмме число колонок равно S , высота каждой колонки N_S , а сумма всех высот — L для данного параметра. Поэтому каждая колонка гистограммы сопряжена с определенным количеством информации для определенного состояния, вытекающим из уравнения (43).

Ранжированная гистограмма. Несмотря на многообразие форм гистограмм их можно сгруппировать по типам с одинаковым общим «количеством информации», если располагать состояния в порядке убывания их интенсивности. Примеры таких ранжированных гистограмм приведены на рис. 12.

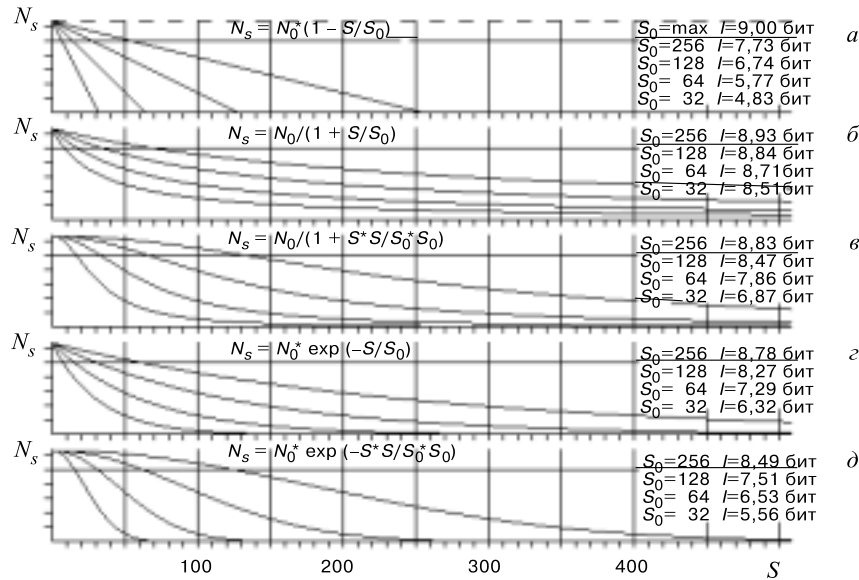


Рис. 12. Количество информации при разных видах распределения состояний — в ранжированных гистограммах: а) линейное распределение интенсивностей; б) распределение по гиперболе; в) квадратичная гипербола; г) распределение по экспоненте; д) гауссово распределение. На графиках указаны характеристическая постоянная (математическая единица длины) и количество информации

Типичными амплитудными распределениями в ядерной физике являются экспоненциальное (рис.12,г):

$$N_S(S) = 1/\exp(S/S_0) \quad (49)$$

и гауссовское (рис.12,д):

$$N_S(S) = 1/\exp[(S/S_0)^2]. \quad (50)$$

На рис. 12 представлены результаты численного моделирования количества информации на одно измерение при различных распределениях амплитуд (формах ранжированных гистограмм). Видно, что количество информации слабо зависит от вида распределения и понижается примерно вдвое при $(S/S_0) \cong 20$. Максимальное количество информации (38) «содержит» плоская гистограмма (показана пунктиром на рис.12,а). Поскольку искомые события выделяются обычно как пик на гистограмме, у них меньше информативность, чем у фона, а общее количество информации всегда ниже количества данных, на основе которых построена гистограмма.

Компрессия данных. Повторим, что данные измерения получаются в результате процедуры дискретизации сигнала и кодирования состояний по формулам (38), (39) без учета интенсивности их появления в текущей серии отсчетов. Получение экспериментальной информации соответствует кодированию по формуле (44). Информация может быть выделена уже после получения данных, этот процесс получил название компрессии данных [30]. Три основных способа компрессии данных кратко обсуждаются ниже.

Коды Хаффмана. Каждое состояние в данных кодируется индивидуально кодом постоянной длины (полным деревом — рис.7,а). Если кодировать информацию для каждого состояния, то код, в соответствии с формулой (43), должен иметь переменную длину (используется «косое» дерево с переменной длиной ветвей — см. кружки на рис.7,б). Семейство кодов переменной длины называется кодами Хаффмана [5]. Выбор длин кодов происходит в результате анализа ранжированной гистограммы состояний.

Проблемой при использовании кодов переменной длины является последующее распознавание кода конкретного отсчета в общей полученной серии знаков. Эта проблема может быть решена несколькими способами:

- 1) введением знака «пробел» при $v > 2$ так же, как в обычном тексте;
- 2) каждый конкретный код может содержать внутренний указатель на свою длину [38];
- 3) структура косоугольного дерева может быть заранее известна.

Поскольку каждое состояние кодируется индивидуально и длина каждого кода дискретна, то информация «по Хаффману» всегда кратна целому числу (бит, дит,...). Это и порождает заблуждение, что дискретно и количество информации (см. первый вопрос введения). Проведенный выше анализ ясно показывает, что информация является аналоговой (непрерывной) величиной, а принципиально дискретными являются лишь состояния.

Когда среднее количество информации (на шаг по L) существенно больше единицы, то подобное округление до целого не играет существенной роли на практике. Однако при малом числе состояний или когда одно из них доминирует в $S(L)$, «ошибка округления» может стать значительной. Если, например, какое-то состояние повторяется в 10 раз чаще остальных, то количество информации при появлении этого состояния есть (44): $\log_2(11/10) = 0,14$ бит. Тогда ошибка от использования индивидуальных кодов для каждого состояния (даже если они переменной длины, и самый короткий код — это один знак) будет, как минимум, 7-кратной.

Коды с интегрированием состояний. Если мы хотим кодировать информацию более точно, необходимо использовать интегрирование состояний, т.е. увеличивать цепочку состояний, описываемую кодом фиксированной длины.

Коды LZW. Самым простым является кодирование повторяющихся сочетаний состояний, т.е. макросов, что реализуется в LZW-кодах [14]. Длина кода LZW обычно ~ 12 бит, что дает возможность иметь словарь емкостью

~ 4000 макросов. Это, как правило, достаточно для кодирования информации предметно ориентированного сообщения. Если предметная область известна заранее, то и «словарь сокращений» может быть составлен заранее; если нет, то выделение макросостояний идет прямо в процессе адаптивного кодирования.

Длина анализируемых цепочек состояний в LZW-кодах обычно не более четырех (при бóльшей длине резко возрастает объем словаря). Поэтому сплошные повторы состояний кодируются (сжимаются) не очень эффективно. Даже если сделать длину LZW-кода переменной (как в методе Хаффмана), то сплошной повтор будет давать не менее 0,25 бит/шаг.

Арифметическое кодирование. Идея этого способа кодирования состоит в том, чтобы подсчитывать количество информации в каждом состоянии индивидуально, но представлять их интегрированным кодом большой разрядности (16–32 бита). Метод подсчета количества информации был описан при выводе формулы (44), см. рис.8.

Как видно из рис.8,б, каждый раз при появлении нового состояния интервал Δs_i перемещается на новое место на полном кодовом отрезке и сокращается по длине, поэтому для его указания требуется число со все большей точностью, т.е. со все большим количеством знаков. Когда количество знаков в числе достигает 16–32, интегрирование состояний завершается и начинается новый цикл кодирования.

Особенность арифметического кодирования [25] в том, что при «вытеснении» каким-либо (чаще повторяющимся) состоянием остальных на частном кодовом интервале автоматически возрастает относительная длина Δs_i . Таким образом в «единице информации» может быть интегрировано достаточно большое число интенсивных состояний.

Несмотря на различие в алгоритмах выделения информации, все описанные способы дают сходные результаты компрессии — теоретически доказана их эквивалентность [30] для невырожденного набора состояний. Это нетрудно понять: из-за ограниченности диапазона функции отображения выделенность интенсивности тех или иных состояний неизбежно приводит к выделенности интенсивности корреляций между этими же состояниями.

Компактизация данных. Код данного, хотя он и длиннее кода информации — «инфокода», обладает одним несомненным достоинством: он отражает амплитуду сигнала в текущем отсчете и поэтому пригоден для проведения вычислений при обработке результатов. Инфокод отражает лишь интенсивность появления состояния и его каждый раз необходимо преобразовывать в амплитуду при обработке. Имеется, однако, промежуточная возможность сделать данные более компактными, сохранив если не абсолютное, то относительное численное соответствие их амплитуде сигнала. Метод компактизации данных [38] основан на свойстве локализации состояний, обсуждавшемся выше.

Язык описания данных. К S состояниям данных можно добавить не-большое число (скажем 16) состояний управления, с помощью которых можно указывать на сдвиг точки отсчета, изменение разрядности данных и т.д. Для каждой подобной процедуры потребуется от одного до трех кодов управления.

Разрядность (...). Если ввести управление разрядностью, то ее начальная величина может быть относительно небольшой, например, 8 бит. Символом смены разрядности может являться первый из 16 кодов управления. Введем для удобства описания в тексте его мнемоническое обозначение, т.е. будем называть его «открывающаяся круглая скобка». Перед скобкой должно находиться число-идентификатор, показывающее новую разрядность данных (см. заголовок). После закрывающейся скобки (второй код управления) восстанавливается прежнее значение разрядности.

Управление разрядностью фактически определяет «локал» — в начале текущей шкалы отсчета (левая произвольная часть дерева указателей на рис.7,a). Оно также задает размер этого локала по S , который равен 2^n , где n — величина разрядности.

Локал {...}. Данные, находящиеся в фигурных скобках (мнемокоды следующей пары кодов управления), принадлежат одному уровню иерархии знаков, т.е. имеют общие старшие разряды. Логическим идентификатором локала служит цепочка указателей, начиная с вершины кодового дерева; чем больше в ней знаков, тем меньше зона локала. Например, запись

$$100\{000\ 010\ 101\ 111\} \quad (51)$$

эквивалентна прямому указанию следующих состояний:

$$100000\ 100010\ 100101\ 100111, \quad (52)$$

выигрыш легко различим по длине кодов. Отметим, что выбор и сдвиг локала всегда осуществляются «с точностью» до ширины зоны. Высота дерева определяется текущим указателем разрядности n .

Как и при любых скобках, допустима вложенность локалов, т.е. стековая или иерархическая структура.

Макросостояние \$...: Символы с мнемокодами «\$» и «;» означают начало и конец определения макросостояния. Перед управляющим символом «\$», должен записываться идентификатор макросостояния.

Макрос @. Символ «@» показывает, что данные на некотором интервале L заменяются уже известным макросом; идентификатор последнего должен находиться перед «@».

Цикл < ... >. Число перед открывающейся угловой скобкой показывает количество повторений данных, локалов или макросов, помещенных между угловыми скобками.

Список команд управления нетрудно продолжить указанием повторяющихся приращений амплитуды, общего слагаемого (сдвига) и т.д. Восстановление полного значения амплитуды всегда происходит за одну операцию суммирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принципиальным отличием «информационного анализа» от классического математического анализа бесконечно малых/больших величин является исходное наложение ограничений «снизу» — Δx , Δy и «сверху» — ΔX , ΔY на описываемые величины. Верхние — предельные ограничения свидетельствуют о конечности ресурсов «наращиваемости», нижние — пороговые ограничения говорят о конечной «дробимости» величин.

Пороговые ограничения тесно связаны с закономерностями отображения, т.е. воздействия и восприятия аналоговых величин — сигналов. Сущность отображения устойчиво передается при некоторых отклонениях амплитуды сигнала, благодаря чему можно ввести дискретные базовые состояния, отстоящие друг от друга на пороговый «интервал различимости». Интервал различимости существует и по координатной оси (протяженности сигнала), он является информационно обоснованной единицей длины.

Принципиальная ограниченность величин приводит к ограниченности вариантов поведения, т.е. видов функциональных зависимостей $y(x)$ потому, что «пространство поведения» функции отображения оказывается дискретным и конечным: $(\Delta X/\Delta x) \times (\Delta Y/\Delta y)$.

Данные, как набор указателей на дискретные состояния, определяются не в пространстве поведения, а в «пространстве комбинаций» состояний: $(\Delta X/\Delta x) \times \log(\Delta Y/\Delta y)$. В силу этого аргумент и сама функция отображения не эквивалентны с точки зрения передачи данных. Общее количество данных ограничивается глобальной повторяемостью функций отображения.

Информация есть мера локальной распределенности данных. Традиционно локализуется (выделяется из общего) поведение отдельной функции отображения. Как было показано, при больших ΔX поведение функции отображения локализуется и в определенных зонах, существенно меньших, чем ΔX .

Зоны локализации сами могут содержать локальные образования или являться частью локализованных структур более высокого уровня иерархии.

Сообразно с понятием данных и информации существуют два основных вида кодирования:

- кодирование состояний, или *S*-кодирование;
- кодирование интенсивности повторений, или *L*-кодирование.

При первом способе кодирования длина кода связана только с количеством (логарифмом) состояний. При L -кодировании средняя длина кода может слабо зависеть от общего числа состояний, поскольку она определяется только количеством интенсивных состояний; длина L -кода в силу этого меньше. Практической ценностью S -кодов является их связь с амплитудой отображаемого сигнала, что делает их пригодными для проведения вычислений.

В целом существует достаточно большое число как типовых, так и частных приемов, понижающих количество данных с сохранением их содержания. Количество информации есть некий предельный минимум, достижимый, видимо, лишь в идеале (как абсолютный ноль температуры).

Основы представлений о дискретности — идея атомарности как ограниченности делимости; утверждение о том, что «миром правят (целые) числа», было заложено еще в древности. Как показано выше, обсуждавшиеся пороговые информационные ограничения де-факто учитываются в уравнениях физики микромира. Однако второе, более простое исходное информационное положение — ограниченность ресурсов и замкнутость реальных явлений (связь ограниченности Δy с ограниченностью ΔY), хотя и осознается, но, насколько известно, еще не нашло своего выражения в количественных соотношениях. Теория информации, конечно, не может подсказать конкретные величины физических предельных постоянных, но в состоянии указать на возможный характер ограничений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schotky W. — Ann. Phys., 1918, b.57, s.541.
2. Nyquist H. — Phys. Rev., 1928, v.32, No.1, p.110.
3. Понтрягин Л.С., Андронов А.А., Витт А.А. — ЖЭТФ, 1933, т.3, вып.3. с.165.
4. Shannon C.E. — Bell Syst. Tech. Journal, 1948, v.27, p.379;
Шеннон К. — В сб.: Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИЛ, 1963.
5. Huffman D.A. — In: Proc. of the Institute of Electrical and Radio Engineers, 1952, v.40, p.1098;
Хаффман Д. — Метод построения кодов с минимальной избыточностью. Кибернетический сб. М.: ИЛ, 1961, вып.3, с.10.
6. Линдли Д.В. — О мере информации, даваемой экспериментом. Математика: Сб. пер. М.: ИЛ, 1959, № 3.
7. Колмогоров А.Н. — Проблемы передачи информации. 1965, т.1, № 1.
8. Биллингслей П. — Эргодическая теория и информация. М.: Мир, 1969.
9. Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. — Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Сов. радио, 1969.
10. Акчурин И.А. — В сб.: Философские проблемы элементарных частиц. М.: Издательство АН СССР, 1963.
11. Френкс Л. — Теория сигналов. М.: Сов. радио, 1974.

12. **Хармут Х.Ф.** — Передача информации ортогональными функциями. М.: Связь, 1975.
13. **Бриллюэн Л.** — Наука и теория информации. М.: Сов. Радио, 1975.
14. **Lempel A.** — J. Ziv, IEEE Trans. Inf. Theory IT-22, No.1, Jan., 1976, p.75.
15. **Варакин Л.Е.** — Теория систем сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
16. **Пейн Г.** — Физика колебаний и волн. М.: Мир, 1979.
17. **Потапов А.В., Чернявский А.Ф.** — Статистические методы измерений в экспериментальной ядерной физике. М.: Атомиздат, 1980.
18. **Фомин Я.А.** — Теория выбросов случайных процессов. М.: Связь, 1980.
19. **Натурный эксперимент. Информационное обеспечение экспериментальных исследований.** Под ред. Н.И.Баклашева. М.: Радио и Связь, 1982.
20. **Винер Н.** — Кибернетика. М.: Наука, 1983.
21. **Feinman R.** — Quantum Mechanical Computers, Plenary Talk presented to IQEC-CLEO Meeting, Anaheim, June 16, 1984.
22. **Чисар П., Кернер Я.** — Теория информации, теоремы кодирования. М., 1985.
23. **Гоноровский И.С.** — Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986.
24. **Де Бройль Л.** — Соотношения неопределенности Гейзенберга. М.: Мир, 1986.
25. **Witten I.H., Neal R.M., Cleary J.G.** — Communications of the ACM, 1987, v.30, No.6, June, p.520.
26. **Денисов А.А.** — Введение в информационный анализ систем. Л.: Изд. ЛПИ, 1988.
27. **Хармут Х.** — Применение методов теории информации в физике. М.: Мир, 1989.
28. **Кричевский Р.Е.** — Сжатие и поиск информации. М.: Радио и связь, 1989.
29. **Кравцов Ю.А.** — УФН, 1989, т.158, вып.1, с.93.
30. **Bell T., Witten I.H., Cleary J.G.** — ACM Comp. Surv., 1989, v.21, No.4, Dec., p.557.
31. **Воронцов Ю.И.** — Теория и методы макроскопических измерений. М.: Наука, 1989.
32. **Бауэр Ф.Л., Гооз Г.** — Информатика. М.: Мир, 1990.
33. **Чечкин А.В.** — Математическая информатика. М.: Наука, 1991.
34. **Алимов Ю.И., Кравцов Ю.А.** — УФН, 1992, т.162, вып.7, с.149.
35. **Кадомцев Б.Б.** — УФН, 1994, т.164, вып.5, с.449.
36. **Басиладзе С.Г.** — В сб.: Методы вариантной оптимизации структуры систем передачи и обработки информации. М.: Изд. МГУ, 1995.
37. **Басиладзе С.Г.** — Препринт НИИЯФ МГУ 95-44/408, 1995.
38. **Басиладзе С.Г.** — Препринт НИИЯФ МГУ 96-25/432, 1996.
39. **Басиладзе С.Г.** — Быстродействующая ядерная электроника. М.: Энергоиздат, 1982.
40. **Джеммер М.** — Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985.
41. **Физика микромира.** Под ред. Д.В.Ширкова. М.: Советская энциклопедия, 1980.
42. **Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч.** — Квантовая механика. М.: Наука, 1979.