

УДК 539.172

ПЛОТНОСТИ ВОЗБУЖДЕННЫХ
ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ
В ФИЗИКЕ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Ф. А. Живописцев

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

*С. Хурэлсух**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	908
ПЛОТНОСТИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ В ЭКВИДИСТАНТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ	911
ПЛОТНОСТИ ДОСТУПНЫХ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СО- СТОЯНИЙ	938
УЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ РЕАЛИСТИЧЕ- СКОЙ ПЛОТНОСТИ ОДНОЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПЛОТНОСТЕЙ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДРА	954
РЕАЛИСТИЧЕСКИЕ ПЛОТНОСТИ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДРА	964
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	972
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	974

*e-mail: serod@thsun1.jinr.ru

УДК 539.172

ПЛОТНОСТИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ В ФИЗИКЕ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Ф. А. Живописцев

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

*С. Хурэлсух**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Изложены различные методы описания плотностей частично-дырочных состояний. Подробно рассмотрен формализм вычисления плотностей частично-дырочных состояний в эквидистантном приближении с учетом принципа Паули, конечной глубины потенциальной ямы, эффекта спаривания, усредненной энергетической зависимости одночастичной плотности, спиновой зависимости и разделения частиц и дырок на протоны и нейтроны. Изложены методы описания плотности доступных частично-дырочных состояний промежуточного и конечного ядер в различных моделях предравновесных ядерных реакций. Рассмотрено влияние энергетической зависимости реалистической одночастичной плотности (эффекта континуума). Приведены методы расчета реалистических плотностей частично-дырочных состояний с учетом эффекта случайного остаточного взаимодействия.

Various methods of description for particle-hole state densities are presented. A detailed discussion is made of the calculation formalisms for particle-hole state densities in the equidistant spacing model taking into account the restrictions due to the Pauli principle, the finite depth of the nuclear potential, the pairing effect, the average energy dependence of the single particle state densities, the spin-dependence and distinction between the neutrons and the protons. A method of description of available particle-hole state densities for intermediate and finite states of the nuclei in various pre-equilibrium nuclear reaction models is presented. The influence of the energy dependence of the realistic particle-hole state densities and the calculation methods taking into account the effect of random two-body residual interaction are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Применение методов квантовой теории поля для изучения ферми-систем сильновзаимодействующих частиц (атомное ядро) [1] показало, что атомное ядро ведет себя как газ взаимодействующих квазичастиц (экситонов — возбужденных частиц и дырок), помещенных в потенциальную яму. Возбужден-

*e-mail: serod@thsun1.jinr.ru

ному состоянию ядра соответствует появление нескольких возбужденных частиц и дырок. Хотя взаимодействие между квазичастицами и не мало, получается значительное упрощение задачи, т. к. достаточно рассматривать только парные соударения квазичастиц. В ферми-системах, даже при сильном взаимодействии, существуют ветви частично-дырочных возбуждений. Сведение атомного ядра к газу квазичастиц позволило упростить его рассмотрение, при этом полный гамильтониан ядра H заменяется на модельный ядерный гамильтониан, который представляется в виде $H \rightarrow H_m = H_0 + H'$, где H_0 описывает среднее поле ядра, H' — взаимодействие между квазичастицами (экситонами).

Для описания различных механизмов инклюзивных ядерных реакций $A(a, b)B$ при низких и средних энергиях успешно применяются феноменологическая модель предравновесного распада (экситонная модель (ЭМ) [2] и ее модификации [3–5]) и квантовые подходы (квантовая теория многоступенчатых прямых реакций [6], квантовая теория статистических многоступенчатых компаунд (СМКП)- и прямых (СМПП)-процессов [7], обобщенная модель статистических многоступенчатых реакций (ОМСМР) [8, 9]).

В основе этих подходов лежат следующие положения:

- 1) промежуточное ядро $(a + A)$ рассматривается как система экситонов с двухчастичным остаточным взаимодействием, движущихся в среднем поле;
- 2) возбужденные состояния промежуточного ядра на k -й стадии многоступенчатого процесса характеризуются энергией возбуждения E , полным числом возбужденных частиц p и дырок h , т. е. числом экситонов $n = p + h$;
- 3) двухчастичный характер остаточного взаимодействия определяет правило отбора на допустимые внутриядерные переходы $\Delta n = \pm 2$.

В процессе ядерной релаксации промежуточное ядро из состояния с n экситонами может либо перейти в одно из состояний с $n \pm 2$ экситонами, либо испустить частицу b . Последовательность внутриядерных переходов с $\Delta n = +2$ описывает прохождение цепочки промежуточных состояний (ПС) с растущей сложностью (увеличением числа экситонов) до некоторого значения \bar{n} (r — равновесная стадия (равновесная эмиссия)) (см. рис. 1).

Для инклюзивной реакции $A(a, b)B$ реализуется ситуация, когда число частично-дырочных состояний велико и возбужденные уровни ядер перекрываются, что и определяет статистический подход, в рамках которого основной характеристикой ядра является плотность возбужденных состояний с заданными числами частиц p и дырок h . Для вычисления плотности состояний замкнутой ферми-системы с фиксированным числом возбуждений используется статистический метод [10]. В качестве фермионов системы можно рассматривать возбужденные частицы и дырки (два типа фермионов). Вычисление плотности состояний с заданной энергией E и квантовыми числами $q = (q_1, \dots, q_r)$ (например, число возбужденных частиц $q_1 = p$ (дырок

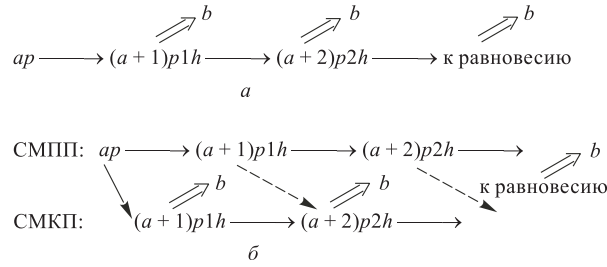


Рис. 1. Схема многоступенчатого процесса ядерной релаксации (эмиссия частицы b): а) в ЭМ; б) в рамках формализма СМКП и СМПП

$q_1 = h$), проекция полного спина ядра на ось z ($q_2 = M$))

$$\omega(E, q) = \sum_s \delta(q - q_s) \delta(E - E_s) \quad (1)$$

сводится в статистическом методе к нахождению статистической суммы [11–13]:

$$Z(\beta, \alpha) = \sum_s \exp \left(\sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i q_{is} - \beta E_s \right), \quad (2)$$

при этом $\omega(E, q)$ связана с $Z(\beta, \alpha)$ соотношением

$$\omega(E, q) = \frac{1}{(2\pi i)^{\tau+1}} \int_{c_1 - i\infty}^{c_1 + i\infty} d\beta \int_{c_2 - i\infty}^{c_2 + i\infty} d\alpha_1 \cdots \int_{c_{\tau+1} - i\infty}^{c_{\tau+1} + i\infty} d\alpha_{\tau} \exp \left(\beta E - \sum_{i=1}^{\tau} \alpha_i q_i \right) Z(\beta, \alpha), \quad (3)$$

где α, β — переменные интегрирования; E_s — энергия s -го состояния системы фермионов, характеризуемого квантовыми числами $q_s = (q_{1s}, \dots, q_{\tau s})$.

Интеграл в (3) вычисляется методом перевала или с помощью теории вычетов [14, 15]. В модели независимых частиц (МНЧ) для статистической суммы $Z(\beta, \alpha)$ (2) при замене $q_s \rightarrow \sum_{\nu} n_s(\nu)$ и $E_s \rightarrow \sum_{\nu} n_s(\nu) u_{\nu}$, где $\{n_s(\nu)\}$ — числа заполнения одночастичных состояний (ν) равны 0 или 1; u_{ν} — энергии одночастичных состояний, отсчитываемые от энергии Ферми (F), имеем

$$Z(\beta, \alpha) = \prod_{\nu} (1 + e^{\alpha - \beta u_{\nu}}). \quad (4)$$

Выражение (4) для $Z(\beta, \alpha)$ используется для вычисления в МНЧ плотности возбужденных частично-дырочных состояний ядра.

1. ПЛОТНОСТИ ВОЗБУЖДЕННЫХ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ В ЭКВИДИСТАНТНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

1.1. Плотности частично-дырочных состояний в ЭМ. В ЭМ (в отличие от СМКП и СМПП) связанные и несвязанные (когда хотя бы одна частица (нуклон) находится в непрерывном спектре) промежуточные состояния описываются единым образом, поэтому плотности частично-дырочных состояний в ЭМ, по существу, есть полные плотности частично-дырочных состояний (связанные + несвязанные).

При вычислении плотности частично-дырочных состояний в ЭМ и СМКП широко используется эквидистантная схема одночастичных состояний $d, 2d, \dots$, где d — расстояние между соседними состояниями, причем $d = 1/g = \text{const}$, g — плотность одночастичных состояний.

Заполнение одночастичных состояний (u_ν), расположенных выше энергии Ферми F (энергия Ферми определяется как энергия последнего заполненного в основном состоянии уровня), соответствует возбуждению частиц, а ниже F — возбуждению дырок (u'_ν), суммарная энергия которых определяет энергию возбуждения ядра E .

Хотя многие из приближений данной модели являются чрезмерно упрощенными, однако только в ней удается получить простые, удобные для практических вычислений аналитические выражения для плотностей частично-дырочных состояний.

В ЭМ для $1p$ -состояния (связанное + несвязанное) спектр имеет вид $u_\nu = d\ell$, $\ell = 1, 2, \dots, \infty$, и для $1h$ -состояния $u'_\nu = dk$, $k = 0, 1, \dots, gF - 1$.

Статистическая сумма $Z(\beta, \alpha_p, \alpha_h)$ (см. (4)) определяется следующими выражениями [16, 17]:

$$Z(\beta, \alpha_p, \alpha_h) \equiv Z(x, y, z) = Z_p(x, y)Z_h(v, y), \quad (5)$$

$$Z_p(x, y) = \prod_{\ell=1}^{\infty} (1 + xy^{d\ell}) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} x^m y^{1/2dm(m+1)} / \prod_{\ell=1}^m (1 - y^{d\ell}), \quad (6)$$

$$Z_h(v, y) = \prod_{k=0}^{gF-1} (1 + vy^{dk}) = 1 + \sum_{n=1}^{gF} v^n y^{1/2dn(n-1)} \prod_{k=1}^n \frac{1 - y^{F-d(n-k)}}{1 - y^{dk}}, \quad (7)$$

где $y = e^{-\beta}$; $x = e^{\alpha_p}$; $v = e^{\alpha_h}$. Используя (6) и (7), для плотности $\omega(p, E_p)$ с p частицами и энергией E_p и плотности возбужденных состояний $\omega(h, E_h)$ с h

дырками и энергией E_h согласно (3) имеем (после интегрирования по x и v)

$$\omega(p, E_p) = \frac{1}{(2\pi i)} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dy \frac{y^{1/2dp(p+1)}}{\prod_{\ell=1}^p (1 - y^{d\ell}) y^{E_p+1}}, \quad (8)$$

$$\omega(h, E_h) = \frac{1}{(2\pi i)} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dy y^{1/2dh(h-1)} \prod_{k=1}^h \frac{1 - y^{F-(h-k)d}}{(1 - y^{kd}) y^{E_h+1}}. \quad (9)$$

Для плотности состояний с p частицами и h дырками и энергией E

$$\omega(p, h, E) = \int_0^E \omega(p, h, E_p) \omega(h, E - E_p) dE_p \quad (10)$$

при $gF \gg h$ и пренебрежении членами $d(h-k)$ в экспоненте числителя в (9) получим выражение

$$\begin{aligned} \omega(p, h, E) = \sum_{j=0}^h (-1)^j C_h^j \frac{1}{2\pi i} \times \\ \times \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\beta \frac{\exp[\beta(E - \alpha_{p,h} - jF)]}{\prod_{\ell=1}^p (1 - e^{-\beta d\ell}) \prod_{k=1}^h (1 - e^{-\beta dk})}, \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$\alpha_{p,h} = \frac{1}{2} \frac{p^2 + p}{g} + \frac{1}{2} \frac{h^2 - h}{g} \quad (12)$$

есть минимальная энергия возбуждения p частиц и h дырок; $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Используя приближенную формулу для знаменателей в (12) $1 - e^{-t} \simeq t e^{-1/2t}$ и теорему вычетов, окончательно для $\omega(p, h, E)$ получим

$$\begin{aligned} \omega(p, h, E) = \frac{g^n}{p!h!(n-1)!} \times \\ \times \sum_{j=0}^h (-1)^j C_h^j (E - A_{p,h} - jF)^{n-1} H(E - \alpha_{p,h} - jF), \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$A_{p,h} = \frac{1}{4g}(p^2 + p) + \frac{1}{4g}(h^2 - 3h) \quad (14)$$

является поправкой, учитывающей принцип Паули; $H(x)$ — функция Хэвисайда:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (15)$$

Для $F = \infty$ (потенциальная яма бесконечной глубины) из (13) получим [16]

$$\omega(p, h, E) = \frac{g^n (E - A_{p,h})^{n-1}}{p!h!(n-1)!} H(E - \alpha_{p,h}). \quad (16)$$

Полная плотность возбужденных состояний ядра при энергии возбуждения E определяется как

$$\omega(E) = \sum_{p,h} \omega(p, h, E). \quad (17)$$

Используя (16), для $p = h$ нетрудно показать, что

$$\sum_{p=h} \omega(p, h = p, E) \simeq \omega_1(E), \quad (18)$$

где $\omega_1(E)$ — плотность состояний возбужденного ядра в модели вырожденного ферми-газа без учета разделения на протоны и нейтроны (однокомпонентная ферми-система) [11]:

$$\omega_1(E) = \frac{\exp[2(aE)^{1/2}]}{\sqrt{48E}}, \quad (19)$$

где $a = \pi^2/6g$ — параметр плотности уровней ферми-газа.

Для плотности частично-дырочных состояний ядра как двухкомпонентной ферми-системы (протоны (π) и нейтроны (ν)) в приближении, когда спектр одночастичных состояний эквидистантный и имеет плотности g_π и g_ν для протонной и нейтронной компонент соответственно, аналогично рассмотренной выше однокомпонентной ферми-системе получим

$$\begin{aligned} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) &= \frac{g_\pi^{p_\pi+h_\pi} g_\nu^{p_\nu+h_\nu}}{p_\pi!h_\pi!p_\nu!h_\nu!(n-1)!} \times \\ &\times \sum_{i_\pi=0}^{p_\pi} \sum_{i_\nu=0}^{p_\nu} \sum_{j_\pi=0}^{h_\pi} \sum_{j_\nu=0}^{h_\nu} (-1)^{j_\pi+j_\nu} C_{h_\pi}^{j_\pi} C_{h_\nu}^{j_\nu} (E - A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu)^{n-1} \times \\ &\times H(E - \alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu), \quad (20a) \end{aligned}$$

где

$$\alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} = \frac{(p_\pi^2 + h_\pi^2 + p_\pi - h_\pi)}{2g} + \frac{(p_\nu^2 + h_\nu^2 + p_\nu - h_\nu)}{2g_\nu}; \quad (20б)$$

$$A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} = \frac{1}{4g_\pi}(p_\pi^2 + p_\pi + h_\pi^2 - 3h_\pi) + \frac{1}{4g_\nu}(p_\nu^2 + p_\nu + h_\nu^2 - 3h_\nu); \quad (20в)$$

$p_\pi(h_\pi)$ — число возбужденных протонных частиц (дырок); $p_\nu(h_\nu)$ — число возбужденных нейтронных частиц (дырок); $n = p_\pi + h_\pi + p_\nu + h_\nu$. Для $F_\pi = F_\nu = \infty$ из (20а) имеем

$$\begin{aligned} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = \\ = \frac{g_\pi^{p_\pi + h_\pi} g_\nu^{p_\nu + h_\nu} (E - A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu})^{n-1}}{p_\pi! h_\pi! p_\nu! h_\nu! (n-1)!} H(E - \alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu}). \end{aligned} \quad (21)$$

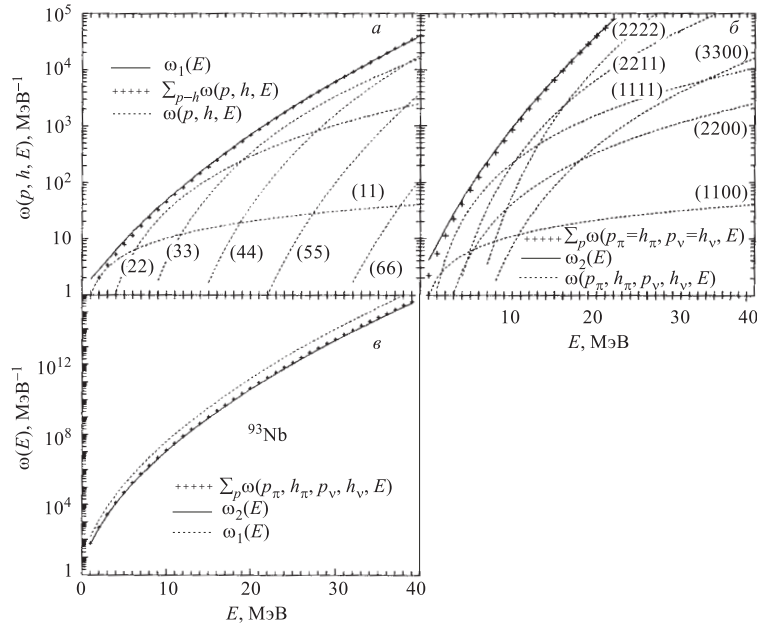


Рис. 2. Плотности частично-дырочных состояний и полная плотность состояний [16]: а) $\omega(p, h, E)$ по формулам (16) и (19) с $g = 1 \text{ МэВ}^{-1}$; б) $\omega(p, h, E)$ по формулам (20) и (23) с $g_\pi = g_\nu = g/2 = 1 \text{ МэВ}^{-1}$; в) $\omega(p, h, E)$ по формулам (19), (20а) и (23) для ядра ^{93}Nb с $g = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$; $g_\pi = g_\nu = g/2$

Используя (21), для $p_\pi = h_\pi$ и $p_\nu = h_\nu$ нетрудно получить

$$\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) \simeq \omega_2(E), \quad (22)$$

где

$$\omega_2(E) = \frac{\sqrt{\pi} \exp[2(aE)^{1/2}]}{12 a^{1/4} E^{5/4}} \quad (23)$$

есть плотность возбужденных состояний ядра в модели вырожденного двухкомпонентного ферми-газа с $a = (\pi^2/6)g$ и $g = g_\pi + g_\nu$ [15]. Проверка соотношений (18) и (22) иллюстрируется расчетами, приведенными на рис. 2.

1.2. Плотности связанных частично-дырочных состояний в СМКП.

Связанные частично-дырочные состояния в МНЧ вычисляются на базе связанных (дискретный спектр) и квазисвязанных (квазидискретный спектр) одночастичных уровней в потенциальной яме до граничной энергии S_0 (верхняя граница квазидискретного одночастичного спектра). При учете резонансных индивидуальных одночастичных состояний (квазидискретный спектр ($D_1 > \Gamma_1$)) в СМКП S_0 полагается равным $S_0 = S_0^{\text{KB}} = 15\text{--}20$ МэВ. При дополнительном учете перекрывающихся резонансных одночастичных состояний (непрерывный спектр ($\Gamma_1 > D_1$)) S_0 следует выбрать равным $S_0 > S_0^{\text{KB}}$ (см. ниже рис. 25, 26).

Для однокомпонентной ферми-системы (эквидистантная схема связанных и квазисвязанных одночастичных состояний: $u_\nu = 1d, 2d, \dots, S_0$ и $u'_\nu = 0, 1d, \dots, F-d$), заменив $Z_p(x, y)$ (6) на $Z_p(x, y) = \prod_{\ell=1}^{gS_0} (1+xy)^{d\ell}$, повторяя схему определения плотности $\omega(p, h, E)$ (см. (5)–(14)) при $gS_0 \gg p, gF \gg h$ и пренебрегая членами $(p-\ell)d, (h-k)d$, для плотности связанных частично-дырочных состояний имеем

$$\begin{aligned} \omega^B(p, h, E) = & \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} C_p^i C_h^j \frac{1}{2\pi i} \times \\ & \times \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\beta \frac{\exp[\beta(E - \alpha_{p,h} - iS_0 - jF)]}{\prod_{\ell=1}^p (1 - \exp(-\beta d\ell)) \prod_{k=1}^h (1 - \exp(-\beta dk))}. \end{aligned} \quad (24a)$$

Используя теорему вычетов (в рамках соответствующих приближений), для $\omega^B(p, h, E)$ окончательно получим [18]

$$\begin{aligned} \omega^B(p, h, E) = & \frac{g^n}{p!h!(n-1)!} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} C_p^i C_h^j \times \\ & \times (E - A_{p,h} - iS_0 - jF)^{n-1} H(E - \alpha_{p,h} - iS_0 - jF). \end{aligned} \quad (24b)$$

Аналогично (20) для плотности связанных частично-дырочных состояний ядра (двухкомпонентная ферми-система) имеем

$$\begin{aligned} \omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = & \frac{g_\pi^{p_\pi+h_\pi} g_\nu^{p_\nu+h_\nu}}{p_\pi! h_\pi! p_\nu! h_\nu! (n-1)!} \sum_{i_\pi=0}^{p_\pi} \sum_{i_\nu=0}^{p_\nu} \sum_{j_\pi=0}^{h_\pi} \sum_{j_\nu=0}^{h_\nu} \times \\ & \times (-1)^{i_\pi+i_\nu+j_\pi+j_\nu} C_{p_\pi}^{i_\pi} C_{p_\nu}^{i_\nu} C_{h_\pi}^{j_\pi} C_{h_\nu}^{j_\nu} \times \\ & \times (E - A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu)^{n-1} \times \\ & \times H(E - \alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu). \quad (25) \end{aligned}$$

Определим энергию Ферми F выражением $F = (e_N + e_{N+1})/2$, где e_N — энергия последнего заполненного одночастичного уровня в основном состоянии ядра (в МНЧ); e_{N+1} — энергия первого свободного одночастичного уровня, причем e_N, e_{N+1} отсчитываются от дна потенциальной ямы.

Тогда в эквидистантной схеме спектр энергий для $1p$ -состояния $\frac{1}{2}d, \frac{3}{2}d, \dots, S_0 - \frac{1}{2}d$ и для $1h$ -состояния $\frac{1}{2}d, \frac{3}{2}d, \dots, F - \frac{1}{2}d$, и, повторяя схему определения $\omega^B(p, h, E)$ (см. (5)–(14)), получим выражение (24б) (одноком-

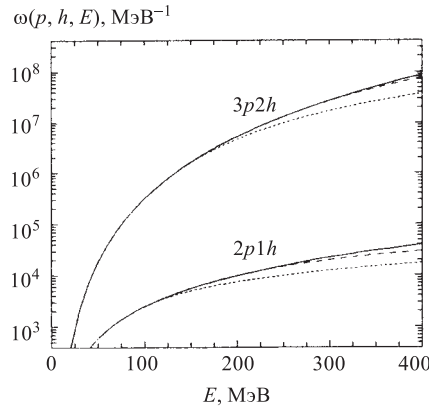


Рис. 3. Плотности частично-дырочных состояний для $2p1h$ - и $3p2h$ -конфигураций в эквидистантном приближении (однокомпонентная ферми-система с $g = 1 \text{ МэВ}^{-1}$) [17]: сплошная кривая — $\omega(p, h, E)$ по формуле (16); штриховая — $\omega(p, h, E)$ по формуле (13) с $gF = 200$; точечная — $\omega(p, h, E)$ по формуле (13) с $gF = 100$

понентная ферми-система), в котором следует заменить

$$\alpha_{p,h}(12) \rightarrow \left(\frac{1}{2} \frac{p^2}{g} + \frac{1}{2} \frac{h^2}{g} \right), \quad (26a)$$

$$A_{p,h}(14) \rightarrow \left(\frac{1}{4} \frac{p^2 - p}{g} + \frac{1}{4} \frac{h^2 - h}{g} \right) \quad (26б)$$

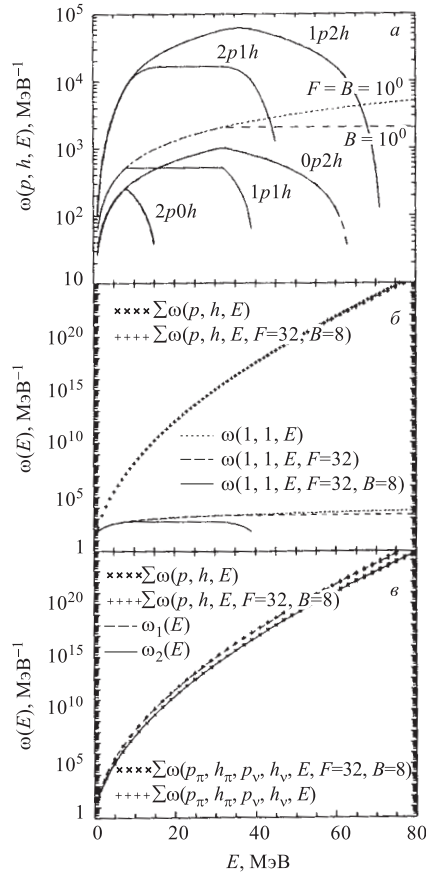


Рис. 4. Плотности связанных частично-дырочных состояний в эквидистантном приближении [18]: а) $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (24б) (однокомпонентная ферми-система с $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$, $F = 32 \text{ МэВ}^{-1}$, $S_0 = B = 8 \text{ МэВ}$); б) $\omega(p, h, E)$ по формуле (16) и $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (24б) (однокомпонентная ферми-система с $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$); в) $\omega(p, h, E)$ по формуле (16) и $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (24б) (однокомпонентная ферми-система); $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ по формуле (25) (двухкомпонентная ферми-система с $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$; $F_\pi = F_\nu = F = 32 \text{ МэВ}$; $S_{0\pi} = S_{0\nu} = B = 8 \text{ МэВ}$; $g_\pi = g_\nu = g/2$)

и соответственно в (25) (двухкомпонентная ферми-система)

$$\alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} (20б) \rightarrow \left(\frac{p_\pi^2 + h_\pi^2}{2g_\pi} + \frac{p_\nu^2 + h_\nu^2}{2g_\nu} \right), \quad (26в)$$

$$A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu} (20в) \rightarrow \rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{p_\pi(p_\pi - 1) + h_\pi(h_\pi - 1)}{g_\pi} + \frac{p_\nu(p_\nu - 1) + h_\nu(h_\nu - 1)}{g_\nu} \right), \quad (26г)$$

при этом формулы для $\omega^B(p, h, E)$ и $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ симметричны относительно частиц и дырок. В дальнейшем при обсуждении $\omega(p, h, E)$ и $\omega^B(p, h, E)$ (однокомпонентная или двухкомпонентная ферми-система) предполагается, что $\alpha_{p, h}$, $A_{p, h}$, $\alpha_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu}$, $A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu}$ определяются соответствующими соотношениями (26а)–(26г). Примеры расчетов плотностей $\omega(p, h, E)$, $\omega^B(p, h, E)$ и $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ приведены на рис. 3, 4. При точном учете принципа запрета Паули в плотности $\omega^B(p, h, E)$ интеграл в (24а) преобразуется к виду [19]

$$F(p, h, t) = \frac{g^{p+h}}{p!h!} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\beta f(p, h, \beta) \frac{\exp(t\beta)}{\beta^{p+h}}, \quad (27а)$$

где

$$f(p, h, \beta) = Q(p, \beta)Q(h, \beta); \quad Q(p, \beta) = \prod_{\ell=1}^p S(\ell, \beta);$$

$$Q(h, \beta) = \prod_{k=1}^h S(k, \beta); \quad S(m, \beta) = \frac{m\beta d}{1 - \exp(-m\beta d)}, m = \ell, k;$$

$$t = E - \alpha_{p, h} - iS_0 - jF.$$

Разлагая $S(m, \beta)$ в ряд Тейлора в точке $\beta = 0$

$$S(m, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n (-m\beta d)^n}{n!}, \quad (27б)$$

где b_n — коэффициенты разложения $b_0 = 1$, $b_1 = -1/2$, $b_{2s+1} = 0$ ($s \geq 1$), $Q(p, \beta)$ и $f(p, h, \beta)$ записывают в виде

$$Q(p, \beta) = \sum_{\mu=0}^{\infty} C(p, \mu) \beta^\mu, \quad f(p, h, \beta) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} B(p, h, \lambda) \beta^\lambda, \quad (27в)$$

где

$$B(p, h, \lambda) = \sum_{\lambda_1=0}^{\lambda} C(p, \lambda_1)C(h, \lambda - \lambda_1), \quad (27\Gamma)$$

$$C(p, \lambda_1) = \sum_{i=0}^{\lambda_1} \frac{1}{i!} b_i (-pd)^i C(p-1, \lambda-i),$$

$$\text{причем } C(0, \lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda = 0, \\ 0, & \lambda \neq 0. \end{cases}$$

При $S_0 \rightarrow \infty, F \rightarrow \infty$ $B(p, h, \lambda)$ совпадают с соответствующими коэффициентами в [20]. Используя соотношения (27) и подставляя (27а) в (24а), для $\omega^B(p, h, E)$ окончательно получим (при точном учете принципа Паули)

$$\omega^B(p, h, E) = \frac{g^n}{p!h!} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h C_p^i C_h^j \sum_{\lambda}^{n-1} (E - \alpha_{p,h} - iS_0 - jF)^{n-1-\lambda} \times \\ \times H(E - \alpha_{p,h} - iS_0 - jF) \frac{B(p, h, \lambda)}{(n-1-\lambda)!}. \quad (28)$$

Расчеты поправочных членов на принцип Паули $A_{p,h}$ выполнены в [19, 21].

1.3. Учет корреляционных эффектов сверхпроводящего типа в плотностях частично-дырочных состояний. Влияние остаточных взаимодействий корреляционного типа на плотность частично-дырочных (квазичастичных) состояний в модели сверхтекучего ядра было исследовано в рамках статистического метода в [14, 15]. Проведенные вычисления (в предположении, что система имеет эквидистантный двукратно вырожденный по проекции момента m одночастичный спектр плотности $g/2$, низкотемпературное приближение и приближение непрерывного спектра) показали, что полученные плотности состояний системы с n возбужденными квазичастицами можно достаточно хорошо аппроксимировать соответствующими соотношениями в МНЧ, если ввести соответствующую эффективную энергию возбуждения

$$E \rightarrow E^* = E - \frac{1}{4}g(\Delta_0^2 - \Delta^2(E, n)) - \frac{n(n-2)}{8g}, \quad (29)$$

где Δ_0 и $\Delta(E, n)$ — корреляционные функции основного и возбужденного состояний [15].

В [22, 23] при учете принципа запрета Паули и эффекта спаривания эффективная энергия E^* определяется следующим соотношением:

$$E^* = E - a^A(p, h, E), \quad (30a)$$

где

$$a^A(p, h, E) = A_{p,h} \left(1 + \left(\frac{3g\Delta(E, n)}{n} \right)^2 \right)^{1/2} + \frac{g}{4} (\Delta_0^2 - \Delta^2(E, n)). \quad (30б)$$

Корреляционная функция $\Delta(E, n)$ в (30б) определяется параметризацией [22, 23]

$$\frac{\Delta(E, n)}{\Delta_0} = \begin{cases} 0,996 - 1,76(n/n_c)^{1,60}(E/C)^{-0,68}, & \text{если } E \geq E_{\text{phase}}, \\ 0, & \text{если } E < E_{\text{phase}}, \end{cases} \quad (31а)$$

где $n_c = 0,792g\Delta_0$ — критическое число экситонов; E_{phase} — энергия фазового перехода из нормального состояния в сверхтекучее:

$$E_{\text{phase}} = \begin{cases} C[0,716 + 2,44(n/n_c)^{2,17}], & \text{если } (n/n_c) \geq 0,446 \\ 0, & \text{если } (n/n_c) < 0,446; \end{cases} \quad (31б)$$

$C = g\Delta_0^2/4$ — энергия конденсации, которая определяется из анализа экспериментальных данных.

Порог возбуждения $E_{\text{th}}(p, h, E)$ — минимальная энергия возбуждения данной n -квазичастичной конфигурации при учете эффекта спаривания определяется соотношением

$$E_{\text{th}}(p, h, E) = \frac{g}{4} (\Delta_0^2 - \Delta^2(E, n)) + \alpha_{p,h} \left(1 + \left(\frac{2g\Delta(E, n)}{n} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (32)$$

Например, при учете эффекта спаривания формула (16) для $\omega(p, h, E)$ преобразуется к виду

$$\omega(p, h, E) = \frac{g^n (E - a^A(p, h, E))^{n-1}}{p!h!(n-1)!} H(E - E_{\text{th}}(p, h, E)). \quad (33)$$

Для полной плотности состояний (однокомпонентная ферми-система) $\sum_{p=h} \omega(p, h = p, E) \simeq \omega_1(E)$ (см. (19)) при учете эффекта спаривания

$$\omega_1(E) \rightarrow \omega_1(E - U_p) = \exp \frac{2[a(E - U_p)^{1/2}]}{\sqrt{48}(E - U_p)},$$

где

$$U_p = C = \frac{g\Delta_0^2}{4} \quad (34)$$

является поправкой на эффект спаривания и обычно подбирается из анализа экспериментальных данных по энергиям связи ядер разной четности (ч. ч., ч. н., н. ч., н. н.) [22]. Примеры расчетов $\omega(p, h, E)$ без и с учетом эффекта спаривания приведены на рис. 5.

Для плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(p, h, E)$ (см. (24б)) при учете эффекта спаривания для однокомпонентной ферми-системы

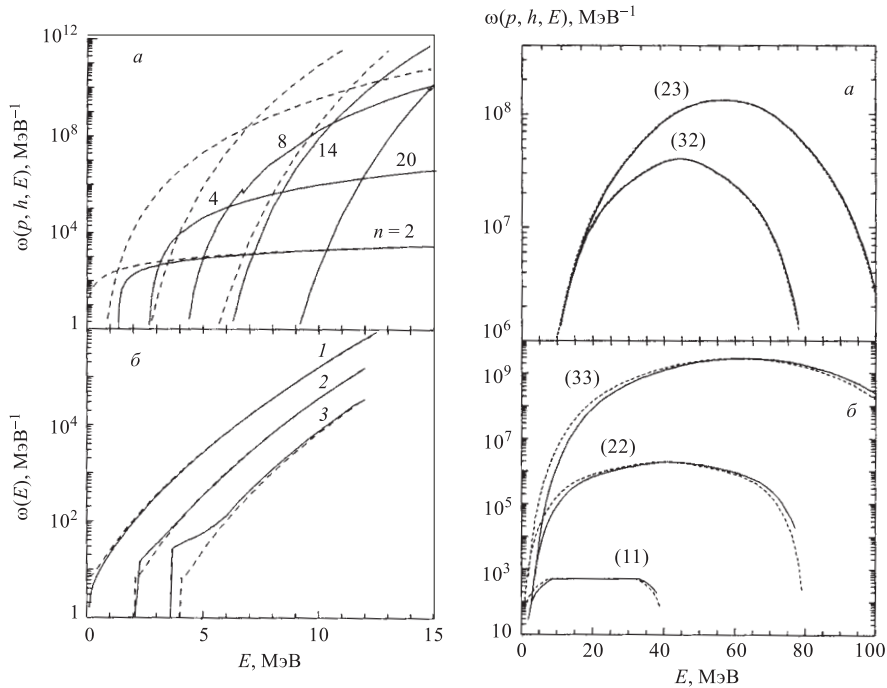


Рис. 5. Плотности частично-дырочных состояний $\omega(p, h, E)$ при учете эффекта спаривания [22]: а) штриховая кривая — $\omega(p, h, E)$ без учета эффекта спаривания; сплошная — $\omega(p, h, E)$ с учетом эффекта спаривания (для $n = p + h = 2, 4, 8, 14, 20$; $g = 14$ МэВ, $\Delta_0 = 1$ МэВ); б) сплошная кривая — $\sum_{p=h} \omega(p, h, E, P + B)$, $P + B \equiv a^A(p, h, E)$; штриховая — $\omega_1(E - U_p)$ по формуле (34) для $g = 4$ МэВ⁻¹, $U_p = 0, 2, 4$ МэВ (1, 2 и 3 соответственно)

Рис. 6. Плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(p, h, E)$ (однокомпонентная ферми-система с $g = 8$ МэВ⁻¹, $F = 32$ МэВ, $S_0 = B = 8$ МэВ) [19]: а) точечная кривая — $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (24б) с $A_{p,h} = 1/4g[p(p-1) + h(h-1)]$; сплошная — $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (28) с точным учетом принципа Паули; б) точечная кривая — $\omega^B(p, h, E)$ без эффекта спаривания по формуле (28); сплошная — с учетом эффекта спаривания по формуле (36) с $\Delta_0 = 1$ МэВ

в эквидистантном приближении нетрудно получить выражение

$$\begin{aligned} \omega^B(p, h, E) &= \frac{g^n}{p!h!(n-1)!} \sum_{i=0}^p \times \\ &\times \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} C_p^i C_h^j (E - a^A(p, h, E) - iS_0 - jF)^{n-1} \times \\ &\times H(E - E_{\text{th}}(p, h, E) - iS_0 - jF). \end{aligned} \quad (35)$$

При точном учете поправочного члена на принцип запрета Паули и при учете эффекта спаривания в (28) следует заменить $\alpha_{p,h} \rightarrow E_{\text{th}}(p, h, E)$ [19, 21], тогда

$$\begin{aligned} \omega^B(p, h, E) &= \frac{g^n}{p!h!} \sum_{i=0}^p \times \\ &\times \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} C_p^i C_h^j (E - E_{\text{th}}(p, h, E) - iS_0 - jF)^{h-1-\lambda} \times \\ &\times H(E - E_{\text{th}}(p, h, E) - iS_0 - jF) \frac{B(p, h, \lambda)}{(n-1-\lambda)!}. \end{aligned} \quad (36)$$

Примеры расчетов $\omega^B(p, h, E)$ по формулам (25б), (28) и (36) приведены на рис. 6.

Для двухкомпонентной ферми-системы при учете эффекта спаривания формула для $\omega(p, h, E)$ (33) записывается в виде (в отсутствие нейтрон-протонных корреляций)

$$\begin{aligned} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) &= g_\pi^{n_\pi} g_\nu^{n_\nu} \frac{(E - a^A(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu))^{n-1}}{p_\pi! h_\pi! p_\nu! h_\nu! (n-1)!} \times \\ &\times H(E - E_{\text{th}}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)), \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} a^A(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu) &= a^A(p_\pi, h_\pi) + a^A(p_\nu, h_\nu) = \\ &= \sum_{i=\pi, \nu} \left\{ A_{p_i, h_i} \left[1 + \left(\frac{2g_i \Delta_i(E_i, n_i)}{n_i} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{g_i}{4} [\Delta_{0i}^2 - \Delta_i^2(E_i, n_i)] \right\}; \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 E_{\text{th}}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) &= \\
 &= \sum_{i=\pi, \nu} \left\{ \frac{g_i}{4} (\Delta_{0i}^2 - \Delta_i^2(E_i, n_i)) + \alpha_{p_i, h_i} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left[1 + \left(\frac{2g_i \Delta_i(E_i, n_i)}{n_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

В (37)–(39) $E = E_\pi + E_\nu$, $n_\pi = p_\pi + h_\pi$, $n_\nu = p_\nu + h_\nu$, при этом E_π и E_ν определяются соотношениями

$$E_\pi \simeq E n_\pi / n; \quad E_\nu \simeq E n_\nu / n. \quad (40)$$

Для полной плотности состояний (двухкомпонентная ферми-система)

$$\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) \simeq \omega_2(E)$$

(см. (23)) при учете эффекта спаривания

$$\omega_2(E) \rightarrow \omega_2(E - U_p) = \frac{\sqrt{\pi} \exp \{2[a(E - U_p)]^{1/2}\}}{12 a^{1/4} (E - U_p)^{5/4}}, \quad (41)$$

где $U_p = \frac{g_\pi \Delta_{0\pi}^2 + g_\nu \Delta_{0\nu}^2}{4}$.

Для двухкомпонентной ферми-системы формулы для $\omega^B(p, h, E)$ (35) и (36) записываются в следующем виде:

1) с приближенным учетом поправочного члена на принцип Паули [18]

$$\begin{aligned}
 \omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) &= \\
 &= \frac{g_\pi^{n_\pi} g_\nu^{n_\nu}}{p_\pi! h_\pi! p_\nu! h_\nu! (n-1)!} \sum_{i_\pi=0}^{p_\pi} \sum_{j_\pi=0}^{h_\pi} \sum_{i_\nu=0}^{p_\nu} \sum_{j_\nu=0}^{h_\nu} (-1)^{i_\pi+j_\pi+i_\nu+j_\nu} \times \\
 &\times C_{p_\pi}^{i_\pi} C_{h_\pi}^{j_\pi} C_{p_\nu}^{i_\nu} C_{h_\nu}^{j_\nu} (E - a^A(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu) - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu)^{n-1} \times \\
 &\times H(E - E_{\text{th}}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu); \quad (42)
 \end{aligned}$$

2) с точным учетом поправочного члена на принцип Паули [19]

$$\begin{aligned} \omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = & \\ = \frac{g_\pi^{n_\pi} g_\nu^{n_\nu}}{p_\pi! h_\pi! p_\nu! h_\nu!} \sum_{i_\pi=0}^{p_\pi} \sum_{j_\pi=0}^{h_\pi} \sum_{i_\nu=0}^{p_\nu} \sum_{j_\nu=0}^{h_\nu} (-1)^{i_\pi+j_\pi+i_\nu+j_\nu} C_{p_\pi}^{i_\pi} C_{h_\pi}^{j_\pi} C_{p_\nu}^{i_\nu} C_{h_\nu}^{j_\nu} \times & \\ \times \sum_{\lambda=0}^{n-1} (E - E_{\text{th}}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu)^{n-1-\lambda} \times & \\ \times H(E - E_{\text{th}}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) - i_\pi S_{0\pi} - i_\nu S_{0\nu} - j_\pi F_\pi - j_\nu F_\nu) \times & \\ \times \frac{B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, \lambda)}{(n-1-\lambda)!}, \quad (43) & \end{aligned}$$

где $B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, \lambda) = \sum_{\lambda_\nu=0}^{\lambda} B(p_\nu, h_\nu, \lambda_\nu) B(p_\pi, h_\pi, \lambda - \lambda_\nu)$, коэффициенты $B(p_i, h_i, k)$ для $i = \nu, \pi$ и $k = \lambda_\nu, \lambda - \lambda_\nu$; $\lambda = 0, 1, \dots, n-1$ определяются численными методами из системы уравнений (27б)–(27г) [19, 20].

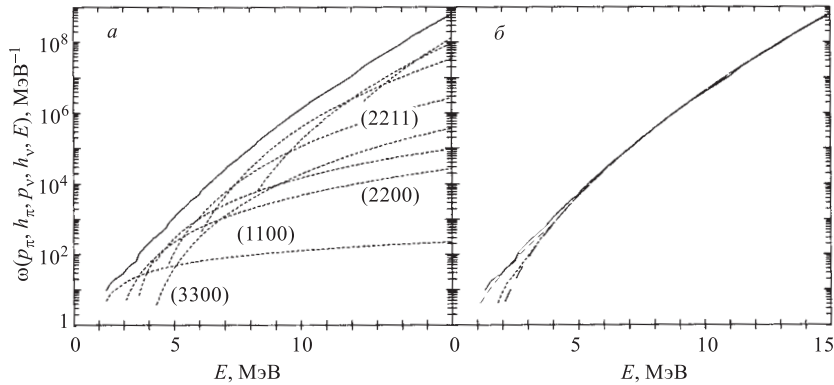


Рис. 7. Плотности частично-дырочных состояний $\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ и полная плотность $\omega_2(E)$ [19]: а) сплошная кривая — $\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$; пунктирная — $\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$; б) сплошная кривая — $\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$; штриховая — $\omega_2(E - U_p)$; пунктирная — $\omega_2(E - P_{\text{eff}}(E, C))$, где $P_{\text{eff}}(E, C)$ (см. (44)) (для $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$, $\Delta_0 = \Delta_{0\pi} = \Delta_{0\nu} = 1 \text{ МэВ}$, $F = \infty$, $B = \infty$)

При расчете полной плотности состояний ядра $\omega_1(E - U_p)$ (см. (34)) при более точном количественном описании U_p определяется параметризацией [23]

$$U_p \rightarrow P_{\text{eff}}(E, C) = \max \left(E_2, \frac{C}{\{1 + \exp [4(0,625 - E/C)]\}} \right), \quad (44)$$

где

$$E_2 = \begin{cases} C[1, 2508/n_c^2], & \text{если } n_c \leq 4, 48, \\ C[6, 46/n_c - 6, 28/n_c^2], & \text{если } n_c > 4, 48. \end{cases} \quad (45)$$

Соответственно для полной плотности состояний ядра $\omega_2(E - U_p)$ (см. (41))

$$U_p \rightarrow P_{\text{eff}}(E, C) = P_{\text{eff}}(E_\pi, C_\pi) + P_{\text{eff}}(E_\nu, C_\nu). \quad (46)$$

Примеры расчетов $\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ и $\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ приведены на рис. 7.

1.4. Учет усредненной энергетической зависимости одночастичной плотности в плотностях частично-дырочных состояний (обобщенная формула). В атомных ядрах спектр одночастичных состояний не является эквидистантным, т. к. одночастичная плотность $g(e)$ зависит от энергии e (см. далее разд. 3). В частности, в модели ферми-газа в квазиклассическом приближении $g(e)$ определяется выражением [15]

$$g(e) = g_0 \left(\frac{e}{F} \right)^{1/2} = \frac{3A}{2F} \left(\frac{e}{F} \right)^{1/2}. \quad (47)$$

Энергетическая зависимость $g(e)$ наиболее существенна, когда энергия возбуждения высока и распределена между малым числом экситонов, которые могут иметь энергию, сильно отличающуюся от энергии Ферми, причем в данном случае учет принципа Паули не существенен.

Эффект энергетической зависимости $g(e)$ (47) в плотностях $\omega(p, h, E)$ (в ЭМ (см. п. 1.2)) можно приближенно учесть, если использовать соответствующие усредненные энергетически зависимые одночастичные плотности для частиц и дырок:

$$\begin{aligned} g_p(\bar{u}_p) &= g_{0p} \left(\frac{F + \bar{u}}{F} \right)^{1/2} \equiv g_p(p, h, E), \\ g_h(\bar{u}_h) &= g_{0h} \left(\frac{F - \bar{u}'}{F} \right)^{1/2} \equiv g_h(p, h, E), \end{aligned} \quad (48)$$

причем $g_{0p} = g_{0h} = g_0$. В (48) средняя энергия возбуждения частицы $\bar{u} = \bar{e} - F$ находится путем усреднения по всем возможным конфигурациями n -экситонного состояния [24, 25]:

$$\bar{u} = \frac{1}{p\omega(p, h, E)} \int_0^E dE_p E_p \omega(p, 0, E_p) \omega(0, h, E - E_p), \quad (49)$$

при этом средняя энергия возбуждения дырки

$$\bar{u}' = \frac{(E - p\bar{u})}{h}. \quad (50)$$

Если использовать для $\omega(p, h, E)$ формулу (13) при $\alpha_{p,h} = A_{p,h} = 0$, то для \bar{u} (49) получим

$$\bar{u} = \frac{(p+1)\omega(p+1, h, E)}{g\omega(p, h, E)} = \frac{E}{n} \frac{\varphi(p+1, h, E)}{\varphi(p, h, E)}, \quad (51)$$

$$\text{где } \varphi(p, h, E) = \sum_{j=0}^h (-1)^j C_h^j \left(\frac{E - jF}{E} \right)^{n-1} H(E - jF).$$

Анализ усредненной энергетической зависимости $g(e)$ (ниже и выше F) на основе точных комбинаторных расчетов реалистических частично-дырочных плотностей с использованием одночастичной схемы уровней в оболочечном потенциале [30] показал, что эквидистантное приближение является грубым приближением даже при малых энергиях возбуждения. При этом реалистическая одночастичная плотность $g(e)$ линейно зависит от e (выше F) (см. разд. 4) $g_p(e) = g_{0p}(e/F)$, и, следовательно, для $g_p(\bar{u}_p)$ (см. (48), (51)) имеем

$$g_p(\bar{u}_p) = g_{0p} \left(\frac{F + \bar{u}}{F} \right) = g_p(p, h, E). \quad (52a)$$

Поэтому для энергетически зависимой одночастичной плотности $g(p, h, E)$ можно использовать композитную формулу

$$g(p, h, E) = \begin{cases} g_p(p, h, E) = g_{0p} \left(\frac{F + \bar{u}}{F} \right), \\ g_h(p, h, E) = g_{0h} \left(\frac{F - \bar{u}'}{F} \right)^{1/2}. \end{cases} \quad (52б)$$

На рис. 8, 9 приведены расчеты отношения $[g_p^p(p, h, E)g_h^h(p, h, E)/g_{0p}^p g_{0h}^h]^{1/n}$ с использованием формул (48), (50)–(52) для ядер ^{57}Fe с $p = h + 1$

и ^{57}Fe с $p = h$ [27]. Из рис. 8, 9 видно, что эквидистантное приближение может давать удовлетворительные результаты до энергий возбуждения ≤ 60 МэВ (исключая простейшие частично-дырочные конфигурации).

При учете эффекта энергетической зависимости усредненных одночастичных плотностей $g_p(p, h, E) = g(F + \bar{u})$ и $g_h(p, h, E) = g(F - \bar{u}')$ (см. (48)) для плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(p, h, E)$ (в СМКП

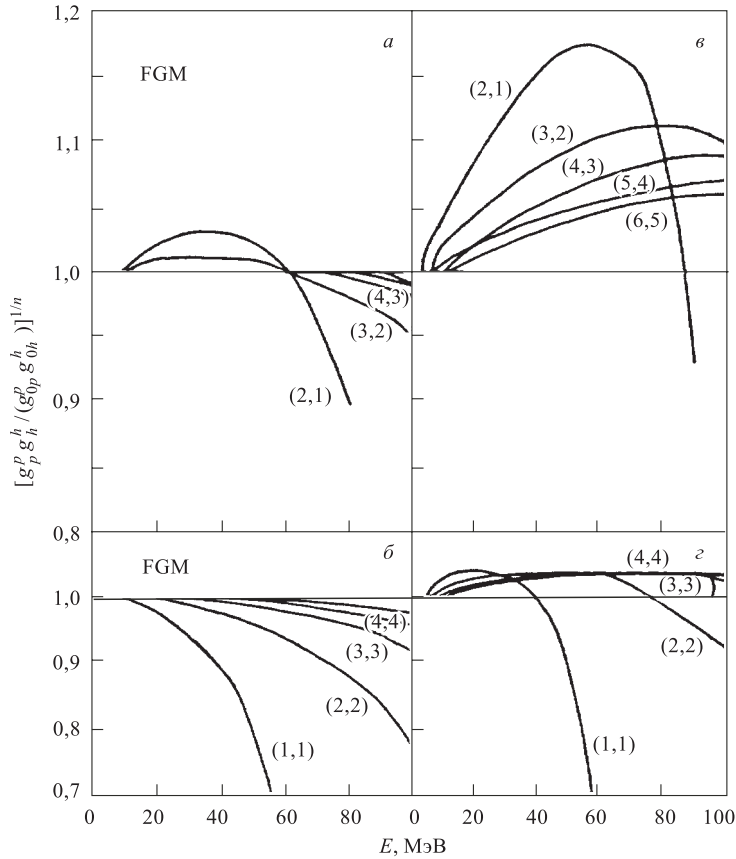


Рис. 8. Энергетическая зависимость отношения $\left[\frac{g_p^p(p, h, E) g_h^h(p, h, E)}{g_{0p}^p g_{0h}^h} \right]^{1/n}$ [27]:

а) для ядра ^{57}Fe с $p = h + 1$; б) для ядра ^{56}Fe с $p = h$ при $g_{0p} = g_{0h} = g_0 = A/20 \text{ МэВ}^{-1}$; $g_p(p, h, E)$ и $g_h(p, h, E)$ получены по (48), (50), (51) (модель ферми-газа) при $\varphi(p, h, E) = 1$; в, г) аналогично а, б с $g(p, h, E)$ по композитной формуле (52б)

(см. п. 1.3)) формула (35) (однокомпонентная ферми-система) принимает вид (обобщенная формула)

$$\omega^B(p, h, E) = \frac{[g_p(p, h, E)]^p [g_h(p, h, E)]^h E^{n-1}}{p!h!(n-1)!} f(p, h, E), \quad (53)$$

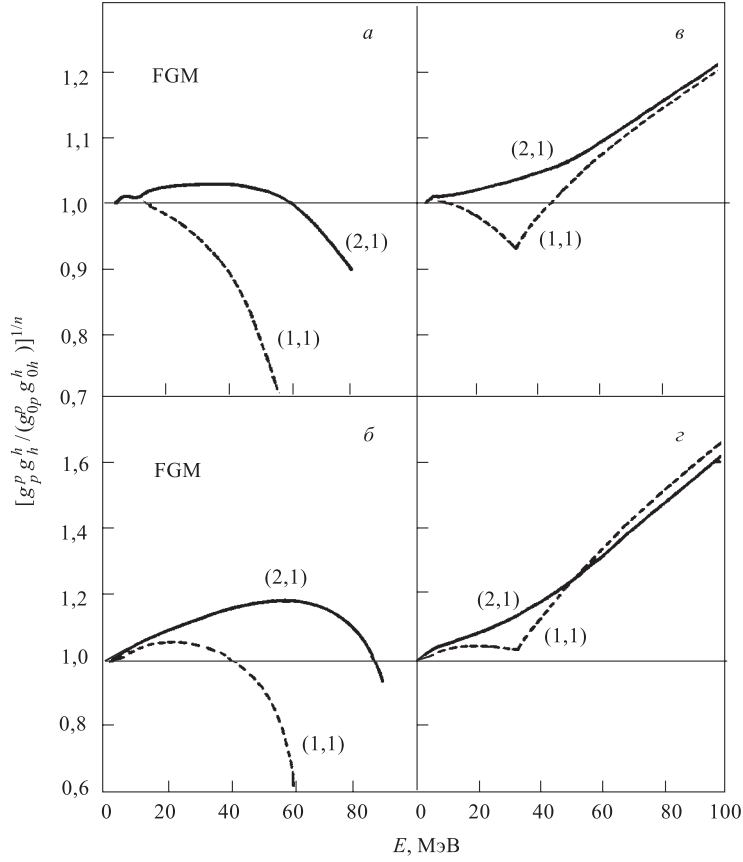


Рис. 9. Энергетическая зависимость $\left[\frac{g_p^p(p, h, E) g_h^h(p, h, E)}{g_{0p}^p g_{0h}^h} \right]^{1/n}$ для конфигураций $1p1h$ (ядро ^{56}Fe) и $2p1h$ (ядро ^{57}Fe) [27]: а, б) $g_p(p, h, E)$ и $g_h(p, h, E)$ по формуле (48) при $\varphi(p, h, E) = 1$ (а) и с $\varphi(p, h, E)$ при $F = 30$ МэВ (б); в, г) $g(p, h, E)$ по композитной формуле (52б) при $\varphi(p, h, E) = 1$ (в) и с $\varphi(p, h, E)$ при $F = 30$ МэВ (г)

где

$$f(p, h, E) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h C_p^i C_h^j (-1)^{i+j} \times \\ \times \left(\frac{E - a^A(p, h, E) - iS_0 - jF}{E} \right)^{n-1} H(E - E_{\text{th}}(p, h, E) - iS_0 - jF).$$

При этом средние энергии возбуждения дырки \bar{u}' и частицы \bar{u} определяются выражениями (аналогичными (50) и (51)) [26]

$$\bar{u}' = \frac{E - p\bar{u}}{h}, \quad \bar{u} = \frac{E f^+(p, h, E)}{n f(p, h, E)}, \quad (54)$$

где

$$f^+(p, h, E) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} \left(\frac{E - a^A(p, h, E) - iS_0 - jF}{E} \right)^n \times \\ \times \left(1 + \frac{n}{p} \frac{iS_0}{E - a^A(p, h, E) - iS_0 - jF} \right) \times \\ \times H(E - E_{\text{th}}(p, h, E) - iS_0 - jF), \quad (55)$$

при этом $a^A(p, h, E)$ и $E_{\text{th}}(p, h, E)$ вычисляются с $g \rightarrow \bar{g} = \{[g_p(p, h, E)]^p \times [g_h(p, h, E)]^h\}^{1/n}$ — средняя энергетически зависящая одночастичная плотность. Обобщенная формула для $\omega(p, h, E)$ в ЭМ (см. п. 1.2) следует из (53) при $S_0 = \infty$.

Для двухкомпонентной ферми-системы соответствующая обобщенная формула для

$$\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$$

определяется выражением (42) с заменой

$$g_\pi^{p_\pi+h_\pi} \rightarrow [g_p(p_\pi, h_\pi, E_\pi)]^{p_\pi} [g_h(p_\pi, h_\pi, E_\pi)]^{h_\pi}$$

и

$$g_\nu^{p_\nu+h_\nu} \rightarrow [g_p(p_\nu, h_\nu, E_\nu)]^{p_\nu} [g_h(p_\nu, h_\nu, E_\nu)]^{h_\nu},$$

при этом \bar{u}_π и \bar{u}_ν вычисляются по формулам типа (54) при соответствующих энергиях E_π и E_ν (см. (40)).

Обобщенная формула для $\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ в ЭМ (см. п. 1.2) следует из обобщенной формулы для $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ при $S_{0\pi} = S_{0\nu} = \infty$.

Примеры расчетов плотности частично-дырочных состояний (однокомпонентная и двухкомпонентная ферми-системы) в эквидистантном приближении (см. (246), (25)) и по обобщенной формуле (см. (53)) приведены на рис. 10–12 [26].

При анализе экспериментальных дифференциальных сечений предравновесных ядерных реакций (в ЭМ, СМКП и СМПП) при расчетах плотностей $\omega^B(p, h, E)$ или $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ по обобщенной формуле (эквидистантное приближение) параметры выбираются равными (феноменологические значения): $g \equiv g(F) = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$; $g_\pi = Z/13 \text{ МэВ}^{-1}$; $g_\nu = N/13 \text{ МэВ}^{-1}$; $F_\pi = F_\nu = F = 40 \text{ МэВ}$; $S_{0\pi} = S_{0\nu} = B = 8 \text{ МэВ}$ (при учете связанных одночастичных состояний); $S_{0\pi} = S_{0\nu} = S_0 = 15\text{--}20 \text{ МэВ}$ (при учете связанных (дискретный спектр) и резонансных одночастичных состояний (квазидискретный спектр)); $S_{0\pi} = S_{0\nu} = S_0 > 15\text{--}20 \text{ МэВ}$ (при дополнительном учете непрерывного спектра резонансных одночастичных состояний ($\Gamma_1 > D_1$)).

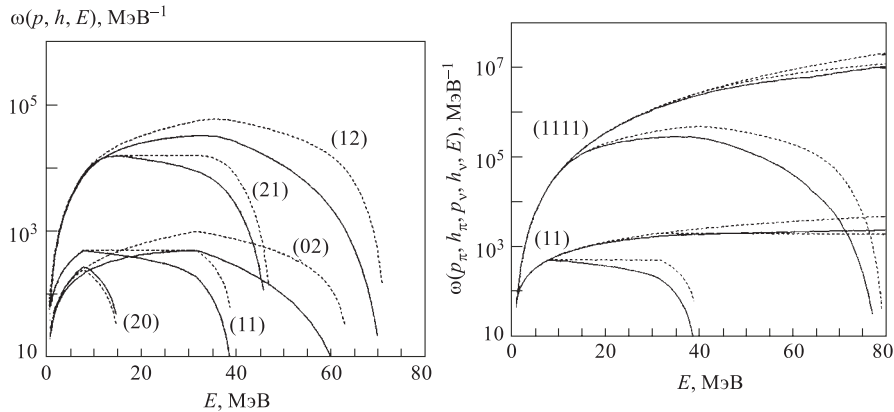


Рис. 10. Плотности связанных частично-дырочных состояний (однокомпонентная ферми-система): точечная кривая — $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (246) [18]; сплошная — $\omega^B(p, h, E)$ по обобщенной формуле (53) [26] (при $g_0 = 8 \text{ МэВ}^{-1}$; $F = 32 \text{ МэВ}$; $S_0 = B = 8 \text{ МэВ}$)

Рис. 11. Сравнение плотностей связанных частично-дырочных состояний для однокомпонентной и двухкомпонентной ферми-систем: точечные кривые (1111) и (11) — $\omega^B(1, 1, 1, 1, E)$ по формуле (25) и $\omega^B(1, 1, E)$ по формуле (246) [18] при $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$; $F = 32$ и 10^6 МэВ ; $S_0 = B = 8$ и 10^6 МэВ (однокомпонентная ферми-система) и $g_\pi = g_\nu = g/2$, $g = 8 \text{ МэВ}^{-1}$; $F_\pi = F_\nu = F = 32$ и 10^6 МэВ ; $S_{0\pi} = S_{0\nu} = S_0 = 8$ и 10^6 МэВ (двухкомпонентная ферми-система); сплошные кривые (1111) и (11) — $\omega^B(1, 1, 1, 1, E)$ по обобщенной формуле и $\omega^B(1, 1, E)$ по формуле (53) [26] при $g_0 = 8 \text{ МэВ}^{-1}$ (однокомпонентная ферми-система) и $g_{0\pi} = g_{0\nu} = g/2$ (двухкомпонентная ферми-система)

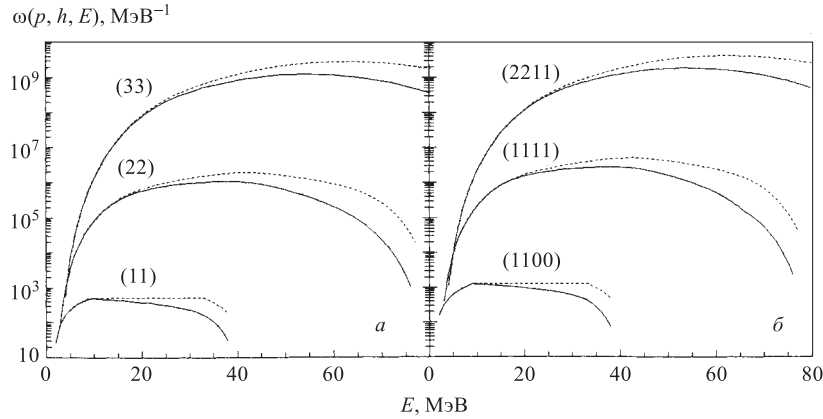


Рис. 12. Плотности связанных частично-дырочных состояний при учете эффекта спаривания (однокомпонентная и двухкомпонентная ферми-системы): *а*) точечная кривая — $\omega^B(p, h, E)$ по формуле (36) [19]; сплошная — $\omega^B(p, h, E)$ по обобщенной формуле (53) [26] при $g_0 = 8 \text{ МэВ}^{-1}$, $F = 32 \text{ МэВ}$, $S_0 = B = 8 \text{ МэВ}$, $\Delta_0 = 1 \text{ МэВ}$ (однокомпонентная ферми-система); *б*) точечная кривая — $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ по формуле (43) [19]; сплошная — $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ по обобщенной формуле [26] при $g_{0\pi} = g_{0\nu} = g_0/2$; $F_\pi = F_\nu = F = 32 \text{ МэВ}$; $S_{0\pi} = S_{0\nu} = S_0 = B = 8 \text{ МэВ}$, $\Delta_{0\pi} = \Delta_{0\nu} = \Delta_0 = 1 \text{ МэВ}$ (двухкомпонентная ферми-система)

1.5. Плотность частично-дырочных состояний с полным импульсом.

Спиновая зависимость плотности частично-дырочных состояний. Плотность частично-дырочных состояний с полным импульсом \mathbf{K} и полной энергией \tilde{E} в МНЧ без учета принципа Паули (при относительно высоких энергиях и малом числе экситонов) и разделения на протоны и нейтроны определяется следующим выражением [25, 28]:

$$\begin{aligned} \omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}) = & \\ = \frac{1}{p!h!} \int \dots \int \delta \left(\tilde{E} - \sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j \right) \delta \left(\mathbf{K} - \sum_{i=1}^p \mathbf{k}_i + \sum_{j=1}^h \mathbf{k}'_j \right) \times & \\ \times \prod_{i=1}^p g(\mathbf{k}_i) H(k_i - k_F) d^3 \mathbf{k}_i \prod_{j=1}^h g(\mathbf{k}'_j) H(k_F - k'_j) d^3 \mathbf{k}'_j, & \quad (56) \end{aligned}$$

где $(g(\mathbf{k}_i))$ и $(g(\mathbf{k}'_j))$ — одночастичная и однодырочная плотности в импульсном пространстве; $\mathbf{k}_i(\mathbf{k}'_j)$ — импульс частицы (дырки), причем все импульсы

$(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}'_j)$ и энергии (e_i, e'_j) измеряются относительно дна потенциальной ямы; \mathbf{k}_F — импульс Ферми.

Число одночастичных (однодырочных) состояний с импульсом в интервале $(k, k + dk)$ равно

$$\frac{dN(k)}{dk} = 4\pi k^2 g(\mathbf{k}). \quad (57)$$

Плотность одночастичных (однодырочных) состояний $g(e)$ в энергетическом пространстве определяется соотношением (см. (47))

$$\frac{dN(e)}{de} = g(e) = \begin{cases} \frac{3A}{2F} \left(\frac{e}{F}\right)^{1/2} & \text{(модель ферми-газа),} \\ g & \text{(эквидистантная модель).} \end{cases} \quad (58)$$

Используя $e = k^2/2m$, легко получить соотношение между $g(\mathbf{k})$ и $g(e)$:

$$g(\mathbf{k}) = \frac{g(e)}{4\pi mk} = \begin{cases} \frac{3A}{4\pi k_F^3} & \text{(модель ферми-газа),} \\ \frac{g}{4\pi mk} & \text{(эквидистантная модель).} \end{cases} \quad (59)$$

В силу сферической симметрии потенциальной ямы $\omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})$ не зависит от направления полного импульса \mathbf{K} , и из (56) получим

$$\int_0^\infty \omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}) 4\pi K^2 dK = \omega(p, h, \tilde{E}), \quad (60)$$

где $\omega(p, h, \tilde{E})$ определяется соотношением

$$\begin{aligned} \omega(p, h, \tilde{E}) = \frac{1}{p!h!} \int \cdots \int \delta \left(\tilde{E} - \sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j \right) \times \\ \times \prod_{i=1}^p g(e_i) H(e_i - F) dl_i \prod_{j=1}^h g(e'_j) H(F - e'_j) de'_j. \end{aligned} \quad (61)$$

Выражение (61) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \omega(p, h, E) = \frac{1}{p!h!} \int_0^E du_1 \omega(1, 0, u_1) \cdots \int_0^E du_p \omega(1, 0, u_p) \int_0^E du'_1 \omega(0, 1, u'_1) \cdots \\ \cdots \int_0^E du'_h \omega(0, 1, u'_h) \delta \left(E - \sum_{i=1}^p u_i - \sum_{j=1}^h u'_j \right), \end{aligned} \quad (62a)$$

где

$$\omega(1, 0, u_i) = g(F + u_i), \quad u_i = e_i - F, \quad (62б)$$

$$\omega(0, 1, u'_j) = g(F - u'_j), \quad u'_j = F - e'_j, \quad (62в)$$

при этом $E = \tilde{E} - (p-h)F$. Используя (62а), нетрудно получить рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} \omega(p, 0, E_p) &= \frac{1}{p} \int_0^{E_p} dE' \omega(p-1, 0, E') \omega(1, 0, E_p - E'), \\ \omega(0, h, E_h) &= \frac{1}{h} \int_0^{E_h} dE' \omega(0, h-1, E') \omega(0, 1, E_h - E'), \\ \omega(p, h, E) &= \int_0^E dE_p \omega(p, 0, E_p) \omega(0, h, E - E_p), \end{aligned} \quad (63)$$

где $E_p = \sum_{i=1}^p u_i$; $E_h = \sum_{j=1}^h u'_j$; $E = E_p + E_h$.

Формулы (62), (63) позволяют вычислить плотность $\omega(p, h, E)$, когда эквидистантное приближение ($g(e) = \text{const}$) является грубым, а именно для больших значений энергии E и небольшого числа экситонов n (в данном случае можно пренебречь учетом принципа Паули и эффекта спаривания) для любой потенциальной ямы при условии, что соответствующая одночастичная плотность $g(e)$ известна (точный учет энергетической зависимости одночастичной плотности в отличие от приближенного учета по обобщенной формуле (53)).

При вычислении в СМКП плотности связанных частично-дырочных $\omega^B(p, h, E)$ (однокомпонентная ферми-система) (см. п. 1.2)) по формуле (62а) следует замена:

$$\int_0^E du_i \rightarrow \int_0^{S_0} u_i$$

и

$$\int_0^E du'_i \rightarrow \int_0^F du'_i.$$

Формула (62а) для расчета $\omega(p, h, E)$ ($\omega^B(p, h, E)$) легко обобщается на случай двухкомпонентной ферми-системы (для известных $g_\pi(e)$ и $g_\nu(e)$).

Используя (61), выражение (56) для $\omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})$ представим в виде

$$\omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}) = \omega(p, h, \tilde{E})M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}), \quad (64a)$$

при этом $\int M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})4\pi K^2 dK = 1$.

Для большого числа экситонов можно использовать статистические аргументы, и согласно центральной предельной теореме математической статистики для $M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})$ будем иметь

$$M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\sigma_n^3} \exp\left(\frac{-K^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad (64b)$$

где $\sigma_n^2 = n\langle(k_i^{\text{proj}})^2\rangle_{\text{av}}$, $\langle(k_i^{\text{proj}})^2\rangle_{\text{av}}$ — средний квадрат проекции импульса экситона на направление полного импульса \mathbf{K} .

Если Θ_i — угол между \mathbf{k}_i и \mathbf{K} , то средний квадрат проекции импульса экситона вдоль \mathbf{K} есть

$$\langle(k_i^{\text{proj}})^2\rangle = \frac{1}{4\pi} \int (k_i \cos \Theta_i)^2 d\Omega_i = k_i^2/3 = 2me_i/3. \quad (65a)$$

Тогда

$$\sigma_n^2 = n\langle(k_i^{\text{proj}})^2\rangle_{\text{av}} = n(2me_{\text{av}}/3). \quad (65b)$$

Средняя энергия экситона e_{av} в (65b) определяется соотношением (см. (61)–(63))

$$\begin{aligned} e_{\text{av}} &= \frac{1}{\omega(p, h, \tilde{E})} \frac{1}{p!h!} \int \cdots \int \delta\left(\tilde{E} - \sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j\right) \times \\ &\times \prod_{i=1}^p g(e_i)H(e_i - F)de_i \prod_{j=1}^h g(e'_j)H(F - e'_j)de'_j \left[\frac{\sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j}{p+h}\right] \equiv \\ &\equiv \left\langle \frac{\sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j}{n} \right\rangle = \left\langle \frac{\sum_{i=1}^p u_i - \sum_{j=1}^h u'_j + (p+h)F}{n} \right\rangle = \\ &= \frac{2}{n}\langle E_p \rangle - \frac{E}{n} + F, \quad (66) \end{aligned}$$

где

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{\omega(p, h, E)} \int_0^E dE_p \omega(p, 0, E_p) E_p \omega(0, h, E - E_p). \quad (67)$$

В эквидистантном приближении $g(e) = g = \text{const}$, при этом $\omega(1, 0, u_i) = g$, $u_i \geq 0$ и $\omega(0, 1, u'_j) = g$, $u'_j \leq F$, из (62a) для $\omega(p, h, E)$ получим формулу (13) при $\alpha_{p,h} = A_{p,h} = 0$, тогда для оценки e_{av} имеем

$$e_{\text{av}} = \frac{2p(p+1)\omega(p+1, h, E)}{ng\omega(p, h, E)} - \frac{E}{n} + F, \quad (68)$$

причем $e_{\text{av}} \rightarrow F$ при $E \rightarrow 0$.

Достоверность того, что $M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})$ (см. (64a)) есть распределение Гаусса (64б), подтверждается точным расчетом $M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K})$ (см. рис. 13) с использованием формул (56), (61) (в схеме вычислений интегралов методом Монте-Карло) для $1p1h$ -, $2p2h$ - и $3p3h$ -конфигураций в модели ферми-газа при $E = 5$ МэВ [25]. Как видно из рис. 13, гауссовское распределение импульса \mathbf{K} (64б) является хорошей аппроксимацией при $n > 2$.

В квазиклассическом подходе в модели ферми-газа угловой момент экситона j_i в среднем есть

$$\bar{j}_i = \overline{|\mathbf{k}_i \times \mathbf{r}_i|} = r_{\text{av}} k_i, \quad (69a)$$

где r_{av} — среднее радиальное расстояние между вектором \mathbf{k}_i и центром масс ядра:

$$r_{\text{av}} = \frac{1}{4\pi R^3/3} \int d^3\mathbf{r} \left[\frac{1}{4\pi} \int |\hat{\mathbf{k}}_i \times \mathbf{r}| d\hat{\mathbf{k}}_i \right] = \frac{3\pi R}{16}, \quad (69б)$$

$R = 1, 2A^{1/3}$ фм (радиус ядра).

В предположении, что плотность $\omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{J})$ не зависит от направления \mathbf{J} , по аналогии с (61) будем иметь [25]

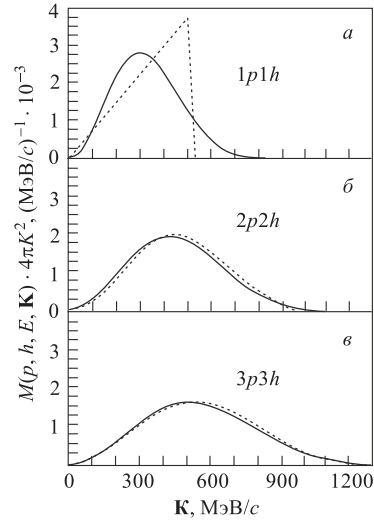


Рис. 13. Сравнение гауссовского и точного импульсного распределений $M(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}) \cdot 4\pi K^2$ для конфигураций $1p1h$ (а), $2p2h$ (б) и $3p3h$ (в): сплошная кривая — гауссовское импульсное распределение (см. (64б)); точечная — точное импульсное распределение (в модели ферми-газа)

$$\begin{aligned} \omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{J}) &= \frac{1}{p!h!} \int \dots \\ &\dots \int \delta \left(\tilde{E} - \sum_{i=1}^p e_i + \sum_{j=1}^h e'_j \right) \delta \left(\mathbf{J} - \sum_{i=1}^p \mathbf{k}_i r_{\text{av}} + \sum_{j=1}^h \mathbf{k}'_j r_{\text{av}} \right) \times \\ &\times \prod_{i=1}^p g(\mathbf{k}_i) H(k_i - k_F) d^3 k_i \prod_{j=1}^h g(\mathbf{k}'_j) H(k_F - k'_j) d^3 \mathbf{k}'_j, \quad (70) \end{aligned}$$

при этом $\omega(p, h, \tilde{E}, J) = 4\pi J^2 \omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{J})$. Из (56) и (70) следует соотношение

$$\omega(p, h, \tilde{E}, J) = \frac{4\pi J^2}{r_{\text{av}}^3} \omega(p, h, \tilde{E}, \mathbf{K}), \quad (71)$$

где $K = J/r_{\text{av}}$.

Из (64б) и (71) при замене классического углового момента на соответствующее квантовое значение ($J \rightarrow (J + 1/2)\hbar$) следует, что

$$\omega(p, h, \tilde{E}, J) = \omega(p, h, E, J) = \omega(p, h, E)(2J + 1)R(n, E, J), \quad (72a)$$

где спиновая функция распределения [7]

$$R(n, E, J) = \frac{(2J + 1)}{2(2\pi)^{1/2} \sigma^3(E, n)} \exp \left[\frac{-(J + 1/2)^2}{2\sigma^2(E, n)} \right], \quad (72б)$$

параметр спиновой зависимости

$$\sigma^2(E, n) = \frac{r_{\text{av}}^2 \sigma_n^2}{\hbar^2} = n \frac{r_{\text{av}}^2}{\hbar^2} \left(\frac{2me_{\text{av}}}{3} \right). \quad (72в)$$

Для $E/n \ll F$, $p = h$ и $F = 35$ МэВ параметр

$$\sigma^2(E, n) = n \cdot 0,282A^{2/3}. \quad (73)$$

Оценка (73) близка к оценке $\sigma^2(E, n)$, полученной в [29, 30] на основе точных комбинаторных расчетов реалистических частично-дырочных плотностей с использованием одночастичной схемы в оболочечном потенциале (см. разд. 4):

$$\sigma^2(E, n) = n(0,24 + 0,0038E)A^{2/3}. \quad (74)$$

В рамках статистического подхода с учетом влияния остаточных взаимодействий корреляционного типа [31, 32] для параметра $\sigma^2(E, n)$ получена следующая оценка [32]:

$$\sigma^2(E, n) = (\ln 4) \left(\frac{n}{n_c} \right) \left(\frac{E - E_{\text{th}}(p, h, E)}{E} \right)^x \sigma_c^2, \quad (75)$$

где $x = -0,413 + 1,08(n/n_c)^{1/2} - 0,226(n/n_c)$; $\sigma_c^2 = gT_c \langle m^2 \rangle$; $T_c = 2\Delta_0/3, 5$; $\langle m^2 \rangle = 0, 24A^{2/3}$.

Параметр спиновой зависимости $\sigma_1^2(E)$ для полной плотности возбужденных состояний $\omega_1(E)$ (однокомпонентная ферми-система) (см. (33), (34)) определяется выражением [32]

$$\sigma_1^2(E) = \frac{\sum_{p=h} \omega(p, h, E) \sigma^2(E, n)}{\sum_{p=h} \omega(p, h, E)} \simeq 0, 24A^{2/3} g \sqrt{\frac{(E - U_p)}{a}}. \quad (76)$$

Для двухкомпонентной ферми-системы

$$\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E, J) = \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)(2J + 1)R(n_\pi, n_\nu, E, J), \quad (77)$$

где

$$R(n_\pi, n_\nu, E, J) = \frac{2J + 1}{2(2\pi^{1/2} \sigma^3(E, n_\pi, n_\nu))}, \quad (78a)$$

$$\sigma^2(E, n_\pi, n_\nu) = \sigma^2(E_\pi, n_\pi) + \sigma^2(E_\nu, n_\nu), \quad (78b)$$

при этом $\sigma^2(E_\pi, n_\pi)(\sigma^2(E_\nu, n_\nu))$ параметризуется соответствующей функцией $\sigma^2(E, n)$ (см. (73)–(75)) с заменой $E \rightarrow E_\pi(E_\nu)$, $n \rightarrow n_\pi(n_\nu)$.

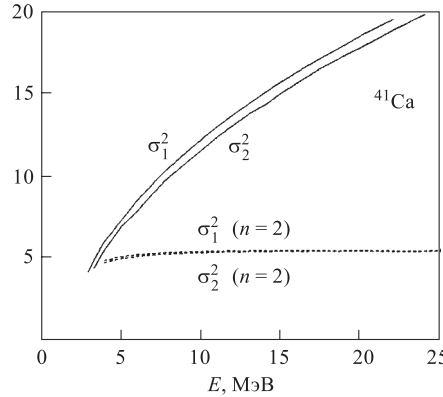


Рис. 14. Сравнение параметров спиновой зависимости частично-дырочных плотностей ($n = 2$) и полных плотностей (\sum_n) для ядра ^{41}Ca (однокомпонентная ($\sigma_1^2(n = 2), \sigma_1^2(\sum_n)$) и двухкомпонентная ($\sigma_2^2(n = 2), \sigma_2^2(\sum_n)$) ферми-системы) [33]: точечные кривые — $\sigma_1^2(n = 2)$ и $\sigma_2^2(n = 2)$; сплошные — $\sigma_1^2(\sum_n)$ и $\sigma_2^2(\sum_n)$, где $\sigma_1^2(n = 2) \equiv \sigma^2(E, n = 2)$ (см. (75)); $\sigma_1^2(\sum_n) \equiv \sigma_1^2(E)$ (см. (76)); $\sigma_2^2(n = 2) = [\sigma^2(E, n_\pi = 2, n_\nu = 0) + \sigma^2(E, n_\pi = 0, n_\nu = 2)] / 2$, $\sigma_2^2(\sum_n) \equiv \sigma_2^2(E)$ (см. (79)) для $g = 3, 937 \text{ МэВ}^{-1}$, $U_p = 1, 83 \text{ МэВ}$

Параметр спиновой зависимости для полной плотности возбужденных состояний $\omega_2(E)$ (см. (37), (42)) имеет вид

$$\sigma_2^2(E) = \frac{\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) \sigma^2(E, n_\pi, n_\nu)}{\sum_{p_\pi=h_\pi, p_\nu=h_\nu} \omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)}, \quad (79)$$

при этом $\sigma_1^2(E) \simeq \sigma_2^2(E)$ [33] (см. рис. 14).

2. ПЛОТНОСТИ ДОСТУПНЫХ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ

2.1. Плотности доступных частично-дырочных состояний промежуточного ядра в экситонной модели (однокомпонентная ферми-система). При описании многоступенчатого механизма ядерной релаксации в ЭМ [2, 34–36] усредненная вероятность в единицу времени внутриядерного перехода ($\Delta n = \pm 2$) определяется выражением

$$\lambda^\pm(p, h, E) = \frac{2\pi}{\hbar} \langle |V(E)|^2 \rangle \omega^\pm(p, h, E), \quad (80)$$

где $\langle |V(E)|^2 \rangle$ — средняя величина квадрата матричного элемента остаточного двухчастичного взаимодействия; $\omega^\pm(p, h, E)$ — плотности доступных частично-дырочных состояний промежуточного ядра ($\Delta n = \pm 2$).

При выводе формул для $\omega^\pm(p, h, E)$ делается ряд упрощающих допущений:

1) предполагается, что внутриядерный переход $n \rightarrow n \pm 2$ есть результат процесса рассеяния одной частицы (дырки) на невозбужденном нуклоне: $1p \rightarrow 2p1h$ ($1h \rightarrow 1h2p$) или процесс рекомбинации с одной из дырок $2p1h \rightarrow 1p(1p2h \rightarrow 1h)$ (см. рис. 15);

2) считается, что можно пренебречь влиянием на эти процессы других частиц и дырок, содержащихся в n -экситонной конфигурации (хотя это и влечет за собой нарушение принципа Паули).

При небольшом числе экситонов эти предположения выполняются с хорошей точностью. В ЭМ предполагается квазиравновесие для всех стадий внутриядерного процесса релаксации, которое можно трактовать как обратимость процесса бинарных соударений:

$$\frac{\omega^+(p, h, E)}{\omega(p+1, h+1, E)} = \frac{\omega^-(p, h, E)}{\omega(p, h, E)}. \quad (81)$$

Таким образом, достаточно вычислить только $\omega^+(p, h, E)$. Относительная вероятность найти в системе экситонов (p, h, E) одну частицу (дырку) с энер-

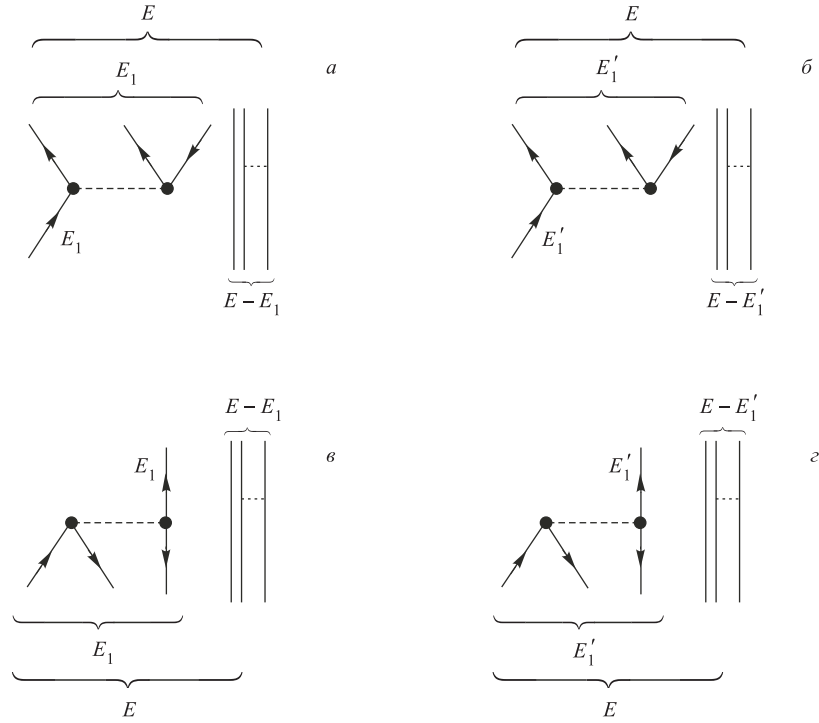


Рис. 15. Внутрядерные переходы: а, б) $n \rightarrow n + 2$ ($\Delta n = +2$); в, г) $n \rightarrow n - 2$ ($\Delta n = -2$)

гней $E_1(E'_1)$ (см. рис. 15) равна

$$P_1(E_1) = \frac{\omega(p-1, h, E-E_1)g}{\omega(p, h, E)}$$

либо

$$P_1(E') = \frac{\omega(p, h-1, E-E'_1)g}{\omega(p, h, E)}. \quad (82)$$

Плотность доступных состояний $\omega^+(p, h, E)$ определяется произведением $P_1(E)$ (либо $P_1(E'_1)$) на число возможных путей рассеяния частицы (дырки) с рождением пары частица-дырка, равное плотности соответствующих

3-экситонных состояний с энергией $E_1(E'_1)$:

$$\omega^+(p, h, E) = \frac{1}{\omega(p, h, E)} \left\{ \int_0^E dE_1 g \omega(p-1, h, E-E_1) \omega(2, 1, E_1) + \int_0^E dE'_1 g \omega(p, h-1, E-E'_1) \omega(1, 2, E'_1) \right\}. \quad (83a)$$

Используя (16), (81) и (83a), получаем

$$\omega^+(p, h, E) \simeq \frac{g^3(E - A_{p,h})^2}{2(n+1)}, \quad (83б)$$

$$\omega^-(p, h, E) \simeq \frac{gph(p+h-2)}{2}. \quad (83в)$$

В [37] в рамках статистического метода (метод Дарвина–Фаулера) в эквидистантном приближении с учетом принципа Паули получены аналитические (весьма громоздкие) выражения для $\omega^\pm(p, h, E)$, и в пренебрежении малыми членами они совпадают с (83б), (83в). Из полученных выражений для $\omega^\pm(p, h, E)$ в [37] следует, что можно для упрощения расчетов на первом этапе пренебречь учетом принципа Паули, а затем приближенно учесть в полученных соотношениях заменой $E \rightarrow [E - A_{p,h}]$.

В ЭМ вероятность в единицу времени вылета частицы $b = n, p, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$ с энергией ε_b из n -экситонного состояния определяется выражением (предполагается, что нет предварительно сформированных b -кластеров внутри ядра) [38, 39]

$$\lambda_b(p, h, E, \varepsilon_b) = \frac{2s_b + 1}{\pi^2 \hbar^3} m_b \varepsilon_b \sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_b) \frac{\omega(p-\ell, h, U) F(\ell, m, \varepsilon_b)}{\omega(p, h, E)}, \quad (84)$$

где $F(\ell, m, \varepsilon_b)$ — фактор формирования составной частицы b из ℓ возбужденных частиц и m нуклонов, находящихся ниже уровня Ферми. При этом необходимые плотности $\omega(p, h, E)$ и $\omega(p-\ell, h, U)$ в ЭМ вычисляются по соответствующим формулам, приведенным в пп. 1.1, 1.3 и 1.4.

2.2. Плотности доступных частично-дырочных состояний промежуточного и конечного ядер в СМКП и СМПП (однокомпонентная ферми-система). В СМКП при анализе реакции $A(a, b)B$, $a, b = p, n$, частичная ширина распада связанного n -экситонного состояния в выходной канал ($b \equiv \ell_b, s', J$) $\Gamma_{n,b}^{\uparrow(\Delta n)}(E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J)$ с $\Delta n = 0, \pm 2$ и релаксационная ширина

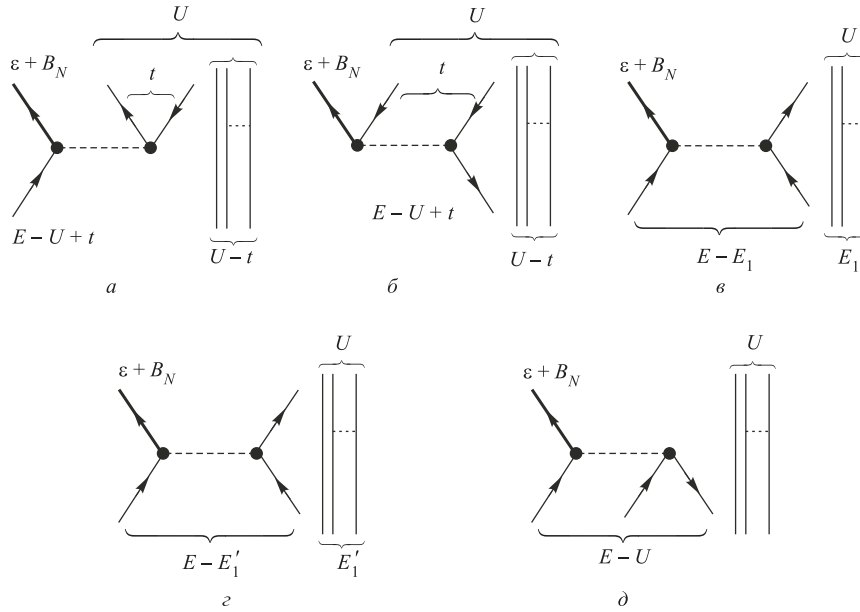


Рис. 16. Графики, описывающие СМКП и дающие вклады в переходы из n -й стадии в выходной канал (вылет нуклона) при $\Delta n = +2$ (а, б), $\Delta n = 0$ (в, г), $\Delta n = -2$ (д)

$\Gamma_n^\downarrow(E, J)$ определяются соотношениями [7–9]

$$\begin{aligned} \Gamma_{n,b}^{\uparrow(\Delta n)}(E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J) = \\ = 2\pi \langle |V^{(\Delta n)}(n, E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J)|^2 \rangle \omega_{f,b}^{B(\Delta n)}(p, h, U), \end{aligned} \quad (85a)$$

$$\Gamma_n^\downarrow(E, J) = 2\pi \langle |V(n, E, J)|^2 \rangle \omega^{B+}(p, h, E), \quad (85б)$$

где $\omega_{f,b}^{B(\Delta n)}(p, h, U)$ — плотность связанных частично-дырочных состояний конечного ядра с энергией возбуждения U , доступных при переходе в выходной канал (вылет вторичной частицы b) с $\Delta n = 0, \pm 2$ (рис. 16); $\omega^{B+}(p, h, E)$ — плотность связанных частично-дырочных состояний промежуточного ядра с энергией возбуждения E , доступных при внутриядерном переходе с $\Delta n = +2$ (см. рис. 15, а, б); $\langle |V^{(\Delta n)}(n, E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J)|^2 \rangle$, $\langle |V(n, E, J)|^2 \rangle$ — соответствующие квадраты матричных элементов двухчастичного остаточного взаимодействия, усредненные по начальным спиновым конфигурациям (n) и просуммированные по конечным ($n \pm \Delta n, \Delta n = 0, \pm 2$) с

соответствующими спиновыми функциями распределения $\{R(n, E, J)\}$ (см. (726)).

Продемонстрируем вывод формулы для $\omega_{f,N}^{B+}(p, h, U)$ (однокомпонентная ферми-система; без учета принципа Паули и эффекта спаривания).

Введем $W_{ph}^{p-a, h-b}(U)$ — вероятность того, что в процессе двухчастичного взаимодействия ($\Delta n = 0, \pm 2$) в промежуточном ядре (ph -состояние) невзаимодействующий экситонный кор в $(p-a)(h-b)$ -состоянии имеет энергию $U' \leq U$ [7]:

$$W_{ph}^{p-a, h-b}(U) = \frac{1}{p!h!\omega^B(p, h, E)} \int_0^U dU' \int_0^{S_0} du_1 \cdots du_p \times \\ \times \int_0^F du'_1 \cdots du'_h \left[\prod_{i=1}^p \omega^B(1, 0, u_i) \right] \left[\prod_{j=1}^h \omega^B(0, 1, u'_j) \right] \times \\ \times \delta \left(U' - \sum_{i=1}^{p-a} u_i - \sum_{j=1}^{h-b} u'_j \right) \delta \left(E - \sum_{i=p-a+1}^p u_i - \sum_{j=h-b+1}^h u'_j - U' \right), \quad (86a)$$

где

$$\omega^B(1, 0, u) \equiv \omega^B(1, 0, e = F + u) = \begin{cases} g, & e \leq S_0, \\ 0, & e' > F, \end{cases} \quad (86b) \\ \omega^B(0, 1, u') \equiv \omega^B(0, 1, e' = F - u') = \begin{cases} g, & e' \leq F, \\ 0, & e' > F. \end{cases}$$

При этом вероятность того, что невзаимодействующий экситонный кор имеет энергию U , определяется соотношением

$$P_{ph}^{p-a, h-b}(U) = \frac{d}{dU'} W_{ph}^{p-a, h-b}(U')|_{U'=U}. \quad (87)$$

Вклад графика, изображенного на рис. 16, а, в $\omega_{f,N}^{B+}(p, h, U)$ определяется интегралом от произведения трех сомножителей: числа возможных двухчастичных взаимодействий с $\Delta n = +2$ в ph -системе, равного p ; плотности связанных состояний рожденной $1p1h$ -пары с энергией t $\omega^B(1, 1, t)$ и вероятности $P_{ph}^{p-1, h}(U-t)$ того, что невзаимодействующий экситонный кор имеет энергию $U-t$. При этом

$$W_{ph}^{p-1, h}(U) = \frac{1}{\omega^B(p, h, E)p} \int_0^U dU' \omega^B(1, 0, U') \omega^B(p-1, h, U') \quad (88a)$$

и согласно (87)

$$\begin{aligned} P_{ph}^{p-1,h}(U-t) &= \frac{d}{dU'} W_{ph}^{p-1,h}(U')|_{U'=U-t} = \\ &= \frac{\omega^B(1,0,E-U+t)\omega^B(p-1,h,U-t)}{p\omega^B(p,h,E)}. \end{aligned} \quad (88б)$$

Используя (88б), для вклада графика рис. 16, а в $\omega_{f,N}^{B+}(p,h,U)$ находим

$$\begin{aligned} \omega_{f,N(a)}^{B+}(p,h,U) &= p \int_0^U dt \omega^B(1,1,t) P_{ph}^{p-1,h}(U-t) = \frac{1}{\omega^B(p,h,E)} \times \\ &\times \int_0^U dE_1 \omega^B(p-1,h,E_1) \omega^B(1,0,E-E_1) \omega^B(1,1,U-E_1). \end{aligned} \quad (88в)$$

Аналогично для графика рис. 16, б имеем

$$\begin{aligned} \omega_{f,N(b)}^{B+}(p,h,U) &= h \int_0^U dt \omega^B(0,2,t) P_{ph}^{p,h-1}(U-t) = \frac{1}{\omega^B(p,h,E)} \times \\ &\times \int_0^U dE'_1 \omega^B(p,h-1,E'_1) \omega^B(0,1,E-E'_1) \omega^B(0,2,U-E'_1). \end{aligned} \quad (88г)$$

Плотность доступных связанных состояний $\omega_{f,N}^{B+}(U)$ при $\Delta n = +2$ (вклады графиков рис. 16, а, б) определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \omega_{f,N}^{B+} &= \frac{1}{\omega^B(p,h,E)} \times \\ &\times \left\{ \int_0^U dE_1 \omega^B(p-1,h,E_1) \omega^B(1,0,E-E_1) \omega^B(1,1,U-E_1) + \right. \\ &\left. + \int_0^U dE'_1 \omega^B(p,h-1,E'_1) \omega^B(0,1,E-E'_1) \omega^B(0,2,U-E'_1) \right\}. \end{aligned} \quad (89)$$

Соответственно для $\omega_{f,N}^{B0}(p,h,E)$ при $\Delta n = 0$ (вклад графиков рис. 16, в, г) $\omega_{f,N}^{B-}(p,h,E)$ при $\Delta n = -2$ (вклад графиков рис. 16, д) и $\omega^{B+}(p,h,E)$

($\Delta n = +2$) (вклад графиков рис. 15, а, б) имеем

$$\begin{aligned} \omega_{f,N}^{B_0}(p, h, E) &= \frac{1}{2}p(p-1) \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \int_0^U dE_1 \omega^B(1, 0, U - E_1) P_{ph}^{p-2, h}(E_1) + \\ &+ ph \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \int_0^U dE'_1 \omega^B(0, 1, U - E'_1) P_{ph}^{p-1, h-1}(E'_1) = \\ &= \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \left\{ \int_0^U dE_1 \omega^B(p-2, h, E_1) \omega^B(2, 0, E - E_1) \omega^B(1, 0, U - E_1) + \right. \\ &\left. + \int_0^U dE'_1 \omega^B(p-1, h-1, E'_1) \omega^B(1, 1, E - E'_1) \omega^B(0, 1, U - E'_1) \right\}; \quad (90) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{f,N}^{B-}(p, h, U) &= \frac{1}{2}hp(p-1) P_{ph}^{p-2, h-1}(U) = \\ &= \frac{\omega^B(2, 1, E - U) \omega^B(p-2, h-1, U)}{\omega^B(p, h, E)}; \quad (91) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega^{B+}(p, h, E) &= p \int_0^E dE_1 \omega^B(2, 1, E_1) P_{ph}^{p-1, h}(E - E_1) + \\ &+ h \int_0^E dE'_1 \omega^B(1, 2, E'_1) P_{ph}^{p, h-1}(E - E'_1) = \\ &= \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \left\{ \int_0^E dE_1 \omega^B(2, 1, E_1) \omega^B(1, 0, E_1) \omega^B(p-1, h, E - E_1) + \right. \\ &\left. + \int_0^E dE'_1 \omega^B(1, 2, E'_1) \omega^B(0, 1, E'_1) \omega^B(p, h-1, E - E'_1) \right\}. \quad (92) \end{aligned}$$

В (89)–(92) плотности $\{\omega^B(p, h, E)\}$ в общем случае рассчитываются по формулам (24б) либо (28) (без учета эффекта спаривания) или (35) либо (36) (с учетом эффекта спаривания). При вычислениях $\{\omega^B(p, h, E)\}$ по формуле

(24б) для $F = \infty, S_0 = \infty$ при соответствующей оценке интегралов в (89)–(92) в [40] получены аналитические выражения для $\omega_{f,N}^{(\Delta n)}(p, h, U)$ (ниже приведены расчетные формулы для наиболее важных переходов $\Delta n = 0, +2$):

$$\omega_{f,N}^+(p, h, U) = (p+h) \frac{1}{n} g^2 (E - A_{p,h}) \left(\frac{U - A_{p,h+1}}{E - A_{p,h}} \right)^n, \quad (93a)$$

$$\omega_{f,N}^0(p, h, U) = \left(\frac{p(p-1)}{2} + ph \right) g \left(\frac{U - A_{p-1,h}}{E - A_{p,h}} \right)^{n-2}, \quad (93б)$$

$$\omega^+(p, h, E) = \frac{g^3 (E - A_{p+1,h+1})}{2(n+1)}. \quad (93в)$$

Соответствующие аналитические выражения для $\omega_{f,N}^{B(\Delta n)}(p, h, U), \Delta n = 0, \pm 2$ и $\omega^{B+}(p, h, E)$ приведены при $F = \infty; S_0 = B; A_{p,h} = 0$ в [41] и $F < \infty; S_0 = B; A_{p,h} = 0$ в [18]. Примеры расчетов $\omega_{f,N}^{B(\Delta n)}(p, h, U)$ и $\omega_{f,N}^{(\Delta n)}(p, h, U)$ в СМКП (ядро ^{93}Nb) [41] при $E = 25$ МэВ; $n = 3(2p1h), n = 5(3p2h), n = 7(4p3h); \Delta n = 0, \pm 2; F = \infty; B = 8,8$ МэВ, $\infty; A_{p,h} = 0$ приведены на рис. 17, 18. Примеры расчетов $\omega_{f,N}^{B(\Delta n)}(p, h, U)$ [18] при $E = 25$ МэВ;

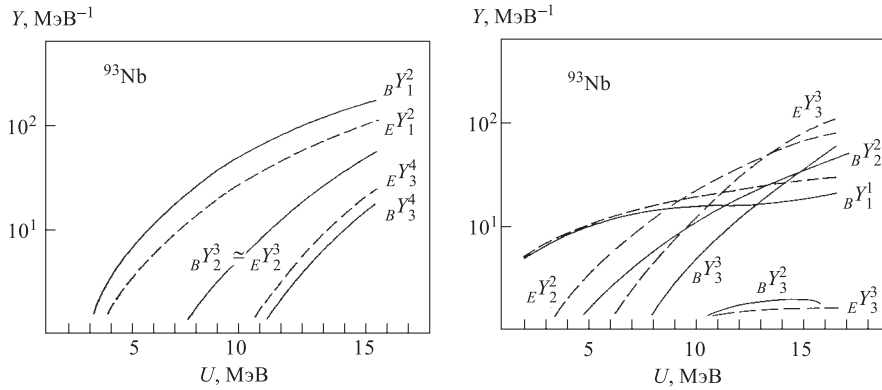


Рис. 17. Плотности доступных частично-дырочных состояний конечного ядра в СМКП ($^{93}\text{Nb}(N, N')$) при $\Delta n = +2$ ($\Delta k = +1$) [41]: штриховая кривая — $\omega_{f,N}^+(p, h, U) \equiv E Y_k^{k+1}(U)$ при $F = \infty, S_0 = B = \infty$; сплошная — $\omega_{f,N}^{B+}(p, h, U) \equiv B Y_k^{k+1}(U)$ при $F = \infty, S_0 = B = 8,8$ МэВ для $E = 25$ МэВ, $g = 7,1$ МэВ $^{-1}$

Рис. 18. Плотности доступных частично-дырочных состояний конечного ядра в СМКП ($^{93}\text{Nb}(N, N')$) при $\Delta n = 0, -2$ ($\Delta k = 0, -1$) [41]: штриховая кривая — $\omega_{f,N}^0(p, h, U) \equiv E Y_k^k(U)$, $\omega_{f,N}^-(p, h, U) \equiv E Y_k^{k-1}(U)$ при $F = \infty, S_0 = B = 8,8$ МэВ для $E = 25$ МэВ, $g = 7,1$ МэВ $^{-1}$

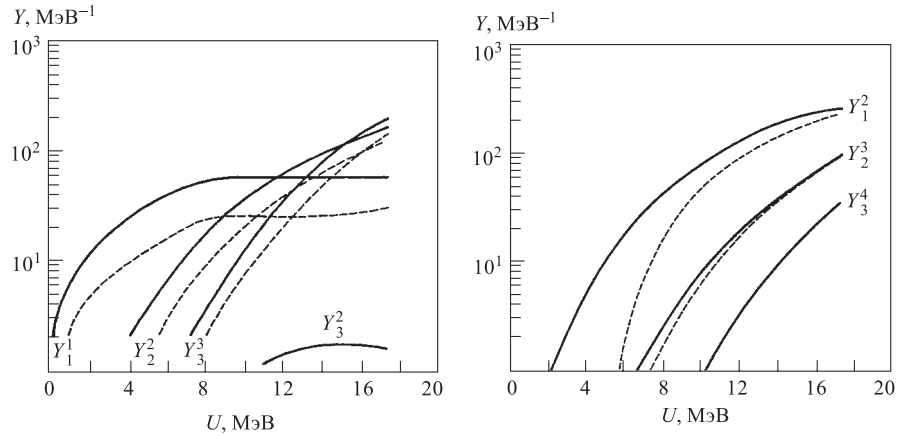


Рис. 19. Плотности доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра при $\Delta k = 0, -1$ в СМКП ($k = 1 - 4$) [18]. $\omega_{f,N}^{B0}(p, h, U) \equiv Y_k^k(U)$, $\omega_{f,N}^{B-}(p, h, U) \equiv Y_k^{k-1}(U)$: сплошная кривая — $F > E$, $F = 32$ МэВ; штриховая — $F < E$, $F = 20$ МэВ (для $E = 25$ МэВ, $g = 8$ МэВ $^{-1}$, $S_0 = B = 8$ МэВ)

Рис. 20. Плотности доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра при $\Delta k = +1$ в СМКП [18]: сплошная кривая — $\omega_{f,N}^{B+}(p, h, U) \equiv Y_k^{k+1}(U)$, $F > E$; штриховая — $\omega_{f,N}^{B+}(p, h, U) \equiv Y_k^{k+1}$, $F < E$ (другие обозначения см. рис. 19)

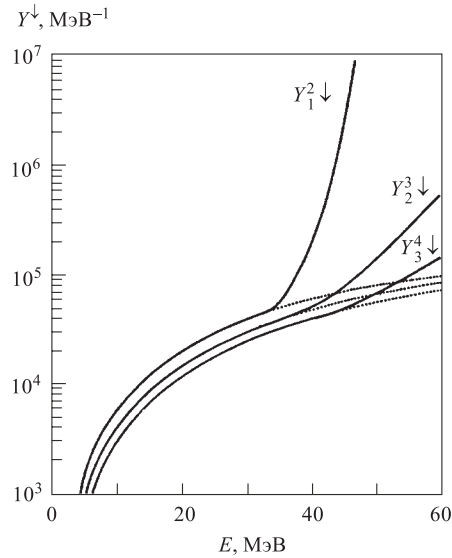


Рис. 21. Плотности доступных связанных частично-дырочных состояний промежуточного ядра в СМКП ($\Delta k = +1, k = 1 - 3$) [18]: сплошная кривая — $\omega^{B+}(p, h, E) \equiv Y_k^{k+1\downarrow}(E)$, $F = 32$ МэВ; точечная — $\omega^{B+}(p, h, E) \equiv Y_k^{k+1\downarrow}(E)$, $F = \infty$ (для $g = 8$ МэВ $^{-1}$, $S_0 = B = 8$ МэВ)

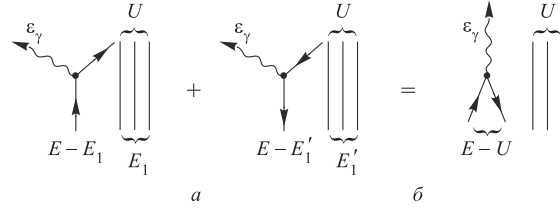


Рис. 22. Графики, описывающие СМКП и дающие вклады в переходы из связанных промежуточных состояний с n экситонами в выходной канал (вылет γ -кванта) при $\Delta n = 0$ (а) и $\Delta n = -2$ (б)

$n = 3(2p1h)$, $n = 5(3p2h)$, $n = 7(4p3h)$; $\Delta n = 0, \pm 2$; $F = 20; 32$ МэВ; $S_0 = B = 8$ МэВ; $A_{p,h} = 0$; $g = 8$ МэВ $^{-1}$ приведены на рис. 19, 20 и $\omega^{B+}(p, h, E)$ [18] при $F = 32$ МэВ; $B = 8$ МэВ; $g = 8$ МэВ $^{-1}$ на рис. 21.

Плотности доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра в случае эмиссии γ -кванта $\omega_{f,\gamma}^{B(\Delta n)}(p, h, U)$ с $\Delta n = 0, -2$ определяются графиками, приведенными на рис. 22. Вклады графиков рис. 22, а в плотность $\omega_{f,\gamma}^{B0}(p, h, U)$ ($\Delta n = 0$) определяются соотношением

$$\begin{aligned} \omega_{f,\gamma}^{B0}(p, h, U) &= p \int_0^U dE_1 \omega^B(1, 0, U - E_1) P_{ph}^{p-1, h}(E_1) + \\ &+ h \int_0^U dE'_1 \omega^B(0, 1, U - E'_1) P_{ph}^{p, h-1}(E'_1) = \\ &= \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \left\{ \int_0^U dE_1 \omega^B(p-1, h, E_1) \omega^B(1, 0, U - E_1) \omega^B(1, 0, E - E_1) + \right. \\ &\left. + \int_0^U dE'_1 \omega^B(p, h-1, E'_1) \omega^B(0, 1, U - E'_1) \omega^B(0, 1, E - E'_1) \right\}. \quad (94a) \end{aligned}$$

Вклад графика рис. 22, б в плотность $\omega_{f,\gamma}^{B-}(p, h, U)$ ($\Delta n = -2$) определяется соотношением

$$\begin{aligned} \omega_{f,\gamma}^{B-}(p, h, U) &= ph P_{ph}^{p-1, h-1}(U) = \\ &= \frac{\omega^B(p-1, h-1, U) \omega^B(1, 1, E - U)}{\omega^B(p, h, E)}. \quad (94б) \end{aligned}$$

При $F = \infty$, $S_0 = B$ расчетная формула (94а) имеет вид [42]

$$\omega_{f,\gamma}^{B_0}(p, h, U) = \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \left\{ \frac{g^2}{n-1} [\omega^B(p-1, h, U) - \omega^B(p-1, h, E-B)] + \frac{g^2}{n-1} \omega^B(p, h-1, U) \right\}. \quad (95)$$

Плотности доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра в СМКП в случае эмиссии составной частицы $b = d, t, {}^3\text{He}, \alpha$ $\omega_{f,b}^{B(\Delta n)}(p, h, U)$ с $\Delta n = 0, \pm 2$ определяются соответствующими графиками (аналогично графикам рис. 16). Так, например, $\omega_{f,b}^{B+}(p, h, U)$ ($\Delta n = +2$) определяется соотношением (формирование составной частицы b из b возбужденных частиц (механизм коалесценции))

$$\begin{aligned} \omega_{f,b}^{B+}(p, h, U) = & C_p^b \int_0^U dt \omega^B(1, 1, t) P_{ph}^{p-b, h}(U-t) + \\ & + C_p^{b-1} C_h^1 \int_0^U dt \omega^B(0, 2, t) P_{ph}^{p-b+1, h-1}(U-t) = \frac{1}{\omega^B(p, h, E)} \times \\ & \times \left\{ \int_0^U dE_1 \omega^B(p-b, h, E_1) \omega^B(b, 0, E-E_1) \omega^B(1, 1, U-E_1) + \right. \\ & \left. + \int_0^U dE'_1 \omega^B(p-b+1, h-1, E'_1) \times \right. \\ & \left. \times \omega^B(b-1, 1, E-E'_1) \omega^B(0, 2, U-E'_1) \right\}. \quad (96) \end{aligned}$$

При учете механизма m -подхвата — формирование составной частицы b из ℓ возбужденных частиц ($\ell > F$) и m нуклонов ниже уровня Ферми ($m < F$) [39] — соответствующая плотность доступных связанных частично-дырочных состояний $\omega_{f,\ell}^{B+}(p, h, U)$ определяется выражением (96) с заменой $b \rightarrow \ell$ [9]. Соответствующие выражения для $\omega_{f,\ell}^{B_0-}(p, h, U)$ приведены в [9]. Важной особенностью СМКП [7] является использование в отличие от ЭМ для равновесной стадии (r) с числами экситонов $n \geq \bar{n}$, где \bar{n} — наиболее вероятное значение числа экситонов при достижении равновесного состояния $\bar{n} = 1, 09\sqrt{gE}$ [15], соотношения $\Gamma_n(E, J) = \Gamma_n^\dagger(E, J)$ для $n \geq \bar{n}$. При этом вклады всех стадий с $n < \bar{n}$ в СМКП определяют неравновесную эмиссию

вторичных частиц. Парциальная распадная ширина $\Gamma_r^\dagger(E, J)$ (равновесная эмиссия) в СМКП определяется соотношением (см. (856))

$$\begin{aligned} \Gamma_{r,b}^\dagger(E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J) &= \\ &= \sum_{n=\bar{n}}^{\infty} \sum_{\Delta n} X_{nJ} \Gamma_n^{\dagger(\Delta n)}(E, \varepsilon_b, \ell_b, s', J) \omega_{f,b}^{B(\Delta n)}(p, h, U), \end{aligned} \quad (97)$$

где

$$X_{nJ} = \frac{\omega^B(p, h, E, J)}{\sum_{n=\bar{n}}^{\infty} \omega^B(p, h, E, J)}. \quad (98)$$

Формула (97) для равновесной стадии (r) эквивалентна формуле Хаузера–Фешбаха (ХФ) [43]. Подтверждением этого являются примеры расчетов в [42] полных парциальных ширин $\Gamma_r^\dagger(E, J)$ (r — равновесная стадия) и $\Gamma^\dagger(E, J)$ (по формуле ХФ (испарение)) для ядер ^{60}Co , ^{94}Nb и ^{182}Ta (см. рис. 23).

В СМПП [7] предполагается, что быстрая (лидирующая) промежуточная частица (нуклон) в континууме взаимодействует со связанным нуклоном ядра с рождением $1p1h$ -пары (переход $n-2 \rightarrow n(k-1 \rightarrow k)$), при этом плотность доступных связанных состояний остаточного ядра (k -я стадия) принимается равной

$$\omega^{Bf}(n, n, U_n) = \omega^B(1, 1, E_{k-1} - E_k). \quad (99)$$

В соответствии со схемой многоступенчатого механизма СМПП энергетически усредненное КСПП-сечение ядерной реакции $A(a, b)B$ (m -подхват) определяется выражением [7, 9]

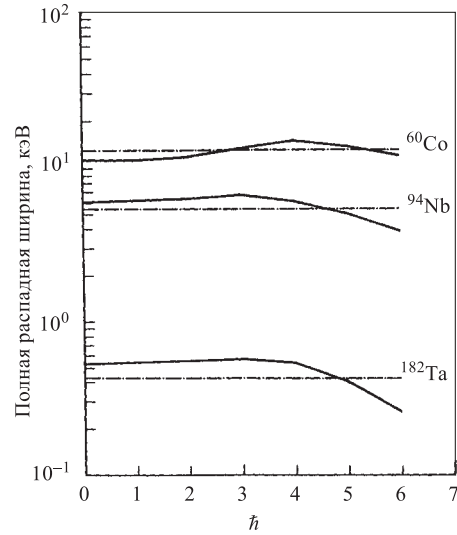


Рис. 23. Полная распадная ширина (r -стадия) для промежуточных ядер ^{60}Co ($E = 21,3$ МэВ), ^{94}Nb ($E = 21,1$ МэВ) и ^{182}Ta ($E = 20,0$ МэВ) [43]: сплошная кривая — расчеты в СМКП (r -стадия); штрихпунктирная — расчеты по формуле ХФ (испарение)

$$\frac{d^2 \sigma_{ab}^{\text{КСПП}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \omega_{k(\ell)}^{Bf}(U) \sum_{J, J_1, \dots, J_k} (2J_1 + 1) R(2, J_1) \dots$$

$$\dots (2J_k + 1) R(2, J_k) \left\langle \frac{d\sigma_{ab}^{\text{КСПП}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b, J_1, \dots, J_k, J)}{d\Omega_b} \right\rangle, \quad (100)$$

где $\omega_{k(\ell)}^{Bf}(U)$ — плотность доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра при переходе $\Delta n = +2$ в выходной канал с формированием составной частицы b из возбужденных частиц ($\ell > F$) и m нуклонов ниже уровня Ферми (m -подхват). В частности, для реакции (N, b) (m -подхват, начальная конфигурация $2p1h$) $\omega_{k(\ell)}^{Bf}(U)$ определяются выражениями

$$\omega_{1(\ell)}^{Bf}(U) = \begin{cases} \omega^B(2 - \ell, 1, U), & \ell = 1, 2, \\ 0, & \ell > 2, \end{cases}$$

$$\omega_{2(1)}^{Bf}(U) = \int_0^U dE_1 \omega^B(1, 1, U - E_1) \omega^B(1, 1, E_1),$$

$$\omega_{2(2)}^{Bf}(U) = \int_0^U dE_1 \omega^B(1, 1, U - E_1) \omega^B(0, 1, E_1) +$$

$$+ \int_0^U dE_1 \omega^B(0, 1, U - E_1) \omega^B(1, 1, E_1),$$

$$\omega_{2(3)}^{Bf}(U) = \int_0^U dE_1 \omega^B(0, 1, U - E_1) \omega^B(0, 1, E_1).$$
(101)

Аналогичные выражения нетрудно получить для $k = 3$ ($\ell = 1, 2, 3$) и т. д. На рис. 24 приведены примеры расчетов $\omega_{k(\ell)}^{Bf}(U)$ в СМПП для реакции захвата медленных π^- -мезонов ядром ^{59}Co (начальная конфигурация $2p2h$) с испусканием протона (рис. 24, а) и дейтрона (рис. 24, б).

2.3. Плотности доступных частично-дырочных состояний (двухкомпонентная ферми-система). Для двухкомпонентной ферми-системы (протоны (π) и нейтроны (ν)) плотности

$$\omega_{f,\ell}^{B(\Delta n)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)$$

в СМКП в случае эмиссии составной частицы b (m -подхват) определяются соответствующими графиками в (π, ν) -представлении (аналогич-

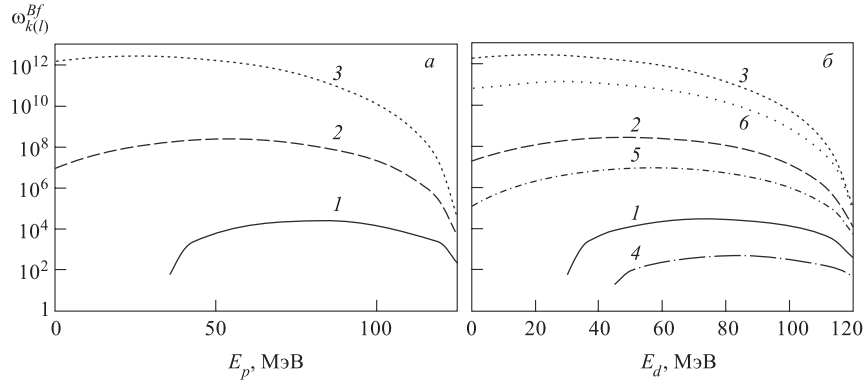


Рис. 24. Плотности $\omega_{k(\ell)}^{Bf}(U)$ в СМПП для реакций $^{59}\text{Co}(\pi^-, p)$ (а) и $^{59}\text{Co}(\pi^-, d)$ (б): а) при $(k, \ell) = (1, 1); (2, 1); (3, 1)$ (кривые 1–3 соответственно); б) при $(k, \ell) = (1, 1); (2, 1); (3, 1); (1, 2); (2, 2); (3, 2)$ (кривые 1–6 соответственно) (для $g = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$, $F = 40 \text{ МэВ}$, $S_0 = 15 \text{ МэВ}$)

ными по структуре графикам рис. 16). Для каждого графика в (π, ν) -представлении вычисляется (в приближении $V_{\pi\pi} = V_{\pi\nu}$) соответствующая плотность $\omega_{f,\ell}^{B(\Delta n)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)$, при этом каждому графику соответствует определенный фактор формирования ($m = m_\pi + m_\nu$ -подхват) составной частицы $b = Z_b + N_b F^b(\ell_\pi, \ell_\nu, m_\pi, m_\nu, \varepsilon_b)$, причем $\ell_\pi + m_\pi = Z_b, \ell_\nu + m_\nu = N_b$.

Аналогично в соответствии со схемой СМПП (m -подхват) каждому графику в (π, ν) -представлении соответствует плотность $\omega_{k(\ell)}^{Bf}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)$, определяемая формулой типа (101) при учете разделения на протоны (π) и нейтроны (ν) с заменой $\omega^B(1, 1, E_1)$ на двухкомпонентную плотность $1p1h$ -состояний $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E_1)$ в каждой вершине взаимодействия ($V_{\pi\nu} = V_{\nu\pi}$ или $V_{\pi\pi} = V_{\nu\nu}$).

В ЭМ в соответствии со схемой многоступенчатого процесса (с $\Delta n_\pi = +2$ и $\Delta n_\nu = +2$) и в предположении, что плотности частично-дырочных состояний определяются выражением (16), вероятность внутриядерного перехода ($\Delta n_\pi = +2$) в единицу времени для двухкомпонентной ферми-системы ($g_\pi = g_\nu = g/2$) определяется выражением (при $V_{\pi\nu} \neq V_{\pi\pi}$)

$$\lambda_\pi^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = \frac{2\pi g^3 (E - A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu})^2}{\hbar 8n(n+1)} \times \left[\langle |V_{\pi\pi}(E)|^2 \rangle \frac{n_\pi}{2} + \langle |V_{\pi\nu}|^2 \rangle n_\nu \right]. \quad (102)$$

Аналогичное выражение получаем для $\lambda_\nu^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ с $\Delta n_\nu = +2$ с заменой в (102) $V_{\pi\pi} \rightarrow V_{\nu\nu}, n_\pi \rightarrow n_\nu$. При $V_{\pi\pi} = V_{\pi\nu} = V$

$$\begin{aligned}\lambda^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) &= \lambda_\pi^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) + \lambda_\nu^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = \\ &= \frac{2\pi}{\hbar} \langle |V(E)|^2 \rangle \omega^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E),\end{aligned}\quad (103a)$$

где

$$\omega^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E) = \frac{3}{8} \frac{g^3 (E - A_{p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu})^2}{2(n+1)}.\quad (103б)$$

Вероятность вылета протона (π) в ЭМ (двухкомпонентная ферми-система) определяется выражением (см. (84))

$$\begin{aligned}\lambda_\pi(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E, \varepsilon_\pi) &= \\ &= \frac{(2s_\pi + 1)}{\pi^2 \hbar^3} \varepsilon_\pi \sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_\pi) \frac{\omega(p_\pi - 1, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)}{\omega(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)}.\end{aligned}\quad (104)$$

Аналогичное выражение имеем для вылета нейтрона (ν) $\lambda_\nu(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E, \varepsilon_\nu)$ с заменой в (104) $\varepsilon_\pi \rightarrow \varepsilon_\nu, s_\pi \rightarrow s_\nu, p_\pi - 1 \rightarrow p_\pi, p_\nu \rightarrow p_\nu - 1$.

Двухкомпонентная вероятность вылета протона (нейтрона) $\lambda_{\pi(\nu)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E, \varepsilon_{\pi(\nu)})$ (104) сводится к эффективной однокомпонентной вероятности вылета протона (нейтрона) [44, 45] (что значительно упрощает вычисления):

$$\begin{aligned}\lambda_{\pi(\nu)}(p, h, E, \varepsilon_{\pi(\nu)}) &= \\ &= \frac{(2s_{\pi(\nu)} + 1)}{\pi^2 \hbar^3} \varepsilon_{\pi(\nu)} \sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_{\pi(\nu)}) K^{\pi(\nu)}(p, h) \frac{\omega(p-1, h, U)}{\omega(p, h, E)},\end{aligned}\quad (105)$$

где $K^{\pi(\nu)}(p, h)$, например, для реакции $(p, N), N = n(\equiv \nu), p'(\equiv \pi)$, определяются соотношениями

$$\begin{aligned}K^\pi(2, 1) &= \{(\omega(1, 1, 0, 0, U) + \omega(0, 0, 1, 1, U))/(\omega(2, 1, 0, 0, E) + \\ &\quad + \omega(1, 0, 1, 1, E))\}/(\omega(1, 1, U)/\omega(2, 1, E)); \\ K^\nu(2, 1) &= \{(\omega(1, 0, 0, 1, U) + \omega(0, 0, 1, 1, U))/(\omega(2, 1, 0, 0, E) + \\ &\quad + \omega(1, 0, 1, 1, E))\}/(\omega(1, 1, U)/\omega(2, 1, E)); \\ K^\pi(3, 2) &= \{(\omega(2, 2, 0, 0, U) + \omega(1, 1, 1, 1, U) + \\ &\quad + \omega(0, 0, 2, 2, U))/(\omega(3, 2, 0, 0, E) + \omega(2, 1, 1, 1, E) + \\ &\quad + \omega(1, 0, 2, 2, E))\}/(\omega(2, 2, U)/\omega(3, 2, E))\end{aligned}\quad (106)$$

и т.д. При $g_\pi = g_\nu = g/2, A_{p,h} = 0$ из (106) получим $K^\pi(2, 1) = 1,333; K^\nu(2, 1) = 0,667; K^\pi(3, 2) = 1,2$ и т.д., причем $K^\pi(p, h) + K^\nu(p, h) = 2$. В рамках данного подхода в ЭМ можно определить факторы $K^b(p, h)$ (эмиссия

составной частицы b (см. (84)). Подобный фактор $R_b(p)$ был предложен в рамках комбинаторного метода в [46], и соответствующий модифицированный фактор $Q_b(p)$ в [47]:

$$Q_b(p) = \left(\frac{A}{Z}\right)^{Z_b} \left(\frac{A}{N}\right)^{N_b} \frac{Z_b! N_b!}{b!} R_b(p), \quad (107)$$

при этом эффективная однокомпонентная вероятность вылета составной частицы b имеет вид

$$\lambda_b(p, h, E, \varepsilon_b) = \frac{2s_b + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu_b \varepsilon_b \sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_b) Q_b(p) \frac{\omega(p-b, h, U)}{\omega(p, h, E)}. \quad (108)$$

В СМКП (в предположении, что $\omega(p, h, E)$ выражается формулой (16)) двухкомпонентные плотности $\omega_{f,N}^{(\Delta n)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)$ в случае эмиссии нуклона ($N = p(\equiv \pi), n(\equiv \nu)$) определяются при $g_\pi = g_\nu = g/2$ выражениями, приведенными в [40], в частности, для $\Delta n = 0, +2, A_{p,h} = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \omega_{f,\pi}^+(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U) &= \\ &= \left\{ p_\pi z_0 + p_\pi u_0 + p_\nu z_0 + \frac{h_\pi z_0}{2} + h_\nu z_0 \right\} \frac{1}{n} \left(\frac{g}{2}\right)^2 E \left(\frac{U}{E}\right)^n, \\ \omega_{f,\pi}^0(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U) &= \left\{ \frac{p_\pi(p_\pi - 1)}{2} + p_\pi h_\pi + p_\nu h_\nu + p_\pi h_\nu \right\} \left(\frac{g}{2}\right) \times \\ &\times \left(\frac{U}{E}\right)^{n-2} \left[(n-1) - (n-2) \frac{U}{E} \right], \end{aligned} \quad (109)$$

где $z_0 = Z/A$; $u_0 = N/A$; $p_\pi = Z_a + h_\pi$; $p_\nu = N_a + h_\pi$; $h_\nu = h - h_\pi$; $p = Z_a + N_a + h$; $Z_a(N_a)$ — число протонов (нейтронов) в падающей частице a .

Двухкомпонентная плотность, например $\omega_{f,\pi}^{(\Delta n)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U)$, сводится к эффективной однокомпонентной плотности $\omega_{f,\pi}^{(\Delta n)}(p, h, U)$, если использовать процедуру, предложенную в [48]:

$$\omega_{f,\pi}^{(\Delta n)}(p, h, U) = \sum_{h_\pi=0}^h \binom{h}{h_\pi} z_0^{h_\pi} u_0^{h-h_\pi} \omega_{f,\pi}^{(\Delta n)}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, U). \quad (110)$$

Окончательно для эффективной однокомпонентной плотности $\omega_{f,\pi}^{(\Delta n)}(p, h, U)$, $\Delta n = 0, +2$, получим

$$\omega_{f,\pi}^{(+)}(p, h, U) = A_{f,\pi}^{(+)}(p, h) \omega_{f,N}^{(+)}(p, h, U), \quad (111a)$$

где

$$A_{f,\pi}^+(p, h) = \left[Z_a + (n + h - Z_a - \frac{3h}{2}z_0) \frac{z_0}{4n} \right]; \quad (111б)$$

$$A_{f,\pi}^0(p, h) = \frac{[Z_a(n - hz_0 - (1 + Z_a)/2) + (n - 1 + ((1 + h)/2)z_0) - hz_0]}{2[p(h + (p - 1)/2)]}. \quad (111в)$$

Формулы для $\omega_{f,\pi(\nu)}^{(\Delta n)}(p, h, U)$ в СМКП легко обобщаются на случай входной конфигурации $(p_\pi^0, h_\pi^0, p_\nu^0, h_\nu^0)$ для реакций (γ, N) , (π^-, N) и (μ^-, N) [49]. Реальные двухкомпонентные вычисления в рамках СМКП (или ЭМ) являются наиболее последовательными и корректными (но весьма громоздкими), поэтому практически выполняются однокомпонентные вычисления (с введением факторов типа $K^b(p, h)$ или $Q_b(p)$ в ЭМ, или $A_{f,b}^{(\Delta n)}(p, h)$ в СМКП).

3. УЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ РЕАЛИСТИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ ОДНОЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПЛОТНОСТЕЙ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДРА

В атомных ядрах спектр одночастичных состояний в потенциальной яме не является эквидистантным. Вклад связанных одночастичных состояний $g^B(\varepsilon)$ в реалистическую одночастичную плотность $g(\varepsilon)$ определяется выражением

$$g^B(\varepsilon) = \frac{I}{\pi} \sum_{\nu} \left[\frac{1}{(\varepsilon - \varepsilon_{\nu})^2 + I^2} \right] \xrightarrow{I \rightarrow 0} \sum_{\nu} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\nu}), \quad (112а)$$

где ε_{ν} — энергия связанного ($\varepsilon_{\nu} < 0$) одночастичного состояния, определяемая из решения уравнения

$$\hat{H}_{об} \varphi_{\nu}^B = \varepsilon_{\nu} \varphi_{\nu}^B; \quad (112б)$$

$\hat{H}_{об} = \hat{\mathbf{p}}^2/2m + U(r)$ — одночастичный оболочечный гамильтониан (среднее поле), причем ε_{ν} отсчитывается от нуля потенциальной ямы ($U(\infty)$); I — интервал усреднения $I \ll \hbar\omega$; $\hbar\omega$ — расстояние между оболочками ядра.

Вклад одночастичных состояний в непрерывном спектре ($\varepsilon > 0$) (в основном, вклад резонансных состояний) $g^u(\varepsilon)$ определяется следующим выражением [50–52]:

$$g^u(\varepsilon) = \sum_{\ell, j} \frac{2j + 1}{\pi} \frac{d\delta_{\ell j}(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \quad (112в)$$

где $\delta_{\ell j}(\varepsilon)$ — фаза рассеяния [51]. При этом

$$g(\varepsilon) = g^B(\varepsilon) + g^u(\varepsilon). \quad (112г)$$

Пусть система ферми-частиц (ядро) заключена в сферу радиуса R_{\max} (ядро в ограниченном объеме $\Omega = 4\pi/3R_{\max}^3$ или в потенциальной яме с бесконечными стенками $U(r > R_{\max}) = \infty$), тогда возможен только дискретный набор значений вектора импульса \mathbf{K} (дискретизация континуума). При $\Omega \rightarrow \infty$ вернемся к свободному движению частиц в неограниченном пространстве (континууме). В квантово-механическом подходе (ядро в ограниченном объеме Ω ; $\{\varepsilon_\lambda\}$ — набор энергий одночастичных состояний в потенциальной яме с бесконечными стенками) реалистическая плотность одночастичных состояний $g(\varepsilon)$ определяется соотношением [53]

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int d^3\mathbf{r} [\Im G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'} \xrightarrow{I \rightarrow 0} \sum_{\lambda} \delta(\varepsilon_\lambda - \varepsilon), \quad (113а)$$

где одночастичная функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)$ находится из решения уравнения

$$(\varepsilon - \hat{H}_{\text{об}} + iI)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (113б)$$

при этом функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)$ допускает билинейное разложение по собственным функциям $\{\varphi_\lambda(\mathbf{r})\}$ гамильтониана $\hat{H}_{\text{об}}$:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI) = \sum_{\lambda} \frac{\varphi_\lambda^+(\mathbf{r})\varphi_\lambda(\mathbf{r}')}{\varepsilon_\lambda - \varepsilon + iI}. \quad (113в)$$

Соответствующая реалистическая плотность $g(\varepsilon)$ для конечной потенциальной ямы ($U(r > R_{\max}) = 0, \Omega \rightarrow \infty$) при $\varepsilon > 0$ должна быть скорректирована вычитанием из (113в) вклада одночастичных состояний свободного ферми-газа [53]:

$$g_f(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int d\mathbf{r} [\Im G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}, \quad (114а)$$

где $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)$ находится из решения уравнения

$$\left(\varepsilon - \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + iI \right) G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (114б)$$

Таким образом, для конечной потенциальной ямы реалистическая одночастичная плотность связанных и резонансных состояний (см. (112г)) в данном квантово-механическом подходе определяется соотношением

$$g(\varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int d^3\mathbf{r} [\Im [G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI) - G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon + iI)]]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}'}. \quad (115)$$

Функции Грина G и G_0 вычисляются в рамках квантово-механического метода решения уравнений (113б) и (114б), предложенного в [54].

Из-за оболочечных эффектов (неоднородная структура одночастичного спектра) реалистическая одночастичная плотность $g(\varepsilon)$ резко изменяется с энергией ε , тогда $g(\varepsilon)$ запишем в виде суммы усредненной (гладкой) функции $g_s(\varepsilon)$, которая плавно изменяется в широкой области энергий, и резко осциллирующей функции $\delta g(\varepsilon)$:

$$g(\varepsilon) = g_s(\varepsilon) + \delta g(\varepsilon), \quad (116a)$$

причем параметр плотности одночастичных состояний a в формулах (19) и (23) связан именно с усредненной одночастичной плотностью $g_s(\varepsilon)$ соотношением ($g \equiv g_s(F)$)

$$a = \frac{\pi^2}{6} g_s(F), \quad (116б)$$

где уровень Ферми F отсчитывается от $U(\infty)$ ($F = -B$; B — энергия связи нуклона), при этом

$$\int_{U_0}^F d\varepsilon g_s(\varepsilon) = N \text{ (или } Z), \quad (116в)$$

где U_0 — глубина потенциальной ямы; $N(Z)$ — число нейтронов (протонов) в ядре.

Плотность одночастичных состояний $g_s(\varepsilon)$ находят путем усреднения реалистической плотности $g(\varepsilon)$ (116а) в энергетическом интервале, достаточно широком для того, чтобы сглаживались оболочечные эффекты.

Для определения $g_s(\varepsilon)$ в квантово-механическом подходе используется процедура усреднения (сглаживания), предложенная в [55]:

$$g_s(\varepsilon) = \int g(\varepsilon') F(\varepsilon - \varepsilon') d\varepsilon', \quad (117a)$$

где

$$F(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Gamma} e^{(-\varepsilon/\Gamma)^2} L_M^{1/2} \left(\left(\frac{\varepsilon}{\Gamma} \right)^2 \right), \quad (117б)$$

$L_M^{1/2}$ — полином Лагерра (в численных расчетах обычно используются $\Gamma = 1, 2\hbar\omega$ и $M = 2-4$).

Вычисление усредненной плотности одночастичных состояний $g_s(\varepsilon)$ для потенциальной ямы с бесконечными стенками (ядро в ограниченном объеме

Ω) нетрудно выполнить в квазиклассическом приближении — приближении Томаса–Ферми (ТФ) [56]:

$$g_s(\varepsilon) \equiv g_{\text{ТФ}}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int d^3\mathbf{r} (\varepsilon - U(r))^{1/2} H(\varepsilon - U(r)). \quad (118)$$

Для конечного потенциала $U(r)$ результат уравнения (118) корректируется вычитанием при $\varepsilon > 0$ одночастичной плотности свободного газа ферми-частиц в ограниченном объеме Ω в ТФ:

$$g_f(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \Omega \left(\frac{2m}{\hbar} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon}. \quad (119)$$

Проанализируем энергетическую зависимость $g_s(\varepsilon)$ для двух видов среднего поля $U(r)$ (ядро в объеме $\Omega = 4\pi/3 R_{\text{max}}^3$):

а) трапецидальный протонный (нейтронный) потенциал с бесконечными стенками

$$U_{\text{тр}}(r) = \begin{cases} U_0, & r < R - D, \\ \frac{1}{2}U_0 \left[1 - \frac{(r - R)}{D} \right], & R - D \leq r \leq R + D, \\ \infty, & r > R_{\text{max}} = R + D, \end{cases} \quad (120)$$

где U_0, R, D — параметры потенциала $U_{\text{тр}}(r)$;

б) протонный (нейтронный) потенциал Вудса–Саксона

$$U_{\text{ВС}}(r) = \begin{cases} \frac{U_0}{\{1 + \exp(r - R)/d\}}, & r \leq R_{\text{max}}, \\ \infty, & r > R_{\text{max}}, \end{cases} \quad (121)$$

где U_0, R, d — параметры потенциала $U_{\text{ВС}}(r)$, причем для протонов к (121) добавляется кулоновский потенциал.

Для $U_{\text{тр}}(r)$ (120) из (118) имеем

$$g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{тр}}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \times \\ \times \frac{4\pi(R - D)^3}{3} \sqrt{\varepsilon - U_0} \left[1 + 2x + \frac{8}{5}x^2 + \frac{16}{35}x^3 \right], \quad (122)$$

где $x = - \left[\frac{2D(\varepsilon - U_0)}{(R - D)U_0} \right]$. Для конечного потенциала $U_{\text{тр}}(r)$ (120) с $U_{\text{тр}}(r) = 0$ при $r > R + D$ для $\varepsilon > 0$ из соответствующего выражения $g_{\text{ТФ}}^{\text{тр}}(\varepsilon)$ (122) вычитается плотность одночастичных состояний свободного газа ферми-частиц

для $U_{\text{TP}}(r)$ в ограниченном объеме $\Omega = 4\pi/3(R+D)^3$ в ТФ:

$$g_f(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{4\pi(R+D)^3}{3} \varepsilon^{1/2} \left[1 + 2y + \frac{8}{5}y^2 + \frac{16}{35}y^3 \right], \quad (123)$$

где $y = [-2D\varepsilon/(R+D)U_0]$.

Для $U_{\text{BC}}(r)$ (121) усредненная одночастичная плотность $g_s(\varepsilon)$ определяется численными методами интегрирования соответствующего уравнения (118). На рис. 25 приведена одночастичная плотность $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ (протоны + нейтроны) для $U_{\text{TP}}(r)$ как функция энергии ε для ядра ^{40}Ca [57]; на рис. 26 — одночастичная плотность $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{BC}}(\varepsilon)$ (нейтроны) для ядра $A = 274$, $N = 168$ для $U_{\text{BC}}(r)$ [53].

Усредненная плотность одночастичных состояний $g_s(\varepsilon)$ для конечной потенциальной ямы при учете резонансных одночастичных состояний в континууме ($\varepsilon > 0$) (см. рис. 25, 26) уменьшается с ростом ε (эффект континуума). При этом одночастичная плотность $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ для $U_{\text{TP}}(r)$ (см. рис. 25) хорошо согласуется с $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{BC}}(\varepsilon)$ для $U_{\text{BC}}(r)$ (см. рис. 26), причем приближение ТФ для $g_{\text{ТФ}}(\varepsilon)$ практически совпадает с $g_s(\varepsilon)$ в квантово-механическом подходе (см. рис. 26), что и определяет достоверность расчета $g_s(\varepsilon)$ в приближении ТФ. Примеры расчетов в ЭМ $\lambda^+(p, h, E)$ с $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ (см. (80), (83)) и полной вероятности распада $\lambda^+(p, h, E) = \sum_b \int d\varepsilon_b \lambda(p, h, E, \varepsilon_b)$ (см. (84)) для ядра ^{40}Ca с учетом эффекта континуума приведены на рис. 27, причем плотности $\omega(p, h, E)$, входящие в (83) и (84), вычислялись по формуле (62а) с одночастичной плотностью $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ для $U_{\text{TP}}(r)$ (см. (122), (123)).

Результаты проведенных в [57] вычислений в ЭМ с $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ парциальных энергетических спектров эмиссии нуклонов из возбужденного

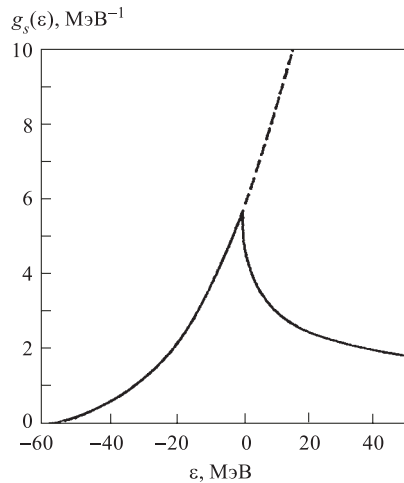


Рис. 25. Одночастичная плотность состояний $g_s(\varepsilon)$ (протоны + нейтроны) как функция энергии ε для ядра ^{40}Ca [57]: штриховая кривая — $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ для бесконечного $U_{\text{TP}}(r)$ (см. (122)); сплошная — $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{TP}}(\varepsilon)$ для конечного $U_{\text{TP}}(r)$ (см. (122), (123)). Параметры $U_{\text{TP}}(r)$: $U_0 = -54 + 33(t_3(N-Z))/A$ МэВ, $t_3 = 1(n)$, $t_3 = -1(p)$; $R = R_U/[1 + (d/R)^2]^{1/3}$, $R_U = 1,12A^{1/3} + 1,0$ фм, $D = \pi d$, $d = 0,7$ фм

Рис. 26. Одночастичная плотность состояний $g_s(\varepsilon)$ (нейтроны) как функция энергии ε для ядра с $A = 274$, $N = 168$ [53]: штриховая кривая — $g_s(\varepsilon) = g_{\text{ТФ}}^{\text{BC}}(\varepsilon)$ для конечного $U_{\text{BC}}(r)$ в приближении ТФ; сплошная — $g_s(\varepsilon) = g^{\text{BC}}(\varepsilon)$ для конечного $U_{\text{BC}}(r)$ (квантово-механический расчет (см. (115), (117)). Параметры $U_{\text{BC}}(r)$: $U_0 = -46,533$ МэВ, $R = 8,08$ фм, $d = 0,70$ фм, $R_{\text{max}} = R + 3\pi d$; параметры расчета $g_s(\varepsilon)$: $M = 2$, $\Gamma = 1,2\hbar\omega$, $\hbar\omega = 6,336$ МэВ, $I = \hbar\omega/300$ МэВ

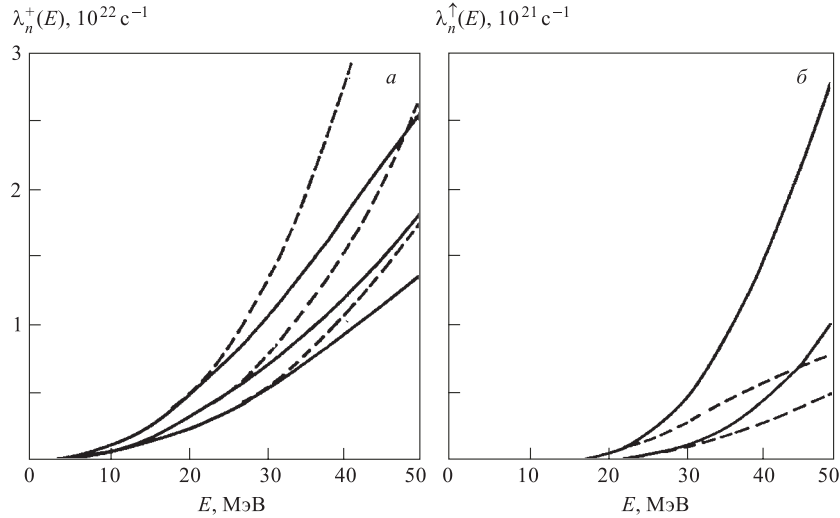
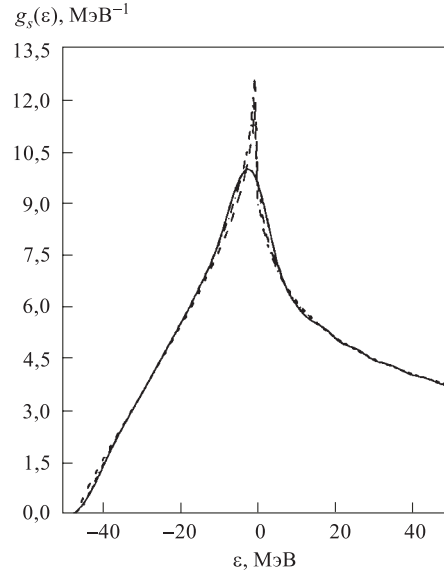


Рис. 27. Вероятность внутриядерного перехода $\lambda^+(p, h, E) \equiv \lambda_n^+(E)$ (а) и полная вероятность распада $\lambda^{\uparrow}(p, h, E) \equiv \lambda_n^{\uparrow}(E)$ (б) как функции энергии возбуждения для ядра ^{40}Ca ($n = p + h$: $2p1h$ (3), $3p2h$ (5), $4p3h$ (7)) [57]: сплошная кривая — для конечного $U_{\text{тр}}(r)$; штриховая — для бесконечного $U_{\text{тр}}(r)$. Параметры $U_{\text{тр}}(r)$ приведены в подписи к рис. 25; $\langle |V^2| \rangle = 3,8 \cdot 10^{-4}$ МэВ²

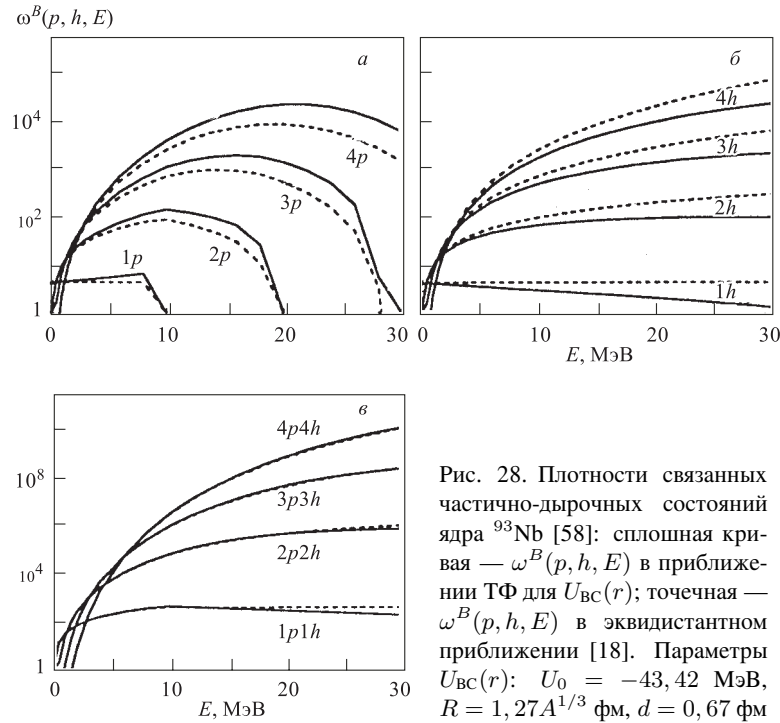


Рис. 28. Плотности связанных частично-дырочных состояний ядра ^{93}Nb [58]: сплошная кривая — $\omega^B(p, h, E)$ в приближении ТФ для $U_{\text{BC}}(r)$; точечная — $\omega^B(p, h, E)$ в эквидистантном приближении [18]. Параметры $U_{\text{BC}}(r)$: $U_0 = -43,42$ МэВ, $R = 1,27A^{1/3}$ фм, $d = 0,67$ фм

ядра ^{40}Ca при энергии возбуждения $E = 20, 50$ МэВ, а также $\lambda^+(p, h, E)$ (см. рис. 27, а) и $\lambda^\dagger(p, h, E)$ (см. рис. 27, б) показали, что учет энергетической зависимости усредненной одночастичной плотности $g_s(\varepsilon)$ для конечных одночастичных потенциалов $U(r)$ (эффект континуума) важен при энергиях возбуждения $E \geq 30$ МэВ и особенно при малом числе экситонов, при этом различие между спектрами, вычисленными для конечной потенциальной ямы ($U(r > R_{\text{max}}) = 0$) и бесконечной потенциальной ямы ($U(r > R_{\text{max}}) = \infty$), для данной энергии E уменьшается с ростом числа экситонов, причем с ростом E значимость энергетической зависимости $g_s(\varepsilon)$ (эффект континуума) возрастает. Примеры расчетов $\omega^B(p, h, E)$ в приближении ТФ [58] для ядра ^{93}Nb для $U_{\text{BC}}(r)$ приведены на рис. 28.

Используя соотношение (1166), определим параметр K_A следующим выражением:

$$K_A = \frac{A}{a} = (6/\pi^2)A/g_s(F).$$

Результаты вычисления K_A в приближении ТФ (рис. 26) как функции $A^{1/3}$ для спектра уровней в потенциале Вудса–Саксона приведены на рис. 29.

Из расчетов $g_s(\varepsilon) \equiv g_s(e)$ в ТФ для различных потенциалов $U(r)$ [53] следует, что энергетическая зависимость $g_s(e)$ описывается приближенным выражением $g_s(e) = C_\alpha e^\alpha$ при $e < F + B$ с $\alpha = 2$ (для потенциала гармонического осциллятора), $\alpha = 1$ (для потенциала Вудса–Саксона), $\alpha = 1/2$ (модель ферми-газа). При этом параметр K_A при условии, что полное число нуклонов ядра в основном состоянии равно (см. (116в)) $A = \int_0^F g_s(e) de$, определяется соотношением

$$K_A = \left(\frac{6}{\pi^2} \right) \left[\frac{F}{(1 + \alpha)} \right],$$

причем для $F = 40$ МэВ $K_A = 8$ ($\alpha = 2$); 12 ($\alpha = 1$); 16 ($\alpha = 1/2$) МэВ (см. рис. 29 (потенциал Вудса–Саксона, $\alpha = 1$)).

Из анализа ядерных резонансов и испарительного спектра получено значение $K_A \simeq 8$ МэВ (эксперимент), при этом $g \equiv g_s(F) \simeq A/13$ МэВ $^{-1}$.

Следует отметить, что эквидистантная модель с $g = A/13$ МэВ $^{-1}$ и $F = 40$ МэВ противоречит условию, что полное число нуклонов в основном состоянии равно A , т. к.

$$\int_0^F g de \simeq 3A.$$

Поэтому в расчетах плотностей $\omega(p, h, E)$ наиболее последовательным и корректным является использование обобщенной формулы (53) или (62а), когда известна одночастичная плотность $g(e) \equiv g_s(e)$, удовлетворяющая условию (116в).

Формулы (62а) и (63) можно использовать для вычисления $\omega^B(p, h, E)$ с приближенным учетом принципа Паули и эффекта спаривания. На первом этапе (см. (63)) вычисляют плотности $\omega^B(p, 0, E_p)$ и $\omega^B(0, h, E - E_p)$ без учета принципа Паули и эффекта спаривания по формуле (62а) при учете конечной глубины потенциальной ямы ($u'_i \leq F$) и связанных одночастичных состояний ($u_i \leq S_0$), затем приближенно учитываются поправки на принцип Паули и эффект спаривания путем изменения пределов интегрирования в (63) (см. п. 1.3):

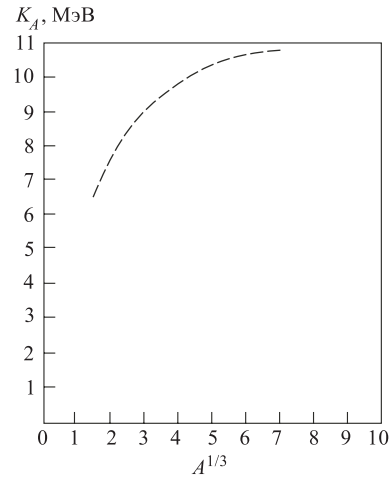


Рис. 29. Параметр K_A как функция $A^{1/3}$ для потенциала Вудса–Саксона в приближении ТФ

$$\int_0^E dE_p \rightarrow \int_{E_{\text{th}}(p,h,E)}^{E-a^A(p,h,E)} dE_p.$$

В эквидистантном приближении ($g(e) = \text{const}$) из (62а) и (63) нетрудно получить при $F = S_0 = \infty$ для $\omega(p, h, E)$ выражение (33) и при конечных значениях F и S_0 для $\omega^B(p, h, E)$ выражение (35). Данный подход легко обобщается на случай двухкомпонентной ферми-системы (протоны и нейтроны). Формула (62а) при учете принципа Паули, эффекта спаривания, конечной глубины потенциальной (протонной и нейтронной) ямы, связанных одночастичных состояний и разделения на протоны и нейтроны, когда известны одночастичные плотности $g_\pi(e)$ и $g_\nu(e)$, предпочтительна в расчетах плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$.

В рамках квантовой теории статистических многоступенчатых ядерных реакций (СМКП и СМПП), протекающих во внутриядерной области ($r \leq R$), частица (протон или нейтрон) в континууме описывается волновой функцией $\varphi^{(u)}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$. В методе факторизации одночастичных волновых функций в потенциале [59] радиальная часть одночастичной функции континуума $R_{\ell j}^{(u)}(k, r)$, нормированная на δ -функцию от энергии, при $r \leq R$ может быть представлена в виде

$$R_{\ell j}^{(u)}(k, r) = \sqrt{\frac{m}{\hbar^2 k}} \left\{ \frac{1}{\pi} \left[r + \frac{d\delta_{\ell j}}{dk} + \frac{1}{2k} \sin(2kR + \delta_{\ell j}) \right] \right\}^{1/2} R_{\ell j}^{(u)}(r) \equiv \\ \equiv [\varrho_{\ell j}(\varepsilon)]^{1/2} R_{\ell j}^{(u)}(r), \quad (124a)$$

где $R_{\ell j}^{(u)}(r)$ — слабо зависящая от энергии функция (типа $\sin kr$) с условием нормировки

$$\int_0^R [R_{\ell j}^{(u)}(r)]^2 r^2 dr = 1; \quad (124б)$$

$\delta_{\ell j}$ — фазовый сдвиг в среднем (самосогласованном) поле; $\varrho_{\ell j}(\varepsilon)$ — плотность одночастичных состояний континуума внутри ядра с заданными ℓ, j :

$$\varrho_{\ell j}(\varepsilon) = \frac{m}{\hbar^2 k \pi} \left[R + \frac{d\delta_{\ell j}}{dk} + \frac{1}{2k} \sin(2kR + \delta_{\ell j}) \right]. \quad (124в)$$

Третьим членом в квадратной скобке в (124в) можно практически во всех случаях пренебречь ($kR > 1$). Тогда для плотности одночастичных (протонных или нейтронных) состояний континуума ($\varepsilon > 0$) внутри ядра (отнесенной

к элементу энергии $d\varepsilon$) справедливо следующее выражение:

$$\varrho^u(\varepsilon) = \sum_{\ell_j} (2j+1) \varrho_{\ell_j}(\varepsilon) = \sum_{\ell_j} \frac{(2j+1)}{\pi} \left[R \frac{dk}{d\varepsilon} + \frac{d\delta_{\ell_j}}{d\varepsilon} \right]. \quad (125)$$

Второй член в квадратной скобке в (125) обусловлен в основном вкладами резонансных состояний в $\varrho^u(\varepsilon)$, которые учитываются в определенной выше реалистической одночастичной плотности $g(\varepsilon)$ (см. (112)). Поэтому за вычетом в (125) вклада резонансных состояний для одночастичной (протонной и нейтронной) плотности состояний континуума внутри ядра (в объеме ядра $V = 4\pi/3R^3$) получим

$$\varrho(\varepsilon) = \sum_{\ell_j} (2j+1) \frac{m}{\hbar^2 k \pi} R = \frac{V 4\pi (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2}}{(2\pi\hbar)^3}. \quad (126)$$

Для описания СМПП в ОМСМР [9] определяются плотности несвязанных частично-дырочных состояний $\omega^u(m, p-m, h, E)$, построенные на базе конфигураций промежуточной системы, в которых m частиц находятся в состоянии континуума [60, 61]:

$$\begin{aligned} \omega^u(m, p-m, h, E) = \\ = A(p, m) \int_0^{E-B_m} dE_m \omega^B(p-m, h, E-B_m-E_m) \varrho(m, E_m), \end{aligned} \quad (127)$$

где $\varrho(m, E_m)$ — плотность состояний m частиц (протонов или нейтронов) в континууме с суммарной кинетической энергией E_m (B_m — энергия отделения m частиц):

$$\varrho(m, E_m) = \frac{1}{m!} \int_0^{E_m} d\varepsilon_1 \cdots \int_0^{E_m} d\varepsilon_m \varrho(\varepsilon_1) \cdots \varrho(\varepsilon_m) \delta \left(E_m - \sum_{i=1}^m \varepsilon_i \right), \quad (128)$$

где $\varrho(\varepsilon_i)$ определяется выражением (126). Фактор $A(p, m) = 1$, если постулировать различимость несвязанных частиц и остальных (связанных) частиц, и $A(p, m) = \frac{m!(p-m)!}{p!}$ при условии тождественности частиц (связанных и несвязанных). Тогда полная плотность состояний с заданным числом экситонов в ОМСМР определяется соотношением

$$\begin{aligned} \omega_t(p, h, E) = \\ = \omega^B(p, h, E) + \sum_m \omega^u(m, p-m, h, E) = \omega^B(p, h, E) + \omega^u(p, h, E). \end{aligned} \quad (129)$$

Введение плотностей $\{\omega^u, \omega^B\}$ позволяет оценить факторы $R_n^B = \omega^B(p, h, E)/\omega_t(p, h, E)$ и $R_n^u = \omega^u(p, h, E)/\omega_t(p, h, E)$, определяющие относительные вероятности переходов в СМКП и СМПП на каждой стадии внутриядерного многоступенчатого процесса, при этом плотности $\{\omega^u\}$ используются при описании множественного выхода вторичных частиц в СМПП [9]. В формулах (127) и (128) нетрудно учесть разделение частиц и дырок на протоны (π) и нейтроны (ν).

4. РЕАЛИСТИЧЕСКИЕ ПЛОТНОСТИ ЧАСТИЧНО-ДЫРОЧНЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДРА

Микроскопический подход к вычислению плотностей частично-дырочных состояний в МНЧ (эффекты остаточных взаимодействий между нуклонами полагаются нулевыми) связан с использованием реалистических одно-

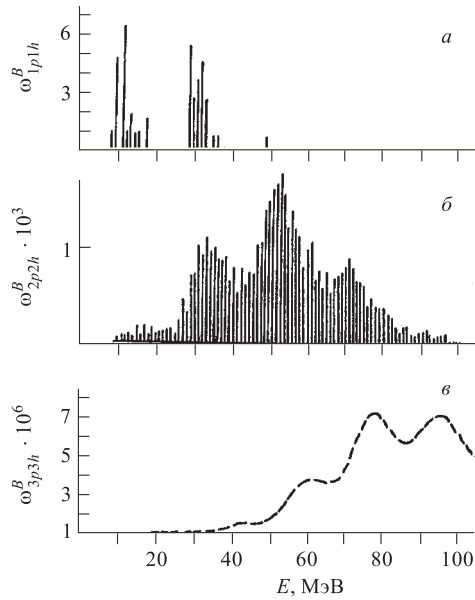


Рис. 30. Реалистические плотности связанных частично-дырочных состояний для ядра $^{60}\text{Ni}(T_<, J^P = 1^-)$ в схеме уровней потенциала Вудса–Саксона [62]: а) $1p1h$; б) $2p2h$; в) $3p3h$

частичных схем уровней в ядрах (дискретный + квазидискретный одночастичные спектры) в определенном потенциале, например, Сигера–Ховарда, Вудса–Саксона или Нильссона, или с заданием экспериментальных схем одночастичных уровней. Специфика ядра как системы с ограниченным числом степеней свободы требует коррекции методов статистической механики [11] на оболочечные эффекты, спаривание нуклонов и т.д., с тем чтобы можно было учесть особенности отдельных ядер. Некоторые из таких коррекций выполнены в [31].

В рамках микроскопического подхода к вычислению плотностей $\omega(p, h, E)$ формулируются алгоритмы классификации (перечисления) частично-дырочных состояний, основанные на прямом переборе различных размещений частиц и дырок на одночастичных уровнях с требуемыми кван-

товыми характеристиками, и реализующий их комплекс программ, решающих описываемые комбинаторные задачи при минимизации машинного времени.

В [60, 62, 63] комбинаторными методами были вычислены реалистические плотности частично-дырочных состояний на основе реалистических уровней. На рис. 30 приведены реалистические плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(p, h, E)$ в схеме уровней потенциала Вудса–Саксона для ядра ^{60}Ni ($T_<, J = 1^-$) [62]. На рис. 31 приведены реалистические плотности $\omega^B(p, h, E)$, рассчитанные в схеме уровней Нильссона и в эквидистантном приближении для ядер $A = 115, Z = 46$ и 50 [63]. На рис. 32 показаны реалистические плотности $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ для ядра ^{60}Ni , рассчитанные на базе схемы протонных и нейтронных уровней в потенциале Вудса–Саксона [60]. На рис. 33 показаны гистограммы реалистических плотностей $\omega^B(p, h = p, E, J^P = 1^-)$ и реалистических плотностей доступных состояний $\omega^{B+}(p, h = p, E, J^P = 1^-)$ для ядра ^{60}Ni [64].

В расчетах использовались одночастичные уровни сферического потенциала Нильссона. Точечные кривые на рис. 33, нормированные по площади к гистограммам, передают форму кривых E^{n-1} для $\omega(p, h, E)$ и E^2 для

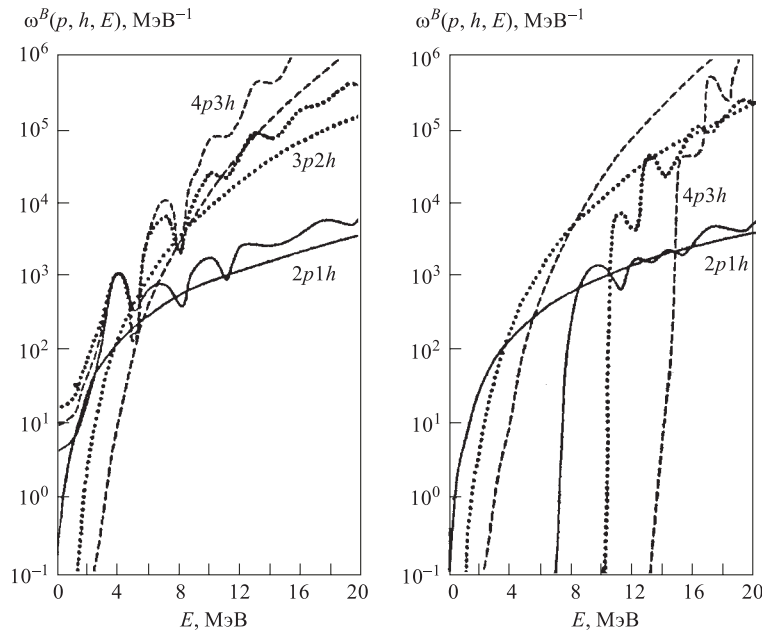


Рис. 31. Сравнение реалистических плотностей связанных частично-дырочных состояний в схеме уровней потенциала Нильссона (флуктуирующие линии) и в эквидистантном приближении (плавные линии) для ядер $A = 115, Z = 46$ (а) и 50 (б) и указанного числа частиц (p) и дырок (h)

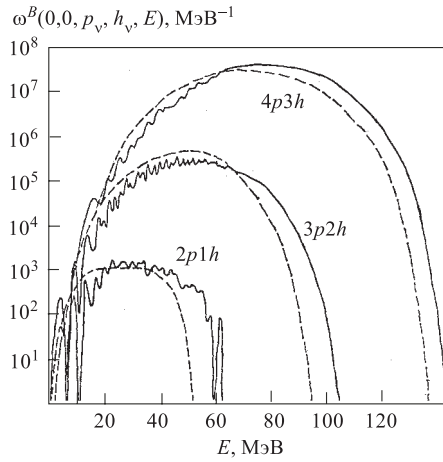


Рис. 32. Реалистические плотности связанных частично-дырочных состояний $\omega^B(0, 0, p_\nu, h_\nu, E)$ ядра ^{60}Ni , рассчитанные в схеме уровней потенциала Вудса–Саксона [60]: сплошные кривые — реалистические плотности; штриховые — плотности в эквидистантном приближении с разделением частиц и дырок на протоны и нейтроны

$\omega^+(p, h = p, E)$, предсказываемую эквидистантной моделью. В [30, 65–68] реалистические плотности частично-дырочных состояний ядра были вычислены с учетом спинов, четности и спаривания. Результаты численных расчетов показывают, что для корректного определения $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ необходимо учитывать эффекты оболочечной структуры ядра, использовать извлеченные из эксперимента энергии одночастичных уровней среднего поля, а также производить отбор частично-дырочных состояний с определенными значениями квантовых чисел (учитывать законы сохранения четности, спина и изоспина), учитывать эффекты спаривания и разделение частиц и дырок на протоны (π) и нейтроны (ν).

Эквидистантная модель дает хорошее приближение для определения $\omega^B(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, E)$ при больших энергиях возбуждения E . При малых же E описание оказывается неадекватным, особенно для ядер с заполненными или почти заполненными оболочками, где расхождение вычисленных в эквидистантном приближении и реалистических плотностей может быть значительным.

Флуктуации в плотностях, связанных с оболочечной структурой, наиболее заметны при нулевом параметре деформации (учет деформации ядра приводит к лучшему согласию), небольших энергиях возбуждения, малом числе экситонов и сглаживаются при увеличении массового числа A . Детальное поведение этих флуктуаций зависит от конкретной схемы одночастичных уровней среднего поля, положенных в основу расчетов. Флуктуации плотностей простейших частично-дырочных состояний ядер могут быть ассоциированы с флуктуациями в экспериментальных спектрах [62, 66–68].

Влияние оболочечных эффектов (в области ядер, близких к магическим) в плотностях $\omega^B(p, h, E)$ в СМКП можно учесть феноменологически вве-

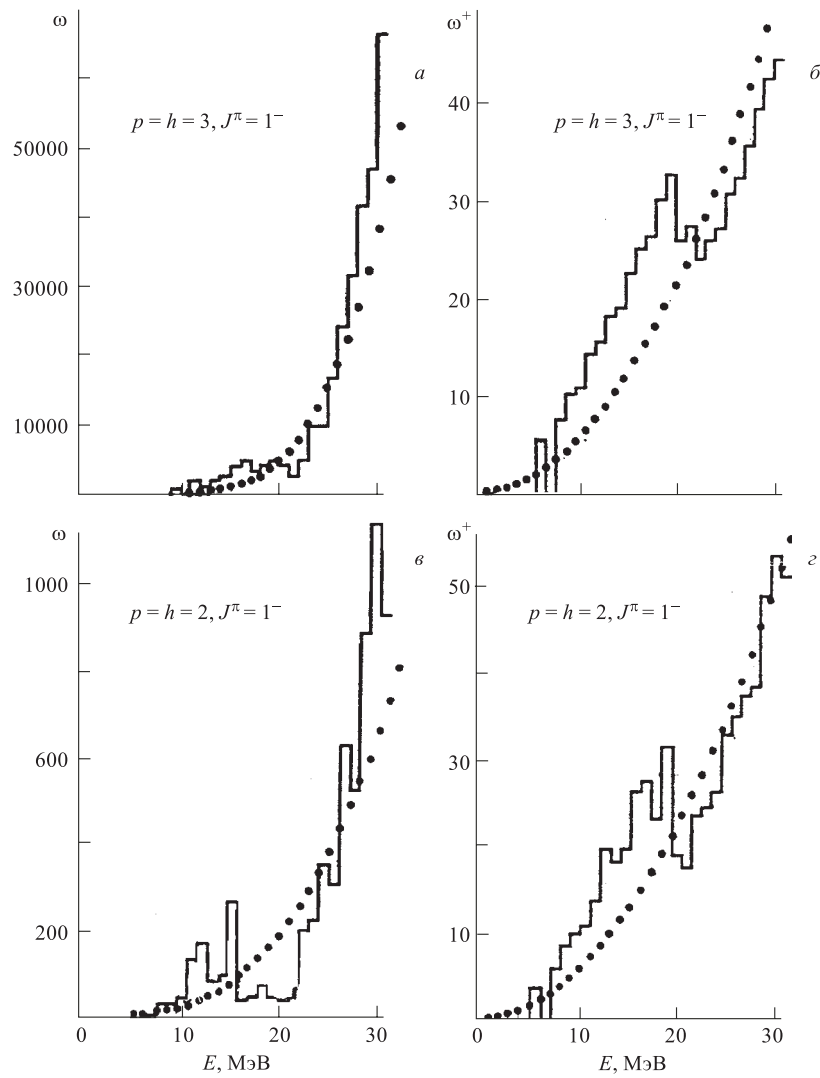


Рис. 33. Реалистические плотности ($a, в$) и реалистические плотности доступных состояний ($б, г$) для ядра ^{60}Ni : $a, в$) гистограммы — $\omega^B(3, 3, E, 1^-)$ и $\omega^B(2, 2, E, 1^-)$; точки — $\omega^B(3, 3, E) \sim E^{n-1}$ и $\omega^B(2, 2, E) \sim E^{n-1}$, $n = 6$; $б, г$) гистограммы — $\omega^{B+}(3, 3, E, 1^-)$ и $\omega^{B+}(2, 2, E, 1^-)$; точки — $\omega^+(3, 3, E) \sim E^2$ и $\omega^B(2, 2, E) \sim E^2$

дением энергетической зависимости плотности одночастичных состояний от энергии возбуждения E [14]:

$$g \rightarrow g(E) = g \left[1 + \frac{\delta W(Z, A)}{E} (1 - \exp(-0,05E)) \right], \quad (130)$$

где $\delta W(Z, A)$ — оболочечная поправка к энергии связи $\delta W(Z, A) = M_{\text{эксп}}(Z, A) - M_{\text{ж.к}}(Z, A)$; $M_{\text{эксп}}(Z, A)$ — экспериментальная масса ядра (Z, A) ; $M_{\text{ж.к}}(Z, A)$ — масса ядра в модели жидкой капли.

Для корректного определения реалистических плотностей $\omega^B(p, h, E)$ необходимо учитывать эффекты остаточных взаимодействий между нуклонами (помимо эффекта спаривания), особенно для ядер, близких к магическим, где остаточное взаимодействие играет доминирующую роль. В ферми-системе с сильным взаимодействием (атомное ядро) возбужденные состояния можно разделить на три группы: одноквазичастичные (появление одной частицы или дырки), многоквазичастичные (частично-дырочные) и коллективные. Неколлективные частично-дырочные состояния (появление нескольких частиц и дырок, разумеется, взаимодействующих между собой) определяются квантовыми числами $(\{\lambda\}, \{\lambda'\})$, соответствующими появлению частиц в состояниях $\{\lambda\}$ и дырок в состояниях $\{\lambda'\}$, где $\lambda(\lambda')$ — набор квантовых чисел состояния одной частицы (дырки). Из-за взаимодействия между квазичастицами энергия частично-дырочного состояния не есть сумма энергий частиц и дырок (как для системы невзаимодействующих квазичастиц). Включение взаимодействия приводит к смешиванию таких состояний и сдвигу их энергий.

Большинство частично-дырочных состояний остаются неколлективными, т. е. представляют собой суперпозицию большого числа частично-дырочных состояний, в которой доминирует вклад одного частично-дырочного состояния $(\{\lambda\}, \{\lambda'\})$ с весом порядка единицы, тогда как каждое из остальных состояний имеет малый вес. Энергии неколлективных частично-дырочных состояний мало сдвигаются относительно энергии, даваемой моделью невзаимодействующих квазичастиц, — это их характерный признак, отличающий неколлективные частично-дырочные состояния от коллективных. Эффекты учета коллективных состояний в плотностях требуют специального рассмотрения [61, 69, 70].

Однако подавляющее большинство неколлективных частично-дырочных состояний (исключая существенно коллективные, которых очень мало) будет находиться практически в той же области энергий, что и в нулевом приближении. Поэтому учет остаточного взаимодействия между квазичастицами при выборе интервала усреднения, сравнимого со сдвигом энергии этих состояний, не существенен при вычислениях реалистических плотностей $\omega^B(p, h, E)$. Наиболее эффективными компьютерными программами вычисления $\omega^B(p, h, E)$, когда достигается значительный выигрыш во времени, являются программы, базирующиеся на методе Монте-Карло [71, 72].

В СМКП предполагается, что имеет место квазиравновесие промежуточной системы на каждой стадии многоступенчатого процесса ядерной релаксации, т. е.

$$\tau_0 < \tau_+, \quad (131a)$$

где $\tau_0 = \hbar/\Gamma^0(p, h, E)$; $\tau_+ = \hbar/\Gamma^+(p, h, E)$ — среднее время развала за счет связи со сложными $(n+2)$ -конфигурациями; $\Gamma^0(p, h, E)$ — релаксационная ширина для $\Delta n = 0(n \rightarrow n)$; $\Gamma^+(p, h, E) \equiv \Gamma^\downarrow(p, h, E)$ — релаксационная ширина для $\Delta n = +2(n \rightarrow n+2)$. При $\tau_0 > \tau_+$ квазиравновесие не имеет места. В СМПП предполагается, что лидирующая (быстрая) частица в континууме (переход $n-2 \rightarrow n$) взаимодействует со связанным нуклоном ядра с рождением $1p1h$ -пары (см. (99)), т. е.

$$\tau_c > \tau_+ > \tau_0, \quad (131б)$$

где $\tau_c = \hbar/(-2W_{\text{опт}})$ — среднее время свободного пробега лидирующей частицы; $W_{\text{опт}}$ — мнимая часть оптического потенциала.

В СМКП и СМПП отдельные частично-дырочные состояния $|p, h, \beta\rangle$ конечного ядра не наблюдаемы, т. к. измеряемое сечение усредняется по большому числу конечных состояний в интервале I , где I — энергетическое разрешение детектора, причем временной интервал между временем протекания реакции и детектирования продуктов реакции достаточно велик, так что за это время при выполнении условий (131a), (131б) конечное ядро достигнет состояния равновесия, при этом каждое реальное (равновесное) возбужденное состояние ядра $|f\rangle$ с энергией возбуждения U_f является суперпозицией базисных $|p, h, \beta\rangle$ -состояний:

$$|f\rangle = \sum_{p, h, \beta} a_{p, h, \beta}^f(U_f) |p, h, \beta\rangle. \quad (132)$$

При усреднении по большому числу конечных состояний $|f\rangle$ (при $\Gamma_f > D_f$) в интервале I в предположении, что матричные элементы остаточного взаимодействия для конечного ядра случайны по величине и знаку ($V_{\text{ост}}$ — случайная матрица), имеем

$$\begin{aligned} \sum_f a_{p, h, \beta}^{f*}(U_f) a_{p', h', \beta'}^f(U_f) \delta_I(U_f - U) &= \\ &= \delta_{ph, p'h'} \delta_{\beta, \beta'} \sum_f |a_{p, h, \beta}^f(U_f)|^2 \delta_I(U_f - U), \end{aligned} \quad (133)$$

где

$$\delta_I(U_f - U) = \frac{I}{2\pi[(U_f - U)^2 + I^2/4]},$$

U — энергия возбуждения конечного ядра.

Из (133) следует, что

$$\tilde{\omega}(p, h, \beta, U) = \sum_f |a_{p,h,\beta}^f(U_f)|^2 \delta_f(U_f - U) \quad (134)$$

является распределением $|p, h, \beta\rangle$ -состояний по реальным состояниям конечного ядра с энергией возбуждения U (парциальный вклад $|p, h, \beta\rangle$ в $|f\rangle$). При этом

$$\sum_{\beta} \tilde{\omega}(p, h, \beta, U) = \tilde{\omega}(p, h, U) \quad (135)$$

есть реалистическая плотность $|p, h, U\rangle$ -состояний конечного ядра с учетом эффекта остаточного (случайного) взаимодействия (в отличие от реалистической плотности $\omega^B(p, h, U)$ в МНЧ (см. разд. 4)).

Для оценки кСПП-сечения ($k = 1, 2, 3, \dots$) (см. (100)) требуется вычисление $\tilde{\omega}(p, h, \beta, U)$ (135) при $p = 1, h = 1$. В [6] предполагается, что простое частично-дырочное состояние $|1, 1, \beta\rangle$ в однокомпонентном формализме распределено по реальным состояниям конечного ядра по закону Гаусса или Лоренца:

$$\tilde{\omega}(1, 1, \beta_1, U) \equiv G(U_{\beta_1}, U) = \begin{cases} \frac{\exp[-(U_{\beta_1} - U)^2/2\Gamma^2]}{\Gamma\sqrt{2\pi}}, \\ \frac{\Gamma}{[(U - U_{\beta_1})^2 + \Gamma^2/4] 2\pi}, \end{cases} \quad (136)$$

где U_f — энергия возбуждения $|1, 1, \beta_1\rangle$ -состояния, определяемая в модели оболочек ($U_{\beta_1} \simeq \varepsilon_{\beta_1} - \varepsilon_{\beta_1}$); Γ — ширина распределения (в расчетах полагается $\Gamma = 4$ МэВ), причем ширину Γ можно интерпретировать как оценку эффекта остаточного взаимодействия в конечном ядре. Формула (136) легко обобщается на случай двухкомпонентной ферми-системы [73]. Справедливость соотношения (136) можно понять на простом примере. Пусть $|d\rangle \equiv |1, 1, \beta_1\rangle$ и $|s\rangle$ — более сложные состояния, чем $|d\rangle$, и если предположить, что

$$\langle d|V_{\text{ост}}|d'\rangle = \langle s|V_{\text{ост}}|s'\rangle = 0, \quad \langle d|V_{\text{ост}}|s\rangle \equiv V_{ds} = \text{const} \neq 0, \quad D_s = \text{const},$$

то точная волновая функция конечного ядра

$$|f\rangle = a_d^f(U_f) + \sum_s a_s^f(U_f)|s\rangle, \quad (137a)$$

где

$$|a_d^f(U_f)|^2 = D_s \Gamma_{ds} / 2\pi [(U_f - U_d)^2 + \Gamma_{ds}^2/4], \quad (137b)$$

$\Gamma_{ds} = 2\pi V_{ds}^2/D_s$ — релаксационная ширина состояния $|d\rangle$. Из экспериментальных данных по ширинам Γ_{1p1h}^\downarrow и Γ_{MGP}^\downarrow следует приближенная оценка для $\Gamma_{ds} \simeq 4$ МэВ. Тогда для $\tilde{\omega}_d(U) \equiv \tilde{\omega}(1, 1, \beta, U)$ (см. (134)) имеем

$$\tilde{\omega}_d = \sum_f |a_d^f(U_f)|^2 \delta_I(U_f - U). \quad (137в)$$

Используя (137б), (137в), окончательно получаем (при $D_s \equiv D_f$)

$$\tilde{\omega}_d(U) = \int dU_f \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{ds} \delta_I(U_f - U)}{(U_f - U_d)^2 + \Gamma_{ds}^2/4} \simeq \frac{\Gamma_{ds}}{2\pi[(U - U_d)^2 + \Gamma_{ds}^2/4]},$$

что совпадает с (136) (распределение Лоренца с $\Gamma = \Gamma_{ds}$ и $U_{\beta_1} = U_d$).

Энергии $U_{\beta_1} = \varepsilon_{\beta_p} - \varepsilon_{\beta_n}$ в (136) вычисляются с использованием реалистических одночастичных (однодырочных) схем уровней с учетом сохранения полного углового момента (J) и четности (P):

$$(-1)^{\ell_p + \ell_n} = P; \quad |j_p - j_n| \leq J \leq j_h + j_p,$$

и соответствующая реалистическая одночастично-однодырочная плотность с заданными J, P с учетом остаточного (случайного) взаимодействия ($\beta_1 \equiv \beta_p, \beta_h, J, P$)

$$\tilde{\omega}(1, 1, U, J^P) = \sum_{\beta_p, \beta_n} G(U_{\beta_1}, U). \quad (138)$$

Реалистические плотности доступных частично-дырочных состояний в СМПП $\tilde{\omega}_{k(\ell)}^{Bf}(U)$ с учетом остаточного (случайного) взаимодействия вычисляются по

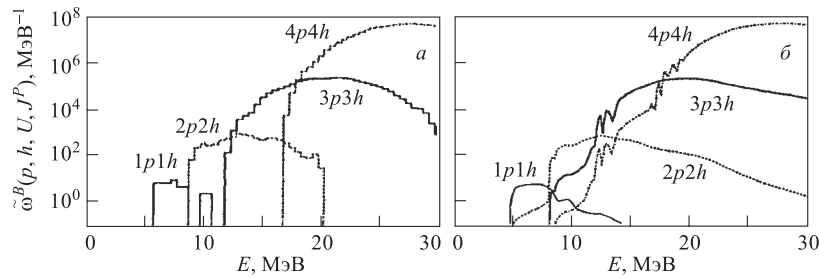


Рис. 34. Реалистические плотности связанных частично-дырочных состояний $\tilde{\omega}^B(p, h = p, U, J^P = 1^+)$ для ядра ^{208}Pb ($p = h = 1-4$) [75]: а) без учета остаточного взаимодействия (в МНЧ); б) с учетом случайного остаточного взаимодействия

формулам типа (101) с заменой $\omega(1, 1, U_1) \rightarrow \tilde{\omega}(1, 1, U_1) = \sum_{\beta_1} G(U_{\beta_1}, U)$ (см. (135)).

В рамках расчетного формализма, развитого в [74–76] на основе оценки вторых моментов для матричных элементов случайного остаточного взаимодействия вычислены реалистические плотности связанных частично-дырочных состояний $\tilde{\omega}^B(p, h, U, J^P)$ с учетом случайного остаточного взаимодействия (см. (134), (135)). Результаты расчетов $\omega^B(p, h = p, U, J^P = 1^+)$ для ядра ^{209}Pb при $p = 1-4$ приведены на рис. 34 [76]. Как видно из рис. 34, учет случайного остаточного взаимодействия приводит к увеличению при малых числах экситонов плотности $\tilde{\omega}^B(p, h = p, U, J^P)$ для ядра ^{208}Pb в низкой области энергий, причем эффект учета остаточного взаимодействия в плотностях $\tilde{\omega}^B(p, h, U, J^P)$ важен для ядер, близких к магическим, где остаточное взаимодействие играет доминирующую роль.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре изложены основные методы описания плотностей возбужденных частично-дырочных состояний, используемые в различных моделях статистических многоступенчатых (предравновесных) ядерных реакций при низких и средних энергиях налетающих частиц. Подробно рассмотрен формализм вычисления плотности частично-дырочных состояний в модели невзаимодействующих частиц для эквидистантного одночастичного спектра с учетом принципа Паули, конечной глубины потенциальной ямы, эффекта спаривания, усредненной энергетической зависимости одночастичной плотности (неоднородность одночастичного спектра) состояний, разделения частиц и дырок на протонные и нейтронные (двухкомпонентная ферми-система) и спиновой зависимости (см. разд. 1).

Статистический подход с фиксированным числом возбуждений (частицы + дырки) позволяет существенно расширить возможности статистического описания свойств возбужденных ядер. Основные методы анализа плотности уровней составного ядра (в модели составного ядра) и плотности частично-дырочных состояний (в различных моделях предравновесных ядерных реакций) рассмотрены в работах [11, 14, 15, 26, 35, 36, 61]. Обширный обзор по плотностям частично-дырочных состояний в экситонной модели предравновесных ядерных реакций сделан в [77].

В данном обзоре подробно рассмотрены методы описания плотности доступных частично-дырочных состояний промежуточного ядра в экситонной модели, плотности доступных связанных частично-дырочных состояний промежуточного ядра в СМКП и плотности доступных связанных частично-дырочных состояний конечного ядра в СМКП и СМПП (см. разд. 2).

Учет энергетической зависимости реалистической плотности одночастичных состояний при вычислении плотности частично-дырочных состояний (учет эффекта континуума) подробно рассмотрен в разд. 3. Реалистические плотности частично-дырочных состояний определяются в расчетах комбинаторного типа с реалистическим самосогласованным потенциалом ядра, где рассчитывается схема уровней одночастичных состояний (оболочечные эффекты) в пренебрежении остаточным взаимодействием и с учетом эффекта случайного остаточного взаимодействия (см. разд. 4). Проведенные вычисления плотностей частично-дырочных состояний для одночастичного спектра уровней модели оболочек и для эквидистантного одночастичного спектра (по обобщенной формуле (53)) [14, 15, 26, 27, 31, 62–68, 76] показали (см. приведенные в тексте рисунки):

1) оболочечные эффекты наиболее сильно проявляются для ядер, близких к магическим, и с ростом энергии возбуждения и числа экситонов влияние оболочечных эффектов ослабевает;

2) для плотностей простых (малые n) частично-дырочных состояний ядер, близких к магическим, целесообразнее при относительно малых энергиях возбуждения использовать реалистические плотности с учетом эффекта остаточного взаимодействия;

3) учетом принципа Паули можно пренебречь для относительно малых $n < n_{\max} \simeq 2\sqrt{gE}$ и высокой энергии возбуждения (E);

4) при достаточно высокой энергии возбуждения $E \geq 30$ МэВ следует учитывать энергетическую зависимость усредненной реалистической одночастичной плотности $g_s(\varepsilon)$ (эффект континуума) (см. разд. 3) и использовать для вычисления плотности частично-дырочных состояний при относительно малых n формулу (62а); для относительно больших n предпочтительнее обобщенная формула (53). При любых n (исключая простейшие частично-дырочные конфигурации) и $E \leq 30$ МэВ можно использовать эквидистантное приближение (35).

Сравнение экспериментальных данных для полной плотности возбужденных состояний ядер $\omega(E) = \sum_{p=h} \omega(p, h, E)$ и экспериментальных дифференциальных сечений предравновесных ядерных реакций для широкого диапазона энергий и ядер позволяет судить о степени достоверности различных теоретических представлений (подходов) о такой физической величине, как плотность возбужденных частично-дырочных состояний ядра, а также о структуре ядер и механизмах ядерных реакций. Плотности частично-дырочных состояний (двухкомпонентная ферми-система), вычисляемые по обобщенной формуле (53) или (62а) (исключая малые n и E), позволяют с практически достаточной точностью описать экспериментальные спектры вторичных частиц в предравновесных ядерных реакциях в квантовом формализме СМКП и СМПП во всей области энергий спектра [9, 35, 36, 61, 73], однако в теоретическом плане необходима дальнейшая разработка эффек-

тивных методов вычисления реалистических частично-дырочных плотностей (двухкомпонентная ферми-система) с учетом остаточного взаимодействия, что определит полный, последовательный и корректный анализ спектров вторичных частиц в предравновесных ядерных реакциях.

Авторы выражают благодарность Р. В. Джолосу за исключительно полезные замечания, О. П. Сантиллану и А. Опря за неоценимую помощь при подготовке рукописи, а также В. С. Живописцевой и И. Л. Крышталевой за понимание и поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. 2-е изд. М.: Наука, 1983.
2. Griffin J. J. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. P. 478;
Blann M. // Phys. Rev. Lett. 1968. V. 21. P. 1357.
3. Blann M. // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27. P. 337.
4. Machner H. // Phys. Rev. Lett. B. 1979. V. 86. P. 129; Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 2695.
5. Gudima K. K., Mashnick S. G., Toneev V. D. // Nucl. Phys. 1983. V. 401. P. 329.
6. Tamura T., Udagava T., Lenska H. // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 379.
7. Feshbach H., Kerman A., Koonin S. // Ann. Phys. 1980. V. 125. P. 429.
8. Живописцев Ф. А., Сухаревский В. Г. // ЭЧАЯ. 1984. Т. 15, вып. 6. С. 1298.
9. Живописцев Ф. А., Хурэлсух С. // ЭЧАЯ. 2002. Т. 33, вып. 4. С. 781.
10. Кубо Р. Статистическая механика: Пер. с англ. / Под ред. Д. Н. Зубарева. М.: Мир, 1967.
11. Ericson T. // Advan. Phys. 1960. V. 9. P. 425.
12. Снеддон И. Преобразование Фурье / Пер. с англ. А. Н. Матвеева; Под ред. Ю. Л. Рабиновича. М.: Иностран. лит., 1955.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1964.
14. Игнатюк А. В. Статистические свойства возбужденных ядер. М.: Энергоатомиздат, 1983.
15. Соколов Ю. В. Плотность уровней атомных ядер. М.: Энергоатомиздат, 1990.
16. Williams F. C. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 166. P. 231.
17. Betak E., Dobes J. // Z. Phys. A. 1976. V. 279. P. 319.
18. Oblozinsky P. // Nucl. Phys. A. 1986. V. 453. P. 127.
19. Mao Ming De, Guo Hua // J. Phys. G. 1993. V. 19. P. 421.
20. Bagger N., Capote R., Pedrosa R. // Z. Phys. A. 1988. V. 334. P. 397.
21. Zhang Jing Shang, Yang Xian Jun // Ibid. V. 329. P. 69.
22. Fu C. Y. // Nucl. Sci. Eng. 1984. V. 86. P. 344.
23. Kalbach C. // Nucl. Sci. Eng. 1987. V. 95. P. 70.
24. Kalbach C. // Phys. Rev. C. 1985. V. 32. P. 124.
25. Chadwick M. B., Oblozinsky P. // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. 2028.

26. *Avriganu M., Avriganu V.* // *Comp. Phys. Comm.* 1998. V. 112. P. 191.
27. *Avriganu M., Avriganu V.* // *J. Phys. G: Nucl. Phys.* 1994. V. 20. P. 613.
28. *Chadwick M. B., Oblozinsky P.* // *Phys. Rev. C.* 1991. V. 44. P. 1740.
29. *Reffo G., Herman M.* // *Lett. Nuovo Cim.* 1982. V. 34. P. 261.
30. *Herman M., Reffo G.* // *Phys. Rev. C.* 1987. V. 36. P. 1546;
Herman M. et al. // *Phys. Rev. C.* 1989. V. 40. P. 2870.
31. *Игнатюк А. В., Соколов Ю. В.* // *ЯФ.* 1972. Т. 16, вып. 2. С. 277; 1973. Т. 17. С. 723.
32. *Fu C. Y.* // *Nucl. Sci. Eng.* 1986. V. 92. P. 440.
33. *Fu C. Y.* // *Nucl. Sci. Eng.* 1991. V. 109. P. 18.
34. *Зайдель К. и др.* // *ЭЧАЯ.* 1976. Т. 7. С. 13.
35. *Живопищев Ф. А., Кэбин Э. И., Сухаревский В. Г.* Предравновесные ядерные реакции. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. Ч. 1;
Живопищев Ф. А., Кэбин Э. И., Сухаревский В. Г. Модели предравновесных ядерных реакций. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
36. *Gadioli E., Hodson P. E.* Pre-equilibrium Reactions. Oxford: Clarendon, 1992.
37. *Dobes J., Betak E.* // *Nucl. Phys. A.* 1976. V. 272. P. 353.
38. *Ribansky I., Oblozinsky P.* // *Phys. Lett. B.* 1973. V. 48. P. 318;
Обложинский П., Рибанский И. // *Изв. АН СССР, сер. физ.* 1975. Т. 39, вып. 10. С. 2073.
39. *Iwamoto A., Harada K.* // *Phys. Rev. C.* 1982. V. 26. P. 1821; 1983. V. 28. P. 1527.
40. *Kalka A., Seeliger D., Zhivopistsev F. A.* // *Z. Phys. A.* 1988. V. 329. P. 331.
41. *Stankiewicz K. et al.* // *Nucl. Phys. A.* 1985. V. 435. P. 67.
42. *Oblozinsky P., Chadwick M. B.* // *Phys. Rev. C.* 1999. V. 42. P. 1652.
43. *Hauser P., Feshbach H.* // *Phys. Rev.* 1952. V. 87. P. 366.
44. *Brogga-Marcazzan G. M. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1972. V. 6. P. 1398.
45. *Birattari C. et al.* // *Nucl. Phys. A.* 1973. V. 201. P. 579.
46. *Cline C. K.* // *Nucl. Phys. A.* 1972. V. 193. P. 417.
47. *Kalbach C.* // *Z. Phys. A.* 1977. V. 283. P. 401.
48. *Vohning M.* // *Nucl. Phys. A.* 1970. V. 152. P. 529.
49. *Живопищев Ф. А., Кычкина Ж. Е.* // *Изв. АН СССР, сер. физ.* 1998. Т. 62, № 1. С. 193.
50. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964.
51. *Ньютон Р.* Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969.
52. *Гареев Ф. А., Банг Е.* // *ЭЧАЯ.* 1980. Т. 11. С. 813.
53. *Shlomo S.* // *Nucl. Phys. A.* 1992. V. 539. P. 17.
54. *Shlomo S., Bertsch G. F.* // *Nucl. Phys. A.* 1975. V. 243. P. 507.
55. *Strutinsky V. M.* // *Nucl. Phys. A.* 1967. V. 95. P. 420; 1968. V. 122. P. 1.
56. *Bloch C.* // *Phys. Rev.* 1954. V. 93. P. 1094.
57. *Vogila Ye. A. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 53. P. 855.
58. *Sato K., Yoshida S.* // *Phys. Rev. C.* 1994. V. 49. P. 1099.
59. *Базь А. Н., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971.

60. Живописцев Ф. А. и др. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1982. Т. 46. С. 885.
61. Живописцев Ф. А., Иванов В. А. Статистические многоступенчатые процессы в реакциях (N, xN') и (γ, xN) . М.: Изд-во Моск. ун-та, 1992.
62. Живописцев Ф. А. и др. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1973. Т. 37. С. 2634;
Живописцев Ф. А. и др. // ЯФ. 1976. Т. 23, вып. 3. С. 557.
63. Williams F. C. et al. // Nucl. Phys. A. 1973. V. 207. P. 619.
64. Галкин В. Я. и др. Математические задачи обработки эксперимента. М., 1984. С. 110.
65. Орлик С. И. Обработка и интерпретация физических экспериментов. М., 1980. С. 65.
66. Herman M., Reffo G. // Comp. Phys. Comm. 1987. V. 47. P. 105.
67. Herman M., Reffo G., Rego R. A. // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 797.
68. Herman M., Reffo G., Weidenmuller H. A. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 536. P. 124.
69. Deb A. K., Zhivopistsev F. A. // Czech. J. Phys. B. 1985. V. 35. P. 935.
70. Ежов С. Н., Плюйко В. А. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1993. Т. 57. С. 78.
71. Cerf N. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 454. P. 85.
72. Goriely S. // Nucl. Phys. A. 1996. V. 605. P. 28.
73. Koning A. J., Chadwick M. B. // Phys. Rev. C. 1996. V. 56. P. 970.
74. Sato K., Yoshida S. // Z. Phys. A. 1987. V. 327. P. 421.
75. Sato K., Takahashi Y., Yoshida S. // Z. Phys. A. 1991. V. 339. P. 129.
76. Yoshida S., Abe M., Sato K. // Acta Phys. Slov. 1995. V. 45. P. 757.
77. Betak K., Hodson P. E. // Rep. Prog. Phys. 1998. V. 61. P. 483.