В. И. Векслер

О НОВОМ МЕТОДЕ УСКОРЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ*

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 19 VII 1944)

В заметке [1] мы показали, что с помощью резонансного метода может быть осуществлен разгон релятивистских частиц в постоянном магнитном поле.

Ниже будет показано, что благодаря автоматической фазировке резонансное ускорение может быть осуществлено не только в постоянном, но и в нарастающем во времени магнитном поле. В отличие от бетатрона Видероэ–Керста в подобном ускорителе на магнитное поле ложится задача управления орбитами частиц, ускорение же осуществляется переменным электрическим полем [1]. По сравнению с вихревым ускорителем резонансный будет обладать тем преимуществом, что в нем устранено влияние излучения (возникающего при движении частиц в магнитном поле) на процесс ускорения, а также возможно осуществление магнита в виде узкого кольца, что является крайне выгодным.

Принцип действия. Представим себе N ускоряющих промежутков (с наложенным на них переменным полем частоты ν и амплитудой V_0), расположенных в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля. Пусть кольцевой магнит создает поле, медленно нарастающее во времени. Очевидно, что резонансный разгон частиц в подобном ускорителе будет иметь место, если мы добьемся, чтобы энергия частиц нарастала во времени синхронно с нарастанием магнитного поля. Действительно, резонансный метод требует постоянства

$$T(t)=\frac{2\pi m(t)c}{H(t)e}=\frac{2\pi E(t)}{H(t)ec},$$

где $E(t)=m(t)c^2$ — полная энергия частицы.

*Докл. Академии наук СССР. 1944. Т. XLIV, № 9. С. 393–396.

[1]В принципе и здесь, конечно, возможен резонанс более высокого порядка (см. [1]).

На первый взгляд кажется, что для выполнения этого требования нужно как-то специально подобрать зависимость магнитного поля от времени, от радиуса орбиты и т. п.

Можно показать, однако, что для синхронизации достаточно соблюдения всего лишь двух очень общих ограничений, а именно:

1) изменение магнитного поля по радиусу должно быть относительно невелико, т. е.

$$\frac{1}{H_m} \int\limits_{r=R_{\min}}^{R_{\max}} \frac{\partial H}{\partial r}\, dr \ll 1; \tag{1}$$

2) разность потенциалов, набираемая частицей на длине оборота из-за вихревого поля, должна быть много меньше V_0. Для случая $N = 2$ последнее может быть записано так

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)_{\max} \ll \frac{4\pi V_0}{T_\lambda^2 c}. \tag{2}$$

В ускорителе, в котором эти простые требования выполнены[2], синхронизация будет устанавливаться сама собой, автоматически, при любой форме нарастания магнитного поля во времени.

Механизм, поддерживающий постоянство периода обращений частиц по орбите, обусловлен действием автоматической фазировки, в чем легко убедиться, рассмотрев формулу, определяющую длительность T_n n-го оборота частиц в магнитном поле

$$T_n = \frac{2\pi\left\{e\left[\sum\limits_{i=1}^{i=n} V_0 \cos\varphi_i + u_i\right] + m_0 c^2 (k+1)\right\}}{N\overline{H}_n ec}. \tag{3}$$

Здесь $k = eV_{\text{н}}/m_0 c^2$; $V_{\text{н}}$ — разность потенциалов, соответствующая начальной скорости частиц, $\overline{H}_n$ — среднее значение магнитного поля за время n-го полуоборота; $V_0 \cos\varphi_i$ — разность потенциалов, ускоряющая частицу при i-м ее прохождении в ускоряющем промежутке; u_i — разность потенциалов, набираемая частицей на длине i-го оборота вследствие наличия вихревого градиента.

[2]Для сильного сжатия пучка в направлении, перпендикулярном плоскости орбит, достаточно, чтобы магнитное поле спадало к краям всего на несколько процентов. Поэтому условие (1) вполне не согласуется с требованиями фокусировки.

Из формулы (3) видно, что длительность каждого последующего обращения частицы в магнитном поле обусловлена разностью потенциалов ускоряющих частиц в предыдущих циклах. Поэтому, если (при $N \geq 2$) выполнено начальное условие

$$T_0 = \frac{1}{2} T_\lambda = \frac{2\pi m_0 c^2 (k+1)}{N H_0 e c},$$

то всякий раз, когда приращение длительности n-го оборота (обусловленное прохождением частицы n-й раз в ускоряющем промежутке) будет больше, чем сокращение длительности (вызванное увеличением магнитного поля за время этого n-го оборота), то частица придет в следующий ускоряющий промежуток позже, чем через $T_\lambda/2$, и поэтому в $(n+1)$-й раз пройдет в поле, более слабом, чем в n-й раз. Наоборот, если приращение энергии (при n-м ускорении) меньше, чем приращение магнитного поля в течение последующего интервала времени, то T_n будет меньше, чем $T_\lambda/2$, частица придет раньше и пройдет поле более сильное, чем при предыдущем ускорении.

Так как магнитное поле непрерывно нарастает, то отклонение периода обращения от резонансного, почему-либо возникшее при i-м обороте, будет затухать во времени.

Как легко показать, изменение вихревого поля, приходящееся на один оборот, уменьшается с увеличением числа циклов, поэтому в соответствии со сказанным выше, влияние вихревого ускорения вообще будет быстро уменьшаться с увеличением числа оборотов.

Таким образом, наличие вихревого ускорения не мешает осуществлению резонансного ускорения релятивистских частиц в нарастающем магнитном поле.

Высказанные выше соображения могут быть просто подтверждены математическим рассмотрением процесса фазировки. Ограничиваясь, например, случаем $N = 2$, получим для dT_n/dn

$$\frac{dT_n}{dn} = \frac{\pi V_0 \cos\varphi_n}{H_n c} + \frac{\pi u_n}{H_n c} - T_n \frac{1}{H_n} \frac{dH_n}{dn}. \qquad (4)$$

Учитывая, что

$$\varphi = \frac{2\pi}{T_\lambda} \left(\sum_{i=1}^{i=n} T_i - \frac{n T_\lambda}{2} \right), \quad \text{а} \quad t = \sum_{i=1}^{i=n} T_i,$$

выразим u_n через R_n и H_n:

$$u(t)=\frac{1}{2c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}=\frac{1}{2c}\pi(R_n^2-R_{\min}^2)\frac{dH_n}{dt}^{*}.$$

Найдем выражение для R_n через T_n:

$$R_n^2=\frac{T_n^2c^2}{\pi^2}-\left[\frac{m_0c^2}{H_nec}\right]^2c^2. \tag{5}$$

Наконец, полагая, что φ_n может быть представлено в виде

$$\varphi_n=\psi_n+\alpha_n, \tag{6}$$

где ψ_n слабо зависит от n, а α_n очень малая величина (такая, что $\sin\alpha_n\approx\alpha_n$), получим следующее уравнение для переменной α:

$$i\frac{d^2\alpha}{dn^2}\frac{d\alpha}{dn}+m\frac{d^2\alpha}{dn^2}-A'\frac{d\alpha}{dn}\alpha-A\alpha=B\frac{d\alpha}{dn}+k\left(\frac{d\alpha}{dn}\right)^2+g^{**}, \tag{7}$$

где i, m, A', A, B, k и g — коэффициенты, содержащие постоянные величины и величины, медленно меняющиеся с n.

Предполагая, что

$$i\frac{d^2\alpha}{dn^2}\frac{d\alpha}{dn}\ll m\frac{d^2\alpha}{dn^2};\quad A'\frac{d\alpha}{dn}\alpha\ll A\alpha;\quad k\left(\frac{d\alpha}{dn}\right)^2\ll B\frac{d\alpha}{dn},$$

и считая в первом приближении коэффициенты A, B, m, g постоянными, получим решение упрощенного уравнения в виде

$$\alpha_n=A_0e^{-\delta n}\sin(\gamma n+\Omega_0)+\mu,$$

где δ и μ слабо зависят от n. Подстановка этого (или более точного***) решения в уравнение (7) оправдывает пренебрежение нелинейными членами в (7). Таким образом, при возрастании n фаза стремится к некоторому предельному значению, т. е. действительно имеет место автоматическая фазировка. Можно показать, что и при упрощенном и при более точном решении условие (2) вытекает из того требования, чтобы

---

*Здесь $R_{\min}$ — внутренний радиус магнита ускорителя, представляющего из себя кольцо площадью $S=\pi(R_{\max}^2-R_{\min}^2)=\frac{\pi R_{\min}^2}{\beta_н^2}(1-\beta_н^2)$, где $\beta_н$ — начальное значение $v/c=v_н/c$.

**Уравнение того же типа получится, конечно, при любом N.

*** Считая коэффициенты A, B, m зависящими от H_n (т. е. от n), легко получить для α_n следующее решение

$$\alpha_n=c_1(2\sqrt{H_n})^{-(A-1)}I_{A-1}(\sqrt{BH_n})+c_2(2\sqrt{H_n})^{-(A-1)}I_{-(A-1)}(\sqrt{BH_n})+\mu.$$

предельное α_n было много меньше π. Хотя в данном выводе H считалось постоянным по радиусу, очевидно, что медленные изменения H также не изменят результата.

В заключение укажем, что автоматическая фазировка будет компенсировать также расстройку резонанса[4], вызванную появлением излучения, возникающего при движении релятивистских частиц в магнитном поле.

Возможно, что благодаря этому указанный метод позволит получать частицы с весьма большой энергией.

Исходя из сказанного, очевидно, что энергия, до которой могут быть ускорены частицы, следующим образом зависит от магнитного поля

$$E_{\max} = m_0 c^2 (k+1) \frac{H_{\max}}{H_0} = \frac{H_{\max} e}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{k+1}\right)^2}} R_{\min}.$$

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР
Поступило 8 VII 1944

Цитированная литература

1. *Векслер В.* // ДАН. 1944. Т. XLIII, № 8.

[4]Компенсация будет иметь место почти до тех пор, пока «резонансная» разность потенциалов, вследствие постепенного сползания, не станет равной V_0. Очевидно, что это практически означает отодвигание верхнего предела в область громадных энергий.