

УДК 537.56, 539.18, 621.384

## **РАСЧЕТ УГЛОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИОНОВ ПОСЛЕ ИОНИЗАЦИИ В ИОННО-АТОМНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ**

***А.К.Каминский\****

Изложен метод расчета эффективных сечений ионизации, дифференциальных по углу рассеяния налетающего иона, в быстрых ионно-атомных столкновениях, когда оба сталкивающихся иона или атома имеют число электронов  $N \leq 10$ . Приведены результаты численного расчета дифференциальных эффективных сечений ионизации атомов неона при столкновениях с ионами алюминия различного заряда и энергии. Обсуждена зависимость эффективных сечений ионизации от начальных состояний выбиваемых электронов, заряда и энергии налетающего иона.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

## **Calculation of the Ion Angular Distributions after the Ionization in Ion-Atom Collisions**

***A.K.Kaminsky***

The method of the calculations of the ionization effective cross sections differential in the incident ion scattering angle is described while both an incident ion and a target atom (or ion) have numbers of its own electrons equal to  $N \leq 10$ . The calculated values of angular distributions of the ions Al (for the different values of charge and energy of ions) after its collisions with the Ne atoms when the Ne atoms being ionized are reported. The dependence of such angular distributions on the incident ion charge and energy and the initial state of ejected electron is investigated.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

Исследование зарядовых, энергетических и угловых распределений всех частиц после ионно-атомных столкновений является основным направлением физики ионно-атомных столкновений, одним из методов изучения строения атомов и ионов и проблемы многих тел, обладающих спином и связанных дальнедействующим кулоновским потенциалом [1–3]. Наряду с фундаментальными исследованиями такие распределения необходимы

---

\* НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва;  
e-mail: kamin@anna19.npi.msu.su

также для большого класса научно-технических проблем. Отметим среди них проблемы управляемого инерционного термоядерного синтеза [4–7], создания интенсивных источников и инжекторов тяжелых ионов [8–9], расчеты динамики пучков ионных ускорителей, исследования взаимодействия ионных пучков с различными мишенями (газовыми, твердотельными аморфными и монокристаллическими) [10–14] и взаимодействия ионов с поверхностями различных материалов. Величины указанных выше распределений необходимы также при решении конкретных задач при использовании ионных пучков в медицине и народном хозяйстве [15–19].

В [1–3, 20–21] изложен метод расчета угловых и энергетических распределений электронов после быстрых ионно-атомных столкновений, приведены результаты расчетов для ряда ионов, показано удовлетворительное согласие вычисленных спектров с имеющимися экспериментальными данными. В [1,3] приведены также расчеты дифференциальных по углу рассеяния протонов эффективных сечений ионизации атома водорода в столкновениях с атомами Н и С, проанализированы характерные особенности таких сечений. Теоретический интерес и потребности ускорительной техники и других приложений стимулировали исследование дифференциальных сечений ионизации при столкновении многоэлектронных систем (ионов и атомов). Ниже приведены расчеты угловых распределений ионов после ионизации в ионно-атомных столкновениях, когда оба сталкивающихся партнера  $A$  и  $B$  имеют  $N_A \leq 10$  и  $N_B \leq 10$  собственных электронов соответственно.

## 2. РАСЧЕТ

В общем случае эффективное сечение неупругого рассеяния налетающего иона (или атома)  $A$  на ионе (или атоме)  $B$  выражается формулой общей теории неупругого рассеяния [22] в виде

$$d\sigma = \frac{M_i M_f p_f}{(2\pi\hbar^2)^2 p_i} |\langle \Phi_f | T | \Phi_i \rangle|^2 d\Omega. \quad (1)$$

Здесь  $M_i$  и  $M_f$  — массы рассеиваемого в телесный угол  $d\Omega$  иона до и после столкновения соответственно,  $p_i$  и  $p_f$  — его импульсы,  $\Phi_i$  и  $\Phi_f$  — волновые функции начального и конечного состояний системы сталкивающихся ионов или атомов.

Выражение (1) является точным, основная информация о процессе содержится в матричных элементах  $T$ -матрицы, именно при их расчетах делаются основные приближения (имеются структурные формулы разложения  $T$ -матрицы в ряд, но вопрос о сходимости ряда остается открытым). Однако для системы «ион плюс атом» даже без учета взаимодействия между ними построение начальной  $\Phi_i$  и конечной  $\Phi_f$  волновых функций является задачей, точное решение которой имеется лишь для атома водорода и водородоподобных ионов.

Получение приближенных решений для таких волновых функций связано с принципиальными трудностями решения проблемы многих тел, обладающих спином и связанных дальнедействующими потенциалами. Даже для простейших ионов приближенные решения имеют вид разложений по базисам из многих десятков и даже сотен членов.

Основным рабочим приближением при расчетах сечений ионизации в быстрых ионно-атомных столкновениях является плосковолновое борновское приближение (PWBA),

в котором волновые функции  $\psi_i$  и  $\psi_f$  начального и конечного состояний системы имеют вид

$$\Psi_i = \Psi_{A_i} \Psi_{B_i} \exp\left(i\vec{p}_i \vec{R}/\hbar\right), \quad \Psi_f = \Psi_{A_f} \Psi_{B_f} \exp\left(i\vec{p}_f \vec{R}/\hbar\right), \quad (2)$$

где  $\psi_A$  и  $\psi_B$  — волновые функции свободных состояний иона и атома соответственно,  $\vec{R}$  — радиус-вектор расстояния между ядрами иона и атома.

Потенциал взаимодействия иона (или атома)  $A$  с зарядом ядра  $z_A$  и числом электронов  $N_A$  с ионом (или атомом)  $B$  с зарядом ядра  $z_B$  и числом электронов  $N_B$  имеет вид

$$U = \frac{z_A z_B e^2}{|\vec{R}|} - \sum_{j=1}^{Z_B} \frac{N_A e^2}{|\vec{R} - \vec{r}_j|} - \sum_{l=1}^{N_A} \frac{z_B e^2}{|\vec{R} + \vec{r}_l|} + \sum_{j=1}^{Z_B} \sum_{l=1}^{N_A} \frac{e^2}{|\vec{R} + \vec{r}_l - \vec{r}_j|}. \quad (3)$$

Для приближенных расчетов эффективных сечений ионизации в быстрых ионно-атомных столкновениях оптимальными являются волновые функции свободных ионов и атомов в виде линейных комбинаций [1–3]

$$\Psi_A(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_{N_A}) = \sum_t \alpha_t \prod_{j=1}^{N_A} \psi_j(z_j, \vec{r}_j) \chi_j(m_{s_j}) \quad (4)$$

одноэлектронных кулоновских волновых функций

$$\psi_j(z_j^*, \vec{r}_j) = R_{nl}(z_j^*, r_j) Y_{lm}(\vartheta_j, \varphi_j) \quad (5)$$

и спиновых функций  $\chi_j(m_{s_j})$ .

Коэффициенты  $\alpha_t$  в (4) выбираются такими, чтобы  $\psi_A$  и  $\psi_B$  соответствовали квантовым числам основного состояния иона и атома соответственно: полному моменту  $J$ , орбитальному моменту  $L$  и спину  $S$ , при этом обеспечиваются необходимые свойства симметрии и соблюдение принципа Паули.

Функции (4) взаимно ортогональны за счет ортогональности сферических функций  $Y_{lm}(\theta_j, \varphi_j)$ . Исключение составляют  $ns$ -состояния, для которых проведена дополнительная ортогонализация. В то же время радиальные функции  $R_{nl}(z_{nl}^*, r)$  для различных оболочек не ортогональны из-за того, что эффективные заряды  $z_{nl}^*$  различны для различных оболочек.

Волновые функции (4), (5) применимы как для описания ионов с числом электронов  $N \leq 10$ , так и для описания атомов с  $z \leq 10$ , необходимо лишь использовать соответствующие эффективные заряды  $z_{nl}^*$ . Такие функции  $\psi_A$  и  $\psi_B$  позволяют получить величины эффективных сечений ионизации при сравнительно небольшой трудоемкости расчетов и с достаточной для практических применений точностью.

Отметим, что в этом приближении оператор (3) является одночастичным по отношению к электронам ионизируемого иона  $A$ , поэтому в первом порядке приближения возможно изменение состояния (в том числе и вырывания в непрерывный спектр) только одного электрона. Эффективное сечение многократной ионизации в этом приближении равно нулю, оно в этом приближении может быть описано лишь более громоздкими формулами более высоких порядков теории возмущений.

Для большинства практических приложений важны начальное и конечное состояния налетающего иона  $A$ , по состояниям электронов атома  $B$  мишени можно провести

суммирование. Дифференциальное по углу рассеяния  $\theta$  налетающего иона  $A$  эффективное сечение  $d\sigma_A/d\Omega$  ионизации при столкновении с атомом  $B$  (т.е. после выбивания электрона из начального состояния  $|nlm\rangle|1/2m_s\rangle$  иона  $A$  в непрерывный спектр) в описанном выше приближении имеет вид [1,3]

$$\frac{d\sigma_A}{d\Omega} = \frac{d\sigma_A^{\text{el}}}{d\Omega} + \frac{d\sigma_A^{\text{in}}}{d\Omega}, \quad (6)$$

$$\frac{d\sigma_A^{\text{el}}}{d\Omega} = \frac{4a_0^2 z_B^2 M^2}{z_A^{*4} m^2} \int \left[ 1 - \frac{N_B}{z_B} F_B(q) \right]^2 \frac{v' \eta_{nlm}(q, k) dk}{v q^4}, \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma_A^{\text{in}}}{d\Omega} = \frac{4a_0^2 N_B M^2}{z_A^{*4} m^2} \int S_B(q) \frac{v' \eta_{nlm}(q, k) dk}{v q^4}. \quad (8)$$

Суммирование выражений (6)–(8) по начальным состояниям выбиваемых из иона  $N_A$  электронов дает угловое распределение ионов  $A$  после ионизации (потери любого из  $N_A$  электронов иона  $A$ ), а интегрирование этой суммы по углу  $\Omega$  — полное сечение  $\sigma$  ионизации иона при столкновении с атомом  $B$ . Здесь и далее использованы обозначения:  $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ ,  $M$  — приведенная масса сталкивающегося иона  $A$  и атома  $B$ ,  $v$  и  $v'$  — их относительные скорости до и после столкновения,  $q$  — изменение импульса налетающего иона,  $k$  — импульс электрона в системе координат, связанной с ионом  $A$ ,  $\eta_{nlm}(q, k)$  — проинтегрированный по углу  $\chi$  вылета выбитого электрона квадрат модуля матричного элемента  $\varepsilon_{nlm}(q, \vec{k})$  перехода электрона из состояния  $|nlm\rangle$  в непрерывный спектр,  $m$  — масса электрона,  $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-9}$  см — боровский радиус,  $z_A^*$  — эффективный заряд ионизируемой оболочки иона  $A$ , величины  $q$  и  $k$  даны в единицах  $z_A^* \hbar a_0^{-1}$ .

Связь угла рассеяния  $\theta$  с величинами  $q$  и  $k$  определяется законами сохранения. Ионизационные потенциалы  $I_0$  атомов и ряда ионов приведены в [23,24].

Формфакторы  $F_B(q)$  и  $S_B(q)$  определяются только электронной структурой атома (или иона)  $B$ , описываемой его начальной функцией  $\Psi_B(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$ :

$$F_B(q) = N_B^{-1} \sum_{j=1}^{N_B} \int |\Psi_B|^2 \exp(i\vec{q}\vec{r}_j/\hbar) d\vec{r}, \quad (9)$$

$$S_B(q) = N_B^{-1} \left[ \sum_{i \neq s}^{N_B} \int |\Psi_B|^2 \exp(i\vec{q}(\vec{r}_i - \vec{r}_s)/\hbar) d\vec{r} - |N_B F_B(q)|^2 \right]. \quad (10)$$

Интегрирование в (9), (10) ведется по всем радиусам-векторам электронов  $\vec{r}_j$  всех  $N_B$  электронов атома  $B$ . Вычисленные с использованием волновых функций (4), (5) выражения для  $F_B(q)$  и  $S_B(q)$  для атомов с  $z_B \leq 10$  и ионов с  $N_B \leq 10$  имеют простой алгебраический вид [3,25]:

$$F(q) = N^{-1} [N_{1S} L(1s, 1s) + N_{2S} L(2s, 2s) + N_{2P_0} L(2p_0, 2p_0) + N_{2P_1} L(2p_1, 2p_1)], \quad (11)$$

$$S(q) = N^{-1} [N - a_1 L^2(1s, 1s) - a_2 L^2(2s, 2s) - a_3 L^2(1s, 2s) - a_4 L^2(2p_0, 2p_0) - a_5 L^2(2p_1, 2p_1) - a_6 L^2(1s, 2p_0) - a_7 L^2(2s, 2p_0) - a_8 L(2p_0, 2p_0) L(2p_1, 2p_1)]. \quad (12)$$

Величины одночастичных матричных элементов

$$L(nlm, n'l'm') = \int \Psi_{nlm}^*(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} \Psi_{n'l'm'}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (13)$$

и коэффициенты в (11), (12) приведены в [3,25].

При анализе влияния упругого формфактора  $F_B(q)$  на сечения вместо  $F_B(q)$  удобно рассматривать входящую в (7) величину

$$U_i(q) = \left[ 1 - \frac{N_i}{z_i} F_i(q) \right]^2. \quad (14)$$

Формулы (6)–(8) приведены в нерелятивистском приближении, формулы для дифференциальных сечений ионизации в умеренно релятивистской области энергии сталкивающихся ионов при  $E/A \leq 1$  ГэВ/нуклон приведены в [24].

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

Отметим характерные особенности структуры подынтегральных выражений в (7), (8). Величины  $U(q) \rightarrow 1$  при больших  $q$  для любых ионизирующих атомов или ионов, что объясняется малой экранировкой электронами поля ионизирующего ядра при больших углах рассеяния, соответствующих малым прицельным параметрам столкновений ионов.

При далеких столкновениях с малыми  $q$  экранировка ядра  $B$  зависит от степени ионизации  $(z_B - N_B)$  иона  $B$ . При атомно-атомных столкновениях экранировка ядер при малых  $q$  является полной и при  $q \rightarrow 0$  выполняется приближение  $U(q) \cong aq^4$ . Если ионизирующим ионом является ион с зарядом  $(z_B - N_B)$ , то при малых  $q$  функция  $U(q)$  стремится не к нулю, как для атома, а к значению  $(z_B - N_B)^2 / z_B^2$ , следовательно, при далеких столкновениях сечение  $d\sigma/d\Omega$  близко к эффективному сечению ионизации ядром с зарядом  $(z_B - N_B)$ .

Неупругие формфакторы  $S(q)$  равны нулю для ядер и монотонно растут с увеличением  $q$  и числом электронов в ионе.

Указанные выше свойства формфакторов (11)–(14) проиллюстрированы на рис. 1, 2 графиками для формфакторов ионов Al с зарядом от +3 до +12 (графики формфакторов для атома Ne и всех его ионов приведены в [25]).

Аналитические выражения для величин  $\eta_{mlm}(q, k)$  для  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -электронов приведены в [26–28]. Они полностью определяют эффективное сечение ионизации заряженной частицей (при этом  $F_B(q) = S_B(q) = 0$ ) и связаны выражением

$$\frac{dF(q, \Delta E)}{d(\Delta E)} = \frac{\Delta E}{I_0} (qa_0)^{-2} \eta_{mlm}(q, k) \quad (15)$$

с так называемой плотностью обобщенных сил осциллятора  $\frac{dF(q, \Delta E)}{d(\Delta E)}$ , достаточно подробно исследованной теоретически и экспериментально [29] для вырывания  $K$ -электрона (здесь  $\Delta E$  — передача энергии иона при столкновении). Плотность обобщенных сил осциллятора обычно изображается в виде поверхности Бете  $F(x, y)$  в трехмерном пространстве (по оси  $x$  отложены величины  $\Delta E/I_0$ , по оси  $y$  — величины  $\ln[(qa_0)^2]$ ).

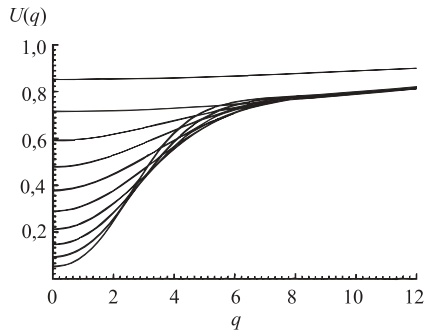


Рис. 1. Величины  $U(q)$  для атома Al и его ионов  $Al^{+i}$  с зарядом  $i$  от +3 до +12. Заряд иона тем выше, чем выше кривая  $U(q)$

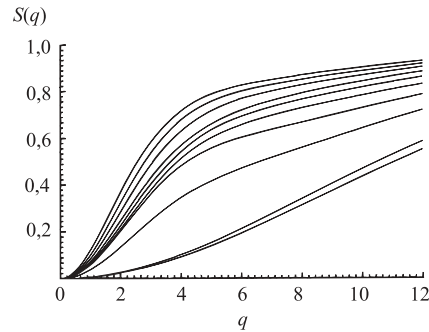


Рис. 2. Неупругий формфактор  $S(q)$  для атома Al и его ионов  $Al^{+i}$  с зарядом  $i$  от +3 до +12. Заряд иона тем выше, чем ниже кривая  $S(q)$

Функции  $dF(q, \Delta E)/(\Delta E)$  имеют ярко выраженный максимум при малых  $q$  и  $k$  и быстро убывают с ростом  $q$  и  $k$ . Этот максимум соответствует рассеянию на малые углы  $\theta$  и может быть экспериментально исследован по фотоионизации. Форма теоретически вычисленного максимума зависит от точности используемых волновых функций начального и конечного состояний выбиваемого электрона. Второй особенностью  $\eta_{nlm}(q, k)$  является наличие хребта при не слишком малых  $k$  (при  $(qa_0)^2 = \Delta E/I_0$ ). Это соответствует близким столкновениям ионизирующей частицы с выбиваемым электроном называемым бинарными столкновениями. Точность описания таких столкновений сравнительно слабо зависит от используемых волновых функций.

Функции  $\eta_{nlm}(q, k)$  для  $L$ - и  $M$ -электронов являются более сложными, в частности, указанные выше хребты имеют сложную структуру [2,3].

Уравнение (8), описывающее вклад в сечение ионизации столкновений электронов налетающего иона (или атома)  $A$  с электронами мишени  $B$ , содержит функцию  $\eta_{nlm}(q, k)$ , входящую в (7). Но отличие в кинематике электрон-электронных столкновений от столкновений электронов с ядром приводит к сдвигу максимумов в энергетических распределениях выбитых электронов в сторону меньших (примерно в 2 раза) значений импульсов  $k$  по сравнению с (7).

Вклад указанных выше областей  $q$  и  $k$  в сечение  $d\sigma/d\Omega$  зависит от числа электронов в сталкивающихся частицах  $A$  и  $B$  и от энергии налетающего иона  $A$ . Отмеченные выше особенности величин  $\eta_{nlm}(q, k)$  и формфакторов необходимо учитывать при выборе процедуры интегрирования в (7), (8) и анализе результатов.

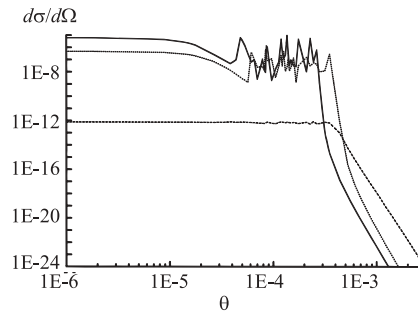


Рис. 3. Дифференциальные эффективные сечения ионизации атома Ne при столкновении с ионами  $Al^{+9}$  с энергией 300 кэВ/нуклон (в единицах  $см^2/ср$  в системе центра масс, угол  $\vartheta$  — в радианах). Начальным состояниям вырванных электронов соответствуют обозначения:  $2p$ -состояние — сплошная кривая,  $2s$  — точечная и  $1s$ -состояние — пунктир. По конечным состояниям иона  $Al^{+9}$  проведено суммирование

Формулы (6)–(8) позволяют поменять местами индексы  $A$  и  $B$ , исследовать ионизацию любой из сталкивающихся систем. В литературе чаще исследуется ионизация атома

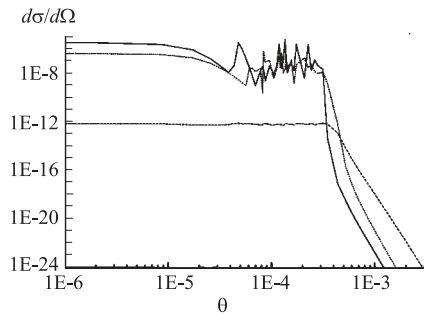


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но для иона  $Al^{+6}$  с энергией, равной 300 кэВ/нуклон

ионизации из различных оболочек, но сохраняются некоторые их качественные особенности.

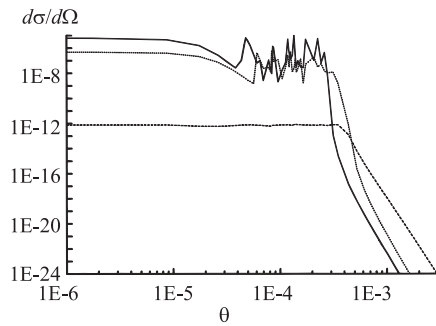


Рис. 5. То же, что и на рис. 3, но для иона  $Al^{+3}$  с энергией, равной 300 кэВ/нуклон

мишени, поэтому на рис. 3–6 характерные особенности угловых распределений продемонстрированы результатами расчета величин  $d\sigma/d\Omega$  для ионизации атомов Ne после столкновений с ионами Al с тремя различными значениями заряда  $i$  и энергиями  $E/A = 300$  кэВ/нуклон и  $E/A = 2$  МэВ/нуклон. Для иллюстрации зависимости величин  $d\sigma/d\Omega$  от начального состояния вырванного электрона выбраны три характерных значения заряда:  $i = 3$  (полностью ободранная  $2p$ -оболочка),  $i = 10$  (полностью заполненная  $2p$ -оболочка) и промежуточный случай  $i = 7$ .

С изменением энергии ионизирующего иона изменяются величины эффективных сечений

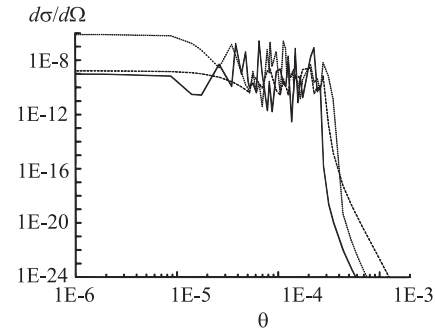


Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но при энергии иона  $Al^{+3}$ , равной 2 МэВ/нуклон

При малых углах  $\theta < mv_0 z^*(Mv)^{-1}$  эффективные сечения  $d\sigma/d\Omega$  слабо зависят от угла  $\theta$  и сильно зависят от энергии связи вырванного электрона, от его начального состояния  $|nlm\rangle$  и скорости  $v$  налетающего иона. При небольших скоростях  $v$  эффективные сечения  $d\sigma/d\Omega$  вырывания электрона из  $1s$ -оболочки при малых  $\theta$  существенно меньше аналогичных сечений для  $2s$ - и  $2p$ -оболочек (в которых энергия связи значительно меньше), это видно на рис. 4, 5. С ростом скорости  $v$  это различие уменьшается. Это известное свойство полных сечений  $\sigma$ , но свойства дифференциальных сечений  $d\sigma/d\Omega$  значительно сложнее. Так, уже при 2 МэВ/нуклон (см. рис. 6) сечение  $d\sigma/d\Omega$  ионизации  $2s$ -оболочки превышает аналогичное сечение для  $2p$ -оболочки при малых углах  $\theta < mv_0 z^*(Mv)^{-1}$ , хотя энергия связи для  $2p$ -оболочки значительно меньше. С увеличением скорости изменяется и относительный вклад слагаемых (6) и (7) в  $d\sigma/d\Omega$  при малых  $\theta$ .

При углах  $\theta$  порядка  $mv_0 z^* (Mv)^{-1}$  на угловых распределениях наблюдаются ярко выраженные максимумы (см. рис. 3–6 при  $10^{-5} < \theta < 10^{-3}$ ). Их происхождение объясняется следующим образом. Эффективное сечение  $d\sigma/d\Omega$  является площадью сечения при заданном  $\theta$ , восстановленного на траектории  $q(k)$  на плоскости  $(q, k)$  и ограниченного сверху значениями подынтегральной функции в (6)–(8). Появление максимумов на графиках  $d\sigma/d\Omega$  происходит тогда, когда траектория  $q(k)$  касается отмеченного выше хребта обобщенных сил осциллятора (или пересекает его).

При этом некоторые максимумы появляются в основном из-за взаимодействия (7) выбиваемого электрона с ионизирующим ионом, уменьшение величины таких максимумов по сравнению с ионизацией голым ядром получило в литературе [30] название эффекта экранирования (screening effect). Другие максимумы, описываемые формулой (8) и обусловленные главным образом электронно-электронными столкновениями, в противоположность первому эффекту были названы антиэкранированием (antiscreening effect). Этот эффект чаще проявляется при сравнительно больших углах: для возбуждения или ионизации второго электрона требуются дополнительные энергия и импульс. В то же время имеются максимумы с заметным вкладом двух механизмов, т.е. эти эффекты не всегда могут быть разделены.

Описанная выше область максимумов в  $d\sigma/d\Omega$  дает определяющий вклад в полное эффективное сечение  $\sigma$  ионизации.

При росте угла  $\theta$  больше нескольких единиц на  $10^{-4}$  область интегрирования в (6)–(8) полностью охватывает область переменных  $q$  и  $k$ , в которой величины подынтегральных функций в (6)–(8) играют существенную роль. При таких углах  $\theta$  все графики  $d\sigma/d\Omega$  имеют практически прямолинейные участки, что можно рассматривать как резерфордское рассеяние.

При дальнейшем росте угла  $\theta$  (в нашем случае на  $10^{-2}$ ) кривые  $d\sigma/d\Omega$  резко загибаются (при увеличении угла  $\theta$  в 2 раза сечение  $d\sigma/d\Omega$  уменьшается примерно на 4–5 порядков), что указывает на неприменимость используемых приближений. Существуют методы учета этого эффекта (учет искажения плоских волн или отклонения траектории налетающего иона от прямолинейной в терминах классического описания), однако для практических применений при высоких энергиях это не является существенным, так как при столь больших углах рассеяния сечение  $d\sigma/d\Omega$  на много порядков меньше значений  $d\sigma/d\Omega$  при малых углах  $\theta$ . Эти поправки весьма существенны для описания столкновений легких частиц при малых энергиях.

В заключение отметим, что изложенный метод применим для расчетов дифференциальных эффективных сечений  $d\sigma/d\Omega$  ионизации в быстрых столкновениях любых пар ионов или атомов с числом собственных электронов, не превышающим 10. Указанные выше характерные особенности в зависимости  $d\sigma/d\Omega$  от угла  $\theta$ , заряда иона и его энергии являются качественными ориентирами при проведении конкретных расчетов.

Автор благодарит Е.Д.Донца за ценные замечания по работе.

### Литература

1. Каминский А.К., Попова М.И. — ЖТФ, 1986, т.56, вып.7, с.1287.
2. Каминский А.К. — Краткие сообщения ОИЯИ, 1997, №4[84]-97, с.21.



3. Каминский А.К., Васильев А.А. — ЭЧАЯ, 1998, т.29, вып.2, с.489.
4. Martin R.L., Arnold R. — Nucl. Instrum. Method, 1978, v.155, p.337.
5. Humphries S., Jr. — Nucl. Fusion, J. Plasma Phys. and Thermonuclear Fusion, 1980, v.20, p.1549.
6. Yonas G. — Fusion Power with Particle Beams. Sci. American, 1978, v.239, No.5, p.40; перевод: Ионас Дж. — УФН, 1981, т.133, с.159.
7. Rubbia C. — Il Nuovo Cimento, 1993, v.106A, No.1, p.1429.
8. Балдин А.М. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429.
9. The Physics and Technology of Ion Sources; ed. by Ian G. Brown, N.Y., 1989. Физика и технология источников ионов; под ред. Я.Брауна. М.: Мир, 1998.
10. Каминский А.К., Мещеров Р.А., Попова М.И. — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1975, №22, с.215.
11. Каминский А.К., Мещеров Р.А., Николаев В.С., Попова М.И. — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1973, №16, с.318.
12. Васильев А.А., Каминский А.К., Мещеров Р.А., Николаев В.С., Попова М.И. — В сб.: Труды IV Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М., 1975, т.1, с.262.
13. Булгаков Ю.В., Каминский А.К., Ловцов С.В., Мещеров Р.А. — В сб.: Труды Радиотехнического института АН СССР, 1977, №30, с.61.
14. Каминский А.К., Попова М.И. — В сб.: Труды VIII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1983, т.1, с.348.
15. Флеров Г.Н. — В сб.: Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т.2, с.203.
16. Рудерман А.И. — В сб.: Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т.2, с.215.
17. Гольдин Л.Л., Чувило И.В., Рудерман А.И. — В сб.: Труды IV Совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1982, с.329.
18. Чувило И.В. — В сб.: Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М., 1977, т.2, с.139.
19. Дмитриев С.Н., Зайцева Н.Г. — ЭЧАЯ, 1996, т.27, вып.4, с.997.
20. Kaminsky A.K., Popova M.I. — Journ. Phys. B, 1982, v.15, p.403.
21. Kaminsky A.K., Meshcherov R.A., Popova M.I., Sazhin V.D. — Nucl. Instrum. Method, 1981, v.180, p.231.

22. Давыдов А.С. — Квантовая механика. М.: ГИФМЛ, 1963, с.478.
23. Физические величины. Справочник под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991, с.411.
24. Biemont E., Fremat Y., Qinet P. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1999, v.71, No.1, p.117.
25. Каминский А.К. — Краткие сообщения ОИЯИ, 1997, № 1[81]-97, с.65.
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Квантовая механика. М.: ГИФМЛ, 1963, с.666.
27. Choi B.H., Merzbacher E., Khandelwal G.S. — Atomic Data, 1973, v.5, p.291.
28. Choi B.H. — Phys. Rev. A, 1973, v.7, p.2056.
29. Inokuti M. — Rev. Mod. Phys., 1978, v.50, p.23.
30. Montenegro E.C., Meyerhof W.E. — Phys. Rev. A, 1991, v.43, No.5, p.2289.

Рукопись поступила 21 апреля 2000 года.