

УДК 539.126

ПРЯМОЕ CP -НАРУШЕНИЕ В РАСПАДАХ КАОНОВ: ε'/ε ПЯТЬ ЛЕТ СПУСТЯ

А. А. Бельков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ	509
СЛАБЫЕ НЕЛЕПТОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И CP -НАРУШЕНИЕ В СМ	513
ПОДХОД ЭФФЕКТИВНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КИРАЛЬНЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ	520
АМПЛИТУДЫ РАСПАДОВ $K \rightarrow 2\pi$	525
ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСПАДОВ $K \rightarrow 2\pi$	532
РАСПАДЫ $K \rightarrow 2\pi$ В $1/N_c$ -ПОДХОДЕ	539
МОДИФИКАЦИИ $1/N_c$ -ПОДХОДА	547
КИРАЛЬНАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ	552
КХД НА РЕШЕТКЕ	555
ЭФФЕКТЫ НАРУШЕНИЯ ИЗОТОПИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ	558
МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ ИЗ АНАЛИЗА КХД-КОРРЕЛЯТОРОВ	562
СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ	571
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	576
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	577

УДК 539.126

ПРЯМОЕ CP -НАРУШЕНИЕ В РАСПАДАХ КАОНОВ: ε'/ε ПЯТЬ ЛЕТ СПУСТЯ

А. А. Бельков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В работе дан критический обзор теоретических подходов к описанию в рамках стандартной модели (СМ) отношения параметров ε'/ε , характеризующего прямое CP -нарушение в распадах $K^0 \rightarrow 2\pi$. Детально обсуждается полуфеноменологический анализ этих процессов с помощью бозонизованных киральных лагранжианов. Также рассмотрены $1/N_c$ -подход и его модификации, киральная кварковая модель, КХД на решетке и правила сумм КХД. Анализ результатов, полученных автором, а также в других работах, показывает, что эффекты больших расстояний играют определяющую роль в описании как правила $\Delta I = 1/2$, так и отношения ε'/ε . При учете взаимодействий в конечном состоянии и эффектов нарушения изотопической симметрии особенно важными становятся киральные поправки до p^6 -порядка включительно. Для количественной проверки СМ в прямом CP -нарушении необходимо существенно уменьшить неопределенности большого числа феноменологических параметров из самосогласованного анализа широкого круга низкоэнергетических мезонных процессов, включая распады $K \rightarrow 3\pi$, $K \rightarrow 2\pi\gamma$ и $K \rightarrow \pi e^+ e^-$. Это требует как новых экспериментальных данных по этим процессам, так и проведения детальных расчетов их амплитуд с учетом киральных поправок высшего порядка.

This critical review of the Standard-Model-based approaches is given for description of the direct CP violation in the $K^0 \rightarrow 2\pi$ decays which is characterized by the ratio ε'/ε . The semiphenomenological analysis of these processes by using bosonized chiral Lagrangians is discussed in detail. The $1/N_c$ approach and its modifications, the chiral quark model, lattice QCD, and QCD sum rules are under consideration. The analysis of the results obtained by the author of the review and from other papers has shown that contributions of long-distance effects dominate in the description of both $\Delta I = 1/2$ rule and ε'/ε . The chiral corrections up to and including $O(p^6)$ turn out to be very important when taking into account the final-state interactions and isotopical symmetry breaking effects. To verify the SM quantitatively in the direct CP violation, it is necessary to decrease sufficiently the uncertainties of a big number of phenomenological input parameters from the self-consistent analysis of a wide scope of the low-energy meson processes including decays $K \rightarrow 3\pi$, $K \rightarrow 2\pi\gamma$, and $K \rightarrow \pi e^+ e^-$. This requires new experimental data on these processes as well as detailed calculations of their amplitudes with the chiral higher-order corrections.

ВВЕДЕНИЕ

Нарушение CP -симметрии, обнаруженное в 1964 г. первоначально в распадах долгоживущих нейтральных каонов на два пиона [1], до сих пор остается одним из наиболее загадочных явлений в физике элементарных частиц.

Нейтральные каоны $K^0 = (d\bar{s})$ и $\bar{K}^0 = (\bar{d}s)$ не являются собственными состояниями полного гамильтониана системы с определенными массами. В случае точной CP -симметрии собственными массовыми состояниями являются собственные состояния комбинированного CP -преобразования

$$K_1 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (CP = +1), \quad K_2 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad (CP = -1),$$

где $CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$. Так как $\pi\pi$ -система в конечном состоянии распада $K \rightarrow 2\pi$ характеризуется комбинированной четностью $CP = +1$, то, при сохранении CP -симметрии, распад на два пиона разрешен только для K_1 -состояния. Если последнее отождествлять с короткоживущим K_S^0 -мезоном, а K_2 -состояние — с долгоживущим K_L^0 -мезоном, то распад $K_L^0 \rightarrow 2\pi$ должен быть строго запрещен в случае точной CP -симметрии взаимодействий.

Обнаружение распада $K_L^0 \rightarrow 2\pi$ [1] явилось первым экспериментальным указанием на нарушение CP -симметрии слабыми взаимодействиями. Этот эффект обусловлен тем, что K_L^0 - и K_S^0 -мезоны являются не собственными CP -состояниями, а смесью состояний K_1 и K_2 :

$$K_S^0 = \frac{K_1 + \varepsilon K_2}{1 + |\varepsilon|^2}, \quad K_L^0 = \frac{K_2 + \varepsilon K_1}{1 + |\varepsilon|^2}.$$

Распад $K_L^0 \rightarrow 2\pi$ объясняется существованием в K_L -мезоне малой примеси состояния K_1 , для которого разрешен распад на два пиона. Смешивание K_1 - и K_2 -состояний связано с наличием недиагональных элементов в массовой матрице в базисе (K^0, \bar{K}^0) , приводящих к $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешиванию и расщеплению масс K_L - и K_S -состояний $\Delta M = M(K_L) - M(K_S) = 3,5 \cdot 10^{-5}$ МэВ. Такое CP -нарушение, проявляющееся в распаде $K_L^0 \rightarrow 2\pi$, было названо *непрямым*, поскольку оно является следствием CP -нарушения в массовой матрице, а не в распаде состояния K_2 самого по себе. Непрямое CP -нарушение характеризуется параметром ε :

$$\frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = \varepsilon, \quad (1)$$

который на сегодняшний день измерен с прекрасной точностью:

$$\varepsilon = (2,28 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \exp(i\pi/4).$$

Прямое CP -нарушение, т. е. распад $K_2 \rightarrow 2\pi$, приводит к тому, что отношения $A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)/A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)$ и $A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)/A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)$ перестают быть равными между собой, и вместо (1) должны выполняться более точные соотношения

$$\eta_{+-} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = \varepsilon + \varepsilon', \quad \eta_{00} \equiv \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = \varepsilon - 2\varepsilon',$$

где параметр ε' измеряет вклад прямого CP -нарушения. В эксперименте измеряется двойное отношение $R = |\eta_{00}/\eta_{+-}|^2$, связанное с параметрами нарушения CP -симметрии соотношением $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) = (1 - R)/6$.

Первые эксперименты по измерению величины ε'/ε после полной обработки данных дали значения:

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \begin{cases} (23 \pm 7) \cdot 10^{-4} & \text{(NA31, CERN [2])}, \\ (6 \pm 7) \cdot 10^{-4} & \text{(E731, FNAL [3])}. \end{cases}$$

Статистически эти результаты не противоречат друг другу, и их среднее значение совместимо с нулем. В то же время каждый эксперимент в отдельности приводил к противоположным выводам о существовании прямого CP -нарушения. Эксперимент NA31 указывал на существование ненулевого эффекта на уровне трех стандартных отклонений, в то время как в данных коллаборации E731 эффект не наблюдался.

В 1999 г. появились первые результаты с новых экспериментальных установок:

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \begin{cases} (18,5 \pm 7,3) \cdot 10^{-4} & \text{(NA48, CERN [4])}, \\ (28,0 \pm 4,1) \cdot 10^{-4} & \text{(KTeV, FNAL [5])}, \end{cases}$$

подтвердившие наблюдение сигнала прямого CP -нарушения в эксперименте NA31. Окончательные результаты обработки данных в этих экспериментах

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \begin{cases} (14,7 \pm 2,2) \cdot 10^{-4} & \text{(NA48, CERN [4])}, \\ (20,7 \pm 2,8) \cdot 10^{-4} & \text{(KTeV, FNAL [5])}. \end{cases}$$

однозначно указывают на наличие эффекта прямого CP -нарушения, отличного от нуля на уровне семи стандартных отклонений.

К сожалению, ситуация с теоретическим описанием прямого CP -нарушения в распадах $K^0 \rightarrow 2\pi$ до сих пор остается неудовлетворительной и не столь однозначной, как в эксперименте. Так, большинство оценок, полученных в различных подходах до 1998 г., давали центральное значение $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) < 1 \cdot 10^{-3}$ и были несовместимы с результатом эксперимента NA48 даже в рамках больших теоретических неопределенностей, например:

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \begin{cases} (3,6 \pm 3,4) \cdot 10^{-4} & [6] \quad (1/N_c\text{-подход}), \\ (4 \pm 5) \cdot 10^{-4} & [7] \quad (\text{киральная кварковая модель}), \\ (4,6 \pm 3,2) \cdot 10^{-4} & [8] \quad (\text{КХД на решетке}). \end{cases}$$

Единственная оценка, согласующаяся с измерением NA48, была получена еще в 1993 г. в рамках $1/N_c$ -подхода в работе [9]: $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) = (32 \pm 26) \times 10^{-4}$. Кроме того, оценка в киральной кварковой модели была несколько пересмотрена к 1998 г.: $\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon) = 17_{-10}^{+14}$ [10].

После появления первых результатов коллабораций NA48 и KTeV и до момента написания этой работы прошло уже пять лет. За это время появилось большое количество новых теоретических работ, посвященных вычислению амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и оценке эффекта прямого CP -нарушения в них. Однако теоретическое описание отношения ε'/ε , как и амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ в целом, наталкивается на ряд до сих пор не преодоленных трудностей, связанных с учетом так называемых эффектов больших расстояний, выходящих за рамки пертурбативной КХД. Обсуждению проблем теоретического описания распадов $K \rightarrow 2\pi$ и CP -нарушения в них посвящен этот обзор.

В разд. 1 обсуждаются эффективные четырехкварковые лагранжианы, описывающие слабые переходы кварков с изменением странности $\Delta S = 1$ и $\Delta S = 2$. Эти лагранжианы возникают в рамках СМ в вильсоновском операторном разложении при учете обменов жесткими глюонами. При этом, в случае переходов с $\Delta S = 1$, возникает особый класс глюонных и электрослабых пингвиновых диаграмм, приводящих к нарушению CP -симметрии в нелептонных слабых взаимодействиях. Чтобы вычислить амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ в таком подходе, необходимо уметь вычислять адронные матричные элементы соответствующих четырехкварковых операторов. Это делается с помощью киральных лагранжианов слабых взаимодействий, полученных в разд. 2 из бозонизации четырехкварковых операторов для переходов с $\Delta S = 1$.

В разд. 3 рассматривается вычисление амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ в p^4 - и p^6 -порядках киральной теории с мезонными петлями с учетом древесных, одно- и двухпетлевых диаграмм [11]. Также учитывается нарушение изотопической симметрии, обусловленное как $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешиванием, так и динамическими эффектами, связанными с расщеплением масс кварков, и кинематическими эффектами от расщепления масс нейтральных и заряженных пионов. Полученные амплитуды используются в разд. 4 для анализа распадов $K \rightarrow 2\pi$ с учетом всех неопределенностей, возникающих в таком подходе. В качестве входной информации используются экспериментальные значения изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и величина отношения ε'/ε . Параметрами, определяемыми из анализа данных, являются B_i -факторы, значения которых позволяют судить о величине неучтенных вкладов больших расстояний. Кроме того, извлекается информация об относительном вкладе глюонных пингвиновых операторов в переходы с изменением изотопического спина $\Delta I = 1/2$, а также о параметре Ω_{IB} , характеризующем влияние изотопического нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ на величину отношения ε'/ε .

В последующих разделах обзора обсуждаются различные подходы к описанию распадов $K \rightarrow 2\pi$, основанные на процедуре сшивания вкладов малых и больших расстояний в рамках $1/N_c$ -разложения и его расширений (разд. 5 и 6), киральной кварковой модели (разд. 7) и КХД на решетке (разд. 8). Особое место отведено оценкам параметра изотопического нарушения Ω_{IB} в моделях

с эффективными лагранжианами с киральными структурами самого общего вида (разд. 9). В разд. 10 рассматриваются оценки матричных элементов электрослабых пингиновых операторов на основе анализа $(V - A)$ -корреляторов КХД в киральном пределе. В разд. 11 проводится сравнение результатов различных подходов; в заключении формулируются основные выводы и обсуждаются перспективы дальнейших исследований.

1. СЛАБЫЕ НЕЛЕПТОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И CP -НАРУШЕНИЕ В СМ

В шестикварковой СМ с тремя поколениями кварков (u, d) , (c, s) , (t, b) электрослабые собственные состояния кварков (d', s', b') связаны с их массовыми собственными состояниями (d, s, b) через унитарное преобразование, задаваемое с помощью матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы (ККМ) [12, 13]:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \equiv \hat{V} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

Элементы ККМ-матрицы \hat{V} описывают константы связи слабых нелептонных взаимодействий в заряженном токе, имеющих в терминах массовых собственных состояний кварков следующий вид:

$$\mathcal{L}_W^{cc} = -\frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L) \gamma^\mu \hat{V} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^\dagger,$$

где константа связи g_2 связана с калибровочной группой $SU_L(2)$, а поля W_μ описывают заряженные W -бозоны.

Следствием унитарности ККМ-матрицы являются соотношения

$$V_{ki}^* V_{kj} = \delta_{ij}, \quad V_{ik} V_{jk}^* = \delta_{ij},$$

которые приводят к системе из 12 уравнений, включающих в себя 6 условий нормировки и 6 условий ортогональности. Унитарность ККМ-матрицы содержится в явном виде в ее стандартной параметризации с помощью трех обобщенных углов кабиббовского типа θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} и единственной комплексной фазы δ :

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ и $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$.

Наличие комплексной фазы δ в ККМ-матрице приводит к CP -нарушению в слабых взаимодействиях. Сохранение CP -симметрии имеет место, только если $\delta = 0$ или $\delta = \pi$. Следует заметить, что в случае существования только двух поколений кварков, (u, d) и (c, s) , комплексная фаза в соответствующей ККМ-матрице отсутствует, и CP -симметрия не может нарушаться слабыми взаимодействиями. Таким образом, CP -нарушение самым тесным образом связано с существованием поколения тяжелых кварков (t, b) и динамикой их взаимодействий.

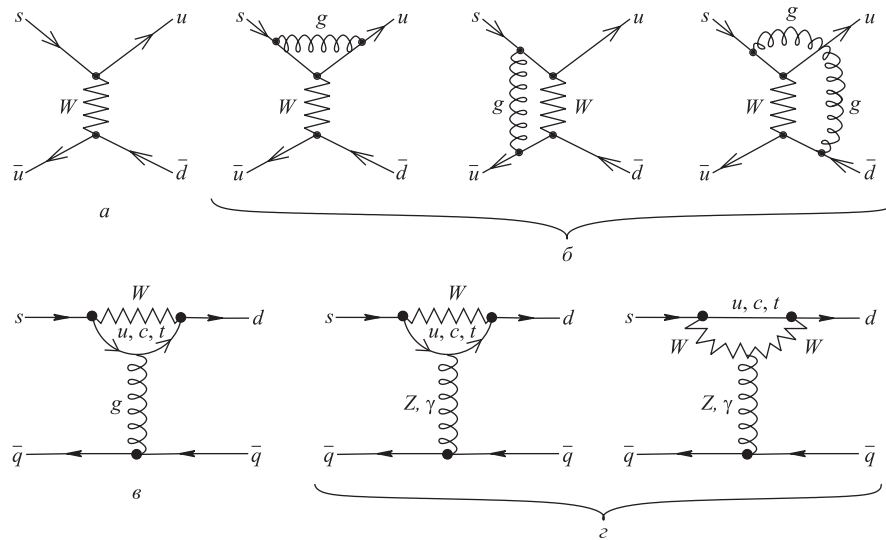


Рис. 1. Диаграммы, порождающие четырехкварковые операторы слабых нелептонных взаимодействий кварков в СМ

В рамках СМ динамика нелептонных распадов каонов определяется на кварковом уровне (без учета сильных взаимодействий) эффективным лагранжианом слабого взаимодействия с изменением странности $\Delta S = 1$:

$$\mathcal{L}_w^q(\Delta S = 1) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* Q_2,$$

который соответствует диаграмме рис. 1, a в пределе малых переданных импульсов, когда пропагатор W -бозона стягивается в точку: $1/(q^2 - m_W^2) \rightarrow -1/M_W^2$. Здесь $G_F = \sqrt{2}g_2^2/8M_W^2 = 1,16639 \cdot 10^{-6} \text{ ГэВ}^2$ — константа Ферми для слабого взаимодействия; Q_2 — четырехкварковый оператор, составлен-

ный из произведения двух кварковых ($V - A$)-токов:

$$Q_2 = 4\bar{s}_L\gamma^\mu u_L \bar{u}_L\gamma_\mu d_L, \quad (3)$$

где $q_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q$.

Учет КХД-поправок [14–22], связанных с обменами жесткими глюонами, приводит к эффективному лагранжиану, который в терминах четырехкварковых операторов Q_i записывается как

$$\mathcal{L}_w^{\text{QCD}}(\Delta S = 1) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \sum_{i=1}^{10} C_i(\mu) Q_i = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \mathbf{C}(\mu) \mathbf{Q}_i. \quad (4)$$

Этот лагранжиан может быть получен с помощью вильсоновского операторного разложения из диаграмм рис. 1, б–г для элементарных процессов с обменом жесткими глюонами. Вильсоновские коэффициентные функции C_i вычисляются в рамках пертурбативной КХД и зависят от выбора точки перенормировки μ , а также схемы регуляризации. Среди многочисленных вычислений вильсоновских коэффициентов следует особо выделить расчеты в лидирующем и следующем за лидирующим порядках КХД, выполненные в работах [16–22]. Эффективный лагранжиан (4) соответствует шкале перенормировки $\mu < m_c$. Наряду с оператором Q_2 (3) в него входят 9 новых операторов:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 4\bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{u}_L\gamma_\mu u_L, \\ Q_3 &= 4 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{q}_L\gamma_\mu q_L, \quad Q_4 = 4 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu q_L \bar{q}_L\gamma_\mu d_L, \\ Q_5 &= 4 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{q}_R\gamma_\mu q_R, \quad Q_6 = -8 \sum_q \bar{s}_L q_R \bar{q}_R d_L, \\ Q_7 &= 6 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{q}_R\gamma_\mu Q q_R, \quad Q_8 = -12 \sum_q \bar{s}_L q_R Q \bar{q}_R d_R, \\ Q_9 &= 6 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu d_L \bar{q}_L\gamma_\mu Q q_L, \quad Q_{10} = 6 \sum_q \bar{s}_L\gamma^\mu q_R Q \bar{q}_L\gamma_\mu d_L, \end{aligned} \quad (5)$$

где $q_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)q$; суммирование проводится по кварковым ароматам $q = u, d, s$; $Q = \text{diag}(2/3, -1/3, -1/3)$ — матрица электрических зарядов кварков.

Операторы $Q_{1,2}$ возникают в результате учета обменов жесткими глюонами в диаграммах рис. 1, б. Из диаграмм пингвинового типа рис. 1, в с обменом глюоном (глюонные пингвиновые диаграммы) возникают операторы $Q_{3,4}$, составленные из произведений кварковых ($V - A$)-токов, а также оператор

Q_5 , содержащий $(V+A)$ -токи, и оператор Q_6 , составленный из произведений кварковых плотностей. Операторы $Q_{7,8,9,10}$ порождаются вкладами диаграмм пингвинового типа рис. 1, 2 с обменом фотоном либо нейтральным Z -бозоном (электрослабые пингвиновые диаграммы). Следует заметить, что только семь операторов являются независимыми, так как

$$Q_4 = Q_2 - Q_1 + Q_3, \quad Q_9 = \frac{1}{2}(3Q_1 - Q_3), \quad Q_{10} = Q_2 + \frac{1}{2}(Q_1 - Q_3). \quad (6)$$

Непингвиновые операторы $Q_{1,2}$, а также электрослабые пингвиновые операторы $Q_{7,8,9,10}$ дают вклады в нелептонные слабые переходы с $\Delta I = 1/2, 3/2$. В пределе точной изотопической симметрии глюонные пингвиновые операторы $Q_{3,4,5,6}$ дают вклады только в переходы с $\Delta I = 1/2$.

Для устранения расходимостей, возникающих при вычислении КХД-поправок, используются размерная регуляризация с помощью продолжения в область пространственно-временных размерностей $D = 4 - 2\epsilon$ и различные минимальные схемы вычитаний расходимостей. Особо важная роль при этом отводится уравнениям ренормгруппы, которые задают эволюцию вильсоновских коэффициентов на малых расстояниях КХД от M_W и ниже до $\mu < m_c$:

$$\mathbf{C}(\mu) = \hat{U}(\mu, M_W, \alpha) \mathbf{C}(M_W), \quad (7)$$

где $\hat{U}(m_1, m_2, \alpha)$ — обобщенная эволюционная матрица, не зависящая от схемы перенормировки в лидирующем КХД-порядке. Зависимость от схемы перенормировки и трактовки γ_5 -матрицы в пространственно-временных размерностях $D \neq 4$ возникает в следующем за лидирующим порядке. В результате величины двухпетлевых КХД-поправок к вильсоновским коэффициентам $C_i(\mu)$, вычисленные в наивной размерной регуляризации (NDR-схема с антикоммутирующей γ_5 -матрицей), отличаются от аналогичных поправок в схеме 'т Хофта–Вельтмана (HV-схема с коммутирующей γ_5 -матрицей).

Бегущая КХД-константа связи $\alpha_s(\mu)$ исчезает в пределе $\mu/\Lambda_{\overline{\text{MS}}} \rightarrow \infty$ в соответствии с асимптотической свободой кварков на малых расстояниях:

$$\alpha_s(\mu) \equiv \frac{g^2(\mu)}{4\pi} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^2)} \left[1 - \frac{\beta_1 \ln \ln(\mu^2/\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^2)}{\ln(\mu^2/\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^2)} \right], \quad (8)$$

здесь $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ — шкала модифицированной минимальной схемы вычитания расходимостей;

$$\beta_0 = \frac{11N_c - 2n_f}{3}, \quad \beta_1 = \frac{34}{3}N_c^2 - \frac{10}{3}N_c n_f - 2C_f n_f, \quad C_f = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c},$$

где N_c — число цветов кварков; n_f — число активных кварковых ароматов. Так как $\beta_0 \sim O(N_c)$ и $\beta_1 \sim O(N_c^2)$, то при больших N_c КХД-константа

$\alpha_s(\mu) \sim O(1/N_c)$ исчезает в пределе $N_c \rightarrow \infty$. Массы кварков в КХД также являются бегущими константами, зависящими от μ :

$$m(\mu) = m(m) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(m)} \right]^{\frac{\gamma_{m0}}{2\beta_0}} \left[1 + \left(\frac{\gamma_{m1}}{2\beta_0} - \frac{\beta_1 \gamma_{m0}}{2\beta_0^2} \right) \frac{\alpha_s(\mu) - \alpha_s(m)}{4\pi} \right],$$

где

$$\gamma_{m0} = 6C_F, \quad \gamma_{m1} = C_F \left(3C_F + \frac{97}{3}N_c - \frac{10}{3}n_f \right).$$

Вильсоновские коэффициенты содержат две компоненты:

$$C_i(\mu) = z_i(\mu) + \tau y_i(\mu), \quad \tau = -\frac{V_{td}V_{ts}^*}{V_{ud}V_{us}^*}. \quad (9)$$

Наличие мнимой части у коэффициента τ , связанное с существованием фазы δ в ККМ-матрице, приводит к прямому CP -нарушению в нелептонных распадах каонов. Вычисления вильсоновских коэффициентов [16–19] показывают, что $y_1 = y_2 = 0$, и прямое CP -нарушение связано с пингвиновыми операторами.

Амплитуды зарядовых каналов распадов $K \rightarrow 2\pi$ следующим образом выражаются через изотопические амплитуды A_I , где $I = 0, 2$ — изотопический спин конечного состояния:

$$\begin{aligned} T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} &= \frac{\sqrt{3}}{2} A_2, \\ T_{K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} &= \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 + \frac{1}{\sqrt{3}} A_2, \quad T_{K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 - \frac{2}{\sqrt{3}} A_2, \end{aligned} \quad (10)$$

причем A_0 и A_2 описывают слабые переходы с изменением изоспина $\Delta I = 1/2, 3/2$ соответственно:

$$A_2 = a_2 e^{i\delta_2}, \quad A_0 = a_0 e^{i\delta_0}, \quad (11)$$

где $\delta_{2,0}$ — фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния в соответствующих изотопических состояниях. Экспериментально измеренные ширины зарядовых каналов распадов $K \rightarrow 2\pi$ дают величины изотопических амплитуд

$$a_0 = 4,71 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}, \quad a_2 = 0,21 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}, \quad (12)$$

а фазы $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии имеют значения [23]

$$\delta_0 = (34,2 \pm 2,2)^\circ, \quad \delta_2 = (-6,9 \pm 0,2)^\circ. \quad (13)$$

Отношение экспериментально измеренных амплитуд

$$\omega = a_2/a_0 \approx 1/22$$

указывает на значительное усиление переходов с изменением изоспина $\Delta I = 1/2$ по отношению к переходам с $\Delta I = 3/2$ (так называемое *правило* $\Delta I = 1/2$).

Параметр ε' , характеризующий прямое CP -нарушение в распадах $K \rightarrow 2\pi$, следующим образом выражается через изотопические амплитуды (11):

$$\varepsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im } a_0}{\text{Re } a_0} \left(1 - \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im } a_2}{\text{Im } a_0} \right) e^{i(\pi/2 + \delta_2 - \delta_0)}, \quad \omega = \frac{\text{Re } a_2}{\text{Re } a_0}. \quad (14)$$

С учетом экспериментального факта, что $\varepsilon'/\varepsilon \approx \text{Re } \varepsilon'/\varepsilon$ и $\arg \varepsilon \approx \arg \varepsilon'$, получаем

$$\text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) = \frac{\omega \text{Im } \lambda_t}{\sqrt{2} |\varepsilon| |V_{ud}| |V_{us}|} \left(\frac{a_0^{(y)}}{a_0^{(z)}} - \frac{a_2^{(y)}}{a_2^{(z)}} \right), \quad (15)$$

где

$$\text{Im } \lambda_t = \text{Im} (V_{td} V_{ts}^*) = |V_{ub}| |V_{cb}| \sin \delta, \quad (16)$$

$$a_I^{(z)} \propto \sum_{i=1}^{10} z_i(\mu) \langle (\pi\pi)_I | Q_i | K \rangle, \quad a_I^{(y)} \propto \sum_{i=1}^{10} y_i(\mu) \langle (\pi\pi)_I | Q_i | K \rangle$$

есть z - и y -компоненты изотопических амплитуд

$$A_I = (a_I^{(z)} + \tau a_I^{(y)}) e^{i\delta_I}, \quad (17)$$

соответствующие представлению (9) вильсоновских коэффициентов.

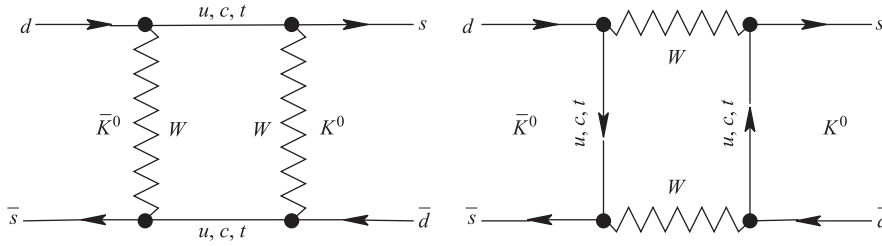
В рамках СМ смешивание $K - \bar{K}^0$ возникает на уровне диаграмм «ящичного» типа рис. 2. С учетом КХД-поправок к этим диаграммам эффективный лагранжиан переходов с изменением странности $\Delta S = 2$, описывающий $(K - \bar{K}^0)$ -смешивание, имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\Delta S = 2) = \frac{G_F^2}{16\pi^2} E(\mu) Q(\Delta S = 2),$$

где вильсоновская коэффициентная функция $E(\mu)$ определяется как

$$E(\mu) = M_W^2 \left[\lambda_c^2 \eta_1 S_0(x_c) + \lambda_t^2 \eta_2 S_0(x_t) + 2\lambda_c \lambda_t \eta_3 S_0(x_c, x_t) \right] C_K(\mu),$$

$$C_K(\mu) = \left[\alpha_s(\mu) \right]^{-2/9} \left[1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} J_3 \right].$$


 Рис. 2. Диаграммы «ящичного» типа, описывающие смешивание $K - \bar{K}^0$ в рамках СМ

Здесь $\lambda_q = V_{qd}V_{qs}^*$, $q = c, t$; $S_0(x_i)$ и $S_0(x_i, x_j)$ — функции Инами–Лима [24], представляющие основные вклады ящичных диаграмм без КХД-поправок и зависящие от $x_i = m_i^2/M_W^2$; $\eta_1 = 1,38$, $\eta_2 = 0,58$ и $\eta_3 = 0,47$ — поправочные факторы, которые учитывают КХД-эффекты на малых расстояниях до следующего за лидирующим порядком; J_3 — коэффициент, возникающий в следующем за лидирующим порядком и зависящий от схемы перенормировки; $Q(\Delta S = 2)$ — четырехкварковый оператор нелептонных переходов кварков с изменением странности $\Delta S = 2$, составленный из произведения двух кварковых $(V - A)$ -токов:

$$Q(\Delta S = 2) = \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{s}_L \gamma_\mu d_L, \quad (18)$$

где $q_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q$.

Параметр ε , характеризующий не прямое CP -нарушение в распаде $K_L^0 \rightarrow 2\pi$, связан с недиагональным элементом M_{12} массовой матрицы для системы нейтральных каонов:

$$\varepsilon = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{2}\Delta M_K} (\text{Im } M_{12} + 2\zeta \text{Re } M_{12}). \quad (19)$$

Здесь ΔM_K — разница масс K_L^0 - и K_S^0 -мезонов; $\zeta = \text{Im } a_0/\text{Re } a_0$, где a_0 — амплитуда распада $K \rightarrow \pi\pi$ с изотопическим спином $I = 0$ в конечном состоянии (см. определение (11)); M_{12} определяется как

$$2m_K M_{12}^* = \langle \bar{K}^0 | \mathcal{L}_{\text{eff}}(\Delta S = 2) | K^0 \rangle.$$

Второй член в выражении (19) дает вклад в ε , не превышающий 2%, и им можно пренебречь. Тогда в рамках СМ

$$\varepsilon = C_\varepsilon \hat{B}_K \text{Im } \lambda_t \{ \text{Re } \lambda_c [\eta_1 S_0(x_c) - \eta_3 S_0(x_c, x_t)] - \text{Re } \lambda_t \eta_2 S_0(x_t) \} \exp(i\pi/4).$$

Здесь

$$C_\varepsilon = \frac{G_F^2 F_K^2 m_K M_W^2}{12\sqrt{2}\pi^2 \Delta M_K} = 33,78 \cdot 10^4,$$

$$\hat{B}_K = B_K(\mu) C_K(\mu), \quad B_K = \frac{3}{4} \frac{1}{F_K^2 m_K^2} \langle \bar{K}^0 | \mathcal{L}_{\text{eff}}(\Delta S = 2) | K^0 \rangle, \quad (20)$$

где $F_K = 113$ МэВ — константа распада $K \rightarrow \mu\nu$.

Таким образом, в рамках СМ как не прямое, так и прямое CP -нарушение появляется из-за фазы δ в ККМ-матрице. Непрямое CP -нарушение, связанное с $(K - \bar{K}^0)$ -смешиванием, возникает из диаграмм рис. 2 второго порядка по слабой константе взаимодействия G_F . Прямое CP -нарушение вызвано вкладом диаграмм пингвинового типа рис. 1, σ, ζ первого порядка по G_F . Заметим, что в рамках гипотезы о существовании суперслабого взаимодействия, выдвинутой Вольфенштейном [25] для объяснения непрямого CP -нарушения, из наблюдения последнего вовсе не возникает, как следствие, возможность прямого CP -нарушения в распадах каонов. Поэтому наблюдение прямого CP -нарушения в экспериментах NA48 и KTeV явилось качественным подтверждением ККМ-механизма CP -нарушения в СМ.

Для количественной проверки предсказаний СМ в эффектах CP -нарушения в распадах каонов необходимо уметь вычислять мезонные матричные элементы четырехкварковых операторов слабых нелептонных взаимодействий. Это можно сделать с помощью подхода, основанного на эффективных киральных лагранжианах сильных и слабых взаимодействий мезонов, получаемых из бозонизации соответствующих локальных кварковых лагранжианов [26–28].

2. ПОДХОД ЭФФЕКТИВНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КИРАЛЬНЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ

Рассмотрим альтернативное представление для эффективного лагранжиана слабых нелептонных взаимодействий кварков в терминах четырехкварковых операторов \mathcal{O}_i [14, 29]:

$$\mathcal{L}_w^{\text{QCD}}(\Delta S = 1) = \sqrt{2} G_F V_{ud} V_{us}^* \sum_{i=1}^8 \tilde{C}_i(\mu) \mathcal{O}_i. \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \mathcal{O}_1 &= \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{u}_L \gamma_\mu u_L - \bar{s}_L \gamma^\mu u_L \bar{u}_L \gamma_\mu d_L, \\
 \mathcal{O}_2 &= \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{s}_L \gamma^\mu u_L \bar{u}_L \gamma_\mu d_L + 2\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{d}_L \gamma_\mu d_L + \\
 &\quad + 2\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{s}_L \gamma_\mu s_L, \\
 \mathcal{O}_3 &= \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{s}_L \gamma^\mu u_L \bar{u}_L \gamma_\mu d_L + 2\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{d}_L \gamma_\mu d_L - \\
 &\quad - 3\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{s}_L \gamma_\mu s_L, \\
 \mathcal{O}_4 &= \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{s}_L \gamma^\mu u_L \bar{u}_L \gamma_\mu d_L - \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{d}_L \gamma_\mu d_L, \\
 \mathcal{O}_5 &= \sum_q \bar{s}_L \gamma^\mu \lambda_c^\alpha d_L \bar{q}_R \gamma_\mu \lambda_c^\alpha q_R, \quad \mathcal{O}_6 = \sum_q \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{q}_R \gamma_\mu q_R, \\
 \mathcal{O}_7 &= 6 \sum_q \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{q}_R \gamma_\mu Q q_R, \quad \mathcal{O}_8 = 6 \sum_q \bar{s}_L \gamma^\mu \lambda_c^\alpha d_L \bar{q}_R \gamma_\mu \lambda_c^\alpha Q q_R,
 \end{aligned} \tag{22}$$

где λ_c^α — генераторы цветовой группы $SU(N_c)$. Операторы $\mathcal{O}_{5,6}$, содержащие кварковые $(V+A)$ -токи, порождены глюонными пингвиновыми диаграммами, а операторы $\mathcal{O}_{7,8}$ возникают из электрослабых пингвиновых диаграмм. В пределе точной изотопической симметрии операторы $\mathcal{O}_{1,2,3,5,6}$ и \mathcal{O}_4 описывают переходы с $\Delta I = 1/2$ и $3/2$ соответственно, в то время как операторы $\mathcal{O}_{7,8}$ дают вклад в переходы с $\Delta I = 1/2$ и $3/2$.

Операторы \mathcal{O}_i (22) связаны с операторами Q_i (5) соотношениями

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \frac{2}{15}(15\mathcal{O}_1 + 3\mathcal{O}_2 + 2\mathcal{O}_3 + 10\mathcal{O}_4), \\
 Q_2 &= \frac{2}{15}(-15\mathcal{O}_1 + 3\mathcal{O}_2 + 2\mathcal{O}_3 + 10\mathcal{O}_4), \\
 Q_3 &= 2(\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_2), \quad Q_4 = -2(\mathcal{O}_1 - \mathcal{O}_2), \\
 Q_5 &= 4\mathcal{O}_6, \quad Q_6 = 2\mathcal{O}_5 + \frac{4}{3}\mathcal{O}_6, \\
 Q_7 &= \mathcal{O}_7, \quad Q_8 = \frac{1}{2}\mathcal{O}_8 + \frac{1}{3}\mathcal{O}_7, \\
 Q_9 &= 2(\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_4) + \frac{2}{5}(-\mathcal{O}_2 + \mathcal{O}_3), \\
 Q_{10} &= 2(-\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_4) + \frac{2}{5}(-\mathcal{O}_2 + \mathcal{O}_3).
 \end{aligned}$$

Вильсоновские коэффициенты \tilde{C}_i эффективного кваркового лагранжиана (21) с операторами \mathcal{O}_i можно выразить через вильсоновские коэффициенты C_i ,

соответствующие лагранжиану (21) с операторами Q_i :

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_1 &= C_1 - C_2 + C_3 - C_4 + C_9 - C_{10}, \\
\tilde{C}_2 &= \frac{1}{5}(C_1 + C_2 - C_9 - C_{10}) + C_3 + C_4, \\
\tilde{C}_3 &= \frac{1}{5}\tilde{C}_4 = \frac{1}{5}\left(\frac{2}{3}(C_1 + C_2) + C_9 + C_{10}\right), \\
\tilde{C}_5 &= C_6, \quad \tilde{C}_6 = 2\left(C_5 + \frac{1}{3}C_6\right), \\
\tilde{C}_7 &= \frac{1}{2}\left(C_7 + \frac{1}{3}C_8\right), \quad \tilde{C}_8 = \frac{1}{4}C_8.
\end{aligned} \tag{23}$$

Бозонизованная версия эффективного лагранжиана (21) может быть представлена в следующей форме [26]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_w^{\text{mes}} &= \tilde{G}_F \left\{ (-\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(J_{L\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}J_{L\mu}^8 \right) (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] + \right. \\
&\quad \left. + (\xi_1 + 5\xi_2) \sqrt{\frac{2}{3}} J_{L\mu}^0 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \frac{10}{\sqrt{3}} \xi_3 J_{L\mu}^8 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) + \right. \\
&\quad \left. + \xi_4 \left[(J_{L\mu}^1 - iJ_{L\mu}^2)(J_{L\mu}^4 + iJ_{L\mu}^5) + 2J_{L\mu}^3 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \right] - \right. \\
&\quad \left. - 4\xi_5 \left[(J_R^1 - iJ_R^2)(J_L^4 + iJ_L^5) - \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}}J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \sqrt{\frac{2}{3}} (J_R^6 + iJ_R^7)(\sqrt{2}J_L^8 - J_L^0) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \xi_6 \sqrt{\frac{3}{2}} (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) J_{R\mu}^0 + 6\xi_7 (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7) \left(J_{R\mu}^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}J_{R\mu}^8 \right) - \right. \\
&\quad \left. - 16\xi_8 \left[(J_R^1 - iJ_R^2)(J_L^4 + iJ_L^5) + \frac{1}{2} \left(J_R^3 - \frac{1}{\sqrt{3}}J_R^8 - \sqrt{\frac{2}{3}}J_R^0 \right) (J_L^6 + iJ_L^7) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{6}} (J_R^6 + iJ_R^7)(\sqrt{2}J_L^8 - J_L^0) \right] \right\}. \tag{24}
\end{aligned}$$

Здесь $\tilde{G}_F = \sqrt{2}G_F V_{ud}V_{us}^*$; $J_{L/R\mu}^a$ и $J_{L/R}^a$ — мезонные ($V \mp A$)-токи и ($S \mp P$)-плотности, возникающие из бозонизации кварковых токов

$\bar{q}\gamma_\mu\frac{1}{4}(1\mp\gamma^5)\lambda^a q$ и плотностей $\bar{q}\frac{1}{4}(1\mp\gamma^5)\lambda^a q$ соответственно; λ^a — генераторы $U(3)_F$ группы кварковых ароматов;

$$\begin{aligned}\xi_1 &= \tilde{C}_1 \left(1 - \frac{1}{N_c}\right), & \xi_{2,3,4} &= \tilde{C}_{2,3,4} \left(1 + \frac{1}{N_c}\right), \\ \xi_{5,8} &= \tilde{C}_{5,8} \left(1 - \frac{1}{N_c^2}\right) + \frac{1}{2N_c}\tilde{C}_{6,7}, & \xi_{6,7} &= \tilde{C}_{6,7},\end{aligned}\quad (25)$$

где цветовой фактор $1/N_c$ возникает в результате фирцевского преобразования операторов \mathcal{O}_i (см. более подробно в [26]).

Мезонные токи $J_{L/R\mu}^a$ и плотности $J_{L/R}^a$ получаются из кваркового детерминанта с помощью варьирования по дополнительным внешним источникам, ассоциированным с соответствующими кварковыми токами и плотностями [26]. В соответствии с правилами счета степеней импульсного разложения [30] из членов p^{2n} -порядка в кварковом детерминанте можно получить лагранжиан сильного взаимодействия мезонов \mathcal{L}_{eff} того же порядка, а также токи $J_{L/R\mu}^a$ и плотности $J_{L/R}^a$ в p^{2n-1} - и p^{2n-2} -порядках соответственно. Например, из p^2 -членов кваркового детерминанта получаем

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(p^2)} &= -\frac{F_0^2}{4} \text{tr}(L_\mu^2) + \frac{F_0^2}{4} \text{tr}(\chi U^\dagger + U \chi^\dagger), \\ J_{L\mu}^{(p^1)a} &= \frac{iF_0^2}{4} \text{tr}(\lambda^a L_\mu), & J_L^{(p^0)a} &= \frac{F_0^2}{4} \bar{m} R \text{tr}(\lambda^a U).\end{aligned}\quad (26)$$

Здесь $U = \exp\left(\frac{i\sqrt{2}}{F_0}\varphi\right)$, где φ — матрица псевдоскалярных мезонов; $L_\mu = D_\mu U U^\dagger$; $D_\mu U = \partial_\mu U + (A_\mu^L U - U A_\mu^R)$; $A_\mu^{R/L} = V_\mu \pm A_\mu$ — левая/правая комбинации векторных и аксиально-векторных полей. Кроме того, F_0 — голая константа распада пиона $\pi \rightarrow \mu\nu$; $\chi = \text{diag}(\chi_u^2, \chi_d^2, \chi_s^2) = -2m_0\langle\bar{q}q\rangle F_0^{-2}$ — мезонная массовая матрица, диагональные элементы которой можно зафиксировать по массам псевдоскалярных мезонов; m_0 — массовая матрица для токовых кварков; $\langle\bar{q}q\rangle$ — кварковый конденсат; \bar{m} — усредненная масса составляющих кварков и $R = \langle\bar{q}q\rangle/(\bar{m}F_0^2)$. В p^2 -порядке киральной теории параметры лагранжиана и токов (26) фиксируются следующим образом: $F_0 = F_\pi = 93$ МэВ, $\chi_u^2 = 0,0114$ ГэВ², $\chi_d^2 = 0,025$ ГэВ², $\chi_s^2 = 0,47$ ГэВ², $\langle\bar{q}q\rangle = (-220 \text{ МэВ})^3$, $\bar{m} \approx 265$ МэВ, $R = -4,96$. Мезонные $(V + A)$ - и $(S + P)$ -токи ($J_{R\mu}$ и J_R) можно получить из соответствующих $(V - A)$ - и $(S - P)$ -токов ($J_{L\mu}$ и J_L) с помощью преобразования четности. В p^4 -порядке

получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(p^4)} \Rightarrow & \left(L_1 - \frac{1}{2} L_2 \right) (\text{tr } L_\mu^2)^2 + L_2 \text{tr} \left(\frac{1}{2} [L_\mu, L_\nu]^2 + 3(L_\mu^2)^2 \right) + \\ & + L_3 \text{tr} [(L_\mu^2)^2] - L_4 \text{tr} (L_\mu^2) \text{tr} (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger) - L_5 \text{tr} \left(L_\mu^2 (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger) \right) + \\ & + L_8 \text{tr} \left((\chi^\dagger U)^2 + (\chi U^\dagger)^2 \right) + H_2 \text{tr} \chi \chi^\dagger, \quad (27) \end{aligned}$$

$$J_{L_\mu}^{(p^3)a} \Rightarrow i \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[L_4 L_\mu \text{tr} (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger) + \frac{1}{2} L_5 \{ L_\mu, (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger) \} \right] \right\},$$

$$J_L^{(p^2)a} \Rightarrow -\bar{m} R \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[L_4 U \text{tr} (L_\mu^2) + L_5 (L_\mu^2 U) - 2L_8 U \chi^\dagger U - H_2 \chi \right] \right\},$$

где L_i и H_2 — структурные константы, введенные Гассером и Лейтвилером [31]. Для краткости здесь и далее приводятся только члены, необходимые для вычисления амплитуд нелептонных распадов каонов.

Для описания нелептонных распадов каонов в p^6 -порядке потребуется только часть членов полного лагранжиана*:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(p^6)} \Rightarrow & \text{tr} \left\{ Q_{12} \left(\chi R^\mu U^\dagger (D_\mu D_\nu U + D_\nu D_\mu U) U^\dagger L^\nu + \right. \right. \\ & + \chi^\dagger L^\mu U (\bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger + \bar{D}_\nu \bar{D}_\mu U^\dagger) U R^\nu \left. \right) + \\ & + Q_{13} \left[\chi (\bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger L^\mu L^\nu + R^\nu R^\mu U \bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger) + \right. \\ & + \chi^\dagger (D_\mu D_\nu U R^\mu R^\nu + L^\nu L^\mu D_\mu D_\nu U) \left. \right] + \\ & + Q_{14} \left[\chi \left(U^\dagger D_\mu D_\nu U \bar{D}^\mu \bar{D}^\nu U^\dagger + \bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger D^\mu D^\nu U U^\dagger \right) + \right. \\ & + \chi^\dagger \left(U \bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger D^\mu D^\nu U + D_\mu D_\nu U \bar{D}^\mu \bar{D}^\nu U^\dagger U \right) \left. \right] + \\ & + Q_{15} \chi^\dagger L_\mu \chi R^\mu + Q_{16} \left(\chi^\dagger \chi R_\mu R^\mu + \chi \chi^\dagger L_\mu L^\mu \right) + \\ & + Q_{17} \left(U \chi^\dagger U \chi^\dagger L_\mu L^\mu + U^\dagger \chi U^\dagger \chi R_\mu R^\mu \right) + \\ & + Q_{18} \left[(\chi U^\dagger L_\mu)^2 + (\chi^\dagger U R_\mu)^2 \right] + \\ & + Q_{19} \left[(\chi U^\dagger)^3 + (\chi^\dagger U)^3 \right] + Q_{20} \left(U^\dagger \chi \chi^\dagger \chi + U \chi^\dagger \chi \chi^\dagger \right) \left. \right\}, \quad (28) \end{aligned}$$

где Q_i — структурные константы, введенные в [32]; $\bar{D}_\mu U^\dagger = \partial_\mu U^\dagger + (A_\mu^R U^\dagger - U^\dagger A_\mu^L)$ и $R_\mu = U^\dagger D_\mu U$. Соответствующие члены мезонных бозонизованных

* Полное выражение для бозонизованного p^6 -лагранжиана приведено в работе [32].

$(V - A)$ - и $(S - P)$ -токов имеют вид

$$\begin{aligned}
 J_{L\mu}^{(p^5)a} \Rightarrow & i\frac{1}{4} \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[-2Q_{14} \left[(U\chi^\dagger + \chi U^\dagger) D_\mu D_\nu U U^\dagger L^\nu + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + D_\mu D_\nu U (U^\dagger \chi U^\dagger + \chi^\dagger) L^\nu - \right. \right. \right. \\
 & \left. - U \bar{D}^\nu \left((U^\dagger \chi + \chi^\dagger U) \bar{D}_\nu \bar{D}_\mu U^\dagger + \bar{D}_\nu \bar{D}_\mu U^\dagger (U\chi^\dagger + \chi U^\dagger) \right) + \right. \\
 & \left. + L^\nu U \left((U^\dagger \chi + \chi^\dagger U) \bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger + \bar{D}_\mu \bar{D}_\nu U^\dagger (U\chi^\dagger + \chi U^\dagger) \right) + \right. \\
 & \left. + D^\nu \left((U\chi^\dagger + \chi U^\dagger) D_\nu D_\mu U + D_\nu D_\mu U (U^\dagger \chi + \chi^\dagger U) \right) U^\dagger \right] + \\
 & + 2Q_{15} (U\chi^\dagger L_\mu \chi U^\dagger + \chi U^\dagger L_\mu U \chi^\dagger) + 2Q_{16} (\{U\chi^\dagger \chi U^\dagger, L_\mu\} + \{\chi\chi^\dagger, L_\mu\}) + \\
 & \left. + 2Q_{17} (\{(U\chi^\dagger)^2, L_\mu\} + \{(\chi U^\dagger)^2, L_\mu\}) - 4Q_{18} (U\chi^\dagger L_\mu U \chi^\dagger + \chi U^\dagger L_\mu \chi U^\dagger) \right\},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_L^{(p^4)a} \Rightarrow & \bar{m} R \text{tr} \left\{ \lambda^a \left[Q_{12} L^\mu U \{ \bar{D}_\mu, \bar{D}_\nu \} U^\dagger U R^\nu + \right. \right. \\
 & \left. + Q_{13} (L^\nu L^\mu D_\mu D_\nu U + D_\mu D_\nu U R^\mu R^\nu) + \right. \\
 & \left. + Q_{14} (U \bar{D}^\nu \bar{D}^\mu U^\dagger D_\nu D_\mu U + D_\nu D_\mu U \bar{D}^\nu \bar{D}^\mu U^\dagger U) + \right. \\
 & \left. + Q_{15} L^\mu \chi R_\mu + Q_{16} (\chi R_\mu^2 + L_\mu^2 \chi) + Q_{17} (U\chi^\dagger U R_\mu^2 + L_\mu^2 U \chi^\dagger U) + \right. \\
 & \left. + 2Q_{18} L^\mu U \chi^\dagger L_\mu U + Q_{19} (U\chi^\dagger)^2 U + \right. \\
 & \left. + Q_{20} (\chi U^\dagger \chi + \chi \chi^\dagger U + U \chi^\dagger \chi) \right\}.
 \end{aligned}$$

3. АМПЛИТУДЫ РАСПАДОВ $K \rightarrow 2\pi$

Для численных оценок амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и отношения ε'/ε потребуются значения структурных констант L_i и Q_i эффективных киральных p^4 - и p^6 -лагранжианов соответственно. В рамках киральной теории возмущений экспериментальный статус эффективного кирального p^4 -лагранжиана (27) рассматривался в работе [33], где структурные константы фиксировались феноменологически как перенормируемые величины L_i^r , зависящие от точки перенормировки $\tilde{\mu}$. В табл. 1 приведены наилучшие феноменологические оценки этих параметров, зафиксированные при $\tilde{\mu} = m_\rho$. Зависимость структурных констант от $\tilde{\mu}$ определяется соотношением

$$L_i^r(\tilde{\mu}_2) = L_i^r(\tilde{\mu}_1) + \frac{\Gamma_i}{(4\pi)^2} \ln \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_2}, \quad (29)$$

где $\Gamma_1 = 3/32$, $\Gamma_2 = 3/16$, $\Gamma_3 = 0$, $\Gamma_4 = 1/8$, $\Gamma_5 = 3/8$, $\Gamma_8 = 5/48$.

Произвол в выборе шкалы $\tilde{\mu}$ можно устранить, используя результаты суперпропагаторной (СП) регуляризации [34, 35], разработанной для вычисления мезонных петель в квантовой теории поля с нелинейными эффективными лагранжианами. СП-подход приводит к тем же результатам, что и размерная

Таблица 1. Феноменологические и теоретические значения структурных коэффициентов L_i (в единицах 10^{-3})

L_i	Феноменология		Модель НИЛ	
	$L_i^r(m_\rho)$ [33]	СП-подход	Без редукции резонансов	После редукции резонансов
1	$0,4 \pm 0,3$	$0,8 \pm 0,3$	0,79	0,85
2	$1,4 \pm 0,3$	$1,5 \pm 0,5$	1,58	1,70
3	$-3,5 \pm 1,1$	$-3,8 \pm 1,6$	-3,17	-4,30
4	$-0,3 \pm 0,5$	0	0	0
5	$1,4 \pm 0,5$	$1,6 \pm 0,3$	0,98	1,64
8	$0,9 \pm 0,3$	$1,1 \pm 0,2$	0,36	1,12

регуляризация, используемая в стандартной киральной теории возмущений, однако параметр $\tilde{\mu}$ при этом уже не является произвольным, а фиксируется шкалой кирального разложения: $\tilde{\mu}_{\text{SP}} = 4\pi F_0 \approx 1$ ГэВ, в то время как УФ-расходимости заменяются на конечные члены:

$$(\mathcal{C} - 1/\epsilon) \rightarrow C_{\text{SP}} = -1 + 4\mathcal{C} + \beta\pi,$$

где $\mathcal{C} = 0,577$ — константа Эйлера; $\epsilon = (4 - D)/2$; β — произвольная константа, возникающая из интегрального представления Зоммерфельда–Ватсона.

Феноменологический анализ эффективного кирального лагранжиана в p^4 -порядке в рамках киральной теории возмущений с мезонными петлями, вычисляемыми в СП-подходе, был проведен в работах [36], где рассматривалось описание длин $\pi\pi$ -рассеяния и распадов $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$. С учетом тадопольных петель, приводящих к перенормировке волновых функций псевдоскалярных мезонов, переопределению их масс и расщеплению распадных констант F_π и F_K , можно зафиксировать $F_0 = 90$ МэВ и коэффициенты L_5 , L_8 , а также параметр СП-регуляризации $C_{\text{SP}} \approx 3 \pm 1$. При этом происходит переопределение констант χ_u^2 , χ_d^2 и χ_s^2 . Феноменологические значения коэффициентов L_i , зафиксированные в СП-подходе, хорошо согласуются с коэффициентами $\tilde{\mu} = m_\rho$ (см. табл. 1), что указывает на самосогласованность шкал перенормировки в киральной теории возмущений и СП-подходе.

Структурные константы L_i можно зафиксировать теоретически из бозонизации модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ). Чтобы избежать двойного

счета при учете резонансных степеней свободы в вычислениях амплитуд процессов с псевдоскалярными мезонами, нужно также проинтегрировать по этим резонансам в производящем функционале, возникающем при бозонизации. Такая процедура редукции резонансов [37] эффективно учитывает вклады резонансных обменов через модификацию структурных коэффициентов L_i . Приведенные в табл. 1 предсказания модели НИЛ для структурных коэффициентов L_i хорошо согласуются с феноменологией. Поэтому структурные константы Q_i для численных оценок вкладов p^6 -лагранжиана (28) в амплитуды мезонных процессов фиксировались из бозонизации модели НИЛ, поскольку сделать это феноменологически до сих пор невозможно. Структурные константы Q_i , получаемые из бозонизации модели НИЛ без редукции и после редукции резонансов, приведены в работах [11, 32].

Для дальнейших обсуждений удобно ввести специальное обозначение $\mathcal{A}_I^{(i)}$ для вклада четырехкваркового оператора \mathcal{O}_i в изотопические амплитуды (10):

$$A_I = \mathcal{F}_I \mathcal{A}_I, \quad \mathcal{A}_I = -i \sum_{i=1}^8 \xi_i \mathcal{A}_I^{(i)}, \quad (30)$$

где $\mathcal{F}_2 = \sqrt{2}\mathcal{F}_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{G}_F F_0 (m_K^2 - m_\pi^2)$. В p^2 -порядке, соответствующем пределу мягких пионов, для ненулевых древесных амплитуд $\mathcal{A}_I^{(i)}$ получаем выражения

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0^{(1)} &= -\mathcal{A}_0^{(2,3)} = -\mathcal{A}_2^{(4)} = -1, \\ \mathcal{A}_0^{(7)} &= -\mathcal{A}_2^{(7)} = 2, \quad \mathcal{A}_0^{(5)} = -32 \left(\frac{R\bar{m}}{F_0} \right)^2 L_5, \\ \mathcal{A}_0^{(8)} &= \frac{16(R\bar{m})^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left\{ 1 - \frac{2}{F_0^2} [6L_4(\chi_s^2 + \chi_d^2 + \chi_u^2) + \right. \\ &\quad \left. + (L_5 - 4L_8)(\chi_s^2 + 3\chi_d^2 + 2\chi_u^2) + 2L_5 m_\pi^2] \right\}, \\ \mathcal{A}_2^{(8)} &= \frac{8(R\bar{m})^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \left\{ 1 - \frac{2}{F_0^2} [6L_4(\chi_s^2 + \chi_d^2 + \chi_u^2) + \right. \\ &\quad \left. + (L_5 - 4L_8)(\chi_s^2 + 3\chi_d^2 + 2\chi_u^2) + 2L_5 m_K^2] \right\}. \quad (31) \end{aligned}$$

Для членов с коэффициентами L_8 и H_2 (см. (27)) в пингиновых операторах $\mathcal{O}_{5,8}$ существуют слабые вершины тадпольного типа $K \rightarrow$ вакуум, которые должны быть включены в рассмотрение через диаграммы с сильным перерассеянием $K \rightarrow \pi\pi K$ с последующим переходом $K \rightarrow$ вакуум. Вклады с коэффициентами L_8 и H_2 в матричном элементе глюонного пингинового

оператора \mathcal{O}_5 полностью сокращаются вкладами тадпольных диаграмм во всех порядках вычислений, включая петлевые диаграммы. Более того, структурная константа H_2 является нефизической и не должна вообще возникать в физических амплитудах.

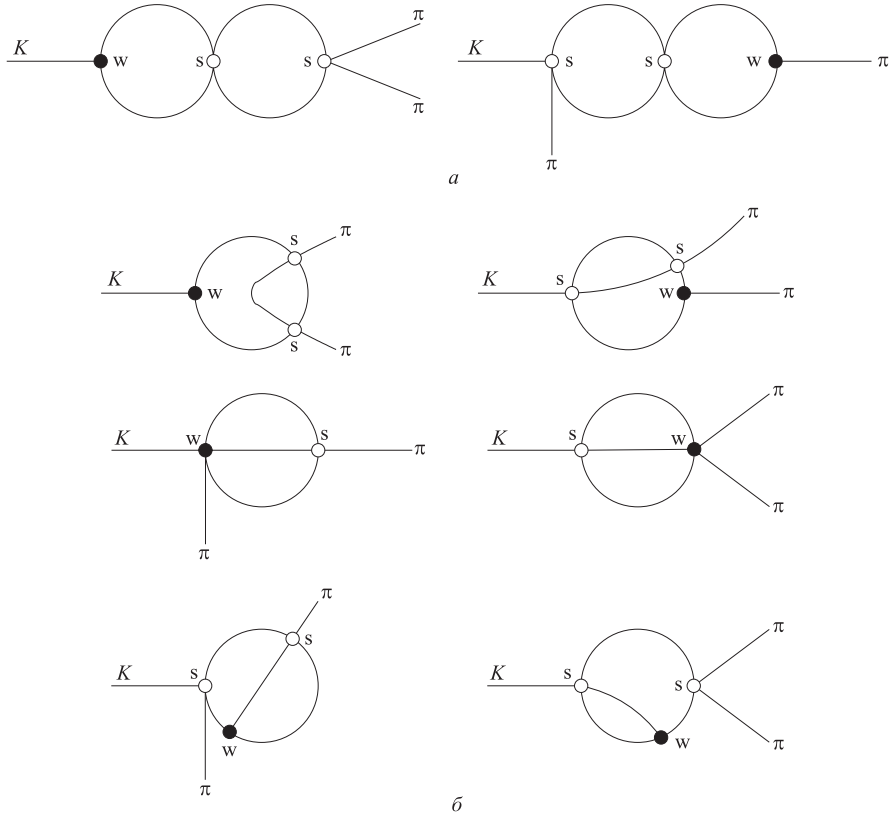


Рис. 3. Топология основных двухпетлевых диаграмм в p^6 -порядке (тривиальные диаграммы с тадпольными петлями не показаны). Внутренние линии отвечают различным комбинациям виртуальных пионов и каонов в разных зарядовых каналах. Вершины, отмеченные черными кружками, соответствуют слабым взаимодействиям, а светлыми кружками — сильным взаимодействиям

Так как непингвиновые операторы строятся из произведений $(V - A)$ -токов $J_{L\mu}^a$, в то время как пингвиновые операторы — из произведений $(S - P)$ -плотностей J_L^a , то низшие вклады непингвиновых и пингвиновых операторов

имеют порядки p^2 и p^0 соответственно. Однако благодаря хорошо известному сокращению вкладов глюонных пингвиновых операторов \mathcal{O}_5 в низшем порядке лидирующие вклады глюонных пингвиновых, как и непингвиновых, операторов начинаются с p^2 -порядка. В случае электрослабого пингвинового оператора \mathcal{O}_8 в низшем порядке такое сокращение не возникает, и первые члены в выражениях (31) для амплитуд $\mathcal{A}_{0,2}^{(8)}$ соответствуют p^0 -вкладам.

Полные расчеты амплитуд распада $K \rightarrow 2\pi$ до p^6 -порядка включительно содержат большое количество древесных одно- и двухпетлевых мезонных диаграмм. Наибольшие трудности возникали при вычислении двухпетлевых диаграмм в p^6 -порядке, часть которых показана схематически на рис. 3. Диаграммы рис. 3, *a* были вычислены аналитически, так как интегрирование в каждой петле могло быть проведено независимо с помощью СП-регуляризации. Двухпетлевые диаграммы рис. 3, *b* содержат петлевые интегралы, которые не поддаются прямым аналитическим вычислениям. Однако верхние численные оценки с помощью дисперсионных соотношений показали, что вклады этих диаграмм не превышают 2% и ими можно пренебречь.

В табл. 2 показано изменение изотопически-инвариантной части амплитуд $\mathcal{A}_I^{(i)}$ при последовательном учете вкладов p^4 - и p^6 -порядков. В таблице приведены вклады доминирующих четырехкварковых операторов при центральных значениях феноменологических параметров L_i из табл. 1 и значениях констант Q_i , полученных из бозонизации модели НИЛ. В случае точной изотопической симметрии оператор \mathcal{O}_4 дает вклад только в амплитуду A_2 , а операторы $\mathcal{O}_{1,2,3,5,6}$ — только в амплитуду A_0 . Вклады операторов $\mathcal{O}_{6,7}$ пренебрежимо малы. Вклады диаграмм древесного типа в p^6 -порядке малы по сравнению с петлевыми вкладами и не играют существенной роли.

Фазы $\pi\pi$ -рассеяния в конечных состояниях распадов $K \rightarrow 2\pi$ оказываются весьма чувствительными к включению киральных поправок высшего порядка. В p^4 -порядке для фаз $\pi\pi$ -рассеяния получим оценки $\delta_0 \approx 22^\circ$ и $\delta_2 \approx -13^\circ$. Учет p^6 -вкладов существенно изменяет фазы: $\delta_0 \approx 35^\circ$, $\delta_2 \approx -9^\circ$, улучшая при этом согласие с экспериментальными значениями (13). Это означает, что в случае распадов $K \rightarrow 2\pi$ условие унитарности насыщается уже в p^6 -порядке. При этом отношение $\mathcal{R}_I \equiv a_I^{(p^n)}/a_I^{(p^2)}$, где $a_I^{(p^n)}$ — величина изотопической амплитуды с учетом всех диаграмм до p^n -порядка включительно ($n = 4,6$), практически не меняется при переходе от p^4 - к p^6 -порядку:

$$\mathcal{R}_0 \approx 1,4 \div 1,5; \quad \mathcal{R}_2 \approx 1,0 \div 1,1. \quad (32)$$

Эти значения согласуются с оценками

$$\mathcal{R}_0 \approx 1,55 \pm 0,10; \quad \mathcal{R}_2 \approx 0,92 \pm 0,03, \quad (33)$$

полученными в дисперсионном подходе [38].

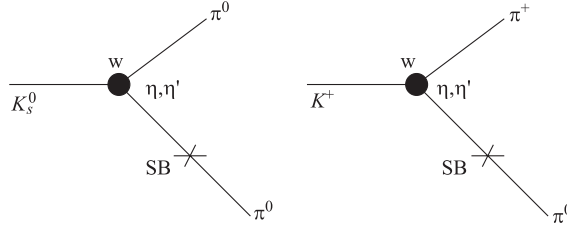
Таблица 2. Доминирующие вклады четырехкварковых операторов \mathcal{O}_i в изотопические амплитуды распада $K \rightarrow 2\pi$ в случае точной изотопической симметрии

Изоспин	$I = 0$					$I = 2$		
	\mathcal{O}_1	\mathcal{O}_2	\mathcal{O}_3	\mathcal{O}_5	$\alpha\mathcal{O}_8$	\mathcal{O}_4	$\alpha\mathcal{O}_8$	
$O(p^2)$	Приближение мягких пионов							
	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-1,000	1,000	1,000	-9,623	1,458	1,000	0,654
$O(p^4)$	Диаграммы древесного типа							
	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,249	0,255	0,255	-1,681	0,038	0,250	0,008
	Однопетлевые диаграммы							
	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,171	0,171	0,111	-2,072	0,188	-0,149	-0,053
	Im $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,482	0,482	0,482	-4,572	0,825	-0,213	-0,147
Сумма $p^2 + p^4$	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-1,420	1,426	1,366	-13,377	1,684	1,101	0,609
	Im $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,482	0,482	0,482	-4,572	0,825	-0,213	-0,147
$O(p^6)$	Диаграммы древесного типа							
	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,003	0,005	0,005	0,012	0,001	0,005	0,000
	Однопетлевые диаграммы							
	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,114	0,115	0,032	-0,223	0,015	-0,094	0,007
	Im $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,248	0,251	0,251	-1,771	0,073	-0,069	-0,006
	Двухпетлевые диаграммы							
Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	0,202	-0,202	-0,220	1,753	-0,075	-0,036	-0,033	
Im $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,169	0,169	0,142	-1,704	0,115	0,034	0,018	
Сумма $p^2 + p^4 + p^6$	Re $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-1,334	1,343	1,182	-11,835	1,625	0,976	0,583
	Im $\mathcal{A}_I^{(i)}$	-0,900	0,903	0,876	-8,047	1,210	-0,248	-0,135

Важную роль в описании прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$ играют эффекты нарушения изотопической симметрии, связанные как с $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешиванием, так и с учетом на кинематическом уровне расщепления масс нейтральных и заряженных пионов (см. [29, 39–47]). Смешивание $(\pi^0 - \eta - \eta')$ возникает из члена лагранжиана (26), пропорционального расщеплению масс u - и d -кварков:

$$\mathcal{L}_{\text{SB}}^{(\eta\pi)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\chi_d^2 - \chi_u^2}{2} \pi^0 (\eta_8 + \sqrt{2}\eta_0).$$

Здесь η_8 и η_0 — октетное и синглетное состояния $SU(3)$ -мультиплета псевдоскалярных мезонов, связанные с физическими состояниями η - и η' -мезонов


 Рис. 4. Диаграммы распадов $K \rightarrow 2\pi$ с $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешиванием

через угол смешивания $\theta \approx -19^\circ$:

$$\eta_8 = \eta \cos \theta + \eta' \sin \theta, \quad \eta_0 = -\eta \sin \theta + \eta' \cos \theta.$$

В низшем порядке киральной теории вклад $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивания в амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ описывается диаграммами древесного типа рис. 4, ненулевые вклады которых в изотопические амплитуды $\mathcal{A}_I^{\text{IB}(i)}$ имеют вид

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0^{\text{IB}(1)} &= -\mathcal{A}_2^{\text{IB}(1)} = \frac{1}{9}(\chi_d^2 - \chi_u^2) \left(\Theta_1 - \frac{1}{2}\Theta_2 \right), \\ \mathcal{A}_0^{\text{IB}(2)} &= -\mathcal{A}_2^{\text{IB}(2)} = -\frac{1}{9}(\chi_d^2 - \chi_u^2) \left(\Theta_1 + \frac{5}{2}\Theta_2 \right), \\ \mathcal{A}_0^{\text{IB}(3)} &= -\mathcal{A}_2^{\text{IB}(3)} = \frac{1}{3}\mathcal{A}_0^{\text{IB}(4)} = -\frac{1}{3}\mathcal{A}_2^{\text{IB}(4)} = -\frac{1}{9}(\chi_d^2 - \chi_u^2)\Theta_1, \\ \mathcal{A}_0^{\text{IB}(5)} &= -\mathcal{A}_2^{\text{IB}(5)} = -\frac{1}{2}\mathcal{A}_0^{\text{IB}(8)} = \frac{1}{2}\mathcal{A}_2^{\text{IB}(8)} = \frac{32}{9} \left(\frac{R\bar{m}}{F_0} \right)^2 L_5(\chi_d^2 - \chi_u^2)\Theta_3, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{\cos \theta (\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta)}{m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2} + \frac{\sin \theta (\sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta)}{m_{\eta'}^2 - m_{\pi^0}^2}, \\ \Theta_2 &= -\frac{\sqrt{2} \sin \theta (\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta)}{m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2} + \frac{\sqrt{2} \cos \theta (\sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta)}{m_{\eta'}^2 - m_{\pi^0}^2}, \\ \Theta_3 &= \frac{(\cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta)^2}{m_\eta^2 - m_{\pi^0}^2} + \frac{(\sin \theta + \sqrt{2} \cos \theta)^2}{m_{\eta'}^2 - m_{\pi^0}^2}. \end{aligned}$$

Дополнительные вклады $\tilde{\mathcal{A}}_I^{\text{IB}(i)}$ в изотопическое нарушение возникают на кинематическом уровне из расщепления масс нейтральных и заряженных

пионов [47]:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{A}}_0^{\text{IB}(1)} &= -\tilde{\mathcal{A}}_0^{\text{IB}(2,3,4)} = 2\tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(1)} = -2\tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(2,3,4)} = -\frac{2}{3} \frac{m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2}{m_K^2 - m_\pi^2}, \\ \tilde{\mathcal{A}}_0^{\text{IB}(5)} &= -\frac{1}{2}\tilde{\mathcal{A}}_0^{\text{IB}(8)} = \tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(5)} = -\tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(8)} = -\frac{64}{3} \left(\frac{R\bar{m}}{F_0}\right)^2 L_5 \frac{m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2}{m_K^2 - m_\pi^2}.\end{aligned}$$

В высших порядках киральной теории, наряду с $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешиванием и расщеплением масс нейтральных и заряженных пионов, вклад в изотопическое нарушение начинают давать дополнительные эффекты, связанные с расщеплением масс кварков в матрице χ , входящей в отдельные члены p^4 - и p^6 -лагранжианов.

4. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСПАДОВ $K \rightarrow 2\pi$

Рассмотрим полуфеноменологический подход [11] к описанию распадов $K \rightarrow 2\pi$, в котором коэффициенты ξ_i в выражении (30) трактуются в качестве свободных параметров, не зависящих от μ , и определяются из эксперимента. Феноменологические значения параметров ξ_i можно связать с зависящими от μ предсказаниями КХД $\xi_i(\mu)$ через факторы $\tilde{B}_i(\mu)$:

$$\xi_i^{\text{ph}} = \xi_i(\mu)\tilde{B}_i(\mu). \quad (34)$$

Если бы полную эволюцию вильсоновских коэффициентов $\tilde{C}_i(\mu)$ в лагранжиане (21) можно было вычислить при любом значении μ от M_W и ниже до нуля в рамках единого непертурбативного подхода, то тогда коэффициенты $\xi_i(\mu=0)$ совпадали бы с феноменологическими значениями, и в этом случае $\tilde{B}_i(\mu=0) = 1$. Таким образом, параметры $\tilde{B}_i(\mu)$ содержат эффективно непертурбативные КХД-вклады на больших расстояниях, и степень их отличия от единицы отражает влияние неучтенных непертурбативных вкладов в эволюцию коэффициентов ξ_i . Следует заметить, что в такой трактовке мезонные петли рассматриваются как унитарные поправки к древесным амплитудам, и шкала $\tilde{\mu}_{\text{SP}} = 4\pi F_0 \approx 1$ ГэВ никак не связана с точкой вычитания μ в вильсоновских коэффициентных функциях.

Если ограничиваться только доминирующими вкладками четырехкварковых операторов, то изотопические амплитуды распада $K \rightarrow 2\pi$ можно представить в виде

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_I &= \mathcal{A}_I^{(z)} + \tau\mathcal{A}_I^{(y)}, \\ \mathcal{A}_I^{(z,y)} &= \left[-\xi_1^{(z,y)}(\mu) + \xi_2^{(z,y)}(\mu) + \xi_3^{(z,y)}(\mu) \right] \tilde{B}_1(\mu) \mathcal{A}_I^{(1)} + \\ &\quad + \xi_4^{(z,y)}(\mu) \tilde{B}_4(\mu) \mathcal{A}_I^{(4)} + \xi_5^{(z,y)}(\mu) \tilde{B}_5(\mu) \mathcal{A}_I^{(5)} + \xi_8^{(z,y)}(\mu) \tilde{B}_8(\mu) \mathcal{A}_I^{(8)},\end{aligned}$$

где амплитуды $\mathcal{A}_I^{(i)}$ включают в себя все возможные вклады операторов \mathcal{O}_i , в том числе и связанные с нарушением изотопической симметрии. Факторы $\tilde{B}_1, \tilde{B}_4, \tilde{B}_5$ и \tilde{B}_8 являются аналогами факторов $B_2^{(1/2)}, B_1^{(3/2)}, B_6^{(1/2)}$ и $B_8^{(3/2)}$ соответственно, введенных в работе [19].

Вклад в ε'/ε от нарушения изотопической симметрии Ω_{IB} можно выделить явно, переписав выражение (15) в виде

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right) &= \frac{\omega \text{Im} \lambda_t}{\sqrt{2} |\varepsilon| |V_{ud}| |V_{us}|} \frac{1}{\mathcal{A}_0^{\text{exp}}} (P_0 - P_2), \\ P_0 &= (1 - \Omega_{\text{IB}}) \sum_i \xi_i^{\text{ph}(y)} \mathcal{A}_0^{(i)} \approx (1 - \Omega_{\text{IB}}) \xi_5^{(y)} B_5 \mathcal{A}_0^{(5)}, \\ P_2 &= \frac{2}{\omega} \sum_i \xi_i^{\text{ph}(y)} \mathcal{A}_2^{(i)} \approx \frac{2}{\omega} \xi_8^{(y)} B_8 \mathcal{A}_2^{(8)}, \end{aligned}$$

где

$$\Omega_{\text{IB}} = \frac{1}{\omega} \frac{\text{Im} a_2^{\text{IB}}}{\text{Im} a_0} = \frac{\sqrt{2}}{\omega} \frac{\sum_i \xi_i^{\text{ph}(y)} (\mathcal{A}_2^{\text{IB}(i)} + \tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(i)})}{\sum_i \xi_i^{\text{ph}(y)} \mathcal{A}_0^{(i)}}. \quad (35)$$

В p^2 -порядке киральной теории ($\pi^0 - \eta - \eta'$)-смешивание дает

$$\Omega_{\text{IB}} \approx \frac{\sqrt{2}}{\omega} \frac{\mathcal{A}_2^{\text{IB}(5)}}{\mathcal{A}_0^{(5)}} = \frac{\sqrt{2}}{9\omega} (\chi_d^2 - \chi_u^2) \Theta_3 = 0,30, \quad (36)$$

а расщепление масс нейтральных и заряженных пионов приводит к (кинематическому) эффекту

$$\tilde{\Omega}_{\text{IB}} \approx \frac{\sqrt{2}}{\omega} \frac{\tilde{\mathcal{A}}_2^{\text{IB}(5)}}{\mathcal{A}_0^{(5)}} = \frac{\sqrt{2}}{3\omega} \frac{m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2}{m_K^2 - m_\pi^2} = -0,058.$$

Прежде чем перейти к феноменологическому анализу распадов $K \rightarrow 2\pi$, рассмотрим в рамках используемого подхода вычисление B_K (20) — непертурбативного параметра, фиксирующего связь между ε и $\text{Im} \lambda_t$. Бозонизованная версия оператора (18) в терминах мезонных токов имеет вид

$$\mathcal{O}_{|\Delta S|=2}^{\text{mes}} = \left(1 + \frac{1}{N_c} \right) (J_{L\mu}^6 + iJ_{L\mu}^7)(J_L^{6\mu} + iJ_L^{7\mu}).$$

С использованием СП-регуляризации мезонных петель и учетом перенормировки волновых функций мезонов получим выражение для амплитуды пере-

хода ($K^0 \rightarrow \bar{K}^0$) в p^4 -порядке:

$$\begin{aligned}
 A_{K^0 \rightarrow \bar{K}^0}^{(p^4)} = & \left(1 + \frac{1}{N_c}\right) F_0^2 m_K^2 \times \\
 & \times \left\{ 1 - \frac{4}{F_0^2} \left[2L_4(\chi_u^2 + \chi_d^2 + \chi_s^2) - L_5(\chi_u^2 + \chi_s^2) \right] - \right. \\
 & - \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{F_0^2} \left[\frac{1}{6} \left(4m_K^2 + \chi_d^2 + \chi_s^2 + (11m_K^2 + 2\chi_d^2 + 2\chi_s^2) C_K \right) + \right. \\
 & + \left(m_\pi^2 + \frac{m_\pi^4}{4m_K^2} \right) C_\pi + \frac{3}{2} \left(m_\eta^2 + \frac{m_\eta^4}{2m_K^2} \right) C_\eta \times \\
 & \left. \left. \times \cos \theta + \frac{3}{2} \left(m_{\eta'}^2 + \frac{m_{\eta'}^4}{4m_K^2} \right) C_{\eta'} \sin \theta \right] \right\},
 \end{aligned}$$

где $C_i = C_{\text{SP}} - 1 + \ln(\pi m_i^2 / \tilde{\mu}_{\text{SP}}^2)$, $i = \pi, K, \eta, \eta'$. Отсюда получается численная оценка

$$B_K(\tilde{\mu}_{\text{SP}}) = 0,78 \pm 0,22, \quad (37)$$

точность которой обусловлена неопределенностями параметров L_i и C_{SP} . Этот результат практически не меняется при учете p^6 -поправок.

В стандартном определении (20) параметр $B_K(\mu)$ умножается на фактор $C_K(\mu)$ так, чтобы их произведение не зависело от точки вычитания μ и γ_5 -схемы регуляризации. В случае использования СП-регуляризации явная зависимость B_K от шкалы перенормировки отсутствует, а эффективная шкала $\tilde{\mu}_{\text{SP}}$ фиксируется на уровне 1 ГэВ, где численное значение константы $\alpha_s(\mu)$ определено плохо. Однако фактор $C_K(\mu)$ слабо зависит от α_s : в NDR(HV)-схемах он меняется от 1,26 (1,25) при $\alpha_s = 0,4$ до 1,22 (1,15) при $\alpha_s = 0,6$. Соответственно в результате умножения на этот фактор среднее значение \hat{B}_K менялось бы в интервале значений от 0,95 (0,90) до 0,98 (0,975). Так как значения $B_K(\tilde{\mu}_{\text{SP}})$ (37) хорошо согласуются с величиной $\hat{B}_K = 0,80 \pm 0,15$, используемой в работе [54] при извлечении $\text{Im } \lambda_t$, то для последней величины принимается интервал значений

$$1,04 \cdot 10^{-4} \leq \text{Im } \lambda_t \leq 1,63 \cdot 10^{-4} \quad [54]. \quad (38)$$

Для сравнения ниже приводятся оценки параметра \hat{B}_K , полученные в других подходах:

$$\hat{B}_K = 0,75 \pm 0,15 \quad (1/N_c\text{-подход}) \quad [6, 19],$$

$$0,6 < \hat{B}_K < 0,8 \quad (1/N_c\text{-разложение}) \quad [48],$$

$$\hat{B}_K = 1,1 \pm 0,2 \quad (\text{киральная кварковая модель}) \quad [49],$$

$$0,4 < \hat{B}_K < 0,7 \quad (\text{модифицированный } 1/N_c\text{-подход}) \quad [50],$$

$$\hat{B}_K = 0,77 \pm 0,10 \quad (X\text{-бозонная модель}) \quad [51],$$

$$\hat{B}_K = 0,41 \pm 0,09 \quad (1/N_c\text{-разложение в киральном пределе}) \quad [52].$$

Обзор последних вычислений параметра $B_K(2 \text{ ГэВ})$ в КХД на решетке дан в работе [53].

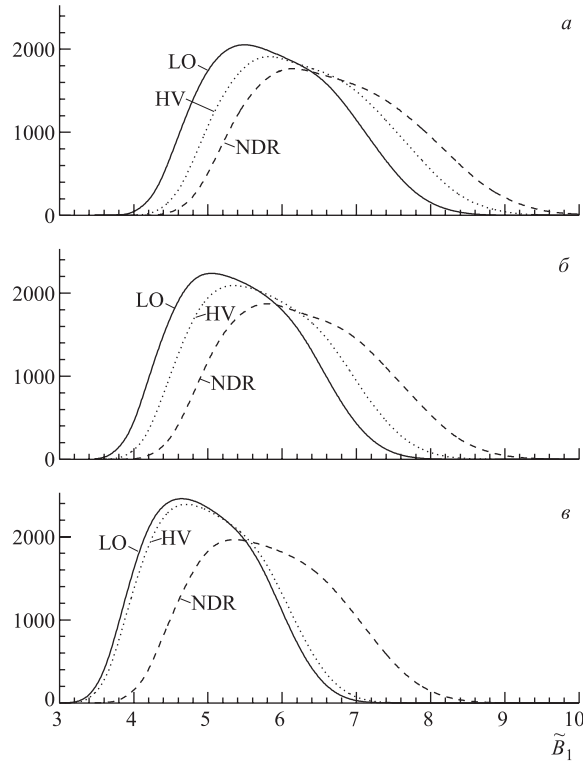


Рис. 5. Распределения плотности вероятности для параметра B_1 при $\tilde{B}_8 = 1$. а) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 215 \text{ МэВ}$; б) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 325 \text{ МэВ}$; в) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 435 \text{ МэВ}$

В феноменологическом анализе [11] результаты вычисления амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ и отношения ε'/ε в p^6 -порядке киральной теории с бозонизованными лагранжианами использовались для фиксации факторов \tilde{B}_i ($i = 1, 4, 5$) из экспериментальных данных. В качестве измеряемых вход-

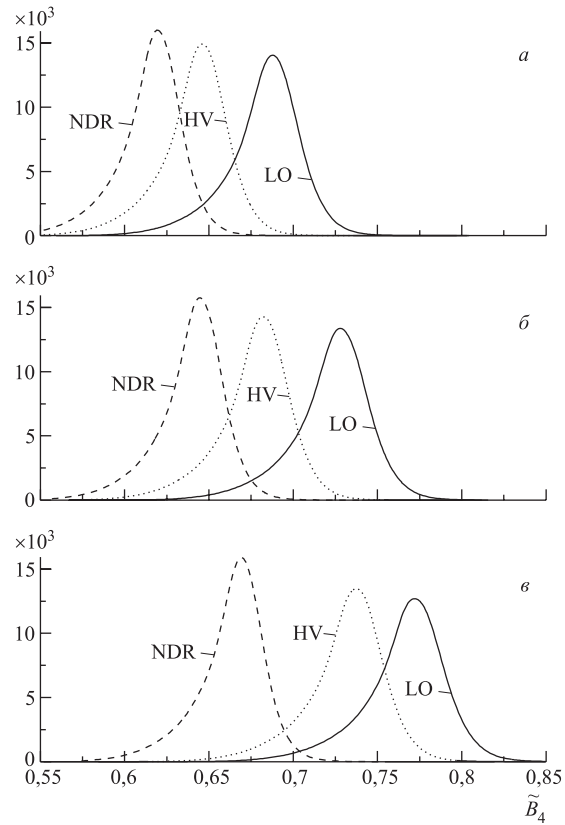


Рис. 6. Распределения плотности вероятности для параметра \tilde{B}_4 при $\tilde{B}_8 = 1$. а) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 215$ МэВ; б) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 325$ МэВ; в) $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 435$ МэВ

ных параметров использовались значения (12) изотопических амплитуд $a_{0,2}$ и мировое среднее значение

$$\text{Re } \varepsilon' / \varepsilon = (16,2 \pm 1,7) \cdot 10^{-4}, \quad (39)$$

включающее в себя как старые измерения в экспериментах NA31 [2] и E731 [3], так и последние результаты коллабораций KTeV [5] и NA48 [4].

Зависимость факторов \tilde{B}_i ($i = 1, 4, 5$) от различных неопределенностей, включая ошибки входных параметров, исследовалась с помощью «гауссовского метода». Для каждого параметра \tilde{B}_i вычислялось распределение плотности вероятности его значений при случайном разыгрывании констант L_i по

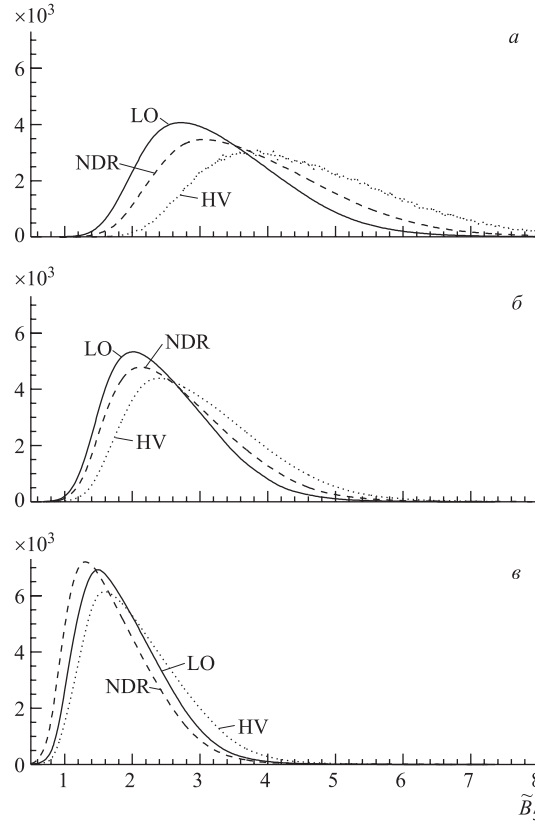


Рис. 7. Распределения плотности вероятности для параметра \tilde{B}_5 при $\tilde{B}_8 = 1$. а) $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 215$ МэВ; б) $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 325$ МэВ; в) $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 435$ МэВ

гауссовским распределениям с ошибками, указанными в табл. 1*. Параметр $\text{Im } \lambda_t$ также разыгрывался по гауссовскому распределению, в соответствии с оценкой [54]:

$$\text{Im } \lambda_t = (1,33 \pm 0,14) \cdot 10^{-4}. \quad (40)$$

Кроме того, параметр C_{SP} разыгрывался равномерно в интервале значений от 2 до 4**.

*Исключение составляет коэффициент L_4 , ограничения на который получены из общих теоретических соображений, а не из эксперимента. Поэтому этот параметр разыгрывался равномерно в пределах, указанных в табл. 1.

**В работах [11] все результаты приводились при «центральном» значении $C_{SP} = 3$.

На рис. 5, 6 и 7 показаны распределения плотности вероятности для параметров \tilde{B}_1 , \tilde{B}_4 и \tilde{B}_5 , полученные гауссовским методом с использованием вильсоновских коэффициентов (9) из табл. XVIII работы [19]. Эти вильсоновские коэффициенты были вычислены при $\mu = 1$ ГэВ для $m_t = 170$ ГэВ в лидирующем порядке (LO) и в следующем за лидирующим порядке по α_s в NDR- и HV-схемах для различных значений КХД-шкалы:

$$\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = (325 \pm 110) \text{ МэВ}. \quad (41)$$

Коэффициенты $\xi_i^{(z)}$ и $\xi_i^{(y)}$ получаются из компонент вильсоновских коэффициентов z_i и y_i соответственно с помощью соотношений (23) и (25).

Из рис. 5, 6 следует, что для описания экспериментальных значений $a_{0,2}$ фактор \tilde{B}_1 должен в 4–9 раз превышать единицу, а фактор \tilde{B}_4 должен быть меньше единицы почти в полтора раза. Из рис. 7 видно, что для описания значения ε'/ε на экспериментально измеренном уровне фактор \tilde{B}_5 также должен быть значительно больше единицы. Таким образом, в случае как непингиновых, так и пингиновых операторов вклад непертурбативных эффектов в феноменологически извлекаемые комбинации ξ_i^{ph} (34) вильсоновских коэффициентов, эффективно учитываемый факторами \tilde{B}_i , оказывается очень большим. Следует также отметить слабую зависимость извлекаемых параметров \tilde{B}_i ($i = 1, 4, 5$) от величины \tilde{B}_8 при ее изменении в самых широких пределах. Это связано с сильным подавлением вклада электрослабого оператора Q_8 в амплитуду a_2 . Из рис. 8 видно, что даже несмотря на большое значение \tilde{B}_5 в изотопической амплитуде с $\Delta I = 1/2$ доминируют вклады непингиновых операторов. Большие значения параметров \tilde{B}_1 и \tilde{B}_5 указывают на то, что непертурбативные эффекты в распадах $K \rightarrow 2\pi$ до сих пор не до конца поняты и не могут быть сведены только к учету взаимодействий

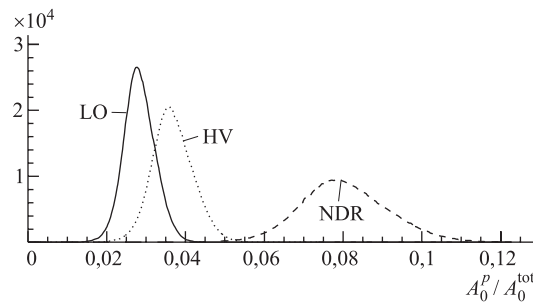


Рис. 8. Распределения плотности вероятности для относительного вклада пингиновых операторов в изотопическую амплитуду перехода $K \rightarrow 2\pi$ с $\Delta I = 1/2$. $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 325$ МэВ

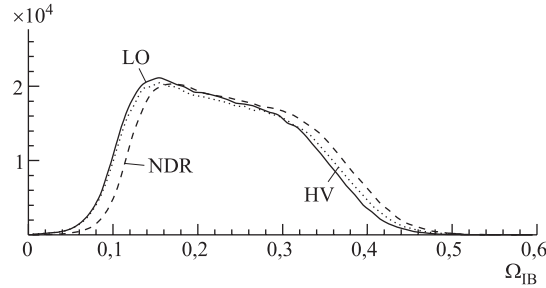


Рис. 9. Распределения плотности вероятности для параметра изотопического нарушения Ω_{IB} . $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 325$ МэВ

в конечном состоянии. Рис. 9 показывает большую неопределенность значений параметра нарушения изотопической инвариантности Ω_{IB} , по сравнению с оценкой (36) в низшем порядке киральной теории. Эта неопределенность связана с сильным влиянием p^4 - и p^6 -вкладов на этот параметр.

5. РАСПАДЫ $K \rightarrow 2\pi$ В $1/N_c$ -ПОДХОДЕ

Представление эффективного лагранжиана нелептонных слабых взаимодействий в форме (4) позволяет явным образом разделить вклады областей малых ($\mu \leq Q \leq M_W$, где Q — импульс глюона) и больших ($0 \leq Q \leq \mu$) расстояний при вычислении матричных элементов распадов $K \rightarrow 2\pi$. При достаточно больших значениях μ коэффициенты $C_i(\mu)$ можно вычислить в рамках пертурбативной КХД с использованием уравнений ренормгруппы. В то же время матричные элементы $\langle \pi\pi | Q_i | K \rangle$ вычисляются в области больших расстояний, соответствующей $\mu < 1$ ГэВ, где кварк-глюонная картина становится неприменимой, и теория должна быть переформулирована в терминах мезонных полей.

Такое разделение на вклады больших и малых расстояний является в каком-то смысле искусственным, так как полная физическая амплитуда не должна зависеть от какой-либо шкалы μ , если оба вклада вычислены самосогласованно в рамках КХД. Однако константа связи $\alpha_s(\mu)$ не может быть использована для такого самосогласованного описания, и необходимо ввести в теорию новый параметр разложения, применимый в области как малых, так и больших расстояний. Таким параметром разложения может быть величина $1/N_c$: так как $\alpha_s \sim O(1/N_c)$ для больших N_c , то в этом пределе КХД переходит в теорию слабо взаимодействующих мезонов с параметром разложения $1/F_0^2 \sim O(1/N_c)$.

Попытка самосогласованного описания вкладов больших и малых расстояний в таком подходе впервые была сделана в работах [55, 56] как систематизация вычислений вильсоновских коэффициентов $C_i(\mu)$ и адронных матричных элементов $\langle \pi\pi|Q_i|K \rangle$ в лидирующем порядке $1/N_c$ -разложения. При вычислении функций $C_i(\mu)$ параметр $1/N_c$ появляется в явном виде в матрицах аномальных размерностей, которые возникают в ренормгрупповых уравнениях для эволюции вильсоновских коэффициентов от M_W и ниже до точки нормировки μ . В матричных элементах $\langle \pi\pi|Q_i|K \rangle$ разложение по $1/N_c$ возникает как разложение по параметру $1/F_0^2 \sim O(1/N_c)$ при вычислении мезонных петель:

$$\langle \pi\pi|Q_i(M)|K \rangle = F_0(M)A_i \left[1 + \frac{\Pi_i(M)}{F_0^2(M)} + O\left(\frac{1}{N_c^2}\right) \right]. \quad (42)$$

Здесь M — физическое обрезание, вводимое для регуляризации однопетлевых интегралов; $F_0(M)$ — бегущая константа распада пиона, $F_0(0) = F_\pi$; A_i — лидирующий вклад древесных диаграмм; $\Pi_i(M)$ — однопетлевая поправка к амплитуде $K \rightarrow 2\pi$, не зависящая от N_c и исчезающая при $M = 0$.

В $1/N_c$ -подходе [56] параметр обрезания M в (42) отождествляется с μ таким образом, чтобы в полной амплитуде

$$\begin{aligned} T_I(K \rightarrow 2\pi) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{10} \langle (\pi\pi)_I|Q_i(M=\mu)|K \rangle C_i(\mu) \equiv \\ &\equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} \langle \mathbf{Q}^T(\mu) \rangle_I \mathbf{C}(\mu) \end{aligned} \quad (43)$$

зависимость вильсоновских коэффициентов $C_i(\mu)$ от μ компенсировалась зависимостью матричного элемента $\langle \pi\pi|Q_i(M=\mu)|K \rangle$. Отождествление шкал M и μ дает возможность самосогласованным образом связать (сшить) области больших и малых расстояний в соответствии с представлениями о кварк-глюонной и мезонной дуальности в пределе $N_c \rightarrow \infty$.

Соотношение (43) имеет гораздо более общий смысл, чем тот, который ему придается в $1/N_c$ -подходе [56], так как оно должно выполняться и за пределами теории возмущений. В соответствии с идеологией $1/N_c$ -подхода [56], ренормгрупповая эволюция может быть разделена на две части: эволюцию вильсоновских коэффициентов на малых расстояниях (от M_W и ниже до μ), описываемую как

$$\mathbf{C}(\mu) = \hat{U}(\mu, M_W, \alpha) \mathbf{C}(M_W),$$

и эволюцию адронных матричных элементов на больших расстояниях (от нуля и выше до μ):

$$\langle \mathbf{Q}^T(\mu) \rangle = \langle \mathbf{Q}^T(0) \rangle \hat{U}(0, \mu, \alpha), \quad (44)$$

где $\hat{U}(0, \mu, \alpha)$ — матрица эволюции в режиме больших расстояний. В частности, можно положить $\mu = 0$, так как выбор шкалы μ является в этом случае совершенно произвольным. Другими словами, в самом общем случае существует свобода выбора, какую часть эволюции отнести к матричному элементу, а какую — к вильсоновским коэффициентным функциям.

Полная физическая амплитуда также не должна зависеть от выбора схемы регуляризации. Поэтому в едином самосогласованном описании вкладов больших и малых расстояний зависимость от схемы регуляризации, возникающая в вильсоновских коэффициентах в следующем за лидирующим по α_s порядке, должна компенсироваться соответствующей зависимостью адронных матричных элементов от схемы регуляризации.

Вычисление адронных матричных элементов в $1/N_c$ -подходе [56] основывается на использовании усеченного кирального лагранжиана, воспроизводящего структуру бозонизованной КХД при больших N_c в терминах мезонных полей:

$$\mathcal{L}_{\text{tr}} = \frac{F_0^2}{4} \left[\text{tr} (D_\mu U D^\mu U^\dagger) + r \text{tr} [m(U + U^\dagger)] - \frac{r}{\Lambda_\chi^2} \text{tr} [m(D^2 U + D^2 U^\dagger)] \right], \quad (45)$$

где $m = \text{diag} (m_u, m_d, m_s)$ — матрица кварковых масс. Этот лагранжиан отражает структуру КХД при больших N_c и содержит члены только с одним следом по индексам ароматов кварков. Первые два члена в (45) — это кинетический и массовый члены лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(p^2)}$ (26), а последний приводит к расщеплению констант распадов $\pi, K \rightarrow \mu\nu$ и отличию матричных элементов пингвиновых операторов от нуля. Лагранжиан (45) приводит к киральному представлению кварковых токов и плотностей в терминах мезонных полей:

$$\begin{aligned} (\bar{q}^j q^i)_{V-A} &= i \frac{F_0^2}{2} \left\{ (\partial_\mu U) U^\dagger - U (\partial_\mu U^\dagger) - \frac{r}{\Lambda_\chi^2} [m(\partial_\mu U^\dagger) - (\partial_\mu U)m] \right\}_{ij}, \\ \bar{q}_R^j q_L^i &= \frac{F_0^2}{4} r \left[U - \frac{1}{\Lambda_\chi^2} \partial^2 U \right]_{ij}. \end{aligned} \quad (46)$$

Параметры F_0 , r и Λ_χ лагранжиана (45) можно зафиксировать феноменологически по значениям констант распадов и масс мезонов.

В рассматриваемом подходе N_c -вклады возникают на уровне диаграмм древесного вида. Они являются факторизуемыми, так как операторы Q_i в киральном представлении задаются произведениями кварковых токов либо плотностей (46). Лидирующие $1/N_c$ -поправки возникают при вычислении однопетлевых диаграмм с сильными вершинами, описываемыми лагранжианом (45), и слабыми операторными вершинами в мезонном представлении кварковых токов и плотностей (46). Петлевые диаграммы порождают нефак-

торизуемые вклады, возникающие в том случае, когда мезон в петле соединяет различные кварковые токи (плотности) в операторной вершине.

Физическое УФ-обрезание M в однопетлевых интегралах ограничено сверху точкой перенормировки μ , так как мезонное представление (45), (46) справедливо только на больших расстояниях и не может быть использовано в области малых расстояний. Если ограничиться только псевдоскалярными мезонами, то в этом случае однопетлевые вычисления имеют смысл только в области $0,6 \leq M \leq 0,8$ ГэВ.

В $1/N_c$ -подходе непertурбативная эволюция $\hat{U}(0, \mu, \alpha)$ в (44) отождествляется с M -эволюцией адронного матричного элемента в однопетлевом приближении. В такой трактовке мезонных петель последние уже не играют роли унитарных поправок, и абсорбтивные части амплитуд не рассматриваются вообще, т. е. фазы $\pi\pi$ -рассеяния в конечном состоянии получаются нулевыми. В качестве *полуколичественного* критерия сшиваемости матричных элементов $\langle \pi\pi | Q_i(\mu) | K \rangle$ и вильсоновских коэффициентов $C_i(\mu)$ выступает условие, чтобы при фиксации параметра обрезания $M = \mu$ полная амплитуда (43) изменялась не более чем на несколько процентов в интервале $0,6 \leq M \leq 0,8$ ГэВ.

Отождествление шкал μ и M является всего лишь наивным приближением, так как при значениях $\mu = M \approx 0,6$ ГэВ, до которых может быть продолжена снизу эволюция адронных матричных элементов, вычисление вильсоновских коэффициентов в рамках пертурбативной КХД становится проблематичным. Кроме того, однопетлевые амплитуды в $1/N_c$ -подходе характеризуются наличием квадратичной зависимости от M , в то время как дуальная эквивалентность мезонного и кварк-глюонного представлений КХД требует, чтобы в полной мезонной теории зависимость адронных матричных элементов от M была только логарифмической.

Для дальнейших обсуждений удобно ввести параметры $B_i^{(\Delta I)}(\mu)$, измеряющие адронные матричные элементы $\langle Q_i(\mu) \rangle_I$ в единицах их значений $\langle Q_i \rangle_I^{(\text{vac})}$, вычисленных в *методе вакуумных вставок*:

$$\langle Q_i(\mu) \rangle_I = \langle Q_i \rangle_I^{(\text{vac})} B_i^{(\Delta I)}(\mu),$$

где конечным состояниям с изотопическим спином $I = 0,2$ отвечают переходы с $\Delta I = 1/2$ и $3/2$ соответственно. На первом этапе вычислений в методе вакуумных вставок матричный элемент четырехкваркового оператора факторизуется всеми возможными способами (с помощью преобразования Фирца) в виде произведений матричных элементов кварковых токов. Затем последние выражаются через измеряемые физические параметры: константы и формфакторы распадов мезонов, мезонные массы и импульсы. В методе вакуумных вставок, воспроизводящем результаты $1/N_c$ -подхода в лидирующем порядке, $B_i^{(\Delta I)} = 1$ и не зависит от μ .

Для операторов $Q_{1,2}$ матричные элементы в $1/N_c$ -подходе имеют вид [18]

$$\begin{aligned}\langle Q_1 \rangle_0 &= -1/9 X B_1^{(1/2)}, & \langle Q_2 \rangle_0 &= 5/9 X B_2^{(1/2)}, \\ \langle Q_1 \rangle_2 &= \langle Q_2 \rangle_2 = \frac{4\sqrt{2}}{9} X B_1^{(3/2)},\end{aligned}$$

где $X = \sqrt{3/2} F_\pi (m_K^2 - m_\pi^2)$, а μ -зависимость в параметрах B_i возникает в соответствии с разложением (42) из диаграмм с мезонными петлями:

$$B_i(\mu) = \frac{F_0(\mu^2)}{F_0(0)} \left[1 + \frac{\Pi_i(\mu^2)}{F_0^2(\mu^2)} \right].$$

Как показывают однопетлевые $1/N_c$ -вычисления [56], параметры $B_{1,2}^{(1/2)}$ и $B_1^{(3/2)}$ характеризуются μ -зависимостью, достаточной для удовлетворительного сшивания на полуквантовом уровне вильсоновских коэффициентов $C_{1,2}(\mu)$ с матричными элементами $\langle Q_{1,2}(\mu) \rangle_I$. Обобщением результатов работы [56] являются следующие значения параметров $B_{1,2}^{(1/2)}$ и $B_1^{(3/2)}$ в точке $\mu \approx 0,6$ ГэВ [18]:

$$B_1^{(1/2)} = 5,2; \quad B_2^{(1/2)} = 2,2; \quad B_1^{(3/2)} = 0,55. \quad (47)$$

Благодаря тому, что $B_{1,2}^{(1/2)} > 1$ и $B_1^{(3/2)} < 1$, в $1/N_c$ -подходе удается несколько приблизиться к описанию правила $\Delta I = 1/2$, которое в приближении вакуумного насыщения не описывается вообще.

Для доминирующих пингвиновых операторов $Q_{6,8}$ матричные элементы имеют вид [18]

$$\begin{aligned}\langle Q_6 \rangle_0 &= -4\sqrt{\frac{3}{2}} \left[\frac{m_K^2}{m_s(\mu) + m_d(\mu)} \right]^2 \frac{F_\pi}{\kappa} B_6^{(1/2)}, \\ \langle Q_8 \rangle_0 &= - \left[\frac{1}{2} \overline{\langle Q_6 \rangle}_0 (\kappa + 1) - \frac{X}{6} \right] B_8^{(1/2)}, \\ \langle Q_6 \rangle_2 &= 0, \quad \langle Q_8 \rangle_2 = - \left[\frac{\kappa}{2\sqrt{2}} \overline{\langle Q_6 \rangle}_0 + \frac{\sqrt{2}}{6} X \right] B_8^{(3/2)},\end{aligned}$$

где $\kappa = \Lambda_\chi^2 / (m_K^2 - m_\pi^2) = F_\pi / (F_K - F_\pi)$, $\overline{\langle Q_6 \rangle}_0 = \langle Q_6 \rangle_0 / B_6^{(1/2)}$.

Так как вильсоновские коэффициенты пингвиновых операторов $C_{6,8} \sim O(1/N_c)$ в пределе больших N_c , то при вычислении физических амплитуд в $1/N_c$ -порядке следует ограничиться только лидирующим вкладом древесных диаграмм в $\langle Q_{6,8} \rangle$. Это означает, что в этом случае однопетлевые вклады

$\Pi_i(\mu^2)/F_0^2(\mu^2) \sim \Pi_i(\mu^2)/N_c$ не должны присутствовать вообще, и как следствие этого $B_{6,8} = 1$. Зависимость матричных элементов $\langle Q_{6,8} \rangle$ от μ возникает уже в древесном приближении из логарифмической μ -зависимости бегущей массы странного кварка:

$$m_s^2(\mu) = m_s^2(1 \text{ ГэВ}) \left[\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(1 \text{ ГэВ})} \right]^{a_m},$$

где

$$a_m = \frac{3}{\beta_0} \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} = \begin{cases} 8/9, & N_c = 3, \quad n_f = 3; \\ 9/11, & N_c \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Зависимость матричных элементов $\langle Q_{6,8} \rangle \sim m_s^{-2}(\mu) \sim [\alpha_s(\mu)]^{-a_m}$ почти полностью сокращает μ -зависимость соответствующих вильсоновских коэффициентов: $C_6(\mu) \sim [\alpha_s(\mu)]^{a_6}$, $C_8(\mu) \sim [\alpha_s(\mu)]^{a_8}$, где

$$a_6 = \frac{1}{\beta_0} \left[3N_c - \frac{3}{N_c} - \frac{n_f}{3} \right] = \begin{cases} 7/9, & N_c = 3, \quad n_f = 3; \\ 9/11, & N_c \rightarrow \infty; \end{cases}$$

$$a_8 = \frac{1}{\beta_0} \left[3N_c - \frac{3}{N_c} \right] = \begin{cases} 8/9, & N_c = 3, \quad n_f = 3; \\ 9/11, & N_c \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Главная проблема, возникающая при описании вкладов пингвиновых операторов, — это выбор значения массы странного кварка $m_s(\mu)$ в фиксированной точке вычитания μ . В работах [18,56] при $\mu = 1 \text{ ГэВ}$ использовался интервал значений $125 \leq m_s(1 \text{ ГэВ}) \leq 200 \text{ МэВ}$.

Очевидно, что $1/N_c$ -подход [56] не позволяет устранить зависимость от схемы перенормировки, возникающую в вильсоновских коэффициентах в следующем за лидирующим порядке КХД. Кроме того, матричные элементы операторов $Q_{1,2}$, вычисленные в таком подходе, не дают полного описания экспериментальных значений изотопических амплитуд $a_{0,2}$. Поэтому в работе [18] было предложено извлекать параметры $B_i^{(\Delta I)}(\mu)$, используя, с одной стороны, экспериментальные значения амплитуд $a_{0,2}$, а с другой — матричные элементы $\langle Q_i \rangle_I^{(\text{vac})}$ и теоретические значения z -компонент вильсоновских коэффициентов для различных шкал $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$ в разных схемах перенормировки.

Так как основной вклад в переходы с $\Delta I = 3/2$ дают операторы $Q_{1,2,9,10}$, для которых выполняются соотношения $\langle Q_1 \rangle_2 = \langle Q_2 \rangle_2$ и $\langle Q_9 \rangle_2 = \langle Q_{10} \rangle_2 = 3/2 \langle Q_1 \rangle_2$, то из экспериментального значения амплитуды a_2 можно извлечь следующие оценки для параметра $B_1^{(3/2)}$ в точке вычитания $\mu = m_c = 1,3 \text{ ГэВ}$ при $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = 325 \text{ МэВ}$ в NDR- и HV-схемах перенормировки [18]:

$$B_{1,\text{NDR}}^{(3/2)}(m_c) = 0,453, \quad B_{1,\text{HV}}^{(3/2)}(m_c) = 0,472,$$

которые сравнимы с предсказанием (47), полученным в однопетлевых $1/N_c$ -вычислениях.

В амплитуду a_0 , наряду с $Q_{1,2}$, могут давать вклад и другие операторы. Точка вычитания $\mu = m_c$ была выбрана в работе [18] именно потому, что при $\mu = m_c$ в HV-схеме вклад в a_0 дают только операторы $Q_{1,2}$. Используя соотношения (6) и явные выражения для матричных элементов $\langle Q_i \rangle_0$ в $1/N_c$ -подходе, а также пренебрегая несущественным вкладом оператора Q_3 , удается связать полуфеноменологические значения матричных элементов $\langle Q_1(m_c) \rangle_0$ и $\langle Q_2(m_c) \rangle_0$ в HV-схеме, а также получить $\langle Q_4(m_c) \rangle_0$, $\langle Q_9(m_c) \rangle_0$ и $\langle Q_{10}(m_c) \rangle_0$ как функции $\langle Q_2(m_c) \rangle_0$. Затем результаты, полученные в HV-схеме, могут быть пересчитаны в любую другую схему.

Таким образом для параметра $B_2^{(1/2)}$ при $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} = 325$ МэВ были получены оценки:

$$\begin{aligned} B_{2,LO}^{(1/2)}(m_c) &= 5,7 \pm 1,1; & B_{2,NDR}^{(1/2)}(m_c) &= 6,6 \pm 1,0; \\ B_{2,HV}^{(1/2)}(m_c) &= 6,2 \pm 1,0. \end{aligned} \quad (48)$$

Экстраполяция этих результатов из точки вычитания $\mu \approx 0,6$ МэВ к $\mu = m_c$ дает $B_2^{(1/2)} \approx 2,8$. Параметр $B_1^{(1/2)}(m_c)$ сильно коррелирует с $B_2^{(1/2)}(m_c)$, и его центральное значение достигает величины $B_1^{(1/2)}(m_c) \approx 15$. Параметр $B_4^{(1/2)}(m_c)$ менее чувствителен к величине $B_2^{(1/2)}(m_c)$ и оказывается на (10–15)% меньше значений (48). Полуфеноменологические оценки для параметров $B_{1,2}^{(1/2)}(m_c)$ не только сильно отличаются от их единичного значения в методе вакуумных вставок, но также существенно превышают $1/N_c$ -предсказания (47). Относительный вклад пингвиновых операторов в амплитуду a_0 при $\mu < m_c$ мал по сравнению с вкладом операторов $Q_{1,2}$ даже в NDR-схеме и не превышает 10% при $\mu \approx 1$ ГэВ (см. также [16, 54]).

Варьируя равномерно параметры B_6 и B_8 в окрестности $B_{6,8} = 1,0 \pm 0,2$, а параметры $\Lambda_{\overline{MS}}^{(4)}$ и $\text{Im } \lambda_t$ — в пределах (41) и (38) соответственно, при значениях $\Omega_{IB} = 0,25 \pm 0,08$, в рамках полуфеноменологического подхода [18, 19] для отношения ε'/ε были получены следующие оценки [6]:

$$\begin{aligned} 1,2 \cdot 10^{-4} &\leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 16,0 \cdot 10^{-4} && \text{при } m_s(m_c) = (150 \pm 20) \text{ МэВ,} \\ 0 &\leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 43,0 \cdot 10^{-4} && \text{при } m_s(m_c) = (100 \pm 20) \text{ МэВ,} \end{aligned}$$

а в гауссовской трактовке неопределенностей входных параметров для значений λ_t (40):

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (3,6 \pm 3,4) \cdot 10^{-4} & \text{при } m_s(m_c) = (150 \pm 20) \text{ МэВ,} \\ (10,4 \pm 8,3) \cdot 10^{-4} & \text{при } m_s(m_c) = (100 \pm 20) \text{ МэВ,} \end{cases}$$

где ошибки соответствуют уровню достоверности 68%. Интервал $m_s(m_c) = (100 \pm 20)$ МэВ был рассмотрен потому, что именно такие малые значения

$m_s(m_c)$ были получены к тому времени в рамках КХД на решетке [57]. Однако эти значения следует рассматривать как экстремальный случай, так как современные оценки в КХД на решетке дают $m_s(m_c) = (130 \pm 25)$ МэВ. Таким образом, в полуфеноменологическом подходе [6, 18, 19] при $B_6 \approx B_8 \approx 1$ и общепринятых значениях $m_s(m_c)$ не удается объяснить экспериментальное значение ε'/ε (39).

В отличие от работы [56], в анализе [9] в рассмотрение вкладов пингвиновых операторов были включены мезонные петли. С точки зрения правил счета степеней $1/N_c$ -разложения это соответствует выходу за рамки лидирующего порядка, что приводит к сильному отличию фактора B_6 от единицы:

$$B_6^{(1/2)} \approx 2,4 \pm 0,2,$$

в то время как $B_8^{(3/2)} \approx 1$. В результате возникает значительное усиление отношения ε'/ε , для которого при значении массы странного кварка $m_s(1 \text{ ГэВ}) = 125$ МэВ были получены ограничения

$$7,6 \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 60 \cdot 10^{-4},$$

а для $100 \leq m_s(1 \text{ ГэВ}) \leq 150$ МэВ — более широкий диапазон значений:

$$4,5 \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 100 \cdot 10^{-4}.$$

В расчетах использовалось значение $\Omega_{\text{IB}} \approx 0,20$, полученное в работе [58] с учетом однопетлевых поправок к диаграммам с $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешиванием.

В работе [54] результаты теоретических расчетов вильсоновских коэффициентов и адронных матричных элементов были обобщены в виде функции $F_{\varepsilon'}$ от входных параметров:

$$\begin{aligned} \varepsilon'/\varepsilon &= \text{Im } \lambda_t F_{\varepsilon'} \left(m_t, \Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)}, m_s, B_6^{(1/2)}, B_8^{(3/2)}, \Omega_{\text{IB}} \right), \\ F_{\varepsilon'} &\approx 13 \left[\frac{110 \text{ МэВ}}{m_s(2 \text{ ГэВ})} \right]^2 \left[B_6^{(1/2)} (1 - \Omega_{\text{IB}}) - \right. \\ &\quad \left. - 0,4 B_8^{(3/2)} \left(\frac{m_t}{165 \text{ ГэВ}} \right)^{2,5} \right] \left(\frac{\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)}}{340 \text{ МэВ}} \right). \quad (49) \end{aligned}$$

В анализе были использованы следующие величины входных параметров: $B_6^{(1/2)} = 1,0 \pm 0,3$; $B_8^{(3/2)} = 0,8 \pm 0,2$; $\Omega_{\text{IB}} = 0,25 \pm 0,08$; $m_s(2 \text{ ГэВ}) = (110 \pm 20)$ МэВ; $m_t = (165 \pm 5)$ ГэВ; $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = (340 \pm 50)$ МэВ. Указанное значение $m_s(2 \text{ ГэВ})$ отвечает величине $m_s(m_c) = (130 \pm 25)$ МэВ. При варьировании параметров $B_{6,8}$ требовалось выполнение условия $B_6^{(1/2)} \geq B_8^{(3/2)}$.

В гауссовской трактовке неопределенностей входных параметров для $\text{Im } \lambda_t = (1,33 \pm 0,14) \cdot 10^{-4}$ были получены оценки:

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (7,7_{-3,5}^{+6,0}) \cdot 10^{-4} \text{ (в NDR-схеме)}, \\ (5,2_{-2,7}^{+4,6}) \cdot 10^{-4} \text{ (в HV-схеме)}. \end{cases} \quad (50)$$

Указанные ошибки соответствуют уровню достоверности 68 %. Центральным значениям входных параметров отвечают величины $F_{\varepsilon'} = 5,2$ и соответственно $(\varepsilon'/\varepsilon)^{\text{centr}} = 7,0 \cdot 10^{-4}$. При равномерном сканировании входных параметров для $1,04 \cdot 10^{-4} \leq \text{Im } \lambda_t \leq 1,63 \cdot 10^{-4}$ были получены следующие ограничения:

$$\begin{aligned} 1,05 \cdot 10^{-4} &\leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 28,2 \cdot 10^{-4} \text{ (в NDR-схеме)}, \\ 0,26 \cdot 10^{-4} &\leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 22,0 \cdot 10^{-4} \text{ (в HV-схеме)}. \end{aligned}$$

Таким образом, анализ [54] подтвердил, что согласия с экспериментом при $B_{6,8} \approx 1$ удается достичь, только если для всех входных параметров берутся значения, близкие к экстремальным, т.е. лежащие в той области, где плотность вероятности распределения значений ε'/ε оказывается малой.

6. МОДИФИКАЦИИ $1/N_c$ -ПОДХОДА

Идея сшивания вкладов больших и малых расстояний в амплитудах распадов $K \rightarrow 2\pi$ в рамках $1/N_c$ -подхода получила дальнейшее концептуальное развитие в [50, 59, 60, 62].

В работах [9, 56] связь между кварковыми токами (плотностями) в киральном представлении четырехкварковых операторов Q_i рассматривалась как точечная, и в качестве переменной интегрирования в мезонной петле использовался импульс виртуального мезона. В такой трактовке процедура сшивания вкладов больших и малых расстояний выглядит не совсем естественной, так как на малых расстояниях отсутствует переменная, которую можно было бы поставить в соответствие импульсу виртуального мезона. Если кварковые токи (плотности) в операторах Q_i рассматривать как связанные через обмен эффективным бесцветным бозоном, то в этом случае самосогласованное сшивание эволюций достигается, если этому бозону приписывается один и тот же импульс как на больших, так и на малых расстояниях [63]. В этом случае импульс этого бозона выступает в качестве переменной интегрирования в мезонных петлях.

В такой трактовке [50, 59] необходимо различать в явном виде факторизуемые и нефакторизуемые петлевые диаграммы. В факторизуемых диаграммах виртуальный мезон в петле принадлежит одному и тому же току (плотности) в

операторной вершине, и такая мезонная петля ассоциируется с сектором сильных взаимодействий. Нефакторизуемые диаграммы, в которых виртуальный мезон связывает разные токи (плотности) в операторной вершине, относятся к сектору слабых взаимодействий. Так как факторизуемые и нефакторизуемые поправки относятся к разным секторам взаимодействий, то для них вводятся две независимые шкалы УФ-обрезания: λ_c — для факторизуемых и Λ_c — для нефакторизуемых диаграмм.

В работах [50, 59] наряду с разложением по $1/N_c$ также использовалось разложение по внешнему импульсу p . Для учета однопетлевых поправок до p^2/N_c -порядка включительно использовалась $1/N_c$ -часть эффективного кирального лагранжиана с p^4 -членами, описываемыми коэффициентами Гассера–Лейтвилера $L_{5,8}$ и H_2 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1/N_c)} = & \frac{F_0^2}{4} \left[\text{tr} (D_\mu U^\dagger D^\mu U) + r \text{tr} (mU^\dagger + Um^\dagger) + \right. \\ & \left. + \frac{a}{4N_c} [\text{tr} (\ln U^\dagger - \ln U)]^2 \right] + rL_5 \text{tr} [D_\mu U^\dagger D^\mu U (m^\dagger U + U^\dagger m)] + \\ & + r^2 L_8 \text{tr} (m^\dagger U m^\dagger U + mU^\dagger mU^\dagger) + r^2 H_2 \text{tr} (m^\dagger m), \end{aligned}$$

где $r = -2\langle \bar{q}q \rangle / F_0^2$. Третий член в $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1/N_c)}$ нарушает $U_A(1)$ -симметрию и приводит к расщеплению масс η - и η' -мезонов. Член с коэффициентом L_5 физически эквивалентен третьему члену лагранжиана (45).

В случае (ток×ток)-операторов древесные диаграммы с вершинами, возникающими из p^2 - и p^4 -частей лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1/N_c)}$, и однопетлевые вклады с p^2 -вершинами имеют порядки $O(p^2)$, $O(p^4)$ и $O(p^2/N_c)$ соответственно. Для операторов со структурой плотность × плотность те же диаграммы дают вклады порядка $O(p^2)$, $O(p^4)$ и $O(p^2/N_c)$ соответственно. Квадратичные и логарифмические расходимости по λ_c , возникающие в факторизуемых петлевых диаграммах, поглощаются перенормировкой лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(1/N_c)}$ в духе стандартной киральной теории возмущений. Отсутствие УФ-расходимостей в этом случае позволяет использовать размерную регуляризацию, которая является трансляционно-инвариантной.

Так как в результате процедуры перенормировки шкала λ_c исчезает полностью, сшивание эволюций вкладов больших и малых расстояний в полной физической амплитуде в случае (ток × ток)-операторов $Q_{1,2}$ становится возможной только при отождествлении КХД-шкалы μ со шкалой УФ-обрезания Λ_c , возникающей в нефакторизуемых диаграммах. При вычислении нефакторизуемых петлевых вкладов в матричных элементах (ток×ток)-операторов возникают как логарифмические, так и квадратичные по Λ_c расходимости. При сшивании вкладов больших и малых расстояний на шкале $\Lambda_c = \mu$ последняя варьировалась в диапазоне значений от 0,6 до 0,9 ГэВ.

Наличие квадратичных по Λ_c членов в матричных элементах $\langle Q_{1,2} \rangle_0$ приводит к значительному усилению переходов с $\Delta I = 1/2$, в результате чего теоретическое значение амплитуды a_0 приходит в согласие с экспериментом [50]. В то же время матричные элементы $\langle Q_{1,2} \rangle_2$ оказываются подавленными намного сильнее, чем это требуется для описания экспериментального значения амплитуды a_2 . Более того, в указанном диапазоне изменений Λ_c матричные элементы $\langle Q_{1,2} \rangle_2$ даже меняют знак на противоположный. В терминах параметров $B_i^{(\Delta I)}$ результаты вычислений [50] можно представить в следующем виде:

$$B_1^{(1/2)} = 8,2 \div 14,2; \quad B_2^{(1/2)} = 2,9 \div 4,6 \quad (51)$$

и

$$B_1^{(3/2)} = B_2^{(3/2)} = 0,11 \div -0,61.$$

Здесь предельные значения параметров $B_i^{(\Delta I)}$ отвечают нижней и верхней границам интервала $\Lambda_c = 0,6 \div 0,9$ ГэВ соответственно.

Для операторов, имеющих структуру плотность \times плотность, лидирующие нефакторизуемые вклады порядка $O(p^0/N_c)$ в матричные элементы $\langle Q_{6,8} \rangle$ содержат только логарифмическую зависимость от Λ_c . В этом случае μ -зависимость в $\langle Q_{6,8} \rangle$ возникает не только вследствие отождествления $\Lambda_c = \mu$, но также из эволюции бегущей массы странного кварка в множителе $m_s^{-2}(\mu)$, общем как для факторизуемых, так и для нефакторизуемых петлевых диаграмм. Для диапазона $\Lambda_c = 0,6 \div 0,9$ ГэВ параметры $B_6^{(1/2)}$ и $B_8^{(3/2)}$ принимают значения в границах [59]

$$B_6^{(1/2)} = 1,10 \div 0,72; \quad B_8^{(3/2)} = 0,64 \div 0,42. \quad (52)$$

Квадратичные по Λ_c члены возникают в матричных элементах операторов $Q_{6,8}$, начиная с высших поправок порядка $O(p^2/N_c)$, т. е. в $1/N_c$ -поправках в следующем за лидирующим порядке кирального разложения. Квадратичные по Λ_c члены дают большие положительные поправки в $\langle Q_6 \rangle_0$, но гораздо слабее влияют на поведение $\langle Q_8 \rangle_2$. Как было показано в работе [60], после учета поправок порядка $O(p^2/N_c)$

$$B_6^{(1/2)} = 1,50 \div 1,62 \quad (53)$$

при изменении Λ_c от 0,6 до 0,9 ГэВ.

В работе [60] исследовалась зависимость предсказаний для ε'/ε от значений входных параметров теории при их равномерном варьировании в пределах

$$\begin{aligned} 125 \leq m_s(1 \text{ ГэВ}) \leq 175 \text{ МэВ}, \quad 0,15 \leq \Omega_{\text{IB}} \leq 0,35, \\ 245 \leq \Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} \leq 405 \text{ МэВ}, \quad 1,04 \leq \text{Im } \lambda_t \cdot 10^4 \leq 1,63. \end{aligned} \quad (54)$$

В работе были использованы вильсоновские коэффициенты, вычисленные в лидирующем порядке КХД, а также в следующем за лидирующим порядке в NDR- и HV-схемах.

Так как мнимые части мезонных петель, возникающих при вычислении матричных элементов $\langle Q_i \rangle_I$, оказались слишком малыми, чтобы обеспечить описание фаз $\pi\pi$ -перерасеяния $\delta_{0,2}$ в конечных состояниях распадов $K \rightarrow 2\pi$, эти фазы учитывались феноменологически. Для этого реальные части матричных элементов $\langle Q_i \rangle_{0,2}$, вычисленные в модифицированном $1/N_c$ -подходе, домножались в формуле для оценки ε'/ε на $(\cos \delta_{0,2})^{-1}$ соответственно. Для центральных значений параметров (54) без учета поправок порядка $O(p^2/N_c)$ в матричном элементе $\langle Q_6 \rangle_0$, т. е. при $B_6^{(1/2)}$ в диапазоне (52), для отношения ε'/ε были получены ограничения [60]:

$$4,2 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 9,5 \quad (\text{A}), \quad 5,8 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 12,9 \quad (\text{B}).$$

Здесь (A) — результаты, полученные без учета фаз $\pi\pi$ -перерасеяния ($\delta_{0,2} = 0$), а (B) — с феноменологическим учетом фаз $\delta_{0,2}$. Нижние и верхние границы для ε'/ε отвечают пределам $\Lambda_c = 0,6 \div 0,9$ ГэВ. При варьировании всех входных параметров в интервалах (54) получаются более широкие границы для ε'/ε :

$$1,5 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 23,2 \quad (\text{A}), \quad 1,9 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 31,6 \quad (\text{B}).$$

Таким образом, при значениях (52) параметров $B_6^{(1/2)}$ и $B_8^{(3/2)}$ в рамках подхода [50, 59, 60], как и в стандартном $1/N_c$ -подходе [54], предсказания для ε'/ε достигают экспериментально измеренного уровня только в случае, когда все входные параметры становятся близкими к своим экстремальным значениям.

Поправки порядка $O(p^2/N_c)$ дают большой положительный вклад в матричный элемент $\langle Q_6 \rangle_0$, что приводит к увеличению значений параметра $B_6^{(1/2)}$ (см. (53)) и усилению ε'/ε [60]:

$$7,0 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 19,4 \quad (\text{A}), \quad 9,3 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 24,7 \quad (\text{B})$$

для центральных значений входных параметров (54) и $\Lambda_c = 0,6 \div 0,9$ ГэВ;

$$2,2 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 49,8 \quad (\text{A}), \quad 2,8 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 63,9 \quad (\text{B})$$

при равномерном варьировании всех входных параметров в указанных выше пределах. Таким образом, учет поправок порядка $O(p^2/N_c)$ позволяет привести в согласие с экспериментом ограничения на ε'/ε , полученные в модифицированном $1/N_c$ -подходе [50, 59, 60]. Неопределенности в значениях входных параметров теории (54), а также шкалы $\Lambda_c = \mu$, на которой происходит

сшивание вкладов больших и малых расстояний, приводят к значительному разбросу вычисленных значений ε'/ε . Дополнительная неопределенность на уровне $\sim 25\%$ возникает из-за отсутствия описания фаз $\pi\pi$ -перерасеяния, которые в анализе [60] учитывались феноменологически.

В недавней работе [61] вычисления для пингвиновых операторов $Q_{6,8}$ были повторены в том же подходе, но с дополнительным учетом ρ -резонансных обменов. Включение в рассмотрение векторных мезонов приводит к устранению в матричных элементах $\langle Q_{6,8} \rangle$ квадратичной зависимости от параметра обрезания Λ_c , появившейся в расчетах [60], начиная с порядка $O(p^2/N_c)$. В результате матричные элементы пингвиновых операторов содержат только логарифмическую зависимость от Λ_c , благодаря чему улучшается сшивание последней с логарифмической μ -зависимостью вильсоновских коэффициентов. Несомненный интерес представляет повторение более сложных вычислений [50] матричных элементов непингвиновых операторов $\langle Q_{1,2} \rangle$ в том же подходе, но с учетом векторных резонансов.

Значительное улучшение сшивания вкладов больших и малых расстояний в $1/N_c$ -подходе достигнуто в работе [62], где параметр УФ-обрезания M в однопетлевых матричных элементах $\langle Q_i(M) \rangle$ рассматривается как функция от точки перенормировки μ , т.е. $M = M(\mu)$ (функциональное импульсное обрезание). Вид функции $M(\mu)$ определяется требованием, чтобы КХД-эволюция на нижнем инфракрасном пределе μ сшивалась *аналитически* с однопетлевой эволюцией матричных элементов на верхнем УФ-пределе $M(\mu = \Lambda_\chi \approx 1 \text{ ГэВ})$. При этом обе эволюции вычисляются в лидирующем порядке $1/N_c$ -разложения. Для вычисления матричных элементов $\langle Q_i(M) \rangle$ используется лагранжиан (50) и та же регуляризация однопетлевых интегралов, что и в работе [56], но удерживаются только квадратичные по M вклады в киральном пределе $m_\pi^2, m_K^2 \ll \Lambda_\chi^2$.

Из условия аналитического сшивания эволюций на больших и малых расстояниях для функционального импульсного обрезания была получена логарифмическая зависимость от μ [62]:

$$\frac{4M^2(\mu)}{\Lambda_F^2} \approx \frac{3\alpha_s}{4\pi} + \frac{3\alpha_s}{4\pi} \ln \left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} \right),$$

где μ_0 и $\Lambda_F \sim \Lambda_\chi \sim 1 \text{ ГэВ}$ — некоторые феноменологические шкалы, причем $M(\mu = \Lambda_\chi \approx 1 \text{ ГэВ}) \approx 0,71_{-0,10}^{+0,11} \text{ ГэВ}$. Из условий сшивания также фиксируется значение массы странного кварка на киральной шкале $m_s(\mu = \Lambda_\chi) = 196 \text{ МэВ}$. В результате полная эволюция адронных матричных элементов содержит только логарифмические зависимости от μ .

В терминах факторов $B_i^{(\Delta I)}(M(\mu))$ в точке вычитания $\mu \approx 1$ ГэВ результаты работы [62] можно представить следующим образом:

$$B_1^{(1/2)} = 6,0_{-1,3}^{+2,0}, \quad B_2^{(1/2)} = 2,6_{-0,3}^{+0,4}, \quad B_1^{(3/2)} = 0,55_{-0,06}^{+0,09},$$

$$B_6^{(1/2)} = 3,2_{-0,4}^{+0,7}, \quad B_8^{(3/2)} = 1,$$

где ошибки теоретических предсказаний обусловлены неопределенностями в фиксации феноменологических шкал:

$$\Lambda_{\text{QCD}} = (325 \pm 80) \text{ МэВ}, \quad \mu_0 \approx \Lambda_F \sqrt{3\alpha_s(\mu_0)/(16\pi)} \approx (453 \pm 70) \text{ МэВ},$$

что соответствует $\alpha_s(\mu_0)/(4\pi) \approx 0,19_{-0,05}^{+0,06}$. С использованием значения вильсоновских коэффициентов, вычисленных в лидирующем порядке КХД в точке перенормировки $\mu = \Lambda_\chi \approx 1$ ГэВ, и с учетом феноменологически фазы $\pi\pi$ -рассеяния $\delta_{0,2}$ (13) для изотопических амплитуд распадов $K \rightarrow 2\pi$ были получены оценки

$$a_0 = (3,6_{-0,5}^{+1,1}) \cdot 10^{-4} (\cos \delta_0)^{-1} = (4,4_{-0,9}^{+1,3}) \cdot 10^{-4} \text{ МэВ},$$

$$a_2 = (0,17 \pm 0,03) \cdot 10^{-4} (\cos \delta_2)^{-1} = (0,17 \pm 0,03) \cdot 10^{-4} \text{ МэВ},$$

хорошо согласующиеся с экспериментальными значениями (12). Для нижнего и верхнего пределов значений $0,7 \cdot 10^{-4} \leq \text{Im } \lambda_t \leq 1,4 \cdot 10^{-4}$ при $\Omega_{\text{IB}} \approx 0,16$ [44] в работе [62] получены следующие ограничения для отношения ε'/ε :

$$13,8_{-4,5}^{+7,2} \cdot 10^{-4} \leq \varepsilon'/\varepsilon \leq 33,6_{-11,1}^{+17,6} \cdot 10^{-4}.$$

7. КИРАЛЬНАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

В основе киральной кварковой модели [49, 64, 65] лежит расширенная модель НИЛ с легкими (составляющими) кварками, связанными с голдстоуновскими мезонами через взаимодействие

$$\mathcal{L}_{\chi\text{QM}}^{\text{int}} = -M(\bar{q}_R U q_L + \bar{q}_L U^\dagger q_R), \quad (55)$$

где M — масса составляющего кварка, возникающая вместе с кварковым конденсатом $\langle \bar{q}q \rangle$ при спонтанном нарушении киральной симметрии. В таком подходе предполагается, что в производящем функционале уже выполнено интегрирование по полям жестких глюонов, импульс которых ограничен снизу шкалой кирального нарушения Λ_χ , играющей роль инфракрасного обрезания. Эффект остаточных низкочастотных мод описывается глюонным конденсатом $\langle \alpha_s GG/\pi \rangle$, а составляющие кварки распространяются в фиксированном фоне мягких глюонов.

Голдстоуновские бозоны и мягкие глюоны выступают в таком подходе в качестве внешних полей. Матричные элементы четырехкварковых операторов Q_i , вычисленные в киральной кварковой модели с помощью интегрирования по петлям из составляющих кварков, зависят от γ_5 -схемы используемой размерной регуляризации, но не содержат зависимости от каких-либо шкал. Последняя возникает при рассмотрении мезонных петель, которые также вычисляются в размерной регуляризации и содержат логарифмическую зависимость от $\tilde{\mu}$. В отличие от стандартной киральной теории возмущений в киральной кварковой модели древесные контрчлены считаются независимыми от $\tilde{\mu}$ и фиксируются из бозонизации модели НИЛ, а зависимость от шкалы $\tilde{\mu}$ сшивается с μ -зависимостью вильсоновских коэффициентных функций в наивном приближении $\tilde{\mu} = \mu$.

Интегрирование по кварковым степеням свободы естественным образом приводит к эффективному бозонному представлению для кваркового лагранжиана нелептонных слабых взаимодействий с $\Delta S = 1$. В полном киральном представлении этого лагранжиана в p^2 -порядке [64] каждый локальный четырехкварковый оператор Q_i представлен в виде линейной комбинации бозонных операторов B_α , а именно $Q_i \rightarrow \sum_\alpha G(Q_i)_\alpha B_\alpha$. В результате эффективный кварковый лагранжиан (4) заменяется на бозонизованный:

$$\mathcal{L}_{\chi\text{QM}}^{(p^2)}(\Delta S = 1) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* \sum_{i,\alpha} C_i(\mu) G_\alpha(Q_i) B_\alpha, \quad (56)$$

где структурные коэффициенты G_α киральной кварковой модели зависят от γ_5 -схемы. Эта зависимость частично компенсируется (на полуколичественном уровне) зависимостью вильсоновских коэффициентов от выбора схемы регуляризации в следующем за лидирующим порядке по α_s .

Киральная кварковая модель позволяет вычислять разложение мезонных амплитуд по степеням параметров M^2/Λ_χ и p^2/Λ_χ . Все входные параметры модели, $\langle \bar{q}q \rangle$, $\langle \alpha_s GG/\pi \rangle$ и M , фиксируются по экспериментальным значениям амплитуд $a_{0,2}$. Требование минимизации зависимости от γ_5 -схемы позволяет получить дополнительные ограничения на интервал значений массы составляющего кварка.

В работах [10, 49] проведены наиболее полные вычисления адронных матричных элементов $\langle Q_i \rangle$ в p^4 -порядке киральной кварковой модели. При $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = (340 \pm 40)$ МэВ из анализа амплитуд $a_{0,2}$ были получены следующие оценки для входных параметров модели:

$$\begin{aligned} M &= 200_{-3}^{+5} \text{ МэВ}; & \langle \bar{q}q \rangle &= -(240_{-10}^{+30})^3 \text{ МэВ}^3; \\ \langle \alpha_s GG/\pi \rangle &= (334 \pm 4)^4 \text{ МэВ}^4. \end{aligned} \quad (57)$$

Результаты вычислений [49] в HV-схеме, при центральных значениях параметров M и $\langle \alpha_s GG/\pi \rangle$ и варьировании $\langle \bar{q}q \rangle$ в указанных феноменологических

пределах, можно представить в терминах параметров $B_i^{(\Delta I)}$ следующим образом:

$$\begin{aligned} B_1^{(1/2)} &= 9,5; & B_2^{(1/2)} &= 2,9; & B_1^{(3/2)} &= B_2^{(3/2)} = 0,41; \\ B_0^{(1/2)} &= 1,6 \pm 0,3; & B_8^{(3/2)} &= 0,92 \pm 0,02. \end{aligned} \quad (58)$$

В работе [10] для интервала значений $0,62 \leq \text{Im } \lambda_t \cdot 10^4 \leq 1,4$, соответствующего $B_K = (1,1 \pm 0,2)$ [49], с использованием величины $\Omega_{\text{IB}} = 0,25 \pm 0,05$ были получены следующие ограничения на ε'/ε :

$$\varepsilon'/\varepsilon = 17_{-10}^{+14} \cdot 10^{-4}.$$

Здесь учтены неопределенности всех входных параметров модели, которые равномерно варьировались в феноменологических пределах (57). При этом шкала $\tilde{\mu} = \mu$, на которой производилось сшивание вкладов больших и малых расстояний, изменялась между 0,8 и 1 ГэВ.

Однопетлевые вычисления абсорбтивных частей матричных элементов $\text{Im} \langle Q_i \rangle_I$ в рамках киральной кварковой модели [10, 49] приводят к фазам $\delta_0 \approx 20^\circ$, $\delta_2 \approx -12^\circ$, согласующимся с p^4 -вычислениями в подходе, описанном в разд. 2–4. Поскольку в p^4 -порядке фазы $\delta_{0,2}$ существенно отличаются от экспериментальных значений, последние были включены в анализ [65] феноменологически. Для этого дисперсионные части матричных элементов $\text{Re} \langle Q_i \rangle_I$ в киральной кварковой модели умножались на феноменологический множитель $(\cos \delta_I)^{-1}$.

В этом случае для $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(4)} = (340 \pm 40)$ МэВ и $\mu = 0,6$ ГэВ были получены следующие оценки входных параметров модели:
в HV-схеме

$$\begin{aligned} M &= 195_{-15}^{+25} \text{ МэВ}, & \langle \bar{q}q \rangle &= -(235 \pm 25)^3 \text{ МэВ}^3, \\ \langle \alpha_s GG/\pi \rangle &= (330 \pm 5)^4 \text{ МэВ}^4, \end{aligned}$$

в NDR-схеме

$$\begin{aligned} M &= 195_{-10}^{+15} \text{ МэВ}, & \langle \bar{q}q \rangle &= -(245 \pm 15)^3 \text{ МэВ}^3, \\ \langle \alpha_s GG/\pi \rangle &= (333_{-6}^{+7})^4 \text{ МэВ}^4. \end{aligned}$$

Соответственно в HV-схеме

$$\begin{aligned} B_1^{(1/2)} &= 9,3; & B_2^{(1/2)} &= 2,8; & B_1^{(3/2)} &= B_2^{(3/2)} = 0,42; \\ B_6^{(1/2)} &= 1,9_{-0,5}^{+0,8}; & B_8^{(3/2)} &= 0,89, \end{aligned}$$

в NDR-схеме

$$\begin{aligned} B_1^{(1/2)} &= 9,7; & B_2^{(1/2)} &= 2,9; & B_1^{(3/2)} &= B_2^{(3/2)} = 0,39; \\ B_6^{(1/2)} &= 1,2_{-0,2}^{+0,3}; & B_8^{(3/2)} &= 0,84. \end{aligned}$$

При $\Omega_{\text{IB}} = 0,25 \pm 0,10$, $\text{Im } \lambda_t = (1,14 \pm 0,11) \cdot 10^{-4}$ и равномерном варьировании всех входных параметров в феноменологических пределах были получены новые ограничения для отношения ε'/ε :

$$9 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 48.$$

Гауссовская трактовка неопределенностей входных параметров дает

$$\varepsilon'/\varepsilon = (22 \pm 8) \cdot 10^{-4}.$$

8. КХД НА РЕШЕТКЕ

КХД на решетке оказалась хорошо применимой для вычисления матричного элемента $(K^0 - \bar{K}^0)$ -смешивания, определяющего B_K -фактор (20). Важным вкладом КХД на решетке в феноменологию распадов $K \rightarrow 2\pi$ могло бы стать вычисление из первых принципов непертурбативных матричных элементов четырехкварковых операторов $\langle (\pi\pi)_I | Q_i | K \rangle \equiv \langle Q_i \rangle_I$, представляющих вклад больших расстояний в полную амплитуду (43). Одним из преимуществ использования адронных матричных элементов четырехкварковых операторов $\langle Q_i \rangle_I$, вычисленных в рамках КХД на решетке, является то, что в этом случае зависимость как от шкалы перенормировки, так и от γ_5 -схемы регуляризации поддается полному теоретическому контролю. Это позволяет, в принципе, производить более точное сшивание вильсоновских коэффициентных функций с матричными элементами $\langle Q_i \rangle_I$ в следующем за лидирующим порядке по α_s .

Более того, соответствующая типичному значению обратного пространственного шага решетки шкала перенормировки $\mu = 2 \div 3$ ГэВ, на которой производится сшивание, находится как раз в той области, где вильсоновские коэффициенты можно вычислять с очень высокой точностью. Вильсоновские коэффициенты $C_i(\mu)$ в широком интервале значений μ от 1,5 до 10 ГэВ были получены в работах [20, 21] как в лидирующем, так и в следующем за лидирующим порядках по α_s в HV- и NDR-схемах регуляризации. Так как шкала $\mu = 2 \div 3$ ГэВ превышает значение m_c , то в этом случае в лагранжиане (4) должны быть введены дополнительно еще два оператора:

$$Q_1^c = 4\bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{c} \gamma_\mu c_L, \quad Q_2^c = 4\bar{s}_L \gamma^\mu c_L \bar{c} \gamma_\mu d_L.$$

Следует отметить, что из-за трудностей извлечения физических многочастичных амплитуд в евклидовом пространстве-времени [66] на решетке можно вычислять непосредственно только матричные элементы $\langle 0 | Q_i | K \rangle$ и $\langle \pi | Q_i | K \rangle$. Физические матричные элементы извлекаются затем с помощью соотношений между амплитудами переходов $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow \pi$ и $K \rightarrow 0$,

получаемых в низшем порядке киральной теории возмущений [67]. Такая процедура с самого начала не исключает возможности возникновения большой систематической ошибки из-за больших поправок от киральных вкладов высшего порядка, включая взаимодействие в конечном состоянии.

Первые оценки отношения ε'/ε с использованием матричных элементов $\langle Q_i \rangle_I$, вычисленных в КХД на решетке, были получены в работе [22], а затем существенно уточнены в [8, 21]. К тому времени были известны следующие решеточные значения факторов $B_i^{(\Delta I)}$ при $\mu = 2$ ГэВ [68]:

$$\begin{aligned} B_{5,6}^{(1/2)} &= 1,0 \pm 0,2; & B_7^{(3/2)} &= 0,6 \pm 0,1; \\ B_8^{(3/2)} &= 0,80 \pm 0,15; & B_9^{(3/2)} &= 0,62 \pm 0,10. \end{aligned} \quad (59)$$

В анализе [8, 21] факторы $B_{7,8,9}^{(1/2)}$ полагались равными единице. Для того, чтобы учесть хотя бы частично роль пингвиновых операторов в описании правила $\Delta I = 1/2$, параметры $B_{3,4}^{(1/2)}$ варьировались в пределах от 1 до 6. Для параметров $B_{1,2}^{c(\Delta I)}$ невозможно даже ввести определение из-за того, что в приближении вакуумных вставок $\langle Q_{1,2}^c \rangle_I^{(\text{vac})} = 0$. Поэтому малые вклады матричных элементов $\langle Q_{1,2}^c \rangle_I$, ожидаемые за пределами приближения вакуумного насыщения, учитывались с помощью параметризации $\langle Q_{1,2}^c \rangle_I = B_{1,2}^{c(\Delta I)} \langle Q_{1,2} \rangle_I^{(\text{vac})}$, где фактор $B_{1,2}^{c(\Delta I)}$ полагался малым и варьировался в пределах от 0 до 0,15.

Так как значения факторов $B_6^{(1/2)}$ и $B_8^{(3/2)}$ (59) оказались близкими к единице, то из-за сильного взаимного сокращения вкладов соответствующих операторов КХД на решетке неизменно давала значения $\varepsilon'/\varepsilon < 10^{-3}$ в пределах больших теоретических неопределенностей:

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (3,1 \pm 2,5) \cdot 10^{-4} & [21], \\ (4,6 \pm 3,2) \cdot 10^{-4} & [8]. \end{cases} \quad (60)$$

Вильсоновские коэффициенты вычислялись при $\mu = 2$ ГэВ и $\Lambda_{\text{QCD}}^{(5)} = (230 \pm 80)$ МэВ, а масса странного кварка определялась как $m_s(2 \text{ ГэВ}) = (128 \pm 18)$ МэВ. Для параметра изотопического нарушения использовалось значение $\Omega_{\text{IB}} = 0,25 \pm 0,10$.

К настоящему времени, наряду с [68], появилось большое количество вычислений матричных элементов $\langle Q_8 \rangle_2$ в различных формулировках фермионных действий на решетке и разных перенормировках [69, 70]. Результаты этих работ согласуются между собой в пределах 20%. Однако ситуация с вычислением матричного элемента $\langle Q_6 \rangle_0$ в настоящее время выглядит даже более неопределенной, чем это было во время получения первых решеточных оценок для ε'/ε [8, 21]. Так, более точные вычисления [71] с использованием

SF-формализма (staggered fermions) дали следующие результаты:

$$B_6^{(1/2)} = \begin{cases} (0,67 \pm 0,04 \pm 0,05) & \text{для насыщенного ансамбля,} \\ (0,76 \pm 0,03 \pm 0,05) & \text{для динамического ансамбля, } n_f = 2. \end{cases} \quad (61)$$

Здесь первые ошибки являются статистическими, а вторые включают в себя пертурбативные поправки высшего порядка. Однако, как было отмечено в [72], в SF-подходе существует много различных источников больших систематических ошибок, не поддающихся реальному контролю.

В отсутствие определенности с матричными элементами $\langle Q_{5,6} \rangle_0$ на решетке, в работе [73] им присваивались значения, соответствующие $B_6^{\text{HV/NDR}} = 1,1 \pm 1,0$ и $B_5^{\text{HV/NDR}} = 1/3 B_6^{\text{HV/NDR}}$ при $\mu = 2$ ГэВ и $m_s^{\overline{\text{MS}}} + m_d^{\overline{\text{MS}}} = 130$ МэВ. Другими словами, центральные значения $\langle Q_6 \rangle_0$ брались равными предсказанию метода вакуумных вставок с ошибками 100%. Для матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ использовались результаты, полученные в работе [69] с новой параметризацией четырехфермионных матричных элементов, которая позволяет исключить явную зависимость от масс кварков и тем самым уменьшить систематические неопределенности. Этим результатам соответствуют значения факторов $B_7^{(3/2)} = 0,89 \pm 0,30$ и $B_8^{(3/2)} = 0,93 \pm 0,18$ при $\mu = 2$ ГэВ. Для других матричных элементов $\langle Q_i \rangle_I$ соответствующие факторы $B_i^{(\Delta i)}$ варьировались в следующих пределах: $B_{1,2}^{c(1/2)} = 0,075 \pm 0,075$; $B_{3,4}^{(1/2)} = 3,5 \pm 2,5$; $B_9^{(3/2)} = 0,63 \pm 0,09$. При равномерном варьировании значений остальных входных параметров в интервалах, указанных в [73], были получены следующие ограничения на ε'/ε :

$$-11 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 27 \text{ (HV)}, \quad -10 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 30 \text{ (NDR)}.$$

В гауссовской трактовке неопределенностей входных параметров были получены оценки

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (3,6_{-6,3}^{+6,7} \pm 0,5) \cdot 10^{-4} & \text{(HV)}, \\ (6,7_{-8,5}^{+9,2} \pm 0,4) \cdot 10^{-4} & \text{(NDR)}. \end{cases} \quad (62)$$

Здесь последние ошибки включают в себя возможные неопределенности, связанные как с зависимостью от схемы регуляризации, так и с неизвестными киральными поправками высшего порядка. В анализе [73] для параметра нарушения изотопической симметрии использовалось значение $\Omega_{\text{IB}} = 0,25 \pm 0,15$. Использование значения $\Omega_{\text{IB}} = 0,16 \pm 0,03$ [44] мало меняет результаты анализа (62). В этом случае [74]:

$$-13 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 26 \text{ (HV)}, \quad -13 \leq \varepsilon'/\varepsilon \cdot 10^4 \leq 37 \text{ (NDR)}$$

при равномерном варьировании входных параметров, и

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (4,6_{-7,2}^{+7,7} \pm 0,4) \cdot 10^{-4} & \text{(HV)}, \\ (8,1_{-9,5}^{+10,3} \pm 0,3) \cdot 10^{-4} & \text{(NDR)} \end{cases} \quad (63)$$

в гауссовской трактовке ошибок.

Как уже отмечалось, из-за больших систематических неопределенностей существующие методы вычислений в КХД на решетке, по-видимому, все еще не в состоянии обеспечить достоверную оценку параметра $B_6^{(1/2)}$, играющего столь важную роль в описании отношения ε'/ε . Скорее всего, именно этим обстоятельством и следует объяснять обескураживающие результаты, полученные недавно в различных решеточных подходах в работах [75–77]. В них было существенно улучшено описание правила $\Delta I = 1/2$ за счет непингвиновых операторов, но при этом получены отрицательные факторы $B_6^{(1/2)}$, что соответственно привело к отрицательным значениям ε'/ε . Так, вычисления [75], основанные на SF-формализме, дали при $\text{Im } \lambda_t = 1,5 \cdot 10^{-4}$, $\Omega_{\text{IB}} = 0,25$ результат

$$\varepsilon'/\varepsilon = (-38,6 \pm 2,1(\text{стат.}) \pm 9,1(\text{сист.})) \cdot 10^{-4}. \quad (64)$$

Здесь систематическая ошибка включает в себя только возможное влияние поправок высшего порядка. В рамках DWF-формализма (domain-wall fermion) получены две близкие оценки

$$\varepsilon'/\varepsilon = \begin{cases} (-7,7 \pm 2,0) \cdot 10^{-4} & [76], \\ (-4,0 \pm 2,3) \cdot 10^{-4} & [77], \end{cases} \quad (65)$$

сильно отличающиеся по абсолютной величине от (64), где приведены только статистические ошибки.

9. ЭФФЕКТЫ НАРУШЕНИЯ ИЗОТОПИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

Рассмотрим результаты вычислений параметра Ω_{IB} в рамках низкоэнергетического кирального представления, полученного в самом общем виде для лагранжиана слабых взаимодействий в лидирующем [78] и следующем за лидирующим [79, 80] порядках кирального разложения. В лидирующем p^2 -порядке соответствующий эффективный лагранжиан содержит две киральные структуры:

$$\mathcal{L}_w^{\chi(2)} = G_8 F_0^4 \text{tr}(\lambda^{(23)} D^\mu U^\dagger D_\mu U) - G_{27} F_0^4 \left(L_{\mu 23} L_{11}^\mu + \frac{2}{3} L_{\mu 21} L_{13}^\mu \right). \quad (66)$$

Здесь $\lambda_{ij}^{(23)} = \delta_{i1}\delta_{j3}$, $i, j = 1, 2, 3$, а безразмерные константы связи

$$G_{8,27} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} V_{us}^* g_{8,27} \quad (67)$$

отвечают октетной и 27-плетной частям слабого лагранжиана. В следующем за лидирующим p^4 -порядке кирального разложения слабый эффективный лагранжиан включает в себя уже намного больше структур:

$$\mathcal{L}_w^{\chi(4)} = \sum_{i=1}^{37} G_8 N_i F_0^2 O_i^{(8)} + \sum_{i=1}^{34} G_{27} D_i F_0^2 O_i^{(27)}. \quad (68)$$

Здесь N_i и D_i — безразмерные константы связи, а представление операторов $Q_i^{(8)}$ и $O_i^{(27)}$ в терминах мезонных полей можно найти в явном виде в работе [79]. Эквивалентное представление для октетной части лагранжиана [80]

$$\mathcal{L}_w^{\chi(8)} = \sum_{i=1}^{48} G_8 E_i F_0^2 \tilde{O}_i^{(8)} \quad (69)$$

содержит 48 операторов $\tilde{Q}_i^{(8)}$ вместо операторов $O_i^{(8)}$. Для описания распадов $K \rightarrow 2\pi$ необходимы только члены с константами N_i ($i = 5, \dots, 13$) и D_i ($i = 1, 2, 4, \dots, 7$) из лагранжиана (68), либо члены с константами E_i ($i = 1, \dots, 5, 10, \dots, 12, 14, 15$) из лагранжиана (69). Сильные взаимодействия описываются лагранжианом (26) в p^2 -порядке, а в p^4 -порядке — лагранжианом Гассера–Лейтвилера.

В рамках рассматриваемого подхода сильное изотопическое нарушение в распадах $K \rightarrow 2\pi$ (т.е. связанное с сильными взаимодействиями) возникает в лидирующем порядке благодаря $\pi^0\eta$ -смешиванию и характеризуется величиной

$$\Omega_{\text{IB}}^{(2)} = \frac{2\sqrt{2}\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(2)}}{3\sqrt{3}\omega} = 0,13, \quad (70)$$

где

$$\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(2)} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{m_d - m_u}{m_s - \hat{m}}$$

есть угол $\pi^0\eta$ -смешивания в лидирующем p^2 -порядке и $\hat{m} = (m_u + m_d)/2$.

Разница между величиной (70) и «стандартным» значением $\Omega_{\text{IB}} \approx 0,25$ [40], использованным во многих оценках отношения ε'/ε , обусловлена вкладом $\pi^0\eta'$ -смешивания, который должен доминировать в пределе больших N_c [81]. Однако в рамках обсуждаемого формализма π -, K - и η -мезоны

являются единственными степенями свободы, а η' -мезон, как и тяжелые резонансы, исключен из эффективного действия через редукцию в производящем функционале. Редукция η' -мезона генерирует в лагранжиане Гассера–Лейтвилера член, пропорциональный структурной константе L_7 , и полностью насыщает ее феноменологическое значение $L_7 \approx -0,4 \cdot 10^{-4}$ [81]. Поэтому вклад $\pi^0\eta'$ -смешивания в параметр изотопического нарушения Ω_{IB} трактуется в таком подходе как эффект следующего за лидирующим порядком кирального разложения, полностью содержащийся в p^4 -поправке $\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(4)}$ к углу $\pi^0\eta$ -смешивания $\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(2)}$. Однако этот вклад, пропорциональный L_7 , появляется в $\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(4)}$ вместе с вкладом, индуцированным обменом скалярным резонансом и пропорциональным структурной константе $L_8 \approx 0,9 \cdot 10^{-3}$. В результате сильного сокращения между L_7 и L_8 в p^4 -поправке $\Omega_{\text{IB}}^{(4)}$ к параметру $\Omega_{\text{IB}}^{(2)}$ значение полной величины $\Omega'_{\text{IB}} = \Omega_{\text{IB}}^{(2)} + \Omega_{\text{IB}}^{(4)}$ понижается от «стандартного» $\Omega_{\text{IB}} \approx 0,25$ до

$$\Omega'_{\text{IB}} = 0,16 \pm 0,03 \quad [44], \quad (71)$$

где ошибка связана с неопределенностями фиксации констант L_7 и L_8 .

Результаты работы [44] указывают на важность учета p^4 -вкладов в параметр изотопического нарушения Ω_{IB} , которые не сводятся только к поправке $\varepsilon_{\pi^0\eta}^{(4)}$ к углу $\pi^0\eta$ -смешивания. Так, в работе [43] был рассмотрен дополнительный эффект изотопического нарушения, связанный с разностью масс u - и d -кварков в адронном представлении оператора Q_6 и наличием в лагранжиане (69) членов с массовой матрицей χ . Вклад оператора Q_6 в соответствующие константы связи E_i оценивался в модели факторизации и резонансного насыщения. С учетом больших модельных неопределенностей при фиксации констант E_i дополнительная поправка в изотопическое нарушение была оценена как $\Omega_{\text{IB}}^{(4,p)} = -0,79 \div -0,21$. Кроме того, в работе [43] учитывались вклады $\pi^0\eta$ - и $\pi^0\eta'$ -смешиваний в слабое p^4 -взаимодействие, описываемое изотопически-инвариантной частью лагранжиана (69). Соответствующая поправка была оценена как $\Omega_{\text{IB}}^{(4,\eta\eta')} = -0,12 \div -0,03$. В результате после учета обеих дополнительных поправок полная величина параметра изотопического нарушения становится даже отрицательной:

$$\Omega''_{\text{IB}} = \Omega'_{\text{IB}} + \Omega_{\text{IB}}^{(4,p)} + \Omega_{\text{IB}}^{(4,\eta\eta')} = -0,7 \div 0,1 \quad [43]. \quad (72)$$

Выполненные в работе [46] вычисления p^4 -поправок к параметру Ω_{IB} включают в себя как сумму всех древесных диаграмм с сильными и слабыми p^4 -вершинами, описываемыми октетной частью лагранжиана (68) с константами связи N_i , так и вклады мезонных петель. Слабые константы связи N_i ($i = 5, \dots, 13$) оценивались в рамках двух моделей: модели слабой топологической деформации (WDM) [79] и киральной кварковой модели

(χ QM) [49, 64]. В первом случае для p^4 -вклада в параметр сильного изотопического нарушения была получена оценка $\Omega_{\text{IB}}^{(4, \text{WDM})} \approx -0,095$, а во втором — $\Omega_{\text{IB}}^{(4, \chi\text{QM})} \approx -0,047$. В работе [46] величина $\Omega_{\text{IB}}^{(\chi\text{QM})} = \Omega_{\text{IB}}^{(2)} + \Omega_{\text{IB}}^{(4, \chi\text{QM})} \approx 0,08$ рассматривалась в качестве центрального значения, а значение $\Omega_{\text{IB}}^{(\text{WDM})} = \Omega_{\text{IB}}^{(2)} + \Omega_{\text{IB}}^{(4, \text{WDM})} \approx 0,03$ трактовалось как минимальная мера модельной неопределенности, возникающей при фиксации констант связи N_{5-13} . Результат учета всех p^4 -поправок был представлен в виде

$$\Omega_{\text{IB}} = (0,08 \pm 0,05) \quad [46]. \quad (73)$$

В работе [45], наряду с p^4 -вкладами в сильное изотопическое нарушение, рассмотренными в [46], также были учтены электромагнитные поправки в p^2 -порядке импульсного разложения. Слабое взаимодействие описывалось в терминах эффективных киральных лагранжианов (66) и (68). Электромагнитное и электрослабое взаимодействия учитывались с помощью киральных представлений соответствующих эффективных лагранжианов:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{elm}}^{\chi} &= e^2 Z F_0^4 \text{tr}(QU^\dagger QU) + e^2 \sum_i K_i F_0^2 O_i^{(e^2 p^2)}, \\ \mathcal{L}_{\text{ew}}^{\chi} &= e^2 G_8 g_{\text{ew}} F_0^6 \text{tr}(\lambda U^\dagger QU) + e^2 \sum_i G_8 Z_i F_0^4 O_i^{(\text{ew}, 8)}, \end{aligned} \quad (74)$$

где Z , K_i , g_{ew} и Z_i — безразмерные константы связи. Киральная структура операторов $Q_i^{(e^2 p^2)}$ приведена в явном виде в работе [82], а операторов $O_i^{(\text{ew}, 8)}$ — [83]. Кроме того, наряду с p^4 -лагранжианом в представлении Гассера–Лейтвилера, использовались некоторые члены сильного p^6 -лагранжиана в представлении [84]. За некоторым исключением большинство неизвестных констант связи было зафиксировано с помощью факторизации четырехкварковых операторов Q_i в пределе больших N_c .

В отсутствие электромагнитного взаимодействия ($\alpha = 0$) учет p^4 -поправок в работе [45] дал величину $\Omega_{\text{IB}}^{(\alpha=0)} = 0,160 \pm 0,045$, близкую к (71), но в два раза превышающую значение (73), полученное в работе [46] с учетом тех же p^4 -эффектов. Учет электромагнитного и электрослабого взаимодействий (74) привел, с одной стороны, к положительной поправке к $\Omega_{\text{IB}}^{(2)}$, а с другой — к появлению ненулевой амплитуды перехода $K \rightarrow 2\pi$ с изменением изоспина $\Delta I = 5/2$, дающей отрицательный вклад в параметр изотопического нарушения*. Окончательный результат, учитывающий все эффекты

*Аналогичный результат был получен еще раньше в работе [85]. Для сравнения см. работу [86], в которой также рассматривается влияние переходов с $\Delta I = 5/2$, но, в отличие от [45, 85], получен положительный вклад перехода с $\Delta I = 5/2$ в параметр Ω_{IB} .

p^4 -порядка,

$$\Omega_{\text{IB}}^{(\alpha \neq 0)} = (0,060 \pm 0,077) [45], \quad (75)$$

содержит большую ошибку, обусловленную различными модельными неопределенностями, в том числе и связанными с фиксацией большого числа неизвестных констант связи из факторизации четырехкварковых операторов в пределе больших N_c . Более того, ожидается, что подлидирующие $1/N_c$ -эффекты могут дать дополнительные отрицательные вклады в $\Omega_{\text{IB}}^{\alpha \neq 0}$, в результате чего центральное значение этого параметра может понизиться от 0,060 до $-0,014$ [45].

10. МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ ИЗ АНАЛИЗА КХД-КОРРЕЛЯТОРОВ

В отличие от непингиновых и глюонных пингиновых операторов, матричные элементы электрослабых пингиновых операторов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ имеют ненулевую p^0 -компоненту. Поэтому они не исчезают в киральном пределе, когда $SU(3)$ -симметрия является точной, и их можно связать с $(V - A)$ -коррелятором КХД

$$2i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T [\bar{q}_L(x) \gamma^\mu q'_L(x) \bar{q}_R(0) \gamma^\nu q'_R(0)] | 0 \rangle = \\ = (q^\mu q^\nu - g^{\mu\nu} q^2) \Pi_{\text{LR}}(Q^2), \quad (76)$$

где $(q, q') = (u, d)$ либо $(q, q') = (d, s)$ и $Q^2 = -q^2$. В настоящем разделе будут рассмотрены различные подходы к вычислению матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$, основанные на анализе коррелятора $\Pi_{\text{LR}}(Q^2)$ в низкоэнергетическом адронном представлении и в операторном разложении КХД. В киральном пределе операторы $Q_{7,8}$ смешиваются только между собой, поэтому они должны рассматриваться совместно.

10.1. Дисперсионные правила сумм КХД. В p^0 -порядке кирального разложения применимо приближение мягких пионов и каонов, в результате чего в киральном пределе возникают соотношения [87]

$$\langle Q_7 \rangle_2^{(p^0)} = -\frac{2}{F_\pi^{(0)3}} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle, \quad \langle Q_8 \rangle_2^{(p^0)} = -\frac{2}{F_\pi^{(0)3}} \left(\frac{1}{3} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle \right),$$

связывающие матричные элементы $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ с вакуумными ожиданиями $\langle \tilde{\mathcal{O}}_{1,8} \rangle \equiv \langle 0 | \tilde{\mathcal{O}}_{1,8} | 0 \rangle$ локальных четырехкварковых операторов

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{O}}_1 &\equiv \bar{q} \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \frac{\tau_3}{2} q - \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_3}{2} q, \\ \tilde{\mathcal{O}}_8 &\equiv \bar{q} \gamma_\mu \lambda^c \frac{\tau_3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \lambda^c \frac{\tau_3}{2} q - \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \lambda^c \frac{\tau_3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \lambda^c \frac{\tau_3}{2} q. \end{aligned}$$

Здесь $F_\pi^{(0)}$ — константа распада пиона в киральном пределе; τ_3 — матрица Паули для кварковых ароматов.

Вакуумные ожидания $\langle \mathcal{O}_{1,8} \rangle$ можно связать со спектральной функцией $(V - A)$ -коррелятора

$$\Delta\rho_{LR}(s) \equiv \rho_V(s) - \rho_A(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_{LR}(s),$$

используя для последнего низкоэнергетическое дисперсионное представление

$$\Pi_{LR}(Q^2) = \frac{1}{Q^4} \int_0^\infty ds \frac{s^2}{s + Q^2} \Delta\rho_{LR}(s). \quad (77)$$

Спектральная функция $\Delta\rho_{LR}(s)$ должна удовлетворять правилам сумм Вайнберга [88]

$$\int_0^\infty ds \Delta\rho_{LR}(s) = F_\pi^{(0)2}, \quad \int_0^\infty ds s \Delta\rho_{LR}(s) = 0. \quad (78)$$

В низкоэнергетической области $4m_\pi^2 \leq s \leq m_\tau^2$ спектральная функция $\Delta\rho_{LR}(s)$ определена из анализа распадов τ -лептона в адронные состояния с угловым моментом в системе покоя $J = 1$ [89,90].

При больших Q^2 поведение коррелятора $\Pi_{LR}(Q^2)$ определяется операторным разложением КХД, которое в α_s^2 -порядке имеет вид

$$\Pi_{LR}(Q^2) \sim \sum_{d \geq 2} \frac{1}{Q^d} \left[a_d(\mu) + b_d(\mu) \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right]. \quad (79)$$

Здесь $a_d(\mu)$ и $b_d(\mu)$ — комбинации вакуумных ожиданий локальных операторов размерности d . В киральном пределе вклад размерностей $d = 2, 4$ исчезает и суммирование в (79) начинается с $d = 6$. Коэффициенты a_6, b_6 связаны с вакуумными матричными элементами $\langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu$ и $\langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu$ [91]:

$$\begin{aligned} a_6(\mu) &= [2\pi\alpha_s(\mu) + A_8\alpha_s^2(\mu)] \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu + A_1\alpha_s^2(\mu) \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu, \\ b_6(\mu) &= \alpha_s^2(\mu) [B_8 \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu + B_1 \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu]. \end{aligned}$$

В анализе [87] использовалось поведение коррелятора $\Pi_{LR}(Q^2)$ в главном логарифмическом приближении:

$$\Pi_{LR}(Q^2) \sim \frac{1}{Q^6} \left[2\pi\alpha_s(\mu) \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu + \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \alpha_s^2(\mu) \left(\frac{8}{3} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu - \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu \right) \right]. \quad (80)$$

Более детальное исследование было проведено в работах [91,92], где значения коэффициентов $A_{1,8}$ и $B_{1,8}$ в операторном представлении (79) были вычислены в NDR- и HV-схемах $\overline{\text{MS}}$ -перенормировки (см. табл. 1 работы [91]).

Инвертируя интеграл в определении (76), получим в размерной регуляризации с $D = 4 - 2\epsilon$:

$$\begin{aligned} \langle 0|T[\bar{u}_L(x)\gamma^\mu d_L(x)\bar{u}_R(0)\gamma^\nu d_R(0)]|0\rangle = \\ = \frac{1-D}{16\pi^2} \frac{(4\pi\mu^2)^\epsilon}{\Gamma(2-\epsilon)} \int_0^\infty dQ^2 e^{-iqx} (Q^2)^{1-\epsilon} [-Q^2 \Pi_{LR}(Q^2)]_D. \end{aligned} \quad (81)$$

Используя это соотношение и асимптотическое поведение (80), авторы [87] вывели дисперсионные правила сумм

$$\begin{aligned} \frac{16\pi^2}{3} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu^{(\text{cut off})} = I_1 \equiv \int_0^\infty ds s^2 \ln\left(\frac{s+\mu^2}{s}\right) \Delta\rho_{LR}(s), \\ 2\pi\alpha_s(\mu) \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu^{(\text{cut off})} = I_8 \equiv \int_0^\infty ds \frac{s^2\mu^2}{s+\mu^2} \Delta\rho_{LR}(s), \end{aligned} \quad (82)$$

где шкала μ связана с обрезанием $Q^2 = \mu^2$, которое вводится в интеграле в правой части соотношения (81) для регуляризации расходимости, возникающей при переходе к пределу $x \rightarrow 0$. Сшивание этих результатов с вкладами малых расстояний в стандартной $\overline{\text{MS}}$ -схеме вычитаний приводит к следующей связи между $\langle \tilde{\mathcal{O}}_{1,8} \rangle_\mu^{(\text{cut off})}$ и $\langle \tilde{\mathcal{O}}_{1,8} \rangle_\mu^{(\overline{\text{MS}})}$:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu^{(\overline{\text{MS}})} = \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu^{(\text{cut off})} + \frac{3\alpha_s(\mu)}{8\pi} \left(\frac{3}{2} + 2d_s \right) \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu, \\ \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu^{(\overline{\text{MS}})} = \left(1 - \frac{119\alpha_s(\mu)}{24\pi} \right) \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu^{(\text{cut off})} - \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu, \end{aligned} \quad (83)$$

где $d_s = -5/6$ в NDR-схеме, $d_s = 1/6$ в HV-схеме регуляризации.

Правила сумм (82) позволяют извлечь вакуумные матричные элементы $\langle \tilde{\mathcal{O}}_{1,8} \rangle_\mu$ из низкоэнергетических данных по спектральным функциям $\Delta\rho_{LR}(s)$ из анализа τ -распадов. Результаты вычисления в таком подходе матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ в NDR-схеме при $\mu = 2$ ГэВ и $\alpha_s(2 \text{ ГэВ}) = 0,334$ можно представить как [87]

$$B_7^{(3/2)} = 0,7 \pm 0,2; \quad B_8^{(3/2)} = 1,3 \pm 0,4. \quad (84)$$

Здесь и далее значения факторов $B_{7,8}^{(3/2)}(\mu = 2 \text{ ГэВ})$ приводятся в единицах величин матричных элементов в приближении вакуумного насыщения

$$\langle Q_8 \rangle_2^{(\text{vac})} = 3\langle Q_7 \rangle_2^{(\text{vac})} = \frac{2F_\pi^{(0)} m_K^4}{(m_s + m_d)_{\mu=2 \text{ ГэВ}}^2} \approx 0,94 \text{ ГэВ}^3 \quad (85)$$

при $(m_s + m_d)_{\mu=2 \text{ ГэВ}} = 110 \text{ МэВ}$ и $F_\pi^{(0)} = (87 \pm 3) \text{ МэВ}$.

С учетом вкладов операторов с размерностью $d > 6$ и радиационных КХД-поправок в следующем за лидирующим порядке по α_s дисперсионные правила сумм, сконструированные путем сшивания представлений (77) и (79) для коррелятора $\Pi_{\text{LR}}(Q^2)$, принимают вид [91]

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu - \frac{3C_8}{8\pi} \alpha_s(\mu) \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu &= \frac{3}{(4\pi)^2} [I_1(\mu) + H_1(\mu)], \\ [2\pi\alpha_s(\mu) + A_8\alpha_s^2(\mu)] \langle \tilde{\mathcal{O}}_8 \rangle_\mu + A_1\alpha_s^2(\mu) \langle \tilde{\mathcal{O}}_1 \rangle_\mu &= I_8(\mu) - H_8(\mu), \\ H_1(\mu) &= \int_{\mu^2}^{\infty} dQ^2 Q^4 [\Pi_{\text{LR}}(Q^6)]_{d>6}, \quad H_8(\mu) = \mu^6 [\Pi_{\text{LR}}(\mu)]_{d>6}. \end{aligned}$$

Здесь C_8 — коэффициент, зависящий от схемы перенормировки, значения которого приведены в табл. 1 работы [91].

С использованием данных по спектральной функции из анализа τ -распадов в экспериментах ALEPH [89] и OPAL [90] в работах [92] (см. также [93]) для матричных элементов операторов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ в киральном пределе в NDR- и HV-схемах регуляризации при $\mu = 2 \text{ ГэВ}$ были получены результаты:

$$B_7^{(3/2)} = \begin{cases} 0,66 \pm 0,09 & (\text{NDR}), \\ 1,44 \pm 0,25 & (\text{HV}); \end{cases} \quad B_8^{(3/2)} = \begin{cases} 1,76 \pm 0,48 & (\text{NDR}), \\ 1,96 \pm 0,49 & (\text{HV}). \end{cases} \quad (86)$$

Дисперсионные правила сумм (82) и соотношения (83) были также использованы в [94] для вычисления матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ с помощью спектральных функций, извлекаемых из τ -распадов. Результаты вычислений в NDR-схеме при $\mu = 2 \text{ ГэВ}$ и $\alpha_s(2 \text{ ГэВ}) \approx 0,321 \pm 0,05$ можно представить в виде

$$B_7^{(3/2)} = 0,8 \pm 0,2; \quad B_8^{(3/2)} = 2,7 \pm 1,4. \quad (87)$$

Разница между этими значениями и результатами (84) работы [87] объясняется различиями в способах использования экспериментальных данных и выборе обрезаний при вычислении спектральных интегралов, а также в интерпретации источников неопределенностей.

10.2. Матричный элемент $\langle Q_8 \rangle_2$ из вероятности τ -распадов. В качестве альтернативного подхода к вычислению матричного элемента $\langle Q_8 \rangle_2$ в [94] была рассмотрена возможность использования вместо спектральных функций,

извлекаемых из τ -распадов, информации о полной вероятности $(V - A)$ -распадов для адронной компоненты с угловым моментом $J = 1$:

$$R_{\tau, V-A} = 12\pi^2 S_{\text{ew}} \int_0^{m_\tau^2} \frac{ds}{m_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{m_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{m_\tau^2}\right) \Delta\rho_{\text{LR}}(s + i\epsilon). \quad (88)$$

Здесь $S_{\text{ew}} = 1,0194$ — электрослабая поправка. В рамках операторного разложения КХД эта вероятность (88) выражается через сумму вкладов операторов размерностей $d = 2, 4, \dots$:

$$\begin{aligned} R_{\tau, V-A} &= \frac{3}{2} |V_{ud}|^2 S_{\text{ew}} \sum_{d=2,4,\dots} \delta_{V-A}^{(d)}, \\ \delta_{V-A}^{(2)} &= \frac{8m_u m_d}{m_\tau^2} \left(1 - \frac{25}{3} \frac{\alpha_s}{\pi}\right), \\ \delta_{V-A}^{(4)} &\approx -16\pi^2 \frac{m_\pi^2 F_\pi^{(0)2}}{m_\tau^4} \left(1 + \frac{9}{2} \frac{\alpha_s^2}{\pi^2}\right) + O(m_{u,d}^4), \\ \delta_{V-A}^{(6)} &= -96\pi^3 \frac{\alpha_s}{m_\tau^6} \left\{ \left[1 + \frac{235}{48} \frac{\alpha_s}{\pi} \pm \left(\frac{235}{48} \frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 - \frac{\lambda^2}{m_\tau^2} \right] \langle \tilde{O}_8 \rangle + \frac{\alpha_s}{\pi} \langle \tilde{O}_1 \rangle \right\}, \end{aligned}$$

где бегущие константы связи α_s и массы кварков $m_{u,d}$ берутся при $\mu = m_\tau$, а $\alpha_s \lambda^2 / \pi \approx -0,06$ ГэВ². Для вклада операторов размерности $d = 8$ из анализа комбинированных ALEPH/OPAL-данных была получена оценка $\delta_{V-A}^{(8)} = (-1,58 \pm 0,12) \cdot 10^{-2}$.

Используя определенные допущения относительно величины отношения $\langle \tilde{O}_1 \rangle / \langle \tilde{O}_8 \rangle$, основанные на вычислениях вакуумных матричных элементов как в КХД на решетке, так и в приближении вакуумного насыщения, из экспериментального значения ALEPH/OPAL $R_{\tau, V-A}^{(\text{exp})} = (5,0 \pm 1,7) \cdot 10^{-2}$ в работе [94] при $\mu = m_\tau \approx 2$ ГэВ получена альтернативная оценка матричного элемента $\langle \tilde{O}_8 \rangle_2$:

$$B_8^{(3/2)} \approx 1,83 \pm 0,42. \quad (89)$$

10.3. Адронное представление КХД-коррелятора при больших N_c .

Вклад от бозонизации операторов $Q_{7,8}$, соответствующий p^0 -порядку кирального разложения, можно представить в виде первого члена лагранжиана $\mathcal{L}_{\text{ew}}^X$ (74), содержащего кирально-инвариантную структуру $\text{tr}(\lambda^{(23)} U^\dagger Q U)$. Поэтому в киральном пределе бозонизованные операторы $Q_{7,8}$ можно связать формально (через тождества Уорда алгебры токов) с вакуумными ожиданиями четырехкварковых операторов $O_{1,2}$:

$$\begin{aligned} Q_7 &= 6 \langle O_1(\mu) \rangle \text{tr}(\lambda^{(23)} U^\dagger(x) Q U(x))^\dagger, & \langle O_1 \rangle &\equiv \langle 0 | \bar{s}_L \gamma^\mu d_L \bar{d}_R \gamma_\mu s_R | 0 \rangle; \\ Q_8 &= -12 \langle O_2(\mu) \rangle \text{tr}(\lambda^{(23)} U^\dagger(x) Q U(x))^\dagger, & \langle O_2 \rangle &\equiv \langle 0 | \bar{s}_L s_R \bar{d}_R d_L | 0 \rangle. \end{aligned}$$

Тогда матричные элементы $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ в p^0 -порядке кирального разложения имеют вид

$$\begin{aligned}\langle Q_7 \rangle_2^{(p^0)} &= -\frac{1}{3F_\pi^{(0)}} \langle \pi^+ | Q_7 | K^+ \rangle = -\frac{4}{F_\pi^{(0)3}} \langle O_1 \rangle, \\ \langle Q_8 \rangle_2^{(p^0)} &= -\frac{1}{3F_\pi^{(0)}} \langle \pi^+ | Q_8 | K^+ \rangle = \frac{8}{F_\pi^{(0)3}} \langle O_2 \rangle.\end{aligned}$$

Так как оператор O_1 составлен из произведения двух кварковых токов, а оператор O_2 — из произведения кварковых плотностей, то операторы O_1 и O_2 ведут себя различно с точки зрения счета степеней в $1/N_c$ -разложении. Так, вакуумное ожидание $\langle O_1 \rangle$ не содержит факторизованных вкладов и ведет себя как $\langle O_1 \rangle = O(N_c) + O(N_c^0)$, в то время как в $\langle O_2 \rangle$ лидирует факторизованный вклад N_c^2 -порядка и $\langle O_2 \rangle = O(N_c^2) + O(N_c)$.

Вакуумное ожидание $\langle O_1 \rangle$ может быть представлено в виде расходящегося интеграла [95]

$$\langle O_1 \rangle = \frac{1}{2i} g_{\mu\nu} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) \Pi_{\text{LR}}(Q^2), \quad (90)$$

который в размерной регуляризации записывается как

$$\langle O_1 \rangle^{\text{reg}} = \frac{1-D}{32\pi^2} \frac{(4\pi\mu^2)^\epsilon}{\Gamma(2-\epsilon)} \int_0^\infty dQ^2 (Q^2)^{1-\epsilon} [-Q^2 \Pi_{\text{LR}}(Q^2)]_D. \quad (91)$$

Сшивание с вкладами малых расстояний, содержащимися в вильсоновском коэффициенте $C_7(\mu)$, контролируется операторным разложением КХД и приводит в пределе больших N_c к соотношению

$$\begin{aligned}\lim_{Q^2 \rightarrow \infty} (1-D)[-Q^2 \Pi_{\text{LR}}(Q^2)]_D &= \\ &= -12\pi^2 \left(\frac{\alpha_s}{\pi} + O(\alpha_s^2) \right) \left[1 + \epsilon \left(\tilde{\kappa} - \frac{2}{3} \right) \right] \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{Q^4}, \quad (92)\end{aligned}$$

где $\tilde{\kappa} = -1/2$ в NDR-схеме, $\tilde{\kappa} = 3/2$ в HV-схеме.

В пределе больших N_c для спектральной функции $\Delta\rho_{\text{LR}}(s)$ справедливо адронное представление в виде разности между бесконечным числом векторных и бесконечным числом аксиально-векторных узких резонансных состояний вместе с пионным полюсом:

$$\Delta\rho_{\text{LR}}(s) = \sum_V f_V^2 m_V^2 \delta(s - m_V^2) - \sum_A f_A^2 m_A^2 \delta(s - m_A^2) - F_\pi^{(0)2} \delta(s).$$

В киральном пределе отсутствие в операторном разложении для Π_{LR} операторов с размерностями $d = 2, 4$ приводит к ограничениям, которые принимают вид правил сумм Вайнберга (78):

$$\sum_V f_V^2 m_V^2 - \sum_A f_A^2 m_A^2 = F_\pi^{(0)2}, \quad \sum_V f_V^2 m_V^4 - \sum_A f_A^2 m_A^4 = 0.$$

Так как $\Pi_{LR}(Q^2)$ удовлетворяет дисперсионному соотношению без вычитаний (77), то отсюда следует, что

$$-Q^2 \Pi_{LR}(Q^2) = \sum_A \frac{f_A^2 m_A^6}{Q^2(Q^2 + m_A^2)} - \sum_V \frac{f_V^2 m_V^6}{Q^2(Q^2 + m_V^2)}, \quad (93)$$

и интеграл в (91) можно вычислить в адронном представлении КХД в пределе больших N_c :

$$\langle O_1 \rangle^{\overline{\text{MS}}}(\mu, \tilde{\kappa}) = -\frac{3}{32\pi^2} \left[\sum_A f_A^2 m_A^6 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_A^2} \right) - \sum_V f_V^2 m_V^6 \ln \left(\frac{\Lambda^2}{m_V^2} \right) \right], \quad (94)$$

где $\Lambda^2 = \mu^2 \exp(1/3 + \tilde{\kappa})$.

Вакуумный матричный элемент $\langle O_2 \rangle$ в пределе больших N_c имеет вид

$$\langle O_2 \rangle = \frac{1}{4} \langle \bar{q}q \rangle^2 + \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Pi_{\text{SP}}(Q^2), \quad (95)$$

где

$$\Pi_{\text{SP}}(Q^2) = \int d^4 x e^{iqx} \langle 0 | T[\bar{d}_L(x) d_L \bar{s}_R(0) s_R(0)] | 0 \rangle. \quad (96)$$

В выражении (95) первый член лидирующего N_c^2 -порядка отвечает вкладу диаграмм факторизуемого типа с двумя несвязанными синглетными по цвету кварковыми петлями. Второй член представляет вклад упомянутых кварковых петель, связанных через планарные глюонные конфигурации, и имеет N_c^0 -порядок. В выражении (95) нельзя ограничиться только первым членом, так как второй член оказывается достаточно большим, несмотря на то, что содержит фактор подавления $1/N_c^2$. Однако, в отличие от $(V-A)$ -коррелятора Π_{LR} , не существует адронного анзаца, который можно было бы использовать для реалистического описания коррелятора Π_{SP} в пределе больших N_c . Такой анзац должен включать в себя скалярные и псевдоскалярные резонансы, идентификация и трактовка которых до сих пор остаются проблематичными.

Если при рассмотрении поведения $\Pi_{LR}(Q^2)$ на малых расстояниях не ограничиваться пределом больших N_c , то в этом случае, как показано в ра-

боте [87], вакуумное ожидание $\langle O_2 \rangle$ появляется также и в операторном разложении (92), определяющем поведение $\Pi_{LR}(Q^2)$ на малых расстояниях [96,97]:

$$\begin{aligned} \lim_{Q^2 \rightarrow \infty} [-Q^2 \Pi_{LR}(Q^2)]_D Q^4 = \\ = 4\pi\alpha_s \left[4 \left(1 + \xi(\tilde{\kappa}) \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots \right) \langle O_2 \rangle + \left(\frac{2}{N_c} + \dots \right) \langle O_1 \rangle \right]. \end{aligned} \quad (97)$$

Здесь $\xi(\tilde{\kappa} = -1/2) = 25/8$ (NDR), $\xi(\tilde{\kappa} = 3/2) = 21/8$ (HV) — зависящие от схемы регуляризации коэффициенты, вычисленные в работе [91]. Пренебрегая в правой части соотношения (97) малым членом, пропорциональным $\langle O_1 \rangle$, и используя анзац (93), получаем

$$\langle O_2 \rangle^{\overline{\text{MS}}}(\mu, \tilde{\kappa}) = \frac{\sum_A f_A^2 m_A^6 - \sum_V f_V^2 m_V^6}{16\pi\alpha_s(\mu)[1 + \xi(\tilde{\kappa})\alpha_s(\mu)/\pi + O(\alpha_s^2)]}. \quad (98)$$

Ограничиваясь, кроме пионного полюса, одним векторным и одним аксиально-векторным резонансом в спектре узких состояний при больших N_c , можно переписать формулы (94) и (98) в виде

$$\begin{aligned} \langle O_1 \rangle(\mu) &= -\frac{3}{32\pi^2} \frac{F_\pi^{(0)2} m_V^4}{1 - g_A} \log \left[g_A \left(\frac{g_A \Lambda^2}{m_V^2} \right)^{1/g_A - 1} \right], \\ \langle O_2 \rangle(\mu) &= \frac{1}{16\pi\alpha_s(\mu)[1 + \xi(\tilde{\kappa})\alpha_s(\mu)/\pi]} \frac{F_\pi^{(0)2} m_V^4}{g_A}, \end{aligned}$$

где $g_A = m_V^2/m_A^2$. Результаты вычислений матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ при $\mu = 2$ ГэВ и значениях входных параметров $m_V = (750 \pm 25)$ МэВ, $g_A = 0,50 \pm 0,06$ и $\alpha_s(2 \text{ ГэВ}) = 0,33 \pm 0,04$ можно представить как [98]

$$B_7^{(3/2)} = \begin{cases} 0,34 \pm 0,09 & \text{(NDR)}, \\ 2,00 \pm 0,09 & \text{(HV)}; \end{cases} \quad B_8^{(3/2)} = \begin{cases} 2,49 \pm 0,71 & \text{(NDR)}, \\ 2,68 \pm 0,84 & \text{(HV)}. \end{cases} \quad (99)$$

10.4. X -бозонная модель. В основе подхода [99] к вычислению матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$ лежит модель с X -бозонами [51, 100], взаимодействующими с кварковыми токами и плотностями:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_X = g_7(\mu) X_7^\mu \left(\bar{s}_L \gamma_\mu d_L + \frac{3}{2} e_q \sum_q \bar{q}_R \gamma_\mu q_R \right) + \\ + g_8(\mu) \sum_q X_{q,8} (\bar{q}_L d_L - 3e_q \bar{s}_R q_R). \end{aligned}$$

Константы связи $g_{7,8}(\mu)$ вычисляются на малых расстояниях в рамках пертурбативной КХД как функции от вильсоновских коэффициентов $C_{7,8}(\mu)$, а четырехкварковые операторы $Q_{7,8}$ генерируются X -бозонными обменами. В таком подходе удается осуществить аналитическое сшивание в зависимости как от шкалы перенормировки, так и от γ_5 -схемы регуляризации вильсоновских коэффициентов и вакуумных матричных элементов $\langle O_1 \rangle_\mu$. Последние имеют вид

$$\begin{aligned}\langle O_1 \rangle_\mu &= -\frac{3}{32\pi^2} \left(1 + \frac{r_1^{(1)}}{24} \frac{\alpha_s}{\pi} \right) \mathcal{A}_{\text{LR}}(\mu) + \frac{r_2^{(1)}}{4} \frac{\alpha_s}{\pi} \mathcal{B}_{\text{SP}}(\mu), \\ \langle O_2 \rangle_\mu &= -\frac{3}{32\pi^2} \frac{r_1^{(2)}}{24} \frac{\alpha_s}{\pi} \mathcal{A}_{\text{LR}}(\mu) + \left(1 + \frac{r_2^{(2)}}{4} \frac{\alpha_s}{\pi} \right) \mathcal{B}_{\text{SP}}(\mu), \\ \mathcal{A}_{\text{LR}}(\mu) &= \int_0^{s_0} ds s^2 \ln \left(\frac{s}{\mu^2} \right) \Delta\rho_{\text{LR}}(s), \\ \mathcal{B}_{\text{SP}}(\mu) &= \frac{1}{4} \langle \bar{q}q \rangle_\mu^2 + \frac{1}{12} \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{\tilde{s}_0} ds s \ln \left(\frac{s}{\mu^2} \right) \Delta\rho_{\text{SP}}(s).\end{aligned}\tag{100}$$

Здесь $r_1^{(1)} = r_2^{(1)} = 1$, $r_1^{(2)} = 9$, $r_2^{(2)} = 23/3$ в NDR-схеме; $r_1^{(1)} = r_2^{(1)} = -11$, $r_1^{(2)} = -3$, $r_2^{(2)} = 35/3$ в HV-схеме; $\Delta\rho_{\text{SP}}(s)$ — спектральная функция коррелятора $\Pi_{\text{SP}}(Q^2)$; s_0 и \tilde{s}_0 — пороги, выше которых для спектральных функций $\Delta\rho_{\text{LR}}(s)$ и $\Delta\rho_{\text{SP}}(s)$ соответственно становятся справедливыми соотношения локальной дуальности:

$$\int_{s_0}^{\infty} ds s^2 \ln \left(\frac{s}{\mu^2} \right) \Delta\rho_{\text{LR}}(s) = O(\alpha_s^2), \quad \int_{\tilde{s}_0}^{\infty} ds s \ln \left(\frac{s}{\mu^2} \right) \Delta\rho_{\text{SP}}(s) = O(\alpha_s^2).$$

С использованием данных коллабораций ALEPH и OPAL для спектральной функции $\Delta\rho_{\text{LR}}(s)$ в работе [99] была получена оценка $s_0 \approx 2,5$ ГэВ² из анализа правил сумм Вайнберга (78) при том же верхнем пороге обрезания в интегралах по s . Вакуумные матричные элементы $\langle O_{1,2} \rangle$ вычислялись с помощью соотношений (100) в пренебрежении интегралом от спектральной функции $\Delta\rho_{\text{SP}}(s)$ в \mathcal{B}_{SP} . В модельных оценках этот интеграл давал поправку от -10 до -30% к вкладу кваркового конденсата в \mathcal{B}_{SP} . Результаты оценок матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2$, полученные в [99] при $\mu = 2$ ГэВ, $\alpha_s(2 \text{ ГэВ}) = 0,320$ и $\langle \bar{q}q \rangle_{2 \text{ ГэВ}} = -(0,018 \pm 0,004) \text{ ГэВ}^3$, имеют вид

$$B_7^{(3/2)} = \begin{cases} 0,81 \pm 0,09 & \text{(NDR)}, \\ 1,22 \pm 0,19 & \text{(HV)}; \end{cases} \quad B_8^{(3/2)} = \begin{cases} 1,27 \pm 0,53 & \text{(NDR)}, \\ 1,38 \pm 0,64 & \text{(HV)}. \end{cases}\tag{101}$$

11. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ

Подтверждение в 1999 г. эффекта прямого CP -нарушения в двух независимых экспериментах NA48 [4] и KTeV [5] дало новый толчок теоретическим исследованиям в этом направлении. Следует отметить, что благодаря работам [16–22] к этому времени был достигнут значительный прогресс в расчетах вильсоновских коэффициентных функций в лидирующем и следующем за лидирующим порядках КХД. Однако вычисления с адронными матричными элементами пингвиновых операторов, полученными в лидирующем порядке $1/N_c$ -разложения, давали оценку отношения ε'/ε намного ниже экспериментального значения.

В этом порядке $1/N_c$ -подход приводил к большим вкладам мезонных петель в матричные элементы непингвиновых операторов. Само по себе это указывало на наличие значительных теоретических неопределенностей, связанных с эффектами больших расстояний, при вычислении изотопических амплитуд переходов $K \rightarrow 2\pi$ и, в частности, описании правила $\Delta I = 1/2$. Тем не менее в случае матричных элементов пингвиновых операторов $\langle Q_{6,8} \rangle$ ожидалось, что в лидирующем порядке $1/N_c$ -подхода для последних достаточно ограничиться борновскими диаграммами, воспроизводящими расчеты в приближении вакуумного насыщения, т. е. соответствующие факторы $B_{6,8}$ должны быть близкими к единице. Предпосылкой для таких ожиданий явился тот факт, что в этом случае μ -зависимость вильсоновских коэффициентов $C_{6,8}$ сшивается аналитически с μ -зависимостью борновских матричных элементов $\langle Q_{6,8} \rangle \sim m_s^{-2}(\mu)$. Ожидания, что $B_{6,8} \approx 1$, казалось бы, подтверждались и вычислениями в КХД на решетке [68].

В соответствии с полуфеноменологическим подходом [18] величины ω и $a_{0,2}^{(z)}$ в знаменателях выражения (15) для ε'/ε можно зафиксировать по экспериментальным значениям амплитуд $a_{0,2}$. Тогда оценки отношения ε'/ε будут свободны от теоретических неопределенностей, вносимых эффектами больших расстояний в матричные элементы непингвиновых операторов. Если $B_{6,8} \approx 1$, то в этом случае неопределенности, связанные с эффектами больших расстояний, оказываются незначительными для пингвиновых операторов, определяющих величины $a_{0,2}^{(y)}$ в числителях выражения (15), и фактор $F_{\varepsilon'}$ в формуле (49) с высокой точностью можно было бы оценить в рамках пертурбативной КХД и приближения вакуумного насыщения. Таким образом, при условии $B_{6,8} \approx 1$ экспериментальное измерение величины ε'/ε позволило бы осуществить достаточно надежную проверку СМ.

Значительное отличие экспериментального значения (39) от предсказаний $1/N_c$ -подхода (50) и КХД на решетке (60) можно трактовать как указание либо на сигнал от физики за пределами СМ, либо на наличие неучтенных (непертурбативных) вкладов больших расстояний. Однако оценки показали, что никакие эффекты за пределами СМ не могут дать усиления ε'/ε , необ-

ходимого для приведения предсказаний $1/N_c$ -подхода (т. е. при $B_{6,8} \approx 1$) в согласие с экспериментом. В то же время уже в работе [9] выход за рамки лидирующего порядка $1/N_c$ -разложения при учете вклада мезонных петель в матричные элементы пингвиновых операторов приводил к значительному усилению фактора B_6 и, как следствие, к усилению ε'/ε . Эффект усиления фактора B_6 наблюдался позднее и в расчетах в рамках киральной кварковой модели [10]. Это указывало на то, что приближение вакуумного насыщения, по-видимому, является недостаточным для оценки матричных элементов как непингвиновых, так и пингвиновых операторов. Поэтому усилия теоретиков в течение последних пяти лет были направлены прежде всего на развитие различных пертурбативных подходов к вычислению матричных элементов $\langle Q_i \rangle$.

Некоторые принципиальные недостатки стандартного $1/N_c$ -подхода удалось преодолеть в его модификациях [59, 60, 62], рассмотренных в разд. 6. В частности, использование более изощренной техники вычислений позволяет значительно улучшить сшивание матричных элементов четырехкварковых операторов с вильсоновскими коэффициентными функциями, а также устранить квадратичную зависимость от параметра УФ-обрезания в мезонных матричных элементах. Однако описание фаз $\pi\pi$ -рассеяния и правила $\Delta I = 1/2$ в этих подходах по-прежнему остается проблематичным. Тем не менее полученные оценки отношения ε'/ε хорошо согласуются с экспериментом (при наличии больших теоретических неопределенностей). При этом для фактора $B_6^{(1/2)}$ получаются значения, существенно превышающие единицу. Кроме того, в работе [59] наблюдалось значительное подавление вклада электрослабого пингвинового оператора: $B_8^{(3/2)} = 0,64 \div 0,42$.

В последнее время также интенсивно развивались методы вычисления матричных элементов четырехкварковых операторов в КХД на решетке. Однако, несмотря на то, что отрицательные значения матричного элемента $\langle Q_6 \rangle_0$ и отношения ε'/ε являются общей особенностью последних вычислений на решетке (64) [75] и (65) [76, 77], наблюдающееся в них сильное противоречие с экспериментом пока еще преждевременно рассматривать как указание на некорректность СМ в применении к описанию прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 2\pi$. Значительное расхождение по абсолютной величине между результатами (64) и (65), полученными в SF- и DWF-формализмах, указывает на то, что неконтролируемые систематические ошибки в этих подходах пока еще велики и нуждаются в дальнейшем улучшении.

Для сравнения результатов анализа коррелятора $\Pi_{LR}(Q^2)$ в различных подходах с результатами вычислений в КХД на решетках последние должны быть пересчитаны к тем же значениям $F_K = F_\pi = F_\pi^{(0)}$ и $(m_s + m_d)_{\mu=2}$ ГэВ, что и при вычислении матричных элементов $\langle Q_{7,8} \rangle_2^{\text{vac}}$ (85). Так, наиболее часто цитируемые результаты [101], полученные в КХД на решетке, после

такого пересчета примут вид

$$B_7^{(3/2)} = \begin{cases} 0,34 \pm 0,13 & (\text{NDR}), \\ 0,56 \pm 0,19 & (\text{HV}); \end{cases} \quad B_8^{(3/2)} = \begin{cases} 0,54 \pm 0,11 & (\text{NDR}), \\ 0,61 \pm 0,13 & (\text{HV}). \end{cases} \quad (102)$$

Оценки (84) и (101) для параметра $B_8^{(3/2)}$ в два раза превышают его значения (102) в КХД на решетке. Результаты (86), (87) и (99) для $B_8^{(3/2)}$ превышают решеточные значения в 3–4 раза*.

Для того чтобы отношение ε'/ε получалось положительным при таких больших вкладах электрослабого пингвинового оператора Q_8 , величина параметра $B_6^{(1/2)}$, характеризующая вклад глюонного пингвинового оператора Q_6 , должна быть намного больше единицы даже при $\Omega_{\text{IB}} = 0$. Так, в работе [102] вычислялся вклад в константу связи g_8 (67) октетной части слабого лагранжиана (66) от бозонизации глюонных пингвиновых операторов $Q_{4,6}$ в киральном пределе при больших N_c . Вклад в g_8 от факторизуемых конфигураций имеет порядок $O(N_c^2)$ и связан с вильсоновскими коэффициентами как

$$g_8|_{Q_6, Q_4}^{\text{fact}} = C_6(\mu) \left[-16L_5 \frac{\langle \bar{q}q \rangle^2}{F_0^6} \right] + C_4(\mu) 1.$$

Нефакторизуемые вклады порядка $O\left(N_c^2 \frac{n_f}{N_c}\right)$, выходящие за рамки лидирующего порядка $1/N_c$ -разложения, возникают как интегралы

$$g_8|_{Q_6, Q_4}^{\text{unfact}} = C_6(\mu) \frac{8n_f}{16\pi^2 F_0^4} \left[\frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(2-\varepsilon)} \int_0^\infty dQ^2 (Q^2)^{1-\varepsilon} \mathcal{W}_{DGRR}(Q^2) \right]_{\overline{\text{MS}}} - \\ - C_4(\mu) \frac{4n_f}{16\pi^2 F_0^4} \left[\frac{(4\pi\mu^2)^\varepsilon}{\Gamma(2-\varepsilon)} \int_0^\infty dQ^2 (Q^2)^{1-\varepsilon} \mathcal{W}_{LLRR}(Q^2) \right]_{\overline{\text{MS}}}.$$

Здесь $\mathcal{W}_{DGRR}(Q^2)$ и $\mathcal{W}_{LLRR}(Q^2)$ — инвариантные функции, введенные в [102] для связанных двухточечных КХД-функций Грина, которые описывают нефакторизуемые конфигурации типа «глаз», возникающие при бозонизации. Для функций \mathcal{W}_{DGRR} и \mathcal{W}_{LLRR} было использовано адронное представление при больших N_c через спектр узких состояний, учет которых в приближении минимального адронного анзаца сводится к векторному и скалярному полюсам с массами m_V и $m_S \approx 1$ ГэВ соответственно.

Численные оценки показали, что в таком подходе нефакторизуемый вклад в матричный элемент $\langle Q_6 \rangle_0$ в три раза превышает факторизуемый вклад.

*Оценки матричного элемента $\langle Q_8 \rangle_2$ из анализа КХД-коррелятора также противоречат вычислениям в рамках модифицированного $1/N_c$ -подхода [59].

Именно за счет усиления вклада глюонного пингвинового оператора Q_6 нефакторизуемыми конфигурациями типа «глаз» отношение ε'/ε становится не только положительным, но и близким к экспериментально измеренному значению (при $\Omega_{\text{IB}} = 0,16 \pm 0,03$)

$$\varepsilon'/\varepsilon = (16,6 \pm 1,6) \cdot 10^{-4} \quad [102], \quad (103)$$

несмотря на большой отрицательный вклад в ε'/ε от электрослабого пингвинового оператора, характеризуемого параметром $B_8^{(3/2)}$ (99). Кроме того, нефакторизуемые вклады, возникающие от конфигураций типа «глаз» и при бозонизации пингвинового оператора Q_2 , усиливают более чем в 1,5 раза амплитуду a_0 и тем самым улучшают описание правила $\Delta I = 1/2$.

Еще раньше аналогичные результаты для нефакторизуемых вкладов в матричные элементы $\langle Q_6 \rangle_0$ и $\langle Q_2 \rangle_0$ были получены в рамках X -бозонного подхода [100, 103]. В частности, при $\mu = 2$ ГэВ и $m_s(2 \text{ ГэВ}) = (119 \pm 19)$ МэВ в NDR-схеме

$$B_6^{(1/2)} = 2,5 \pm 0,4; \quad B_8^{(3/2)} = 1,35 \pm 0,20. \quad (104)$$

Этим значениям при $\Omega_{\text{IB}} = 0,16 \pm 0,03$ соответствует оценка [103]

$$\varepsilon'/\varepsilon \approx (60 \pm 30) \cdot 10^{-4},$$

которая намного превышает оценку (103) из-за того, что параметр $B_8^{(3/2)}$ (104) оказывается почти в два раза меньше по величине, чем в случае (99).

В рассмотренных выше подходах в тех случаях, когда влияние взаимодействий в конечном состоянии учитывается, это делается с помощью включения в изотопические амплитуды либо феноменологических множителей $(\cos \delta_{0,2})^{-1}$, либо факторов $\mathcal{R}_{0,2}$ (33), оцененных в дисперсионном подходе [38]. Для учета влияния эффектов изотопического нарушения при оценке величины ε'/ε во всех этих работах используются результаты других подходов: либо «стандартное» значение параметра Ω_{IB} [40], либо улучшенная оценка [44].

Вычисления параметра изотопического нарушения Ω_{IB} [43–46] оказались чрезвычайно чувствительными к вкладам, возникающим в высших порядках киральной теории. При «стандартной» величине параметра Ω_{IB} и $B_6^{(1/2)} = B_8^{(3/2)} = 1$, используя центральные значения всех остальных параметров в формуле (49), можно получить оценку $\varepsilon'/\varepsilon \approx 7 \cdot 10^{-4}$. Подстановка в формулу (49) значения Ω_{IB} (71) увеличивает отношение ε'/ε почти на 30%. Использование значений (72) для Ω_{IB} приводит к оценке $\varepsilon'/\varepsilon = (28 \div 13) \cdot 10^{-4}$, в то время как самые последние вычисления Ω_{IB} , (73) и (75), дают увеличение ε'/ε на 50 и 80% соответственно. Однако вычисления в работах [43, 45, 46] содержат большие модельные неопределенности.

В частности, одни и те же физические вклады в разных расчетах сильно различаются между собой как по абсолютной величине, так и по знаку.

Таким образом, несмотря на значительный прогресс в направлении самосогласованного учета вкладов больших и малых расстояний в амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$, точность теоретических предсказаний для отношения ε'/ε все еще остается неудовлетворительной. Это связано с доминированием эффектов больших расстояний в описании распадов $K \rightarrow 2\pi$ и отсутствием единого подхода, обеспечивающего одновременно:

- универсальную схему шивания вклада больших и малых расстояний в полную амплитуду;
- последовательный учет всех поправок высшего порядка, включая взаимодействие в конечном состоянии и эффекты нарушения изотопической симметрии;
- самосогласованное описание экспериментальных значений изотопических амплитуд $a_{0,2}$ и фаз $\delta_{0,2}$.

Феноменологический анализ распадов $K \rightarrow 2\pi$ в подходе бозонизованных киральных лагранжианов (см. разд. 4) позволяет извлечь значения параметров $\tilde{B}_i(\mu)$ для доминирующих операторов \mathcal{O}_i при наиболее полном учете взаимодействий в конечном состоянии и эффектов изотопического нарушения до p^6 -порядка кирального разложения включительно. Параметры $\tilde{B}_i(\mu)$ характеризуют относительный вклад в феноменологические параметры ξ_i^{ph} (34) от непертурбативной эволюции вильсоновских коэффициентов в области от нуля до фиксированной точки вычитания μ . Эта эволюция не может быть вычислена теоретически, поэтому феноменологические значения параметров $\tilde{B}_i(\mu)$ содержат в себе важную информацию о величине неучтенных вкладов больших расстояний. Величины извлеченных из анализа параметров $\tilde{B}_{1,5}(\mu)$ указывают на то, что эти непертурбативные эффекты в случае как непингиновых, так и пингиновых операторов могут во много раз превышать пертурбативную часть амплитуды перехода $K \rightarrow 2\pi$ с $\Delta I = 1/2$. При этом, несмотря на большое значение \tilde{B}_5 , доминирующий вклад в этот переход дают непингиновые операторы.

В работе [104] обсуждаемые эффекты больших расстояний, не поддающиеся учету в пертурбативной КХД, были впервые оценены теоретически как вклады, индуцированные инстантонами. Наряду с четырехкварковыми операторами размерности $d = 6$, в этом подходе также учитываются операторы высшей размерности ($d = 9$), связанные с шестикварковым взаимодействием 'т Хофта [105]. Было показано, что инстантонные взаимодействия усиливают переходы с $\Delta I = 1/2$ как минимум в два раза, что качественно объясняет большие значения феноменологических параметров $\tilde{B}_{1,5}(\mu)$.

В работах [38] после введения в изотопические амплитуды $a_{0,2}$ факторов $\mathcal{R}_{0,2}$ (33), учитывающих взаимодействия в конечном состоянии, выражение

(49) для оценки отношения ε'/ε модифицировалось к виду

$$\varepsilon'/\varepsilon \sim [B_6^{(1/2)}\mathcal{R}_0(1 - \Omega_{\text{IB}}\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_0) - 0,4B_8^{(3/2)}\mathcal{R}_2].$$

При $\Omega_{\text{IB}} = 0,16$ и более низких значениях параметра изотопического нарушения это соотношение формально позволяет описать экспериментальную величину ε'/ε (39) даже при $B_6 = B_8 = 1$. Однако феноменологические значения параметра $\tilde{B}_5(\mu)$, являющегося аналогом B_5 , оказываются намного больше единицы, несмотря на близость численных значений (32) и (33) для факторов $\mathcal{R}_{0,2}$ и сильное подавление вклада электрослабого пингвинового оператора Q_8 в амплитуду a_2 .

Это объясняется тем, что киральные поправки высшего порядка не сводятся только к петлевым вкладам в абсорбтивные части изотопических амплитуд, и их влияние на оценку отношения ε'/ε не может быть сведено только к введению указанным способом поправочных множителей $\mathcal{R}_{0,2}$. На самом деле, при прямом вычислении древесных и петлевых диаграмм распада $K \rightarrow 2\pi$ до p^6 -порядка включительно имеет место намного более сложная перестройка различных вкладов в реальные и мнимые части изотопических амплитуд, включая эффекты изотопического нарушения. Учет поправок высшего порядка также требует соответствующего переопределения волновых функций мезонов и констант F_0 , χ_u^2 , χ_d^2 и χ_s^2 . В частности, это приводит к большому разбросу значений Ω_{IB} , связанному с неопределенностями входных параметров, что также является причиной сильной модельной зависимости оценок влияния новых источников нарушения изотопической симметрии [43–46], возникающих за пределами лидирующего порядка кирального разложения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный в настоящем обзоре критический анализ результатов различных подходов к описанию распадов $K \rightarrow 2\pi$ показывает, что эффекты больших расстояний играют определяющую роль при объяснении как правила $\Delta I = 1/2$, так и экспериментального значения отношения ε'/ε . При учете взаимодействий в конечном состоянии и эффектов нарушения изотопической симметрии особенно важными становятся киральные поправки до p^6 -порядка включительно. Для количественной проверки СМ в прямом CP -нарушении необходимо существенно уменьшить неопределенности феноменологических значений большого числа входных параметров с помощью самосогласованного анализа широкого круга низкоэнергетических мезонных процессов, включая распады $K \rightarrow 3\pi$, $K \rightarrow 2\pi\gamma$ и $K \rightarrow \pi e^+ e^-$. Это требует как получения новых экспериментальных данных по этим процессам, так и проведения детальных расчетов их амплитуд с учетом киральных поправок высшего порядка.

Рассмотренный в обзоре подход бозонизованных лагранжианов позволяет связать киральную динамику нелептонных распадов каонов с симметриями эффективных сильных и слабых взаимодействий кварков. При фиксации феноменологических значений параметров ξ_i^{ph} из анализа распадов $K \rightarrow 2\pi$ в едином подходе удастся не только самосогласованно описать данные по широкому кругу нелептонных распадов каонов, включая каналы $K \rightarrow 3\pi$, $K \rightarrow 2\pi\gamma$ и $K \rightarrow \pi e^+ e^-$ [27], но также оценить наблюдаемые эффекты CP -нарушения в этих процессах. Получаемые таким образом предсказания, в отличие от извлекаемых значений $B_i(\mu)$, уже не содержат неопределенностей, возникающих при вычислениях вильсоновских коэффициентов, т. е. не зависят от точки вычитания μ , схемы регуляризации и КХД-шкалы $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$. В частности, для зарядовой CP -асимметрии параметра линейного наклона g далитц-плота распада $K \rightarrow 2\pi$

$$\Delta g(K^\pm \rightarrow 3\pi) = \frac{g(K^+ \rightarrow 3\pi) - g(K^- \rightarrow 3\pi)}{g(K^+ \rightarrow 3\pi) + g(K^- \rightarrow 3\pi)}$$

получены оценки [11]:

$$0,5 < \Delta g(K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp) \cdot 10^4 < 4,5,$$

$$0,4 < \Delta g(K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0) \cdot 10^4 < 2,6$$

на уровне достоверности 68 % при учете неопределенностей входных параметров гауссовским методом. Несмотря на малые ожидаемые значения зарядовых асимметрий, их наблюдение может оказаться возможным, например, в эксперименте NA48/2, проводимом в настоящее время в CERN.

Для более надежной оценки наблюдаемых эффектов CP -нарушения необходимы дополнительные исследования тонкой структуры бозонизованных киральных лагранжианов, для чего потребуются новые экспериментальные данные по широкому кругу низкоэнергетических мезонных процессов. Более точные значения параметров киральных лагранжианов позволили бы существенно уменьшить теоретические неопределенности как в описании каонных распадов, так и в предсказаниях эффектов CP -нарушения.

Благодарности. Автор благодарен Г. Бому, Ю-Лианг Ву, А. Ланеву и Э. Паскосу за плодотворные дискуссии на разных этапах подготовки этой работы, а также С. Перису и Й. Прадесу за полезную переписку. Автор глубоко признателен Н. И. Кочелеву за ценные замечания в ходе обсуждения рукописи обзора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Christenson J. H. et al. // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 138.
2. Barr G. D. et al. // Phys. Lett. B. 1993. V. 317. P. 233.

3. *Gibbons L. K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 1203.
4. *Fanti V. et al.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 465. P. 335.
5. *Alavi-Harati A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 22.
6. *Buras A.J., Jamin M., Lautenbacher M. E.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 389. P. 749.
7. *Bertolini S., Eeg J. O., Fabbrichesi M.* // Nucl. Phys. B. 1996. V. 476. P. 225.
8. *Ciuchini M. et al.* // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1997. V. 59. P. 149.
9. *Heinrich J. et al.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 301. P. 263.
10. *Bertolini S. et al.* // Nucl. Phys. B. 1998. V. 514. P. 93.
11. *Belkov A. A. et al.* JINR Preprint E2-99-236. Dubna, 1999; hep-ph/9907335; Proc. of XV ISHEPP «Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics», Dubna, 2000. Dubna, 2001. V. II. P. 31;
Belkov A. A., Lanyov A. V., Bohm G. // Czech. J. Phys. 2004. V. 54. P. B193.
12. *Cabibbo N.* // Phys. Rev. Lett. 1963. V. 10. P. 531.
13. *Kobayashi N., Maskawa T.* // Prog. Theor. Phys. 1973. V. 49. P. 652.
14. *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* // Nucl. Phys. B. 1977. V. 120. P. 316.
15. *Gilman F. J., Wise M. B.* // Phys. Rev. D. 1979. V. 20. P. 2392.
16. *Buchalla G., Buras A. J., Harlander M. K.* // Nucl. Phys. B. 1990. V. 337. P. 313.
17. *Buras A. J. et al.* // Nucl. Phys. B. 1992. V. 370. P. 69; Addendum. 1992. V. 375. P. 501.
18. *Buras A. J., Jamin M., Lautenbacher M. E.* // Nucl. Phys. B. 1993. V. 408. P. 209.
19. *Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E.* // Rev. Mod. Phys. 1996. V. 68. P. 1125.
20. *Ciuchini M. et al.* // Nucl. Phys. B. 1994. V. 415. P. 403.
21. *Ciuchini M. et al.* // Z. Phys. C. 1995. V. 68. P. 239.
22. *Ciuchini M. et al.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 301. P. 263.
23. *Chell E., Olson M. G.* // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 4076.
24. *Inami T., Lim C. S.* // Prog. Theor. Phys. 1981. V. 65. P. 297.
25. *Wolfenstein L.* // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 562.
26. *Ebert D. et al.* // Intern. J. Mod. Phys. A. 1993. V. 8. P. 1313.
27. *Бельков А. А. и др.* // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 562.
28. *Pich A., de Rafael E.* // Nucl. Phys. B. 1991. V. 358. P. 311.
29. *Bijnens J., Wise M. B.* // Phys. Lett. B. 1984. V. 137. P. 245.
30. *Weinberg S.* // Physica A. 1979. V. 96. P. 327.
31. *Gasser J., Leutwyler H.* // Nucl. Phys. B. 1985. V. 250. P. 465.
32. *Бельков А. А., Ланев А. В.* // ЭЧАЯ. 1998. Т. 29, вып. 1. С. 33.
33. *Bijnens J., Ecker G., Gasser J.* The Second DAΦNE Physics Handbook / Eds. L. Maiani, G. Pancheri, N. Paver. Frascati, 1995.
34. *Volkov M. K.* // Ann. Phys. 1968. V. 49. P. 202.
35. *Волков М. К., Первушин В. Н.* Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978.

36. Бельков А. А., Ланев А. В. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 496;
Бельков А. А., Первушин В. Н. // Там же. С. 1435;
Bel'kov A. A., Ebert D., Pervushin V. N. // Phys. Lett. B. 1987. V. 193. P. 315;
Бельков А. А., Первушин В. Н., Эберт Д. // ЭЧАЯ. 1991. Т. 22. С. 5.
37. Bel'kov A. A., Lanyov A. V., Schaale A. // Acta Physica Slov. 1995. V. 45. P. 135.
38. Pallante E., Pich A. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2568; Nucl. Phys. B. 2001. V. 592. P. 294.
39. Donoghue J. F. et al. // Phys. Lett. B. 1986. V. 179. P. 361.
40. Buras A. J., Gérard J.-M. // Phys. Lett. B. 1987. V. 192. P. 156.
41. Cheng H.-Y. // Phys. Lett. B. 1988. V. 201. P. 155.
42. Lusignoli M. // Nucl. Phys. B. 1989. V. 325. P. 33.
43. Gardner S., Valencia G. // Phys. Lett. B. 1999. V. 466. P. 355.
44. Ecker G. et al. // Phys. Lett. B. 2000. V. 477. P. 88.
45. Cirigliano V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 162001; Eur. Phys. J. C. 2004. V. 33. P. 369.
46. Wolf C. E., Maltman K. // Phys. Lett. B. 2000. V. 482. P. 77; Phys. Rev. D. 2000. V. 63. P. 014008.
47. Suzuki M. Preprint LBNL-47460. 2001; hep-ph/0102108.
48. Bijnens J., Prades J. // Nucl. Phys. B. 1995. V. 444. P. 523.
49. Bertolini S. et al. // Nucl. Phys. B. 1998. V. 514. P. 63.
50. Hambye T., Kohler G. O., Soldan P. H. // Eur. Phys. J. C. 1999. V. 10. P. 271.
51. Bijnens J., Prades J. // JHEP. 2000. 0001. 002.
52. Peris S., de Rafael E. // Phys. Lett. B. 2000. V. 490. P. 213.
53. Gupta R. Preprint LAUR-02-7498. 2003; hep-lat/0303010.
54. Bosch S. et al. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 565. P. 3.
55. Bardeen W. A., Buras A. J., Gerard J.-M. // Phys. Lett. B. 1986. V. 180. P. 133; Nucl. Phys. B. 1987. V. 293. P. 787; Phys. Lett. B. 1988. V. 211. P. 343.
56. Bardeen W. A., Buras A. J., Gérard J.-M. // Phys. Lett. B. 1987. V. 192. P. 138.
57. Gupta R., Bhattacharya T. // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 7203;
Gough B. J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 1622.
58. Heinrich J., Schwarz J. M. Dortmund Preprint Do-TH 91/330.
59. Hambye T. et al. // Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 014017.
60. Hambye T. et al. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 564. P. 391.
61. Kundu A., Paschos E. A., Zhou Y. F. Preprint DO-TH 03/16; CY-PHYSICS-06/2004; hep-ph/0405250.
62. Wu Y. L. // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 016001.
63. Bardeen W. A. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl. A). 1989. V. 7. P. 149;
Bijnens J., Gérard J.-M., Klein G. // Phys. Lett. B. 1991. V. 257. P. 191;
Fatelo J. P., Gérard J.-M. // Phys. Lett. B. 1995. V. 347. P. 136.

64. Bertolini S., Fabbrichesi M., Gabrielli E. // Phys. Lett. B. 1994. V. 327. P. 136;
Bertolini S., Eeg J.O., Fabbrichesi M. // Nucl. Phys. B. 1995. V. 449. P. 197;
Antonelli V. et al. // Nucl. Phys. B. 1996. V. 469. P. 143;
Antonelli V. et al. // Ibid. P. 181.
65. Bertolini S., Eeg J.O., Fabbrichesi M. // Phys. Rev. D. 2001. V. 63. P. 056009.
66. Maiani L., Testa M. // Phys. Lett. B. 1990. V. 245. P. 585.
67. Bernard C. et al. // Phys. Rev. D. 1985. V. 32. P. 2343.
68. Kilcup G. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1991. V. 20. P. 417;
Sharpe S. // Ibid. P. 429; Nucl. Phys. B. (Proc. Suppl.). 1990. V. 17. P. 146;
Bernard C. et al. // Ibid. P. 495.
69. Donini A. et al. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 83–84. P. 238.
70. Martinelli G. et al. // Nucl. Phys. B. 1995. V. 445. P. 81;
Donini A. et al. // Phys. Lett. B. 1996. V. 360. P. 83;
Crisafulli et al. // Ibid. V. 369. P. 325;
Conti L. et al. // Phys. Lett. B. 1998. V. 421. P. 273;
Allton C.R. et al. // Phys. Lett. B. 1999. V. 453. P. 30;
Kilcup G., Gupta R., Sharpe S. // Phys. Rev. D. 1998. V. 57. P. 1654;
Bhattacharaya T., Gupta R., Sharpe S. // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 4036;
Lellouch L., Lin D. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1999. V. 73. P. 314.
71. Pekurovsky D., Kilcup G. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 1998. V. 63 A–C. P. 293.
72. Gupta R. // Ibid. P. 278.
73. Ciuchini M. et al. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 573. P. 201.
74. Ciuchini M., Martinelli G. // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2001. V. 99. P. 27.
75. Pekurovsky D., Kilcup G. // Phys. Rev. D. 2001. V. 64. P. 074502.
76. Noaki J. et al. // Phys. Rev. D. 2003. V. 68. P. 014501.
77. Blum T. et al. // Ibid. P. 114506.
78. Cronin J. // Phys. Rev. 1967. V. 161. P. 1483.
79. Ecker G., Kambor J., Wylter D. // Nucl. Phys. B. 1993. V. 394. P. 101.
80. Kambor J., Missimer J., Wylter D. // Nucl. Phys. B. 1990. V. 346. P. 17;
Bijnens J., Pallante E., Prades J. // Nucl. Phys. B. 1998. V. 521. P. 305.
81. Gasser J., Leutwyler H. // Nucl. Phys. B. 1985. V. 250. P. 517.
82. Urech R. // Nucl. Phys. B. 1995. V. 433. P. 234.
83. Ecker G. et al. // Nucl. Phys. B. 2000. V. 591. P. 419.
84. Bijnens J., Colangelo G., Ecker G. // JHEP. 1999. 9902. 020.
85. Cirigliano V., Donoghue J.F., Golowich E. // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 18. P. 83.
86. Gardner S., Valencia G. // Phys. Rev. D. 2000. V. 62. P. 094024.
87. Donoghue J.F., Golowich E. // Phys. Lett. B. 2000. V. 478. P. 172.
88. Weinberg S. // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. P. 507.
89. Barate R. et al. // Eur. Phys. J. C. 1998. V. 4. P. 409.
90. Akerstaff K. et al. // Eur. Phys. J. C. 1999. V. 7. P. 571.

91. *Cirigliano V. et al.* // Phys. Lett. B. 2001. V. 522. P. 245.
92. *Cirigliano V. et al.* // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2003. V. 121. P. 199; Phys. Lett. B. 2003. V. 555. P. 71;
Maltman K. et al. // Mod. Phys. Lett. A. 2003. V. 18. P. 366.
93. *Maltman K.* // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2003. V. 123. P. 149.
94. *Narison S.* // Nucl. Phys. B. 2001. V. 593. P. 3; Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2001. V. 96. P. 364.
95. *Knecht M., Peris S., de Rafael E.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 457. P. 227.
96. *Knecht M., Peris S., de Rafael E.* // Phys. Lett. B. 2001. V. 508. P. 117.
97. *Knecht M.* // Proc. of Intern. Eur. Conf. on High Energy Phys. «Budapest 2001. High Energy Physics (HEP-2001)». P. 226.
98. *Peris S.* // Proc. of the 14th Rencontres de Blois: Matter-Anti-matter Asymmetry, Chateau de Blois, France, June 17–22, 2002; hep-ph 0210056.
99. *Bijnens J., Gámiz E., Prades J.* // JHEP. 2001. 0110. 009.
100. *Bijnens J., Prades J.* // JHEP. 1999. 9901. 023.
101. *Donini A. et al.* // Phys. Lett. B. 1999. V. 470. P. 233.
102. *Hambye T., Peris S., de Rafael E.* // JHEP. 2003. 0305. 027.
103. *Bijnens J., Prades J.* // JHEP. 2000. 0006. 035.
104. *Kochelev N.I., Vento V.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 111601.
105. *'t Hooft G.* // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 3432.