

УДК 539.12.01

НОВЫЕ МОТИВЫ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

А. П. Исаев, Д. В. Фурсаев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова

Дан обзор основных тенденций в современном развитии теории поля. Обсуждаются главные подходы к исследованию непертурбативных квантовых теорий поля. Кратко сформулированы идеи концепции дуальности, суперструнных и p -бранных моделей, AdS/CFT -соответствия, некоммутативных теорий поля и т.д.

A review of the basic tendencies in the modern development of field theory is given. Main approaches to the investigation of the nonperturbative quantum field theories are discussed. We briefly outline the ideas of duality conception, superstring and p -brane models, AdS/CFT correspondence, noncommutative field theories, etc.

В последнее время наметился значительный прогресс в понимании непертурбативных свойств квантовой теории взаимодействующих полей. Этот прогресс, в первую очередь, связан с так называемой концепцией дуальности, которая может быть установлена между, казалось бы, совершенно разными квантовыми теориями поля. Впервые, и в наиболее четкой форме, такая дуальность была установлена на примере некоторых двумерных интегрируемых квантово-полевых моделей, а именно: еще в семидесятые годы прошлого столетия было обнаружено, что знаменитая модель двумерного бозонного квантового поля «синус-Гордон» эквивалентна модели Тирринга двумерного массивного фермионного поля в том случае, когда константы взаимодействия g_{SG} и g_T в этих моделях связаны соотношением: $g_{SG} = 4\pi/(1 + g_T/\pi)$. Таким образом, предел сильной связи в модели Тирринга соответствует пределу слабой связи в модели «синус-Гордон», и *vice versa*. Более конкретно эта эквивалентность проявляется, например, в том, что солитоны в модели «синус-Гордон» ведут себя как фермионы, а их точная квантовая матрица рассеяния Замолодчикова может быть проверена по теории возмущений (с помощью методов, изложенных в первых пяти главах книги Боголюбова и Ширкова [1]) для элементарных возбуждений фундаментального фермионного поля в массивной теории Тирринга. Сей факт, хорошо известный специалистам по «квантовой интегрируемости», тем не менее не вызывал особого энтузиазма в среде «полевики», во-первых, потому что был установлен для «нефизических» двумерных моделей, а во-вторых, требовал более тщатель-

ной проверки и изучения на уровне проблемы точного вычисления корреляционных функций в двумерных интегрируемых квантово-полевых моделях. Последняя проблема оказалась чрезвычайно сложной, окончательно она не решена до сих пор, хотя и атакровалась многими специалистами по математической физике с разных сторон (о применении некоторых аспектов теории (динамических) квантовых групп и симметрий к изучению двумерных точно решаемых квантово-полевых моделей см. в [2, 3]).

Мотив дуальности в квантовой теории поля зазвучал в полную силу в 1994 г. после знаменитых работ Виттена–Зайберга, в которых было сделано предположение о точной самодуальности $N = 4$ суперсимметричной модели Янга–Миллса (SYM) и так называемой эффективной дуальности для $N = 2$ SYM-модели в реальном четырехмерном пространстве-времени (сразу отметим, что эти дуальности обычно называются S -дуальностями и они родственны электромагнитной дуальности в теории магнитных монополей Дирака–Швингера). Точная самодуальность для $N = 4$ SYM означает, что солитоны (БПС(Богомольный, Прасад, Зоммерфельд)-магнитные монополи) в этой модели описываются фундаментальными полями той же теории, но с константой взаимодействия g' , связанной с первоначальной g соотношением $g' = 4\pi/g$ (снова сильная связь в теории становится слабой связью в одном из ее дуальных партнеров). Таким образом, самодуальность означает, что точные квантовые вычисления в модели $N = 4$ SYM должны давать результаты, инвариантные относительно преобразования константы связи $g \rightarrow 4\pi/g$ (на самом деле группа симметрий в пространстве параметров SYM-теорий оказывается более сильной и совпадает с модулярной группой $SL(2, \mathbf{Z})$), что и позволяет, в конечном итоге, точно вычислить некоторые непертурбативные характеристики (например, низкоэнергетическое эффективное действие для $N = 4$ SYM). Для теории $N = 2$ SYM, в которой ренормгрупповая бета-функция не равна нулю и, следовательно, константа связи является бегущей (теория ренормгруппы изложена в главе 8 книги [1]), S -дуальность означает, что ренормгрупповые траектории ограничены фундаментальной областью группы $SL(2, \mathbf{Z})$ в пространстве параметров теории. Отметим, что методы гармонического суперпространства, разработанные в ЛТФ В.И. Огиевским и его учениками, дают возможность прояснить возникновение индуцированного гипермультиплетного взаимодействия в теории Виттена–Зайберга.

Наиболее обширное применение идеи дуальности нашли в теориях релятивистских струн. Известно, что именно суперструнные теории (которые непротиворечиво формулируются только в десятимерном пространстве-времени) претендуют на корректное объединение стандартной модели и гравитации, так как только в рамках суперструнных моделей удастся избавиться от гравитационных и калибровочных квантовых аномалий. Более того, именно в рамках суперструнных теорий, по-видимому, удастся решить и проблему

перенормируемости квантовой гравитации. Вначале даже казалось, что суперструнная теория, описывающая все взаимодействия в природе, единственна и уникальна. Однако достаточно быстро было осознано, что приемлемых суперструнных теорий слишком много (на сегодняшний день известно пять таких теорий: типа I, IIA, IIB и $SO(32)$, $E_8 \times E_8$ гетеротические модели) и они, казалось бы, слишком разные, чтобы говорить о некотором единстве описания картины мира. Вот здесь идеи дуальности и прозвучали в качестве главного объединительного мотива.

Было высказано предположение, что все приемлемые суперструнные теории — суть дуальные партнеры некоторой единой гипотетической теории, названной M -теорией. Тому есть множество подтверждений, но нет строгого доказательства. В качестве одного из подтверждений укажем на открытие в T -дуальных струнных теориях (в которых часть лишних пространственных измерений компактифицирована на торы) непертурбативных p -мерных протяженных конфигураций, называемых D -(супер)бранами ($p < 10$; если $p = 1$, то супербрана выглядит как суперструна). Эти конфигурации, эволюционируя во времени, заматают $p + 1$ -мерные гиперповерхности, в которых, не отрываясь во внешнее пространство, свободно скользят точки концов открытых суперструн. Эти же конфигурации были найдены и как классические решения (типа доменных стенок и вихрей) в десятимерной полевой теории супергравитации (с антисимметричными тензорными полями материи), конструируемой из теорий суперструн в специальном низкоэнергетическом пределе, что демонстрирует единство спектра возбуждений во всех суперструнных теориях (M -теория — это теория, призванная описывать все протяженные конфигурации, включая и суперструны, единым образом).

Замечательно, что если рассмотреть модель ориентированных открытых суперструн в присутствии n -копий параллельных четырехмерных гиперповерхностей для $3D$ -бран, то оказывается, что данная модель содержит в своем спектре $U(n)$ -спонтанно нарушенную калибровочную SYM-теорию, причем калибровочное поле A_μ^{ij} (μ — пространственно-временной индекс; $i, j = 1, \dots, n$ — индексы фундаментального представления калибровочной группы) описывается открытой суперструной, которая начинается на бране с номером i и заканчивается на бране с номером j . Масштаб спонтанного нарушения определяется расстоянием между параллельными бранами. Забавно, что такая же конструкция неабелева калибровочного поля для $n = 2$ была предложена в свое время А. Коном при построении электрослабой теории в рамках некоммутативной геометрии (совершенно из других соображений и без использования технологии D -бран). Если n копий четырехмерных поверхностей для $3D$ -бран совместить, то на получившемся «слоеном» четырехмерном многообразии возникает ненарушенная $N = 4$ SYM-модель с нелинейным лагранжианом, полный вид которого до сих пор неизвестен (типа неабелева обобщения лагранжиана Борна–Инфельда, о $N = 4$ модели Борна–

Инфельда см. статью Е. Иванова и С. Кривоноса «Спонтанное нарушение суперсимметрии и супербраны» в этом выпуске).

В последнее время колоссальный интерес вызвала идея дуальности между низкоэнергетическим пределом в теории струн в форме классической $N = 8$ супергравитации на 10-мерном пространстве, имеющем структуру $AdS_5 \times S^5$, и $N = 4$ 4-мерной суперсимметричной квантовой теорией Янга–Миллса. Здесь AdS_5 обозначает 5-мерное пространство анти-де Ситтера, имеющее постоянную отрицательную кривизну, а S^5 — есть 5-мерная гиперсфера. $N = 4$ суперсимметричная теория Янга–Миллса является конформной теорией поля, поэтому данный тип дуальности получил название AdS/CFT -соответствия. Строго говоря, AdS/CFT -соответствие не является дуальностью в привычном смысле, поскольку связывает теории в разных измерениях. Конформная теория здесь реализуется как теория поля на конформной границе пространства анти-де Ситтера (т. е., по сути, на асимптотической бесконечности AdS_5). Поэтому об AdS/CFT -соответствии часто говорят как о голографическом отображении, подразумевая, что конформная теория на границе является как бы голографическим «слепком» теории во внутренней области 5-мерного пространства анти-де Ситтера. Хотя само соответствие не является строго доказанным, а носит статус предположения, его следствия выглядят слишком интригующими, чтобы избежать спекуляций.

Идея о голографии впервые была сформулирована т' Хофтом в виде наблюдения о том, что в квантовой гравитации должна происходить редукция числа степеней свободы. Ключевую роль здесь играют черные дыры, которые, как считается, обладают внутренней энтропией. Мерой энтропии является площадь поверхности горизонта черной дыры и поэтому соответствующие степени свободы должны находиться на горизонте. Если подсчитывать состояния вакуума в обычной теории поля внутри некоторого объема, то нужно формально учесть и состояния со сколь угодно большой энергией. На самом деле, такие состояния не могут реализовываться физически. При определенной энергии гравитационный радиус такого состояния превышает размер рассматриваемой области и система коллапсирует с образованием черной дыры. В этой ситуации уже нельзя говорить, что степени свободы, отвечающие таким состояниям, локализованы во всем пространстве. Как и в случае черной дыры, их положение должно определяться некоторой поверхностью, выбранной подходящим образом. Исходя из этого, т' Хофт и Сасскинд сформулировали голографический принцип, согласно которому квантовая гравитация в конечной области должна иметь эквивалентное описание в терминах теории поля в пространстве-времени на единицу меньшей размерности. AdS/CFT -соответствие является возможной реализацией этой идеи.

Появление пространства анти-де Ситтера не является случайным. Дело в том, что отрицательная кривизна эффективно приводит к тому, что гравитация на AdS эквивалентна гравитации в конечном объеме с характерным

размером порядка l , где l — радиус кривизны AdS . Именно поэтому голографический принцип применим в этой ситуации, хотя AdS и является бесконечным пространством. Но это еще не все. Данное свойство AdS -гравитации можно использовать для построения механизма альтернативной компактификации Калузы–Клейна. Толчком к интенсивному изучению этой идеи (в некотором смысле этот подход реанимирует старые идеи Рубакова–Шапошникова об удержании материи на доменной стенке) послужили работы Рэндалл и Сандрума, которые показали, что новый механизм дает надежду на решение проблемы иерархии масштабов. В общих чертах идея состоит в том, что наш 4-мерный мир можно рассматривать как доменную стенку или брану в 5-мерном пространстве анти-де Ситтера. Пятое измерение имеет эффективный размер, определяемый 5-мерным радиусом кривизны l . В принципе, гравитация является 5-мерной, но в нашем мире (на бране) она выглядит как гравитация Эйнштейна, модифицированная только на расстояниях порядка радиуса компактификации l . (Некоторое обсуждение и ссылки по этой теме можно найти в [4].) Нетривиальным моментом здесь является то, что радиус компактификации в модели Рэндалл и Сандрума не обязан быть слишком малым, поэтому физические эффекты, связанные с 5-мерием, в принципе, могут быть доступны ускорителям нового поколения.

Еще одним популярным мотивом в квантовой теории поля стало изучение калибровочных моделей на некоммутативных пространствах. Сама по себе идея рассмотрения теорий поля на некоммутативных пространствах далеко не нова и восходит к работам, обсуждавшим возможность построения теории электромагнитного поля в лоренц-инвариантном квантовом пространстве-времени [5]. Те же идеи возникали и в рамках изучения некоммутативной дифференциальной геометрии и теории квантовых симметрий [6]. В теориях суперструн имеется два источника возникновения некоммутативности пространства-времени. Первый из них связан с компактификацией в матричном (дискретном) аналоге суперструнных теорий (так называемый M -атрикс-теории) лишних пространственных измерений на некоммутативные торы в присутствии неисчезающего антисимметричного тензорного поля третьего ранга $C_{\mu\nu\rho}$. Второй источник связан с изучением динамики открытых струн, концы которых движутся по мировому объему D -бран, в присутствии константного антисимметричного $B_{\mu\nu}$ -поля. В обоих случаях часть координат пространства-времени (обозначим число таких координат d) становятся некоммутативными и образуют, в первом случае, алгебру квантового d -мерного тора

$$U_\mu U_\nu = \exp(2\pi i \theta^{\mu\nu}) U_\nu U_\mu, \quad \mu, \nu = 1, \dots, d, \quad (1)$$

а во втором случае являются продольными координатами в мировом объеме

D - p -браны и образуют $d = p + 1$ -мерную алгебру квантовых осцилляторов

$$[x^\mu, x^\nu] = -2\pi i \theta^{\mu\nu}. \quad (2)$$

В обоих случаях $\theta^{\mu\nu} = -\theta^{\nu\mu}$ являются константными вещественными матрицами, которые определяются, в первом случае, зарядами, связанными с напряженностью $C_{\mu\nu\rho}$, а во втором случае фиксируются константами $B_{\mu\nu}$. Алгебра (1) естественным образом (с помощью формулы $U_\mu = \exp(i x^\mu)$) вкладывается в алгебру (2), пополненную формальными рядами. Поля на квантовых пространствах (1) и (2) реализуются как соответствующие алгебры функций и также становятся некоммутативными. Однако удобно переформулировать некоммутативность полей (функций от x_μ) на языке, принятом в теории деформационного квантования, т. е. сами поля считать коммутативными, но их умножение переопределить с помощью специального некоммутативного (но ассоциативного) мойловского произведения

$$A(x) * B(x) = A(x) \exp\left(-\overleftarrow{\partial}_\mu (\pi i \theta^{\mu\nu}) \overrightarrow{\partial}_\nu\right) B(x). \quad (3)$$

Это определение согласовано с (2), если считать, что $[x_\mu, x_\nu] \equiv x_\mu * x_\nu - x_\nu * x_\mu$. Отметим, что аналог произведения (3) для неконстантных пуассоновских матриц $\theta_{\mu\nu}(x)$ (что соответствует случаю неконстантного поля $B_{\mu\nu}(x)$) строится в рамках формальной теории М. Концевича и может быть получен с помощью некоторой топологической теории поля. Пользуясь произведением (3) уже легко явно предъявить некоммутативную теорию, например для $U(1)$ калибровочного поля $A_\mu(x)$, с действием

$$\mathcal{S} = \int d^d x (F_{\mu\nu} * F^{\mu\nu}), \quad F_{\mu\nu} := \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + A_\mu * A_\nu - (A_\nu * A_\mu), \quad (4)$$

которое, как легко проверить, инвариантно относительно некоммутативного $U(1)$ -преобразования с калибровочным параметром $\Lambda(x)$:

$$\delta A_\mu(x) = A_\mu(x) * \Lambda(x) - \Lambda(x) * A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x). \quad (5)$$

Заметим, что, несмотря на свое некоммутативное происхождение, модель с действием (4) является обычной нелокальной теорией поля с высшими производными, описывающей взаимодействие «абелева» поля A_μ с внешним полем $B_{\mu\nu}$. Более того, «абелево» поле A_μ является самодействующим, а его самодействие скорее напоминает самодействие неабелевых калибровочных полей, что является прямым следствием некоммутативности мойловского произведения. Некоммутативная $U(1)$ калибровочная теория (4) обладает целым рядом замечательных как классических, так и квантовых свойств. Для этой теории можно построить монополярные и инстантонные классические решения, инфракрасное и ультрафиолетовое поведение корреляторов оказывается связанным в силу появления в вершинах специальных экспоненциальных факторов,

зависящих от импульсов. Естественно ожидать также, что эта теория является асимптотически свободной.

Возвращаясь к моделям суперструн, следует отметить, что динамика D - p -бран, в присутствии неисчезающего поля $B_{\mu\nu}$, описывается действием некоммутативной суперсимметричной $U(1)$ -теории Борна–Инфельда, которое является нелинейным и суперсимметричным обобщением действия (4). Проблемой является то, что неабелево обобщение суперсимметричной теории Борна–Инфельда неизвестно до сих пор (такая теория могла бы привести к существенной ревизии современной стандартной модели). Один из возможных путей решения этой проблемы — это получение неабелевой $U(n)$ -калибровочной группы из некоммутативной $U(1)$ -симметрии с помощью D -бранной технологии. Для этого необходимо рассмотреть нелинейную теорию некоммутативного тахионного поля (НТНТП) (которое также содержится в спектре открытых струн), взаимодействующего с $U(1)$ -некоммутативным полем. Оказывается, что в НТНТП существуют солитонные решения, которые могут быть интерпретированы как конфигурации n копий D -бран. Эти решения замечательным образом проектируют некоммутативную $U(1)$ -калибровочную симметрию (которая, скорее, является $U(\infty)$ -калибровочной симметрией в обычном смысле) на $U(n)$ -калибровочную группу. Литературу по этой теме, а также обсуждение структуры вакуума $U(1)$ -кирального тахионного поля можно найти в работе [7].

В заключение отметим, что упомянутые в этой статье новые идеи и мотивы в современной теории поля весьма далеки от того, чтобы окончательно оформиться в некоторую законченную и строгую науку. По-видимому, предстоит еще выполнить гигантскую работу не одному поколению физиков-теоретиков и математиков для того, чтобы эти идеи предстали в виде строгой теории всех фундаментальных взаимодействий в природе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1973.
2. *Isaev A. P.* Twisted Yang–Baxter Equations for Linear Quantum (Super)Groups // *J. Phys. A.* 1996. V. 29. P. 6903;
Furlan P. et al. Quantum Matrix Algebra for the $SU(n)$ WZNW Model. hep-th/0003210; to appear in «Commun. Math. Phys.» 2001.
3. *LeClair A., Khoroshkin S., Pakuliak S.* Angular Quantization of the Sine–Gordon Model at the Free Fermion Point // *Adv. Math. Theor. Phys.* 2000. V. 5. P. 1–61.
4. *Fursaev D. V.* Black Hole Thermodynamics, Induced Gravity and Gravity in Brane Worlds. hep-th/0009164.
5. *Snyder H. S.* Quantized Space-Time // *Phys. Rev.* 1947. V. 71. P. 38; The Electromagnetic Field In Quantized Space-Time // *Phys. Rev.* 1947. V. 72. P. 68.

6. *Isaev A. P., Popowicz Z.* Quantum Group Gauge Theories and Covariant Quantum Algebras // Phys. Lett. B. 1993 V. 307, No. 3,4. P. 353;
Isaev A. P., Vladimirov A. A. $GL_q(N)$ -Covariant Braided Differential Bialgebras // Lett. Math. Phys. 1995. V. 33. P. 297;
Исаев А. П. R -матричный подход к дифференциальному исчислению на квантовых группах // ЭЧАЯ. 1997. Т. 28. № 3. С. 685;
Isaev A. P., Ogievetsky O. V., Pyatov P. N. On Quantum Matrix Algebras Satisfying the Cayley–Hamilton–Newton Identities // J. Phys. A: Math. Gen. 1999. V. 32. P. L115–L121.
7. *Donets E. E. et al.* Brane Vacuum as Chain of Rotators // JHEP. 2000. V. 12. P. 022; hep-th/0011090.