

УДК 539.17

## УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ В ДИФРАКЦИОННОЙ ТЕОРИИ

*М.А.Жусупов, Е.Т.Ибраева*

Казахский государственный национальный университет им.Аль-Фараби  
Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической  
физики, Алма-Ата 480012, Толе-би 96А

ВВЕДЕНИЕ	1427
1. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЯДЕР В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ	1433
2. ФОРМАЛИЗМ	1442
3. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ НА ЯДРЕ ${}^6\text{Li}$	1455
4. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ НА ЯДРЕ ${}^7\text{Li}$	1468
5. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ НА ЯДРЕ ${}^9\text{Be}$	1481
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1488
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1490

## УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ АДРОНОВ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ В ДИФРАКЦИОННОЙ ТЕОРИИ

*М.А.Жусупов, Е.Т.Ибраева*

Казахский государственный национальный университет им.Аль-Фараби  
Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической  
физики, Алма-Ата 480012, Толе-би 96А

На основе дифракционной теории Глаубера—Ситенко проведен анализ упругого и неупругого рассеяния адронов (протонов, антипротонов и  $\pi$ -мезонов) на ядрах  ${}^6,7\text{Li}$  и  ${}^9\text{Be}$ . В расчетах использовались несколько версий кластерных волновых функций ядер, найденных в рамках двух- и трехчастичных мультикластерных динамических моделей. Показано, что применение этих волновых функций в модели Глаубера—Ситенко позволяет неплохо описать экспериментальные дифференциальные поперечные сечения и анализирующие способности в рассеянии адронов при энергии от сотен МэВ до 1 ГэВ. Обсуждается вклад в сечение различных компонент волновых функций, разных кратностей рассеяния на кластерах и нуклонах ядра-мишени, действительной и мнимой частей элементарных амплитуд. Изучена зависимость поведения сечения от параметров элементарных адрон-нуклонных и  $A\alpha$ -амплитуд ( $A \equiv p, \bar{p}, \pi$ ). Показано, что частичное заполнение дифракционного минимума в дифференциальном поперечном сечении при рассеянии на ядре  ${}^6\text{Li}$  обусловлено вкладом  $D$ -волны, а в  ${}^9\text{Be}$  — вкладом в сечение неупругого канала рассеяния (на уровень  $1/2^+$ ), не разрешенного в эксперименте.

Within the diffraction theory of Glauber—Sitenko, elastic and inelastic hadrons (protons, antiprotons, and  $\pi$ -mesons) scattering by light nuclei  ${}^6,7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  is analyzed. Several versions of cluster wave functions (WF) used in calculations are determined on the basis of the two- and three-body multicluster dynamic model. It is shown that this model satisfactorily describes the experimental differential cross sections (DCS) and analyzing powers ( $A_y$ ) hadrons at energies ranging from hundred MeV to 1 GeV. The contributions to scattering cross sections of various components of WF, different multiples of scattering by clusters and nucleons of target-nucleus and of the real and imaginary parts of the elementary amplitudes are analyzed. There has been investigated sensitivity of the obtained results to the parameters of the  $AN$ - and  $A\alpha$ -amplitudes ( $A \equiv p, \bar{p}, \pi$ ). It is shown that the partial filling of the diffraction minimum in the DCS by  ${}^6\text{Li}$  is due to  $D$  wave contribution to elastic scattering, by  ${}^9\text{Be}$  — is the contribution from the inelastic scattering channel that results in a transition to a  $1/2^+$  level, but which is not identified experimentally because of low excitation energy.

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение упругого и неупругого рассеяния адронов ядрами является важным источником информации как о структуре ядра, так и о механизме ядерных взаимодействий. Наиболее полно исследованными являются легкие ядра, ограниченное число нуклонов в которых позволяет применять для их описания различные модельные подходы, как феноменологические, так и микроскопические.

Экспериментальное изучение таких процессов было начато давно, еще в 70-е годы, на синхроциклотроне университета в Упсале (Швеция) [1] при энергии 0,185 ГэВ, в Институте ядерной физики в Орсе (Франция) [2, 3] при энергии 0,155 ГэВ. Один из первых экспериментов по рассеянию протонов с энергией около 20 ГэВ на ядрах  ${}^6,7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  и др. выполнен в ЦЕРН [4] и затем повторен там же [5] для рассеяния на дейтроне в более широком угловом интервале. Эксперименты на ядрах  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  проводились в Брукхейвене [6, 7] при энергии протонов 1 ГэВ и в ЦЕРН при энергии  $\pi$ -мезонов 0,895 ГэВ [8]. Уже в то время были выполнены расчеты [9–11] в рамках оптической модели и в теории многократного рассеяния Глаубера. Они проводились, в основном, для так называемых скалярных ядер  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ , полный спин и изоспин которых равен 0 ( $J = 0$ ;  $T = 0$ ). В их волновых функциях (ВФ) доминирующей является компонента с орбитальным моментом  $L = 0$ . Поэтому в этих случаях расчеты с простыми ВФ, например, в виде одночастичных плотностей, приводили к прекрасному согласию с экспериментальными данными.

В работе [11] был проведен расчет и для ядер  ${}^6,7\text{Li}$  и  ${}^9\text{Be}$ , который также хорошо воспроизводил экспериментальные данные [4], но только в области малых переданных импульсов ( $q \leq 0,1(\text{ГэВ}/c)^2$ ), в которой были проведены измерения. Однако расчет дифференциального поперечного сечения (ДПС) рассеяния протонов и  $\pi$ -мезонов на дейтроне (спин которого равен 1) [11] не приводил к согласию с экспериментальными данными [8], если не учитывался вклад  $D$ -волны в его ВФ. Обзор экспериментальных и теоретических результатов, полученных до 1970 г., дан в работах [12, 13]. Немного позже, в 80-е годы, были проведены систематические исследования ядер пучками протонов с энергией 1 ГэВ на синхроциклотроне в Гатчине (ЛИЯФ) [14, 15].

В данной работе мы исследуем упругое и неупругое рассеяние адронов (протонов, антипротонов и  $\pi$ -мезонов) промежуточных энергий (от сотен МэВ до 1 ГэВ) на ядрах  ${}^6,7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ . Эти ядра, спин основных состояний которых отличен от 0, обладающие ярко выраженной кластерной структурой, хорошо изучены экспериментально [16]: известны спектры низколежащих энергетических состояний и различные их характеристики, такие, как среднеквадратичные радиусы, магнитные и квадрупольные моменты, упругие и неупругие электромагнитные формфакторы и т.д. Теоретическое изучение указанных ядер проводится в рамках различных ядерных моделей: многочастичной модели оболочек, кластерных моделях (потенциальной, методе резонирующих групп (МРГ), нуклонных ассоциаций). Вместе с тем в последние годы появилось много работ, посвященных детальному экспериментальному исследованию упругого и неупругого рассеяния адронов на этих ядрах. Рассеяние протонов на  ${}^6\text{Li}$  изучалось в Упсале (Швеция) и в Сакле (Франция) при  $E_p = 0,185$  [17], 0,6 и 1,04 ГэВ [18], в Гатчине (Россия) и в Ванкувере (TRIUMF, Канада) на  ${}^9\text{Be}$  при  $E_p = 1,04$  [19, 20] и 0,22 ГэВ [21]. Цикл

работ по измерению ДПС и анализирующих способностей ( $A_y$ ) проведен в циклотронной лаборатории Индианского университета (IUCF, США) на  ${}^9\text{Be}$  с пучками поляризованных протонов при энергиях 0,135 [22] и 0,18 ГэВ [23], на  ${}^6\text{Li}$  [24] и  ${}^7\text{Li}$  [25] при энергии 0,2 ГэВ. Эксперименты по рассеянию антипротонов на  ${}^4\text{He}$  проводились в ЦЕРН (LEAR) при энергиях 0,18 [26], и 0,0196 ГэВ [27, 28]. Рассеяние  $\pi$ -мезонов изучалось на мезонной фабрике в Лос-Аламосской национальной лаборатории (LAMPF) на ядре  ${}^9\text{Be}$  при энергии 0,162 ГэВ [29], на ядрах  ${}^{6,7}\text{Li}$  при энергии 0,143 ГэВ [30] и при энергиях от 0,12 до 0,26 ГэВ [31], и в Институте П.Шерера (PSI) в Швейцарии, где получены систематические данные для ДПС [32, 33] при  $E_\pi$  от 0,1 до 0,24 ГэВ, а впоследствии и для поляризационных наблюдаемых [34], когда стала доступной технология изготовления поляризованных мишеней. Это современные данные, полученные с достаточно высоким энергетическим разрешением, и именно с ними мы будем сравнивать результаты наших расчетов.

Процессы взаимодействия адронов с ядрами при промежуточных энергиях можно примерно с одинаковым успехом изучать как в рамках дифракционной теории многократного рассеяния Глаубера—Ситенко (ГС) [12, 35], так и в рамках оптической модели. Детальное сравнение расчетов в этих двух моделях для рассеяния протонов на ядрах  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  при  $E_p = 0,8$  и 1 ГэВ показало, что качество описания ДПС в них практически одинаково [9, 36, 37], то же для  $\pi^{12}\text{C}$  при  $E_\pi = 0,673$  ГэВ [38]. Многие авторы [9, 36, 38–40] отмечают преимущества теории ГС, заключающиеся в ее наглядности (микроскопический вид оператора ГС в виде ряда многократного рассеяния, простой физический смысл параметров элементарной адрон-нуклонной ( $AN$ ) амплитуды), простоте (зная лишь вид  $AN$ -амплитуды и ВФ начального и конечного состояний ядра, можно вычислить матричный элемент (амплитуду) взаимодействия) и более прозрачной связи с наблюдаемыми по сравнению со стандартной оптической моделью. К сожалению, теория ГС ограничена двумя основными приближениями: эйкональным и адиабатическим, что позволяет применять ее лишь к рассеянию частиц высоких энергий в передней области углов. Энергии ниже 0,2 ГэВ лежат на границе применимости теории, по крайней мере, для рассеяния протонов, хотя имеются расчеты и при энергиях порядка 0,15–0,2 ГэВ [2, 38, 41–46] которые, к тому же, неплохо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Здесь встает интересный вопрос о поправках к этой теории. За десятилетия, прошедшие со времени ее создания, он неплохо изучен [38, 47–55, 59]. Основные поправки — на неадиабатичность, неэйкональность, фермидвижение, корреляции нуклонов в ядре, немассовые эффекты и т.д. — оценены, на основании чего сделан глобальный вывод о том, что часть их взаимно сокращается, поэтому лучше пользоваться первоначальным приближением, чем учитывать только часть поправок [55, 59].

Область применения теории ГС при рассеянии антипротонов и отчасти  $\pi$ -мезонов значительно расширена в сторону малых энергий за счет такой интересной особенности  $\bar{p}N$ -амплитуды, как ее резкая направленность вперед, свидетельствующая о вкладе большого числа парциальных волн с  $l \neq 0$  [39, 40, 56–60]. Причем с уменьшением энергии налетающих частиц анизотропия вперед возрастает, конус рассеяния сужается, что обеспечивает хорошее выполнение эйконального приближения. Здесь тоже вывод прост: для любых процессов, у которых имеется сильный передний пик в амплитуде рассеяния, можно применять дифракционную теорию [38].

Наибольшее число экспериментальных и теоретических работ в этой области посвящено изучению рассеяния на ядрах  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$  и т.д. Обратим внимание на то, что это четно-четные ядра с нулевым спином, имеющие так называемую  $\alpha$ -кластерную структуру. Эти ядра наиболее удобны как для экспериментаторов, так и для теоретиков. Одним из основных «входных параметров» в теории многократного рассеяния является ВФ ядра-мишени. В большинстве работ, особенно на начальной стадии изучения, использовались одночастичные ядерные плотности с ВФ типа оболочечных, которые хоть и давали лишь некоторое «усредненное» знание о структуре ядра, но имели простой вид и позволяли вычислить амплитуду аналитически, правильно передавая основные черты ДПС. В дальнейшем для ядер  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  перешли к  $\alpha$ -частичной модели, предложенной Инопиным [61] и успешно развитой во многих работах по рассеянию протонов [44, 62–64] и  $\pi$ -мезонов [43, 65, 66]. Усовершенствованная версия этой модели с дисперсией [67, 68] в сочетании с теорией многократного дифракционного рассеяния позволила объяснить поведение как ДПС, так и поляризации и функции поворота спина, и сделать важные выводы о чувствительности рассчитанных характеристик к параметрам  $p\alpha$ -амплитуд и к различным модификациям ВФ.

Параллельно для ядер, не имеющих чистой  $\alpha$ -структуры, разрабатывалась модель нуклонных ассоциаций (МНА) [69, 70], частным случаем которой является и  $\alpha$ -частичная модель. МНА явилась новой ступенью в изучении ядерной структуры легких кластеризованных ядер, таких, как  ${}^6\text{Li}$  ( $\alpha d$ - и  $\tau t$ -модели),  ${}^7\text{Li}$  ( $\alpha t$ -модель),  ${}^8\text{Be}$  ( $\alpha\alpha$ -модель) и др. При разработке МНА был успешно применен и усовершенствован имеющийся мощный математический аппарат генеалогических разложений, преобразований Тальми, генераторных координат (координат Якоби) и т.д. Однако МНА явилась как бы подготовительным этапом для развития более последовательных потенциальных кластерных моделей, как двухчастичных, так и трехчастичных [71–77], в которых ВФ рассчитываются путем решения уравнения Шредингера с реалистическими межкластерными потенциалами взаимодействия, воспроизводящими соответствующие фазы упругого рассеяния. Волновые функции в этих моделях имеют простой аналитический вид; записываются они в виде разложений по гауссовскому базису, но в отличие от ВФ модели оболочек или МНА

имеют правильную асимптотику, что может оказаться важным для процессов при малых переданных импульсах. Важно отметить, что при расчетах различных спектроскопических характеристик ядер или сечений ядерных процессов полученные ВФ не содержат подгоночных параметров.

В настоящее время подобными расчетами ВФ легких ядер занимаются разные группы авторов [72–77], но приоритет несомненно принадлежит В.И.Кукулину с сотрудниками, первыми рассчитавшими ВФ ядер с  $A = 6$  в  $\alpha 2N$ -модели [72] и ядер с  $A = 9$  в  $2\alpha N$ -модели [75]. Авторы назвали эти модели мультикластерными динамическими моделями с паули-проектированием (МДМП). Надежность МДМП некоторые авторы [34] сравнивают с надежностью МРГ; при этом значительная простота математического формализма МДМП позволяет расширить число изучаемых ядерных процессов в широком энергетическом диапазоне.

Отметим, что потенциальные кластерные модели ядер  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ , а также ядра  ${}^7\text{Li}$  в  $\alpha t$ -модели позволяют реализовать так называемый спектроскопический подход к описанию ядерных процессов. Суть его состоит в использовании при рассмотрении ядерных реакций моделей, воспроизводящих как можно более разнообразную и полную спектроскопическую информацию о ядрах [72, 75–80]. Детальные вычисления реакций двухкластерного фоторасщепления  ${}^6\text{Li}(\gamma, d)\alpha$ ,  ${}^6\text{Li}(\gamma, t)\tau$  и  ${}^7\text{Li}(\gamma, t)\alpha$  показали, что данная схема расчетов позволила не только описать практически все известные характеристики этих процессов, но в ее рамках были получены интересные предсказания нетривиальной энергетической зависимости асимметрии в распределении тритонов в реакциях  $(\gamma, t)$  на ядрах  ${}^6\text{Li}$  и  ${}^7\text{Li}$  для случая поляризованных фотонов [81, 82]. Впоследствии эти предсказания получили полное подтверждение в специально поставленных экспериментах в Харьковском физико-техническом институте [83].

В последние годы появление новой техники вторичных радиоактивных пучков сделало возможным проведение экспериментов в так называемой обратной (инверсной) кинематике, когда на покоящуюся водородную мишень налетает пучок радиоактивных ядер  ${}^{6,8}\text{He}$ ,  ${}^{9,11}\text{Li}$ ,  ${}^{11,12,14}\text{Be}$ . Водородная мишень имеет те преимущества, что механизм взаимодействия протона с ядром хорошо изучен, относительно прост, эффекты искажения из-за поглощения и перерасеяния малы и могут быть оценены, так же, как кинематический эффект отдачи. К тому же эта мишень не разрушается и не возбуждается при не слишком высоких энергиях налетающего пучка.

Эксперименты проводятся в Японии (RIKEN), Германии (GSI), США (BEVALAC), Франции (GANIL) и в России (IKAR). Полная сводка экспериментальных и теоретических работ дана в [84].

Из этих экспериментов при низких энергиях извлекают различные спектроскопические данные, а при промежуточных энергиях и более точную количественную информацию о пространственном распределении материи в экзо-

тических ядрах. Обычно в таких расчетах используют дифракционную теорию многократного рассеяния, которая позволяет описывать протон-ядерное рассеяние с высокой точностью и извлекать информацию непосредственно из измеренных величин.

Вышеперечисленные ядра обладают избыточным числом нейтронов, и для них с использованием расчетов в модели ГС исследуется возможность существования нейтронного гало и распределение плотности внутри него [84–88]. В работах [87] обсуждаются экспериментальные данные, полученные в RIKEN [88] при  $E = 32–74$  МэВ. Чтобы обосновать расчет, проведенный в дифракционной теории при таких низких энергиях и для достаточно больших углов рассеяния (до  $80^\circ$ ), в [87] были учтены неэйкональные поправки, которые улучшили описание экспериментальных данных для  $\theta > 40^\circ$ . В обзоре эти вопросы не рассматриваются, и мы упоминаем о них лишь для того, чтобы показать, что теория ГС не утратила своей актуальности до настоящего времени (спустя 40 лет после создания), напротив, область применения ее расширяется, и она остается одним из надежных инструментов при изучении ядерных процессов. Так, очень эффективным оказался последовательный учет перерассеяний, проводимый в рамках этой теории при рассмотрении упругого и квазиупругого рассеяния протонов при больших переданных импульсах на ряде легких и легчайших ядер [78, 89].

Резюмируя изложенное, сформулируем цель данной работы:

- 1) на основе спектроскопического подхода к ядерным процессам, используя ВФ потенциальной кластерной модели, рассмотреть характеристики упругого и неупругого рассеяния адронов на ядрах  ${}^6,7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ;
- 2) в рамках одной теории с единых позиций изучить рассеяние частиц разной природы на этих ядрах — протонов, антипротонов и  $\pi$ -мезонов;
- 3) изучить роль малых компонент ВФ в упругом и неупругом рассеянии адронов на ядрах с  $J \neq 0$ .

Необходимо отметить, что первая задача в свое время решалась для ядер  ${}^6,7\text{Li}$  и  ${}^{12}\text{C}$  [42], вторая — для дейтрона [47] и  ${}^{12}\text{C}$  [38], наиболее же полно она освещена в монографии [55] для ядер, начиная с дейтрона и до  ${}^{208}\text{Pb}$ . Однако основной упор в нашей работе делается на совместное решение сформулированных выше задач и на заполнение относительного вакуума при переходе от легчайших ядер ( $d, t, \alpha$ ) к ядрам  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  и выше.

Обзор состоит из пяти разделов. В разд. 1 рассматривается метод построения ВФ легких кластеризованных ядер в мультикластерной динамической модели. Подчеркнем, что простая гауссовская форма этих ВФ является не следствием простых представлений, а, наоборот, результатом достаточно сложной вычислительной техники, когда полученная в численном виде (в результате решения уравнения Шредингера с реалистическими потенциалами взаимодействия) ВФ разлагается по гауссовскому базису, чтобы придать ей вид, удобный для интегрирования в разных формализмах.

В разд. 2 мы используем формализм теории многократного рассеяния ГС. Здесь дано описание техники расчетов матричных элементов с кластерными ВФ, приведенными в предыдущем разделе. Показано, что матричные элементы можно вычислить аналитически без ограничения одно- или двукратными соударениями, если использовать в глауберовском операторе  $\Omega$  в качестве элементарных наряду с  $AN$ - также и  $A\alpha$ -амплитуды и гауссовское разложение ВФ ядер-мишеней. Это достаточно трудоемкие вычисления, особенно для спин-орбитальных матричных элементов, использующие технику суммирования коэффициентов Клебша—Гордана, которые, однако, позволяют провести многократные интегрирования аналитически, чем достигается необходимая точность расчетов.

В разд. 3, 4 и 5 мы переходим к анализу наблюдаемых в эксперименте величин: ДПС и  $A_y$  на каждом из ядер, сравнению их с имеющимися экспериментальными данными и с расчетами других авторов. Основной задачей здесь является выявление зависимости наблюдаемых величин как от структурных особенностей ядер-мишеней, так и от механизма рассеяния. К первым относятся расчеты с ВФ, рассчитанными в кластерных моделях с различными парными потенциалами взаимодействий, ко вторым — учет разных кратностей рассеяния на кластерах и нуклонах ядер-мишеней, различные кинематики, параметры элементарных  $AN$ - и  $A\alpha$ -амплитуд. Здесь выясняются такие вопросы, как причины заполнения дифракционного минимума в ДПС, зависимость дифракционной структуры сечений от энергии налетающего пучка, чувствительность  $A_y$  к параметрам ВФ и т.д. Проводится также сравнительный анализ характеристик ДПС рассеяния в зависимости от типа налетающих частиц.

В заключении подводятся итоги и формулируются основные выводы об упругом и неупругом рассеянии адронов на исследуемых ядрах.

## 1. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЯДЕР В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

**Ядро  ${}^6\text{Li}$ .** В литературе часто отмечается особая привлекательность ядра  ${}^6\text{Li}$  для теоретиков: из-за сравнительно небольшого числа нуклонов это ядро служит как бы полигоном для построения различных модельных ВФ, которые, с одной стороны, чувствительны к многочастичным ядерным корреляциям, а с другой — позволяют с хорошей точностью рассчитать такую систему.

Мы используем динамические ВФ ядра  ${}^6\text{Li}$  в  $\alpha np$ -модели, рассчитанные группой Кукулина из МГУ [72]. В настоящей работе используются две разные версии ВФ в МДМП: более ранняя версия 1986 г. — модель 1 и усовершенствованная версия 1992 г. — модель 2. Обе версии основаны на парных, микроскопически обоснованных потенциалах межкластерного взаи-



модействия, воспроизводящих фазовые сдвиги и имеющих глубоколежащие связанные состояния, запрещенные принципом Паули по относительному движению кластеров. Вклад этих запрещенных состояний исключается из точных собственных функций мультикластерного гамильтониана при решении задачи трех тел. Для этой цели была разработана специальная техника ортогонального проектирования. Принцип Паули в МДМП учитывается приближенно, путем замены антисимметризации полной ВФ по всем нуклонам ядра на ортогональность трех ВФ к запрещенным состояниям по каждой паре кластеров. Разработанная позднее модель с полной антисимметризацией (АМДМП) позволила проверить точность учета принципа Паули в МДМП, которая оказалась весьма высокой.

С целью проверки найденных ВФ в работах [72] рассчитано много типов наблюдаемых величин для ядер с  $A = 6$ , включая статические характеристики  ${}^6\text{Li}$  и все его измеренные к настоящему времени электромагнитные формфакторы. Все рассчитанные наблюдаемые хорошо согласуются с экспериментальными данными (особенно с ВФ в модели 2), за исключением небольшого по величине квадрупольного момента  ${}^6\text{Li}$ , который не воспроизводится в обеих версиях модели. Однако, как хорошо известно, электромагнитные свойства ядер (при не очень больших переданных импульсах) определяются процессами однократного рассеяния электронов и фотонов, т.е. функцией одночастичной зарядовой плотности мишени. Между тем в процессы дифракционного рассеяния протонов и антипротонов вносят вклад как одно-, двух-, так и многократные соударения, которые сильно интерферируют. Поэтому сечения для таких процессов могут быть чувствительными даже к тем аспектам описания мишени, которые остаются замаскированными в анализе экспериментов по электронному рассеянию, зависящему только от элементов однократного рассеяния.

В расчете ДПС используются трехтельные ВФ, рассчитанные со следующими потенциалами взаимодействия. В модели 1: для основного состояния —  $\alpha N$ -взаимодействие Сака—Биденхарна—Брейта (SBB),  $NN$ -взаимодействие Рейда с мягким кором (RSC), для возбужденного состояния  $3^+$  —  $\alpha N$ -SBB,  $NN$ -потенциал прямоугольной ямы. В модели 2 для обоих состояний —  $\alpha N$ -взаимодействие с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов,  $NN$ -RSC. Во всех моделях собственные ВФ ищутся в виде разложения по многомерным гауссоидам, что позволяет не только вычислить все матричные элементы аналитически, но и рассчитать ВФ на широком базисе с большим числом малых компонент. Конфигурация ВФ определяется квантовыми числами  $\lambda, l, L, S$ , где  $l$  — угловой момент относительного движения  $\alpha$ -частицы и центра масс двух нуклонов,  $\lambda$  — угловой момент относительного движения двух нуклонов,  $L$  и  $S$  — полные орбитальный и спиновый моменты ядра.

Для ВФ основного состояния ограничимся учетом двух конфигураций:  $\lambda = l = L = 0, S = 1$  ( $S$ -волна) и  $\lambda = 2, l = 0, L = 2, S = 1$  ( $D$ -волна),

**Таблица 1. Учитываемые конфигурации и их относительные веса в волновой функции  ${}^6\text{Li}$  [72]**

$\lambda$	$l$	$L$	$S$	Основное состояние $J^\pi = 1^+$	
				Модель 1	Модель 2
0	0	0	1	0,9554	0,9001
2	0	2	1	0,0338	0,0703
				Возбужденное состояние $J^\pi = 3^+$	
				Модель 1	Модель 2
0	2	2	1	0,7452	0,7440
2	0	2	1	0,2548	0,2217

т.к. вес остальных существенно меньше, например, вес конфигурации  $\lambda = 0$ ,  $l = 2$ ,  $L = 2$ ,  $S = 1$  в модели 2 равен 0,0008, что несравнимо с весами учитываемых компонент, приведенных в табл. 1:

$$\Psi_{i,f}^{(\lambda i)} = \Psi^{(00)} + \Psi^{(20)}, \quad (1)$$

где

$$\Psi_S^{(00)} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i,j} C_{ij}^{(00)} \exp(-\alpha_i r^2 - \beta_j R_{\alpha d}^2) \Phi_\alpha(\mathbf{r}_\mu) \chi_{1M}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Psi_D^{(20)} = & \sum_{M_L M_S} \langle 2M_L 1M_S | 1M_J \rangle r^2 Y_{2M_L}(\mathbf{r}) Y_{00}(\mathbf{R}_{\alpha d}) \Phi_\alpha(\mathbf{r}_\mu) \chi_{1M_S} \times \\ & \times \sum_{i'j'} C_{i'j'}^{(20)} \exp(-\alpha_{i'} r^2 - \beta_{j'} R_{\alpha d}^2), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\Phi_\alpha(\mathbf{r}_\mu)$  — ВФ основного состояния  $\alpha$ -частицы,  $\chi_{1M}$  — спиновая функция двух нуклонов,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_5 - \mathbf{r}_6$  — радиус-вектор относительного движения нуклонов, составляющих дейтрон,  $\mathbf{R}_{\alpha d} = \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_d$  — радиус-вектор относительного  $\alpha d$ -движения,  $\mathbf{r}_\mu$  — координаты нуклонов, составляющих  $\alpha$ -частицу.

Для ВФ в возбужденном  $3^+$ -состоянии учтем следующие конфигурации:  $\lambda = 0$ ,  $l = 2$ ,  $L = 2$  и  $\lambda = 2$ ,  $l = 0$ ,  $L = 2$ :

$$\Psi_{i,f}^{(\lambda i)} = \Psi^{(02)} + \Psi^{(20)}, \quad (4)$$

где

$$\Psi^{(02)} = \sum_{M_L M_S} \langle 2M_L 1M_S | 3M_J \rangle Y_{00}(\mathbf{r}) R_{\alpha d}^2 Y_{2M_L}(\mathbf{R}_{\alpha d}) \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}_{\mu}) \chi_{1M_S} \times \\ \times \sum_{pq} C_{pq}^{(02)} \exp(-\alpha_p r^2 - \beta_q R_{\alpha d}^2), \quad (5)$$

$$\Psi^{(20)} = \sum_{M_L, M_S} \langle 2M_L 1M_S | 3M_J \rangle Y_{00}(\mathbf{R}_{\alpha d}) r^2 Y_{2M_L}(\mathbf{r}) \Phi_{\alpha}(\mathbf{r}_{\mu}) \chi_{1M_S} \times \\ \times \sum_{p'q'} C_{p'q'}^{(20)} \exp(-\alpha_{p'} \mathbf{r}^2 - \beta_{q'} R_{\alpha d}^2), \quad (6)$$

$$\Phi_{\alpha}(\mathbf{r}_{\mu}) = (1/W) \left\{ \exp \left[ -(\gamma/2) \sum_{\mu=1}^4 (\mathbf{r}_{\mu} - \mathbf{R}_{\alpha})^2 \right] + \right. \\ \left. + c \sum_{q=1}^4 \exp \left[ -(\gamma/2) \sum_{\mu \neq q} (\mathbf{r}_{\mu} - \mathbf{R}_{\alpha})^2 - (\mu/2) (\mathbf{r}_q - \mathbf{R}_{\alpha})^2 \right] \right\}. \quad (7)$$

В качестве ВФ основного состояния ядра  ${}^4\text{He}$  используется как обычная однопараметрическая гауссовская функция с размерным параметром, соответствующим среднеквадратичному радиусу  $\alpha$ -частицы, равному 1,67 фм [90] (для нее  $1/W = (1/2\sqrt{2})(\gamma/\pi)^{9/4}$ ,  $\gamma = 0,5828 \text{ фм}^{-2}$ ,  $c = 0$ ), так и «реалистическая» функция, хорошо описывающая также  $\alpha$ -частичный формфактор вплоть до импульса  $q \approx 4,5 \text{ фм}^{-1}$  [91]. Для нее  $\gamma = 0,59745 \text{ фм}^{-2}$ ,  $\mu = 13,11 \text{ фм}^{-2}$ ,  $c = -0,98031$ ,  $W$  — нормировочный коэффициент.

Как следует из табл. 1, для основного состояния  ${}^6\text{Li}$  в обеих ВФ доминирующий вклад дает  $S$ -волна ( $> 90\%$ ), а  $D$ -волна является лишь малой добавкой (от 3 до 7% в расчетах с разными потенциалами взаимодействия), причем особенно интересным представляется выяснение зависимости сечения от величины ее вклада. Для возбужденного же состояния ядра  ${}^6\text{Li}$  оба состояния  $\Psi^{(02)}$  и  $\Psi^{(20)}$  дают сравнимые по порядку величин вклады, первый из них (74%) лишь в 3 раза превышает второй (22–25%).

**Ядро  ${}^7\text{Li}$ .** Характерными особенностями ядра  ${}^7\text{Li}$  являются его большой квадрупольный момент ( $Q \sim 40$  мб) и сильная  $\alpha t$ -кластеризация ( $E_{\text{св}} = 2,467$  МэВ) в основном состоянии. Это ядро изучалось многими авторами в рамках различных моделей: Коэн—Курата [25], оболочек с  $LS$ -связью [92], кластерной [77, 93, 94]. В работе [25] ВФ ядра  ${}^7\text{Li}$  представлена в виде ядерной плотности как сумма двух компонент — сферической  $\rho_0^m$  и квадрупольной  $\rho_2^m$ . Показана важность учета квадрупольной компоненты при расчете как ДПС, так и  $A_q$ .

В данной работе мы использовали ВФ ядра  ${}^7\text{Li}$ , рассчитанные в кластерной  $\alpha t$ -модели [77] на основе потенциала Вудса—Саксона с параметрами,

предложенными в [95]. Эта ВФ хорошо воспроизводит статические характеристики и электромагнитные формфакторы при малых переданных импульсах. Аналогичные ВФ для потенциала Бака были рассчитаны в работе [94]. Одни из последних ВФ получены в [96] на основе потенциалов с запрещенными состояниями, которые во многом повторяют выводы и все статические характеристики работ [77] и [94], не внося существенной новизны, но увеличивая число подгоночных параметров до 8 (по сравнению с 3 в [95]).

В основном состоянии ядро  ${}^7\text{Li}$  имеет следующие квантовые числа:  $J^\pi$ ,  $T = 3/2^-, 1/2$ ,  $L = 1$ , в первом возбужденном состоянии  $J^\pi$ ,  $T = 1/2^-, 1/2$ ,  $L = 1$ . ВФ ядра  ${}^7\text{Li}$  в  $\alpha t$ -модели можно записать следующим образом:

$$\Psi_{\tau\text{Li}} = \sum_{M_L M_S} \langle LM_L S M_S | J M_j \rangle \Phi_\alpha \Phi_t \Phi_{\alpha t} \chi_{\frac{1}{2} M_S}, \quad (8)$$

где  $\chi_{\frac{1}{2} M_S}$  — спиновая функция,  $\Phi_\alpha$ ,  $\Phi_t$ ,  $\Phi_{\alpha t}$  — ВФ  $\alpha$ -частицы, тритона и их относительного движения соответственно, выбранные в виде разложений по гауссовскому базису:

$$\Phi_\alpha = N_\alpha \sum_j C_j \exp(-\alpha_j R_\alpha^2), \quad (9)$$

$$\Phi_t = N_t \sum_k C_k \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha_k \sum_{i=1}^3 (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_t)^2\right), \quad (10)$$

$$\Phi_{\alpha t} = \mathbf{R}^L Y_{LM}(\mathbf{R}) N_{\alpha t} \sum_i C_i \exp(-\alpha_i R^2). \quad (11)$$

Здесь  $N_\alpha$ ,  $N_t$ ,  $N_{\alpha t}$  — нормировочные коэффициенты ВФ,  $C_{i,(j,k)}$  и  $\alpha_{i,(j,k)}$  — коэффициенты разложения, значения которых были взяты из следующих работ: [97] — для  $\alpha$ -частиц (табл. 2), [99–101] — для  $t$  (табл. 3), [77, 96] — для  $\alpha t$ ;  $\mathbf{R}_\alpha$ ,  $\mathbf{R}_t$  — координаты центров масс  $\alpha$ -частицы и  $t$ ,  $\mathbf{r}_i$  — одночастичные координаты нуклонов, составляющих тритон,  $\mathbf{R}$  — координата относительного движения  $\alpha$ -частицы и тритона в ядре  ${}^7\text{Li}$ .

**Ядро  ${}^9\text{Be}$ .** Другим интересным объектом для апробирования трехтельной модели является ядро  ${}^9\text{Be}$ . Среди легких ядер  $1p$ -оболочки это ядро выделяется своей необычной структурой. Большие значения квадрупольного и октупольного моментов [16] говорят о его сильной деформации. У него необычно малая энергия связи в канале  ${}^9\text{Be} \rightarrow {}^8\text{Be} + n$  — всего 1,67 МэВ. Еще меньше энергия развала по трехчастичному каналу  $\alpha + \alpha + n$  — она равна 1,57 МэВ. В то же время энергия связи протона равна 16,9 МэВ, что сравнимо с энергией связи протона в  $\alpha$ -частице! Это прямое указание на то, что доминирующей в ядре  ${}^9\text{Be}$  должна быть именно  $2\alpha n$ -структура.

Для описания ядра  ${}^9\text{Be}$  используется трехчастичная  $2\alpha n$ -модель (рис. 1) с тремя парными  $\alpha n$ - и  $\alpha\alpha$ -взаимодействиями, включающими состояния, запрещенные принципом Паули, что отражает составную природу  $\alpha$ -частиц.

**Таблица 2. Коэффициенты разложения по гауссовскому базису волновой функции и среднеквадратичный зарядовый радиус  $r_{ch}$   $\alpha$ -частицы. Названия моделей сохранены такими же, как в [97]**

Модель	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$ $C_1$	$\alpha_2, \text{фм}^{-2}$ $C_2$	$\alpha_3, \text{фм}^{-2}$ $C_3$	$r_{ch},^* \text{фм}$
D	0,4139 1,0	1,3514 3,79	2,5381 -4,964	1,664
B	0,5342 1,0	6,993 -1,0	0 0	1,646
EMQ	0,3022 1,0	0,964 12,04	1,6378 -13,04	1,673

\* $r_{ch.эксп} = 1,673 \text{ фм}$  [98].

**Таблица 3. Коэффициенты разложения по гауссовскому базису волновой функции, энергии связи  $E_{св}$  и среднеквадратичный зарядовый радиус  $r_{ch}$  тритона**

Модель, ссылка	$\alpha_1, \text{фм}^{-2}$ $C_1$	$\alpha_2, \text{фм}^{-2}$ $C_2$	$\alpha_3, \text{фм}^{-2}$ $C_3$	$E_{св}^*, \text{МэВ}$	$r_{ch}^{**}, \text{фм}$
Модель 1 [99]	2.0833E-1 1.7284E-2	6.0414E-1 1.1376E-1	1.4297E-0 1.2996E-1	8,471	1,691
Модель 2 [100]	1.72E-1 1.0E-0	5.1E-1 9.11E-0	1.32E-0 1.6603E-1	7,94	1,53
Модель 3 [101]	2.05E-1 2.065E-2	6.91E-1 1.37E-1	4.264E-0 -8.477E-2	5,97	1,66
Модель 4 [99]	1.7441E-1 2.3658E-2	1.3239E-0 3.7788E-1	5.1348E-1 2.0905E-1	7,937	1,686

\* $E_{св.эксп} = 8,48 \text{ МэВ}$  [102].

\*\* $r_{ch.эксп} = 1,68 \text{ фм}$  [103].

Очевидно, что принцип Паули играет большую роль при описании структуры ядер. Он не допускает сильного перекрытия валентного нуклона с  $\alpha$ -частицами, а также двух  $\alpha$ -частиц между собой и тем самым сильно уменьшает влияние внутренней области  $\alpha n$ - и  $\alpha\alpha$ -взаимодействий.

Волновая функция ядра  ${}^9\text{Be}$  системы с полным угловым моментом  $J$  и его проекцией  $M_J$  записывается в виде [75]:

$$\Psi_{i,f}^{JM_J} = \varphi_{J\alpha=T\alpha=0}(1,2,3,4) \varphi_{J\alpha=T\alpha=0}(5,6,7,8) \Psi^{JM_J}(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad (12)$$

где  $\varphi_{J\alpha=T\alpha=0}$  — ВФ  $\alpha$ -частицы, зависящая от внутренних координат системы четырех нуклонов.

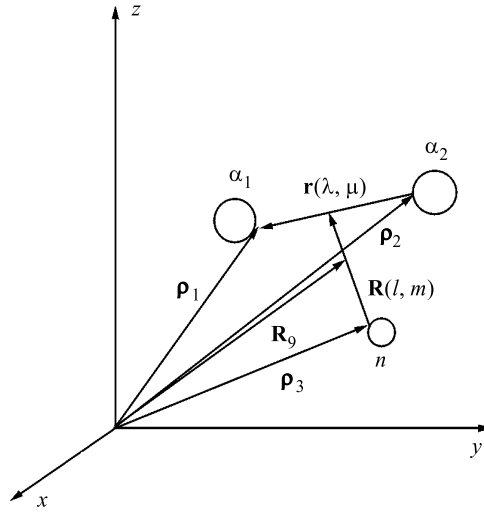


Рис. 1. Схема ядра  ${}^9\text{Be}$ :  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$  — одночастичные координаты нуклонов,  $\mathbf{R}, \mathbf{r}$  — координаты Якоби,  $l, \lambda$  — сопряженные моменты

Подчеркнем, что в отличие от низколежащего возбужденного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$  ( $J^\pi = 1/2^+$ ), а также от основного состояния ядра  ${}^6\text{Li}$  в трехтельной  $\alpha 2N$ -модели, содержащих одну доминирующую компоненту с относительным вкладом  $> 90\%$ , в случае основного состояния  ${}^9\text{Be}$  ( $J^\pi = 3/2^-$ ) сравнимый вклад дают три компоненты:

$$\Psi^{JM_J}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \Psi_{011}^{\lambda l L}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) + \Psi_{211}^{\lambda l L}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) + \Psi_{212}^{\lambda l L}(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad (13)$$

где  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{R}$  — координаты Якоби, выбранные, как показано на рис. 1,  $\lambda$  и  $l$  — сопряженные им орбитальные моменты,  $L$  — полный орбитальный момент ядра,  $\lambda + l = L$ . Отдельные компоненты  $\mathbf{B}\Phi$  (13) запишутся следующим образом [75]:

$$\begin{aligned} \Psi_{011}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = & \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{M_L M_S} \left\langle 1M_L \frac{1}{2}M_S \left| \frac{3}{2}M_J \right\rangle \delta_{m M_L} \mathbf{R} Y_{1m}(\mathbf{R}) \chi_{\frac{1}{2}M_S} \times \\ & \times \sum_{ij} C_{ij}^{01} \exp(-\alpha_i r^2 - \beta_j R^2), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{211}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = & \sum_{M_L M_S} \left\langle 1M_L \frac{1}{2}M_S \left| \frac{3}{2}M_J \right\rangle \left\langle 2\mu 1m \left| 1M_L \right\rangle r^2 Y_{2\mu}(\mathbf{r}) \times \\ & \times \mathbf{R} Y_{1m}(\mathbf{R}) \chi_{\frac{1}{2}M_S} \sum_{kp} C_{kp}^{21} \exp(-\alpha_k r^2 - \beta_p R^2), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Psi_{212}(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \sum_{M_L M_S} \left\langle 2M_L \frac{1}{2} M_S \middle| \frac{3}{2} M_J \right\rangle \left\langle 2\mu 1 m \middle| 2M_L \right\rangle r^2 Y_{2\mu}(\mathbf{r}) \times \\ \times \mathbf{R} Y_{1m}(\mathbf{R}) \chi_{\frac{1}{2} M_S} \sum_{qt} C_{qt}^{21} \exp(-\alpha_q r^2 - \beta_t R^2), \quad (16)$$

где  $C_{ij}^{01}$ ,  $C_{kp}^{21}$ ,  $C_{qt}^{21}$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_j$ ,  $\alpha_k$ ,  $\beta_p$ ,  $\alpha_q$ ,  $\beta_t$  — коэффициенты разложения, остальные обозначения стандартные. Относительные веса этих конфигураций и некоторые статические характеристики ядра  ${}^9\text{Be}$  приведены в табл. 4.

**Таблица 4. Учитываемые конфигурации, их относительные веса в волновой функции  ${}^9\text{Be}$ , среднеквадратичный зарядовый радиус  $r_{ch}$ , квадрупольный  $Q$  и магнитный  $\mu$  моменты  ${}^9\text{Be}$  [79]**

$\lambda$	$l$	$L$	Основное состояние	
			Модель 1	Модель 2
0	1	1	0,4078	0,4295
2	1	1	0,3471	0,3554
2	1	2	0,2131	0,1957
$r_{ch}^*$ , фм			2,526	2,352
$Q^{**}$ , мб			49,5	37,5
$\mu^{***}$ , $\mu_0$			-0,8662	-0,9325

\*  $r_{ch, \text{эксп}} = 2,519(12)$  фм [16].

\*\*  $Q_{\text{эксп}} = (53 \pm 3)$  мб [16].

\*\*\*  $\mu_{\text{эксп}} = -1,1778(9)\mu_0$  [16].

Волновая функция возбужденного состояния  $J^\pi = 1/2^+$  содержит одну доминирующую компоненту (с весом  $> 99\%$ ) с нулевыми квантовыми числами:

$$\Psi^{JM_J}(r, R) = \frac{1}{4\pi} \sum_{mn} C_{mn} \exp(-\alpha_m r^2 - \beta_n R^2). \quad (17)$$

Расчет проводился с тремя парными взаимодействиями  $V_{\alpha\alpha}$ ,  $V_{\alpha_1 n}$ ,  $V_{\alpha_2 n}$ . В качестве парных взаимодействий использовались следующие.

Модель 1:  $V_{\alpha\alpha}$  — потенциал Али—Бодмера, не содержащий запрещенных состояний с отталкиванием на малых расстояниях,  $V_{\alpha n}$  — потенциал с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов

Модель 2:  $V_{\alpha\alpha}$  — глубокий потенциал с запрещенными состояниями в форме Бака,  $V_{\alpha n}$  — тот же, что в модели 1.

Модель 3:  $V_{\alpha\alpha}$  — тот же, что в модели 2,  $V_{\alpha n}$  — потенциал SBB.

Особый интерес при исследовании структуры ядер с  $A = 9$  в трехтельной модели представляет изучение роли  $\alpha\alpha$ -взаимодействия. Как известно,

составная, нуклонная структура  $\alpha$ -частиц может быть учтена через ВФ относительного  $\alpha\alpha$ -движения двояким образом. В первой модели ВФ относительного движения вымирает в области отталкивательного кора, а во второй и третьей — является осциллирующей на малых расстояниях. В первой модели учет принципа Паули связан с использованием  $l$ -зависящего потенциала Али—Бодмера, содержащего отталкивание на малых расстояниях [104]. Второй модели соответствует глубокий притягивающий потенциал с запрещенными принципом Паули состояниями. В нем состоянию с орбитальным моментом  $l = 0$  соответствует ВФ типа оболочечной  $4S$ -функции, содержащей два узла. При этом функции  $0S$  и  $2S$  соответствуют запрещенным состояниям, и в трехчастичных расчетах они исключаются с помощью специальной процедуры.

При расчете спектра ядра  ${}^9\text{Be}$  в работах [75] использовался  $\alpha\alpha$ -потенциал притяжения гауссовской формы, содержащий запрещенные состояния, — потенциал Бака, дающий превосходное описание фаз рассеяния с  $l = 0, 2, 4$  и  $6$  вплоть до  $40$  МэВ в лабораторной системе [105]. Отметим, что потенциал Али—Бодмера дает примерно то же качество описания  $\alpha\alpha$ -фазовых сдвигов, что и потенциал Бака. В моделях 1 и 2 в качестве  $\alpha n$ -взаимодействия выбирался потенциал с четно-нечетным расщеплением, хорошо воспроизводящий фазы с  $l = 0, 1$  и  $2$  [75].

Как и следовало ожидать, в случае модели 1, ВФ в которой имеет более «периферический» характер, происходит некоторое увеличение среднеквадратичного зарядового радиуса и квадрупольного момента, то есть величин, операторы которых растут с расстоянием. В то же время, как показано в работе [79], магнитный момент, а также нейтронные спектроскопические факторы, то есть величины, значения которых определяются всем ядерным объемом, имеют большие значения для модели 2, ВФ в которой внутри ядра не вымирает.

Отметим также, что в модели 2 основное состояние  $3/2^-$  ядра  ${}^9\text{Be}$  пересвязано примерно на  $1,5$  МэВ, а принципиальное для трехтельной модели окологороговое состояние  $1/2^+$  ( $2S_{1/2}$  — нейтрон над невозбужденным  $\alpha\alpha$ -остовом) завышено примерно на  $1$  МэВ [75]. В модели 1 энергетический спектр передается лучше: основное состояние пересвязано всего лишь на  $0,2$  МэВ, а уровень  $1/2^+$  завышен уже только на  $0,5$  МэВ.

Таким образом, в целом рассмотренные характеристики ядра  ${}^9\text{Be}$  лучше схватываются трехтельной моделью 1, в которой при расчете ВФ используется содержащий на малых расстояниях отталкивание  $\alpha\alpha$ -потенциал Али—Бодмера. Эти же выводы подтверждаются и выполненными нами расчетами упругих и неупругих продольных формфакторов ядра  ${}^9\text{Be}$  [79].



## 2. ФОРМАЛИЗМ

В этом разделе дана техника вычисления матричных элементов (амплитуд) рассеяния в теории ГС с трехчастичными ВФ, рассмотренными выше. Для определенности приведены выкладки для рассеяния адронов на ядре  ${}^9\text{Be}$ .

Запишем оператор многократного рассеяния, исходя из предположения, что рассеяние налетающих адронов происходит на нейтроне и двух  $\alpha$ -частицах, составляющих ядро  ${}^9\text{Be}$ :

$$\Omega = \sum_{j=1}^3 \omega_j - \sum_{i<j=1}^3 \omega_i \omega_j + \omega_{\alpha_1} \omega_{\alpha_2} \omega_n, \quad (18)$$

где  $j = 1, 2, 3$ ;  $j = 1, 2$  отвечает  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ,  $j = 3$  отвечает  $n$ ;

$$\omega_j(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 \mathbf{q} \exp[-i \mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)] f_{Aj}(q). \quad (19)$$

Здесь  $\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_j$  — прицельный параметр и одночастичные координаты нуклонов, являющиеся в теории Глаубера двумерными векторами,  $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$  — импульсы налетающего и вылетевшего адрона,  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$  — переданный в реакции импульс,  $f_{Aj}(q)$  — элементарная амплитуда, которая содержит пять членов, включающих, помимо доминирующих центральной и спин-орбитальной компонент, зарядово-обменные члены и члены, обусловленные некоммутативностью спиновых операторов. Мы в расчете ограничимся двумя основными слагаемыми, исходя из анализа, проведенного в работах [106, 107], в которых было показано, что влияние всех остальных спиновозависимых амплитуд на ДПС и поляризацию мало:

$$f_j(q) = f_{Aj}^c(q) + f_{Aj}^s(q) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \quad (20)$$

где  $f_{Aj}^c(q), f_{Aj}^s(q)$  — центральная и спин-орбитальная части элементарной амплитуды соответственно. Адрон-нуклонные амплитуды параметризованы следующим стандартным образом:

$$f_{AN}^c = \frac{k\sigma_{AN}}{4\pi} (i + \mathcal{E}_{AN}^c) \exp\left(-\frac{\beta_{AN}^c q^2}{2}\right), \quad (21)$$

$$f_{AN}^s = \frac{k\sigma_{AN}}{4\pi} q D_s (i + \mathcal{E}_{AN}^s) \exp\left(-\frac{\beta_{AN}^s q^2}{2}\right). \quad (22)$$

Параметры  $AN$ -амплитуд приведены в табл. 5–7.

Почти во всех работах, в которых используется глауберовское приближение, или рассчитывается полная амплитуда многократного рассеяния (что довольно трудно сделать для ядер-мишеней, содержащих больше 3–4 нуклонов),

Таблица 5. Сводка параметров  $pN$ -амплитуд

$E_p$ , ГэВ		$\sigma_{pN}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{pN}^c$	$\beta_{pN}^c$ , фм <sup>2</sup>	$D_s$ , фм	$\mathcal{E}_{pN}^s$	$\beta_{pN}^s$ , фм <sup>2</sup>	Ссылка	№ набора																																																																																																																																																																																																																																																																									
0,185	$pp$	2,5	1,22	0,529				[108]	1																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,77	0,84	0,697						0,2	$pp$	2,19	-0,068	0,103				[109]	2	$pn$	4,10	5,199	0,0534				0,2	$pp$	2,36	1,15	0,65				[38] [110]	3	$pn$	4,20	0,71	0,68				0,398	$pp$	2,56	0,584	0,564- -i0,61	0,674	0,102	0,316+ +i0,0024	[68]	4	$pn$	3,332	0,108	0,612- -i0,486	0,441	0,431	0,40- -i0,054	0,6	$pp$	4,00	1,11	0,022				[109]	5	$pn$	3,75	1,712	-0,0122				0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6	$pn$	3,6	-0,36	0,115				0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413
0,2	$pp$	2,19	-0,068	0,103				[109]	2																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,10	5,199	0,0534						0,2	$pp$	2,36	1,15	0,65				[38] [110]	3	$pn$	4,20	0,71	0,68				0,398	$pp$	2,56	0,584	0,564- -i0,61	0,674	0,102	0,316+ +i0,0024	[68]	4	$pn$	3,332	0,108	0,612- -i0,486	0,441	0,431	0,40- -i0,054	0,6	$pp$	4,00	1,11	0,022				[109]	5	$pn$	3,75	1,712	-0,0122				0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6	$pn$	3,6	-0,36	0,115				0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18														
0,2	$pp$	2,36	1,15	0,65				[38] [110]	3																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,20	0,71	0,68						0,398	$pp$	2,56	0,584	0,564- -i0,61	0,674	0,102	0,316+ +i0,0024	[68]	4	$pn$	3,332	0,108	0,612- -i0,486	0,441	0,431	0,40- -i0,054	0,6	$pp$	4,00	1,11	0,022				[109]	5	$pn$	3,75	1,712	-0,0122				0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6	$pn$	3,6	-0,36	0,115				0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																															
0,398	$pp$	2,56	0,584	0,564- -i0,61	0,674	0,102	0,316+ +i0,0024	[68]	4																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,332	0,108	0,612- -i0,486	0,441	0,431	0,40- -i0,054			0,6	$pp$	4,00	1,11	0,022				[109]	5	$pn$	3,75	1,712	-0,0122				0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6	$pn$	3,6	-0,36	0,115				0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																
0,6	$pp$	4,00	1,11	0,022				[109]	5																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,75	1,712	-0,0122						0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6	$pn$	3,6	-0,36	0,115				0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																	
0,6	$pp$	3,7	-0,48	0,097				[111]	6																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,6	-0,36	0,115						0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7	$pn$	3,66	-0,295	0,175				0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																		
0,6	$pp$	3,96	0,24	0,11				[112]	7																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,66	-0,295	0,175						0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8	0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9	$pn$	3,6	-0,205	0,111				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																			
0,6	$ppn^*$	3,7	-0,1	0,12	3,0	1,0	0,6	[49]	8																																																																																																																																																																																																																																																																									
0,6	$pp$	3,61	0,378	0,1				[108]	9																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,6	-0,205	0,111						1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10	1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																														
1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,21	0,364	0,298	[113]	10																																																																																																																																																																																																																																																																									
1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,23	0,16	-0,3	0,75	[15]	11																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,04	-0,4	0,16	0,16	-0,3	0,75			1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12	$pn$	4,04	-0,4	0,109				1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																									
1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,109				[108]	12																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,04	-0,4	0,109						1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6	1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																										
1,0	$pp$	4,75	-0,1	0,24	0,14	-0,6	0,6	[114]	13																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,04	-0,45	0,24	0,14	-0,6	0,6			1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14	$pn$	4,04	-0,5	0,21				1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																											
1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,21				[53]	14																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,04	-0,5	0,21						1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15	$pn$	3,92	-0,46	0,12				1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																																												
1,0	$pp$	4,72	-0,09	0,09				[112]	15																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	3,92	-0,46	0,12						1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16	$pn$	4,02	2,133	-0,404				1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																																																													
1,0	$pp$	4,75	1,99	-0,0112				[109]	16																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,02	2,133	-0,404						1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17	$pn$	4,00	-0,5	0,182				1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																																																																														
1,0	$pp$	4,75	-0,05	0,182				[38] [110]	17																																																																																																																																																																																																																																																																									
	$pn$	4,00	-0,5	0,182						1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																																																																																															
1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,187	0,202	0,413	0,333	[113]	18																																																																																																																																																																																																																																																																									

Продолжение таблицы 5

$E_p$ , ГэВ		$\sigma_{pN}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{pN}^c$	$\beta_{pN}^c$ , фм <sup>2</sup>	$D_s$ , фм	$\mathcal{E}_{pN}^s$	$\beta_{pN}^s$ , фм <sup>2</sup>	Ссылка	№ набора
1,0	$ppn^*$	4,356	-0,3	0,26	0,213	0,3	0,467+ +i0,297	[115]	19
1,0	$pp$ $pn$	4,75 3,85		0,25 0,25	0,1 0,1	15 15	0,75 0,75	[116]	20
1,0	$pp$ $pn$	4,75 3,85		0,25 0,25	5,5 5,5	0,2 0,2	1,25 1,25	[116]	21
1,0	$pp$ $pn$	4,75 4,00	-0,33 -0,33	0,182 0,182				[11]	22
1,0	$pp$ $pn$	4,75 4,00	-0,06 -0,4	0,182 0,182				[41]	23
1,04	$pp$ $pn$	4,75 4,04	-0,1 -0,4	0,24 0,17				[15]	24
1,05	$ppn^*$	4,4	-0,27	0,25	2,3	0,7	0,6	[49]	25

\*Данная запись означает, что параметры  $pp$ - и  $pn$ -амплитуд одинаковы.

Таблица 6. Сводка параметров  $\bar{p}N$ -амплитуд [59]

$E_p$ , ГэВ		$\sigma_{\bar{p}N}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{\bar{p}N}$	$\beta_{\bar{p}N}$ , фм <sup>2</sup>	№ набора
0,18	$\bar{p}p$ $\bar{p}n$	15,7 13,6	0,2 0,2	0,86 0,86	1
0,18	$\bar{p}p$ $\bar{p}n$	14,0 12,0	0,3 0,3	0,778 0,778	2
0,18	$\bar{p}p$ $\bar{p}n$	14,0 14,0	0,3 0,3	0,86 0,86	3

или применяется оптический предел, который предполагает, что ВФ мишени в основном состоянии может быть выражена в модели независимых частиц. Оба метода, однако, используют изначально элементарную  $NN$ -амплитуду рассеяния.

Для ядра  ${}^9\text{Be}$  (так же, как и для  ${}^6\text{Li}$  в  $\alpha 2N$ -модели и для  ${}^7\text{Li}$  в  $\alpha t$ -модели) мы применим другой метод расчета, учитывающий тот факт, что ВФ рассчитана в  $2\alpha n$ -модели, а значит, и в операторе  $\Omega$  удобнее использовать не элементарные  $AN$ -, а  $An$ - и  $A\alpha$ -амплитуды. Данный подход имеет очевидные преимущества, поскольку можно считать, что ряд нетривиальных эффектов, связанных с учетом спинов нуклонов ядра-мишени, с различными нуклон-нуклонными корреляциями, ферми-движением нуклонов, многочастичными эффектами и т.д., которые трудно учесть в модели независимых частиц,

Таблица 7. Сводка параметров  $\pi N$ -амплитуд [38, 41]

$E_\pi$ , ГэВ		$\sigma_{\pi n}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{\pi N}^c$	$\beta_{\pi N}^c$ , фм <sup>2</sup>	№ набора
0,18	$\pi^- p$	6,0	0,18	0,570	1
	$\pi^- n$	17,6	-0,03	0,586	
0,18	$\pi p n$	12,76	0,114	0,994	2
0,2	$\pi n$	11,90	-0,17	0,873	3
0,23	$\pi p n$	9,24	-0,43	0,55	4
0,26	$\pi n$	6,61	-0,731	0,578	5
0,26	$\pi n$	6,40	-0,59	0,44	6
0,26	$\pi^- p$	3,5	-0,28	0,435	7
0,26	$\pi^- n$	9,3	-0,91	0,462	8

«автоматически» включены в подогнанную под экспериментальные данные  $A\alpha$ -амплитуду. Во многих работах  $\alpha$ -частичная модель успешно применялась, особенно при рассеянии протонов на таких  $\alpha$ -кластеризованных ядрах, как  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  [64–68]. Полученные в них результаты показывают, что расчеты в простой  $\alpha$ -частичной модели так же хорошо описывают экспериментальные данные, как и в более сложных моделях, и гораздо лучше согласуются с экспериментом, чем расчеты с  $pN$ -амплитудой. В этих работах дано обоснование использования  $A\alpha$ -амплитуд, которое оправданно и для ядра  $^9\text{Be}$ , а также отвечает духу используемой нами мультикластерной модели.

Как показано в [64, 117], дифракционная картина рассеяния протонов и  $\pi$ -мезонов на  $\alpha$ -частицах при энергиях порядка сотен МэВ хорошо описывается следующей параметризацией (вплоть до значений  $q^2 = 0,8(\text{ГэВ}/c)^2$ ):

$$f_{A\alpha}^c(q) = \frac{k\sigma_{A\alpha}}{4\pi} (i + \mathcal{E}_{A\alpha}^c) \left(1 - \frac{q^2}{t_1}\right) \left(1 - \frac{q^2}{t_2}\right) \exp\left(-\frac{\beta_{A\alpha}^c q^2}{2}\right), \quad (23)$$

$$f_{A\alpha}^s(q) = \frac{k\sigma_{A\alpha}}{4\pi} (i + \mathcal{E}_{A\alpha}^s) D_s \sqrt{\frac{q^2}{4m^2}} \times \\ \times \left(1 - \frac{q^2}{t_3}\right) \left(1 - \frac{q^2}{t_4}\right) \exp\left(-\frac{\beta_{A\alpha}^s q^2}{2}\right), \quad (24)$$

где  $m$  — масса адрона. Параметры элементарных  $A\alpha$ -амплитуд приведены в табл. 8, 9.

Заметим, что оператор  $\Omega$  (18), который зависит от элементарных  $A\alpha$ - и  $AN$ -амплитуд в соответствии с разбиением каждой из них на сумму центральной и спин-орбитальной компонент (20), также будет представлять сумму двух слагаемых:

$$\Omega = \Omega^c + \Omega^s. \quad (25)$$

Таблица 8. Сводка параметров  $\rho\alpha$ -амплитуд

$E_p$ , ГэВ	$\sigma_{p\alpha}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{p\alpha}^c$	$\beta_{p\alpha}^c$ , фм <sup>2</sup>	$t_1$ , фм <sup>-2</sup>	$t_2$ , фм <sup>-2</sup>	$\mathcal{E}_{p\alpha}^s$	$D_s$	$\beta_{p\alpha}^s$ , фм <sup>2</sup>	$t_3$ , фм <sup>-2</sup>	$t_4$ , фм <sup>-2</sup>	Ссылка	№ набора
0,2	10,8	0,645	0,867	2,48+i2,54							[44]	1
0,2	8,908	0,357	0,5055	10,09-i5,16	4,530+ +i1,256	-0,127	10,312	1,071	1,593- -i1,302	12,03+ +i2,22	[64]	2
0,56	12,3	0,083	0,550	6,41+i1,15							[44]	3
0,60	12,3	0,03	0,56	6,2+i1,1							[44]	4
1,0	15,2	-0,5	1,254			-0,31	0,16	1,85			[68]	5
1,0	15,2	-0,2	1,188			-0,2	0,15	1,769			[68]	6
1,03	12,7	-0,189	0,652	5,61+i1,17							[44]	7
1,05	15,3	-0,200	0,622	5,93+i1,22							[44]	8

Таблица 9. Сводка параметров  $\pi\alpha$ -амплитуд [119]

$E_\pi$ , ГэВ	$\sigma_{\pi\alpha}$ , фм <sup>2</sup>	$\mathcal{E}_{\pi\alpha}^c$	$\beta_{\pi\alpha}^c$ , фм <sup>2</sup>	$t_1$ , фм <sup>-2</sup>	$t_2$ , фм <sup>-2</sup>
0,18	32,37	-0,028±0,031	0,571	2,569+i0,279	5,841-i1,339
0,22	28,65	-0,019±0,147	0,537	3,405+i0,094	6,856-i0,954
0,26	23,36	-0,321±0,028	0,600	4,299+i0,379	7,995-i0,711

Матричный элемент рассеяния с учетом спиновой зависимости может быть записан следующим образом:

$$M_{if}^{JM_J}(\mathbf{q}) = M_{if}^c(\mathbf{q}) + M_{if}^s(\mathbf{q}), \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} M_{if}^c(\mathbf{q}) &= \sum_{M_J M'_J} \frac{ik}{2\pi} \int d^2\rho \times \\ &\times \prod_{\nu=1}^3 d\mathbf{r}_\nu \exp(i\mathbf{q}\rho) \delta(\mathbf{R}_g) \langle \Psi_i^{JM_J} | \Omega^c | \Psi_f^{JM'_J} \rangle, \quad (27) \\ M_{if}^s(\mathbf{q}) &= \sum_{M_S M'_S} \langle \chi_{\frac{1}{2}M_S} | \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} | \chi_{\frac{1}{2}M'_S} \rangle \times \\ &\times \sum_{M_J M'_J} \frac{ik}{2\pi} \int d^2\rho \prod_{\nu=1}^3 d\mathbf{r}_\nu \exp(i\mathbf{q}\rho) \delta(\mathbf{R}_g) \langle \Psi_i^{JM_J} | \Omega^s | \Psi_f^{JM'_J} \rangle. \quad (28) \end{aligned}$$

Тогда рассчитываемые ДПС и анализирующая способность будут иметь вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} \left[ |M_{if}^c(\mathbf{q})|^2 + |M_{if}^s(\mathbf{q})|^2 \right], \quad (29)$$

$$A_y = \frac{2\text{Re} [M_{if}^c(\mathbf{q}) M_{if}^{s*}(\mathbf{q})]}{|M_{if}^c(\mathbf{q})|^2 + |M_{if}^s(\mathbf{q})|^2}. \quad (30)$$

**Вычисление центральной части амплитуды.** Центральная часть амплитуды не зависит от спиновых переменных, поэтому интеграл перекрытия спиновых частей ВФ при подстановке формул (14)–(16) в (27) даст только  $\delta$ -функцию:  $\langle \chi_{\frac{1}{2}M_S} | \chi_{\frac{1}{2}M'_S} \rangle = \delta_{M_S M'_S}$ . Чтобы записать оператор  $\Omega^c$ , проинтегрируем функцию профиля (19) по  $d^2\mathbf{q}$ , подставив в нее амплитуду (21):

$$\omega_j^c(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) = G_j^c \exp \left[ -(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)^2 \eta_j^c \right], \quad (31)$$

где

$$G_j^c = \frac{\sigma_{A_j}}{4\pi\beta_{A_j}} (1 - i\mathcal{E}_{A_j}^c); \quad \eta_j^c = \frac{1}{2\beta_{A_j}^c}. \quad (32)$$

Для получения функции профиля для  $\alpha$ -частицы подставим формулу (23) в (19), тогда после интегрирования получим

$$\omega_\alpha^c(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha) = G_j^c V^c \exp \left[ -\eta_\alpha^c (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha)^2 \right], \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_\alpha^c &= \frac{1}{2\beta_{A\alpha}^c}, \quad G_j^c = \frac{F_1^c}{ik\beta_{A\alpha}^c}, \quad F_1^c = \frac{k\sigma_{A\alpha}}{4\pi} (i + \mathcal{E}_{A\alpha}^c), \quad F_2^c = -\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}, \\ F_3^c &= \frac{1}{t_1 t_2}, \quad V^c = \left[ F_4^c + F_5^c (\rho - \rho_\alpha)^2 + F_6^c (\rho - \rho_\alpha)^4 \right], \quad (34) \\ F_4^c &= \frac{2F_2^c}{\beta_{A\alpha}^c} + \frac{8F_3^c}{(\beta_{A\alpha}^c)^2}, \quad F_5^c = -\left( \frac{F_2^c}{(\beta_{A\alpha}^c)^2} + \frac{8F_3^c}{(\beta_{A\alpha}^c)^3} \right), \quad F_6^c = \frac{F_3^c}{(\beta_{A\alpha}^c)^4}. \end{aligned}$$

В отличие от формулы (31) в этом случае в операторе  $\Omega$  появляется дополнительный полином (34), зависящий от координат  $\alpha$ -частиц и от прицельного параметра. Мы приведем здесь расчет с более простой формулой (31), т.к. отличие элементарных амплитуд (21) и (23) заметно лишь при больших переданных импульсах. О том, как рассчитать интегралы с дополнительным полиномом типа (34) будет сказано ниже.

Для дальнейших вычислений необходимо перейти от одночастичных координат нуклонов  $\{\rho_1, \rho_2, \rho_3\}$  в операторе  $\Omega$  к координатам Якоби  $\{\mathbf{r}, \mathbf{R}\}$  и координате центра масс ядра  ${}^9\text{Be}$  —  $\mathbf{R}_9$ ; связь между этими наборами координат может быть выражена следующим образом (см. рис. 1):

$$\mathbf{r} = \rho_1 - \rho_2, \quad \mathbf{R} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} - \rho_3, \quad \mathbf{R}_9 = \frac{1}{9} (4\rho_1 + 4\rho_2 + \rho_3). \quad (35)$$

$$\rho_1 = \mathbf{R}_9 - \frac{\mathbf{R}}{9} + \frac{\mathbf{r}}{2}; \quad \rho_2 = \mathbf{R}_9 + \frac{\mathbf{R}}{9} - \frac{\mathbf{r}}{2}; \quad \rho_3 = \mathbf{R}_9 - \frac{8}{9}\mathbf{R}. \quad (36)$$

Подставив (19) в (18), после некоторых преобразований запишем оператор  $\Omega^c$  в виде:

$$\Omega^c = \sum_{m=1}^7 g_m \exp \left( a_m \rho^2 - b_m \tilde{R}^2 - c_m \tilde{r}^2 + d_m \rho \tilde{\mathbf{R}} + e_m \rho \tilde{\mathbf{r}} + f_m \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{r}} \right). \quad (37)$$

Знак «тильда» над  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{R}$  означает, что в операторе  $\Omega$  эти векторы двумерные, т.к. в дифракционной теории рассеяние происходит в плоскости реакции ( $xy$ ), перпендикулярной падающему пучку, который обычно направлен по оси  $z$  (см. рис. 2). Вектор  $\rho$  двумерный по определению, поэтому над ним знак «тильда» не пишем.

Суммирование по  $m$  в формуле (37) означает суммирование по кратностям рассеяния  $m = 1 \div 3$  — однократные соударения с  $\alpha$ -частичными кластерами и нуклоном,  $m = 4 \div 6$  — двукратные,  $m = 7$  — трехкратное. Параметры  $g_m, a_m, \dots$  представляют собой матрицы из коэффициентов (32):

$$g_m^c = (G_1^c, G_2^c, G_3^c, G_1^c G_2^c, G_1^c G_3^c, G_2^c G_3^c, G_1^c G_2^c G_3^c),$$

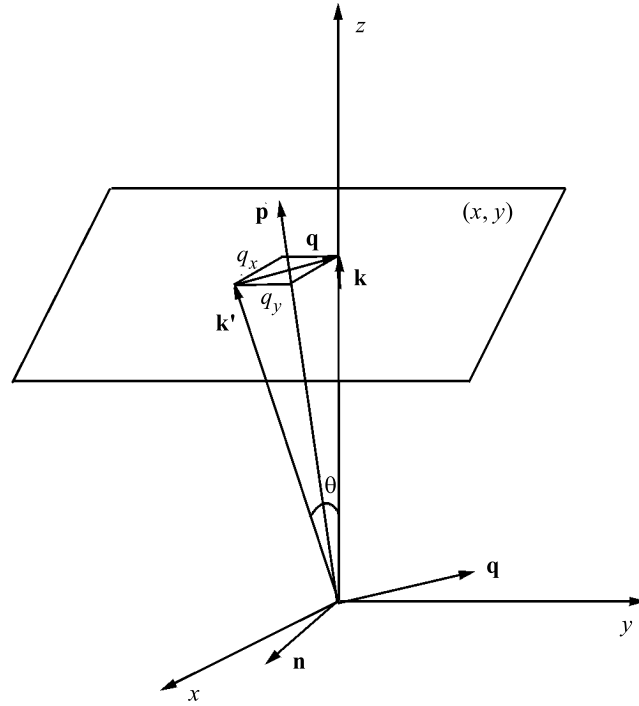


Рис. 2. Кинематическая схема упругого рассеяния

$$\begin{aligned}
 a_m^c &= (\eta_\alpha^c, \eta_\alpha^c, \eta_n^c, 2\eta_\alpha^c, (\eta_\alpha^c + \eta_n^c), (\eta_\alpha^c + \eta_n^c), (2\eta_\alpha^c + \eta_n^c)), \\
 b_m^c &= \left( \frac{\eta_\alpha^c}{81}, \frac{\eta_\alpha^c}{81}, \frac{64\eta_n^c}{81}, \frac{2\eta_\alpha^c}{81}, \left( \frac{\eta_\alpha^c + 64\eta_n^c}{81} \right), \left( \frac{\eta_\alpha^c + 64\eta_n^c}{81} \right), \left( \frac{2\eta_\alpha^c + 64\eta_n^c}{81} \right) \right), \\
 c_m^c &= \left( \frac{\eta_\alpha^c}{4}, \frac{\eta_\alpha^c}{4}, 0, \frac{\eta_\alpha^c}{2}, \frac{\eta_\alpha^c}{4}, \frac{\eta_\alpha^c}{4}, \frac{\eta_\alpha^c}{2} \right), \quad (38) \\
 d_m^c &= \left( \frac{2\eta_\alpha^c}{9}, \frac{2\eta_\alpha^c}{9}, \frac{16\eta_n^c}{9}, \frac{4\eta_\alpha^c}{9}, \left( \frac{2\eta_\alpha^c}{9} + \frac{16\eta_n^c}{89} \right), \left( \frac{2\eta_\alpha^c}{9} + \frac{16\eta_n^c}{9} \right), \left( \frac{4\eta_\alpha^c}{9} + \frac{16\eta_n^c}{9} \right) \right), \\
 e_m^c &= (-\eta_\alpha^c, \eta_\alpha^c, 0, 0, -\eta_\alpha^c, \eta_\alpha^c, 0), \quad f_m^c = \left( \frac{\eta_\alpha^c}{9}, \frac{\eta_\alpha^c}{9}, 0, 0, \frac{\eta_\alpha^c}{9}, -\frac{\eta_\alpha^c}{9}, 0 \right).
 \end{aligned}$$

Подставив в формулу (27) ВФ (13), получим следующие ненулевые матричные



элементы:

$$M_{if}^c(\mathbf{q}) = \sum_{M_s M'_s} \frac{ik}{2\pi} \int d^2\rho d\mathbf{R} d\mathbf{r} d\mathbf{R}_0 \exp(i\mathbf{q}\rho) \delta(\mathbf{R}_0) \times \\ \times [\langle \Psi_{011} | \Omega^c | \Psi'_{011} \rangle + \langle \Psi_{211} | \Omega^c | \Psi'_{211} \rangle + \langle \Psi_{212} | \Omega^c | \Psi'_{212} \rangle + \\ + \langle \Psi_{211} | \Omega^c | \Psi'_{212} \rangle + \langle \Psi_{212} | \Omega^c | \Psi'_{211} \rangle] \quad (39)$$

Эти матричные элементы мы будем вычислять в декартовой системе координат, т.к. ВФ зависят от трехмерных векторов, в то время как оператор  $\Omega^c$  — от одноименных двумерных. Поэтому в ВФ (14)–(16) перейдем от сферических гармоник к полиномам по формуле [118]:

$$\mathbf{R}^l Y_{lm}(\mathbf{R}) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} (l+m)!(l-m)! \times \\ \times \sum_{u,v,w} \frac{1}{u!v!w!} \left( -\frac{R_x + iR_y}{2} \right)^u \left( \frac{R_x - iR_y}{2} \right)^v R_z^w, \quad (40)$$

$u, v, w$  — целые положительные числа:  $u+v+w = l$ ,  $u-v = m$ ;  $R_x, R_y, R_z$  — проекции вектора  $\mathbf{R}$  на оси декартовой системы координат.

Учитывая формулу (40), при суммировании коэффициентов Клебша—Гордана по проекциям моментов для первой компоненты ВФ (14) получим

$$\sum_{\substack{M_L M'_L \\ M_S M'_S}} \left\langle 1M_L \frac{1}{2} M_S \left| \frac{3}{2} M_J \right\rangle \left\langle 1M'_L \frac{1}{2} M'_S \left| \frac{3}{2} M'_J \right\rangle \langle \mathbf{R} Y_{1M'_L} | \mathbf{R} Y_{1M_L} \rangle = \\ = \frac{3}{(4\pi)^2} P(R_{x,y,z}^2), \quad (41)$$

где

$$P(R_{x,y,z}^2) = \left[ R_x^2 \left( \frac{4}{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} \right) + R_y^2 \left( \frac{4}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \right) + R_z^2 \frac{4}{3} \right]. \quad (42)$$

Для остальных компонент аналогичные выражения будут более громоздкими, т.к. у них нет нулевых орбитальных моментов как у первой компоненты ВФ, у которой  $\lambda = 0$  (см. формулы (14)–(16)). Приведем для примера результат суммирования для третьей компоненты ВФ  $\Psi_{212}$ :

$$\sum_{\substack{M_L M'_L \\ M_S M'_S \\ M_J M'_J}} \left\langle 2M_L \frac{1}{2} M_S \left| \frac{3}{2} M_J \right\rangle \langle 2\mu 1m | 2M_L \rangle \left\langle 2M'_L \frac{1}{2} M'_S \left| \frac{3}{2} M'_J \right\rangle \times \\ \times \langle 2\mu' 1m' | 2M'_L \rangle \langle \mathbf{R} Y_{1m} | \mathbf{R} Y_{1m'} \rangle \langle r^2 Y_{2\mu} | r^2 Y_{2\mu'} \rangle = \\ = \frac{3}{(4\pi)^2} U(R_{x,y,z}^n, r_{x,y,z}^n), \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned}
 U(R_{x,y,z}^n, r_{x,y,z}^n) = & R_x^2 (s_{12}r_y^4 + s_{13}r_z^4 + s_{14}r_x^2r_y^2 + s_{15}r_x^2r_z^2 + s_{16}r_y^2r_z^2) + \\
 & + R_y^2 (s_{21}r_x^4 + s_{23}r_z^4 + s_{24}r_x^2r_y^2 + s_{25}r_x^2r_z^2 + s_{26}r_y^2r_z^2) + \\
 & + R_z^2 (s_{31}r_x^4 + s_{32}r_y^4 + s_{34}r_x^2r_y^2 + s_{35}r_x^2r_z^2 + s_{36}r_y^2r_z^2) + \\
 & + R_xr_xR_yr_y (s_{41}r_x^2 + s_{42}r_y^2 + s_{43}r_z^2). \quad (44)
 \end{aligned}$$

$s_{mn}$  представляют собой элементы матрицы  $S$ :

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 2 + \sqrt{3} & 2 + \sqrt{3} & 2 - \sqrt{3} & 2 & 4 + 2\sqrt{3} \\ 2 - \sqrt{3} & 0 & 2 - \sqrt{3} & 2 + \sqrt{3} & 4 - 2\sqrt{3} & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 4 & 2 + \sqrt{3} & 2 - \sqrt{3} \\ -4 + 2\sqrt{3} & -4 - 2\sqrt{3} & -4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (45)$$

После этих преобразований первое и третье слагаемые в формуле (39) запишутся:

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{011} | \Omega^c | \Psi_{011} \rangle = & \frac{3}{(4\pi)^2} \sum_{i,j,i',j'} C_{ij}^{01} C_{i'j'}^{01} \times \\
 & \times \langle \exp(-\alpha_i r^2 - \beta_j R^2) | \Omega^c P(R_{x,y,z}^2) | \exp(-\alpha'_i r^2 - \beta'_j R^2) \rangle, \quad (46)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle \Psi_{212} | \Omega^c | \Psi_{212} \rangle = & \frac{3}{(4\pi)^2} \sum_{qtq't'} C_{qt}^{21} C_{q't'}^{21} \times \\
 & \times \langle \exp(-\alpha_q r^2 - \beta_t R^2) | \Omega^c U(R_{x,y,z}^n, r_{x,y,z}^n) | \exp(-\alpha'_q r^2 - \beta'_t R^2) \rangle. \quad (47)
 \end{aligned}$$

Подставив теперь эти матричные элементы и оператор  $\Omega^c$  (37) в формулу (39), проинтегрируем полученные выражения по всем переменным. Интегрирование по  $\mathbf{R}_9$  производится с помощью  $\delta$ -функции. Интегралы по отдельным проекциям  $R_x, R_y, R_z, r_x, r_y, r_z, \rho_x, \rho_y$  можно вычислить аналитически, используя формулу [119]:

$$\begin{aligned}
 I_x = & \int_{-\infty}^{\infty} d\rho_x dr_x dR_x \times \\
 & \times \exp\left(a_m \rho^2 - \tilde{b}_m \tilde{R}^2 - \tilde{c}_m \tilde{r}^2 + d_m \rho \tilde{R} + e_m \rho \tilde{r} + f_m \tilde{R} \tilde{r} + iq_x \rho_x\right) = \\
 & = \sqrt{\frac{\pi^3}{\Delta}} \exp\left(-\frac{\tau_x}{\Delta}\right), \quad (48)
 \end{aligned}$$

где

$$\Delta = a_m b_m c_m - \frac{a_m f_m^2}{4} - \frac{c_m d_m^2}{4} - \frac{b_m e_m^2}{4} - \frac{d_m e_m f_m}{4},$$

$$\tau_x = \frac{q_x^2}{4} \left( b_m c_m - \frac{f_m^2}{4} \right), \quad (49)$$

$$\tilde{b}_m = b_m + b_j + b'_j, \quad \tilde{c}_m = c_m + \alpha_i + \alpha'_i. \quad (50)$$

По  $y$ -проекции интегралы берутся аналогично. Интегралы по  $z$  имеют более простой вид, т.к. оператор  $\Omega$  на эту проекцию не действует и под интегралами будут стоять только перекрывающиеся части ВФ:

$$I_z = \int_{-\infty}^{\infty} dr_z dR_z \exp \left[ -(\alpha_i + \alpha'_i) r_z^2 - (\beta_j + \beta'_j) R_z^2 \right] =$$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{(\alpha_i + \alpha'_i) (\beta_j + \beta'_j)}}. \quad (51)$$

Если же в подынтегральном выражении (47) кроме экспоненты стоят полиномы типа (42), (44), то такие интегралы берутся дифференцированием по соответствующему параметру, например:

$$I_x(r_x^2) = \frac{\partial}{\partial \tilde{c}_m} I_x = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\Delta^{\frac{3}{2}}} \exp(-\tau_x/\Delta) \left[ \dot{\tau}_{xb} + \dot{\Delta}_b \left( \frac{1}{2} - \frac{\tau_x}{\Delta} \right) \right], \quad (52)$$

$$I_x(r_x^4) = \frac{\partial}{\partial \tilde{c}_m} I_x(r_x^2), \quad (53)$$

где

$$\dot{\tau}_{xb} = \frac{\partial \tau}{\partial b}, \quad \dot{\Delta}_b = \frac{\partial \Delta}{\partial b}.$$

$I_x(r_x^2)$  — то же, что (48), только подынтегральное выражение умножается на  $r_x^2$ ,  $I_x(r_x^4)$  — то же, что (48), но умноженное на  $r_x^4$ , и т.д.

Мы не будем приводить окончательные выражения, ввиду их громоздкости. Здесь важно отметить, что при таком подходе можно рассчитать все матричных элементы аналитически без каких-либо упрощений, а значит, и без потери точности.

**Вычисление спин-орбитальной части амплитуды.** Перейдем теперь к вычислению спин-орбитальных матричных элементов (28). Начнем с интегрирования профильной функции, подставив в (19) спиновую часть элементарной  $AN$ -амплитуды (22):

$$\omega_j^s(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) = G_j^s \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j) \exp \left[ -(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_j)^2 \eta_j^s \right], \quad (54)$$

где

$$G_j^s = \frac{\sigma_{Aj} D_s (i + \mathcal{E}_{Aj}^s)}{4\pi (\beta_{Aj}^s)^2}, \quad \eta_j^s = \frac{1}{2\beta_{Aj}^s}. \quad (55)$$

При расчете спиновых матричных элементов нам понадобится система взаимно перпендикулярных базисных векторов  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{q}$ . Они показаны на рис. 2 и связаны друг с другом и с импульсами налетающего и вылетающего адронов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  следующими соотношениями:

$$\mathbf{n} = \mathbf{k} \times \mathbf{k}' = \mathbf{p} \times \mathbf{q}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{k} + \mathbf{k}', \quad \mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'. \quad (56)$$

Для упругого рассеяния  $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$  и переданный в реакции импульс  $q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$ , где  $\theta$  — угол рассеяния. Подставив в (19) выражение для  $A\alpha$ -амплитуды (24), после интегрирования получим

$$\Omega_\alpha^s = G^s V^s \exp \left[ -\eta_{A\alpha}^s (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha)^2 \right], \quad (57)$$

где

$$\eta_{A\alpha}^s = \frac{1}{2\beta_{A\alpha}^s}, \quad G^s = \frac{2F_1^s}{k(\beta_{A\alpha}^s)^2} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}, \quad F_1^s = \frac{k\sigma_{A\alpha}^s}{4\pi} (i + \mathcal{E}_{A\alpha}^s),$$

$$F_2^s = -\frac{1}{t_3} - \frac{1}{t_4}, \quad F_3^s = -\frac{1}{t_3 t_4}, \quad (58)$$

$$V^s = \left[ F_4^s (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha) + F_5^s (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha)^3 + F_6^s (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_\alpha)^5 \right], \quad (59)$$

$$F_4^s = \frac{1}{2} - \frac{2F_2^s}{\beta_{A\alpha}^s} - \frac{12F_3^s}{(\beta_{A\alpha}^s)^2}, \quad F_5^s = \frac{F_2^s}{2(\beta_{A\alpha}^s)^2} + \frac{6F_3^s}{(\beta_{A\alpha}^s)^3}, \quad F_6^s = -\frac{F_3^s}{2(\beta_{A\alpha}^s)^4}.$$

Записав оператор  $\Omega^s$  через координаты Якоби (36), получим

$$\Omega^s = \sum_{m=1}^6 g_m^s \times$$

$$\left( \kappa_m \rho^2 + \zeta_m \tilde{R}^2 + \eta_m \tilde{r}^2 + \theta_m \tilde{\mathbf{R}} \boldsymbol{\rho} + \xi_m \tilde{\mathbf{r}} \boldsymbol{\rho} + \xi_m \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{r}} + \omega_m \boldsymbol{\rho} + \mathcal{E}_m \tilde{\mathbf{R}} + \nu_m \tilde{\mathbf{r}} \right) \times$$

$$\times \exp \left( -a_m^s \rho^2 - b_m^s \tilde{R}^2 - c_m^s \tilde{r}^2 + d_m^s \boldsymbol{\rho} \tilde{\mathbf{R}} + e_m^s \boldsymbol{\rho} \tilde{\mathbf{r}} + f_m^s \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{r}} \right). \quad (60)$$

Формула (60) отличается от аналогичной ей формулы (37) не только индексом  $s$ , обозначающим спин, но и наличием дополнительного полинома перед экспонентой. Его появление связано с тем, что элементарная спиновая адрон-нуклонная амплитуда отличается от центральной (21) не только параметрами,

но еще и множителем  $q$ . После интегрирования ее по  $q$  мы получаем дополнительный (по сравнению с формулой (33)) множитель  $(\rho - \rho_j)$  в профильной функции (54). После подстановки формулы (54) в оператор  $\Omega$  (18) из-за перемножения членов  $(\rho - \rho_j)(\rho - \rho_i)$ , получим полином второй степени по координатам. Коэффициенты этого полинома  $\kappa_m, \zeta_m, \eta_m \dots$  будут зависеть от кратности рассеяния, которая нумеруется индексом  $m$ :

$$\begin{aligned}\kappa_m &= (0, 0, 0, 1, 1, 1), & \zeta_m &= \left(0, 0, 0, \frac{1}{81}, 0, 0\right), \\ \eta_m &= \left(0, 0, 0, 0, -\frac{4}{9}, -\frac{4}{9}\right), & \theta_m &= \left(0, 0, 0, -\frac{2}{9}, -\frac{1}{9}, -\frac{1}{9}\right), \\ \xi_m &= \left(0, 0, 0, 0, -\frac{8}{81}, -\frac{8}{81}\right), & \omega_m &= (1, 1, 1, 0, 0, 0), \\ \mathcal{E}_m &= \left(-\frac{1}{9}, -\frac{1}{9}, \frac{8}{9}, 0, 0, 0\right), & \nu_m &= \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, 0\right),\end{aligned}$$

$g_m^s, a_m^s, \dots$  записываются аналогично (38), только с верхним индексом  $s$ , соответствующим обозначениям (58). В операторе (60) не учтен член трехкратного рассеяния  $\omega_{\alpha_1}, \omega_{\alpha_2}, \omega_n$ . Как будет показано ниже, вклад трехкратного рассеяния мал, а аналитический расчет его громоздок из-за того, что полином, стоящий перед экспонентой в операторе  $\Omega^s$ , будет третьей степени по координатам и прицельному параметру.

Остановимся только на тех моментах, которые отличаются от вычисления центральных матричных элементов. Так, спин-орбитальная часть матричного элемента, зависящая от проекций моментов, запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}\sum_{\substack{M_L M_S M_J \\ M'_L M'_S M'_J}} \left\langle 1M_L \frac{1}{2}M_S \left| \frac{3}{2}M_J \right\rangle \left\langle 1M'_L \frac{1}{2}M'_S \left| \frac{3}{2}M'_J \right\rangle \left\langle \chi_{\frac{1}{2}M_S} \left| \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \right| \chi_{\frac{1}{2}M'_S} \right\rangle \times \\ \times \left\langle \mathbf{R}Y_{1M_L} \left| \mathbf{R}Y_{1M'_L} \right\rangle = \frac{3}{4\pi} \left[ P(R_{x,y,z}^2) \cos \varphi_n + \frac{3}{2} R_x R_y \sin \varphi_n \right],\end{aligned}\quad (61)$$

где  $P(R_{x,y,z}^2)$  определяется по формуле (42). Здесь мы использовали явный вид спиновых матриц, вычисленных ниже, и разложение телесных гармоник  $\mathbf{R}Y_{1M_L}$  по полиномам (40).

Спиновый матричный элемент можно вычислить через циклические компоненты единичного вектора [118]:

$$\begin{aligned}\left\langle \chi_{\frac{1}{2}M_S} \left| \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \right| \chi_{\frac{1}{2}M'_S} \right\rangle &= (-1)^{1-\mu} \sqrt{3} \left\langle 1\mu \frac{1}{2}M'_S \left| \frac{1}{2}M_S \right\rangle \mathbf{n}_{-\mu}, \\ \mathbf{n}_{-\mu} &= \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1-\mu}(\mathbf{n}),\end{aligned}\quad (62)$$

$$Y_{1-\mu}(\mathbf{n}) = \begin{cases} Y_{11}(\theta_n \varphi_n) = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \exp(i\varphi_n) \\ Y_{10}(\theta_n \varphi_n) = 0 \\ Y_{1-1}(\theta_n \varphi_n) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \exp(-i\varphi_n). \end{cases} \quad (63)$$

Этот результат получается при  $\theta_n = \frac{\pi}{2}$  из-за того, что  $\mathbf{n}$  перпендикулярен плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , как видно из рис. 2 и из первого соотношения (56). Спиновая часть амплитуды при упругом рассеянии не равна нулю только для переходов, меняющих проекцию спина:

$$\left\langle \chi_{\frac{1}{2}M_S} \left| \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \right| \chi_{\frac{1}{2}M'_S} \right\rangle = \begin{cases} 0, M_S = M'_S \\ (\cos \varphi_n - i \sin \varphi_n), M_S = \frac{1}{2}, M'_S = -\frac{1}{2} \\ (\cos \varphi_n + i \sin \varphi_n), M_S = -\frac{1}{2}, M'_S = \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (64)$$

Для переходов без изменения проекции спина матричные элементы будут равны нулю. Дальнейшие вычисления проводятся аналогично вышеизложенным.

### 3. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЙНИЕ АДРОНОВ НА ЯДРЕ ${}^6\text{Li}$

Один из первых детальных расчетов упругого и неупругого  $p$ - ${}^6\text{Li}$ -рассеяния в рамках теории ГС был выполнен в работе [120]. Волновая функция ядра  ${}^6\text{Li}$  выбиралась в МНА, и исследовалась зависимость ДПС от параметров ВФ относительного движения кластеров. Поскольку в то время имелись экспериментальные данные только при  $E_p = 0,158$  и  $0,185$  ГэВ, то вычисления проводились только для этих значений энергии, лежащих на границе применимости дифракционной теории.

Экспериментальные данные по рассеянию протонов на ядре  ${}^6\text{Li}$ , полученные в Сакле [18] при энергиях 0,6 и 1,04 ГэВ, впервые сравнивались с теоретическими [121] в рамках теории многократного рассеяния с использованием феноменологической  $\alpha d$ -кластерной ВФ  ${}^6\text{Li}$  с двумя параметризациями ВФ относительного движения: гауссовской и Эккарта. Хорошо описывая ДПС в области первого максимума (до  $20^\circ$ ), они сильно расходились с экспериментом (особенно для упругого рассеяния) в области больших углов рассеяния. Авторы пришли к выводу, что несоответствие возникает за счет ограниченности модельной ВФ.

В работе [20] подгонкой параметров плотности ядерной материи и параметров  $NN$ -амплитуды удалось достичь очень хорошего результата для  $E_p = 1,04$  ГэВ. Однако, чтобы правильно описать глубину первого минимума,

пришлось учесть эффект  $q$ -зависимости параметра  $\mathcal{E}$  в виде  $\tilde{\mathcal{E}} = \mathcal{E} (1 + cq^2)$ , что позже этими же авторами оценивалось как «не совсем ясная процедура, возможно, лишь имитирующая какие-то неизвестные механизмы заполнения минимума» [55].

В начале 90-х гг. была выполнена серия работ [122,123], в которых изучалось упругое и неупругое рассеяние протонов на ядре  ${}^6\text{Li}$  в дифракционной теории. В этих работах использовалась кластерная  $\alpha d$ -волновая функция  ${}^6\text{Li}$ . Однако, несмотря на вариации параметров  $NN$ -амплитуд, и с этой ВФ невозможно было объяснить совокупность имеющихся экспериментальных данных во всем угловом диапазоне, измеренном в эксперименте [18]. Поэтому в более поздней работе [124] использовалась трехчастичная ВФ  ${}^6\text{Li}$  в  $\alpha 2N$ -модели, полученная Кукулиным [72]. Это одна из первых версий ВФ (в дальнейшем усовершенствованная), содержащая динамические корреляции, расчет с которой давал существенно улучшенные результаты, особенно в области второго максимума, хотя и не приводил к полному заполнению первого дифракционного минимума.

Один из последних экспериментов на пучке 0,2 ГэВ поляризованных протонов был поставлен в циклотронной лаборатории Индианского университета [24] и там же был выполнен расчет характеристик в рамках DWIA, хорошо согласующийся с экспериментальными данными.

Современные экспериментальные данные по рассеянию  $\pi^\pm$ -мезонов на  ${}^6\text{Li}$  были получены в [32] при  $E_\pi = 0,18$  и  $0,24$  ГэВ и в [29] при  $E_\pi = 0,162$  ГэВ. Появившиеся чуть раньше волновые функции Кукулина были использованы для расчета ДПС в работе [32] и неплохо воспроизводили экспериментальные данные при  $0,24$  ГэВ, но хуже при  $0,18$  ГэВ, с не соответствующим эксперименту глубоким дифракционным минимумом. Авторы [32] не смогли рассчитать неупругое рассеяние, т.к. не имели в то время ВФ для возбужденного состояния в трехчастичной модели. Немного позже для этих же экспериментальных данных с ВФ Кукулина были проведены расчеты в теории многократного рассеяния [46], в DWIA и в методе связанных каналов [125]. Дифференциальные сечения рассчитывались в области, близкой к  $\Delta_{33}$ -резонансу (при  $E_\pi \approx 0,165$  ГэВ в  $\pi N$ -взаимодействии), а при резонансной энергии сильное поглощение  $\pi$ -мезонов приводило к взаимодействию, в основном, в поверхностной области ядра [38,126]. Поэтому в работе [46] предсказания теории оказались нечувствительными к наличию или отсутствию отталкивающего кора.

В последние годы проводятся эксперименты на поляризованном ядре  ${}^6\text{Li}$  [34] с целью изучения поляризационных наблюдаемых, таких, как векторная ( $iT_{11}$ ) и тензорная ( $\tau_{22}$ ) анализирующие способности — величин, очень чувствительных к ядерной структуре. Спектроскопический подход в расчете большого числа наблюдаемых продемонстрирован в последней работе, посвященной ядру  ${}^6\text{Li}$  [80]. С последней версией ВФ ядер  ${}^6\text{Li}$ – ${}^6\text{He}$  в АМДМП рас-

считаны все статические характеристики (включая нейтронное гало в  ${}^6\text{He}$ ), электромагнитные формфакторы, характеристики рассеяния  $\pi$ -мезонов и фоторасщепления  ${}^6\text{Li}(\gamma, \pi^+){}^6\text{He}$ . Получено почти идеальное согласие измеренного ДПС рассеяния  $\pi$ -мезонов при 0,134 ГэВ с теоретическим. Не описываются лишь квадрупольный момент и векторная анализирующая способность  $iT_{11}$ , хотя правильно передается ее качественное поведение.

К сожалению, в настоящее время отсутствуют экспериментальные данные по рассеянию антипротонов на ядре  ${}^6\text{Li}$ . Поэтому все расчеты упругого  $p^6\text{Li}$ -рассеяния имеют лишь предсказательный характер. Но мы приведем расчет упругого рассеяния антипротонов на  ${}^4\text{He}$  и сравнение его с экспериментальными данными при энергии 0,18 ГэВ [26]. Как уже упоминалось во введении, область применимости теории для антипротонов значительно расширена, что позволяет применить ее к более низким энергиям и в более широком угловом диапазоне, чем для протонов.

Кроме того, в  $\bar{p}N$ -взаимодействии имеют место эффекты аннигиляции, которых нет в  $pN$ -взаимодействии. Эта проблема исследована довольно подробно как для упругого, так и для неупругого рассеяния [39,40,56–59], и показано, что это различные по своей природе взаимодействия, доминирующие в различных областях: аннигиляция — во внутренней области ядра ( $0 < r < r_0$ ), рассеяние — во внешней ( $r > r_0$ ). Параметр  $r_0$ , являющийся границей двух областей, выбирается из условий наилучшей подгонки расчетов к экспериментальным данным и лежит в пределах  $1,6 \div 2,0$  фм [39], т.е. близок к радиусу ядра-мишени. Из расчетов, проведенных для рассеяния антипротонов на ядрах  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  при 0,18 ГэВ [39,40,56,58], следует, что влияние аннигиляции проявляется в ДПС лишь при углах рассеяния  $\theta > 40^\circ$ , и ее вклад в сечение не превышает 5–10% для упругого рассеяния, а для неупругого этот вклад еще меньше. Мы считаем, что при данных энергиях и углах рассеяния взаимодействие пучка адронов с ядром носит периферический характер, и эффекты аннигиляции не учитываем.

В наших предыдущих расчетах упругого и неупругого рассеяния протонов и антипротонов на ядре  ${}^6\text{Li}$  [127–129] мы использовали трехчастичные ВФ в  $\alpha np$ -модели [72] для исследования чувствительности ДПС к ВФ, рассчитанным с разными потенциалами взаимодействия, к кинематическим условиям проведения эксперимента, к параметрам элементарных амплитуд и т.д. Рассчитав ДПС рассеяния  $\pi$ -мезонов, обобщим имеющиеся результаты.

Рассмотрим вначале общие особенности поведения дифференциальных сечений в зависимости от энергий налетающих частиц (рис. 3,а), их типа (рис. 3,б), числа нуклонов в ядре-мишени (рис. 3,в).

Анализ рассеяния протонов при разных энергиях (рис. 3,а) показывает, что если при  $E_p = 0,2$  ГэВ ДПС является монотонно убывающей функцией угла рассеяния, то с увеличением энергии до 0,6 ГэВ и 1,04 ГэВ, начинает проявляться дифракционная структура, причем с увеличением энергии мини-



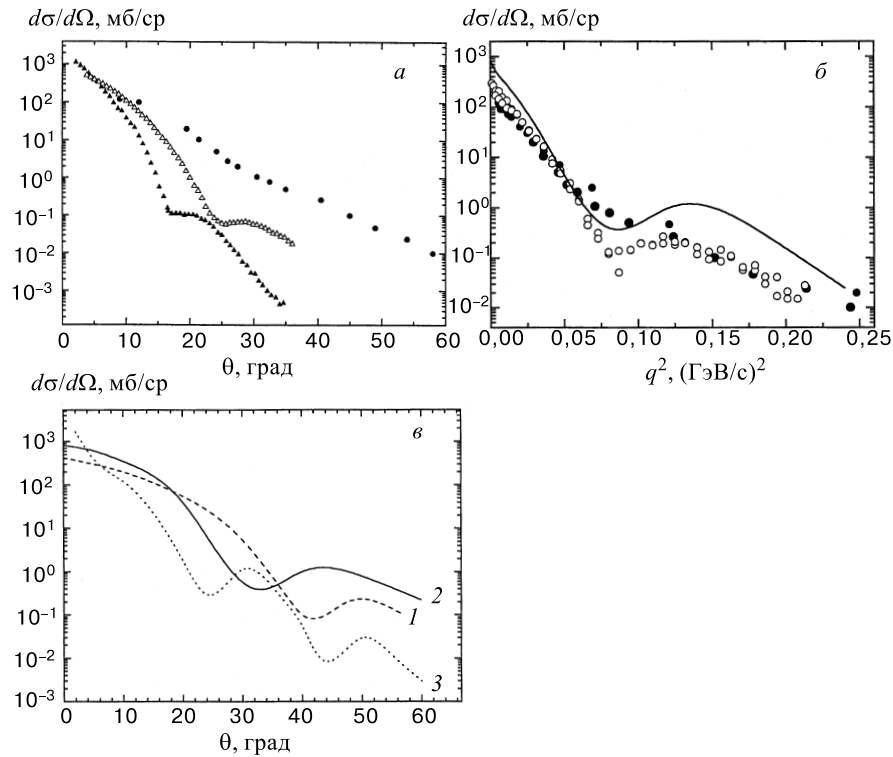


Рис. 3. а) ДПС упругого  $p^6\text{Li}$ -рассеяния при разных энергиях налетающих протонов: (●) — 0,2 ГэВ [24], ( $\Delta$ ) — 0,6 ГэВ [18], ( $\blacktriangle$ ) — 1,04 ГэВ [18]. б) Различная структура ДПС упругого рассеяния на ядре  $^6\text{Li}$  протонов (●),  $\pi$ -мезонов ( $\circ$ ) и антипротонов (сплошная кривая) при 0,18 ГэВ в зависимости от квадрата переданного импульса. в) ДПС рассеяния антипротонов при энергии 0,18 ГэВ на различных ядрах: 1 —  $^4\text{He}$ , 2 —  $^6\text{Li}$ , 3 —  $^{12}\text{C}$ . Кривые 1 и 2 — наш расчет, кривая 3 — из [59]

мум в сечении сдвигается в область меньших углов рассеяния. Аналогичная картина наблюдается и для других ядер и типов частиц (как будет показано для  $p^7\text{Li}$ -рассеяния). Это связано с глубиной проникновения адронов во внутреннюю область ядра: чем больше энергия, тем глубже может проникнуть частица и провзаимодействовать с большим числом нуклонов. При малой энергии (0,2 ГэВ) основной вклад в сечение дают однократные соударения, и дифференциальное сечение имеет монотонно убывающий вид. С увеличением энергии, начиная с некоторой области углов, двукратное рассеяние сравнивается с однократным и их интерференция дает характерный минимум, что и проявляется в дифракционной картине сечения.

Различная структура сечений упругого рассеяния протонов, антипротонов и  $\pi$ -мезонов на  ${}^6\text{Li}$  при одной и той же энергии 0,18 ГэВ в зависимости от квадрата переданного импульса показана на рис. 3,б. Черными точками показано рассеяние протонов, светлыми — рассеяние  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов. Из-за отсутствия экспериментальных данных для антипротонов на  ${}^6\text{Li}$  мы приводим только ДПС, рассчитанное нами в [128] при этой энергии. Из рисунка видно, что ДПС для протонов сильно отличается от ДПС для антипротонов и  $\pi$ -мезонов. Главное различие в спектрах протонов и антипротонов в том, что первые при этой энергии не имеют дифракционной структуры. Как видно из предыдущего рисунка, она начинает проявляться при более высокой энергии. Сходство же ДПС для рассеяния антипротонов и  $\pi$ -мезонов обусловлено одинаково сильным поглощением их внутри ядра, а сдвиг по абсолютной величине объясняется разной величиной полного сечения: 838,9 мб для антипротонов и 327,3 мб для  $\pi$ -мезонов. Аналогичные выводы сделаны в работе [26] при рассеянии адронов на  ${}^4\text{He}$ .

Число нуклонов в ядре-мишени также одинаковым образом отражается на поведении сечения, независимо от типа налетающих частиц. На примере рассеяния  $\bar{p}$  (при  $E_{\bar{p}} = 0,18$  ГэВ) на разных ядрах это показано на рис. 3,в. С увеличением массового числа  $A$  дифракционная картина рассеяния становится более отчетливой: число максимумов и минимумов в одном и том же интервале углов увеличивается. Это происходит из-за того, что при увеличении числа нуклонов увеличивается и кратность рассеяния на них, интерференция же разных кратностей рассеяния приводит к дифракционной картине рассеяния.

Рассмотрим зависимость ДПС от двух версий ВФ: (более ранней — модель 1 и усовершенствованной — модель 2). Различие их состоит в том, что в модели 1  $\alpha N$ -взаимодействие выбрано в виде потенциала SBB, а в модели 2 — в виде потенциала с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов,  $NN$ -взаимодействие в обеих версиях описывается потенциалом RSC. (Для возбужденного состояния  $3^+$  модель 1 рассчитана с  $NN$ -потенциалом прямоугольной ямы.) Предыдущие расчеты Кукулина [72] показали, что большинство наблюдаемых ( $E_{\text{св}}$ , зарядовый радиус, магнитный формфактор) слабо зависят от выбора  $NN$ -взаимодействия и гораздо сильнее — от  $\alpha N$ -взаимодействия. Как видно из расчетов, представленных на рис. 4,5, различие между этими ВФ невелико, хотя в целом ВФ модели 2 (сплошная кривая на рис. 4,5) лучше описывает экспериментальные данные, особенно в области дифракционного минимума и в области больших углов рассеяния (рис. 4,б,з).

Различие между моделями слабо проявляется при малых энергиях налетающих адронов — кривые на рис. 4,а,в и 5,в ближе друг к другу, чем на рис. 4,б и 5,б. Это связано с величиной переданного в реакции импульса  $q$ . Если импульс мал (при  $E = 0,18$  ГэВ для протонов и антипротонов он изменяется от 0,044 при  $\theta = 5^\circ$  до 0,441 ГэВ/с при  $\theta = 60^\circ$ ), то частицы меньше проникают

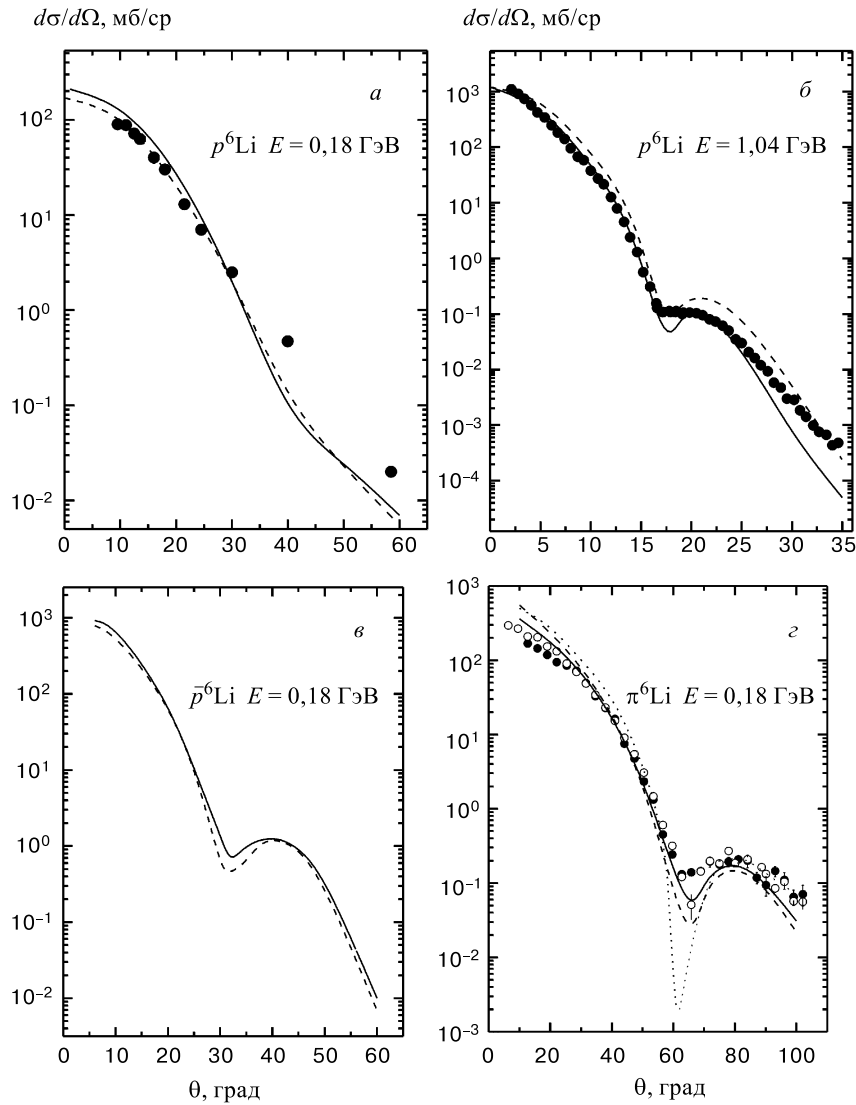


Рис. 4. ДПС упругого рассеяния адронов с двумя разными версиями ВФ  ${}^6\text{Li}$ . а)  $E_p = 0,18$  ГэВ, экспериментальные данные из [17]; б)  $E_p = 1,04$  ГэВ, экспериментальные данные из [18]; в)  $E_{\bar{p}} = 0,18$  ГэВ, сплошная кривая — модель 2, пунктир — модель 1; г)  $E_{\pi} = 0,18$  ГэВ, сплошная кривая — наш расчет с ВФ в модели 2, пунктир — из работы [125], расчет в DWIA, точечная кривая — из работы [46], расчет в дифракционной модели, экспериментальные данные из [32]

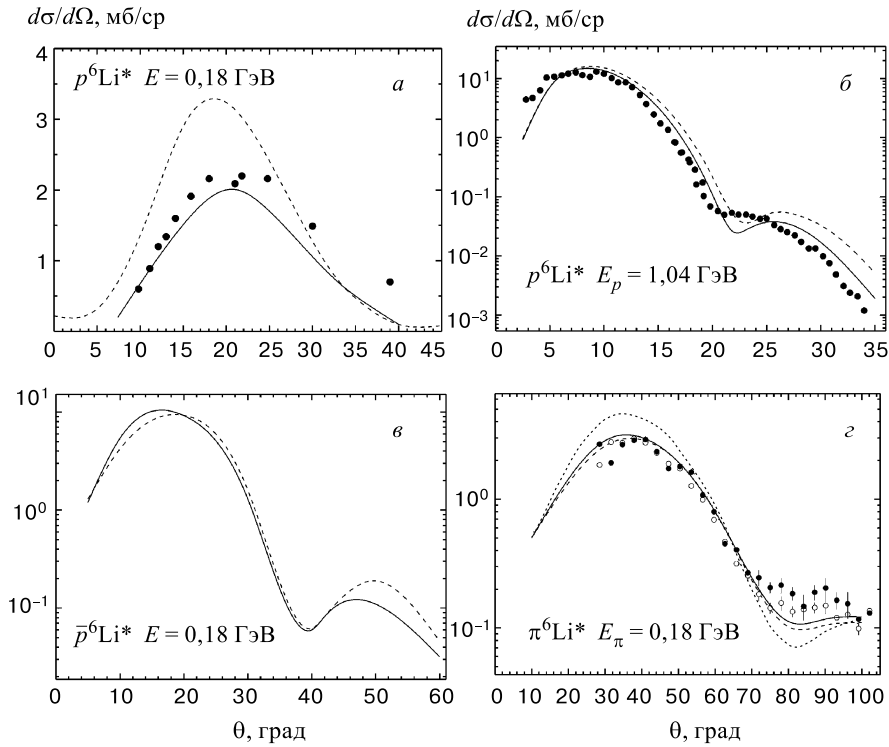


Рис. 5. ДПС неупругого рассеяния адронов на уровень  $J^\pi = 3^+$  ядра  ${}^6\text{Li}$ ; *a, б, в*) то же, что на рис. 4; *з*) сплошная кривая — наш расчет с ВФ в модели 2, пунктир и точки — из работы [125], в DWIA с ВФ Кукулина (модель 1) и осцилляторной

во внутреннюю область ядра (где тонкие эффекты корреляции частиц, которые, собственно, и отличают одну версию модели от другой, должны быть заметнее), и рассеяние идет на периферии. Если же энергия пучка велика ( $E = 1,04$  ГэВ), переданный импульс для протонов и антипротонов изменяется от 0,112 при  $\theta = 5^\circ$  до 0,777 ГэВ/с при  $\theta = 35^\circ$ , частицы проникают в ядро более глубоко, и эффекты корреляции частиц сказываются сильнее. Отсюда более заметное различие в расчетах с разными ВФ на рис. 4,б и 5,б.

Некоторое исключение представляет рис. 5,а, из которого следует, что при углах  $\theta > 30^\circ$  обе функции довольно плохо описывают сечение. Сравнив этот результат с представленным на рис. 4,а, можно заметить, что при углах  $\theta > 30^\circ$  рассчитанное сечение упругого рассеяния тоже довольно сильно отличается от экспериментального. Интересно, что вполне аналогичное расхождение с экспериментом в области второго дифракционного максимума для

этого же перехода  $1^+0 \rightarrow 3^+0$  было найдено авторами [72] для продольного электромагнитного формфактора  ${}^6\text{Li}$ . Если же теперь учесть, что рассеяние как быстрых электронов, так и быстрых протонов зависит в основном от вида одночастичной плотности (зарядовой или ядерной), то подобное расхождение свидетельствует скорее всего о не вполне верном поведении переходной ядерной плотности на малых расстояниях для перехода  $1^+0 \rightarrow 3^+0$ . Вероятной причиной этих несоответствий при больших переданных импульсах  $q$  является обменный вклад от не учитываемой в модели  $D$ -волны в ВФ ядра  ${}^4\text{He}$ , которая должна давать вклад как раз при больших  $q$  (ибо при малых  $q$  вклад внутренней  $D$ -волны практически полностью маскируется перенормировкой вклада  $S$ -волны в  ${}^4\text{He}$ ).

Кроме того, причиной расхождения с экспериментом сечений рассеяния сравнительно низкоэнергетических протонов ( $E_p = 0,18$  ГэВ) при больших углах  $\theta > 30^\circ$  являются, скорее всего, неточности самой дифракционной модели при этих условиях. В этом отношении степень воспроизводимости экспериментальных результатов для рассеяния антипротонов той же энергии (рис. 4,в и 5,в) может быть гораздо выше.

Это подтверждает рассеяние  $\pi$ -мезонов, для которого при  $E_\pi = 0,18$  ГэВ согласие с экспериментом вполне удовлетворительное. На рис. 4,з и 5,з наш расчет с ВФ в модели 2 представлен сплошной кривой. Он сравнивается с расчетами других авторов, которые также использовали ВФ Кукулина: точечные и пунктирные кривые на рис. 4,з — расчет из работ [46] и [125] с первоначальной версией ВФ модели 1 (и без учета  $D$ -волны, о чем будет еще сказано ниже); пунктир и точки на рис. 5,з — расчет с ВФ модели 1 и с осцилляторной из [125]. Расчет ДПС в [46] проведен в рамках дифракционной модели, в [125] — в рамках DWIA и связанных каналов. Сравнение кривых, рассчитанных в работе [125], с аналогичными нашими и расчетами работы [46] дает возможность подтвердить высказанный во введении факт, что результаты расчетов в теории ГС и в DWIA близки друг к другу (особенно, если они проведены с одними и теми же ВФ). В то же время, если ВФ разные (как сплошная и точечная кривые на рис. 5,з), то и различия проявляются сильнее. Это связано с тем, что для процессов, которые идут в поверхностной области ядра, важно правильное поведение ВФ на асимптотике, а ВФ гармонического осциллятора не удовлетворяют этому условию. Поэтому расчет с осцилляторной ВФ (точечная кривая на рис. 5,з) в максимуме ДПС дает приблизительно в два раза завышенный результат, а в минимуме — в два раза заниженный по сравнению с экспериментом [125]. О точечной кривой на рис. 4,з будет сказано ниже.

Рассмотрим теперь структуру ДПС более детально, связав ее с различными компонентами ВФ  ${}^6\text{Li}$ , веса которых представлены в табл. 1. Как уже упоминалось в разд. 1, в основном состоянии  ${}^6\text{Li}$  нами учитывались две компоненты ВФ:  $S$  (пунктирная кривая) и  $D$  (точечная кривая). Вклад этих волн

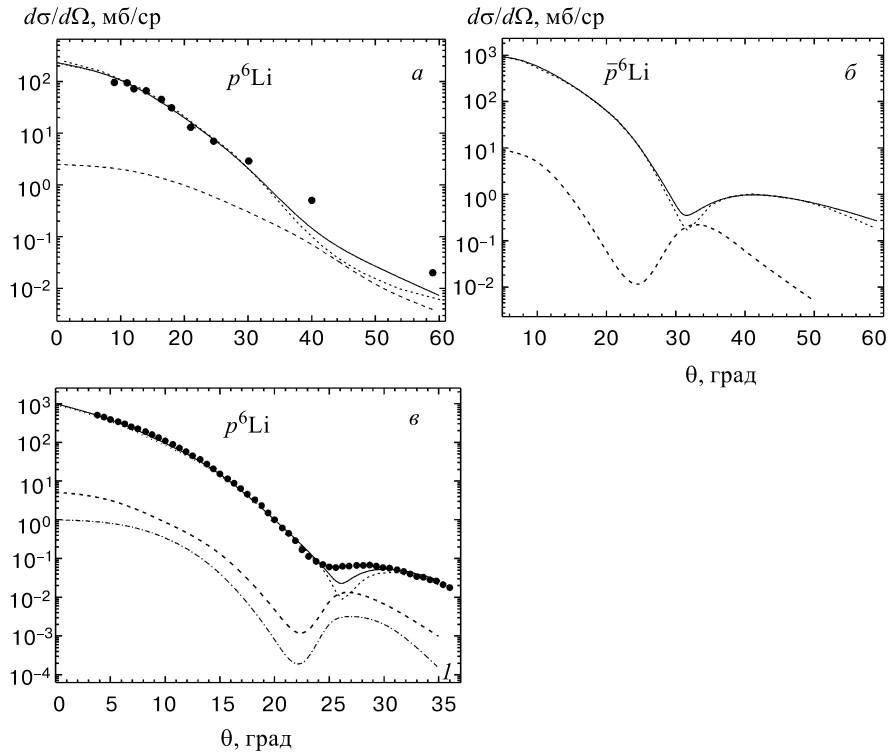


Рис. 6. Структура упругого ДПС в зависимости от вклада разных компонент ВФ: точечная кривая — вклад  $S$ -волны, пунктир — вклад  $D$ -волны, сплошная линия — их суммарный вклад;  $a$ ,  $v$ ) рассеяние протонов при  $E = 0,185$  ГэВ ( $a$ ) [17], ВФ модели 2;  $E = 0,6$  ГэВ ( $v$ ) [18], ВФ модели 2, кривая  $I$  — вклад  $D$ -волны для ВФ модели 1;  $b$ ) рассеяние антипротонов при  $E = 0,185$  ГэВ, ВФ модели 2

и их суммарный вклад в сечение (сплошная кривая) представлен на рис. 6 (для упругого рассеяния) и 7 (для неупругого рассеяния). Доминирующей является  $S$ -волна, что определяется ее весом (см. табл. 1), но в дифракционном минимуме сечения  $D$ -волна достигает второго максимума, сравнимого по величине с  $S$ -волной, и частично заполняет этот минимум. Для сравнения вкладов  $D$ -волн в ВФ разных моделей на рис. 6,  $v$  мы привели расчет ДПС с учетом только  $D$ -волны в ВФ модели 1 (кривая  $I$ ), вес которой в два раза меньше, чем в модели 2 (см. табл. 1).

Из-за различной структуры сечений при разных энергиях вклад  $D$ -волны проявляется по-разному. Если при  $E = 0,6$  ГэВ (рис. 6,  $v$ ) в рассеянии протонов и при  $E = 0,185$  ГэВ (рис. 6,  $b$ ) в рассеянии антипротонов она частично

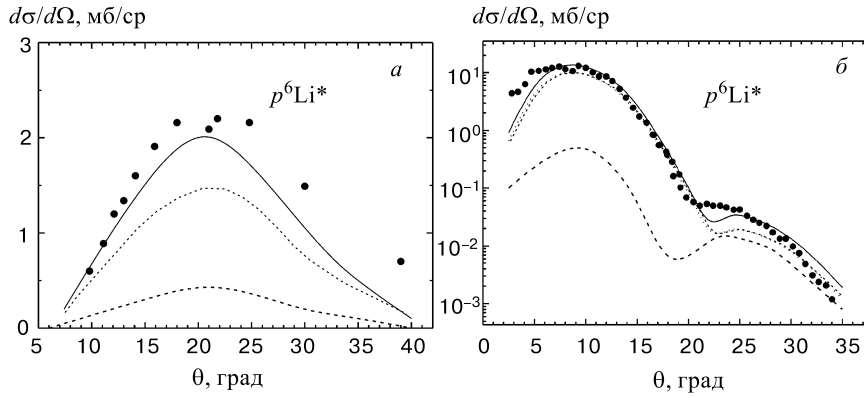


Рис. 7. Структура неупругого ДПС рассеяния протонов в зависимости от вклада разных компонент ВФ: пунктир — вклад  $\Psi^{(20)}$ , точечная кривая —  $\Psi^{(02)}$ , сплошная линия — их суммарный вклад,  $E^* = 2,186$  МэВ; а)  $E = 0,185$  ГэВ [17], б)  $E = 1,04$  ГэВ [18]

заполняет минимум сечения, так как именно в области минимума сечение с  $D$ -волной достигает второго максимального значения, то при  $E = 0,185$  ГэВ (рис. б,а) в рассеянии протонов сечение с  $D$ -волной имеет плавный ход, но при  $\theta > 45^\circ$  сравнивается по абсолютной величине с  $S$ -волной, вследствие чего при больших углах суммарное сечение спадает не так быстро, что улучшает его согласие с экспериментом.

Вернемся к упругому рассеянию  $\pi$ -мезонов, представленному на рис. 4,з. В расчетах [46,125] авторы не учитывали вклад  $D$ -волны, считая его малым. Из-за этого их кривые (пунктирная и точечная) имеют гораздо более резко выраженный минимум, чем наша (сплошная) кривая, в которой  $D$ -волна учтена. В работе [125] проведен расчет с двумя оптическими потенциалами: первого порядка (пунктирная кривая на рис. 4,з) и второго порядка (учитывающим парные корреляции нуклонов в ядре). С последним лучше описывается рассеяние на малые углы ( $\theta < 40^\circ$ ), но при этом дифракционный минимум сдвигается влево и второй максимум идет гораздо выше экспериментальных точек, поэтому на рисунке мы его не приводим. Из анализа кривых на этом рисунке можно сделать важный вывод о том, что качество описания ДПС в теории многократного рассеяния ГС не хуже, чем в DWIA, а иногда (как в данном случае) может и превзойти его (сплошная кривая — наш расчет в теории ГС, пунктир — в DWIA [125]) при использовании более корректной ВФ.

Аналогичный расчет упругого рассеяния  $\pi$ -мезонов на дейтроне был проведен в [13] при 3,51 ГэВ. Без учета  $D$ -волны в дейтроне сечение имеет очень резкий минимум, не соответствующий эксперименту. С учетом же  $D$ -волны этот минимум заполняется. Авторы [13] делают вывод о том, что глубина минимума в теоретической кривой оказывается практически пропорциональной

весу  $D$ -волны в дейтроне (вес этот составляет от 3 до 7% в разных моделях ВФ). Такой же вывод следует и из наших расчетов, приведенных на рис. 6, в (из сравнения пунктирной кривой с кривой  $I$ ).

Для неупругого рассеяния (на уровень  $3^+$ ) учитываются также две компоненты ВФ:  $\Psi^{(02)}$  и  $\Psi^{(20)}$  (см. табл. 1). Вклад их показан на рис. 7 для двух энергий налетающих протонов: 0,185 ГэВ (рис. 7, а) и 1,04 ГэВ (рис. 7, б). Вес первой компоненты (пунктир) примерно в три раза больше второй (точечная кривая). И если при  $E_p = 0,185$  ГэВ структура парциальных сечений подобна и суммарное сечение (сплошная кривая) является их когерентной суммой, то при  $E_p = 1,04$  ГэВ минимум в сечении от второй компоненты смещен влево примерно на  $4^\circ$ , и она дает существенный вклад в ту область, где наблюдается минимум ДПС, тем самым улучшая согласие с экспериментом.

Эти результаты отчетливо показывают, что примеси малых компонент ВФ могут оказаться существенными при объяснении деталей структуры сечения.

Отметим, что теория многократного рассеяния обходится без подгоночных параметров, единственными входными данными являются параметры амплитуд  $AN$ - и  $A\alpha$ -рассеяния, извлекаемые из независимых экспериментов. А поскольку эти данные (особенно для антипротонов) в настоящее время достаточно неопределенны, изучение антипротон-ядерного взаимодействия может дать важную дополнительную информацию о структуре антипротон-нуклонных амплитуд.

Вклад, отдельно действительной (пунктирная кривая 2) и мнимой (точечная кривая  $I$ , полученная при  $\mathcal{E}_{\bar{p}N} = 0$ ), частей амплитуд в суммарное ДПС (сплошная линия) представлен на рис. 8, а для рассеяния антипротонов при  $E_{\bar{p}} = 0,18$  ГэВ. Из сравнения этих кривых хорошо видна доминирующая роль мнимой части  $\bar{p}N$ -амплитуды в ДПС. Вклад реальной части  $\bar{p}N$ -амплитуды на порядок меньше (что связано с относительной малостью величины  $\mathcal{E}_{\bar{p}N}$ ), но второй максимум действительной части сечения (кривая 2) совпадает с минимумом чисто мнимого сечения (кривая  $I$ ) и заполняет его. Этот результат подтверждает выводы работ [57,59], в которых такой вклад рассчитан для рассеяния антипротонов на ядре  $^{12}\text{C}$ .

На рис. 8, а приведено также сечение кулоновского рассеяния (кривая 3) на точечном заряде  $Ze$ . Во многих работах [59,130,131] отмечается, что при рассеянии антипротонов на ядрах необходимым является учет кулоновского взаимодействия, которое дает вклад в сечение при низких энергиях и малых углах рассеяния. Хотя с увеличением угла оно спадает значительно быстрее ядерного, но может повлиять на поведение сечения в области дифракционных минимумов. Как видно из рис. 8, а, для легких ядер и средних энергий кулоновские эффекты невелики и учитывать их нужно лишь при  $\theta < 5^\circ$ , а также в области минимумов сечений.

На рис. 8, б приведен наш расчет упругого рассеяния антипротонов на ядре  $^4\text{He}$  и сравнение его с экспериментальными данными [26] при  $E_{\bar{p}} = 0,18$  ГэВ.



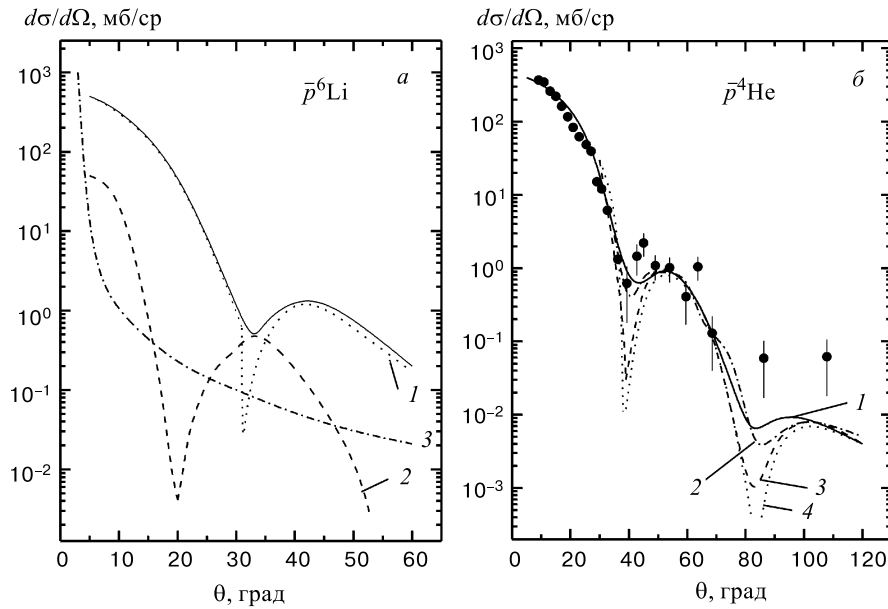


Рис. 8. *а*) ДПС рассеяния антипротонов на ядре  ${}^6\text{Li}$  с энергией  $E = 0,18$  ГэВ: 1 — расчет сечения, учитывающий только мнимую часть амплитуды; 2 — только реальную часть амплитуды; 3 — кулоновское рассеяние на точечном заряде  $Ze$ ; *б*) ДПС рассеяния антипротонов на ядре  ${}^4\text{He}$  с энергией  $E = 0,18$  ГэВ с реалистической (1) и гауссоидной (2) ВФ  ${}^4\text{He}$ . Кривые 3 и 4 — расчет сечения, учитывающий только мнимую часть амплитуды для «реалистической» и гауссоидной ВФ соответственно

Расчету с реалистической ВФ  ${}^4\text{He}$  соответствует кривая 1, с гауссоидной — кривая 2 (см. (7)). При малых углах рассеяния, соответствующих малым переданным импульсам, ДПС не различаются между собой, за исключением области дифракционного минимума. Различие начинает проявляться лишь при  $\theta > 70^\circ$ , там, где дифракционная теория не применима. Здесь же приведен расчет ДПС с параметром  $\mathcal{E}_{\bar{p}N} = 0$ , что соответствует вкладу только мнимой части  $\bar{p}N$ -амплитуды. Кривая 3 — расчет для реалистической функции  ${}^4\text{He}$ , кривая 4 — для гауссоидной. Видно, что заполнение глубоких дифракционных минимумов происходит только за счет реальной части  $\bar{p}N$ -амплитуды и глубина минимума очень чувствительна к параметру  $\mathcal{E}_{\bar{p}N}$ . При  $\mathcal{E}_{\bar{p}N} = 0$  отличие расчета с двумя ВФ  ${}^4\text{He}$  проявляется резко: у реалистической функции дифракционные минимумы не так глубоки (кривая 3), как у однопараметрической (кривая 4).

Вариации параметров  $AN$ -амплитуд и чувствительность к ним измеряемых величин изучалась многими авторами [11,26,55,57,59,106]. Мы приве-

дем наш расчет рассеяния антипротонов на ядре  ${}^4\text{He}$  [128] с разными наборами параметров  $\bar{p}N$ -амплитуд; в этом случае при  $E_p = 0,18$  ГэВ имеются экспериментальные данные. Наборы параметров представлены в табл. 6.

Из рис. 9 видно, что все кривые близки между собой, первый минимум в сечении не сдвигается, лишь несколько меняется его глубина в зависимости от величины  $\mathcal{E}_{Aj}$ . При больших углах рассеяния кривые сильнее отличаются друг от друга и при  $\theta > 70^\circ$  не описывают измеренные сечения. Отметим, что экспериментальные погрешности в этой области становятся очень большими. В целом расчет правильно описывает как ход кривой, так и абсолютную величину сечения в первом и втором максимумах при всех наборах параметров  $\bar{p}N$ -амплитуд, но наилучший результат получен с набором 2 из табл. 6 (кривая 2).

При изучении рассеяния антипротонов на ядрах ранее было продемонстрировано [59], что большую роль в заполнении дифракционного минимума играет параметр  $\mathcal{E}_{\bar{p}N}$ , характеризующий отношение действительной и мнимой частей амплитуды  $\bar{p}N$ -рассеяния. Сводка экспериментальных данных по измерениям величины  $\mathcal{E}_{\bar{p}N}$ , приведенная в работах [59,60,130], показывает нерегулярность ее энергетической зависимости и необходимость дополнительных измерений. Если же имеются экспериментальные данные по ДПС (как для ядра  ${}^4\text{He}$  [26] и  ${}^{12}\text{C}$  [59]), то из глубины минимума поперечного сечения можно определить абсолютную величину параметра  $\mathcal{E}_{\bar{p}N}$  при условии, что рассеяние упругое и вклад кулоновского взаимодействия мал. На основании проведенных в данной работе расчетов для ядра  ${}^4\text{He}$  и сравнения их с экспериментом [26] можно предположить, что оптимальное значение параметра  $\mathcal{E}_{\bar{p}N} = 0,3$ .

Кроме ДПС упругого рассеяния мы, используя оптическую теорему, рассчитали полные сечения взаимодействий  $p^6\text{Li}$  и  $\bar{p}^6\text{Li}$ . Для  $\bar{p}^6\text{Li}$   $\sigma_{\text{tot}} = 838,9$  мб, для  $p^6\text{Li}$   $\sigma_{\text{tot}} = 323,4$  мб. Если считать ядро абсолютно чер-

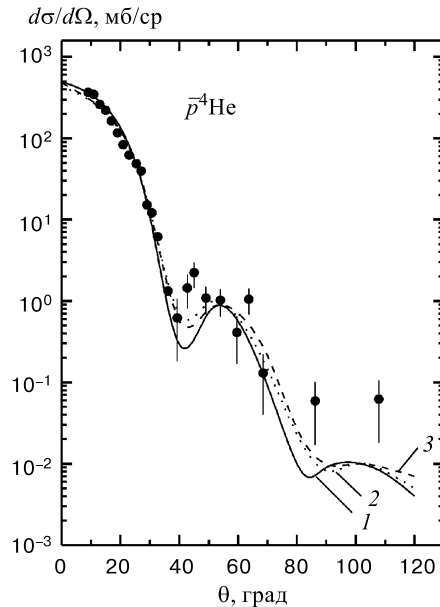


Рис. 9. ДПС рассеяния  $\bar{p}^4\text{He}$  при  $E_p = 0,18$  ГэВ с различными вариантами параметров  $\bar{p}N$ -амплитуд. Кривые 1–3 соответствуют набору параметров 1–3 из табл. 4. Экспериментальные данные взяты из [26]

ной сферой ( $\sigma_{\text{tot}} = 2\pi R_{\text{эф}}^2$ ), то  $R_{\text{эф}} = 3,65$  фм (для  $\bar{p}^6\text{Li}$ ) и  $R_{\text{эф}} = 2,28$  фм (для  $p^6\text{Li}$ ). То есть для реакции с антипротонами на ядре  $^6\text{Li}$  наблюдается увеличение эффективного радиуса на 60%. Для сравнения приведем данные для других ядер:  $R_{\text{эф}}$  увеличивается на 40% для ядра  $^{12}\text{C}$  [59], на 30% для  $^{40}\text{Ca}$  и на 20% для  $^{208}\text{Pb}$  [131]. Как отмечается в [59], увеличение  $R_{\text{эф}}$  связано с более сильной зависимостью  $\bar{p}N$ -амплитуды от переданного импульса (и от большей величины  $\beta_{\bar{p}N}$ ), т.е. с резкой направленностью вперед  $\bar{p}N$ -амплитуды.

Во всех рассмотренных случаях сравнение результатов расчетов с двумя версиями ВФ ядра  $^6\text{Li}$  показывает, что соответствующие предсказания не сильно отличаются друг от друга. Это дает возможность говорить о поверхностном, периферическом характере взаимодействия во всех рассмотренных процессах, для которых важнее поведение функции на асимптотике, а не внутри ядра, и для которых тонкие эффекты корреляции нуклонов, существенные во внутренней области ядра, не играют большой роли (вероятно, это и есть истинная причина хорошей точности дифракционной модели для многих процессов подобного типа).

Самая критичная к вариациям различных параметров область в сечении — это область дифракционного минимума, возникающая в результате интерференции разных кратностей в операторе рассеяния. Можно утверждать, что частичное заполнение минимума в сечении происходит за счет учета вклада малых компонент ВФ  $^6\text{Li}$  ( $D$ -волны в упругом рассеянии и  $\Psi^{(20)}$ -компоненты ВФ в неупругом рассеянии). Здесь можно вспомнить, что еще Глаубер писал: «Не следует удивляться, что там, где вклад  $S$ -состояния обладает интерференционным минимумом, вклад  $D$ -состояния хорошо заметен» [12].

#### 4. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЙЯНИЕ АДРОНОВ НА ЯДРЕ $^7\text{Li}$

Систематические экспериментальные данные по рассеянию протонов с энергией больше 0,1 ГэВ на ядре  $^7\text{Li}$  были получены на синхроциклотроне Института Густава Вернера в Упсале (Швеция) [1] и в Институте ядерной физики в Орсе (Франция) [3]. В работе [1] измерялись только угловые распределения в неупругом рассеянии протонов на легких ядрах (до  $^{16}\text{O}$ ), а в [3] — угловые распределения и поляризации в упругом и неупругом рассеянии (на ядрах до  $^{14}\text{N}$ ). Были выполнены и расчеты в рамках плосковолнового импульсного приближения [3]. С тех пор эти данные неоднократно уточнялись, и одна из последних работ [25] представляет весьма точные измерения дифференциальных поперечных сечений и анализирующих способностей ( $A_y$ ) на пучке 0,2 ГэВ поляризованных протонов, причем наблюдалось и первое возбужденное состояние ядра  $^7\text{Li}$  с энергией всего 0,48 МэВ. Результаты

измерений проанализированы в рамках микроскопической фолдинг-модели и в методе искаженных волн (DWIA) [25].

Эксперименты по рассеянию  $\pi$ -мезонов проводились в Лос-Аламосской национальной лаборатории (США) [30] при  $E_\pi = 0,143$  ГэВ и в Институте П.Шерера (Швейцария) [33] при  $E_\pi = 0,164$  ГэВ. В работе [45] проведен теоретический анализ упругого и неупругого рассеяния  $\pi$ -мезонов на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^7\text{Li}$  и др. при  $E_\pi = 0,16$  ГэВ в рамках модели ГС. Основным выводом работы состоял в том, что дифракционная модель дает такое же адекватное описание рассеяния  $\pi$ -мезонов в области  $\Delta_{33}$ -резонанса, как и DWIA.

Важным вопросом, рассматриваемым в данном разделе, является учет спин-орбитального взаимодействия в процессе рассеяния. Хотя в ряде работ [55,64] показано, что учет спин-орбитального взаимодействия приводит к незначительному изменению сечения (в основном, в области дифракционных минимумов и при больших углах рассеяния), без него невозможно рассчитать поляризационные характеристики, более чувствительные к параметрам моделей и механизму рассеяния, чем ДПС.

Мы рассчитали ДПС и  $A_y$  для упругого и неупругого (на уровень  $J^\pi = 1/2^-$ ,  $E^* = 0,48$  МэВ) рассеяния протонов при энергиях 0,2; 0,6 и 1,0 ГэВ

и ДПС для  $\pi$ -мезонов при энергии 0,164 ГэВ [132]. Исследована зависимость характеристик от ВФ ядра-мишени и составляющих его кластеров, от параметров элементарных  $pN$ - и  $p\alpha$ -амплитуд, а также от вклада процессов многократного рассеяния и перерассеяния падающих протонов на кластерах ядра-мишени. Мы не рассчитывали векторную анализирующую способность ( $iT_{11}$ ) для  $\pi$ -мезонов, т.к. измерены всего 4 точки с довольно большими ошибками в области углов  $\theta = 50-100^\circ$  [33], в которой использование глауберовской теории становится проблематичным. Вычисление ДПС и тензора поляризации второго ранга ( $\Theta_{zz}$ ) для упругого и неупругого рассеяния  $\pi$ -мезонов

проводилось в работе [133] в рамках оптической модели и в DWIA с кластерными ВФ в МРГ. Хорошего согласия с измеренными в [33] ДПС удалось добиться при учете квадрупольной компоненты плотности ядра  $^7\text{Li}$ , однако сравнение рассчитанного тензора поляризации с экспериментальным мало

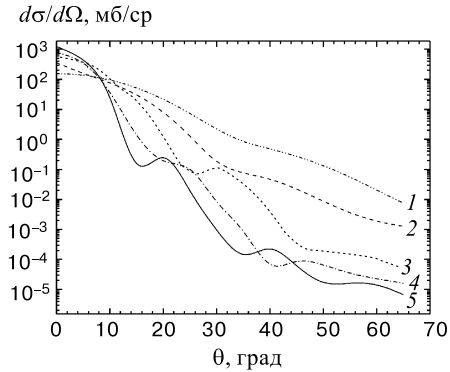


Рис. 10. Зависимость ДПС от энергии налетающих протонов для процесса  $p^7\text{Li}$ . Кривые 1–5 соответствуют значениям  $E_p = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0$  ГэВ

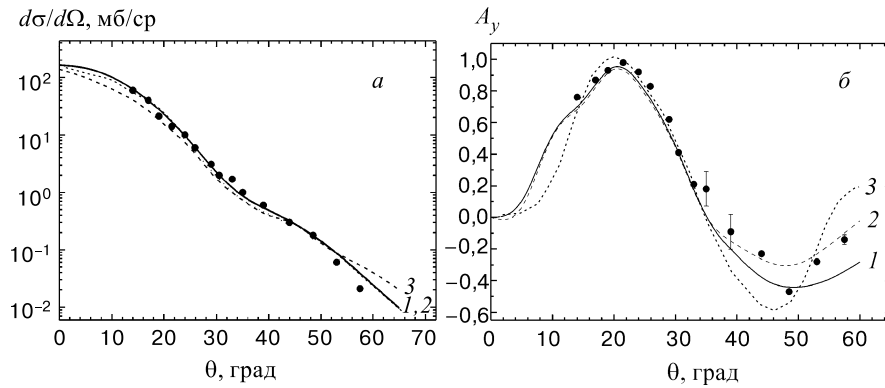


Рис. 11. ДПС (а) и  $A_y$  (б) упругого  $p^7\text{Li}$ -рассеяния в зависимости от различных ВФ относительного  $\alpha t$ -движения при  $E_p = 0,2$  ГэВ. Кривые 1–3 — ДПС с ВФ, рассчитанными в потенциалах Вудса—Саксона, Бака и в осцилляторном соответственно. Экспериментальные данные взяты из работы [25]

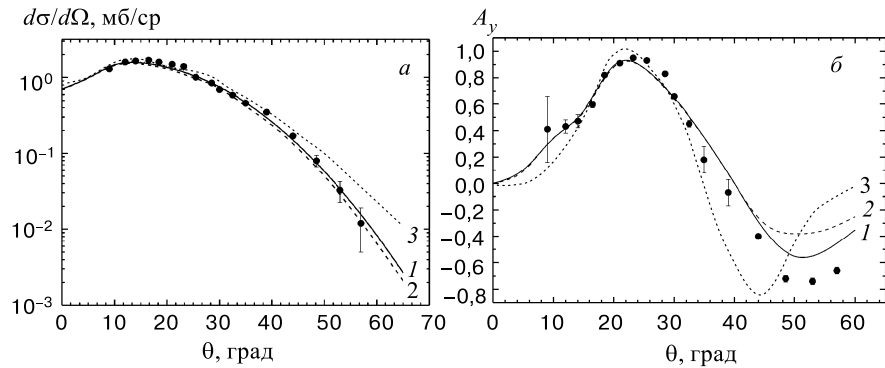
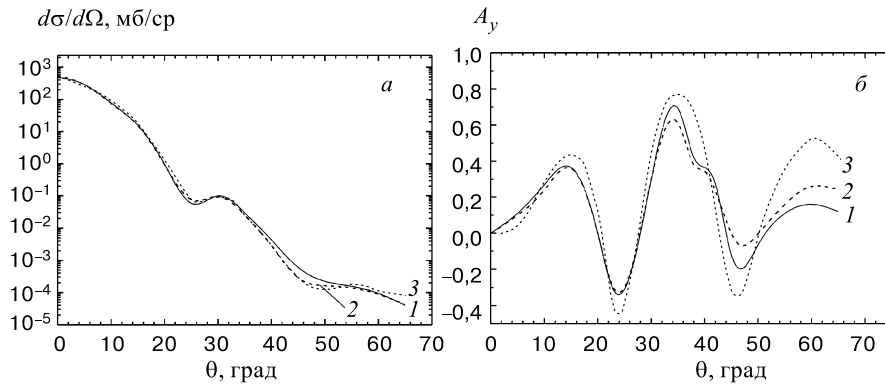
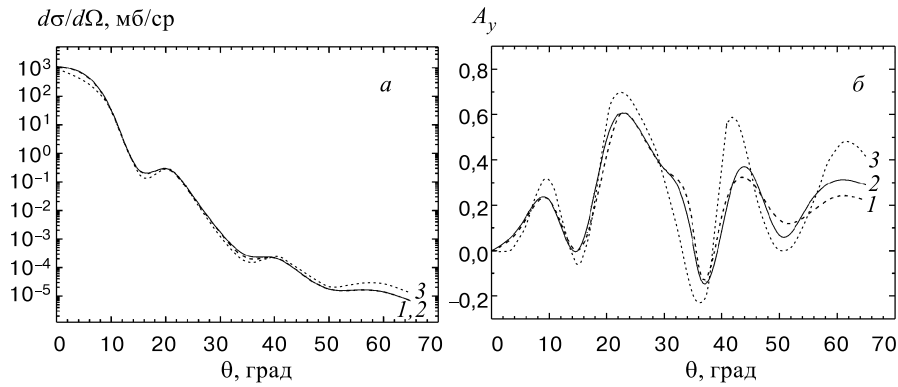


Рис. 12. То же, что на рис. 11, для неупругого рассеяния на уровень  $J^\pi = 1/2^-$ .  $E^* = 0,48$  МэВ

информативно из-за малого количества точек (всего 4) и больших экспериментальных ошибок.

Рассмотрим, как меняется вид кривой дифференциального сечения с увеличением энергии налетающих протонов (рис. 10). Кривые 1–5 — теоретические ДПС при  $E_p = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$  и  $1,0$  ГэВ соответственно. Из рисунка видно, что дифракционная структура сечений появляется не сразу: при  $0,2$  ГэВ сечение монотонно убывает (в зависимости от угла рассеяния),

Рис. 13. То же, что на рис. 11, при  $E_p = 0,6$  ГэВРис. 14. То же, что на рис. 11, при  $E_p = 1,0$  ГэВ

при 0,4 ГэВ появляется перегиб, при 0,6 ГэВ видны два неглубоких минимума, наконец, при 1,0 ГэВ отчетливо видны три минимума. Происхождение такой структуры будет объяснено ниже при рассмотрении рассеяния разных кратностей и их интерференции. С ростом энергии первый минимум в ДПС сдвигается в область меньших углов, а его абсолютная величина при  $\theta = 0^\circ$  определяется величиной полного сечения рассеяния  $\sigma_{\text{tot}}$ , которое зависит от  $\sigma_{pN}$  и  $\sigma_{p\alpha}$  (см. табл. 5 и 8). Аналогичное поведение экспериментальных ДПС было продемонстрировано и для ядра  ${}^6\text{Li}$  на рис. 3,а.

Рассмотрим теперь зависимость ДПС и  $A_y$  от ВФ ядра  ${}^7\text{Li}$ . На рис. 11–15 представлен расчет характеристик упругого и неупругого рассеяния про-

тонов и  $\pi$ -мезонов (рис. 15) в зависимости от различных ВФ относительного  $\alpha t$ -движения. Кривые 1 и 2 рассчитаны с ВФ в кластерной  $\alpha t$ -модели

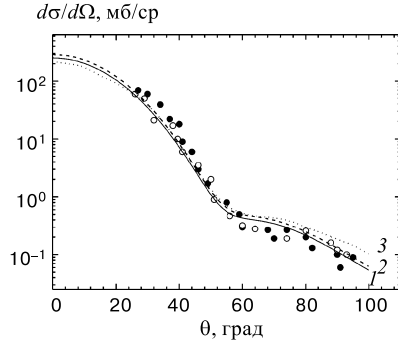


Рис. 15. ДПС упругого  $\pi^7\text{Li}$ -рассеяния в зависимости от различных ВФ относительного  $\alpha t$ -движения при  $E_p = 0,164$  ГэВ. Обозначения те же, что на рис. 11. Экспериментальные данные взяты из работы [33]

на основе потенциалов с запрещенными состояниями: для кривой 1 потенциал выбирался в вудс-саксоновской форме [77], для кривой 2 — в гауссовской форме [96]; кривая 3 — расчет с осцилляторной ВФ  $\Psi_{31}$ . На рис. 16 представлены соответствующие этим расчетам ВФ: 1 и 2 — из [77] и [96], 3 — осцилляторная. Кривые 1 и 2 на рис. 11,а близки друг к другу, как и ВФ, с которыми они рассчитаны (см. рис. 16). Отметим теперь, что не только статические характеристики ядра  $^7\text{Li}$ , рассчитанные с ВФ из работ [77, 94, 96], практически не отличаются друг от друга, но и сами ВФ [77] и [96] мало чувствительны к типу потенциала, в котором они получены, и, как следствие этого, ДПС. Сечение же, рассчитанное с осцилляторной ВФ  $\Psi_{31}$  (кривая 3), отличается от рассчитанных с кластерными ВФ, особенно при небольших углах рассеяния, т.е. при малых переданных импульсах, для которых важна асимптотика ВФ. Из рис. 16 видно, что, хотя ВФ  $\Psi_{31}$  имеет узел почти при том же значении  $r$ , что и кластерные, но на больших расстояниях она спадает гораздо быстрее. Упругое же рассеяние при малых переданных импульсах есть процесс преимущественно периферический, для которого вклад от «хвоста» ВФ имеет большое значение. Поэтому одним из главных преимуществ кластерной модели является более правильное поведение ВФ на асимптотике, что отражается и на лучшем описании экспериментальных данных: кривые 1 и 2 на рис. 11,а–15 ближе к экспериментальным точкам, чем кривая 3. Поэтому во всех дальнейших расчетах мы будем использовать ВФ из [77], с которой рассчитана кривая 1. Сравнивая рис. 11 и 14, можно заметить, что различие между кривыми (1, 2 и 3) уменьшается из-за того, что при увеличении энергии от 0,2 ГэВ (рис. 11) до 1,0 ГэВ (рис. 14) протоны начинают глубже проникать в середину ядра, и периферия ВФ уже не дает доминирующего вклада в сечение. В целом же при всех энергиях видно, что ДПС мало чувствительны к выбору модельных ВФ.

Рассмотрим далее, как реагирует анализирующая способность на изменения ВФ ядра-мишени (рис. 11,б–14,б). Из сравнения кривых 1, 2 и 3, рассчитанных с теми же ВФ, что и на рис. 11,а–14,а, видно, что  $A_y$ , напротив, довольно сильно зависит от выбора ВФ, причем расчеты с кластерными

ВФ (кривые 1 и 2) близки друг к другу, тогда как расчет с осцилляторной ВФ (кривая 3) сильнее отличается от них как при малых углах рассеяния, соответствующих низкоимпульсным компонентам ВФ (т.е. поведению ВФ на асимптотике), так и при больших углах рассеяния, соответствующих высокоимпульсным компонентам ВФ (т.е. ее поведению внутри ядра). Так, при  $E_p = 0,2$  ГэВ углам  $\theta = 5-10^\circ$  соответствуют переданные импульсы  $q = 0,048-0,096$  ГэВ/с, углам  $\theta > 40^\circ$  (для упругого рассеяния) и  $\theta > 45^\circ$  (для неупругого рассеяния), где расчеты с разными ВФ начинают существенно различаться, соответствуют переданные импульсы  $q \sim 0,377$  ГэВ/с (для упругого рассеяния) и  $q \sim 0,422$  ГэВ/с (для неупругого рассеяния).

Обратившись к рис. 16, мы видим, что различия в поведении разных ВФ сильнее всего проявляются во внутренней области ( $r \sim 0,5 \div 1,5$  фм) и на асимптотике ( $r > 3,5$  фм). Внутри ядра — из-за того, что в осцилляторном потенциале не учитываются короткодействующие ядерные корреляции, на асимптотике — из-за неверного поведения осцилляторной ВФ. Преимущество расчетов с кластерными ВФ хорошо видно из сравнения кривых 1, 2 и 3 с экспериментальными данными на рис. 11,б и 12,б. Аналогичный вывод сделан в работе [25], где проведен расчет  $A_y$  в рамках DWIA.

Здесь необходимо отметить, что из-за отсутствия в литературе параметров спин-орбитальной части  $pN$ -амплитуды при 0,2 ГэВ мы брали их такими же, как при 0,398 ГэВ (набор параметров 4 из табл. 5). Хотя, как отмечается многими авторами [15,64,68], поляризационные характеристики чувствительны к параметрам элементарной амплитуды.

При энергиях  $E_p = 0,6$  и 1,0 ГэВ таких трудностей нет, имеется даже несколько наборов параметров для  $pN$ - (табл. 5) и  $p\alpha$ -амплитуд (табл. 8), поэтому мы рассчитали ДПС и  $A_y$  при отсутствии экспериментальных данных. Они приведены на рис. 13,б и 14,б (взяты наборы параметров 8 и 13 из табл. 5 и 4 и 6 из табл. 8). Если сравнить рис. 13,б и 14,б с рис. 11,б, то видно, что с возрастанием энергии увеличивается число осцилляций в  $A_y$ , а при сравнении рис. 13,а и 13,б, 14,а и 14,б видно, что минимумы в  $A_y$  коррелируют с минимумами в ДПС. Такие корреляции имеют место и для более тяжелых ядер  $^{12}\text{C}$  [64,68],  $^{13}\text{C}$  [131],  $^{16}\text{O}$  [68]. Как и в случае  $E_p = 0,2$  ГэВ, в  $A_y$  наблюдается большая зависимость от высокоимпульсных компонент ВФ:

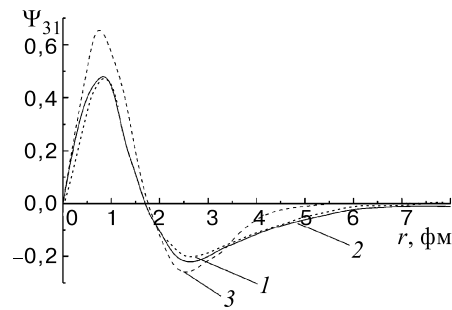


Рис. 16. ВФ относительного  $\alpha t$ -движения. Кривые 1, 2 — кластерные ВФ, рассчитанные в потенциалах Вудса—Саксона и Бака в работах [77] и [96] соответственно; 3 — осцилляторная ВФ



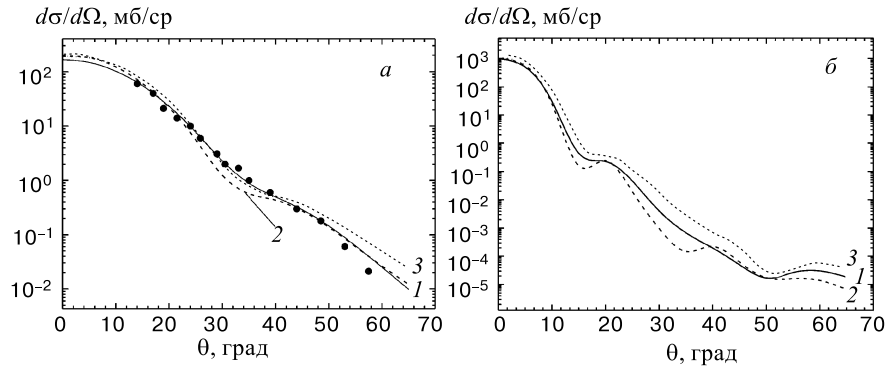


Рис. 17. Зависимость ДПС от разных ВФ  $\alpha$ -частицы. Кривые 1–3 рассчитаны с ВФ в моделях EMQ, B, D соответственно: а)  $E_p = 0,2$  ГэВ, б)  $E_p = 1,0$  ГэВ

расхождения между кривыми сильнее чувствуются при углах  $\theta > 50^\circ$ , где переданные импульсы  $q > 0,844$  ГэВ/с для  $E_p = 0,6$  ГэВ и  $q > 1,128$  ГэВ/с для  $E_p = 1,0$  ГэВ. Эти выводы были бы не очевидны при изучении только поперечных сечений.

Отметим, что хотя анализирующие способности гораздо чувствительнее к виду ВФ, чем сечения, однако различные модельные ВФ при всех энергиях почти не изменяют положение минимумов и максимумов как в сечениях, так и в анализирующих способностях, а влияют только на их абсолютную величину.

На рис. 17 показана зависимость ДПС от разных ВФ  $\alpha$ -кластера. На этом и следующем рисунках а и б — упругое рассеяние при  $E_p = 0,2$  и  $1,0$  ГэВ. Кривые 1–3 соответствуют ВФ EMQ, B, D (см. табл. 2). Параметры ВФ  $^4\text{He}$  взяты из работы [97], в которой изучался вклад 12-кваркового «мешка» в структуру ядра в процессах дифракционного рассеяния на нем протонов и  $\pi$ -мезонов при высоких энергиях порядка сотен ГэВ. Все ВФ, рассчитанные в [97], правильно описывают среднеквадратичный зарядовый радиус и до определенных значений переданного импульса зарядовый формфактор (ВФ (B) до  $q^2 < 0,4$  (ГэВ/с) $^2$ , ВФ (D) до  $0,8$  (ГэВ/с) $^2$ ). Кроме того, в ВФ (D) включены короткодействующие корреляции, и плотность ее в центральной части ядра уменьшается, приобретая форму бутылочного дна. Лучше остальных в [97] воспроизводит зарядовые формфакторы и упругое рассеяние ВФ (EMQ), в которой учтен вклад 12-кваркового мешка, что особенно заметно при больших углах рассеяния. При наших энергиях это не столь существенно, и из рис. 17,а при  $E_p = 0,2$  ГэВ видно, что все ВФ примерно одинаково описывают экспериментальные данные, хотя при  $\theta > 40^\circ$  лучший результат достигается с ВФ EMQ (кривая 1), поэтому во всех остальных расчетах используется эта функция, но при  $E_p = 1,0$  ГэВ (рис. 17,б) результаты расчета с разными

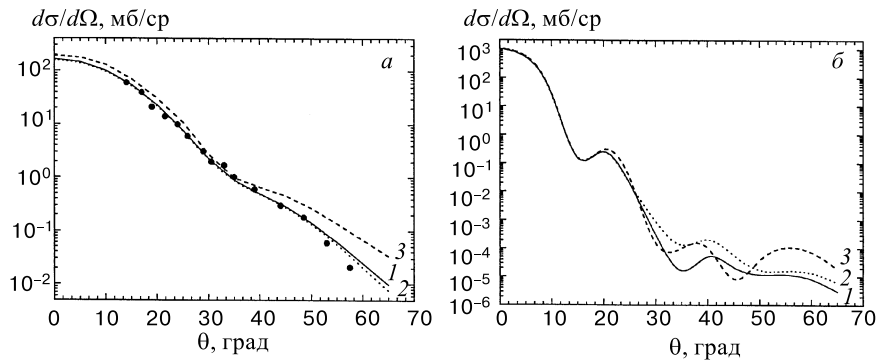


Рис. 18. Зависимость ДПС от разных ВФ  $t$ . Кривые 1–3 рассчитаны с ВФ в моделях 1–3 соответственно: а)  $E_p = 0,2$  ГэВ, б)  $E_p = 1,0$  ГэВ

ВФ существенно различны, особенно в областях дифракционных минимумов. Самая отчетливая дифракционная картина (кривая 2) наблюдается с ВФ (В), самая сглаженная (кривая 3) — с ВФ (D). Аналогичный результат при рассмотрении упругого рассеяния протонов на ядре  ${}^4\text{He}$  при  $E_p = 1$  ГэВ получен в работе [13] с ВФ  ${}^4\text{He}$ , для которой плотность в центре ядра имеет минимум. Феноменологически это означает учет некоторого отталкивательного кора внутри ядра.

На рис. 18 показана зависимость сечений от ВФ тритона, рассчитанных в работах [99–101]; параметры ВФ приведены в табл. 3. ВФ в модели 1,2 и 4 рассчитаны в притягивающих потенциалах, хорошо описывающих упругие электромагнитные формфакторы и  $NN$ -фазы при высоких энергиях, ВФ в модели 3 рассчитана в потенциале с кором, который также описывает электромагнитные формфакторы, но дает заниженный радиус и квадрупольный момент. Кривые 1–3 соответствуют ВФ в моделях 1–3. Расчеты с ВФ в модели 4 на рисунке не приведены, т.к. они очень близки к модели 1. При малых углах рассеяния все кривые одинаково описывают сечения, что дает возможность говорить об одинаковом поведении всех ВФ на асимптотике, но при  $\theta > 30^\circ$  они начинают различаться, причем наибольшее различие наблюдается для кривой 3, полученной с ВФ в модели 3 на основе  $NN$ -потенциала с кором. Различное поведение ВФ на малых расстояниях проявляется в различии рассчитанных характеристик при больших переданных импульсах. Причем при переходе от меньших энергий (рис. 18,а,  $E_p = 0,2$  ГэВ) к большим (рис. 18,б,  $E_p = 1,0$  ГэВ) эти различия увеличиваются, так как большую роль начинает играть внутренняя область ядра. Здесь необходимо заметить, что ни одна из ВФ (кроме ВФ модели 3) не меняет положения максимумов и минимумов сечения, но может повлиять на их абсолютную величину (углубить минимум или увеличить максимум). В связи с этим расчет ДПС с ВФ мо-

дели 3 вызывает некоторые сомнения: он плохо согласуется с экспериментом при  $E_p = 0,2$  ГэВ, особенно для углов  $\theta > 40^\circ$ , и имеет дополнительный четвертый максимум в области  $\theta \sim 55^\circ$  (при  $E_p = 1,0$  ГэВ). Кроме того, из табл.3 видно, что и энергия связи тритона в этой модели примерно на 2,5 МэВ меньше экспериментальной. Все это дает возможность предположить, что ВФ модели 3 не совсем удачно описывает центральную область тритонного кластера и предпочтительнее использовать ВФ моделей 1, 2 и 4. Все предыдущие и последующие расчеты проводились с тритонной ВФ модели 2, так как она наиболее близка к эксперименту при  $E_p = 0,2$  ГэВ (см. рис. 18,а).

Перейдем к рассмотрению детальной структуры сечения, связанной с видом оператора многократного рассеяния  $\Omega$ . В соответствии с духом  $\alpha t$ -кластерной модели  ${}^7\text{Li}$  его можно представить в следующей факторизованной форме:

$$\Omega = \Omega_\alpha + \Omega_t - \Omega_\alpha \Omega_t, \quad (65)$$

где  $\Omega_\alpha$  — оператор рассеяния на  $\alpha$ -частице,  $\Omega_t$  — на  $t$ ,  $\Omega_\alpha \Omega_t$  — оператор многократного рассеяния на обоих кластерах ядра-мишени. При расчете сечения на  $\alpha$ -частице мы предполагаем ее бесструктурной и используем элементарную  $p\alpha$ -амплитуду, параметризованную под экспериментальные данные, как это было описано в разд.2 (см. формулы (23), (24)). Рассеяние на тритоне рассчитывается с учетом всех кратностей:

$$\Omega_t = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_1\omega_2 - \omega_1\omega_3 - \omega_2\omega_3 + \omega_1\omega_2\omega_3,$$

$\omega_i$  запишутся через элементарную  $AN$ -амплитуду согласно формуле (19).

На рис. 19 показаны отдельно вклады разных кратностей рассеяния в ДПС при двух разных энергиях протонов. Эти вклады определяются формулой (65). На всех рисунках кривая 1 представляет вклад первого слагаемого формулы (65) (рассеяние на  $\alpha$ -кластере), т.е.  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} |M_1(\Omega_\alpha)|^2$ , кривая 2 — вклад второго слагаемого (рассеяние на  $t$ )  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} |M_2(\Omega_t)|^2$ , кривая 3 — вклад третьего слагаемого (перерассеяние на обоих кластерах)  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} |M_3(\Omega_\alpha \Omega_t)|^2$ , наконец, кривая 4 — их суммарный вклад в сечение  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} |M_1(\Omega_\alpha) + M_2(\Omega_t) - M_3(\Omega_\alpha \Omega_t)|^2$ . Из рисунков видно, что в области малых углов основной вклад в ДПС дает рассеяние на  $\alpha$ - и  $t$ -кластерах, а вклад от перерассеяния при  $\theta = 0^\circ$  оказывается на несколько порядков меньше, но при  $\theta \approx 30^\circ$  вклад от перерассеяния начинает приближаться по абсолютной величине к первым двум, а при больших углах вклад от перерассеяния доминирует. Впервые такое поведение амплитуд разных

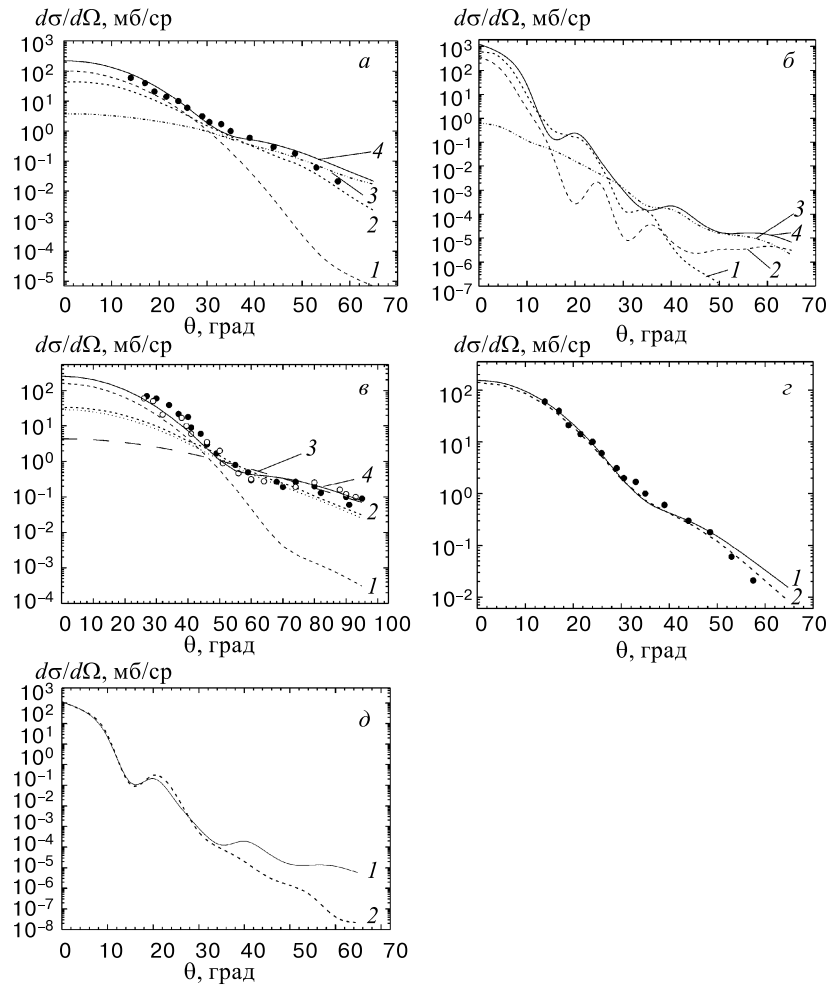


Рис. 19. Вклады разных кратностей рассеяния в ДПС протонов при  $E_p = 0,2$  ГэВ (*а, з*) и  $E_p = 1,0$  ГэВ (*б, д*) и  $\pi$ -мезонов при  $E_\pi = 0,164$  ГэВ (*в*). Кривые 1–4 на рис. *а–в* — вклад от рассеяния на  $\alpha$ -частице, тритоне, перерассеяния на обоих кластерах и их сумма соответственно. Сплошная и пунктирная кривые на рис. *з, д* — сечение с учетом всех кратностей рассеяния и вклад только «однократных» соударений

кратностей рассеяния было замечено еще Глаубером в  $pd$ -рассеянии [12] и в дальнейшем подтверждено в работах [13, 55, 108] в которых было показано, что с увеличением кратностей рассеяния абсолютная величина амплитуд уменьшается, однако при этом уменьшается и скорость их убывания, так что при больших переданных импульсах высшие кратности начинают

доминировать над низшими. Области, где они сравниваются по величине, есть области интерференционных минимумов, что хорошо видно, например, на рис. 19,а. Однако здесь минимум сглажен, т.к. сечение равно сумме трех членов, а каждая амплитуда является комплексной величиной, и сложение действительных и мнимых частей может приводить как к конструктивной, так и к деструктивной интерференции. Заметим здесь же, что, как видно из результатов расчетов, приведенных на рис. 19,а,б,в, в большинстве случаев невозможно ограничиться однократным (и даже двукратным) рассеянием для удовлетворительного описания ДПС. Однако если посмотреть на вклады только «однократных» соударений (включающих в себя рассеяние на  $\alpha$ -кластере и однократные соударения на тритонном кластере) при разных энергиях налетающих протонов (пунктирная кривая на рис. 19,з,д) и сравнить их с сечением, включающим все кратности рассеяния (сплошная кривая на рис. 19,з,д), то можно сделать интересный вывод о том, что при малых энергиях налетающих протонов (0,2 ГэВ, рис. 19,з) основной вклад в ДПС дают однократные соударения, и только в области углов  $\theta > 45^\circ$  (что соответствует переданному импульсу  $q \sim 0,422$  ГэВ/с) рассеяние высших кратностей начинает играть некоторую роль (сравни сплошную и пунктирную кривые на рис. 19,з). При энергии  $E = 1,0$  ГэВ вклад высших кратностей начинает сказываться уже при углах рассеяния  $\theta > 35^\circ$  (что соответствует переданному импульсу  $q \sim 0,803$  ГэВ/с), а при  $\theta = 65^\circ$  ( $q \sim 1,435$  ГэВ/с) отличие в ДПС достигает нескольких порядков (ср. сплошную и пунктирную кривые на рис. 19,д). Это демонстрирует нам границы применимости импульсного приближения, аналогом которого являются однократные соударения.

Если же мы хотим корректно описать ДПС в достаточно широком диапазоне углов (и переданных импульсов), то необходимо учитывать все кратности рассеяния на кластере, если он представлен в виде нуклонной ассоциации (в данном случае  $t$ ), или же выбирать реалистическую  $p\alpha$ -амплитуду, если кластер рассматривается как бесструктурное образование (в данном случае  $\alpha$ -частица).

На рис. 20 показана зависимость ДПС от параметров  $pN$ - (рис. 20,а-в,д) и  $p\alpha$ -амплитуд (рис. 20,з) при трех энергиях налетающих протонов. На рис. 20,а ( $E_p = 0,2$  ГэВ) кривым 1–3 соответствуют наборы параметров 1–3 из табл. 5. Лучше описывает экспериментальные данные набор параметров 1, хуже — набор 2 (из табл. 5 видно, что в нем имеет место непропорционально большой коэффициент  $\mathcal{E}_{pN}^c = 5,199$ ). Оказывается, что при углах  $\theta > 35-40^\circ$  такой набор параметров не соответствует экспериментальным данным. Это подтверждает и расчет ДПС неупругого рассеяния протонов на ядре  ${}^7\text{Li}$  при  $E_p = 0,2$  ГэВ для этих же наборов  $pN$ -амплитуд: кривая 2, которая хуже, чем 1 и 3, описывает экспериментальные данные (рис. 20,б).

На рис. 20,в приведен тот же результат при  $E_p = 0,6$  ГэВ. Кривым 1–4 соответствуют наборы параметров 5–8 из табл. 5. Положения миниму-

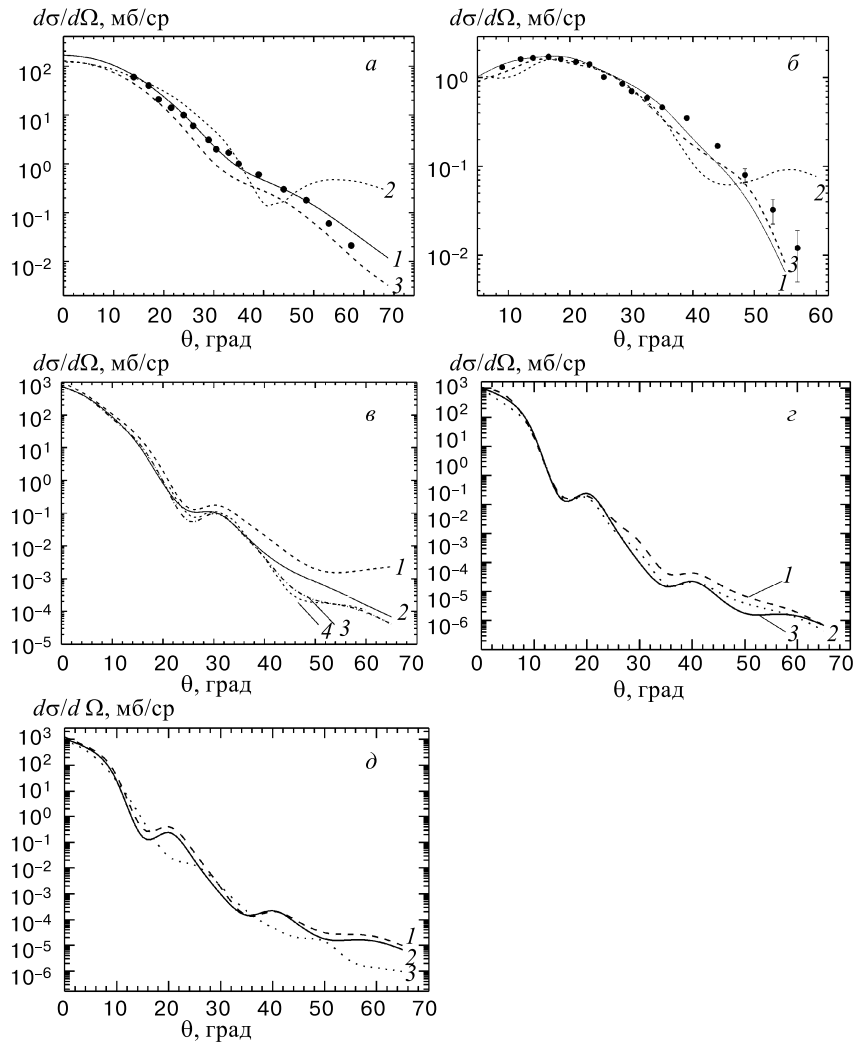


Рис. 20. Зависимость ДПС от параметров  $pN$  (рис. а-з) и  $p\alpha$  (рис. д) амплитуд при различных энергиях налетающих протонов: а)  $E_p = 0,2$  ГэВ, кривым 1–3 соответствуют наборы параметров 1–3 из табл. 5, экспериментальные данные взяты из работы [25]; б) то же, что на рис. а, для неупругого рассеяния; в)  $E_p = 0,6$  ГэВ, кривым 1–4 соответствуют наборы параметров 5–8 из табл. 5; з)  $E_p = 1,0$  ГэВ, кривым 1–3 соответствуют наборы параметров 10, 11, 12 из табл. 5; д)  $E_p = 1,0$  ГэВ, кривым 1–3 соответствуют наборы параметров 8, 7, 5 из табл. 8

мов и максимумов одинаково для всех кривых. Отличаются они, в основном, глубиной минимумов и поведением при  $\theta > 40^\circ$ . Глубина минимума, как

указывалось в работах [55, 106–108], регулируется параметром  $\mathcal{E}_{pN}^c$ : чем он больше по абсолютной величине, тем сильнее заполнены минимумы. Это хорошо видно и на рисунке из сравнения кривой 1 ( $\mathcal{E}_{pp}^c = 1,11$ ,  $\mathcal{E}_{pn}^c = 1,712$ ) с кривыми 2 ( $\mathcal{E}_{pp}^c = -0,48$ ,  $\mathcal{E}_{pn}^c = -0,36$ ), 3 ( $\mathcal{E}_{pp}^c = 0,24$ ,  $\mathcal{E}_{pn}^c = -0,295$ ) и 4 ( $\mathcal{E}_{pp}^c = \mathcal{E}_{pn}^c = -0,1$ ). Расчеты с наборами параметров 7 и 9 аналогичны. На рис. 20,г имеем ту же картину при  $E_p = 1,0$  ГэВ. Из-за большого разнообразия параметров при этой энергии мы выбрали несколько. Кривым 1–3 соответствуют наборы параметров 10–12 из табл. 5. Обратим внимание, что положения минимумов и максимумов совпадают для всех кривых, различия сводятся только к их абсолютной величине. На рисунке хорошо видна и зависимость минимумов от параметра  $\mathcal{E}_{pN}^c$  (для кривой 1  $\mathcal{E}_{pp}^c = \mathcal{E}_{pn}^c = -0,3$ , для кривой 3  $\mathcal{E}_{pp}^c = -0,05$ ,  $\mathcal{E}_{pn}^c = -0,4$ ). Параметры  $p\alpha$ -амплитуд соответствуют набору 7 из табл. 8. На рис. 20,д показана зависимость ДПС при  $E_p = 1,0$  ГэВ от параметров  $p\alpha$ -амплитуд. Кривые 1–3 рассчитаны с наборами параметров 8, 7 и 5 соответственно (табл. 8). Здесь картина несколько иная. Кривые 1 и 2 отличаются незначительно, в основном, из-за разницы в  $\sigma_{p\alpha}$  (12,7 фм<sup>2</sup> для кривой 1 и 15,3 фм<sup>2</sup> для кривой 2). Кривая 3 находится в противофазе с кривыми 1 и 2, начиная со второго максимума, т.е. с  $\theta > 20^\circ$ . К сожалению, из-за отсутствия экспериментальных данных при этой энергии невозможно сделать окончательный вывод о пригодности данных параметров, однако амплитуды наборов 5 и 7, 8 отличаются качественно: в амплитуде, отвечающей набору 5, отсутствует полюс  $\left(1 - \frac{q^2}{t_1}\right)$ . Последний, как показано в работе [44], обеспечивает лучшую подгонку ДПС рассеяния протонов на  ${}^4\text{He}$  при больших переданных импульсах (соответствующих большому углу рассеяния), что естественным образом влияет и на поведение ДПС рассеяния протонов на  ${}^7\text{Li}$ .

Ограниченность экспериментальных данных для  $p{}^7\text{Li}$ -рассеяния не позволяет провести систематический анализ ДПС и  $A_y$  при разных энергиях рассеиваемых протонов. Однако некоторые выводы можно сделать из уже имеющихся данных.

Учет разных кратностей рассеяния показывает, что основной вклад в сечение при малых углах дают однократные соударения на кластерах и нуклонах ядра-мишени, при увеличении угла рассеяния с однократными начинают сравниться по величине двух- и более высокие кратности рассеяния, так что для правильного описания ДПС в широкой области углов рассеяния невозможно ограничиться только однократными (или даже двукратными) соударениями, необходимо учитывать все кратности рассеяния и перерассеяния. При этом эффект доминирования вклада высших кратностей рассеяния с увеличением угла рассеяния  $\theta$  возрастает с ростом энергии налетающих адронов: чем больше начальная энергия  $E_A$ , тем при меньших углах  $\theta$  начинают давать вклад высшие кратности рассеяния. С этим эффектом связано общее

поведение ДПС при разных энергиях: дифракционная картина в рассеянии протонов начинает проявляться с  $E_p \sim 0,4 \div 0,5$  ГэВ. При меньших энергиях в широкой области углов доминируют однократные соударения, и эффекты интерференции разных кратностей не имеют места. Этим, в частности, объясняется отсутствие дифракционной картины при  $E_p = 0,2$  ГэВ, на ядре  ${}^6\text{Li}$  [24] и на ядре  ${}^7\text{Li}$  [25], несмотря на то, что первое сферически-симметрично ( $Q \sim 0$ ), а второе — несимметрично ( $Q \sim 40$  мб).

Как известно, ДПС и  $A_y$  могут быть тестом для параметров  $Ax$ -амплитуд. В частности, с их помощью можно «отбраковывать» параметры, не соответствующие экспериментальным данным. В нашем случае это относится к набору параметров  $pN$ -амплитуд из работы [109] с непропорционально большим отношением реальной части амплитуды к мнимой  $\mathcal{E}_{pn}^c = 5,199$ .

## 5. УПРУГОЕ И НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ НА ЯДРЕ ${}^9\text{Be}$

Эксперименты по рассеянию протонов и  $\pi$ -мезонов на ядре  ${}^9\text{Be}$  проведены в последние годы в Ванкувере с пучком поляризованных протонов при  $E_p = 0,22$  ГэВ (TRIUMF) [21], на синхротронном ПИЯФ при  $E_p = 1,0$  ГэВ [20], на мезонной фабрике в Лос-Аламосской национальной лаборатории при  $E_\pi = 0,162$  ГэВ [29]. Кроме экспериментальных данных, в этих работах проведен и расчет измеренных характеристик. Так, в работе [21] ДПС и  $A_y$  рассчитаны в рамках оптической модели с потенциалом Вудса—Саксона и в методе связанных каналов. В описании упругого рассеяния для ДПС достигнуто неплохое согласие с экспериментом, но сечение неупругого рассеяния и анализирующие способности плохо согласуются с экспериментальными данными. Причиной может быть то, что оптические потенциалы для легких деформированных ядер в этой энергетической области сильно отклоняются от вудс-саксоновской формы. Вычисления по методу связанных каналов ведут к лучшему согласию с экспериментом как для упругого, так и для неупругого рассеяния, но они неоднозначны, т.к. приводят к разным группам потенциалов, одна из которых дает лучшую подгонку анализирующих способностей, другая — дифференциальных сечений. Проведенный в работе [20] расчет ДПС в модели ГС с учетом квадрупольной деформации ядра хорошо согласуется с экспериментальными данными. Упругое и неупругое рассеяние  $\pi$ -мезонов рассчитано в [29] в первом порядке потенциальной оптической модели и без учета вклада от неупругих каналов рассеяния приводит к не очень хорошему согласию с экспериментом, особенно в области дифракционного минимума, который гораздо глубже в теоретических ДПС, чем в экспериментальных.

В предыдущих работах [134, 135] мы рассмотрели процесс упругого рассеяния протонов на ядре  ${}^9\text{Be}$  в модели многократного рассеяния ГС. С трех-



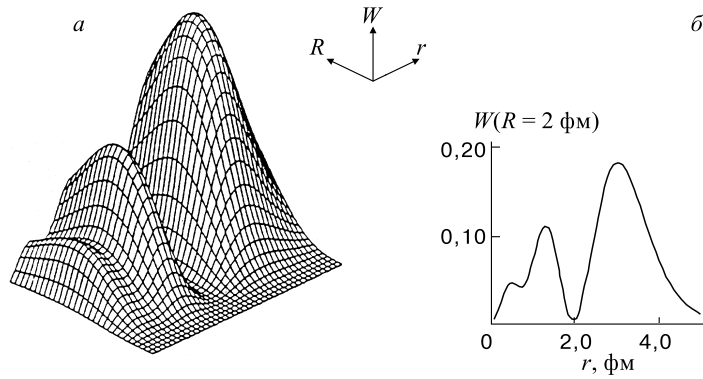


Рис. 21. Волновая функция ядра  ${}^9\text{Be}$  в модели 1 с  $\alpha\alpha$ -потенциалом Али—Бодмера: а) пространственный вид ВФ; б) профиль функции при фиксированном значении координаты нейтрона  $R = 2$  фм

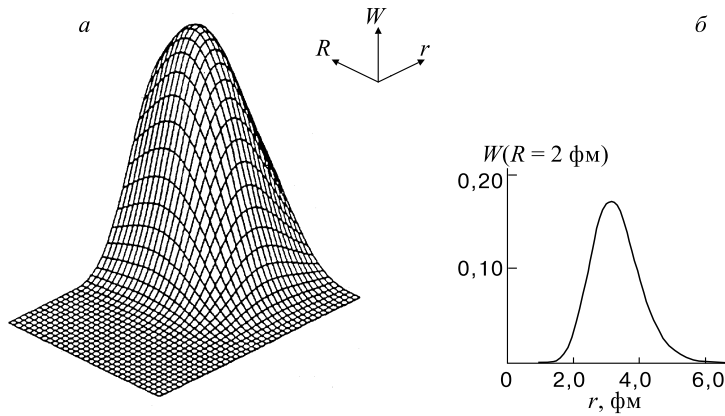


Рис. 22. То же, что на рис. 21, в модели 2 с  $\alpha\alpha$ -потенциалом Бака

частичными ВФ ядра  ${}^9\text{Be}$  нами были рассчитаны ДПС при  $E_p = 0,22$  и  $1$  ГэВ. Было проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными и проанализирована зависимость ДПС от ВФ ядра-мишени, параметров  $pN$ - и  $r\alpha$ -амплитуд и от вклада разных кратностей рассеяния протонов на кластерах мишени. В дальнейшем в этих расчетах было учтено спин-орбитальное взаимодействие в элементарной амплитуде и вычислена анализирующая способность  $A_y$  [136].

Рассмотрим сначала геометрическую структуру модельных ВФ, рассчитанных с разными потенциалами  $\alpha\alpha$ -взаимодействия. Они приведены на

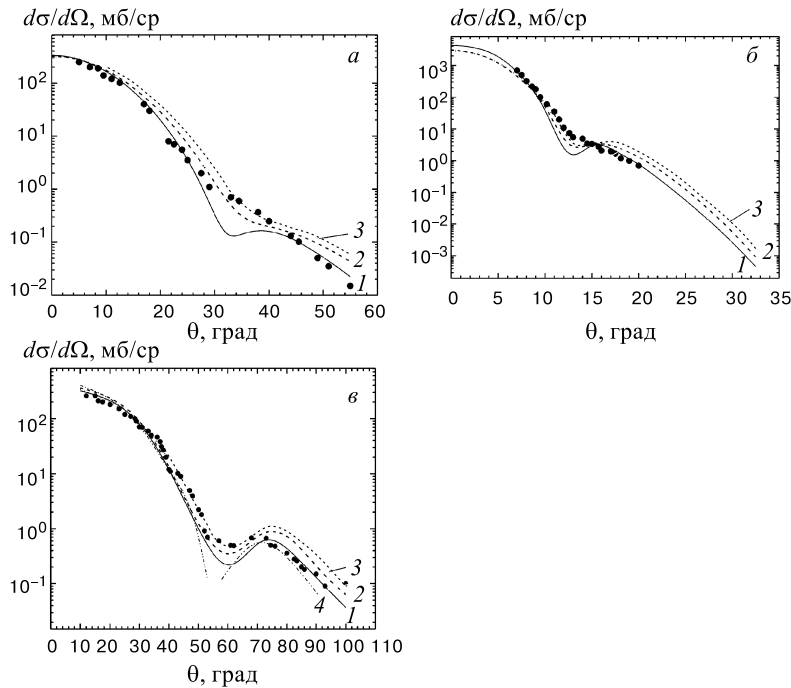


Рис. 23. Зависимость ДПС от разных модельных ВФ ядра  ${}^9\text{Be}$  при рассеянии протонов с энергией  $E_p = 0,22$  ГэВ (*a*),  $E_p = 1,0$  ГэВ (*б*) и  $\pi$ -мезонов с  $E_\pi = 0,162$  ГэВ (*в*). Кривые 1–3 — расчет с ВФ в модели 1, 2 и 3, на рис. *в* кривая 4 — расчет в оптической модели [29]. Экспериментальные точки здесь и на остальных рисунках взяты из работ [20] при  $E_p = 1,0$  ГэВ, [21] при  $E_p = 0,22$  ГэВ, [29] при  $E_\pi = 0,162$  ГэВ

рис. 21,*a* — профиль функции  $W(r, R) = \sum_{\lambda, l, L} |\Psi^{\lambda l L}|^2 r^2 R^2$  и на рис. 21,*б* —

значение этой функции при фиксированной координате нейтрона  $R = 2$  фм в модели 1, на рис. 22,*a, б* — то же в модели 2 [79]. В обеих моделях используется один и тот же  $\alpha n$ -потенциал с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов. В обоих случаях можно указать на сильную вытянутость ядра  ${}^9\text{Be}$  по  $\alpha\alpha$ -координате  $r$ . Причем в модели 1 (которой соответствует  $\lambda$ -зависящий потенциал Али—Бодмера с отталкивательным кором на малых расстояниях) по этой координате ВФ обращается в нуль при  $r \leq 1,2$  фм. Более сложный характер имеет ВФ для модели 2 (с глубоким притягивающим потенциалом с запрещенными принципом Паули состояниями). В нем состоянию с орбитальным моментом  $\lambda = 0$  соответствует ВФ типа оболочечной  $4S$ -функции, содержащей два узла. Компонента ВФ с  $\lambda = 0$  имеет узлы при  $r \approx 1$  и 2 фм, компонента с  $\lambda = 2$  — один узел при  $r \approx 2$  фм, а т.к. в ВФ содержатся

обе эти компоненты (см. формулу (13)), то первый минимум суммарной ВФ частично заполняется за счет ненулевого вклада компоненты с  $\lambda = 2$ , второй же не заполняется, т.к. совпадает положение узлов (см. рис. 22).

Рассмотрим, как зависят ДПС (рис. 23) и  $A_y$  (рис. 25) от вида модельных ВФ.

На рис. 23 приведены результаты расчета ДПС упругого рассеяния протонов ( $a, b$ ) и  $\pi$ -мезонов ( $в$ ) при разных энергиях налетающих адронов. Кривые 1, 2 и 3 — расчет с ВФ в моделях 1, 2 и 3 (см. разд. 1), кривая 4 на рис. 23,  $в$  — расчет в оптической модели из работы [29]. Все ВФ качественно правильно передают ход сечения, но кривая 1 (рассчитанная с  $\alpha\alpha$ -потенциалом Али—Бодмера) имеет минимум глубже, чем это наблюдается в эксперименте. На всех рис. 23 кривые 2 и 3 дают аналогичное описание сечений, т.к. ВФ в моделях 2 и 3 отличаются только видом  $\alpha n$ -потенциала (с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов в модели 2 и SBB в модели 3), а он не очень существенно влияет на вид ВФ, следовательно, и на сечение. Из рис. 23,  $в$  видно, что для  $\pi$ -мезонов расчет в первом порядке в оптической модели (кривая 4) хуже описывает область минимума в сечении, чем расчет в теории Глаубера (кривые 1–3).

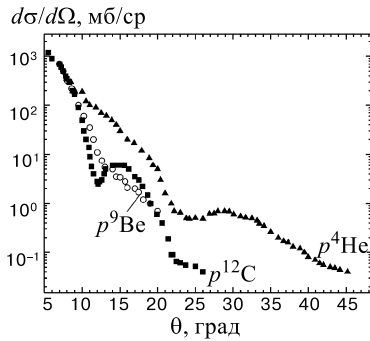


Рис. 24. Экспериментальные ДПС рассеяния протонов при  $E_p = 1,0$  ГэВ на ядрах:  $^{12}\text{C}$  — (■) [137],  $^9\text{Be}$  — (○) [20],  $^4\text{He}$  — (▲) [138]

3 фм. ВФ в потенциале Бака с запрещенными состояниями сильнее втянута в ядро и во внутренней области имеет узел и два максимума.

Почему минимумы в сечении не ярко выражены в эксперименте? Если сравнить экспериментальные данные при  $E_p = 1,0$  ГэВ на разных ядрах, приведенные на рис. 24, то хорошо видна дифракционная структура ДПС для всех ядер, кроме  $^9\text{Be}$ , экспериментальное сечение которого имеет лишь незначи-

Сравнивая результаты расчетов ДПС с ВФ ядра  $^9\text{Be}$ , рассчитанными с разными потенциалами  $\alpha\alpha$ -взаимодействия, можно сделать вывод, что при средних углах рассеяния сечение лучше описывается ВФ в потенциале Бака (кривые 2 и 3 на рис. 23,  $a, б$ ), а качественно лучшее описание во всей области углов (кроме дифракционного минимума) дает ВФ в потенциале Али—Бодмера (кривая 1 на рис. 23). Чем отличаются ВФ, рассчитанные в разных потенциалах? Как показано на рис. 21, 22, ВФ относительного  $\alpha\alpha$ -движения в потенциале Али—Бодмера более поверхностная, из-за влияния отталкивательного кора на малых расстояниях; максимального значения она достигает при

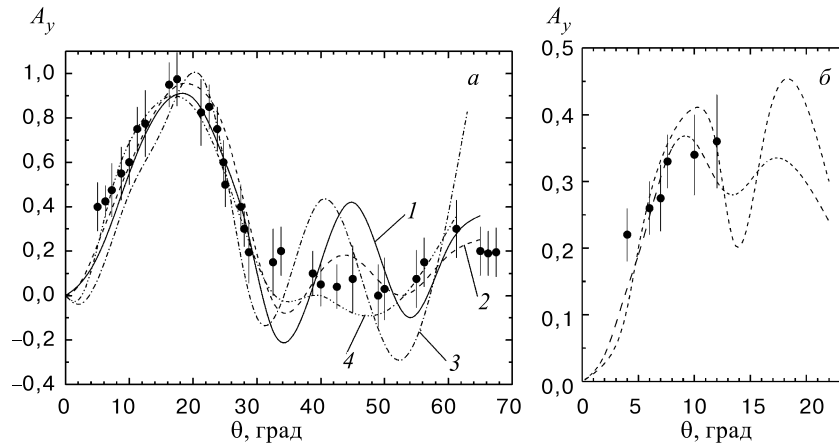


Рис. 25. Анализирующие способности при  $E_p = 0,22$  ГэВ (а) и  $E_p = 1,0$  ГэВ (б). Кривые 1 и 2 — наш расчет с ВФ в моделях 1 и 2, кривые 3 и 4 — расчет в оптической модели и в методе связанных каналов из работы [21]

тельный перегиб при  $\theta = 14^\circ$ . Известно, что ядро  ${}^9\text{Be}$  не обладает сферической симметрией, и одной из причин может быть существенная деформация ядра, обладающего значительным квадрупольным моментом  $Q = 53$  мб. На эту причину указывают авторы всех работ, изучающих ядро  ${}^9\text{Be}$  [21–23, 55]. Другими причинами заполнения минимума является увеличение параметра  $\mathcal{E}_{Aj}$  — отношения действительной к мнимой части элементарной амплитуды рассеяния (см. формулы (21)–(24)) и наличие некоторых некогерентных каналов рассеяния. Первая из этих причин рассматривалась в работах [55, 136], и применительно к ядру  ${}^9\text{Be}$  в [136] был сделан вывод о том, что сколько-нибудь разумные увеличения  $\mathcal{E}_{Aj}$  не дают все же полного заполнения минимума. Вторая причина будет рассмотрена ниже.

На рис. 25,а приводится сравнение рассчитанных нами  $A_y$  (кривые 1 и 2 — расчет с ВФ в моделях 1 и 2 соответственно) с данными, полученными в оптической модели (кривая 3) [21] и в методе связанных каналов (кривая 4) [21] при  $E_p = 0,22$  ГэВ. Видно, что наилучший результат достигнут в расчете методом связанных каналов, в котором учитывается неупругое квадрупольное рассеяние. Из кривых, рассчитанных в настоящей работе, лучше согласуется с экспериментом кривая 1 (с ВФ в модели 1 с  $\alpha\alpha$ -потенциалом Али—Бодмера). Для углов  $\theta < 30^\circ$  неплохо согласуются с экспериментом обе наши кривые, но при  $\theta > 30^\circ$  теоретические кривые осциллируют, в то время как в эксперименте осцилляции подавлены. Отметим, что перегибы в  $A_y$  находятся при тех значениях переданных импульсов (или углов рассеяния),

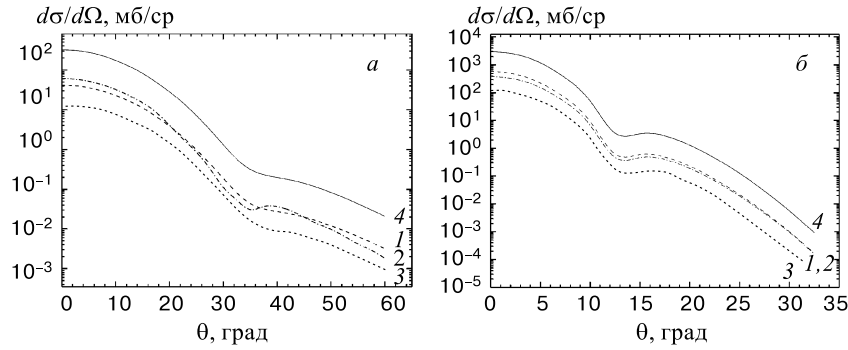


Рис. 26. Вклад в ДПС (сплошная кривая 4) разных компонент ВФ. Кривые 1–3 — вклад ВФ  $\Psi_{011}^{\lambda\lambda L}$ ,  $\Psi_{211}^{\lambda\lambda L}$  и  $\Psi_{212}^{\lambda\lambda L}$  соответственно; а)  $E_p = 0,22$  ГэВ, б)  $E_p = 1$  ГэВ

которые соответствуют дифракционным минимумам в ДПС, что замечено еще в работах [22, 106, 107].

На рис. 25,б приведена анализирующая способность при  $E_p = 1$  ГэВ. Кривые 1 и 2 — то же, что на рис. 23,а. Видно, что они лежат в пределах ошибок эксперимента, и перегиб кривых совпадает с положением минимума в ДПС. К сожалению, измерения заканчиваются при  $\theta \approx 12^\circ$  [14], что примерно соответствует дифракционному минимуму сечения и это не дает возможности провести сравнение расчета с экспериментом в самой критической области. Анализирующая способность является более тонкой характеристикой, чувствительной к деталям ядерной структуры, и она лучше описывается ВФ, рассчитанной в потенциале Али—Бодмера (кривая 2 на рис. 25). Это может свидетельствовать о том, что ВФ относительного  $\alpha\alpha$ -движения должна быть подавлена в области, где кластеры перекрываются, что имеет место в потенциале Али—Бодмера и не выполняется в потенциале Бака.

Детально вклад в ДПС (кривая 4) разных компонент ВФ  ${}^9\text{Be}$  показан на рис. 26. Кривые 1–3 — вклад 1, 2 и 3-го слагаемых в формуле (13) при  $E_p = 0,22$  ГэВ (рис. 26,а) и  $E_p = 1$  ГэВ (рис. 26,б). Так как веса этих компонент примерно одинаковы (см. табл. 4), то и парциальные сечения различаются незначительно и имеют похожую структуру. Ни одно из парциальных сечений в отдельности не описывает экспериментальные данные, только суммарный вклад всех их дает такое описание.

Как уже обсуждалось при рассеянии адронов на ядре  ${}^7\text{Li}$ , появление дифракционного минимума в сечении связано с интерференцией разных кратностей рассеяния в операторе  $\Omega$  (см. формулу (18)). Если рассчитать отдельно вклады от одно- (кривая 1), двух- (кривая 2) и трехкратных (кривая 3) соударений налетающего протонного пучка с кластерами, составляющими ядро

${}^9\text{Be}$ , то, как видно из рис. 27, минимум возникает в точке пересечения парциальных сечений одно- и двукратных соударений. Это происходит от того, что ряд для амплитуды после подстановки формулы (18) в (27), (28) знакпеременный, и при возведении амплитуды в квадрат (29) это приводит к появлению интерференционных членов, что и дает минимум в сечении. Отметим также, что в области малых углов рассеяния ( $\theta < 30^\circ$ ) доминируют однократные соударения, при больших углах — двукратные, трехкратные же на четыре порядка меньше, чем однократные, поэтому в суммарное сечение (кривая 4) вклада практически не дают. Это хорошо согласуется с известными положениями теории, отмеченными в [12, 55], и с аналогичным расчетом для ядра  ${}^7\text{Li}$  в разд. 4.

Перейдем к вопросу о вкладе некогерентного канала рассеяния протонов на ядре  ${}^9\text{Be}$ , включая в рассмотрение неупругий канал рассеяния на низколежащий уровень ядра с уровня  $1/2^+$ ,  $E^* = 1,68$  МэВ. В проведенных экспериментах [20, 21] этот уровень не разрешался, поскольку разрешающая способность измерительных приборов была  $\Delta E \approx \approx 2$  МэВ. В предыдущих расчетах (рис. 23) было продемонстрировано неплохое согласие ДПС с экспериментальными данными, но при  $\theta \approx 32^\circ$  в рассчитанном сечении на основное состояние (при  $E_p = = 0,22$  ГэВ) имеется минимум, отсутствующий в эксперименте. Учет вклада неупругого канала рассеяния

(на уровень  $1/2^+$ ) показан на рис. 28 при  $E_p = 0,22$  ГэВ (а) и  $E_p = 1,0$  ГэВ (б) для ВФ в модели 1. Пунктирная кривая на рис. 28 — это расчет ДПС на основное состояние ядра  ${}^9\text{Be}$ , точечная кривая — ДПС неупругого  $p$ -рассеяния на уровень  $1/2^+$ , сплошная кривая — их суммарный вклад. Из рисунков видно, что если учесть вклад этого канала рассеяния, то дифракционный минимум сечения частично заполняется, т.к. максимум сечения неупругого рассеяния совпадает с дифракционным минимумом сечения на основное состояние. Дифференциальное сечение на уровень  $1/2^+$  измерено в эксперименте, проведенном в циклотронной лаборатории Индианского университета [23] при  $E_p = 0,18$  ГэВ. Результаты расчетов в [23] близки к нашим, причем максимального значения рассчитанное с оболочечной ВФ ДПС достигает при

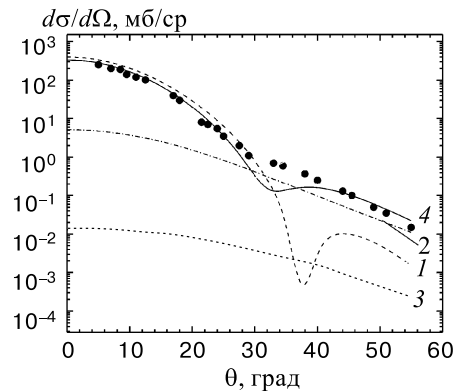


Рис. 27. Вклад в ДПС (кривая 4) от одно- (кривая 1), двух- (кривая 2) и трехкратных (кривая 3) соударений протонов с кластерами, составляющими ядро  ${}^9\text{Be}$ , при  $E_p = = 0,22$  ГэВ

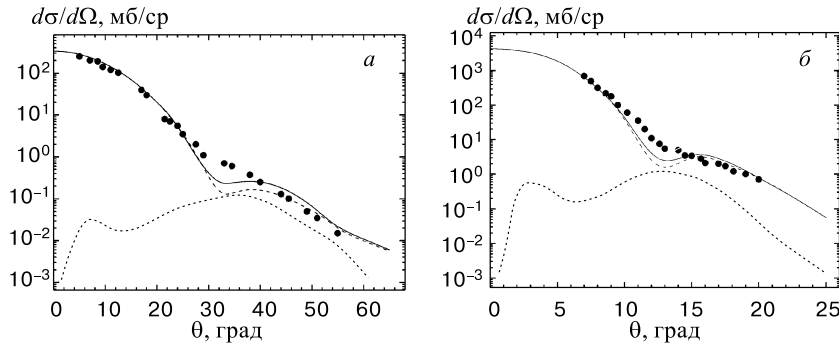


Рис. 28. Учет вклада в ДПС неупругого канала рассеяния с возбуждением уровня  ${}^9\text{Be } 1/2^+$  при  $E_p = 0,22$  ГэВ (а) и  $E_p = 1,0$  ГэВ (б). Пунктир — ДПС упругого  $p^9\text{Be}$ -рассеяния, точечная кривая — ДПС неупругого  $p^9\text{Be}$ -рассеяния, сплошная — суммарное ДПС

$q = 1,5 \text{ фм}^{-1}$ , что соответствует углу рассеяния  $\theta = 32^\circ$ , совпадающему с минимумом ДПС, на основное состояние (см. рис. 28,а).

Таким образом, учет неупругого канала рассеяния на уровень  $1/2^+$  (не разрешаемого в эксперименте [21]), дает реальное заполнение дифракционного минимума за счет того, что максимального значения это сечение достигает как раз при углах  $\theta$ , соответствующих минимуму сечения на основное состояние.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для описания характеристик упругого и неупругого рассеяния высокоэнергетичных адронов на ядрах  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^9\text{Be}$  в рамках дифракционной модели ГС мы использовали кластерные ВФ, хорошо воспроизводящие структуру этих ядер. Что дал синтез хорошо известной теории многократного рассеяния с реалистическими ВФ?

Использование ВФ, рассчитанных в потенциальных кластерных моделях, в виде разложения по многомерным гауссоидам и в качестве входных параметров теории ГС не только элементарных  $AN$ -, но и  $A\alpha$ - амплитуд позволяет записать оператор взаимодействия в виде ряда многократного рассеяния не на отдельных нуклонах ядра, а на нуклонах и  $\alpha$ -кластерах (как на бесструктурных образованиях), что, в свою очередь, позволяет рассчитать амплитуду рассеяния аналитически, без потери точности, которая возникает при обрезании ряда многократного рассеяния и вычислении многомерных интегралов. Возможно, по этой причине сравнение с результатами расчетов других авторов показало, что качество описания эксперимента в теории ГС того же

порядка, что и в применяемой иногда оптической модели, а зачастую и превосходит ее (при использовании более совершенной ВФ, как в нашем расчете упругого  $\pi^6\text{Li}$ -рассеяния с учетом  $D$ -волны в ВФ  $^6\text{Li}$ ). К тому же оптическая модель не учитывает микроструктуру среды, поэтому все получаемые характеристики являются как бы усредненными, в отличие от дифракционной теории, в которой легче обнаружить чувствительность к параметрам модели.

Использование в теории ГС реалистических ВФ позволяет более детально исследовать рассчитываемые характеристики: выяснить причины заполнения дифракционных минимумов в ДПС, связать поведение ДПС и  $A_y$  с поведением ВФ на асимптотике и в центральной части ядра, выяснить роль малых компонент в ВФ и т.д. Мы провели расчеты ДПС в зависимости от параметров  $AN$ - и  $A\alpha$ -амплитуд, от вклада некогерентного канала рассеяния (для  $^9\text{Be}$ ), действительных и мнимых частей элементарных амплитуд, разных кратностей рассеяния, поскольку для исследуемых ядер такие расчеты не проводились.

Исследование роли малых компонент в ВФ показало, что они могут иметь существенное значение при описании тонких эффектов, например, при заполнении дифракционного минимума в сечении (как  $D$ -волна в  $^6\text{Li}$ ); если же веса компонент сравнимы по величине (как в  $^9\text{Be}$ ), то нельзя пренебрегать ни одной из них.

Сравнение рассеяния различных частиц  $p$ ,  $\bar{p}$ ,  $\pi$ -мезонов показало, что для  $\bar{p}$  и  $\pi$ -мезонов дифракционная структура в ДПС наблюдается при энергиях более низких, чем для протонов. Это происходит из-за того, что для  $\pi$ -мезонов и особенно для антипротонов в элементарной амплитуде имеет место резкая анизотропия в направлении вперед, что дает возможность этим частицам рассеиваться в узком переднем конусе, т.е. для них с хорошей точностью выполняется требование эйкональности. Такая особенность амплитуды дает возможность существенно раздвинуть рамки применимости теории в область низких энергий.

Что касается парных потенциалов, с которыми были рассчитаны ВФ в различных моделях, то из рассеяния адронов на  $^6\text{Li}$  и  $^9\text{Be}$  можно сделать выбор в пользу  $\alpha n$ -потенциала с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов (по сравнению с SBB), а из рассеяния адронов на  $^9\text{Be}$  — в пользу  $\alpha\alpha$ -потенциала Али—Бодмера (по сравнению с потенциалом Бака).

Таким образом, использование реалистических ВФ ядер позволило более детально проанализировать имеющиеся экспериментальные данные и сделать некоторые вычисления, имеющие предсказательный характер и рассчитанные на будущие эксперименты.

Дальнейшее изучение процессов упругого и неупругого рассеяния адронов на легких ядрах требует систематических экспериментальных данных в области энергий от сотен МэВ до 1 ГэВ как по ДПС, так и, особенно, по поляризационным характеристикам: векторной и тензорной анализирующим способностям, функции поворота спина  $Q$ . Имеющиеся экспериментальные



данные для рассмотренных в работе ядер  ${}^6,7\text{Li}$  и  ${}^9\text{Be}$  пока недостаточны для проведения полного анализа, который был осуществлен, например, для  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  [68]. Для этих ядер при разных энергиях измерен полный набор наблюдаемых величин: ДПС,  $A_y$  и  $Q$ . Можно надеяться, что измерение указанных величин для исследованных нами ядер даст дополнительную информацию и стимулирует дальнейшие теоретические поиски.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hasselgren D., Renberg P.U., Sundberg O. et al.** — Nucl.Phys., 1965, v.69, p.81.
2. **Rolland C., Geoffrion R., Marty N. et al.** — Journ.Phys., 1966, v.27, p.282.
3. **Geoffrion B., Marty N., Morlet M. et al.** — Nucl.Phys., 1968, v.116, p.209.
4. **Bellettini G., Cocconi G., Diddens A. N. et al.** — Nucl.Phys., 1966, v.79, p.609.
5. **Allaby J.V., Diddens A.N., Glauber R.G. et al.** — Phys.Lett., 1969, v.30B, p.549.
6. **Bennett G.M. et al.** — Phys.Rev.Lett., 1967, v.19, p.387.
7. **Palevsky H., Friedes J.L., Sutter R.J. et al.** — Phys.Rev.Lett., 1967, v.18, p.1200.
8. **Bradamante F., Conetti S., Fidicaro G. et al.** — Phys.Lett., 1968, v.58B, p.191.
9. **Alberi G., Bertocchi L.** — Phys.Lett., 1968, v.28B, p.186.
10. **Lesniak L., Wolek H.** — Nucl.Phys., 1969, v.A125, p.665.
11. **Czyz.W, Lesniak L., Wolek H.** — Nucl.Phys., 1970, v.B19, p.125.
12. **Глаубер Р.** — УФН, 1971, т.103, вып.4, с.641.
13. **Барашенков В.С.** — Сечения взаимодействия элементарных частиц. М.: Наука, 1966; **Барашенков В.С., Тонеев В.Д.** — УФН, 1970, т.100, вып.3, с.425.
14. **Вовченко В.Г., Жданов А.А., Железняков В.М. и др.** — ЯФ, 1973, т.16, с.628.
15. **Алхазов Г.Д., Белостоцкий С.Л., Воробьев А.А. и др.** — Препринт ЛИЯФ-155, Л., 1975; Препринт ЛИЯФ-449, 1978; **Alkhasov G.D., Belostotzky S.L., Vorobyov A.A.** — Phys.Rev., 1978, v.C42, №2, p.89; **Alkhasov G.D., Belostotsky S.L., Damaskinsky E.A. et al.** — Phys.Lett., 1979, v.85B, №1, p.43.
16. **Ajzenberg-Selove F.** — Nucl. Phys., 1988, v.A490, p.1.
17. **Hutcheon R.M., Sundburg O., Tibell G.** — Nucl.Phys., 1970, v.A154, p.261.
18. **Bruge G.** — Journ. De Phys., 1979, v.40, p.635; **Aslanides E., Bauer T., Bertini R. et al.** — Prog.Report of the Nucl Phys. Dep.CEN, Saclay, CEA-N-1861, 1974-75, p.198; **Baker S.D., Bertini R., Beurtey R. et al.** — Prog.Rep.of the Nucl Phys. Dep.CEN, Saclay, CEA-N-1700, p.131.
19. **Алхазов Г. Д., Белостоцкий С. Л., Воробьев А.А. и др.** — Письма в ЖЭТФ, 1979, т.29, вып.1, с.88; **Алхазов Г.Д., Домченков О.А.** — Препринт ЛИЯФ-575, Л., 1980.
20. **Алхазов Г.Д., Белостоцкий С.Л., Воробьев А.А. и др.** — ЯФ, 1985, т.42, вып.1, с.8.
21. **Roy G., Sherif H.S., Cooper E.D. et al.** — Nucl.Phys., 1985, v.A442, p.686.
22. **Kelly J.J.** — Phys.Rev., 1988, v.C38, №3, p.1490.
23. **Dixit S., Bertozzi W., Buti T.N. et al.** — Phys.Rev., 1991, v.C43, №4, p.1758.
24. **Glower C.W., Foster C.C., Schwandt P. et al.** — Phys.Rev., 1990, v.C41, №6, p.2487.

25. **Glower C.W., Foster C.C., Schwandt P. et al.** — *Phys.Rev.*, 1991, v.C43, №4, p.1664.
26. **Батусов Ю.А., Бунятов С.А., Понтекорво Д.Б. и др.** — *ЯФ*, 1990, т.52, вып.5, с.1222.
27. **Сапожников М.Г. и др.** — В сб.: Труды. Конф. по нукл.-нукл. взаимодействию. М., 1991, с.218.
28. **Balestra F., Batusov Yu.A., Bendiscioli C. et al.** — *Yad. Fiz.*, 1992, v.55, №3, p.1234; *Phys.Lett.*, 1993, v.B305, p.18.
29. **Zeidman B., Olmer C., Geesaman D.F. et al.** — *Phys.Rev.Lett.*, 1978, v.40, №23, p.1539; *Phys.Rev.*, 1978, v.C18, №5, p.2223.
30. **Gibson E.F., Kraushaar J.J., Masterson T.J. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1982, v.A377, p.389.
31. **Kiziah R.R., Brown M.D., Harvey C.J. et al.** — *Phys.Rev.*, 1984, v.C30, №5, p.1643.
32. **Antonuk L.E., Bovet D., Bovet E. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1986, v.A451, p.741.
33. **Meier R., Boschitz E.T., Brinkmoller B. et al.** — *Phys.Rev.*, 1994, v.C49, №1, p.320; **Zichy J.A.** — Ph.D. thesis № 6612, ETH, Zurich, 1980.
34. **Ritt S., Boschitz E.T., Meier R. et al.** — *Phys.Rev.*, 1991, v.C43, №2, p.745; **Ritt S., Boschitz E.T., Brinkmoller B. et al.** — *Phys.Rev.*, 1994, v.C49, №6, p.3117.
35. **Glauber R.G.** — *Lect.Theor.Phys.*, 1959, v.1, p.315; **Ситенко А.Г.** — *УФЖ*, 1959, т.4, с.152.
36. **Faldt G., Ingemarsson A.** — *Journ.Phys.G.*, 1983, v.9, p.261.
37. **Arima M., Masutani K., Seki R.** — *Phys.Rev.*, 1991, v.C44, №1, p.415.
38. **IMA Tag Eldin, Esmael E.H., Hassan MYM. et al.** — *Journ.Phys.G.*, 1991, v.17, p.271; 1990, v.16, p.1051.
39. **Tan Zhen-Qiang, Gu Yun-Ting** — *J.Phys.G.*, 1989, v.15, p.1699.
40. **Tan Zhen-Qiang, Ma Wei-Hsing** — *Nuovo Cim.*, 1990, v.A103, №2, p.185.
41. **Lesniak H., Lesniak L.** — *Nucl.Phys.*, 1972, v.B38, p.221.
42. **Исмагов Е.И.** — Дифракционное рассеяние легких ядер на ядрах. Ташкент: Фан, 1974; Теория дифракционных ядерных процессов. Ташкент: Фан, 1978.
43. **Germond J.K., Wilkin C.** — *Nucl.Phys.*, 1975, v.A237, p.477.
44. **Li Qing - Run, Zhou Jin - Li** — *Journ.Phys.G.*, 1991, v.17, p.663.
45. **Oset E., Strottman D.** — *Nucl.Phys.*, 1982, v.A 377, p.297.
46. **Germond J.-F.** — *Journ.Phys.G.*, 1986, v.12, p.609.
47. **Колыбасов В.М., Маринов М.С.** — *УФН*, 1973, т.109, вып.1, с.137.
48. **Wallace S.J.** — *Phys.Rev.*, 1975, v.C12, №1, p.179.
49. **Auger J.P., Lombard R.J.** — *Nucl.Phys.*, 1976, v.A262, p.372.
50. **Ernst D.J.** — *Phys.Rev.*, 1979, v.C19, p.896.
51. **Колыбасов В.М., Кондратюк Л.А.** — *ЯФ*, 1973, т.18, вып.2, с.316.
52. **Величко Г.Н., Воробьев А.А., Добровольский А.В. и др.** — *ЯФ*, 1985, т.42, вып.6, с.1325.
53. **Саперштейн Э.Е., Стародубский В.Е.** — *ЯФ*, 1987, т.46, вып.1, с.69.
54. **Колыбасов В.М.** — Письма в ЖЭТФ, 1987, т.46, вып. 4, с.139.
55. **Алхазов Г.Д., Анисович В.В., Волковицкий П.Э.** — Дифракционное взаимодействие адронов с ядрами при высоких энергиях. Л.: Наука, 1991.
56. **Кондратюк Л.А., Шматиков М.Ж., Бидзарри Р.** — *ЯФ*, 1981, т.33, вып. 3, с.795; **Кондратюк Л.А., Сапожников М.Г.** — *ЯФ*, 1987, т.46, вып.1, с.89.

57. **Mahalanabis J.** — *Z.Phys.A - Atom.Nucl.*, 1987, v.326, p.131; **Mahalanabis J., Von Geramb H.V.** — *Nucl.Phys.*, 1989, v.A493, p.412.
58. **Bendiscioli G., Rotondi A., Salvini P., Zenoni A.** — *Nucl.Phys.*, 1987, v.A469, p.669.
59. **Далькаров О.Д., Карманов В.А.** — *ЭЧАЯ*, 1987, т.18, вып.6, с.1399; **Dalkarov O.D., Karmanov V.A.** — *Nucl.Phys.*, 1985, v.A445, p.579; *Nucl.Phys.*, 1988, v.A478, p.635.
60. **Кербигов Б.О., Кондратюк Л.А., Сапожников М.Г.** — *УФН*, 1989, т.159, вып.1, с.3.
61. **Инопин Е.В., Тищенко Б.И.** — *ЖЭТФ*, 1960, т.38, с.1160.
62. **Антонов А.Н., Инопин Е.В.** — *ЯФ*, 1972, т.16, с.74; 1972, т.16, с.326; **Ahmad I., Khan Z.A.** — *Nucl.Phys.*, 1976, v.A274, p.519.
63. **Antonov A.N.** — *Bulg.Journ.Phys.*, 1975, v.11, №4, p.287.
64. **Tan Zhen-Qiang, Ruan Wein - Ying** — *Journ.Phys.G.* 1989, v.15, p.1599; *Nucl.Phys.*, 1990, v.A514, p.295.
65. **Kabir K.A., Silver M., Austern N.** — *Phys.Rev.*, 1983, v.C27, №3, p.2104.
66. **Li Qing-Run** — *Nucl.Phys.*, 1984, v.A415, p.445.
67. **Бережной Ю.А., Пилипенко В.В., Хоменко Г.А.** — *Изв. АН СССР, сер. физ.*, 1980, т.44, №9, с.1950; 1981, т.45, №10, с.1953; *Journ.Phys.G.*, 1984, v.10, p.63.
68. **Бережной Ю.А., Михайлюк В.П., Пилипенко В.В.** — *Изв. АН СССР, сер. физ.*, 1988, т.52, №11, с.2185; *Acta Phys.Polon.*, 1990, v.B21, p.273; *ЯФ*, 1992, т.5, вып.7, с.1885; *Journ.Phys.G.*, 1992, v.18, №1, p.85.
69. **Beregi P., Zelenskaya N.S., Neudatchin V.G., Smirnov Yu.F.** — *Nucl.Phys.*, 1965, v.66, p.513; **Кудряков Ю.А., Неудачин В.Г., Серебряков С.Г., Смирнов Ю.Ф.** — *ЯФ*, 1967, т.6, вып.6, с.1203.
70. **Балашов В.В., Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф., Юдин Н.П.** — *ЖЭТФ*, 1959, т.37, вып.5, с.1385; **Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф.** — *Нуклонные ассоциации в легких ядрах*. М.: Наука, 1969; **Neudatchin V.G., Smirnov Yu.F., Golovanova N.F.** — *Adv.Nucl.Phys.*, 1979, v.11, p.1.
71. **Немец О.Ф., Неудачин В.Г., Рудчик А.Т., Смирнов Ю.Ф., Чувильский Ю.М.** — *Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач*. Киев: Наукова думка, 1988.
72. **Voronchev V.T., Krasnopol'sky V.M., Kukulin V.I.** — *Journ.Phys.G.*, 1982, v.8, p.649; 1982, v.8, p.667; **Kukulin V.I., Krasnopol'sky V.M., Voronchev V.T., Sazonov P.B.** — *Nucl.Phys.*, 1984, v.A417, p.128; 1984, v.A453, p.365; **Glosman L.Ya., Kukulin V.I., Neudatchin V.G.** — *Phys.Lett.*, 1984, v.D136, p.315; *Nucl.Phys.*, 1984, v.A430, p.583; **Ryzhikh G.G., Eramzhyan R.A., Kukulin V.I., Tchuvil'sky Yu.M.** — *Nucl.Phys.*, 1993, v.A563, p.247; **Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Razikov Kh.D. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1995, v.A 586, p.151.
73. **Lehman D.R., Rajan M.** — *Phys.Rev.*, 1982, v.C25, №5, p.2743; **Lehman D.R., Parke** — *Phys.Rev.*, 1983, v.28, p.364; 1984, v.29, p.2319.; *Few Body Syst.*, 1986, v.1, p.193; **Suzuki Y., Wang Jing Ju** — *Phys.Rev.*, 1990, v.C41, p.736.
74. **Данилин Б.В., Жуков М.В., Коршенинников А.А. и др.** — *ЯФ*, 1987, т.46, с.427; 1988, т.49, вып.2, с.360 ; 1990, т.53, вып.1, с.71; **Chulkov L.V., Danilin B.V., Efros V.D. et al.** — *Europhys.Lett.*, 1989, v.8, p.245; **Zhukov M.V. et al.** — *Nucl.Phys.*, 1991, v.A533, p.428.
75. **Кукулин В.И., Померанцев В.Н., Рыжих Г.Г. и др.** — *Изв.РАН, сер.физ.*, 1993, т.57, №1, с.170; **Ворончев В.Т., Кукулин В.И., Померанцев В.Н. и др.** — *ЯФ*, 1994, т.57, №11, с.1964; **Voronchev V.T., Kukulin V.I., Pomerantsev V.N.** — *Few-Body Syst.*, 1995, v.18, p.191.

76. Дубовиченко С.Б., Жусупов М.А. — Изв. АН КазССР, сер.физ.-мат., 1983, №4, с.44; 1983, №6, с.25.
77. Дубовиченко С.Б., Жусупов М.А. — ЯФ, 1984, т.39, с.1378; Изв.АН СССР, сер.физ., 1984, т.48, с.935; Изв. АН КазССР, сер.физ.-мат., 1984, т.4, с.44.
78. Жусупов М.А. — Изв.АН СССР, сер.физ., 1990, т.54, №11, с.2230.
79. Жусупов М.А., Сахнев С.С., Каипов Т.Д. — Изв.РАН, сер.физ., 1996, т.60, №11, с.123.
80. Eramzhyan R.A., Ryzhikh G.G., Tchuvil'sky Yu.M. — Phys.Atom.Nucl., 1999, v.62, №1, p.37.
81. Буркова Н.А., Жусупов М.А. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1987, т.51, №1, с.182.
82. Буркова Н.А., Жусупов М.А., Эрамжян Р.А. — Препринты ИЯИ АН СССР, П-0531, М., 1987, с.30; П-0551, М., 1987, с.40.
83. Burkova N.A., Denyak V.V., Eramzhan R.A. et al. — Nucl. Phys., 1995, v.A586, p.293.
84. Alkhasov G.D. — Nucl.Phys., 1995, v.A581, p.115.
85. Chulkov L.V., Bertulani C.A., Korshennikov A.A. — Nucl.Phys., 1995, v.A587, p.291.
86. Алхазов Г.Д., Лободенко А.А. — Письма в ЖЭТФ, 1992, т.55, вып.7, с.377; ЯФ, 1993, т.56, вып.3, с.89; Alkhasov G.D., Andronenko L.M., Dobrovolsky A.V. et al. — Phys.Rev.Lett., 1997, v.78, p.2313; Kim G., Khugaev A.V., П Tong Cheon — Journ.Phys.Soc.Jap., 1998, v.67, p.2568.
87. Андрианов А.А., Гриднев К.А., Тарутина Т.В., Югалдин М.А. — Изв. РАН, сер.физ., 1998, т.62, №1, с.89; Гриднев К.А., Тарутина Т.В. — Изв. РАН, сер.физ., 1999, т.63, №5, с.910.
88. Korshennikov A.A., Nikolskii E.Yu., Kobayashi T. et al. — Phys.Rev., 1996, v.C53, p.537.
89. Blokhintsev L.D., Lado A.V., Usikov Yu.N. — Nucl.Phys., 1996, v.A597, p.487
90. Frosch R.F. et al. — Phys.Rev., 1967, v.160, p.R874.
91. Eramzhyan R.A. et al. — Phys.Lett., 1989, v.B228, p.118.
92. Lichtenstadt J., Alster J., Moinester M.A. et al. — Phys.Lett., 1983, v.B121, p.377; 1989, v.B219, p.394; 1990, v.B244, p.173.
93. Kanada H., Liu Q.K.K., Tang Y.C. — Phys.Rev., 1980, v.C22, №2, p.813.
94. Buck B., Baldock R.A. Rubio A. — Journ.Phys.G, 1985, v.11, p.L111; Buck B., Merchant A.C. — Journ.Phys.G, 1988, v.14, p.L211.
95. Неудачин В.Г., Смирнов Ю.Ф. — Совр. проблемы оптики и яд.физики. Киев: Наукова думка, 1974, с.225.
96. Дубовиченко С.Б., Джазаиров-Кахраманов А.В. — ЯФ, 1994, т.57, №5, с.784.
97. Dakhno L.G., Nikolaev N.N. — Nucl.Phys., 1985, v.A436, p.653.
98. Borie E., Rinker G.A. — Phys.Rev., 1978, v.A18, p.324.
99. Дубовиченко С.Б., Жусупов М.А. — Изв.АН КазССР, сер.физ.-мат., 1987, №4, с.64.
100. Le Mere M., Brown R.E. — Phys.Rev., 1975, v.C12, №4, p.1140.
101. Shen P. et al. — Phys.Rev., 1986, v.C33, №4, p.1214.
102. Coelho H. et al. — Phys.Rev., 1983, v.C28, p.1812.
103. Beck D. et al. — Phys.Rev., 1984, v.C30, p.1403.
104. Ali S., Bodmer A.R. — Nucl.Phys., 1966, v.80, p.99.

105. **Buck B., Friedrich H., Wheatley C.** — Nucl.Phys., 1977, v.A275, p.246.
106. **Osland P., Glauber R.G.** — Nucl.Phys., 1979, v.A326, p.225.
107. **Auger J.P., Tellez-Arenas A., Lazard C., Lombard R.J.** — Journ.Phys.G, 1986, v.12, p.314; **Lasard C.** — Journ.Phys.G, 1990, v.16, p.1637.
108. **Ситенко А.Г., Доценко И.С.** — ЯФ, 1973, т.17, с.67; ЭЧАЯ, 1973, т.4, вып.2.
109. **Hasell D.K., Bracco A., Gubler H.P. et al.** — Phys.Rev., 1986, v.C34, №1, p.136.
110. **Igo G.J. et al.** — Rev.Mod.Phys., 1978, v.50, p.523.
111. **Fain J., Gardes J., Lefort A. et al.** — Nucl.Phys., 1976, v.262, p.413.
112. **Ray L.** — Phys.Rev., 1979, v.C19, №5, p.1855; 1979, v.C20, p.1857.
113. **Faldt G., Hulthage I.** — Journ.Phys.G, 1978, v.4, p.363.
114. **Бирбаир Б.Л., Алхазов Г.Д., Лапина Л.П. и др.** — ЯФ, 1978, т.28, с.625.
115. **Gustaffson C.H., Lambert E.** — Ann.Phys. N.Y., 1978, v.111, №2, p.304.
116. **Auger J.P. et al.** — Journ.Phys.G, 1981, v.7, p.1627.
117. **Binon F., Duteil P., Gouanere M. et al.** — Nucl.Phys., 1978, v.A298, p.499.
118. **Варшавович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.** — Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975.
119. **Пилипенко В.В., Созник А.П.** — ЯФ, 1986, т.44, вып.2, с.369.
120. **Доценко И.С., Фурса А.Д.** — ЯФ, 1973, т.14, вып.4, с.770.
121. **Ahmad I., Khan Z.A.** — Physica Scripta., 1979, v.20, p.26.
122. **Горячий В.В., Пересыпкин В.В.** — Препринт ИТФ А-81-98Р, Киев, 1981; **Горячий В.В., Пересыпкин В.В.** — Изв. АН СССР, сер. физ., 1983, т.47, №5, с.1013.
123. **Peresyupkin V.V., Polyakov P.L., Krasnopolsky V.M., Goryachy V.V.** — Preprint ITP-82-112E, Kiev, 1982; **Пересыпкин В.В.** — Препринт ИТФ-83-100Р, Киев, 1983.
124. **Кукулин В.И., Пересыпкин В.В.** — ЯФ, 1984, т.39, вып.2, с.412.
125. **Egamzhyan R.A., Gmitro M., Kaipov T.D. et al.** — Journ.Phys.G, 1988, v.14, p.1511; **Гмитро М., Каипов Т.Д., Камалов С.С. и др.** — Препринт ИЯИ АН СССР ПВ-0579, 1988.
126. **Мах Р., Сапожников М.Г., Фаломкин И.В.** — ЭЧАЯ, 1986, т.17, вып.6, с.1232.
127. **Peresyupkin V.V., Ibraeva E.T., Kukulin V.I.** — Nucl. React. Proceed. of the First Kiev Intern. School on Nucl. Phys., Kiev, 1990, p.346; Preprint ITP-91-28, Kiev, 1991, p.16.
128. **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т., Пересыпкин В.В.** — Изв.РАН, сер.физ., 1992, т.56, №1, с.172; т.56, №11, с.134; **Ibraeva E.T., Zhusupov M.A.** — Int.Conf.on Nucl.Struct. and Nucl.React. at Low and Intermediate Energies. Dubna, JINR, 1992, p.91.
129. **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т., Кукулин В.И., Пересыпкин В.В.** — ЯФ, 1994, т.57, №11, с.2013; Preprint ITP-93-23E, Kiev, 1994, p.24; **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т., Пересыпкин В.В.** — Изв.РАН, сер.физ., 1994, т.58, №5, с.71.
130. **Garreta D., Birien P., Vruge G. et al.** — Phys.Lett., 1984, v.B135, p.266; 1984, v.B139, p.464; 1984, v.B149, p.64.
131. **Кудрявцев И.Н., Созник А.П.** — Пробл. яд.физ.и косм.лучей. Харьков: ХГУ, 1989, вып.3, с.6; ЯФ, 1989, т.49, вып.1, с.229; Journ.Phys.G., 1989, v.15, p.1377.
132. **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т., Прмантаева Б.А.** — В сб.: Тезисы докл. 49 Межд. Сов. по ядерной спектр. и структ. ат. ядра. 21-23 апр. 1999, Дубна, с.195, 196; Abstracts The Third Int.Conf. Modern Probl. of Nucl.Phys. 23-27 Aug.1999, Bukhara, с.67.

133. **Nose N., Kume K., Yamaguchi S.** — Phys.Rev., 1994, v.C50, №1, p.321
134. **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т.** — Изв. РАН, сер.физ., 1996, т.60, №5, с.162
135. **Ибраева Е.Т., Бышенко Н.В.** — Деп. в КазГосИНТИ, №5613-КА94, 1995, 42с.
136. **Жусупов М.А., Ибраева Е.Т.** — Изв.РАН, сер.физ., 1997, т.61, №11, с.2182; ЯФ, 1998, т.61, №1, с.51.
137. **Bertini R. et al.** — Phys.Lett., 1973, v. B45, p.119.
138. **Baker S.D. et al.** — Phys.Lett., 1977, v. B68, p.221.