УДК 539.12.01; 539.141; 524.8

О НЕНАБЛЮДАЕМОСТИ «СКЛЕИВАЮЩИХ» БОЗОНОВ В МОДЕЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

М. И. Широков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются векторно-взаимодействующие фермионное $\psi(\mathbf{x})$ и бозонное $\varphi(\mathbf{x})$ поля. Показано, что «одетые» бозоны этой модели не взаимодействуют с фермионами и между собой. Если $\varphi(\mathbf{x})$ не взаимодействует с другими полями физики частиц, то соответствующие «одетые» бозоны имеют свойство космологической «темной материи»: они не могут быть детектированы в земных лабораториях. Для сравнения отметим, что в КХД ненаблюдаемость изолированных глюонов объясняется их несуществованием из-за конфайнмента цвета.

Fermionic $\psi(\mathbf{x})$ and bosonic $\varphi(\mathbf{x})$ fields with vector coupling are discussed. It is shown that «clothed» bosons of the model do not interact with fermions and between themselves. If $\varphi(\mathbf{x})$ does not interact with other fields of the particle physics, then the «clothed» bosons have properties of the cosmological «dark matter»: they cannot be detected in Earth's laboratories. This cause of the boson invisibility contrasts with the origin of the unobservability of the isolated gluons in QCD which is explained by the confinement of colour.

Взаимодействие между фермионами в полевых теориях обычно описываются посредством обмена «склеивающими» бозонами. Примеры — взаимодействие Юкавы типа $\psi^\dagger\gamma_5\psi\varphi$, КЭД, КХД. В первых двух теориях «склеивающие» бозоны (мезоны и фотоны) могут наблюдаться наряду с фермионами. Изолированные глюоны КХД не наблюдаются, и это объясняется с помощью дополнительной гипотезы о конфайнменте цвета (заметим, что она не является теоремой, выводимой из лагранжиана теории; см., например, [1–3]). Здесь обсуждается теоретическая возможность такого «склеивания» фермионов, когда соответствующие бозоны существуют, но не наблюдаются (более точную формулировку см. в заключительном п. 4). В п. 1–3 излагаются основные исходные положения предлагаемого механизма этого явления:

1) описание бозонов с помощью *однобозонноподобных* собственных векторов полного гамильтониана, называемых «одетыми»бозонными состояниями;

2) простая модель теории, в которой фермионное поле ψ и скалярное поле φ связаны взаимодействием вида ток–градиент (см. далее (10));

3) унитарное преобразование полного гамильтониана модели, позволяющее точно найти «одетые» бозонные состояния.

В п. 4 формулируется основное следствие этих положений: ненаблюдаемость «одетых» бозонов. Обсуждаются другие отличия от модели Юкавы.

1. Наблюдаемые одночастичные состояния $\Phi(\mathbf{k})$ с определенным импульсом $\mathbf{k}$ не изменяются во времени. Поэтому они не могут описываться «голыми» состояниями (собственными векторами свободной части H_0 полного гамильтониана H), поскольку последние не стационарны. Например, «голый» бозон может переходить со временем в

пару фермион–антифермион и обратно. Принимаем, что бозонные одночастичные состояния $\Phi(\mathbf{k})$ должны описываться подходящими *однобозонноподобными* собственными векторами H, являющимися стационарными. В нашей модели их можно найти точно с помощью унитарного преобразования $H \to H' = \exp(iS)H\exp(-iS)$ (см. далее).

2. Модель определяется ее полным гамильтонианом $H = H_0 + H_I$, где H_0 есть сумма свободного фермионного H_{0f} и бозонного H_{0b} гамильтонианов: $H_0 = H_{0f} + H_{0b}$. Они являются обычными функциями шредингеровских полей $\psi(\mathbf{x})$, $\psi^\dagger(\mathbf{x})$ и $\varphi(\mathbf{x})$, $\pi(\mathbf{x})$:

$$H_{0f} = \int d^3x \psi^\dagger(\mathbf{x})(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m)\psi(\mathbf{x})\,, \tag{1}$$

$$H_{0b} = \frac{1}{2}\int d^3x[\pi^2(\mathbf{x}) + \nabla\varphi(\mathbf{x})\cdot\nabla\varphi(\mathbf{x}) + \mu^2\varphi^2(\mathbf{x})]\,. \tag{2}$$

Постулируются канонические перестановочные соотношения вида

$$[\varphi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}), \quad \{\psi^*_\alpha(\mathbf{x}), \psi_\beta(\mathbf{y})\}_+ = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \tag{3}$$

(выписаны только ненулевые коммутаторы и антикоммутаторы; ψ^*_α есть эрмитовски-сопряженная дираковская компонента ψ_α).

К H_0 добавляется трилинейное нелокальное взаимодействие H_I (см. далее формулу (10)), выражающееся через те же шредингеровские поля.

Замечания. Не предполагается, что существует какой-либо лагранжиан, из которого следовало бы это взаимодействие. Не требуется, чтобы модель была релятивистской теорией. Она не является инвариантной относительно локальных калибровочных преобразований, как и модель Юкавы.

3. Унитарно преобразованный гамильтониан $H' = \exp(iS)H\exp(-iS)$ может быть вычислен с помощью формулы

$$H' = H + [iS, H] + \frac{1}{2}[iS,[iS,H]] + \ldots\,, \text{ или} \tag{4}$$

$$H' = H_0 + H_I + [iS, H_0] + [iS, H_I] + \ldots \tag{5}$$

Эрмитов оператор S предполагается трилинейным. На него накладывается следующее требование: трилинейные члены в правой части (5) должны отсутствовать:

$$H_I + [iS, H_0] = 0\,. \tag{6}$$

Уравнение (6) определяет S, если задано H_I. Для упрощения изложения принимаем иной подход. Выбираем S в виде нелокального обобщения оператора, указанного Дайсоном (см. [4, 5]),

$$S = \int d^3x \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y}) j_0(\mathbf{x})\varphi(\mathbf{y}), \quad j_0(\mathbf{x}) \equiv \sum_\alpha \psi^*_\alpha(\mathbf{x})\psi_\alpha(\mathbf{x}), \tag{7}$$

и находим H_I с помощью (6). $G(\mathbf{x}-\mathbf{y})$ есть произвольная функция $\mathbf{x}-\mathbf{y}$, из дальнейшей формулы (10) видно, что G имеет смысл размазки взаимодействия. Для вычисления $[iS, H_0]$ используем соотношения (3). Получаем

$$[iS, H_{0f}] = +\int d^3x \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y})\nabla_x \mathbf{j}(\mathbf{x})\varphi(\mathbf{y}) - \int d^3x \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y})\,\mathbf{j}(\mathbf{x})\cdot\nabla_y\varphi(\mathbf{y})\,, \tag{8}$$

$$[iS, H_{0b}] = -\int d^3x \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y}) j_0(\mathbf{x})\pi(\mathbf{y})\,. \tag{9}$$

В (8) $\mathbf{j}(\mathbf{x})$ обозначает дираковский ток:

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}) = \psi^\dagger(\mathbf{x})\boldsymbol{\alpha}\psi(\mathbf{x})\,.$$

Из (6)–(9) следует:

$$H_I = \int d^3x \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y})[\,\mathbf{j}(\mathbf{x})\cdot\nabla\varphi(\mathbf{y}) + j_0(\mathbf{x})\pi(\mathbf{y})]\,. \tag{10}$$

Далее вычисляем коммутацию

$$[iS, H] = -H_I + [iS, H_I]$$

из ряда в правой части (4), используя соотношения

$$[j_0(\mathbf{x}), j_0(\mathbf{y})] = 0\,, \qquad [j_0(\mathbf{x}), \mathbf{j}(\mathbf{y})] = 0\,,$$

вытекающие из (3). Получаем

$$[iS, H_I] = -\int d^3x \int d^3x' j_0(\mathbf{x}) \left[\int d^3y\, G(\mathbf{x}-\mathbf{y})G(\mathbf{x}'-\mathbf{y})\right] j_0(\mathbf{x}')\,. \tag{11}$$

Для следующей коммутации $1/2[iS,[iS,H]]$ из (4) теперь имеем, используя $[S,[S,H_I]]=0$:

$$\frac{1}{2}\,[iS,[iS,H]] = -\frac{1}{2}\,[iS,H_I]\,.$$

Остальные коммутации в (4) обращаются в нуль, ряд обрывается, и окончательно получаем

$$H' = H_{0b} + H_f\,, \qquad H_f \equiv H_{0f} + V_{ff}\,, \tag{12}$$

$$V_{ff} \equiv -\frac{1}{2}\int d^3x \int d^3x' j_0(\mathbf{x})F(\mathbf{x}-\mathbf{x}')j_0(\mathbf{x}')\,, \tag{13}$$

$$F(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \equiv \int d^3y G(\mathbf{x}-\mathbf{y})\,G(\mathbf{x}'-\mathbf{y})\,. \tag{14}$$

Ввиду $[H_{0b}, H'] = 0$ из (12) следует, что хорошо известные собственные векторы (далее СВ) свободного бозонного гамильтониана H_{0b} являются СВ оператора H'. Поскольку $H' \neq H$, то они не являются СВ исходного гамильтониана H. Однако если ψ' есть СВ для H', то $\exp(-iS)\psi'$ есть СВ для H:

$$H\,\mathrm{e}^{-iS}\psi' = \mathrm{e}^{-iS}H'\mathrm{e}^{iS}\mathrm{e}^{-iS}\psi' = \mathrm{e}^{-iS}H'\psi' \sim \mathrm{e}^{-iS}\psi'\,. \tag{15}$$

Все найденные СВ оператора H можно явно выписать в привычном виде, используя новые бозонные и фермионные операторы

$$\tilde{\varphi} = \mathrm{e}^{-iS}\varphi\,\mathrm{e}^{iS}\,, \qquad \tilde{\psi} = \mathrm{e}^{-iS}\psi\,\mathrm{e}^{iS}. \tag{16}$$

Для этого перепишем $H' = \exp(iS)H\exp(-iS)$ в виде

$$H = \mathrm{e}^{-iS}H'\mathrm{e}^{iS} = H'(\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) = H_{0b}(\tilde{\varphi}) + H_f(\tilde{\psi})\,, \tag{17}$$

используя соотношения вида

$$\mathrm{e}^{-iS}\varphi^2\,\mathrm{e}^{iS} = \mathrm{e}^{-iS}\varphi\,\mathrm{e}^{iS}\mathrm{e}^{-iS}\varphi\,\mathrm{e}^{iS} = \tilde{\varphi}^2$$

и полиномиальную зависимость $H'(\varphi, \psi)$ от φ и ψ. Соотношение (17) означает, что исходный гамильтониан $H(\varphi, \psi) = H_0 + H_I$ приобретает вид суммы свободного бозонного гамильтониана $H_{0b}(\tilde{\varphi})$ и чисто фермионного оператора $H_f(\tilde{\psi})$, если $H(\varphi, \psi)$ выразить через операторы $\tilde{\varphi}$ и $\tilde{\psi}$. Подчеркнем, что $H_{0b}(\varphi)$ и $H_{0b}(\tilde{\varphi})$ одинаково зависят от своих аргументов, но это разные операторы, поскольку $\tilde{\varphi} \neq \varphi$.

Гамильтонианы можно выразить не через поля, а через операторы рождения-уничтожения частиц a, $a^\dagger$ (для бозонов) и b, d, $b^\dagger$, $d^\dagger$ (для фермионов), соответствующие разложения полей (см., например, в [6]). Все собственные векторы $H_{0b}(\tilde{\varphi})$ (являющиеся одновременно СВ для H) можно записать с помощью бозонных операторов $\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k}) = \exp(-iS)a^\dagger(\mathbf{k})\exp(iS)$ в виде Ω, $\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k})\Omega$, $\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k}_1)\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k}_2)\Omega$, $\ldots$, где безбозонное состояние Ω удовлетворяет уравнениям $H_f\Omega = 0$ и $\tilde{a}(\mathbf{k})\Omega = 0$ для всех $\mathbf{k}$.

Согласно мотивировке п. 1 векторы $\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k})\Omega$ следует использовать для описания состояний наблюдаемых одиночных бозонов. Операторы $\tilde{a}^\dagger(\mathbf{k})$, $\tilde{a}(\mathbf{k})$ рождают и уничтожают «одетые» бозоны, по терминологии обзора [7]. Соотношение $\tilde{a} = \exp(-iS)a\exp(iS)$ позволяет найти выражение $\tilde{a}$ через исходные бозонные и фермионные операторы рождения-уничтожения («голых» частиц).

Отметим, что $\exp(iS)$ не является «одевающим» преобразованием в отношении фермионов, поскольку состояния вида $\tilde{b}^\dagger(\mathbf{k})\Omega$ не являются собственными векторами H. Действительно, в $V_{ff}(\tilde{\psi})$ (см. (13)) есть члены, содержащие, например, $\tilde{b}^\dagger\tilde{d}^\dagger\tilde{b}^\dagger\tilde{b}$ (описывающие переход $f \to f + f + \bar{f}$). «Одетые» фермионные состояния можно найти с помощью описанных в [7] последовательных унитарных преобразований оператора $H_f(\tilde{\psi})$ (в частности, убирающих из фермион-фермионного взаимодействия вышеупомянутые члены). Для нас сейчас важно только то, что при этом преобразуется только $H_f(\tilde{\psi})$ и «одетые» фермионные операторы выражаются только через фермионные $\tilde{\psi}$ и $\tilde{\psi}^\dagger$ и наоборот. Поэтому отсутствие в (17) взаимодействия полей $\tilde{\varphi}$ и $\tilde{\psi}$ означает, что «одетые» бозоны не взаимодействуют также и с «одетыми» (наблюдаемыми) фермионами.

4. Положим, что наше бозонное поле φ взаимодействует только с одним фермионным полем ψ и не взаимодействует со всеми другими полями физики частиц. Выше было показано, что «одетые» бозоны не взаимодействуют между собой и с «одетыми» квантами поля ψ. По этим двум причинам «одетые» бозоны не рассеиваются, не рождаются, не уничтожаются и не могут наблюдаться, поскольку в измерительных приборах используется то или иное существующее взаимодействие. Следует сделать оговорку: если у наших бозонов масса ненулевая, то следует допустить возможность их гравитационного взаимодействия с другими частицами ненулевой массы. Посредством такого взаимодействия можно было бы наблюдать макроколичества таких бозонов, но не одиночные бозоны. Таким образом, «одетые» бозоны модели могли бы иметь свойства частиц «скрытой» или «темной» материи, известной в космологии [8, 9].

Отметим, что модель Юкавы предсказывала возможность наблюдения мезонов — переносчиков взаимодействия между нуклонами. «Одетые» бозоны нашей модели ненаблюдаемы в указанном выше смысле. Бозонное поле φ модели проявляет себя только в порождении фермион-фермионного взаимодействия V_{ff} (см. (13)). В модели имеется свобода выбора формфактора $G(\mathbf{x}-\mathbf{y})$ в (10) и соответствующих возможных взаимодействий V_{ff}. При $G(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \sim \delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$ взаимодействие (10) является локальным, а V_{ff} оказывается контактным: $F(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \sim \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ (см. (14)). В общем случае V_{ff} зависит от параметров формфактора G и не зависит непосредственно от массы μ бозона, в то время как в модели Юкавы радиус нуклон-нуклонного потенциала определяется массой мезона.

Для применения изложенной теоретической возможности в физике частиц нужно найти обобщения модели. Простейшее обобщение получается, когда одно скалярное поле φ взаимодействует с несколькими фермионными полями ψ_i так, что

$$H_I = \sum_i \int d^3x \int d^3y G_i(\mathbf{x}-\mathbf{y})[\,\mathbf{j}_i(\mathbf{x}) \cdot \nabla\varphi(\mathbf{y}) + j_{0i}(\mathbf{x})\pi(\mathbf{y})]\,.$$

Если ψ_i есть кварковые поля, то $\sum\limits_i$ означает сумму по ароматам. Так же, как в п. 3, можно показать, что «одетые» бозоны не взаимодействуют между собой и с «одетыми» квантами всех полей ψ_i.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weinberg S.* The Quantum Theory of Fields. Cambridge, 2000. V. 2. Ch. 18.7.
2. *Окунь Л. Б.* Физика элементарных частиц. М., 1984. Гл. III.
3. *Готтфрид К., Вайскопф В.* Концепции физики элементарных частиц. М., 1988. Гл. 7б.
4. *Dyson F. J.* // Phys. Rev. 1948. V. 73, No. 8. P. 929–930.
5. *Okubo S.* // Progr. Theor. Phys. 1954. V. 11, No. 1. P. 80–94.
6. *Бьеркен Д., Дрелл С.* Релятивистские квантовые поля. М., 1978. Гл. 12, 13.
7. *Шебеко А. В., Широков М. И.* // ЭЧАЯ. 2001. Т. 32, вып. 1. С. 31–95.
8. Физика космоса: Малая энцикл. / Ред. Р. А. Сюняев. М.: Сов. энцикл., 1986.
9. Review of particle properties // Phys. Lett. B. 1990. V. 239. Ch. III.3.

Получено 10 июля 2002 г.