

## АЛЬФА-КЛАСТЕРИЗАЦИЯ В ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ И ЛЕГКИХ ЯДЕР ЯДРАМИ

*Ю. А. Бережной<sup>1</sup>, В. П. Михайлюк<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

<sup>1,2</sup>Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

ВВЕДЕНИЕ	437
ПЛОТНОСТИ ЛЕГКИХ ЯДЕР В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ С ДИСПЕРСИЕЙ	444
УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ ЛЕГКИМИ ЯДРАМИ	464
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕГКИХ ЯДЕР С ЯДРАМИ В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ	491
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	499
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	500

## АЛЬФА-КЛАСТЕРИЗАЦИЯ В ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ И ЛЕГКИХ ЯДЕР ЯДРАМИ

Ю. А. Бережной<sup>1</sup>, В. П. Михайлюк<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина

<sup>1,2</sup>Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

В обзоре рассмотрены кластерные модели, используемые в настоящее время для описания свойств легких, средних и тяжелых ядер. Показано, что  $\alpha$ -кластерная модель описывает различные характеристики легких ядер. На основе теории многократного дифракционного рассеяния и  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией рассмотрен подход, позволяющий описать наблюдаемые характеристики для упругого рассеяния частиц и легких ядер легкими  $\alpha$ -кластерными ядрами в области промежуточных энергий. Приведены рассчитанные на основе такого подхода дифференциальные сечения и поляризационные наблюдаемые для упругого рассеяния частиц и легких ядер легкими  $\alpha$ -кластерными ядрами. Эти результаты свидетельствуют о том, что  $\alpha$ -кластерная модель позволяет объяснить различные экспериментальные данные по рассеянию частиц промежуточных энергий ядрами.

The survey of cluster models used at the same time for the description of the properties of the light, medium and heavy nuclei was carried out. It was shown that  $\alpha$ -cluster model describes different characteristics of light nuclei. On the basis of the multiple diffraction scattering theory and the  $\alpha$ -cluster model with dispersion the approach for description of the observables for elastic scattering of particles and light nuclei by light  $\alpha$ -cluster nuclei was considered. The calculated on the basis of this approach differential cross-sections and polarization observables for elastic scattering of particles and light nuclei by light  $\alpha$ -cluster nuclei were presented. These results testified that  $\alpha$ -cluster model allows us to explain different experimental data for the scattering of intermediate energy particles by nuclei.

PACS: 21.60.Gx, 25.10.+s

### ВВЕДЕНИЕ

В ядерной физике обычно предполагается, что ядро состоит из нейтронов и протонов. Такая модель ядра позволяет описать большую совокупность экспериментальных данных, касающихся структуры ядер и ядерных реакций. Вместе с тем для объяснения ряда особенностей ядерной структуры и механизмов ядерных процессов используется концепция кластеризации, согласно которой в определенных условиях нуклоны в ядрах могут образовывать довольно устойчивые ассоциации (кластеры). Основная идея такого подхода

заключается в том, что сложный объект (кластер) можно рассматривать как элементарную субъединицу, пренебрегая его внутренней структурой.

Наиболее устойчивой нуклонной конфигурацией, которая может образоваться в ядре, является  $\alpha$ -частица. На мысль о том, что в состав атомных ядер входят  $\alpha$ -частицы, навело наблюдение их  $\alpha$ -радиоактивности. Теория  $\alpha$ -распада предполагает, что в ядре уже есть  $\alpha$ -частица, которая вылетает из него и становится свободной благодаря туннельному эффекту.

Вследствие высокой симметрии и большой энергии связи  $\alpha$ -частица представляет собой наиболее стабильный из всех известных кластеров. Действительно, четыре нуклона, образующие  $\alpha$ -частицу, могут находиться в одном и том же пространственном состоянии, но в различных спиновых и изоспиновых состояниях. Поэтому координатные части их волновых функций почти полностью перекрываются, что и приводит к большой энергии связи  $\alpha$ -частицы, равной 28,3 МэВ. Для удаления одного нуклона из  $\alpha$ -частицы необходима энергия  $\sim 20$  МэВ, в то время как у большинства ядер эта величина составляет 7–8 МэВ. У  $\alpha$ -частицы отсутствуют возбужденные состояния вплоть до энергии, превышающей почти на 20 МэВ энергию основного состояния.

Альфа-кластеры, входящие в состав ядер, отличаются от свободных  $\alpha$ -частиц, так как они находятся в поле окружающих их нуклонов. Наличие такого поля приводит к изменению свойств (поляризуемости)  $\alpha$ -кластера по сравнению со свободной  $\alpha$ -частицей.

Большой устойчивостью, в первую очередь, отличаются ядра, у которых  $Z = N$  ( $Z$  и  $N$  — соответственно числа протонов и нейтронов в ядре) и  $A = 4n$  ( $A$  — число нуклонов в ядре,  $n$  — целое положительное число). У этих ядер подавляющую часть энергии составляет энергия связи нуклонов, входящих в состав  $\alpha$ -кластеров, и только небольшая ее часть приходится на энергию связи самих  $\alpha$ -кластеров. Иными словами, такие ядра легко разделяются на  $\alpha$ -частицы, но значительно труднее освободить из них отдельные нуклоны или иные фрагменты. Следует отметить, что ядро  ${}^8\text{Be}$ , которое с точки зрения  $\alpha$ -кластерной модели следует рассматривать как связанную систему, состоящую из двух  $\alpha$ -кластеров, вообще не имеет связанного стабильного состояния.

Альфа-кластеры, входящие в состав ядер, в действительности не обязательно должны все время сохранять свою индивидуальность. Иначе говоря, они могут обмениваться нуклонами, разрушаться и образовываться вновь. Если время, в течение которого  $\alpha$ -кластер сохраняет свою структуру, велико по сравнению со временем, когда  $\alpha$ -кластер находится в диссоциированном состоянии, то концепция  $\alpha$ -кластеризации является приемлемой.

С классической точки зрения можно полагать, что кластер как временно образовавшаяся ассоциация нуклонов движется в течение определенного времени внутри ядра, пока он не разрушится вследствие взаимодействия с дру-

гими нуклонами. Эта простая картина существенно изменяется в квантово-механической формулировке.

Рассмотрим в качестве примера нестабильное ядро  ${}^8\text{Be}$ , которое предполагается состоящим из двух  $\alpha$ -кластеров. Координатную часть его волновой функции можно представить в виде

$$\Psi({}^8\text{Be}) = \hat{A}\psi_1\psi_2\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (1)$$

$$\psi_1 = C_\alpha \exp\left[-\frac{1}{2R_\alpha^2} \sum_{i=1}^4 (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_1)^2\right], \quad \mathbf{r}_1 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i, \quad (2)$$

$$\psi_2 = C_\alpha \exp\left[-\frac{1}{2R_\alpha^2} \sum_{i=5}^8 (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_2)^2\right], \quad \mathbf{r}_2 = \frac{1}{4} \sum_{i=5}^8 \mathbf{r}_i, \quad (3)$$

$$\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = CY_{LM}(\theta_{\mathbf{r}}, \varphi_{\mathbf{r}}) \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{R_0^2}\right], \quad (4)$$

где  $\Psi({}^8\text{Be})$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  — волновые функции ядра  ${}^8\text{Be}$ , первого и второго  $\alpha$ -кластеров и относительного движения двух  $\alpha$ -кластеров;  $\hat{A}$  — оператор антисимметризации;  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  — радиусы-векторы центров масс первого и второго  $\alpha$ -кластеров;  $C_\alpha$ ,  $C$  — нормировочные константы;  $R_\alpha$ ,  $R_0$  — параметры, характеризующие соответственно линейные размеры  $\alpha$ -кластера и среднее расстояние между  $\alpha$ -кластерами;  $\theta_{\mathbf{r}}$ ,  $\varphi_{\mathbf{r}}$  — полярный и азимутальный углы вектора  $\mathbf{r}$ ;  $L$ ,  $M$  — орбитальный момент ядра  ${}^8\text{Be}$  и его проекция на ось квантования.

Волновые функции осцилляторного типа (1)–(4) имеют неправильную асимптотику на больших расстояниях, но хорошо описывают упругие форм-факторы ядер  ${}^4\text{He}$  и ядер  $p$ -оболочки. Ими можно пользоваться как модельными функциями для упрощения расчетов [1]. Очевидно, что если  $R_\alpha \ll R_0$ , то роль обмена нуклонами между  $\alpha$ -кластерами, связанная с наличием оператора антисимметризации  $\hat{A}$  в (1), становится несущественной. В этом случае оператор  $\hat{A}$  можно опустить, и мы получаем

$$\Psi({}^8\text{Be}) = \psi_1\psi_2\varphi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (5)$$

Так возникает волновая функция простой  $\alpha$ -частичной модели, в которой отсутствует перекрытие кластеров.

Введем параметр  $\xi = R_\alpha/R_0$ , характеризующий перекрытие  $\alpha$ -кластеров. Если  $\xi \ll 1$ , то мы переходим к простой  $\alpha$ -частичной модели ядра. С ростом параметра  $\xi$  роль антисимметризации и соответственно обмена нуклонами между  $\alpha$ -кластерами будет все существеннее, так как расстояние между  $\alpha$ -кластерами постепенно становится сравнимым с их размерами. При этом,

вследствие перекрытия  $\alpha$ -кластеров, волновая функция (1) будет заметно отличаться от простой волновой функции (5). Следовательно, при анализе структуры ядер не всегда можно пользоваться простыми волновыми функциями типа (5), ибо оператор  $\hat{A}$  не позволяет нам получить упрощенную интуитивную картину пространственно локализованных  $\alpha$ -кластеров. Аналогично можно рассмотреть модель ядра, состоящего из остова и  $\alpha$ -кластера. Отметим, что классическая картина пространственно локализованного  $\alpha$ -кластера остается в основном верной, если кластер находится в области поверхности ядра, так как в этом случае, вследствие небольшой плотности ядерной материи, мало существен обмен нуклонами, определяемый оператором  $\hat{A}$ .

Основная цель введения концепции кластеров заключается в том, что в ряде случаев группа нуклонов в ядре (кластер) ведет себя как единое бесструктурное целое, а не как комбинация индивидуальных нуклонов. Такой подход обычно позволяет более ясно понять физическую сторону различных ядерных процессов и упростить расчеты их характеристик. С более фундаментальной точки зрения сами нуклоны также являются кластерами, состоящими из кварков. Более того, такие кластерные образования могут объединяться на определенное время в кварковые «мешки». Однако в нерелятивистской ядерной физике, как правило, не возникает необходимости рассматривать кварковую структуру нуклонов в ядрах.

Расчеты структуры ядер показывают, что  $\alpha$ -кластеризация более вероятна в поверхностной области ядра, где плотность ядерной материи значительно меньше, чем в центральной части ядра. У легких ядер большая часть нуклонов находится в поверхностной области ядра. Поэтому в таких ядрах должна проявляться хорошо выраженная  $\alpha$ -кластерная структура. Особенно это относится к ядрам с  $Z = N = 2n$ .

Присутствие  $\alpha$ -частицы вблизи ядерной поверхности позволяет ей покинуть ядро, если это энергетически возможно, что приводит к  $\alpha$ -распаду ядра, который был одним из первых явлений, наблюдавшихся на заре развития ядерной физики. Подхват или выбивание  $\alpha$ -частиц в прямых ядерных реакциях также подтверждает их присутствие в поверхностной области ядра. Таким образом,  $\alpha$ -кластеризация играет существенную роль как в теории ядерной структуры, так и в теории ядерных реакций и  $\alpha$ -распада. Различные вопросы  $\alpha$ -кластеризации в ядрах изложены в [1–9].

Для изучения  $\alpha$ -кластеризации в ядрах интересно сначала рассмотреть бесконечную ядерную материю, первоначально состоящую из нуклонов, между которыми отсутствуют кулоновские силы. Затем важно выяснить, как зависит от плотности образование  $\alpha$ -кластеров и стабильность ядерной материи. В [10] были проведены такие расчеты с различными типами нуклон-нуклонных сил и пространственных конфигураций нуклонов и установлено, что нуклоны конденсируются в  $\alpha$ -кластеры, когда плотность ядерной материи уменьшается примерно до одной трети плотности в центральной части ядра. Это показы-

вает, что образование  $\alpha$ -кластеров энергетически выгодно в области ядерной поверхности, т. е.  $\alpha$ -кластеризация доминирует при малых плотностях ядерной материи. Внутри ядра также может иметь место образование  $\alpha$ -кластеров, хотя время их жизни в этом случае значительно меньше, чем в поверхностной области.

Свойства  $\alpha$ -кластерной материи в дальнейшем были детально исследованы на основе метода генератора координаты [11], где изучалась кубическая решетка, состоящая из  $\alpha$ -кластеров, взаимодействие между которыми описывалось специфическими эффективными силами [12]. Волновая функция такой системы определялась параметрами  $R_\alpha$  и  $R_0$ , характеризующими линейный размер  $\alpha$ -кластера и расстояние между центрами двух соседних  $\alpha$ -кластеров в направлении одной из координатных осей. Затем рассчитывалась полная энергия, приходящаяся на один  $\alpha$ -кластер, как функция величин  $R_\alpha$  и  $R_0$ .

Оказалось, что на малых расстояниях наблюдается отталкивание, обусловленное в основном принципом Паули: нуклоны, имеющие одинаковые спины, изоспины и их проекции, но находящиеся в разных  $\alpha$ -кластерах, отталкиваются друг от друга, так как принцип Паули не позволяет им находиться в одной точке координатного пространства. Энергия имела острый минимум при  $R_0 = 2,8$  фм, но была не очень чувствительна к параметру  $R_\alpha$ , оптимальная величина которого составляла  $R_\alpha = 1,3 \cdot 10^{-13}$  см. Объемная энергия составила  $E_v = 14,5$  МэВ/нуклон, что согласуется с экспериментальным значением для ядер  $E_v = 16$  МэВ/нуклон и результатами расчетов для нуклонной ядерной материи с такими же силами  $E_v = 15,7$  МэВ/нуклон.

Подчеркнем, что полученные результаты, безусловно, зависят от характера использованного взаимодействия между  $\alpha$ -кластерами. Микроскопическая формулировка теории  $\alpha$ -кластерной материи дана в [13].

Атомные ядра отличаются от ядерной материи конечностью своих размеров. Поэтому для описания структуры ядер необходимо учитывать границу ядра и конечность числа частиц, из которых состоит ядро. Такой подход используется, например, в оболочечной и обобщенной моделях ядер, в которых весьма успешно применяется концепция среднего нуклонного поля для движения ядерных нуклонов. В таком подходе каждый нуклон движется в некотором одночастичном потенциале, параметры которого подбираются так, чтобы получался правильный энергетический спектр уровней рассматриваемого ядра. Для описания рассеяния адронов ядрами также используется концепция среднего поля, выражением которой является комплексный потенциал оптической модели.

Однако иногда с помощью среднего нуклонного поля не удается правильно описать ряд свойств ядерной структуры и ядерных реакций. В этих случаях иногда помогает решать возникающие проблемы концепция кластеров, среди которых наиболее часто приходится встречаться с  $\alpha$ -кластерами.

Действительно, высокая стабильность ядер с  $A = 4n$ ,  $\alpha$ -распады ядер и реакции передачи и выбивания  $\alpha$ -частиц типа ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{12}\text{C}$ ), ( $d$ ,  $^6\text{Li}$ ),  $(\alpha, 2\alpha)$ ,  $(p, \alpha)$  наводят на мысль, что можно использовать подход, согласно которому в некотором среднем поле движутся  $\alpha$ -кластеры. Такая модель во многом подобна модели среднего нуклонного поля. Основным различием этих моделей является то, что в отличие от нуклонов  $\alpha$ -кластеры в ядрах представляют собой временные ассоциации, образующиеся и распадающиеся, но живущие достаточно долго, чтобы можно было заметить их существование.

В модели среднего поля  $\alpha$ -кластер движется в одночастичном потенциале  $V_\alpha(r)$ , который можно выбрать в вудс-саксоновской или иной подходящей форме. Впервые такая модель была предложена в [14–16]. В этом подходе можно определить энергии и квантовые числа  $\alpha$ -кластерных состояний ядер, их ширины и вероятности электромагнитных переходов. Такие состояния трудно объяснить на основе обычной нуклонной оболочечной модели, при этом нужно использовать суперпозицию большого числа одночастичных конфигураций, предположение о деформации остова и т. д. (см., например, [17, 18]).

Потенциал взаимодействия  $\alpha$ -кластера с остовом можно выбрать в форме двойной свертки [19]

$$U_\alpha(r) = \int d^3r_\alpha d^3r_0 \rho_\alpha(r_\alpha) \rho_0(r_0) v(|\mathbf{r} + \mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_\alpha|), \quad (6)$$

где  $\rho_\alpha(r_\alpha)$  и  $\rho_0(r_0)$  — одночастичные плотности  $\alpha$ -кластера и остова;  $v(r)$  — эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие.

Однако удобнее использовать для рассматриваемого потенциала аналитические выражения. К ним относится, например, потенциал Вудса–Саксона. Близким к нему по форме является такой потенциал [20, 21]:

$$U_\alpha(r) = -V_0 \frac{1 + \text{ch}(R/a)}{\text{ch}(r/a) + \text{ch}(R/a)}, \quad (7)$$

где  $V_0$  — глубина потенциала;  $R$  и  $a$  — его радиус и диффузность.

Отметим, что впервые симметризованная размытая ступенька (7) была предложена для описания ядерной плотности в [22, 23].

Также при определении вида эффективного потенциала широко используется выражение [24, 25]

$$U_\alpha(r) = -V_0 \left[ \frac{\alpha}{1 + \exp[(r - R)/a]} + \frac{1 - \alpha}{[1 + \exp[(r - R)/3a]]^3} \right], \quad (8)$$

где коэффициент смешивания обычно равен  $\alpha = 0,3\text{--}0,4$ .

Рассмотрим некоторые примеры движения  $\alpha$ -кластера в поле, создаваемом остовом. В таком подходе можно рассчитать  $\alpha$ -кластерные энергетические спектры ядер, вероятности  $E2$ -переходов, спектроскопические факторы, приведенные ширины и другие характеристики ядер. В [19, 26, 27] ядро  $^{16}\text{O}$  рассматривалось как  $\alpha$ -кластер и остов, представляющий собой ядро  $^{12}\text{C}$ . Была хорошо описана вращательная полоса с положительной четностью, построенная на  $\alpha$ -кластерном состоянии  $0^+$  с энергией 6,05 МэВ, а также полоса, построенная на состоянии  $1^-$  с энергией 9,63 МэВ. Получено хорошее согласие рассчитанных и измеренных вероятностей электромагнитных переходов и ширины  $\alpha$ -распада.

Ядро  $^{20}\text{Ne}$  можно рассматривать как состоящее из  $\alpha$ -кластера и остова, представляющего собой дважды магическое ядро  $^{16}\text{O}$  [19, 24]. Было объяснено существование в этом ядре дублета, в который входят две вращательные полосы с разными четностями: полоса, построенная на основном состоянии  $0^+$ , и полоса, построенная на возбужденном состоянии  $1^-$  с энергией 5,78 МэВ [28]. Эта модель также позволила рассчитать вероятности электромагнитных переходов  $B(E2)$  между уровнями ядра  $^{20}\text{Ne}$  [19], которые согласовывались с экспериментальными данными.

В [29–31] ядро  $^{24}\text{Mg}$  состояло из  $\alpha$ -кластера и остова ( $^{20}\text{Ne}$ ). В [31] на основе метода генератора координаты получено хорошее согласие рассчитанных и экспериментально измеренных энергий различных вращательных полос ядра  $^{24}\text{Mg}$  с положительной и отрицательной четностью.

Модель  $\alpha$ -частицы и остова также успешно использовалась для объяснения и предсказания различных свойств ядер  $^{40}\text{Ca}$  ( $\alpha + ^{36}\text{Ar}$ ) [32, 33],  $^{44}\text{Ti}$  ( $\alpha + ^{40}\text{Ca}$ ) [24, 25, 34–40],  $^{94}\text{Mo}$  ( $\alpha + ^{90}\text{Zr}$ ) [24],  $^{140}\text{Ba}$  ( $\alpha + ^{136}\text{Xe}$ ) [41],  $^{212}\text{Po}$  ( $\alpha + ^{208}\text{Pb}$ ) [24, 42, 43]. Такая модель может быть использована и для ряда других ядер.

Важным свидетельством  $\alpha$ -кластерной структуры ядер является существование у них  $\alpha$ -цепочечных возбужденных состояний. Простейшие из них составляют вращательную полосу цепочки из двух  $\alpha$ -частиц ( $^8\text{Be}$ ):  $0^+$  (нестабильное состояние,  $E_0 = -92$  кэВ, ширина  $\Gamma_0 = 6$  эВ),  $2^+$  ( $E_2 = 3$  МэВ,  $\Gamma_2 = 1$  МэВ),  $4^+$  ( $E_4 = 11$  МэВ,  $\Gamma_4 = 3$  МэВ). По-видимому, форму цепочки, состоящей из трех  $\alpha$ -частиц, имеет состояние  $0^+$  ( $E_0 = 7,65$  МэВ) ядра  $^{12}\text{C}$  [44, 45].

Хотя известны возбужденные состояния  $0^+$  ядра  $^{16}\text{O}$ , имеющие структуру  $\alpha$ -цепочки, имеются состояния  $2^+$  с энергией около 17 МэВ, которые распадаются на ядро  $^8\text{Be}$  и, по крайней мере, одну  $\alpha$ -частицу. Эти состояния, возможно, имеют структуру  $\alpha$ -цепочки. Предсказанное в [46] возбужденное состояние ядра  $^{24}\text{Mg}$  с энергией 45 МэВ, имеющее форму цепочки из шести  $\alpha$ -частиц, было впоследствии открыто экспериментально при энергии 47,8 МэВ [47]. Подробный анализ этой ядерной структуры был сделан в [48]. В [49, 50] были проведены расчеты  $\alpha$ -цепочечных состояний в 14 ядрах от



Таблица 1. Альфа-цепочечные состояния в  $4n$ -ядрах [48]

Ядро	$n = A/4$	$E^*$ , МэВ	Ядро	$n = A/4$	$E^*$ , МэВ
$^8\text{Be}$	2	0,0	$^{36}\text{Ar}$	9	91,3
$^{12}\text{C}$	3	7,9	$^{40}\text{Ca}$	10	107,7
$^{16}\text{O}$	4	17,9	$^{44}\text{Ti}$	11	124,4
$^{20}\text{Ne}$	5	31,7	$^{48}\text{Cr}$	12	141,5
$^{24}\text{Mg}$	6	45,5	$^{52}\text{Fe}$	13	158,9
$^{28}\text{Si}$	7	60,2	$^{56}\text{Ni}$	14	176,6
$^{32}\text{S}$	8	75,5	$^{60}\text{Zn}$	15	194,6

$^8\text{Be}$  до  $^{60}\text{Zn}$  (табл. 1). Дальнейший поиск таких состояний в экспериментах, несомненно, представляет большой интерес для изучения  $\alpha$ -кластеризации в ядрах.

## 1. ПЛОТНОСТИ ЛЕГКИХ ЯДЕР В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ С ДИСПЕРСИЕЙ

**1.1. Ядра  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ .** Альфа-кластерная структура ядер проявляется в сечениях ядерных реакций. Поскольку образование  $\alpha$ -кластеров наиболее вероятно в поверхностной области ядер, то для изучения их  $\alpha$ -кластерной структуры в первую очередь необходимо проводить исследования ядерных процессов, протекающих на поверхности ядер. Это прямые ядерные реакции. При этом для изучения  $\alpha$ -кластеризации ядер необходимо анализировать вылет частиц на малые углы, так как с возрастанием угла вылета частицы увеличивается вклад в сечения и поляризационные характеристики нуклонных степеней свободы [51, 3].

Эффекты кластеризации существенны при рассеянии частиц промежуточных энергий легкими ядрами, причем такие эффекты проявляются тем сильнее, чем больше энергия налетающей частицы. Действительно, если энергия рассеиваемой частицы по порядку величины сравнима с энергией нуклона, входящего в состав ядра, то время пролета частицей расстояния порядка размеров ядра будет такого же порядка величины, как и характерное время обмена нуклонами между кластерами. В этом случае эффекты кластеризации будут слабо проявляться в наблюдаемых характеристиках рассеяния.

В противоположном случае, когда энергия налетающей частицы велика по сравнению с энергией ядерного нуклона, время пролета частицей расстояния порядка размеров ядра будет мало по сравнению с характерным временем обмена кластеров нуклонами (предел внезапности), а длина волны высокоэнергетической частицы будет мала по сравнению с характерным размером  $\alpha$ -кластера. Следовательно, такая частица «видит» такие ядра состоящими из

$\alpha$ -кластеров, так как за время ее взаимодействия с ядром кластеры не успевают обменяться нуклонами. Поэтому  $\alpha$ -кластерная модель должна успешно описывать взаимодействие электронов, нуклонов и других частиц с легкими ядрами в области достаточно больших энергий.

В настоящее время существование  $\alpha$ -кластерной структуры ядер  $^{12}\text{C}$  и ряда других легких ядер является хорошо установленным фактом. Для описания ядер в рамках кластерной модели используются различные подходы [3]. Достаточно сложные микроскопические кластерные модели основываются на динамических уравнениях, описывающих как движение кластеров в ядрах, так и нуклонные степени свободы. Корректная микроскопическая  $\alpha$ -кластерная модель должна учитывать возможность обмена нуклонами между  $\alpha$ -кластерами и включать антисимметризацию ядерных волновых функций по всем заполненным нуклонным состояниям [2]. Однако для описания столкновений частиц достаточно высокой энергии с  $\alpha$ -кластерным ядром в области не слишком больших переданных импульсов можно применить более простой подход, так как в этом случае налетающая частица «видит» ядро просто как систему, состоящую из нескольких  $\alpha$ -частиц. При этом можно использовать феноменологическую волновую функцию или плотность, описывающую определенную конфигурацию системы  $\alpha$ -частиц, составляющих ядро-мишень.

Наиболее простым вариантом феноменологической кластерной модели является  $\alpha$ -частичная модель, предложенная в [52], в которой положения  $\alpha$ -частиц в ядрах считаются фиксированными относительно друг друга. В таком подходе принятым типом симметрии для ядра  $^{12}\text{C}$  является группа  $D_{3h}$ , изоморфная группе перестановок равностороннего треугольника. Гамильтониан взаимодействия между  $\alpha$ -кластерами, входящими в состав ядер  $^{12}\text{C}$ , инвариантен относительно всех операций перестановок этой точечной группы, выполненных в системе координат, связанной с ядром, а волновые функции являются базисными функциями одного из неприводимых представлений этой группы симметрии [4, 53].

Первоначально такая простая модель была применена в [52] для описания упругого и неупругого рассеяния электронов  $\alpha$ -кластерными ядрами бериллия, углерода и кислорода. При этом из соображений симметрии предполагалось, что  $\alpha$ -частицы, образующие ядро  $^{12}\text{C}$ , располагаются в вершинах равностороннего треугольника с заданной стороной (модель жесткого треугольника). Затем эта модель была применена для расчетов сечений рассеяния протонов ядрами  $^{12}\text{C}$  [54, 55] на основе теории их многократного дифракционного рассеяния  $\alpha$ -кластерами. В [56] были рассчитаны интегральные сечения взаимодействия протонов с ядрами углерода по модели многократного рассеяния с использованием феноменологической  $p$ - $\alpha$ -амплитуды, найденной с помощью фитирования экспериментальных данных по рассеянию протонов ядрами  $^4\text{He}$ .

Модель жесткого треугольника выглядит слишком грубой, так как возможные смещения  $\alpha$ -кластеров из их наиболее вероятных положений равновесия должны влиять на наблюдаемые характеристики рассеяния при не слишком малых переданных импульсах, и реалистическая  $\alpha$ -кластерная модель должна их учитывать. Поэтому в работе [57] при изучении формфакторов для упругого и неупругого рассеяния электронов ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  было учтено относительное движение  $\alpha$ -кластеров в предположении, что взаимодействие между каждой парой  $\alpha$ -частиц описывается потенциалом Морзе, включающим отталкивание на малых и притяжение на больших расстояниях. В этой модели  $\alpha$ -кластеры могут совершать колебания относительно положений равновесия. Использование волновых функций потенциала Морзе приводит к весьма громоздким выражениям даже при вычислениях формфакторов. Их использование в более сложных расчетах, например, в теории многократного дифракционного рассеяния, представляется затруднительным. В [58] для анализа сечений упругого рассеяния  $\pi$ - $^{12}\text{C}$  была предложена модель, также учитывающая относительные смещения  $\alpha$ -частиц в ядре  $^{12}\text{C}$ , но не как движение в некотором потенциале, а непосредственным заданием модельного распределения плотности  $\alpha$ -частиц в ядре углерода. Однако выбранная в [58] модель содержит существенные недостатки. Найденные в [58] значения подгоночных параметров приводят к отрицательным значениям плотности на малых расстояниях. Кроме того, данная модель не позволяет сделать переход к модели жесткого треугольника [52–56].

Ниже излагается предложенная в [59]  $\alpha$ -кластерная модель с дисперсией, которая учитывает возможность относительных колебаний  $\alpha$ -частиц в ядре  $^{12}\text{C}$  и свободна от недостатков рассмотренных выше моделей.

Начнем рассмотрение с предложенной в [52] простейшей  $\alpha$ -частичной модели, в которой ядро  $^{12}\text{C}$  состоит из трех  $\alpha$ -частиц, жестко фиксированных друг относительно друга в вершинах равностороннего треугольника. В этой модели трехчастичную плотность распределения  $\alpha$ -частиц в системе координат с началом в центре масс ядра, используя координаты Якоби  $\alpha$ -кластеров ядра  $^{12}\text{C}$   $\xi$  и  $\eta$ , можно представить в следующем виде:

$$\rho_0^{(C)}(\xi, \eta) = \frac{1}{4\sqrt{3}\pi^2 d^2} \delta(\xi - d) \delta\left(\eta - \frac{\sqrt{3}}{2}d\right) \delta(\xi, \eta), \quad (9)$$

где  $d$  — расстояние между двумя  $\alpha$ -частицами (длина стороны равностороннего треугольника), координаты  $\xi$  и  $\eta$  связаны с координатами  $\alpha$ -кластеров ядра  $^{12}\text{C}$   $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$  соотношениями

$$\xi = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \eta = \mathbf{r}_3 - \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2). \quad (10)$$

Отметим, что определенная в форме (9) трехчастичная плотность распределения  $\alpha$ -кластеров в ядре  $^{12}\text{C}$  является трансляционно-инвариантной (сим-

метрична относительно перестановки любой пары  $\alpha$ -частиц) и нормирована на единицу.

Для учета возможности отклонения  $\alpha$ -частиц от их наиболее вероятных положений в вершинах равностороннего треугольника, или, иными словами, их нулевых колебаний относительно положения равновесия, используется обобщение модели (9), которое получило название  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией [59]. В этом подходе трехчастичная плотность распределения  $\alpha$ -кластеров в ядре  $^{12}\text{C}$  выбирается путем свертки плотности (9) с некоторой размывающей функцией  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$ , зависящей от феноменологического параметра дисперсии  $\Delta$ :

$$\rho_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta) = \int d^3\xi' d^3\eta' \rho_0^{(C)}(\xi', \eta') \Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi - \xi', \eta - \eta'). \quad (11)$$

Размывающая функция  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$  не должна нарушать инвариантность трехчастичной плотности (11) относительно перестановок  $\alpha$ -частиц, она должна быть нормированной на единицу.

Для того чтобы плотность  $\rho_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$  в (11) переходила в пределе модели жесткого треугольника в  $\rho_0^{(C)}(\xi, \eta)$ , размывающая функция  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$  должна обладать свойством:  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta) \rightarrow \delta(\xi)\delta(\eta)$  при  $\Delta \rightarrow 0$ .

Следует отметить, что при расчетах с плотностью (11) и разумной функцией  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$  формфакторы и дифференциальные сечения рассеяния частиц ядрами  $^{12}\text{C}$  в области не очень больших переданных импульсов существенно зависят от параметра дисперсии  $\Delta$ , который характеризует вероятность отклонения  $\alpha$ -частиц от положений равновесия, но слабо зависят от конкретного аналитического вида  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$ . Поэтому можно выбрать  $\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta)$  в гауссовской форме

$$\Phi_{\Delta}^{(C)}(\xi, \eta) = \frac{1}{(\sqrt{3}\pi\Delta^2)^3} \exp\left(-\frac{\xi^2 + \frac{4}{3}\eta^2}{2\Delta^2}\right). \quad (12)$$

Очевидно, что размывающая функция в форме (12) удовлетворяет всем указанным выше требованиям.

Аналогичная ситуация имеет место и для ядра кислорода. Для этого ядра принятым типом симметрии является группа  $T_d$ , изоморфная группе перестановок равностороннего тетраэдра [53, 60].

Рассмотрим ядро  $^{16}\text{O}$  в простейшей  $\alpha$ -частичной модели [52]. В соответствии с этой моделью будем предполагать, что положения  $\alpha$ -частиц фиксированы в вершинах равностороннего тетраэдра, а плотность распределения

$\alpha$ -частиц в системе координат с началом в центре масс ядра, симметричная относительно перестановок любой пары  $\alpha$ -частиц, определяется выражением

$$\rho_0^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{(4\pi)^2} \delta(\xi - d) \delta\left(\eta - \frac{\sqrt{3}}{2}d\right) \times \\ \times \delta\left(\zeta - \sqrt{\frac{2}{3}}d\right) \delta(\xi, \eta) \delta(\xi, \zeta) \delta(\eta, \zeta), \quad (13)$$

где  $d$ , как и ранее, — расстояние между двумя  $\alpha$ -частицами;  $\xi, \eta, \zeta$  — координаты Якоби  $\alpha$ -кластеров ядра  $^{16}\text{O}$ :  $\xi = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ,  $\eta = \mathbf{r}_3 - \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$ ,  $\zeta = \mathbf{r}_4 - \frac{1}{3}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3)$ .

Отметим, что определенная в форме (13) многочастичная плотность распределения  $\alpha$ -кластеров в ядре  $^{16}\text{O}$  нормирована на единицу и является трансляционно-инвариантной и симметричной относительно перестановки любой пары  $\alpha$ -частиц, как и в случае ядра  $^{12}\text{C}$ .

Введем плотность распределения  $\alpha$ -частиц, допускающую их смещение из вершин равностороннего тетраэдра. Такая плотность ядра  $^{16}\text{O}$  в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией определяется формулой [61, 62]

$$\rho_{\Delta}^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = \\ = \int d^3\xi' d^3\eta' d^3\zeta' \rho_0(\xi', \eta', \zeta') \Phi_{\Delta}(\xi - \xi', \eta - \eta', \zeta - \zeta'). \quad (14)$$

Размывающую функцию можно выбрать в виде

$$\Phi_{\Delta}^{(0)}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8(\pi\Delta^2)^9} \exp\left(-\frac{\xi^2 + \frac{4}{3}\eta^2 + \frac{3}{2}\zeta^2}{2\Delta^2}\right). \quad (15)$$

Нетрудно убедиться, что функция  $\Phi_{\Delta}^{(0)}(\xi, \eta, \zeta)$ , выбранная в форме (15), удовлетворяет всем перечисленным выше требованиям  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией.

Подчеркнем, что многочастичные плотности ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{O}$  в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией учитывают четырехнуклонные корреляции  $\alpha$ -частичного типа, а также корреляции между самими  $\alpha$ -кластерами.

Значения параметров  $d$  и  $\Delta$ , входящих в выражения для плотностей (11), (14), можно определить из сравнения рассчитанных и экспериментально измеренных зарядовых формфакторов ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{12}\text{O}$ .

Зарядовый формфактор ядра  $^{12}\text{C}$  как системы из трех  $\alpha$ -частиц определяется выражением [63]

$$F^{(C)}(\mathbf{q}) = F_\alpha(q) \int \exp\left(\frac{2}{3}i\mathbf{q}\boldsymbol{\eta}\right) \rho_\Delta^{(C)}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) d^3\xi d^3\eta, \quad (16)$$

где  $F_\alpha(q)$  — зарядовый формфактор  $\alpha$ -частицы.

В интересующем нас диапазоне переданных импульсов величину  $F_\alpha(q)$  можно выбрать в простой гауссовской форме [64]

$$F_\alpha(q) = \exp\left(-\frac{1}{6}q^2\langle r^2 \rangle_\alpha\right), \quad (17)$$

где среднеквадратичный радиус распределения заряда в  $\alpha$ -частице равен  $\langle r^2 \rangle_\alpha^{1/2} = 1,61$  фм.

Формфактор ядра  $^{12}\text{C}$  с плотностью (11) можно вычислить в явном виде

$$F^{(C)}(\mathbf{q}) = F_\alpha(q) \exp\left(-\frac{1}{6}q^2\Delta^2\right) j_0\left(\frac{qd}{\sqrt{3}}\right), \quad (18)$$

где  $j_0(x)$  — сферическая функция Бесселя.

Формфактор ядра  $^{16}\text{O}$  как системы четырех  $\alpha$ -частиц изучался как микроскопически, так и на основе  $\alpha$ -частичной модели [65–67]. Оригинальная модель была предложена в работе [67], где упругий и неупругий формфакторы ядра  $^{12}\text{O}$  были объяснены в предположении о том, что  $\alpha$ -частицы, находящиеся в вершинах тетраэдра, также представляют собой тетраэдры с нуклонами в вершинах. Во всех указанных работах рассчитанные формфакторы согласуются с имеющимися экспериментальными данными по рассеянию электронов этими ядрами.

Рассмотрим зарядовый формфактор ядра  $^{16}\text{O}$  на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Учитывая свойства симметрии многочастичной плотности (14), в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией формфактор ядра кислорода можно представить в виде

$$F^{(O)}(\mathbf{q}) = F_\alpha(q) \int \exp\left(\frac{3}{4}i\mathbf{q}\boldsymbol{\zeta}\right) \rho_\Delta^{(O)}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\zeta}) d^3\xi d^3\eta d^3\zeta. \quad (19)$$

Используя плотность (14) с размывающей функцией в форме (15), получаем

$$F^{(O)}(\mathbf{q}) = F_\alpha(q) \exp\left(-\frac{3}{16}q^2\Delta^2\right) j_0\left(\sqrt{\frac{3}{8}}qd\right). \quad (20)$$

Зная аналитическое выражение для зарядовых формфакторов ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  в  $\alpha$ -кластерной модели, легко получить распределение заряда в ядрах

углерода и кислорода, соответствующее многочастичной плотности этих ядер, которое дается обратным фурье-преобразованием от функции  $F(q)$ .

Для зарядовых формфакторов (18), (20) одночастичные плотности заряда в ядрах углерода и кислорода определяются формулой

$$\rho(r) = \frac{1}{4r\beta\sqrt{\pi^3\alpha}} \operatorname{sh}\left(\frac{r\beta}{2\alpha}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + \beta^2}{4\alpha}\right), \quad (21)$$

где  $\alpha = \langle r^2 \rangle_\alpha / 6 + \Delta^2 / 6$ ,  $\beta = d / \sqrt{3}$  для ядра  $^{12}\text{C}$  и  $\alpha = \langle r^2 \rangle_\alpha / 6 + 3\Delta^2 / 16$ ,  $\beta = \sqrt{3}d / \sqrt{8}$  для ядра  $^{16}\text{O}$ .

Заметим, что если  $\Delta = 0$ , то выражение для плотности распределения заряда (21) совпадает с выражением, полученным в [52], где использовалась модель жесткого треугольника (9). Аналогичная ситуация имеет место и для ядер кислорода.

Используя плотность (21), легко выразить среднеквадратичный радиус распределения заряда в ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  через параметры  $d$  и  $\Delta$  многочастичной плотности распределения  $\alpha$ -кластеров в этих ядрах и среднеквадратичный радиус  $\alpha$ -частицы:

$$\langle r^2 \rangle_C = \frac{1}{3}d^2 + \Delta^2 + \langle r^2 \rangle_\alpha, \quad (22)$$

$$\langle r^2 \rangle_O = \frac{3}{8}d^2 + \frac{9}{8}\Delta^2 + \langle r^2 \rangle_\alpha. \quad (23)$$

Из формул (18), (20) видно, что введение размывающей функции в плотность (11), (14) приводит к появлению в выражении для формфактора дополнительного экспоненциального множителя, который не изменяет качественное поведение  $F(q)$ , но приводит к более быстрому убыванию формфактора с ростом переданного импульса. Наличие этого множителя вызывает такой же эффект, как и увеличение среднеквадратичного радиуса  $\alpha$ -частицы. Это также ясно видно из формул (21)–(23), в которых параметр  $\Delta$  находится в определенной комбинации с  $\langle r^2 \rangle_\alpha$ . Заметим, что в работах [52, 54], в которых использовалась модель жесткого треугольника, для количественного описания упругого и неупругого формфакторов ядра  $^{12}\text{C}$  было сделано предположение, что размеры  $\alpha$ -кластеров в ядрах углерода несколько больше размеров свободных  $\alpha$ -частиц.

На основе формул (18), (20) в [59, 61, 62] были рассчитаны зарядовые формфакторы ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . Результаты расчетов вместе с экспериментальными данными по рассеянию электронов из [68, 69] приведены на рис. 1. Параметры плотностей (11), (14), найденные из наилучшего согласия рассчитанных и измеренных зарядовых формфакторов указанных ядер, а также их среднеквадратичные зарядовые радиусы вместе с экспериментальными значениями представлены в табл. 2.

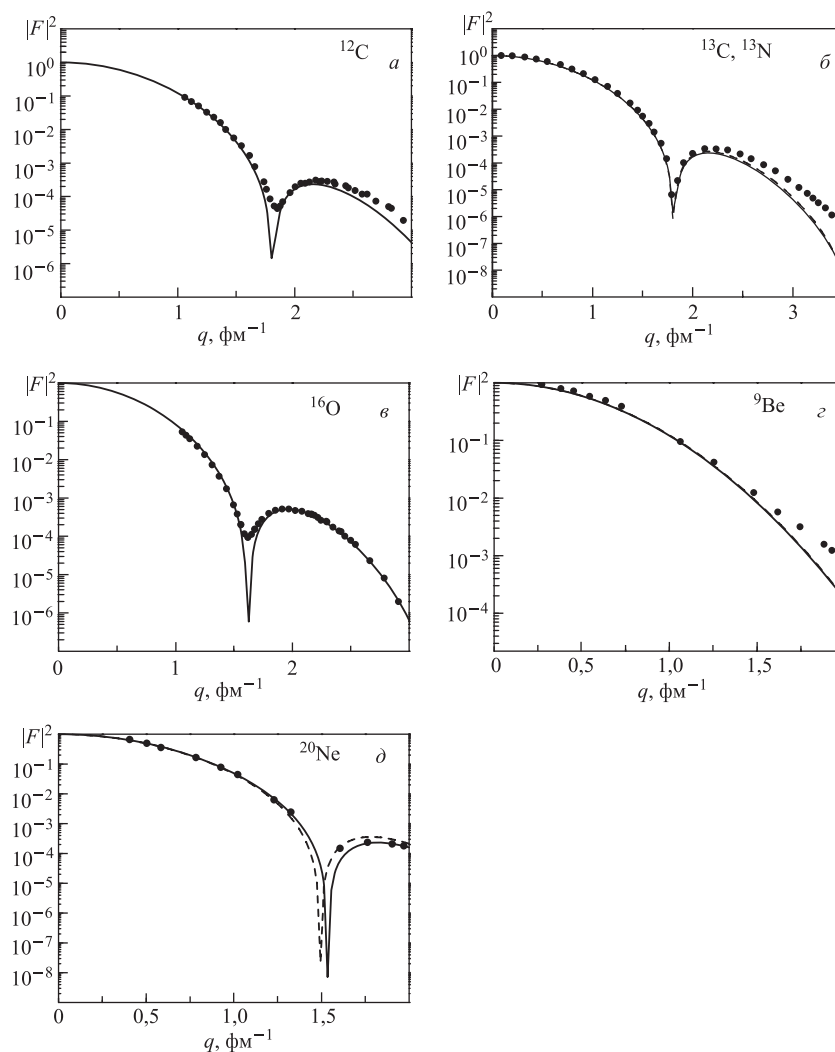


Рис. 1. Зарядовые формфакторы ядер (сплошные и штриховые кривые) как функции переданного импульса  $q$  ( $\text{фм}^{-1}$ ). Точки — экспериментальные данные. Описание кривых в тексте

Результаты расчетов зарядовых формфакторов согласно  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией для ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  хорошо согласуются с экспериментальными данными до переданных импульсов  $q \leq 3 \text{ фм}^{-1}$  (см. рис. 1). В области значений  $q > 3 \text{ фм}^{-1}$  в картине рассеяния электронов могут проявляться от-



Таблица 2. Параметры многочастичных плотностей и среднеквадратичные радиусы ядер  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{12,13}\text{C}$ ,  ${}^{13}\text{N}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{20}\text{Ne}$ 

Ядро	$d_1$ , фм	$\Delta_1$ , фм	$\lambda$ , фм	$d_2$ , фм	$\Delta_2$ , фм	$\langle r^2 \rangle_{\text{теор}}^{1/2}$ , фм	$\langle r^2 \rangle_{\text{эксп.}}^{1/2}$ , фм
${}^9\text{Be}$ (1)	2,081	1,850	1,23			2,498 [113, 114]	2,519 [72]
${}^9\text{Be}$ (2)	2,912	1,2		1,232	0,00012	2,411 [114, 117]	2,519 [72]
${}^{12}\text{C}$	2,98	0,346				2,38 [59]	2,37 [64]
${}^{13}\text{C}$	3,0	0,59				2,437 [104, 105]	2,44 [72]
${}^{13}\text{N}$	3,031	0,45	2,1			2,438 [104, 105]	
${}^{16}\text{O}$	3,16	0,643				2,61 [61, 62]	2,728 [68,69]
${}^{20}\text{Ne}$ (1)	3,595	0,998	1,7			2,72 [96, 97]	3,004 [100]
${}^{20}\text{Ne}$ (2)	3,848	0,853	1,06			2,87 [98]	3,004 [100]

клонения от  $\alpha$ -кластерной структуры и наблюдаться детали структуры ядра, не описываемые простой  $\alpha$ -кластерной моделью.

На рис. 2 приведены рассчитанные по формуле (21) одночастичные плотности распределения заряда  $\rho(r)$  в ядрах  ${}^{12}\text{C}$  и  ${}^{16}\text{O}$  вместе с результатами обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов указанными ядрами на основе безмодельного анализа [70, 71].

Плотности заряда, полученные в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, согласуются с плотностями, найденными из безмодельного анализа. Небольшое различие между ними наблюдается лишь в области малых радиусов  $r$ . В связи с этим следует заметить, что, например, для ядер  ${}^{12}\text{C}$  в данном безмодельном анализе получено несколько большее значение среднеквадратичного радиуса  $\langle r^2 \rangle_{\text{C}}^{1/2} = 2,46$  фм [70]. Поведение зарядовой плотности при малых значениях  $r$ , с одной стороны, определяется при безмодельном анализе недостаточно точно, а с другой стороны, связано с поведением зарядового формфактора в области весьма больших  $q$ , не описываемой  $\alpha$ -кластерной моделью.

Одной из наиболее последовательных моделей  $\alpha$ -кластерных ядер является модель Бринка, или  $\alpha$ -кластерная модель с проектировкой [60]. В такой модели состояния вращения ядер генерируются оператором проектировки из антисимметризованной многочастичной функции, построенной из гауссовских пробных функций нуклонов в  $s$ -состояниях относительно центров  $\alpha$ -кластеризации ядра. Эта модель успешно применялась в [73–77] для изучения зарядовых формфакторов различных  $\alpha$ -кластерных ядер. В этих работах, в частности, наряду с общепринятой треугольной конфигурацией ядра  ${}^{12}\text{C}$  изучался вклад в полную волновую функцию ядра углерода линейной цепочки кластеров. Из этих расчетов следовало, что ядра  ${}^{12}\text{C}$  в основном состоянии слабо кластеризованы, а ядро  ${}^{16}\text{O}$  фактически не кластеризовано [74, 75]. Действительно, в ядрах со среднеквадратичным радиусом  $\simeq 2,4$  фм разместить 3 или 4  $\alpha$ -кластера в объеме с таким ядерным радиусом без их пере-

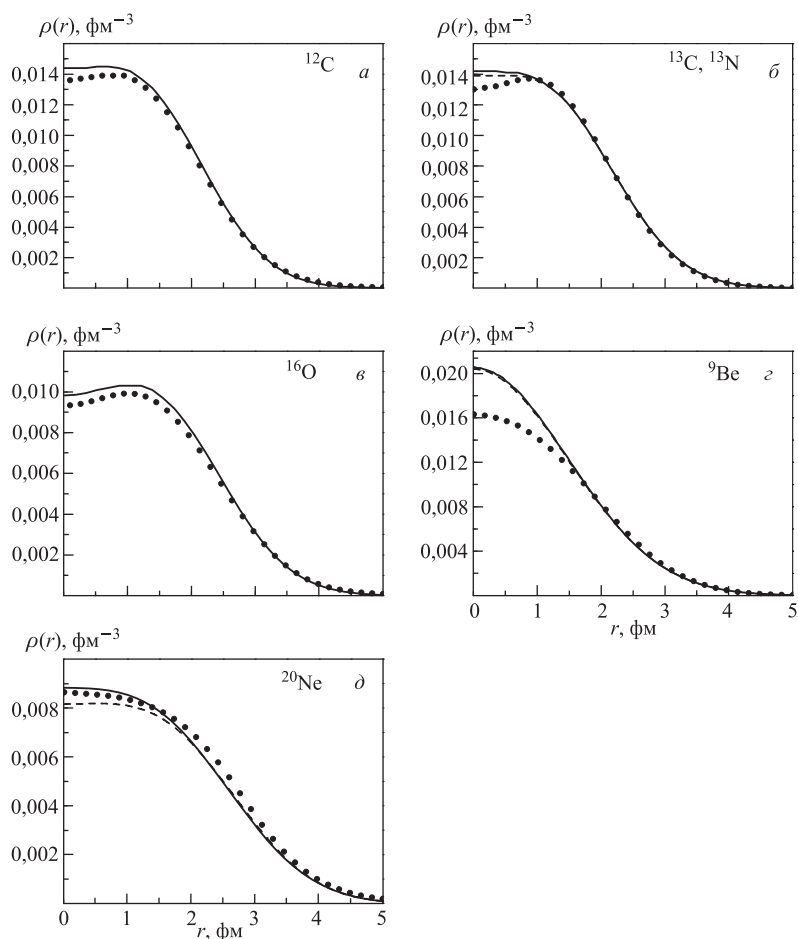


Рис. 2. Плотности распределения заряда в ядрах (сплошные и штриховые кривые). Точки — результаты обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов этими ядрами. Описание кривых в тексте

крытия невозможно. При этом зарядовые формфакторы ядер в  $\alpha$ -кластерной модели оказываются близкими к тем, которые получены в более сложных моделях ядра, что указывает на возможность различных подходов для описания взаимодействия частиц с ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ .

**1.2. Ядро  $^{20}\text{Ne}$ .** Кластерные модели широко применяются и для изучения свойств более тяжелых ядер. Различные варианты кластерных моделей использовались в [40, 53, 78–89] для изучения структурных особенностей ядер  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ti}$ ,  $^{48}\text{Cr}$  и других, более тяжелых ядер.

В большинстве этих работ рассматривались легкие и средние  $\alpha$ -кластерные ядра, состоящие из тяжелого остова и дополнительного  $\alpha$ -кластера (кластеров). Так, например, в [88] ядра  $^{24}\text{Mg}$  рассматривались в  $^{16}\text{O} + \alpha + \alpha$ -модели, а в [30] использовалась  $^{20}\text{Ne} + \alpha$ -конфигурация. При расчетах структурных характеристик ядер  $^{48}\text{Ca}$  в [88, 89] выбиралась конфигурация  $^{40}\text{Ca} + \alpha + \alpha$ . При этом в [89] было предсказано существование двух экзотических состояний ядра  $^{48}\text{Ca}$ :  $\alpha$ - $^{40}\text{Ca}$ - $\alpha$  и  $^{40}\text{Ca}$ - $\alpha$ - $\alpha$ . В ряде работ [32, 40, 87, 90, 91] рассматривалась двухкластерная модель средних и тяжелых ядер, в которой в ядрах  $^{222}\text{Ra}$ ,  $^{228}\text{Th}$ ,  $^{232}\text{U}$  и  $^{236}\text{Pu}$  дополнительным кластером являлось легкое ядро (от  $^{14}\text{C}$  до  $^{28}\text{Mg}$ ).

Хотя ядро  $^{16}\text{O}$  можно считать сферически-симметричным, его структурные и спектроскопические характеристики могут быть хорошо описаны в кластерной модели, в которой это ядро состоит из четырех  $\alpha$ -кластеров, расположенных в вершинах тетраэдра [61, 62, 67, 82, 92]. Естественно предположить, что и другие легкие ядра могут обладать аналогичными свойствами.

В [53, 93]  $\alpha$ -частичная модель [52] была обобщена на случай легких и средних ядер с числом нуклонов, кратным четырем. В этих работах, так же как и в [52], предполагалось наличие «кристаллической» структуры в различных  $\alpha$ -кластерных ядрах. Так, например, в [93] ядро  $^{40}\text{Ca}$  рассматривалось состоящим из десяти  $\alpha$ -частиц, жестко закрепленных в вершинах декаэдра.

Для ядра  $^{20}\text{Ne}$  в [53] было предложено несколько равновероятных конфигураций «кристаллического» типа: четырехугольная пирамида, треугольная бипирамида, тетраэдр с  $\alpha$ -кластером в центре и др. В [81] упругие и неупругие формфакторы ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{20}\text{Ne}$  были рассчитаны с использованием  $\alpha$ -кластерных волновых функций [60] в предположении о том, что ядро  $^{12}\text{C}$  представляет собой равносторонний треугольник с  $\alpha$ -частицами в его вершинах, а ядро  $^{20}\text{Ne}$  — треугольную бипирамиду.

Проведенные на основе микроскопических кластерных моделей расчеты [19, 28, 79, 82, 94, 95] свидетельствуют о том, что в основном состоянии кластерная конфигурация ядра  $^{20}\text{Ne}$  с большой вероятностью имеет структуру  $\alpha + ^{16}\text{O}$ . Так, например, в [79] такая конфигурация ядра  $^{20}\text{Ne}$  рассматривалась с помощью метода резонирующих групп. При этом для остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ) в этой работе выбиралась тетраэдральная конфигурация. В [79] было показано, что использование такого подхода позволяет описать спектроскопические характеристики ядер  $^{20}\text{Ne}$  лучше, чем это может быть сделано при использовании обычной оболочечной модели.

Рассмотрим структуру основного состояния ядра  $^{20}\text{Ne}$  на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. В таком подходе предполагается, что в основном состоянии ядро  $^{20}\text{Ne}$  состоит из остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ) и дополнительного  $\alpha$ -кластера. Многочастичную плотность ядра  $^{20}\text{Ne}$  можно представить

в виде [96–98]:

$$\rho_{\Delta}^{(\text{Ne})}(\xi, \eta, \zeta, \chi) = \rho_{\Delta}^{(\text{O})}(\xi, \eta, \zeta) \rho_{\alpha}(\chi), \quad (24)$$

где  $\rho_{\Delta}^{(\text{O})}(\xi, \eta, \zeta)$  — плотность остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ), которая определяется соотношением (14);  $\chi$  — координата дополнительного  $\alpha$ -кластера;  $\rho_{\alpha}(\chi)$  — плотность дополнительного (по отношению к остову)  $\alpha$ -кластера.

Из (24) видно, что рассматриваемая плотность ядра неона несимметризована, т.е. неинвариантна относительно перестановки дополнительного  $\alpha$ -кластера с одним из  $\alpha$ -кластеров остова. Однако это обстоятельство не влияет существенно на поведение наблюдаемых при рассеянии частиц с энергиями  $E \geq 100$  МэВ/нуклон ядрами.

Плотность дополнительного  $\alpha$ -кластера можно выбрать в виде [96, 97]

$$\rho_{\alpha}(\chi) = \frac{1}{(\lambda\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\lambda^2}\right). \quad (25)$$

Заметим, что в данном подходе предполагается, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится внутри остова, т.е. совершает колебания относительно своего наиболее вероятного положения в центре масс остова. Параметр  $\lambda$  характеризует среднюю величину отклонения дополнительного  $\alpha$ -кластера от центра масс остова.

Зарядовый формфактор ядра  $^{20}\text{Ne}$  определяется выражением

$$F^{(\text{Ne})}(\mathbf{q}) = F_{\alpha}(q) \left[ \frac{4}{5} \exp\left(-\frac{3}{16}q^2\Delta^2\right) \times \right. \\ \left. \times j_0\left(\sqrt{\frac{3}{8}}qd\right) + \frac{1}{5} \exp\left(-\frac{q^2\lambda^2}{4}\right) \right]. \quad (26)$$

Для плотности распределения заряда в ядрах  $^{20}\text{Ne}$  получаем

$$\rho^{(\text{Ne})}(r) = \frac{4}{5}\rho^{(\text{O})}(r) + \frac{1}{5}\tilde{\rho}(r), \quad (27)$$

где плотность  $\rho^{(\text{O})}(r)$  определяется соотношением (21), а плотность  $\tilde{\rho}(r)$  имеет вид

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{8(\pi\alpha')^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha'}\right), \quad \alpha' = \frac{1}{6}\langle r^2 \rangle_{\alpha} + \frac{1}{4}\lambda^2. \quad (28)$$

Для ядер  $^{20}\text{Ne}$  можно предложить и несколько отличную модель для определения многочастичной плотности. Пусть дополнительный  $\alpha$ -кластер

с наибольшей вероятностью находится вне остова. В таком подходе многочастичная плотность ядра  $^{20}\text{Ne}$  по-прежнему определяется выражением (24), а плотность дополнительного  $\alpha$ -кластера равна [98]

$$\rho_{\alpha}(\chi) = \frac{2}{3\lambda^5\pi^{3/2}}\chi^2 \exp\left(-\frac{\chi^2}{\lambda^2}\right). \quad (29)$$

В этом случае зарядовый формфактор ядра  $^{20}\text{Ne}$  имеет вид

$$F^{(\text{Ne})}(\mathbf{q}) = F_{\alpha}(q) \left[ \frac{4}{5} \exp\left(-\frac{3}{16}q^2\Delta^2\right) j_0\left(\sqrt{\frac{3}{8}}qd\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{6}q^2\mu^2\right) \exp\left(-\frac{q^2\mu^2}{4}\right) \right], \quad (30)$$

а плотность распределения заряда в ядре  $^{20}\text{Ne}$  определяется соотношением (26), в котором

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{8(\pi\alpha')^{3/2}} \left[ 1 - \frac{\lambda^2}{4\alpha'} \left(1 - \frac{r^2}{6\alpha'}\right) \right] \exp\left(-\frac{r^2}{4\alpha'}\right). \quad (31)$$

Используя представленный выше подход, в [97–99] были рассчитаны зарядовый формфактор и плотность распределения заряда в ядрах  $^{20}\text{Ne}$ . Результаты проведенных расчетов показаны на рис. 1, *д* и 2, *д*.

Сплошная кривая на рис. 1 рассчитана в предположении о том, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится внутри остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ), штриховая — в предположении о том, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится вне остова, точки — экспериментальные данные [99].

На рис. 2 приведены результаты расчетов зарядовой плотности ядра  $^{20}\text{Ne}$ . Сплошная и штриховая кривые на рис. 2 рассчитаны с использованием тех же предположений, что и соответствующие кривые на рис. 1. Точки на рис. 2, *д* представляют собой результаты обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов ядрами  $^{20}\text{Ne}$  [72], в которой зарядовая плотность ядер  $^{20}\text{Ne}$  аппроксимировалась двухпараметрической ферми-ступенькой.

Заметим, что остов ядра  $^{20}\text{Ne}$  отличается от свободного ядра  $^{16}\text{O}$  из-за взаимодействия остова с дополнительным  $\alpha$ -кластером. Параметры плотности ядра  $^{20}\text{Ne}$ , найденные из сравнения рассчитанного и измеренного формфакторов этого ядра, приведены в табл. 2.

На основе представленного подхода в [96–98] были получены выражения для среднеквадратичного радиуса ядра  $^{20}\text{Ne}$ . Используя соотношения

(21), (28) для случая, когда предполагалось, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится внутри остова, получаем [96, 97]

$$\langle r^2 \rangle^{\text{Ne}} = \frac{3}{10}d^2 + \frac{9}{10}\Delta^2 + \frac{3}{10}\lambda^2 + \langle r^2 \rangle_{\alpha}, \quad (32)$$

а для случая, когда предполагалось, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится вне остова, имеем [98]

$$\langle r^2 \rangle^{\text{Ne}} = \frac{3}{10}d^2 + \frac{9}{10}\Delta^2 + \frac{1}{2}\lambda^2 + \langle r^2 \rangle_{\alpha}. \quad (33)$$

Заметим, что определенная в [98] величина среднеквадратичного радиуса ядра  $^{20}\text{Ne}$  несколько больше значения, найденного в [94, 95], и ближе к экспериментально измеренному значению [98] (табл. 2).

**1.3. Ядра  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ .** В легких ядрах  $\alpha$ -кластерная структура заметно проявляется не только в ядрах с числом нуклонов, кратным четырем. Микроскопические кластерные модели с успехом применяются и для расчетов структурных характеристик различных нечетных легких ядер. Например, в [94, 101] характеристики ядер  $^{12,13,14}\text{C}$ ,  $^{15}\text{N}$  и  $^{16}\text{O}$  изучались с помощью метода резонирующих групп. В таком подходе три  $\alpha$ -кластера, входящие в состав указанных ядер, с наибольшей вероятностью располагались в вершинах равностороннего треугольника, а дополнительный кластер с наибольшей вероятностью находился в вершине образующегося при этом тетраэдра.

Следует отметить, что свойства указанных ядер также изучались с использованием обычной оболочечной модели. Например, в работах [102, 103] магнитные и электрические формфакторы ядра  $^{13}\text{C}$  исследовались на основе оболочечной модели, в которой использовались потенциалы Вудса–Саксона и гармонического осциллятора. Однако в [94] было показано, что использование кластерной модели позволяет лучше описать спектроскопические характеристики (энергия связи, спектр уровней) ядер  $^{13}\text{C}$ , чем это удается сделать в обычной оболочечной модели.

Наиболее известными ядрами, в которых имеется один непарный нуклон сверх заполненных подоболочек, являются ядра  $^{13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$  и  $^{17}\text{O}$ .

Ядро  $^{13}\text{C}$  в основном состоянии имеет спин  $1/2$  и отрицательную четность. Это означает, что в ядрах  $^{13}\text{C}$  ( $^{13}\text{N}$ ) нуклоны, заполняя полностью оболочку  $1s_{1/2}$  и подоболочку  $1p_{3/2}$ , образуют остов с нулевым спином (ядро  $^{12}\text{C}$ ), сверх которого движется нейтрон (протон). Поэтому спин ядра  $^{13}\text{C}$  ( $^{13}\text{N}$ ) в такой модели определяется спином непарного нейтрона (протона), находящегося в состоянии  $1p_{1/2}$ .

Рассмотрим ядра  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Будем предполагать, что в основном состоянии ядра  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  состоят из деформированного остова (ядро  $^{13}\text{C}$ ) и дополнительного нуклона, расположенного с наибольшей вероятностью внутри остова.

По аналогии с (24) многочастичные плотности ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  можно представить в форме [104, 105]

$$\rho^{(^{13}\text{C}, ^{13}\text{N})}(\xi, \eta, \chi) = \rho_{\Delta}^{(^{12}\text{C})}(\xi, \eta) \rho_N(\chi), \quad (34)$$

где  $\rho_{\Delta}^{(^{12}\text{C})}(\xi, \eta)$  — плотность остова (ядро  $^{12}\text{C}$ ), которая определяется выражением (11), а плотность дополнительного нуклона  $\rho_N(\chi)$  равна

$$\rho_N(\chi) = \frac{1}{(\lambda\sqrt{\pi})^3} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\lambda^2}\right). \quad (35)$$

Известно, что зарядовый формфактор нейтрона в рассматриваемой области не слишком больших переданных импульсов ( $q \leq 2 \text{ фм}^{-1}$ ) практически равен нулю. Поэтому плотность распределения заряда в ядрах  $^{13}\text{C}$  совпадает с плотностью распределения заряда (21) в ядрах  $^{12}\text{C}$ .

В ядрах  $^{13}\text{N}$  имеется один протон сверх заполненной подоболочки, поэтому зарядовый формфактор этого ядра имеет вид

$$F^{(^{13}\text{N})}(q) = \frac{12}{13} F_{\alpha}(q) \exp\left(-\frac{1}{6} q^2 \Delta^2\right) \times \\ \times j_0\left(\frac{qd}{\sqrt{3}}\right) + \frac{1}{13} \frac{1}{(1+r_0^2 q^2)^2} \exp\left(-\frac{q^2 \lambda^2}{4}\right), \quad (36)$$

где параметр  $\lambda$  характеризует среднюю величину отклонения дополнительного протона от центра масс остова, а  $r_0 = 0,234 \text{ фм}$ .

Плотность распределения заряда в ядрах  $^{13}\text{N}$  равна

$$\rho^{(^{13}\text{N})}(r) = \frac{12}{13} \rho^{(^{12}\text{C})}(r) + \frac{1}{13} \tilde{\rho}(r), \quad (37)$$

где плотность  $\rho^{(^{12}\text{C})}(r)$  определяется соотношением (21), а плотность  $\tilde{\rho}(r)$  имеет вид

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{\gamma^3}{16\pi r} \left[ (-2\gamma\alpha'^2 + r) e^{-\gamma r} \operatorname{erfc}\left(\alpha'\gamma - \frac{r}{2\alpha'}\right) + (2\gamma\alpha'^2 + r) \times \right. \\ \left. \times e^{\gamma r} \operatorname{erfc}\left(\alpha'\gamma + \frac{r}{2\alpha'}\right) \right]. \quad (38)$$

Здесь введены обозначения

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt, \quad \alpha' = \frac{\lambda}{2}, \quad \gamma = \frac{1}{r_0}. \quad (39)$$

Среднеквадратичный радиус ядра  $^{13}\text{N}$  равен

$$\langle r^2 \rangle_{^{13}\text{N}} = \frac{12}{13} \left( \langle r^2 \rangle_{\alpha} + \frac{1}{3}d^2 + \Delta^2 + \frac{1}{8}\lambda^2 + \frac{1}{2}r_0^2 \right). \quad (40)$$

Как и ранее, значения параметров  $d$ ,  $\Delta$  и  $\lambda$  можно определить из сравнения рассчитанных и измеренных формфакторов указанных ядер. Учитывая то, что ядро  $^{13}\text{N}$  нестабильно и экспериментальные измерения зарядового формфактора для него отсутствуют, а также тот факт, что рассчитанные в [106] наблюдаемые характеристики рассеяния для ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  мало различаются, для определения параметров плотности указанных ядер можно использовать измеренный в [102] зарядовый формфактор ядра  $^{13}\text{C}$ .

На рис. 1, б приведены рассчитанные формфакторы ядер  $^{13}\text{C}$  (сплошная кривая) и  $^{13}\text{N}$  (штриховая кривая) вместе с экспериментальными данными (точки) для ядра  $^{13}\text{C}$  из [100]. Из рис. 1, б видно, что рассчитанные формфакторы ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  мало различаются и согласуются с имеющимися экспериментальными данными до значений переданных импульсов  $q \leq 2 \text{ фм}^{-1}$ . Полученные из сравнения рассчитанных формфакторов ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  и измеренного формфактора ядра  $^{13}\text{C}$  [100] значения параметров плотностей  $d$ ,  $\Delta$  и  $\lambda$  приведены в табл. 2. Рассчитанные с данными значениями параметров плотностей указанных ядер среднеквадратичные радиусы ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  также приведены в табл. 2 и близки к экспериментально измеренному значению [72]. Отметим, что экспериментально измеренное значение среднеквадратичного радиуса для ядра  $^{13}\text{C}$  меньше, чем для ядра  $^{12}\text{C}$ .

На рис. 2, б приведены рассчитанные плотности распределения заряда в ядрах  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ . Видно, что зарядовые плотности, полученные в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, мало отличаются от плотностей, полученных в результате обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов [72].

В формуле (35) параметр  $\lambda$ , который характеризует амплитуду колебаний нейтрона относительно центра масс остова, не может быть определен из сравнения рассчитанного и измеренного зарядовых формфакторов ядра  $^{13}\text{C}$ . Поэтому в дальнейших расчетах наблюдаемых характеристик рассеяния частиц ядрами  $^{13}\text{C}$  значение параметра  $\lambda$  принималось таким же, как и для ядра  $^{13}\text{N}$ .

В приведенном подходе для ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ , в отличие от ядер  $^{20}\text{Ne}$ , использовалась только модель, в которой предполагалось, что дополнительный кластер (нуклон) с наибольшей вероятностью располагается внутри остова. Это допущение обусловлено тем, что экспериментально измеренное значение среднеквадратичного радиуса ядра  $^{13}\text{C}$  меньше, чем у ядра  $^{12}\text{C}$ , что может свидетельствовать о том, что дополнительный нуклон «стягивает»  $\alpha$ -кластеры к центру масс остова, уменьшая при этом среднеквадратичный радиус ядра  $^{13}\text{C}$ . Кроме того, проведенные в [98] расчеты показали, что наблюдаемые характеристики упругого рассеяния частиц ядрами  $^{20}\text{Ne}$ , рассчитанные в предположении о том, что дополнительный кластер с наибольшей вероятностью



располагается внутри остова, лучше согласуются с имеющимися экспериментальными данными, чем те же величины, рассчитанные в предположении, что этот кластер находится вне остова. Очевидно, что такая ситуация должна иметь место и для ядер  $^{13}\text{C}$ .

Как отмечалось выше, в работе [101] спектроскопические характеристики ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  изучались на основе  $\alpha$ -кластерной модели и метода резонирующих групп. В этой работе волновая функция ядра  $^{12}\text{C}$  определялась таким образом, чтобы ядро  $^{12}\text{C}$  состояло из трех  $\alpha$ -частиц, расположенных в вершинах равностороннего треугольника. В [101] было показано, что спектроскопические характеристики этих ядер чувствительны к выбору волновой функции остова (ядра  $^{12}\text{C}$ ). Кроме того, в данной работе был проведен анализ чувствительности рассчитываемых характеристик к эффектам деформации волновой функции остова. Оказалось, что для данной системы деформация остова является незначительной. При этом отмечалось, что для других систем (например,  $\alpha+^{12}\text{C}$ ,  $\alpha+^{20}\text{Ne}$ ) деформация остова должна увеличиваться.

Полученные в [104, 105] результаты согласуются с результатами, приведенными в [101]. Действительно, найденные из сравнения рассчитанного и измеренного формфакторов ядра  $^{13}\text{C}$  значения параметра  $d$ , который определяет наиболее вероятное расстояние между  $\alpha$ -кластерами, входящими в состав остова (ядра  $^{12}\text{C}$ ), для ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{13}\text{C}$  мало различаются ( $d = 2,98$  фм для ядер  $^{12}\text{C}$  и  $d = 3,0$  фм для ядер  $^{13}\text{C}$ ). В то же время полученные в данной работе значения этих же параметров для ядер  $^{16}\text{O}$  и  $^{20}\text{Ne}$  заметно различаются ( $d = 3,16$  фм для ядер  $^{16}\text{O}$  и  $d = 3,6\text{--}3,8$  фм для ядер  $^{20}\text{Ne}$ ).

**1.4. Ядро  $^9\text{Be}$ .** В таких ядрах, как  $^{6,7}\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$  и др., также заметно проявляется кластерная структура. Теоретическое исследование указанных ядер проводится в рамках как многочастичной модели оболочек, так и кластерных моделей.

Ядра, не имеющие чисто  $\alpha$ -кластерной структуры, обычно изучаются на основе модели нуклонных ассоциаций [1], частным случаем которой является  $\alpha$ -частичная модель, а также с помощью двухчастичных и трехчастичных потенциальных кластерных моделей [4, 107–109]. В таком подходе волновые функции рассчитываются путем решения уравнения Шредингера с межкластерными потенциалами взаимодействия. Следует отметить также подход [110–112], в котором при получении волновых функций используются не феноменологические межкластерные потенциалы взаимодействия, а нуклон-нуклонные силы. В этом подходе производится точный учет принципа Паули, а решения уравнения Шредингера не требуется.

Рассмотрим ядро  $^9\text{Be}$  на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Среди ядер  $1p$ -оболочки ядро  $^9\text{Be}$  выделяется своими необычными свойствами. Оно имеет малую энергию связи  $\varepsilon = 1,57$  МэВ по отношению к расщеплению на две  $\alpha$ -частицы и нейтрон и большой квадрупольный момент  $Q = 53$  мб,

что свидетельствует о его высокой степени кластеризации. С другой стороны, спин этого ядра равен  $3/2$ , так как он определяется полным моментом неспаренного нейтрона, находящегося в  $1p_{3/2}$ -оболочке. Это обстоятельство требует введения четырех формфакторов (электрический монополюсный, электрический квадрупольный, магнитный дипольный, магнитный октупольный) для описания рассеяния электронов этими ядрами. Однако при рассеянии на малые углы основной вклад в сечение рассеяния электронов этими ядрами вносит монополюсный (зарядовый) формфактор. В области переданных импульсов  $q \geq 2$  фм $^{-1}$  учет квадрупольного формфактора заполняет минимум сечения, что приводит к плавной зависимости формфактора от переданного импульса.

Рассмотрим модель ядра  ${}^9\text{Be}$ , в которой оно состоит из остова (ядро  ${}^8\text{Be}$ ) и дополнительного кластера (нейтрона), располагающегося с наибольшей вероятностью в центре масс остова (модель «гантели»).

Как и в случае ядер  ${}^{20}\text{Ne}$  и  ${}^{13}\text{C}$  (формулы (24) и (34)), многочастичную плотность ядер  ${}^9\text{Be}$  представим в виде [113, 114]

$$\rho({}^9\text{Be})(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) = \rho_{\Delta}({}^8\text{Be})(\boldsymbol{\xi})\rho_N(\boldsymbol{\eta}), \quad (41)$$

где  $\rho_{\Delta}({}^8\text{Be})(\boldsymbol{\xi})$  — плотность остова (ядро  ${}^8\text{Be}$ );  $\rho_N(\boldsymbol{\eta})$  — плотность дополнительного нуклона;  $\boldsymbol{\xi}$  — координата Якоби  $\alpha$ -кластеров остова;  $\boldsymbol{\eta}$  — координата дополнительного нуклона.

В таком подходе плотность остова определяется соотношениями

$$\rho_{\Delta}({}^8\text{Be})(\boldsymbol{\xi}) = \int d^3\xi' \rho_0({}^9\text{Be})(\boldsymbol{\xi}')\Phi_{\Delta}({}^9\text{Be})(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'), \quad (42)$$

$$\rho_0({}^9\text{Be})(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{4\pi d^2}\delta(\boldsymbol{\xi} - d), \quad (43)$$

$$\Phi_{\Delta}({}^9\text{Be})(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}}\exp\left(-\frac{\xi^2}{2\Delta^2}\right). \quad (44)$$

Здесь параметры  $d$  и  $\Delta$ , как и ранее, характеризуют расстояние между  $\alpha$ -кластерами, которые в данном подходе образуют жесткую гантель, и вероятность их смещения из вершин этой гантели соответственно, а плотность  $\rho_N(\boldsymbol{\eta})$  определяется соотношением (35).

Выполняя интегрирование в (42), получаем [113, 114]

$$\rho_{\Delta}({}^8\text{Be})(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{3/2}}\exp\left(-\frac{\xi^2}{2\Delta^2} - \frac{d^2}{2\Delta^2}\right)\frac{\text{sh}(x)}{x}, \quad (45)$$

где  $x = (\xi d)/\Delta^2$ ,  $\text{sh}(x)$  — гиперболический синус.

Как отмечалось выше, зарядовый формфактор нейтрона в рассматриваемой области не слишком больших переданных импульсов ( $q \leq 2$  фм $^{-1}$ )

практически равен нулю. Учитывая этот факт, зарядовый формфактор ядра  ${}^9\text{Be}$  представим в виде [113, 114]

$$F^{({}^9\text{Be})}(q) = F_\alpha(q) \exp\left(-\frac{1}{8}q^2\Delta^2\right) j_0\left(\frac{qd}{2}\right). \quad (46)$$

Рассчитанный в таком подходе зарядовый формфактор ядра  ${}^9\text{Be}$  вместе с экспериментальными данными из [115, 116] представлен на рис. 1, *г* (штриховая кривая).

Из рис. 1, *г* видно, что рассчитанный зарядовый формфактор согласуется с экспериментальными данными до значений переданных импульсов  $2 \text{ фм}^{-1}$ . Различия между рассчитанным и измеренным формфакторами, которые начинают проявляться в этой области переданных импульсов, а также будут увеличиваться в области больших переданных импульсов, по-видимому, связаны с тем, что здесь необходимо учитывать вклад квадрупольного зарядового формфактора данного ядра.

Плотность распределения заряда в ядрах  ${}^9\text{Be}$ , соответствующая многочастичной плотности (41), определяется соотношением (21), в котором параметры  $\alpha$  и  $\beta$  равны

$$\alpha = \frac{1}{6}\langle r^2 \rangle_\alpha + \frac{1}{8}\Delta^2, \quad \beta = \frac{1}{2}d. \quad (47)$$

Рассчитанный в таком подходе среднеквадратичный радиус ядра  ${}^9\text{Be}$  имеет вид

$$\langle r^2 \rangle^{({}^9\text{Be})} = \langle r^2 \rangle_\alpha + \frac{1}{4}d^2 + \frac{3}{4}\Delta^2. \quad (48)$$

Как и ранее, входящий в формулу (41) параметр  $\lambda$  характеризует амплитуду колебаний нейтрона относительно центра масс остова и не может быть определен из сравнения рассчитанного и измеренного зарядового формфактора ядра  ${}^9\text{Be}$ . При дальнейших расчетах использовалось следующее его значение:  $\lambda = 1,23 \text{ фм}$ . Такое значение параметра  $\lambda$  близко по величине к значению аналогичного параметра, полученного в [96–98] для ядра  ${}^{20}\text{Ne}$ .

Для определения плотности основного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$  может быть использована и несколько отличная кластерная конфигурация данного ядра. Рассмотрим ядро  ${}^9\text{Be}$ , состоящее из двух  $\alpha$ -кластеров и нейтрона, с наибольшей вероятностью расположенных в вершинах равнобедренного треугольника (модель «бумеранга»). В модели бумеранга многочастичная плотность ядра

${}^9\text{Be}$  может быть представлена в виде [114, 117]

$$\rho_{\Delta}^{({}^9\text{Be})}(\zeta, \chi) = \int d^3\zeta' d^3\chi' \rho_0(\zeta', \chi') \Phi_{\Delta}(\zeta - \zeta', \chi - \chi'), \quad (49)$$

$$\rho_0^{({}^9\text{Be})}(\zeta, \chi) = \frac{1}{8\pi^2 d_1 d_2} \delta(\zeta - d_1) \delta(\chi - d_2) \delta(\zeta, \chi), \quad (50)$$

$$\Phi_{\Delta}^{({}^9\text{Be})}(\zeta, \chi) = \frac{1}{(2\pi\Delta_1\Delta_2)^3} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2\Delta_1^2} - \frac{\chi^2}{2\Delta_2^2}\right). \quad (51)$$

В этих формулах  $\zeta$  и  $\chi$  — координаты кластеров Якоби, входящих в состав ядра  ${}^9\text{Be}$ , параметры  $d_1$ ,  $d_2$  и  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  характеризуют расстояния между  $\alpha$ -кластерами, расстояние между нейтроном и центром масс  $\alpha$ -кластеров и вероятность смещения  $\alpha$ -кластеров и нейтрона из их наиболее вероятных положений в вершинах равнобедренного треугольника соответственно. Заметим, что в данном подходе дополнительный нуклон также рассматривается в качестве кластера.

В модели бумеранга зарядовый формфактор ядра  ${}^9\text{Be}$  имеет вид [114, 117]

$$F^{({}^9\text{Be})}(q) = F_{\alpha}(q) \exp\left(-\frac{1}{8}q^2\Delta_1^2 - \frac{1}{162}q^2\Delta_2^2\right) j_0\left(q\sqrt{\frac{1}{4}d_1^2 + \frac{1}{81}d_2^2}\right). \quad (52)$$

Рассчитанный в таком подходе зарядовый формфактор (рис. 1, *г*, сплошная кривая) ядра  ${}^9\text{Be}$  в области рассматриваемых переданных импульсов практически не отличается от приведенного на рис. 1, *г* зарядового формфактора, рассчитанного в модели гантели (штриховая кривая).

Следует заметить, что модель бумеранга для данного ядра является не совсем обычной, однако хорошо известно, что подобные конфигурации существуют, например, в молекулах воды ( $\text{H}_2\text{O}$ ) и озона ( $\text{O}_3$ ) [118].

Так, например, в молекуле воды угол в вершине треугольника оказывается равным  $104,27^\circ$ . Расстояние между атомами водорода и кислорода равно  $0,96 \cdot 10^{-8}$  см, а расстояние между атомами водорода —  $1,77 \cdot 10^{-8}$  см. Аналогично для молекулы озона угол в вершине равен  $127^\circ$ , расстояние между соседними атомами кислорода —  $1,26 \cdot 10^{-8}$  см, а расстояние между концами бумеранга  $2,26 \cdot 10^{-8}$  см (нет взаимодействия между атомами, расположенными на концах бумеранга).

Проведенные расчеты показывают, что ядро  ${}^9\text{Be}$  в модели бумеранга характеризуется следующими параметрами: угол в вершине  $99,53^\circ$ , расстояние между  $\alpha$ -кластерами 2,912 фм, расстояние между нейтроном и  $\alpha$ -кластерами 1,907 фм. Большое расстояние между  $\alpha$ -кластерами показывает, что между ними отсутствует ядерное взаимодействие.

В модели бумеранга плотность распределения заряда в ядрах  ${}^9\text{Be}$  определяется соотношением (21), в котором параметры  $\alpha$  и  $\beta$  имеют вид

$$\alpha = \frac{1}{6}\langle r^2 \rangle_\alpha + \frac{1}{8}\Delta_1^2 + \frac{1}{162}\Delta_2^2, \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{4}d_1^2 + \frac{1}{81}d_2^2}. \quad (53)$$

На рис. 2, *г* приведена рассчитанная в таком подходе плотность распределения заряда в ядрах  ${}^9\text{Be}$ . Сплошная кривая на рис. 2, *г* рассчитана в модели бумеранга, а штриховая кривая — в модели гантели. Точки на рис. 2, *г* представляют собой результат обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов ядрами  ${}^9\text{Be}$  [72]. В этой работе для ядер  ${}^9\text{Be}$  при расчетах использовалась модель гармонического осциллятора.

Из рис. 2, *г* видно, что зарядовые плотности, полученные в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, мало отличаются от плотностей, полученных в результате обработки экспериментальных данных по рассеянию электронов, за исключением случая малых значений  $r$ . Однако отметим, что при  $r > 1,5$  фм результаты расчетов зарядовой плотности  ${}^9\text{Be}$  хорошо согласуются с результатами обработки экспериментальных данных. Различия между рассматриваемыми плотностями ядер  ${}^9\text{Be}$  при  $r < 1,5$  фм, возможно, связаны с тем, что в данном случае используемый  $\alpha$ -кластерный подход применим при переданных импульсах  $q < 2$  фм $^{-1}$ .

Среднеквадратичный радиус ядра  ${}^9\text{Be}$ , рассчитанный в модели бумеранга, можно представить в виде

$$\langle r^2 \rangle({}^9\text{Be}) = \langle r^2 \rangle_\alpha + \frac{1}{4}d_1^2 + \frac{3}{4}\Delta_1^2 + \frac{1}{81}d_2^2 + \frac{1}{27}\Delta_2^2. \quad (54)$$

Полученное с помощью формулы (54) значение среднеквадратичного радиуса ядра  ${}^9\text{Be}$  в модели бумеранга мало отличается от значения этой же величины, рассчитанной в модели гантели, а также экспериментально измеренного значения [72] (табл. 2).

## 2. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ ЛЕГКИМИ ЯДРАМИ

**2.1. Многократное рассеяние частиц кластерами ядра.** Плотность распределения нуклонов в ядрах обычно изучается в эксперименте в различных ядерных реакциях, таких как упругое и неупругое рассеяние, реакции одно-нуклонной и многонуклонных передач и др.

Процессы взаимодействия адронов с ядрами при промежуточных энергиях успешно изучались как на основе теории многократного дифракционного рассеяния Глаубера–Ситенко (ТМДР) [119, 120], так и с помощью оптической модели. Детальное сравнение расчетов в этих двух моделях для рассеяния

протонов на ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  при энергиях  $E_p = 0,8$  и  $1$  ГэВ показало, что качество описания дифференциальных сечений рассеяния в них практически одинаково [121–123].

Однако по сравнению с обычной оптической моделью ТМДР в этой области энергий обладает определенными преимуществами [121–125]. Так, например, в ТМДР используется микроскопический вид оператора рассеяния (профильной функции), а параметры используемой при расчетах элементарной амплитуды имеют достаточно простой физический смысл.

В то же время ТМДР ограничена двумя основными приближениями: эйкональным и адиабатическим, что потенциально позволяет применять ее лишь к рассеянию частиц высоких энергий в области небольших углов рассеяния. Энергии ниже  $0,2$  ГэВ, по крайней мере, для рассеяния протонов, лежат на границе применимости ТМДР, хотя имеются расчеты и при энергиях  $0,15$ – $0,2$  ГэВ [126–129], которые согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Согласно [119, 120] налетающий протон испытывает многократное рассеяние на отдельных структурных компонентах ядра. В качестве таких структурных компонентов могут выступать нуклоны, а также различные кластеры, входящие в состав ядра-мишени. Обычно при расчетах с помощью ТМДР предполагается, что ядро-мишень состоит из  $A$  нуклонов. В этом случае амплитуда рассеяния протона ядром строится из протон-нуклонных амплитуд и величин, описывающих распределение нуклонов в ядре (см., например, [119, 120, 131, 132]), а амплитуда взаимодействия налетающей частицы с нуклонами ядра выбирается такой же, как и при рассеянии свободных нуклонов.

ТМДР с одночастичными нуклонными плотностями успешно применяется для анализа экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию нуклонов с энергией в сотни МэВ различными атомными ядрами. Такой подход позволяет хорошо описать дифференциальные сечения упругого и неупругого рассеяния, но не всегда позволяет согласовать теоретически рассчитанные и экспериментально измеренные поляризационные наблюдаемые, которые, в отличие от сечений, весьма чувствительны к величинам параметров нуклон-нуклонных амплитуд и ядерных структурных формфакторов. Особенно заметно такое различие проявляется при рассеянии частиц легкими ядрами, где важную роль играют эффекты нуклон-нуклонных корреляций.

Согласно ТМДР [119, 120] оператор, описывающий взаимодействие налетающего нуклона с ядром, содержащим  $A$  частиц, можно представить в виде

$$\hat{F}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) [1 - S(\mathbf{b}; \{\mathbf{s}_j\})]. \quad (55)$$

Здесь  $k$  — волновой вектор налетающего нуклона;  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{b}$  — переданный импульс и прицельный параметр, лежащие в плоскости, перпендикулярной

направлению падающего пучка;  $\mathbf{s}_j$  — проекция радиуса-вектора  $j$ -го рассеивателя  $\mathbf{r}_j$  на эту плоскость.

Матрица рассеяния  $S(\mathbf{b}; \{\mathbf{s}_j\})$  налетающей частицы на ядро выражается в форме произведения  $S$ -матриц  $S_j(\mathbf{b})$  для отдельных рассеивателей:

$$S(\mathbf{b}; \{\mathbf{s}_j\}) = \hat{Z} \prod_{j=1}^N S_j(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j). \quad (56)$$

Здесь  $\hat{Z}$  означает  $\hat{Z}$ -упорядочение [138] в общем случае некомутирующих величин  $S_j$  слева направо в порядке уменьшения координат  $z_j$ . Формула (56) имеет простую физическую интерпретацию: фазы рассеяния на отдельных рассеивателях суммируются вдоль прямолинейной траектории налетающей частицы через ядро в соответствии с эйкональным приближением [119, 120]. Функции  $S_j(\mathbf{b})$  выражаются через амплитуды  $f_j(q)$  рассеяния на  $j$ -м рассеивателе с помощью обратного фурье-преобразования [119].

Пренебрегая кулоновским взаимодействием и используя соотношения (55), (56), амплитуду рассеяния частицы ядром, состоящим из  $A$  рассеивателей, запишем в виде [119, 120]

$$F(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b \left( \prod_{j=1}^A d^3r_j \right) \delta \left( \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A r_i \right) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \Psi_f^*(\{\mathbf{r}_j\}) \times \\ \times \left\{ 1 - \prod_{j=1}^A \left[ 1 - \frac{1}{2\pi ik} \int d^2q_j \exp(-i\mathbf{q}_j(\mathbf{b} - \mathbf{r}_j)) f_j(\mathbf{q}_j) \right] \right\} \Psi_i(\{\mathbf{r}_j\}), \quad (57)$$

где  $\Psi_i(\{\mathbf{r}_j\})$  и  $\Psi_f(\{\mathbf{r}_j\})$  — волновые функции начального и конечного состояний ядра.

Следует заметить, что в дальнейшем мы в основном ограничимся только рассмотрением упругого рассеяния частиц ядрами,  $\Psi_i(\{\mathbf{r}_j\}) \equiv \Psi_f(\{\mathbf{r}_j\})$ . Это связано как со стремлением упростить понимание рассматриваемого подхода, так и с тем фактом, что в сечениях упругого рассеяния частиц ядрами содержится значительно больше информации, чем это обычно принято считать. Так, например, в работах [139–141] предложен подход, который позволяет на основе анализа угловых распределений рассеяния ядер ядрами (подгонки оптического потенциала) рассчитать и предсказать поведение сечений слияния, периферийных реакций и т. д.

**2.2. Рассеяние протонов ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  и аппроксимация  $p$ - $\alpha$ -амплитуды.** Рассмотрим взаимодействие протонов промежуточных энергий с ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией и ТМДР.

Ядра  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  являются системой малого числа частиц — трех и четырех кластеров, и их следует описывать трехчастичной и четырехчастичной трансляционно-инвариантной плотностью, так как в такой системе существенны корреляции между кластерами. При этом даже при высоких энергиях налетающих частиц необходимо учитывать возможность колебаний  $\alpha$ -частиц около наиболее вероятных положений равновесия, поскольку они влияют на наблюдаемые характеристики рассеяния при не слишком малых переданных импульсах  $q$  и приводят к увеличению эффективных размеров  $\alpha$ -кластеров в ядрах углерода и кислорода.

Заметим, что в работах [54, 142] упругое и неупругое рассеяние протонов ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  при энергии 1 ГэВ изучалось на основе ТМДР и простой  $\alpha$ -частичной модели [52]. Используемая в данной работе  $p$ - $\alpha$ -амплитуда была получена, как и в [142], с помощью ТМДР и осцилляторной модели ядра  $^4\text{He}$ . Однако для вычисления характеристик упругого  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеяния авторы указанных работ оставляли в  $p$ - $\alpha$ -амплитуде только те слагаемые, которые соответствовали одно- и двукратному нуклон-нуклонному рассеянию. Отметим также, что в работах [54, 142] вращательные волновые функции начального и конечного состояний ядра выбирались в виде разложения по  $D$ -функциям Вигнера.

В соответствии с  $\alpha$ -кластерной моделью с дисперсией амплитуду упругого рассеяния протонов на ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ , используя выражение (57), можем представить в виде

$$F_{\text{el}}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2b \left( \prod_{j=1}^N d^3r_j \right) \delta \left( \frac{1}{3} \sum_{i=1}^N r_i \right) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \rho_{\Delta}(\boldsymbol{\xi}, \dots) \times \\ \times \left\{ 1 - \prod_{j=1}^N \left[ 1 - \frac{1}{2\pi ik} \int d^2q_j \exp(-i\mathbf{q}_j(\mathbf{b} - \mathbf{r}_j)) f_{p\alpha}(\mathbf{q}_j) \right] \right\}, \quad (58)$$

где  $f_{p\alpha}(\mathbf{q}_j)$  — «элементарная» амплитуда  $p$ - $\alpha$ -рассеяния;  $N$  — число кластеров в ядре, а плотности  $\rho_{\Delta}(\boldsymbol{\xi}, \dots)$  определяются соотношениями (9)–(15) для ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  соответственно.

Раскрывая произведение в фигурных скобках в (58) и учитывая свойства симметрии плотностей  $\rho_{\Delta}(\boldsymbol{\xi}, \dots)$ , можно представить амплитуды упругого  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеяния в форме

$$F_{\text{el}}^{(^{12}\text{C})}(\mathbf{q}) = 3F_1(\mathbf{q}) - 3F_2(\mathbf{q}) + F_3(\mathbf{q}), \quad (59)$$

$$F_{\text{el}}^{(^{16}\text{O})}(\mathbf{q}) = 4F_1(\mathbf{q}) - 6F_2(\mathbf{q}) + 4F_3(\mathbf{q}) - F_4(\mathbf{q}). \quad (60)$$



В этих формулах амплитуды одно-, двух-, трех- и четырехкратного рассеяния протонов  $\alpha$ -кластерами ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  определяются соотношениями

$$F_l(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \left( \frac{1}{2\pi ik} \right)^l \int d^2b d^3\xi \cdots \rho_\Delta(\xi, \dots) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \times \\ \times \prod_{j=1}^l d^2q_j \exp[-i\mathbf{q}_j(\mathbf{b} - \mathbf{b}_j)] f_{p\alpha}(\mathbf{q}_j), \quad (61)$$

где индекс  $l$  определяет кратность рассеяния.

Согласно ТМДР мы полагаем, что амплитуды  $f_{p\alpha}(\mathbf{q})$  такие же, как и при взаимодействии протона со свободным ядром  $^4\text{He}$ . Так как спин  $\alpha$ -частицы равен нулю, амплитуда  $p$ - $\alpha$ -взаимодействия содержит только две составляющие и имеет вид

$$f_{p\alpha}(\mathbf{q}) = f_c(q) + f_s(q) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}, \quad (62)$$

где  $\mathbf{n} = [\mathbf{k}, \mathbf{k}'] / |[\mathbf{k}, \mathbf{k}']|$ ,  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — начальный и конечный волновые векторы;  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули;  $f_c(q)$ ,  $f_s(q)$  — центральная и спин-орбитальная части амплитуды  $p$ - $\alpha$ -рассеяния.

Заметим, что в [54–56, 142] учитывалась только центральная часть амплитуды  $f_c(q)$ . При этом в [54, 55, 142] она строилась согласно ТМДР на основе амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния и осцилляторной волновой функции ядра  $^4\text{He}$ , параметры которых считались известными. В работе [56] использовалась феноменологическая гауссовская параметризация амплитуды  $f_c(q)$ , параметры которой определялись непосредственно из экспериментальных данных по упругому  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеянию.

В настоящее время существует довольно значительный набор измеренных дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых для упругого  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеяния в рассматриваемой области энергий. Поэтому можно определить амплитуды  $f_c(q)$  и  $f_s(q)$  из анализа этих экспериментальных данных, используя для них некоторые подходящие аппроксимации. В работе [59] подобно [56] эти амплитуды аппроксимировались одной гауссовской функцией

$$f_c(q) = kG_c \exp(-\beta_c q^2), \quad f_s(q) = kqG_s \exp(-\beta_s q^2). \quad (63)$$

Такая аппроксимация часто используется для центральной и спин-орбитальной частей нуклон-нуклонной амплитуды. Следует, однако, подчеркнуть, что такая параметризация  $p$ - $\alpha$ -амплитуды позволяет аппроксимировать экспериментальные данные по упругому  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеянию только в области относительно небольших переданных импульсов ( $q < 2$  фм $^{-1}$ ). В то же время при больших значениях  $q$  дифференциальное сечение и поляризационные

наблюдаемые  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеяния также обнаруживают выраженные дифракционные структуры. По этой причине в таком подходе сложно найти параметры  $p$ - $\alpha$ -амплитуды достаточно точно, в частности, правильно воспроизвести отношения  $\text{Re } f_{cs}(q)/\text{Im } f_{cs}(q)$ , фитируя экспериментальные данные с помощью выражений (63). Кроме того, учет дифракционных структур в  $p$ - $\alpha$ -амплитуде может быть важен сам по себе для описания рассеяния адронов ядрами при больших переданных импульсах. Поэтому для более точного определения  $p$ - $\alpha$ -амплитуды использовалась следующая аппроксимация амплитуд  $f_c(q)$  и  $f_s(q)$  в форме суммы двух гауссовских функций [61, 62]:

$$f_c(\mathbf{q}) = k [G_{c1} \exp(-\beta_{c1}q^2) + G_{c2} \exp(-\beta_{c2}q^2)], \quad (64)$$

$$f_s(\mathbf{q}) = kq [G_{s1} \exp(-\beta_{s1}q^2) + G_{s2} \exp(-\beta_{s2}q^2)]. \quad (65)$$

В формулах (64), (65) комплексные параметры  $G_{c1}$ ,  $G_{s1}$ ,  $\beta_{c1}$ ,  $\beta_{s1}$  находятся путем фитирования дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых в упругом  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеянии, а величины  $G_{c2}$ ,  $G_{s2}$ ,  $\beta_{c2}$ ,  $\beta_{s2}$  определяются из соотношений

$$G_{c2} = \frac{3iG_{c1}^2}{32\beta_{c1}}, \quad \beta_{c2} = \frac{1}{2}\beta_{c1}, \quad G_{s2} = \frac{3iG_{c1}G_{s1}\beta_{c1}}{8(\beta_{c1} + \beta_{s1})^2}, \quad \beta_{s2} = \frac{\beta_{c1}\beta_{s1}}{\beta_{c1} + \beta_{s1}}. \quad (66)$$

Соотношения (66) выбраны таким образом, чтобы члены с  $G_{c1}$  и  $G_{s1}$  в формулах (64), (65) соответствовали основным членам двукратного рассеяния в выражении для  $p$ - $^4\text{He}$ -амплитуды, полученном согласно ТМДР с гауссовской одночастичной плотностью ядра  $^4\text{He}$  и  $NN$ -амплитудой в форме (63) (см. приложение 1 в [143]).

Для определения параметров  $p$ - $\alpha$ -амплитуды, которые нужны для численных расчетов наблюдаемых в рассеянии протонов ядрами, фитировались экспериментально измеренные дифференциальные сечения и поляризационные наблюдаемые для упругого  $p$ - $^4\text{He}$ -рассеяния при разных энергиях [135–137]. Найденные значения параметров приведены в табл. 3.

Таблица 3. Параметры  $p$ - $\alpha$ -амплитуды при различных энергиях

$E_p$ , МэВ	$\beta_{c1}$ , фм <sup>2</sup>	$G_{c1}$ , фм <sup>2</sup>	$\beta_{s1}$ , фм <sup>2</sup>	$G_{s1}$ , фм <sup>3</sup>
200	0,258 - $i$ 0,010	-0,188 + $i$ 0,829	0,705 + $i$ 0,289	0,129 + $i$ 0,705
350	0,309 - $i$ 0,116	-0,092 + $i$ 0,857	0,498 + $i$ 0,098	0,206 + $i$ 0,397
500	0,393 - $i$ 0,079	-0,217 + $i$ 1,042	0,464 + $i$ 0,076	0,194 + $i$ 0,413
800	0,424 - $i$ 0,025	-0,330 + $i$ 1,258	0,490 + $i$ 0,052	0,177 + $i$ 0,295
1030	0,435 - $i$ 0,029	-0,366 + $i$ 1,277	0,476 + $i$ 0,013	0,179 + $i$ 0,215

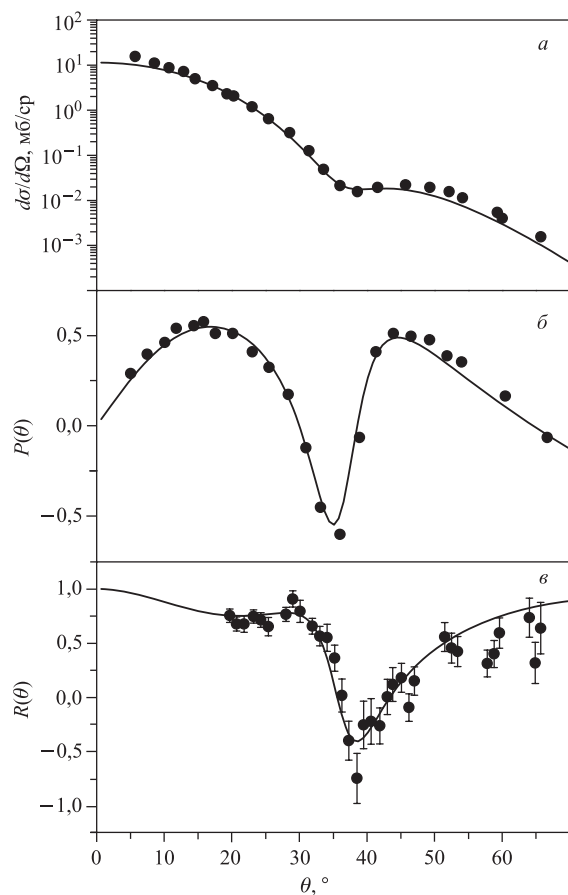
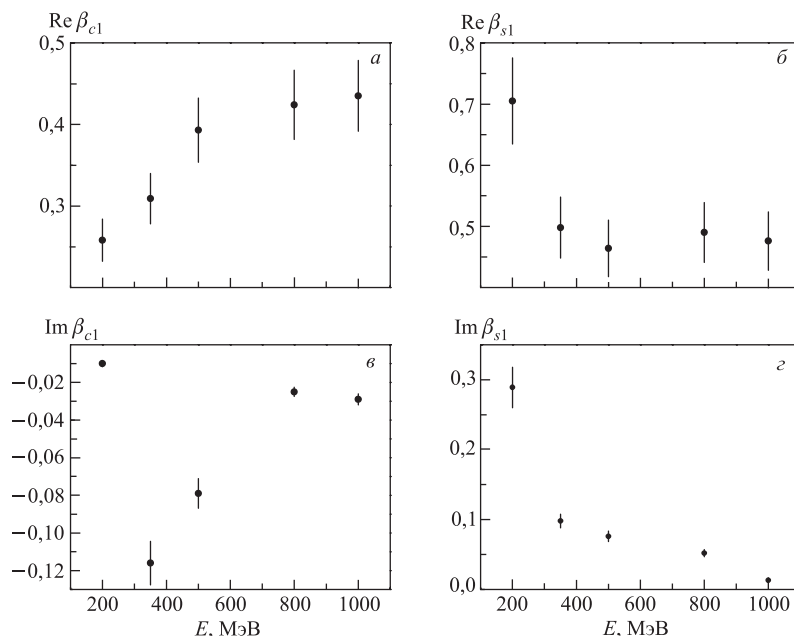


Рис. 3. Дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  (а), поляризация  $P(\theta)$  (б) и параметр Вольфенштейна  $R(\theta)$  (в) как функции угла рассеяния для упругого  $p^4$ -He-рассеяния при энергии 500 МэВ. Экспериментальные данные (точки) из [135]

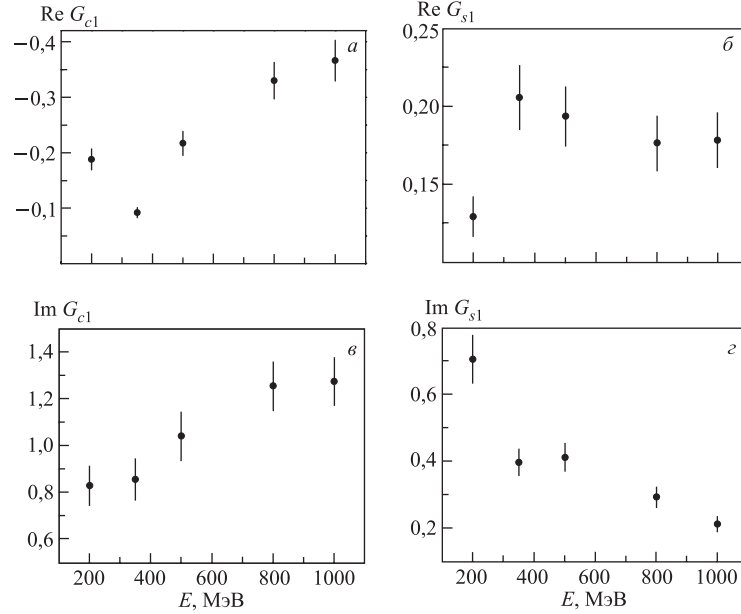
Отметим, что для полного описания упругого рассеяния частицы со спином  $1/2$  ядром с нулевым спином необходимо измерение трех независимых наблюдаемых [133]. Обычно в качестве таких наблюдаемых выбирают дифференциальное сечение, поляризацию (асимметрию)  $P(\theta)$  и одну из остальных измеряемых независимых величин. В качестве третьей независимой наблюдаемой на рис. 3, в приведен рассчитанный параметр Вольфенштейна  $R(\theta)$ . Из рис. 3 видно, что использованная параметризация  $p$ - $\alpha$ -амплитуды позволяет согласовать полный набор рассчитанных и измеренных независимых наблюдаемых, необходимых для описания данного процесса рассеяния.


 Рис. 4. Энергетическая зависимость параметров  $\beta_j$   $p$ - ${}^4\text{He}$ -амплитуды (64)–(66)

Хорошо известно, что в области энергий  $\sim 1$  ГэВ энергетическая зависимость параметров нуклон-нуклонной амплитуды не является плавной. Кроме того, существуют многочисленные наборы параметров такой амплитуды, использование которых при расчетах наблюдаемых характеристик рассеяния частиц ядрами приводит к практически одинаковым результатам. Иными словами, получаемые в результате фазового анализа или с помощью подгонки параметры нуклон-нуклонной амплитуды содержат определенные неоднозначности.

Поэтому представляется интересным изучить энергетическую зависимость параметров  $p$ - $\alpha$ -амплитуды (64)–(66) и в дальнейшем оценить предсказательные возможности используемой параметризации. Энергетическая зависимость параметров для такой параметризации  $p$ - $\alpha$ -амплитуды представлена на рис. 4 и 5.

Из рис. 4 и 5 видно, что параметры  $p$ - $\alpha$ -амплитуды при энергиях 350–1000 МэВ плавно зависят от энергии. Полученные значения параметров амплитуды при энергии 200 МэВ нарушают такую плавную зависимость. Это может быть связано как с неполнотой экспериментальных данных по  $p$ - ${}^4\text{He}$ -рассеянию при энергии 200 МэВ [134], так и с тем фактом, что энергия 200 МэВ находится в области нижнего предела применимости ТМДР.

Рис. 5. Энергетическая зависимость параметров  $G_j$   $p$ - $^4\text{He}$ -амплитуды (64)–(66)

Рассматриваемый подход позволяет рассчитать наблюдаемые величины, характеризующие упругое  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеяние. Учитывая явный вид амплитуд  $F_1(\mathbf{q})$ ,  $F_2(\mathbf{q})$ ,  $F_3(\mathbf{q})$  и  $F_4(\mathbf{q})$  (формулы (58)–(62)), удобно представить амплитуду  $F(\mathbf{q})$  в виде

$$F(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q}) + B(\mathbf{q})\sigma\mathbf{n}. \quad (67)$$

Наблюдаемые характеристики рассеяния  $\sigma(\theta)$ ,  $P(\theta)$  и  $Q(\theta)$  (функция поворота спина) выражаются через амплитуды  $A(\mathbf{q})$  и  $B(\mathbf{q})$  следующим образом:

$$\sigma(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2, \quad (68)$$

$$P(\theta)\sigma(\theta) = 2\text{Re}[A(\theta)B^*(\theta)], \quad (69)$$

$$Q(\theta)\sigma(\theta) = 2\text{Im}[A(\theta)B^*(\theta)]. \quad (70)$$

Отметим, что рассчитанные в таком подходе амплитуды не содержат никаких подгоночных параметров. Все величины параметров, входящих в амплитуду  $F(\mathbf{q})$ , определяются из фитирования зарядовых формфакторов ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ , а также дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых для упругого рассеяния протонов ядрами  $^4\text{He}$ . Численные значения параметров  $d$  и  $\Delta$  плотности  $\rho_\Delta(\xi, \dots)$  приведены в табл. 2, а параметров  $p$ - $\alpha$ -амплитуды — в табл. 3.

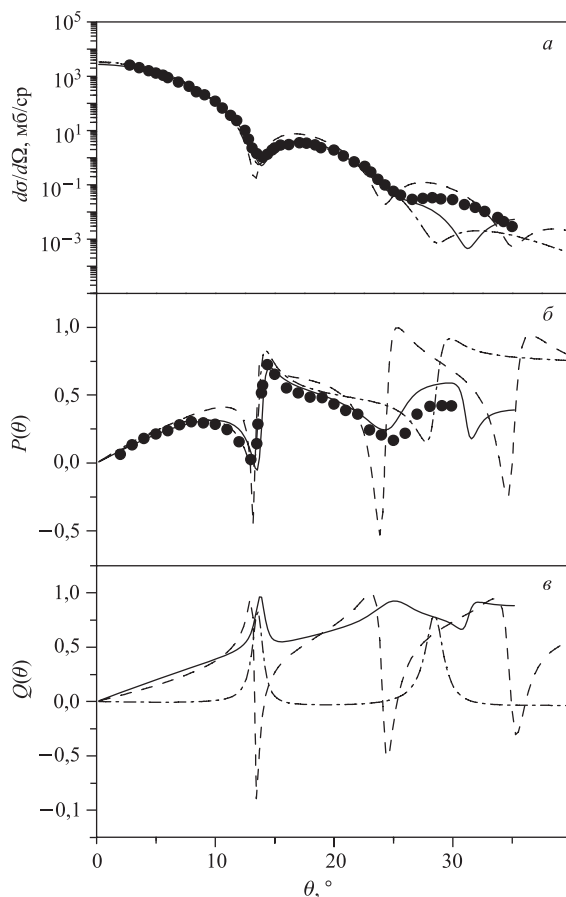


Рис. 6. Дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  (а), поляризация  $P(\theta)$  (б) и функция поворота спина  $Q(\theta)$  (в) в упругом  $p$ - $^{12}\text{C}$ -рассеянии при энергии 800 МэВ. Штрихпунктирные кривые рассчитаны на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией с использованием аппроксимаций  $p$ - $\alpha$ -амплитуды с одной (63), а сплошные кривые — с двумя (64)–(66) гауссовскими функциями. Штриховые кривые рассчитаны в модели независимых нуклонов. Экспериментальные данные из [144, 145]

На рис. 6 приведены результаты расчетов величин  $\sigma(\theta)$ ,  $P(\theta)$  и  $Q(\theta)$  для упругого рассеяния протонов с энергией 800 МэВ ядрами  $^{12}\text{C}$  с использованием аппроксимаций  $p$ - $\alpha$ -амплитуды (63) с одной (штрихпунктирные кривые) и (64)–(66) с двумя (сплошные кривые) гауссовскими функциями. Рассчитанные дифференциальные сечения и поляризации хорошо согласуются с экспериментальными данными из [144, 145], причем в случае  $p$ - $\alpha$ -амплитуды в виде двух гауссианов согласие несколько лучше. Поведение же функций поворота

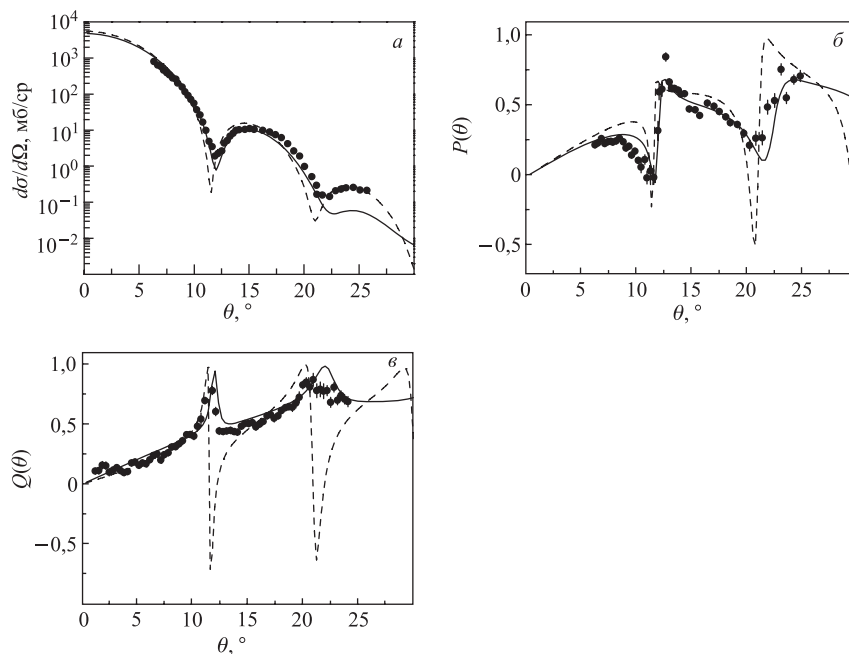


Рис. 7. Дифференциальное сечение  $\sigma(\theta) \equiv d\sigma/d\Omega$  (а), поляризация  $P(\theta)$  (б) и функция поворота спина  $Q(\theta)$  (в) для упругого  $p\text{-}^{16}\text{O}$ -рассеяния как функции угла рассеяния  $\theta$  при энергии 800 МэВ. Сплошные кривые — расчет на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, а штриховые — в модели независимых нуклонов. Экспериментальные данные из [146]

спина для  $p\text{-}^{12}\text{C}$  рассеяния, рассчитанных с  $p\text{-}\alpha$ -амплитудами (63) и (64)–(66) различается даже качественно. В этом случае поведение  $Q(\theta)$  подобно поведению измеренной в [146] функции  $Q(\theta)$  для упругого рассеяния протонов на  $\alpha$ -кластерных ядрах  $^{16}\text{O}$  при 800 МэВ, что заставляет отдать предпочтение расчету с  $p\text{-}\alpha$ -амплитудой (64)–(66), которая позволила в [61, 62] описать данные для  $p\text{-}^{16}\text{O}$ -рассеяния в подходе, аналогичном рассматриваемому (рис. 7, сплошные кривые).

Следует заметить, что на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией и ТМДР также были проведены расчеты дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых для упругого  $p\text{-}^{12}\text{C}$ - и  $p\text{-}^{16}\text{O}$ -рассеяния для других энергий налетающих протонов, для которых имеются экспериментальные данные. Результаты проведенных расчетов аналогичны представленным на рис. 6, 7.

Как отмечалось выше, в ТМДР ядро-мишень чаще всего описывают с помощью одночастичных нуклонных плотностей, а налетающая частица ис-

пытывает многократное рассеяние на отдельных нуклонах ядра. При этом амплитуда  $p$ - $A$ -взаимодействия строится из протон-нуклонных амплитуд и величин, описывающих распределение нуклонов в ядре [119, 120, 131, 132].

Рассмотрим в таком подходе амплитуду упругого рассеяния протонов ядрами. Пренебрегая нуклон-нуклонными корреляциями и полагая в (57)  $\Psi_i(\{\mathbf{r}_j\}) = \Psi_f(\{\mathbf{r}_j\}) = \Psi(\{\mathbf{r}_j\})$ , находим

$$|\Psi(\{\mathbf{r}_j\})|^2 = \prod_{j=1}^A \rho_0(\mathbf{r}_j), \quad (71)$$

где  $\rho_0(\mathbf{r}_j)$  — нормированная на единицу одночастичная нуклонная плотность ядра в основном состоянии.

С учетом (71) амплитуда упругого рассеяния протонов ядрами (57) равна

$$F(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \exp\left(\frac{q^2}{4\gamma A}\right) \int d^2b \exp(i\mathbf{q}\mathbf{b}) \{1 - \Omega(\mathbf{b})\}, \quad (72)$$

где экспоненциальный множитель перед интегралом описывает эффект отдачи при рассеянии, т. е. учитывает движение центра масс ядра, а значения осцилляторного параметра  $\gamma$  для легких ядер лежат в пределах 0,2–0,5 фм<sup>-2</sup> в зависимости от массового числа ядра-мишени [72].

Отметим, что выражение (72) является точным, если в качестве волновых функций основного состояния ядра используются функции, полученные из оболочечной модели, в которой используется осцилляторный потенциал. Из формулы (72) видно, что влияние фактора отдачи на величину сечения мало в случае средних и тяжелых ядер ( $A \gg 1$ ). Однако и для исследуемых ядер данное приближение является достаточно хорошим [132].

Выражение для профильной функции, описывающей динамику взаимодействия налетающей частицы с ядром, состоящим из  $Z$  протонов и  $N = A - Z$  нейтронов, можно записать следующим образом:

$$\Omega(\mathbf{b}) = [1 - E_p(\mathbf{b})]^Z [1 - E_n(\mathbf{b})]^N, \quad (73)$$

где функции  $E_j(\mathbf{b})$  ( $j = p, n$ ) определяются выражениями

$$E_j(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi ik} \int d^2q \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) f_j(\mathbf{q}) S_0(\mathbf{q}), \quad (74)$$

$$S_0(\mathbf{q}) = \int d^3r \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho_0(\mathbf{r}). \quad (75)$$

В формулах (74), (75) величина  $S_0(\mathbf{q})$  представляет собой упругий ядерный формфактор.



В наиболее общем виде входящая в выражение для профильной функции (73), (74) амплитуда нуклон-нуклонного рассеяния  $f_j(\mathbf{q}) \equiv f_{NN}(\mathbf{q})$  содержит пять независимых инвариантных комплексных слагаемых с различной спиновой структурой. Пренебрегая спин-спиновыми слагаемыми, которые вносят малый вклад в амплитуду упругого рассеяния протонов бесспиновыми ядрами, представим амплитуду  $f_{NN}(\mathbf{q})$  в виде (62).

Центральную  $f_{cj}(\mathbf{q})$  и спин-орбитальную  $f_{sj}(\mathbf{q})$  части  $pp$ - и  $pn$ -амплитуд выберем в виде (см., например, [147] и ссылки там же)

$$f_{cj}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi}(g_{cj} + t_{cj}q^2) \exp(-a_{cj}q^2), \quad (76)$$

$$f_{sj}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi}(g_{sj} + t_{sj}q^2) \exp(-a_{sj}q^2). \quad (77)$$

В (76), (77) параметры  $g_j$  и  $t_j$  являются комплексными, а индекс  $j$  применяется для того, чтобы различать  $pp$ - и  $pn$ -амплитуды рассеяния.

Обычно используемые соотношения для нуклон-нуклонных амплитуд являются частными случаями формул (76), (77). При этом выражения (76), (77) автоматически учитывают зависимость отношений действительных частей амплитуд  $f_{cj}(\mathbf{q})$  и  $f_{sj}(\mathbf{q})$  к их мнимым частям от переданного импульса. Такая зависимость возникает в имеющихся в настоящее время решениях фазового анализа  $NN$ -рассеяния, а ее учет оказывает существенное влияние на описание наблюдаемых в  $pA$ -рассеянии на основе ТМДР. Параметры нуклон-нуклонных амплитуд обычно находят из анализа экспериментальных данных по  $NN$ -рассеянию или из наилучшего согласия между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми в упругом  $NN$ -рассеянии.

При расчетах наблюдаемых в упругом  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеянии использовались различные наборы параметров нуклон-нуклонной амплитуды, полученные из результатов различных фазовых анализов. Для энергии налетающих протонов  $E_p = 800$  МэВ использовались наборы параметров, полученные в [147] из результатов фазового анализа [148, 149] (решения SP82 — набор № 1 и C800 — набор № 2) и приведенный в работе [106] набор параметров, который был получен из результатов фазового анализа [150] (набор № 3). Кроме того, также использовались наборы параметров, приведенные в [151]. Все наборы параметров нуклон-нуклонной амплитуды для энергии 800 МэВ приведены в табл. 4.

Отметим, что анализ экспериментальных данных по протон-ядерному рассеянию на основе ТМДР указывает на то, что наиболее чувствительными к выбору параметров  $NN$ -амплитуды являются области дифракционных минимумов в дифференциальных сечениях. В работах [152, 153] было показано, что на заполнение минимумов существенное влияние оказывает зависимость от переданного импульса отношения действительной и мнимой частей

Таблица 4. Параметры  $p$ - $N$ -амплитуды

Номер набора	$NN$	$g_c, \text{фм}^2$	$t_c, \text{фм}^4$	$a_c, \text{фм}^2$	$g_s, \text{фм}^3$	$t_s, \text{фм}^5$	$a_s, \text{фм}^2$
1	$pp$	$2,336 + i0,023$	$0,064 + i0,248$	0,199	$0,541 - i0,205$	$-0,0392$	0,053
	$pn$	$1,863 + i0,553$	$0,044 + i0,204$	0,202	$0,436 - i0,249$	$-0,0035$	0,137
2	$pp$	$2,313 + i0,040$	$0,092 + i0,303$	0,217	$0,518 - i0,210$	$-0,03$	0,078
	$pn$	$1,921 + i0,636$	$0,004 + i0,173$	0,196	$0,436 - i0,267$	$-i0,0014$	0,143
3	$pp$	$2,368 + i0,015$	$0,159 + i0,233$	$0,227 - i0,033$	$0,594 - i0,221$	0	$0,144 + i0,008$
	$pn$	$1,913 + i0,685$	$0,105 - i0,107$	$0,190 - i0,117$	$0,435 - i0,246$	0	$0,153 + i0,019$
4	$pp$	$2,354 + i0,069$	0	$0,174 - i0,105$	$0,561 - i0,221$	0	$0,143 + i0,032$
	$pn$	$1,908 + i0,670$	0	$0,175 - i0,072$	$0,458 - i0,256$	0	$0,150 + i0,012$

нуклон-нуклонной амплитуды. Однако следует учитывать, что решения фазового анализа дают неоднозначные значения параметров  $NN$ -амплитуды [131, 152]. Различный выбор параметров нуклон-нуклонной амплитуды оказывает также существенное влияние на поляризационные наблюдаемые в упругом и неупругом протон-ядерном рассеянии [131, 152–154]. При этом, однако, качественное поведение рассчитываемых наблюдаемых не нарушается, а изменение величин параметров  $NN$ -амплитуды сказывается лишь на поведении огибающей, высоте пиков и глубине дифракционных минимумов поляризаций и функций поворота спина для упругого и неупругого рассеяния протонов ядрами.

При рассмотрении упругого рассеяния протонов четно-четными ядрами обычно предполагается, что плотности распределения нейтронов и протонов в ядре одинаковы, т. е.  $\rho_n(r) = \rho_p(r) = \rho_0(r)$ , где  $\rho_n(r)$ ,  $\rho_p(r)$  — одночастичные плотности нейтронов и протонов, а  $\rho_0(r)$  — одночастичная плотность основного состояния ядра.

Для описания упругого рассеяния нуклонов средними и тяжелыми ядрами обычно в качестве  $\rho_0(r)$  выбирают двух-, трех- и т. д. параметрические фермиевские функции [133, 147]. В то же время при описании характеристик упругого рассеяния протонов более легкими ядрами ( $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$  и др.) чаще всего используется плотность, которая определяется из осцилляторной модели ядра [106, 133].

Одночастичную ядерную плотность  $\rho_0(r)$  также можно получить с помощью  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Действительно, выражение (21) дает плотность распределения заряда в ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . Чтобы получить одночастичную ядерную плотность  $\rho_0(r)$ , необходимо учесть тот факт, что нуклоны имеют конечные размеры. Предполагая, что среднеквадратичные радиусы протона и нейтрона совпадают, это можно приближенно сделать, заменяя в (21) величину  $\langle r^2 \rangle_\alpha$  на  $\langle r^2 \rangle_\alpha - \langle r^2 \rangle_p$ , где  $\langle r^2 \rangle_p = 0,814 \text{ фм}$  — среднеквадратичный радиус протона.

Используя приведенные выше соотношения, для профильной функции получаем [147]

$$\Omega(\mathbf{b}) = 1 - T_Z^{(+)}T_N^{(+)} - T_Z^{(-)}T_N^{(-)} - \left[ T_Z^{(+)}T_N^{(-)} + T_Z^{(-)}T_N^{(+)} \right] (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{B}), \quad (78)$$

$$T_Z^{(+)} = \frac{1}{2} \left[ \{1 - E_{cp}(\mathbf{b}) - E_{sp}(\mathbf{b})\}^Z + \{1 - E_{cp}(\mathbf{b}) + E_{sp}(\mathbf{b})\}^Z \right], \quad (79)$$

$$T_Z^{(-)} = \frac{1}{2} \left[ \{1 - E_{cp}(\mathbf{b}) - E_{sp}(\mathbf{b})\}^Z - \{1 - E_{cp}(\mathbf{b}) + E_{sp}(\mathbf{b})\}^Z \right], \quad (80)$$

где  $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{b}} \times \hat{\mathbf{k}}$ ,  $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{b}/b$ ,  $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$ . Выражение для функции  $[1 - E_n(\mathbf{b})]^N$  получается аналогично путем замены  $Z \rightarrow N$  и  $p \rightarrow n$ .

Подставляя (78) в (72) и выполняя интегрирование по углам, для амплитуды упругого рассеяния протонов ядрами имеем

$$F(\mathbf{q}) = \exp\left(\frac{q^2}{4\gamma A}\right) [F_C(\mathbf{q}) + F_S(\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})], \quad (81)$$

$$F_C(\mathbf{q}) = ik \int J_0(qb) \left[ 1 - T_Z^{(+)}T_N^{(+)} - T_Z^{(-)}T_N^{(-)} \right] bdb, \quad (82)$$

$$F_S(\mathbf{q}) = -ik \int J_1(qb) \left[ T_Z^{(+)}T_N^{(-)} + T_Z^{(-)}T_N^{(+)} \right] bdb. \quad (83)$$

На основе представленного подхода в [61, 62] были рассчитаны дифференциальное сечение  $\sigma(\theta) \equiv d\sigma/d\Omega$ , поляризация  $P(\theta)$  и функция поворота спина  $Q(\theta)$  для упругого рассеяния протонов ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  при энергии 800 МэВ. Результаты проведенных расчетов приведены на рис. 6, 7 (штриховые кривые).

Из рис. 6, 7 видно, что  $\alpha$ -кластерная модель с дисперсией позволяет лучше описать упругое рассеяние протонов промежуточных энергий ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ , чем модель ядра, в которой нуклон-нуклонные корреляции не учитываются (модель независимых нуклонов). Отмеченное различие особенно заметно в функции поворота спина  $Q(\theta)$ , где рассчитываемые величины различаются даже качественно. В дифференциальном сечении и поляризации протонов, упруго рассеянных ядрами  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ , указанные различия проявляются в области достаточно больших углов рассеяния ( $\theta \geq 25^\circ$ ), начиная со второго дифракционного максимума.

Такое расхождение между рассчитанными по модели независимых нуклонов и  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией наблюдаемыми может возникать по разным причинам. Так, например, при расчетах по модели независимых нуклонов использовалась одночастичная плотность, полученная из

$\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, которая может не совсем правильно описывать распределение нуклонов в ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . Как уже отмечалось, параметры нуклон-нуклонной амплитуды, определяемые из результатов фазовых анализов, содержат некоторые неоднозначности, что также может сказываться на поведении рассчитываемых величин.

С целью выявления влияния указанных приближений на поведение наблюдаемых в упругом  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеянии при энергии 800 МэВ в [61, 62] были проведены расчеты, в которых использовалась одночастичная плотность, найденная из безмодельного анализа [71]. Оказалось, что результаты этих расчетов мало отличаются от результатов таких же расчетов, проведенных с помощью одночастичной плотности, найденной из  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией [61, 62]. Полученные результаты могут свидетельствовать о том, что некоторые расхождения в используемых плотностях менее существенны, чем различия между рассмотренными подходами, т. е. выполнялись расчеты с учетом  $\alpha$ -кластеризации или без учета данных эффектов.

В [52] было показано, что одночастичная плотность, определяемая из  $\alpha$ -частичной модели жесткого треугольника (ядро  $^{12}\text{C}$ ), мало отличается от плотности, которая получается в оболочечной модели. Очевидно, что этот вывод будет справедлив и в случае, когда  $\Delta \neq 0$ . Поэтому нет оснований считать, что использование одночастичной осцилляторной плотности позволит лучше согласовать рассчитанные и измеренные поляризационные наблюдаемые в  $p$ - $^{12}\text{C}$ - и  $p$ - $^{16}\text{O}$ -рассеянии.

**2.3. Упругое рассеяние протонов ядрами  $^{20}\text{Ne}$ .** Кластерная структура проявляется не только в легких, но также в средних и тяжелых ядрах [53, 80–89, 93]. Одним из таких ядер является ядро  $^{20}\text{Ne}$ , которое в основном состоянии с большой вероятностью имеет структуру  $\alpha + ^{16}\text{O}$ . Рассмотрим упругое рассеяние протонов промежуточных энергий ядрами неона на основе ТМДР и  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией.

Амплитуда упругого рассеяния протонов ядрами  $^{20}\text{Ne}$  определяется формулой (58). Учитывая выражение (24) для многочастичной плотности ядра  $^{20}\text{Ne}$ , амплитуду  $F^{(\text{Ne})}(\mathbf{q})$  можно представить в виде

$$F^{(\text{Ne})}(\mathbf{q}) = F^{(\text{O})}(\mathbf{q}) + F^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}), \quad (84)$$

где  $F^{(\text{O})}(\mathbf{q})$  — амплитуда упругого рассеяния протонов  $\alpha$ -кластерами остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ), а в амплитуде  $F^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q})$  учтены слагаемые, которые соответствуют многократным столкновениям налетающего протона с  $\alpha$ -кластерами остова и дополнительным  $\alpha$ -кластером, входящим в состав ядра  $^{20}\text{Ne}$ .

Амплитуда  $F^{(\text{O})}(\mathbf{q})$  определяется соотношениями (60), (61), а

$$F^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) = F_1^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) - 4F_2^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) + \\ + 6F_3^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) - 4F_4^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) + F_5^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}). \quad (85)$$

В соответствии с изложенным выше подходом плотность  $\rho_{\Delta}(\xi, \eta, \zeta, \chi)$  основного состояния ядра  $^{20}\text{Ne}$  можно представить в виде (24), где плотность дополнительного  $\alpha$ -кластера определяется соотношением (25) либо (29).

Пусть в основном состоянии ядро  $^{20}\text{Ne}$  состоит из остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ) и дополнительного  $\alpha$ -кластера, который с наибольшей вероятностью находится внутри остова, т. е. совершает колебания относительно своего наиболее вероятного положения в центре масс остова.

Тогда после выполнения соответствующих интегрирований в (58) центральные части амплитуд одно-, двух-, трех-, четырех- и пятикратного рассеяния протона  $\alpha$ -кластерами остова и дополнительным  $\alpha$ -кластером, входящим в состав ядра  $^{20}\text{Ne}$ , можно представить в виде

$$F_i^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q}) = k \sum_{\{\alpha\}} C_{\{\alpha\}} \prod_{j=1}^i G_{c\{\alpha\}}^j \times \\ \times \exp[-\varphi_q q^2 - \varphi_d d^2] j_0 \left( qd \sqrt{\chi_1^2 + \frac{3}{4}\chi_2^2 + \frac{2}{3}\chi_3^2} \right), \quad (86)$$

где индекс  $i$  соответствует кратности амплитуды рассеяния, а набор индексов  $\{\alpha\} = \{j, k, l, m, n\}$  отвечает за выбор комбинаций и количество «элементарных»  $p$ - $\alpha$ -амплитуд, входящих в выражение (86).

Последнее утверждение следует пояснить подробнее. Поскольку рассматриваемая плотность ядра неона (24) несимметризована, т. е. неинвариантна относительно перестановки дополнительного  $\alpha$ -кластера с одним из  $\alpha$ -кластеров остова, дополнительный  $\alpha$ -кластер в рассматриваемом подходе является «выделенным». Наличие дополнительного кластера в выражении для плотности ядра  $^{20}\text{Ne}$  определяется вторым сомножителем в формуле (24). В амплитудах  $F_2^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q})$ ,  $F_3^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q})$ ,  $F_4^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q})$  и  $F_5^{(\text{O}\alpha)}(\mathbf{q})$  учитываются только те слагаемые, в которые обязательно входит амплитуда рассеяния протона этим дополнительным  $\alpha$ -кластером. При изучении упругого рассеяния протонов ядрами  $^{20}\text{Ne}$  структура и параметры «элементарной» амплитуды рассеяния  $\alpha$ -кластерами остова на дополнительном  $\alpha$ -кластере совпадают. Однако развитый подход может быть обобщен и на случай, когда амплитуда рассеяния налетающей частицы не совпадает с амплитудой рассеяния на структурных компонентах остова.

Аналогичные выражения для амплитуды рассеяния можно получить как для спин-орбитальной части  $p$ - $^{20}\text{Ne}$ -амплитуды, так и для случая, когда предполагается, что в основном состоянии ядро  $^{20}\text{Ne}$  состоит из остова и дополнительного  $\alpha$ -кластера, который с наибольшей вероятностью располагается вне остова.

На рис. 8 представлены результаты расчетов, выполненных для упругого рассеяния протонов ядрами  $^{20}\text{Ne}$  [155, 156]. Сплошные и штриховые кри-

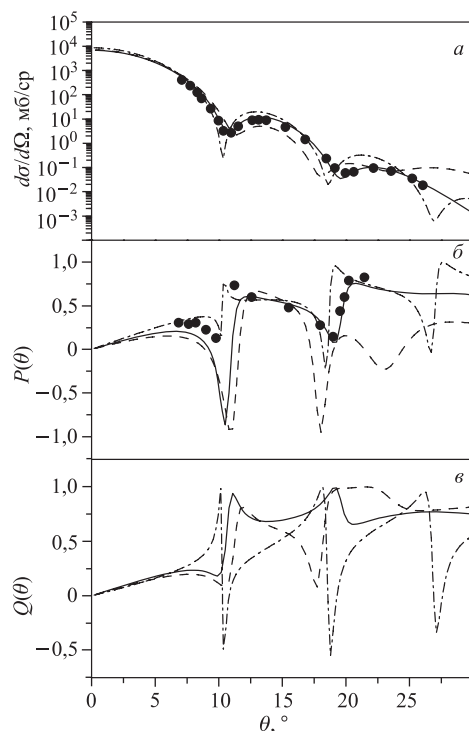


Рис. 8. Дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  (а), поляризация  $P(\theta)$  (б) и функция поворота спина  $Q(\theta)$  (в) для упругого  $p$ - $^{20}\text{Ne}$ -рассеяния как функции угла рассеяния при энергии 800 МэВ. Сплошные кривые рассчитаны с использованием многочастичной плотности ядра  $^{20}\text{Ne}$  в форме (24), (25), т. е. предполагалось, что ядро  $^{20}\text{Ne}$  состоит из остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ) и дополнительного  $\alpha$ -кластера, который с наибольшей вероятностью находится внутри остова. Штриховые кривые рассчитаны в предположении, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится вне остова (24), (29). Штрихпунктирные кривые рассчитаны с использованием модели независимых нуклонов. Экспериментальные данные из [157, 158]

вые на рис. 8 рассчитаны на основе ТМДР и  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Сплошные кривые представляют собой результаты расчетов, в которых использовалась многочастичная плотность ядра  $^{20}\text{Ne}$  в форме (24), (25), т. е. предполагалось, что ядро  $^{20}\text{Ne}$  состоит из остова (ядро  $^{16}\text{O}$ ) и дополнительного  $\alpha$ -кластера, который с наибольшей вероятностью находится внутри остова. Штриховые кривые на рис. 8 рассчитаны в предположении, что дополнительный  $\alpha$ -кластер с наибольшей вероятностью находится вне остова (формулы (24), (29) [96–98]). Штрихпунктирные кривые на рис. 8 рассчитаны с использованием модели независимых нуклонов (57), (71)–(83).

Проведенные расчеты показывают, что использованный подход позволяет описать имеющиеся экспериментальные данные [157, 158] без использования подгоночных параметров. Предположение об  $\alpha$ -кластерной структуре ядер  $^{20}\text{Ne}$  позволяет (в области применимости  $\alpha$ -кластерной модели  $q \leq 3 \text{ фм}^{-1}$ ) лучше описать данные по дифференциальным сечениям упругого рассеяния протонов с энергией 800 МэВ этими ядрами по сравнению с моделью независимых нуклонов. Описание поляризации  $P(\theta)$  для ядер мишени  $^{20}\text{Ne}$  является равноценным для обеих моделей, хотя при малых углах рассеяния модель независимых нуклонов выглядит предпочтительнее. При этом оказывается, что рассчитанные в модели независимых нуклонов функции поворота спина качественно отличаются от тех же величин, рассчитанных на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией, для случая упругого рассеяния протонов ядрами  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ , а также ядрами  $^{20}\text{Ne}$ .

Проблема учета корреляций при расчетах по ТМДР рассматривалась во многих работах (см., например, [131, 159] и ссылки там). В этих работах было показано, что результаты расчетов дифференциальных сечений, полученные без учета и с учетом корреляций, мало отличаются друг от друга. Это позволило авторам работы [131] сделать вывод о том, что эффекты нуклонных корреляций при рассеянии частиц промежуточных энергий ядрами относительно малы, так что поведение дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов ядрами в основном определяются одночастичными ядерными плотностями. Это утверждение, вообще говоря, не противоречит результатам, полученным на основе  $\alpha$ -кластерной модели. Действительно, рис. 6–8 показывают, что рассчитанные по модели независимых нуклонов и по  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией дифференциальные сечения мало различаются в области не слишком больших переданных импульсов. Различия между ними становятся заметными лишь в области третьего дифракционного максимума.

В то же время, как видно из рис. 6–8, влияние корреляций  $\alpha$ -кластерного типа наиболее существенно проявляется в поляризационных наблюдаемых упругого протон-ядерного рассеяния, особенно в функции поворота спина, которая оказывается более чувствительной к выбору модели ядра, чем дифференциальное сечение и поляризация (асимметрия). Поэтому измерение этой величины может дать ценные сведения о распределении плотности материи в ядрах.

Кроме того, сравнение рассчитанных и измеренных функций поворота спина может служить важным инструментом для более точного определения спин-орбитальной части «элементарной» амплитуды рассеяния (нуклон-нуклонной,  $p$ - $\alpha$  и т. д.).

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что расчеты в двух рассмотренных подходах ( $\alpha$ -кластерная модель с дисперсией и модель независимых нуклонов) свидетельствуют о наличии сильной кластеризации  $\alpha$ -частичного типа в ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  и  $^{20}\text{Ne}$ . Учет такой кластеризации за-

метно улучшает согласие рассчитанных и измеренных наблюдаемых в упругом рассеянии протонов промежуточных энергий этими ядрами по сравнению с расчетами без учета нуклонных корреляций  $\alpha$ -кластерного типа и корреляций между кластерами. Кроме того,  $p$ - $\alpha$ -амплитуда, используемая при расчетах по  $\alpha$ -кластерной модели, автоматически учитывает различные многочастичные процессы взаимодействия протонов с нуклонами ядра, входящими в  $\alpha$ -кластер. Она также содержит учет усредненных эффектов, связанных с зависимостью взаимодействия от спинов нуклонов в  $\alpha$ -кластере, а также учет эффектов связи и ферми-движения. В некоторой степени такая амплитуда рассеяния учитывает и неэikonальные эффекты при рассеянии на нуклонах ядра, которые могут сказываться на описании наблюдаемых при рассматриваемых энергиях.

**2.4. Поляризационные явления в упругом рассеянии протонов ядрами  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ .** Успехи ТМДР в описании процессов взаимодействия адронов промежуточных энергий с четно-четными атомными ядрами хорошо известны и обсуждались во многих работах. Однако многие легкие ядра не являются четно-четными. Структура и свойства таких ядер также интенсивно изучаются на протяжении многих лет (см., например, [118, 160, 161] и ссылки там же). В настоящее время имеются экспериментальные данные [162–166] для поляризационных наблюдаемых в упругом рассеянии нуклонов нечетными ядрами, в частности, протонов ядрами  $^{13}\text{C}$ , обладающими спином  $1/2$ . Поляризационные явления в этом случае разнообразнее и сложнее, чем при рассеянии частиц бесспиновыми ядрами. Это позволяет получить большую информацию о структуре ядер, характере и интенсивности спин-орбитального и спин-спинового взаимодействий.

Теоретический анализ упругого рассеяния протонов поляризованными ядрами, обладающими в основном состоянии ненулевым спином, является важным тестом для изучения динамики рассеяния, структуры ядер и нуклон-нуклонного взаимодействия, так как в этом случае поведение спиновых наблюдаемых определяется достаточно сложной интерференцией между элементарными амплитудами рассеяния.

Как отмечалось выше, для полного описания упругого рассеяния протонов ядрами со спином, равным нулю, необходимо измерение трех независимых наблюдаемых [133]. В случае рассеяния частиц, каждая из которых обладает спином  $1/2$ , для полного описания упругого рассеяния необходимо измерение не менее одиннадцати независимых наблюдаемых [106]. Поэтому для теоретического исследования экспериментальных данных по рассеянию двух частиц со спином  $1/2$  важен правильный выбор модели ядра-мишени и параметров «элементарной» амплитуды взаимодействия налетающей частицы со структурными компонентами ядра (например, нуклон-нуклонной или нуклон-кластерной амплитуды).



Для описания упругого рассеяния протонов ядрами  $^{13}\text{C}$  применялись различные подходы. Так, например, в [167] для изучения таких процессов использовалось нерелятивистское импульсное приближение с «эффективной» нуклон-нуклонной амплитудой. В работах [162, 168–171] применялось релятивистское импульсное приближение и релятивистский метод искаженных волн, а используемый оптический потенциал определялся из упругого  $p$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния и затем применялся для описания  $p$ - $^{13}\text{C}$ -рассеяния. Однако, как отмечают сами авторы работы [168], точность использованных ими для расчетов приближений (в частности, плосковолнового борновского приближения) недостаточна и требуется усовершенствование применяемого подхода. Кроме того, результаты проведенных в [168] расчетов не сравнивались с имеющимися в то время экспериментальными данными.

Дальнейшее развитие этого подхода было выполнено в работе [169], в которой для нахождения амплитуды упругого  $p$ - $^{13}\text{C}$ -рассеяния было использовано борновское приближение с искаженными волнами. Результаты рассчитанных в работе [169] дифференциального сечения и асимметрии протонов при энергии 550 МэВ согласуются с экспериментальными данными. Заметим, что в работах [162, 168–171] параметры нуклон-нуклонной амплитуды рассматривались как подгоночные.

В [172] наблюдаемые в упругом  $p$ - $^{13}\text{C}$ -рассеянии были рассчитаны с помощью решения уравнения Липпмана–Швингера. Рассчитанные в таком подходе наблюдаемые характеристики рассеяния качественно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Рассмотрим упругое рассеяние протонов промежуточных энергий ядрами  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  на основе ТМДР и  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией. Амплитуду упругого рассеяния протонов ядрами  $^{13}\text{C}$  ( $^{13}\text{N}$ ) представим в виде (57). Тогда в этой формуле  $f_j(\mathbf{q})$  — «элементарные» амплитуды взаимодействия протонов с кластерами ядра-мишени. Следует заметить, что в таком подходе в качестве кластера рассматривается как  $\alpha$ -частица, так и дополнительный нуклон, входящий в состав ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$ . Таким образом,  $f_j(\mathbf{q})$  представляют собой амплитуды рассеяния налетающего протона  $\alpha$ -кластерами ядра-мишени  $f_\alpha(\mathbf{q})$  (64)–(66) или нуклон-нуклонную амплитуду  $f_{NN}(\mathbf{q})$ .

Как отмечалось выше, в наиболее общем виде нуклон-нуклонная амплитуда  $f_{NN}(\mathbf{q})$  содержит пять независимых инвариантных комплексных слагаемых с различной спиновой структурой. Учитывая инвариантность амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния относительно пространственных вращений и отражений в пространстве и времени, представим амплитуду  $f_{NN}(\mathbf{q})$  в таком виде [151, 173]:

$$f_{NN}(\mathbf{q}) = f_1(\mathbf{q}) + qf_2(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{n} + \sigma_1\mathbf{n}) + f_3(\mathbf{q})(\sigma_0\sigma_1) + \\ + f_4(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{q})(\sigma_1\mathbf{q}) + f_5(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{p})(\sigma_1\mathbf{p}), \quad (87)$$

где  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  — операторы спина налетающего протона и дополнительного нуклона ядра-мишени соответственно. В этой формуле векторы  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{p}$  и  $-\mathbf{q}/|\mathbf{q}|$  определяются соотношениями:  $\mathbf{n} = [\mathbf{k}, \mathbf{k}']/|\mathbf{k}, \mathbf{k}'|$ ,  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ ,  $\mathbf{p} = (\mathbf{k} + \mathbf{k}')/|\mathbf{k} + \mathbf{k}'|$ , где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  — волновые векторы налетающего и рассеянного протона. Векторы  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{p}$  и  $-\mathbf{q}/|\mathbf{q}|$  образуют правую тройку ортонормированных векторов.

Пренебрегая изоспиновой частью нуклон-нуклонного взаимодействия, амплитуды  $f_j(\mathbf{q})$  выберем в форме

$$f_i(\mathbf{q}) = kH_i \exp(-\gamma_i q^2), \quad 1 \leq i \leq 5. \quad (88)$$

В табл. 5 приведены численные значения параметров, входящих в выражение (88). Эти значения параметров нуклон-нуклонной амплитуды были получены в [106] из анализа фазовых данных [150] при энергиях 547 и 800 МэВ.

Таблица 5. Параметры нуклон-нуклонной амплитуды

Параметры	$E_p$ , МэВ			
	547		800	
	$pp$	$pn$	$pp$	$pn$
$H_1, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$3,49 - i1,32$	$3,40 + i0,57$	$4,84 + i0,03$	$3,91 + i1,40$
$\gamma_1, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$5,84 - i0,65$	$5,42 - i7,13$	$5,82 - i0,85$	$4,87 - i3,0$
$H_2, (\text{ГэВ}/c)^{-3}$	$-1,06 - i6,91$	$-2,25 - i6,53$	$-2,29 - i6,15$	$-2,55 - i4,51$
$\gamma_2, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$3,09 + i0,47$	$4,96 + i0,25$	$3,70 + i0,19$	$3,93 + i0,47$
$H_3, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$-0,49 + i1,07$	$-0,55 - i0,99$	$-0,25 + i0,71$	$0 - i0,69$
$\gamma_3, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$3,49 - i0,56$	$5,86 - i0,05$	$3,92 - i0,82$	$2,05 + i1,68$
$H_4, (\text{ГэВ}/c)^{-4}$	$-1,45 - i30,01$	$1,59 + i28,74$	$-4,53 - i16,87$	$-1,73 + i6,87$
$\gamma_4, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$9,67 + i0,81$	$5,54 - i0,19$	$5,71 + i1,95$	$2,84 - i1,08$
$H_5, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$0,99 - i0,04$	$0,54 + i0,60$	$1,07 - i0,33$	$0,29 + i0,73$
$\gamma_5, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	$7,07 + i0,61$	$4,91 + i0,60$	$3,52 - i1,68$	$3,65 + i1,87$

Входящая в (58) многочастичная плотность  $\rho^{(13\text{C}, 13\text{N})}(\xi, \eta, \chi)$  для ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  определяется выражениями (34), (35). Используемые при расчетах наблюдаемых характеристик  $p$ - $^{13}\text{C}$ - и  $p$ - $^{13}\text{N}$ -рассеяния параметры плотностей ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  приведены в табл. 2.

Используя для плотностей ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  выражения (34), (35), амплитуду упругого рассеяния протонов ядрами  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  представим в виде

$$F^{(13\text{C}, 13\text{N})}(\mathbf{q}) = F^{(12\text{C})}(\mathbf{q}) + \tilde{F}(\mathbf{q}), \quad (89)$$

где  $F^{(12\text{C})}(\mathbf{q})$  — амплитуда упругого рассеяния протонов  $\alpha$ -кластерами остова (ядро  $^{12}\text{C}$ ) [59], а дополнительное слагаемое (амплитуда  $\tilde{F}(\mathbf{q})$  [104, 105]) отвечает за взаимодействие налетающего протона с  $\alpha$ -кластерами остова и дополнительным нуклоном ядра-мишени.

Воспользовавшись для амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния выражением (87), амплитуду  $F^{(^{13}\text{C}, ^{13}\text{N})}(\mathbf{q})$  представим в виде

$$F(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q}) + E(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{n}) + M(\mathbf{q})(\sigma_1\mathbf{n}) + B(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{n})(\sigma_1\mathbf{n}) + \\ + C(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{q})(\sigma_1\mathbf{q}) + D(\mathbf{q})(\sigma_0\mathbf{p})(\sigma_1\mathbf{p}). \quad (90)$$

В настоящее время наиболее полное экспериментальное измерение поляризационных наблюдаемых для таких процессов проведено для упругого  $p-^{13}\text{C}$ -рассеяния при энергии 500 МэВ [162–166], где были измерены следующие наблюдаемые как функции угла рассеяния  $\theta$ : дифференциальное сечение  $\sigma(\theta) \equiv d\sigma/d\Omega$  (мб/ср), поляризация (асимметрия)  $P(\theta)$ , параметры деполаризации  $D_{LS}(\theta)$ ,  $D_{SS}(\theta)$ ,  $D_{NN}(\theta)$ , анализирующие способности  $A_{000N}(\theta)$  и  $A_{00NN}(\theta)$ . Эти величины связаны с амплитудами  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$ ,  $C(\theta)$ ,  $D(\theta)$ ,  $E(\theta)$  и  $M(\theta)$  следующими соотношениями [168]:

$$\sigma(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2 + |C(\theta)|^2 + |D(\theta)|^2 + |E(\theta)|^2 + |M(\theta)|^2, \quad (91)$$

$$\sigma(\theta)P(\theta) = 2\text{Re}(A^*(\theta)E(\theta) + B^*(\theta)M(\theta)), \quad (92)$$

$$\sigma(\theta)D_{LS}(\theta) = 2\text{Re}(A^*(\theta)E(\theta) - B^*(\theta)M(\theta)), \quad (93)$$

$$\sigma(\theta)D_{SS}(\theta) = |A(\theta)|^2 - |B(\theta)|^2 + |C(\theta)|^2 - |D(\theta)|^2 - |E(\theta)|^2 + |M(\theta)|^2, \quad (94)$$

$$\sigma(\theta)D_{NN}(\theta) = |A(\theta)|^2 + |B(\theta)|^2 - |C(\theta)|^2 - |D(\theta)|^2 + |E(\theta)|^2 + |M(\theta)|^2, \quad (95)$$

$$\sigma(\theta)A_{000N}(\theta) = 2\text{Re}(A^*(\theta)M(\theta) + B^*(\theta)E(\theta)), \quad (96)$$

$$\sigma(\theta)A_{00NN}(\theta) = 2\text{Re}(A^*(\theta)B(\theta) - C^*(\theta)D(\theta) + E^*(\theta)M(\theta)). \quad (97)$$

В [168] были рассчитаны дифференциальные сечения и указанные поляризационные характеристики для упругого  $p-^{13}\text{C}$ - и  $p-^{13}\text{N}$ -рассеяния при энергиях 500, 547 и 800 МэВ. Результаты проведенных расчетов для энергии 500 МэВ вместе с экспериментальными данными из работ [162–166] представлены на рис. 9.

Следует отметить, что приведенные на этом рисунке наблюдаемые характеристики упругого рассеяния были рассчитаны без использования каких-либо дополнительных подгоночных параметров, а при расчетах наблюдаемых для упругого рассеяния протонов ядрами  $^{13}\text{C}$  использовалось то же значение параметра  $\lambda$ , что и для ядра  $^{13}\text{N}$  (см. табл. 2).

Из рис. 9 видно, что рассчитанные в таком подходе наблюдаемые для упругого  $p-^{13}\text{C}$ - и  $p-^{13}\text{N}$ -рассеяния при энергии 500 МэВ в целом согласуются с имеющимися экспериментальными данными и мало различаются. Основные различия в поведении рассчитанных характеристик рассеяния наблюдаются для анализирующей способности  $A_{000N}(\theta)$ , для которой в области первого максимума они являются качественными. Заметим, что аналогичное

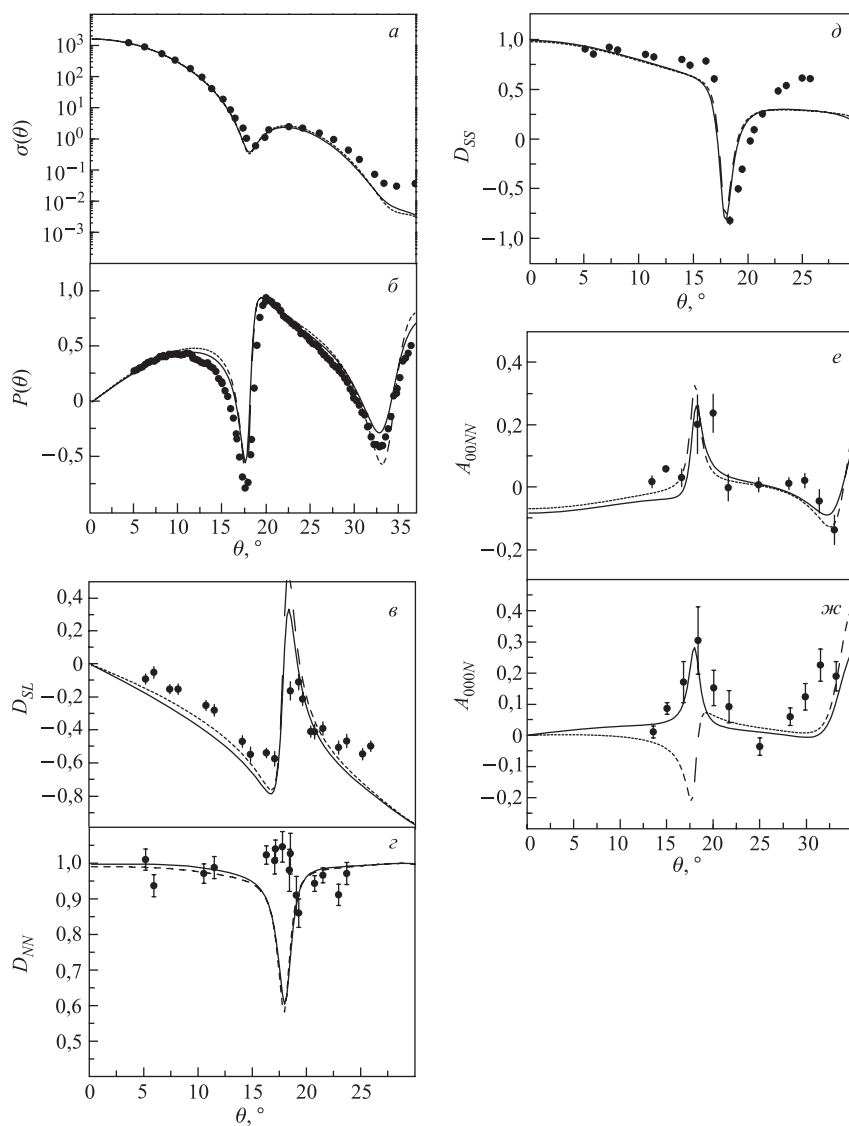


Рис. 9. Дифференциальные сечения и поляризационные характеристики для упругого  $p-^{13}\text{C}$  (сплошные кривые) и  $p-^{13}\text{N}$  (пунктирные кривые) рассеяния при энергии 500 МэВ вместе с экспериментальными данными из [162–166]

поведение рассчитанных и измеренных характеристик рассеяния наблюдается и для других энергий (550 и 800 МэВ).

Приведенные результаты показывают, что в ядрах  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  заметно проявляется кластерная структура. Модель, в которой ядра  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  состоят из деформированного остова (ядро  $^{13}\text{C}$ ) и дополнительного нуклона, расположенного с наибольшей вероятностью внутри остова, позволяет описать имеющиеся экспериментальные данные без подгоночных параметров.

Следует отметить, что при расчетах наблюдаемых в упругом  $p$ - $^{13}\text{C}$ - и  $p$ - $^{13}\text{N}$ -рассеянии в данном подходе использовались феноменологические плотности ядер. Аналогичную конфигурацию расположения кластеров для определения плотностей указанных ядер можно получить из расчетов, основанных на использовании микроскопических кластерных моделей. Так, например, в [94] при изучении структурных особенностей ядер  $^{13}\text{C}$  использовалась мультикластерная модель, в которой три  $\alpha$ -кластера, входящих в состав этого ядра, с наибольшей вероятностью располагались в вершинах равностороннего треугольника, а дополнительный нуклон находился в вершине образующегося при этом тетраэдра. Полученные в данной работе результаты свидетельствуют о том, что использование такого подхода позволяет лучше описать спектроскопические характеристики ядер  $^{13}\text{C}$ , чем это удастся сделать в обычной оболочечной модели.

**2.5. Упругое рассеяние протонов ядрами  $^9\text{Be}$ .** Еще одним легким ядром с отличным от нуля спином, которое представляет интерес с точки зрения теоретического анализа поляризационных явлений в упругом рассеянии протонов промежуточных энергий, является ядро  $^9\text{Be}$ , которое также должно иметь высокую степень кластеризации. Об этом свидетельствуют его малая энергия связи для расщепления на две  $\alpha$ -частицы и нейтрон и большой квадрупольный момент. Spin этого ядра в основном состоянии равен  $3/2$ .

Свойства данного ядра хорошо изучены экспериментально [174]. Известен спектр его низколежащих энергетических состояний и другие его спектроскопические характеристики. Кроме того, хорошо известно, что ядро  $^9\text{Be}$  в модели  $\alpha$ - $\alpha$ - $n$  является типичным примером боромеевского ядра, в котором никакие две бинарные подсистемы не имеют связанных состояний.

Для изучения поляризационных явлений в упругом и неупругом рассеянии протонов ядрами со спином, отличным от 0 и  $1/2$ , использовались различные подходы. Так, например, в [175–178] для описания таких процессов применялись оптическая модель, метод искаженных волн и метод связанных каналов. Рассчитанные на основе таких подходов дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов ядрами согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

В то же время поляризация (анализирующая способность) и дифференциальные сечения неупругого рассеяния, рассчитанные по оптической модели, имели не совсем правильное поведение и плохо описывали имеющиеся экспериментальные данные. Те же величины, рассчитанные в методе связанных каналов, лучше согласовывались с экспериментальными данными, однако при

описании наблюдаемых характеристик рассеяния возникала неоднозначность выбора потенциала. Иными словами, использование одних потенциалов приводило к улучшению согласия между рассчитанными и измеренными дифференциальными сечениями упругого рассеяния, ухудшая при этом согласие между этими сечениями неупругого рассеяния и анализирующими способностями для упругого рассеяния, а использование иных потенциалов приводило к ухудшению согласия между рассчитанными и измеренными дифференциальными сечениями упругого рассеяния и улучшению согласия между сечениями неупругого рассеяния и анализирующими способностями для упругого рассеяния.

В [179–181] наблюдаемые характеристики в упругом рассеянии протонов ядрами  ${}^9\text{Be}$  изучались на основе ТМДР. Рассчитанные в [181] с учетом квадрупольной деформации ядра дифференциальные сечения упругого  $p$ - ${}^9\text{Be}$ -рассеяния согласуются с экспериментальными данными.

Для описания дифференциальных сечений и анализирующих способностей в упругом рассеянии протонов ядрами  ${}^9\text{Be}$  в [179, 180] применялась ТМДР с волновыми функциями, рассчитанными в  $2\alpha$ - $n$ -модели. В таком подходе волновые функции основного состояния ядра  ${}^9\text{Be}$  представлялись в виде разложения по гауссовским функциям. Рассчитанные дифференциальные сечения и анализирующие способности для упругого рассеяния протонов ядрами  ${}^9\text{Be}$  при энергиях 220 и 1000 МэВ также согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Учитывая тот факт, что в ядрах  ${}^9\text{Be}$  заметно проявляется кластерная структура, интересно рассмотреть упругое рассеяние протонов промежуточных энергий этими ядрами на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией и ТМДР. Подчеркнем, что в  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией ядро  ${}^9\text{Be}$  состоит из двух  $\alpha$ -кластеров и нейтрона. При расчетах используются две возможные конфигурации рассматриваемого ядра:

— остов (ядро  ${}^8\text{Be}$ ) и дополнительный кластер (нейтрон), который с наибольшей вероятностью совершает колебания относительно центра масс остова (модель гантели, ф-лы (41)–(45) [113]);

— два  $\alpha$ -кластера и нейтрон, которые с наибольшей вероятностью располагаются в вершинах равнобедренного треугольника (модель бумеранга, ф-лы (49)–(51) [117]).

Заметим, что в модели бумеранга учитывается возможность смещения  $\alpha$ -кластеров и нейтрона из своих наиболее вероятных положений равновесия в вершинах треугольника.

Используя рассмотренный выше подход, амплитуду упругого рассеяния протонов ядрами  ${}^9\text{Be}$  представим в виде (57). В модели гантели эта амплитуда будет иметь вид, аналогичный (89), а в модели бумеранга — аналогичный (58). Окончательное выражение для амплитуды  $p$ - ${}^9\text{Be}$ -рассеяния в обеих моделях имеет форму (90).

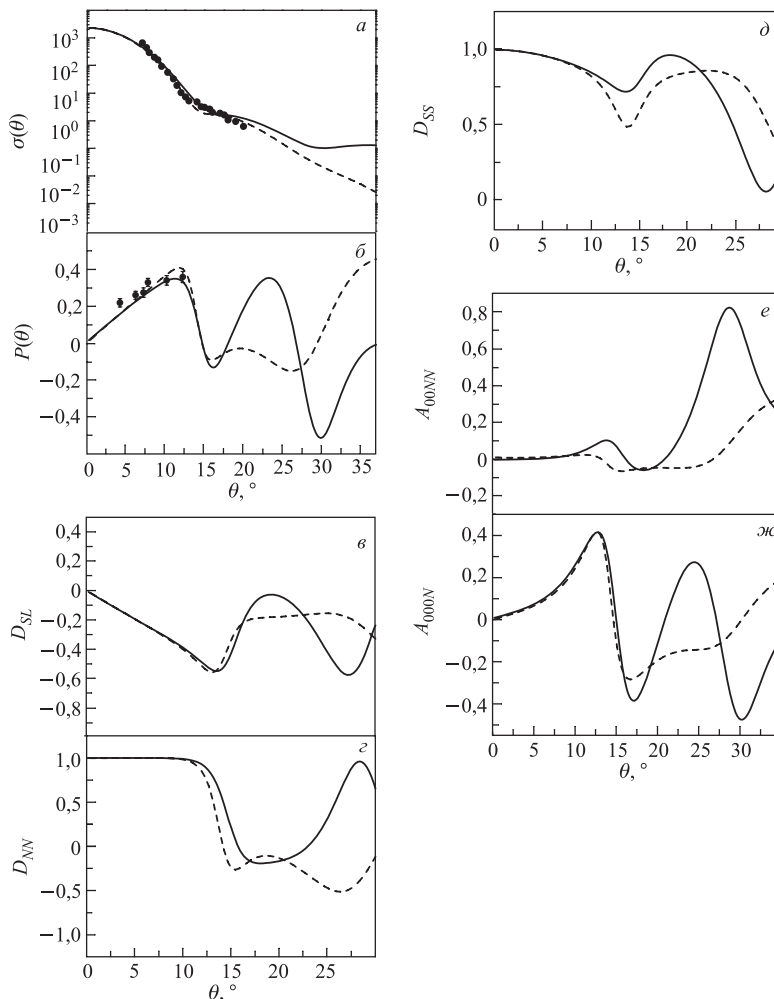


Рис. 10. То же, что на рис. 9, для  $p$ - $^9\text{Be}$ -рассеяния при энергии 1000 МэВ. Сплошные кривые рассчитаны в модели бумеранга, а штриховые — в модели гантели. Экспериментальные данные из [181, 182]

На рис. 10 представлены результаты расчетов тех же наблюдаемых характеристик, что и для  $p$ - $^{13}\text{C}$ -рассеяния (см. ф-лы (91)–(97)) вместе с экспериментальными данными из [115, 182]. Сплошные кривые на этих рисунках рассчитаны в модели бумеранга, а штриховые — в модели гантели.

Из рис. 10 видно, что наблюдаемые характеристики рассеяния, рассчитанные в описанных выше подходах, согласуются с имеющимися экспери-

ментальными данными. Заметные количественные различия в поведении наблюдаемых, рассчитанных в модели гантели и в модели бумеранга, проявляются, начиная с области углов рассеяния  $\theta \geq 15^\circ$ . При этом рассчитанные в этих моделях анализирующие способности  $A_{00NN}(\theta)$  различаются качественно, как это было и в случае  $p$ - $^{13}\text{C}$ -рассеяния.

Как отмечалось выше, в [179, 180] упругое  $p$ - $^9\text{Be}$ -рассеяние изучалось на основе ТМДР с волновыми функциями, рассчитанными в  $2\alpha$ - $n$ -модели. В этих работах исследовалось дифференциальное сечение и анализирующая способность для упругого  $p$ - $^9\text{Be}$ -рассеяния в области небольших переданных импульсов ( $\theta \leq 15^\circ$ ). Однако проведенные в настоящей работе расчеты показывают, что различия в поведении наблюдаемых, рассчитанных с различными волновыми функциями (плотностями) ядра-мишени, проявляются в области больших переданных импульсов.

Кроме того, поведение анализирующей способности и особенно дифференциального сечения для упругого рассеяния частиц промежуточных энергий легкими ядрами в области малых углов рассеяния слабо зависит от выбора модельной плотности ядра-мишени (см., например, [61, 62]). Более чувствительными к выбору модельной плотности ядра-мишени и параметров элементарной амплитуды являются другие поляризационные наблюдаемые [61, 62, 104, 105].

В связи с этим представляется затруднительным сравнить результаты приведенных расчетов с результатами подобных расчетов работ [179, 180]. При этом практически не вызывает сомнения тот факт, что  $2\alpha$ - $n$ -мода является доминирующей в волновой функции ядра  $^9\text{Be}$ . Поэтому дальнейшее теоретическое и экспериментальное изучение взаимодействия частиц промежуточных энергий с легкими ядрами, в которых имеется один или несколько неспаренных нуклонов, позволит получить более подробную информацию как о структуре этих ядер, так и о свойствах нуклон-нуклонного взаимодействия.

### 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛЕГКИХ ЯДЕР С ЯДРАМИ В АЛЬФА-КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

Упругое и неупругое рассеяние, реакции срыва и подхвата, а также реакции перезарядки и другие процессы, которые наблюдаются при взаимодействии легких и средних ионов с ядрами при относительно небольших энергиях налетающих частиц, обычно изучаются на основе оптической и дифракционной моделей, метода искаженных волн или метода связанных каналов (см., например, [130, 183–187] и ссылки там же). Их изучение является источником важной информации о свойствах ядер.

В области промежуточных энергий взаимодействие легких ионов с ядрами может быть удовлетворительно описано с помощью ТМДР, в которой учи-



тываются внутренние степени свободы сталкивающихся ядер [188–190]. В таком подходе амплитуда ядро-ядерного рассеяния определяется волновыми функциями начального и конечного состояний сталкивающихся ядер, а также амплитудами взаимодействия структурных компонентов этих ядер.

Обычно в ТМДР предполагается, что амплитуды взаимодействия нуклонов, входящих в состав налетающего ядра, с нуклонами ядра-мишени такие же, как и в случае столкновения свободных нуклонов. Однако в случае рассеяния сложных ядер данное предположение не является достаточно обоснованным. Действительно, при взаимодействии сложных частиц коррелированные в налетающей частице нуклоны, попадая в ядерную среду, испытывают взаимодействие с отдельными нуклонами ядра, обусловленное всеми нуклонами, образующими ядро-мишень. Наличие принципа Паули, оболочечных и других корреляционных эффектов искажает взаимодействие структурных компонентов налетающей частицы со структурными компонентами ядра-мишени по сравнению с взаимодействием этих же свободных частиц.

Для изучения таких процессов в работах [191, 192] рассматривалось упругое рассеяние  $\alpha$ -частиц различными ядрами. При этом применялась оптическая модель с эффективной  $n$ - $\alpha$ -амплитудой. В работах [193, 194] дифференциальные сечения упругого и неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц различными ядрами изучались с помощью оптического предела ТМДР, а в работе [195] — с использованием адиабатического приближения для  $S$ -матрицы. Для описания наблюдаемых характеристик рассеяния  $\alpha$ -частиц ядрами в работах [196–198] использовались свободные нуклон-нуклонные амплитуды и выполнялось суммирование полного ряда ТМДР, а в работах [199, 200] применялись «эффективные» профильные функции, параметры которых определялись из фитирования имеющихся экспериментальных данных по упругому рассеянию нуклонов ядрами  $^{12}\text{C}$ .

Следует заметить, что в большинстве указанных работ авторам удалось описать имеющиеся экспериментальные данные по упругому  $\alpha$ - $^{12}\text{C}$ -рассеянию только в области первого дифракционного максимума сечения. При этом согласие между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми для упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц более тяжелыми ядрами ( $^{40,42,44,48}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ) оказалось значительно лучше.

Отметим также, что использование «эффективных»  $\alpha$ - $\alpha$ - и  $d$ - $\alpha$ -амплитуд позволило удовлетворительно описать всю совокупность имеющихся экспериментальных данных по  $d$ - $^{12}\text{C}$ - и  $\alpha$ - $^{12}\text{C}$ -рассеянию в области промежуточных энергий [201–203].

Большой интерес вызывает исследование взаимодействия легких частиц с энергией порядка 100 МэВ/нуклон с атомными ядрами (см., например, [204, 205] и ссылки там же). В этих работах с помощью ТМДР и модели независимых нуклонов удалось описать имеющиеся экспериментальные данные (полное сечение, сечения реакций и др.) для рассеяния ядер  $^6\text{He}$ ,  $^9,^{11}\text{Li}$  и др.

различными ядрами. К сожалению, экспериментальные данные, касающиеся этих процессов, достаточно скудные. Так, например, экспериментальные измерения дифференциальных сечений в области указанных энергий для этих ядер до настоящего времени не проводились. Поэтому исследование поведения каких-либо наблюдаемых характеристик взаимодействия слабосвязанных частиц с ядрами представляется важной задачей. С этой точки зрения изучение взаимодействия дейтронов промежуточных энергий с ядрами является идеальным тестом применимости различных теоретических моделей взаимодействия сложных частиц.

Как уже отмечалось, в области промежуточных энергий наблюдаемые характеристики упругого и неупругого рассеяния легких ионов с ядрами обычно изучаются с использованием ТМДР. При этом оказывается, что эти характеристики рассеяния при энергиях  $E \geq 100$  МэВ/нуклон не могут быть удовлетворительно описаны на основе ТМДР с обычно используемыми элементарными «свободными» нуклон-нуклонными амплитудами [189, 190]. Иными словами, сложные ядра меняют при рассеянии свои свойства, и «свободные» амплитуды должны быть заменены на «эффективные».

Несмотря на это при достаточно высоких энергиях часто оказывается, что взаимодействие налетающей частицы с нуклонами ядра-мишени не слишком отличается от взаимодействия свободных нуклонов. Иными словами, эффективное взаимодействие «связанных» нуклонов мало отличается от взаимодействия «свободных» нуклонов. Это прежде всего обусловлено тем, что энергия налетающей частицы намного превышает энергию Ферми для ядерных нуклонов.

При изучении взаимодействия сложных частиц с атомными ядрами можно воспользоваться дифракционной моделью, в которой предполагается, что амплитуды взаимодействия структурных компонентов налетающего ядра с ядром-мишенью известны. Такой подход обычно применяется для изучения характеристик рассеяния частиц, состоящих из двух кластеров, различными атомными ядрами.

Рассмотрим упругое рассеяние дейтронов ядрами  $^{12}\text{C}$ . Амплитуду упругого  $d-^{12}\text{C}$ -рассеяния представим в виде

$$F(\mathbf{q}) = \frac{k}{k_1} f_1(\mathbf{q}) S(\gamma_1 \mathbf{q}) + \frac{k}{k_2} f_2(\mathbf{q}) S(\gamma_2 \mathbf{q}) + \frac{ik}{2\pi k_1 k_2} \int d^2 q' f_1(\gamma_2 \mathbf{q} + \mathbf{q}') f_2(\gamma_1 \mathbf{q} - \mathbf{q}') S(\mathbf{q}'), \quad (98)$$

где  $k$  — волновой вектор налетающего ядра;  $k_i$  — волновые векторы кластеров, входящих в состав налетающего ядра ( $i = 1, 2$ ),  $\gamma_i = m_i / (m_i + m_j)$ ,  $m_i$  — массы кластеров ( $i, j = 1, 2$ );  $f_i(\mathbf{q})$  — амплитуды взаимодействия налетающих кластеров с ядром-мишенью.

Следует заметить, что амплитуды рассеяния  $f_i(\mathbf{q})$  в области высоких энергий являются в основном мнимыми. Поэтому третье слагаемое в (98), описывающее одновременное рассеяние нейтрона и протона ядром  $^{12}\text{C}$ , будет отрицательным и приведет к уменьшению амплитуды и дифференциального сечения упругого  $d$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния (эффект затмения) [132].

В формуле (98) структурный формфактор  $S(\mathbf{q})$  определяется соотношением

$$S(\mathbf{q}) = \int d^3r |\Psi_0(r)|^2 e^{-i\mathbf{q}\mathbf{s}}, \quad (99)$$

где  $\Psi_0(r)$  — волновая функция налетающей частицы;  $\mathbf{s}$  — проекция вектора  $\mathbf{r}$  на плоскость, перпендикулярную направлению падающего пучка.

Волновую функцию налетающей двухкластерной частицы можно представить в виде

$$\Psi_0(r) = \frac{N}{r} [\exp(-\alpha r) - \exp(-\beta r)], \quad (100)$$

где  $\alpha = 0,2314 \text{ фм}^{-1}$ ,  $\beta = 5,18\alpha$ ,  $N = \sqrt{2\alpha\beta(\alpha + \beta)}/\sqrt{4\pi(\alpha - \beta)}$ .

В этом случае структурный формфактор  $S(\mathbf{q})$  равен

$$S(\mathbf{q}) = \frac{2N^2}{q} \left[ \arctg\left(\frac{q}{2\alpha}\right) + \arctg\left(\frac{q}{2\beta}\right) - 2\arctg\left(\frac{q}{\alpha + \beta}\right) \right]. \quad (101)$$

Рассмотрим на основе такого подхода упругое рассеяние дейтронов с энергией 700 МэВ ядрами  $^{12}\text{C}$ . При этом для ядра  $^{12}\text{C}$  воспользуемся  $\alpha$ -кластерной моделью с дисперсией.

В этом случае амплитуды  $f_i(\mathbf{q})$  упругого рассеяния нуклонов  $\alpha$ -кластерами данного ядра могут быть определены соотношениями (58), (59), (61), в которых использовались элементарные  $n$ - $\alpha$ -амплитуды в форме (64)–(66) с параметрами, приведенными в табл. 3 для энергии 350 МэВ.

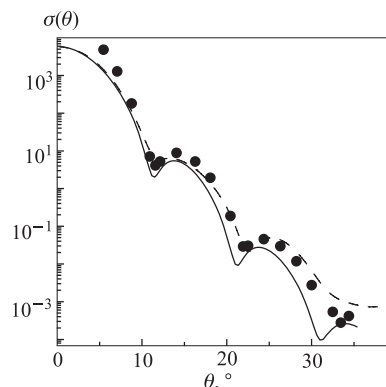
Результаты проведенных расчетов [206] дифференциального сечения  $\sigma(\theta) \equiv d\sigma/d\Omega$  (мб/ср) для упругого рассеяния дейтронов ядрами  $^{12}\text{C}$  [207] представлены на рис. 11 (сплошная кривая).

Пунктирная кривая на рис. 11 рассчитана в предположении о том, что налетающий дейтрон является «точечной» частицей, т. е. при расчетах использовалась «эффективная»  $d$ - $\alpha$ -амплитуда.

Из рис. 11 видно, что оба рассматриваемых подхода позволяют описать имеющиеся экспериментальные данные по  $d$ - $^{12}\text{C}$ -рассеянию при энергии 700 МэВ без введения подгоночных параметров.

Заметим, что «эффективная»  $d$ - $^{12}\text{C}$ -амплитуда, используемая при расчетах дифференциального сечения (рис. 11, штриховая кривая), автоматически учитывает эффекты воздействия ядерной среды на свойства налетающего

Рис. 11. Дифференциальное сечение  $\sigma(\theta) \equiv d\sigma/d\Omega$  для упругого рассеяния дейтронов с энергией 700 МэВ ядрами  $^{12}\text{C}$ . Сплошная кривая рассчитана на основе дифракционной модели (98)–(101), а штриховая — в предположении о том, что налетающий дейтрон является «точечной» частицей, т. е. при расчетах использовалась «эффективная»  $d$ - $\alpha$ -амплитуда. Экспериментальные данные из [207]



дейтрона. Как можно видеть из рис. 11, рассчитанное таким образом дифференциальное сечение немного лучше согласуется с имеющимися экспериментальными данными, чем та же наблюдаемая величина, рассчитанная на основе дифракционной модели (рис. 11, сплошная кривая, ф-лы (98)–(101)). По-видимому, это связано с тем, что в описанном варианте дифракционной модели «поляризуемость» налетающих дейтронов не учитывается. Заметим, что введение небольшого корректирующего фактора в структурный формфактор  $S(\mathbf{q})$  (101) (введение такого множителя соответствует феноменологическому учету «поляризуемости» налетающего дейтрона) позволяет значительно улучшить согласие между рассчитанным и измеренным дифференциальными сечениями и получить практически равноценное описание измеренной величины для обоих используемых подходов.

Отметим, что в [159] упругое рассеяние дейтронов с энергией 650 МэВ ядрами  $^{12}\text{C}$  также рассмотрено на основе ТМДР, где основное состояние ядра углерода описано на основе модели независимых нуклонов, а также простой  $\alpha$ -частичной модели. В качестве входных компонентов модели в [159] использовалась нуклон-нуклонная и дейтрон-протонная амплитуды, параметры которых определялись как из экспериментов по рассеянию свободных нуклонов при энергии 1,69 ГэВ/с, так и из сравнения рассчитанного и измеренного дифференциальных сечений  $d$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния. Полученные в [159] результаты плохо согласовались с имеющимися экспериментальными данными.

Дифракционная модель также применялась в [208] для описания упругого рассеяния дейтронов ядрами  $^{12}\text{C}$  при энергии 650 МэВ. При расчетах дифференциального сечения  $d$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния использовалась одночастичная плотность ядра  $^{12}\text{C}$ , а волновая функция налетающего дейтрона выбиралась в осцилляторной форме. В работе было показано, что такой подход позволяет описать имеющиеся экспериментальные данные лучше, чем в оптической модели. Однако имеющиеся на то время экспериментальные данные охватывали

интервал углов рассеяния  $\theta \leq 12^\circ$ . При этом согласие между рассчитанным в [208] и измеренным дифференциальным сечением  $d^{-12}\text{C}$ -рассеяния было заметно хуже аналогичных результатов, представленных на рис. 11 (сплошная кривая). По-видимому, это может быть связано с видом используемой в [208] волновой функции ядра  $^{12}\text{C}$ .

Отметим, что в изложенном подходе при учете кулоновского взаимодействия амплитуда рассеяния двухкластерного ядра логарифмически расходится в той части, которая учитывает двукратное рассеяние (третье слагаемое в (98)). Однако в области рассматриваемых энергий кулоновское взаимодействие оказывает незначительное влияние на величину дифференциального сечения. Поэтому в таком подходе оно не учитывается и соответственно указанные расходимости не возникают.

Представленный выше подход может быть обобщен на случай взаимодействия других ядер с ядрами  $^{12}\text{C}$ . Рассмотрим упругое рассеяние ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  ядрами углерода в дифракционной модели. Амплитуда упругого рассеяния этих ядер ядрами  $^{12}\text{C}$  имеет вид [209–211]:

$$F(\mathbf{q}) = 3F_1(\mathbf{q}) + 3F_2(\mathbf{q}) - F_3(\mathbf{q}), \quad (102)$$

$$F_1(\mathbf{q}) = \frac{k}{k_\alpha} f(\mathbf{q}) S_1(\mathbf{q}), \quad (103)$$

$$F_2(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi k_\alpha^2} \int d^2 q' f(\mathbf{q}') f(\mathbf{q} - \mathbf{q}') S_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}'), \quad (104)$$

$$F_3(\mathbf{q}) = \frac{k}{(2\pi)^2 k_\alpha^2} \int d^2 q' d^2 q'' f(\mathbf{q} - \mathbf{q}' - \mathbf{q}'') f(\mathbf{q}') f(\mathbf{q}'') S_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{q}''), \quad (105)$$

где  $F_1(\mathbf{q})$ ,  $F_2(\mathbf{q})$  и  $F_3(\mathbf{q})$  — одно-, двух- и трехкратные амплитуды рассеяния  $\alpha$ -кластеров налетающего ядра ядром-мишенью;  $f(\mathbf{q}) = f_{\text{C,O}}(\mathbf{q})$  — амплитуды упругого рассеяния  $\alpha$ -кластеров налетающего ядра  $\alpha$ -кластерами ядра-мишени;  $\mathbf{q}$  — переданный импульс  $\alpha$ -кластера налетающего ядра;  $\mathbf{k}$  — волновой вектор налетающего ядра;  $\mathbf{k}_\alpha$  — волновой вектор  $\alpha$ -кластера, входящего в состав налетающего ядра.

В этих формулах структурные формфакторы  $S_1(\mathbf{q})$ ,  $S_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}')$ ,  $S_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{q}'')$  определяются выражениями

$$S_1(\mathbf{q}) = \int d^3 \gamma_1 d^3 \gamma_2 \rho(\gamma_1, \gamma_2) e^{-i\frac{2}{3}\mathbf{q}\mathbf{w}}, \quad (106)$$

$$S_2(\mathbf{q}, \mathbf{q}') = \int d^3 \gamma_1 d^3 \gamma_2 \rho(\gamma_1, \gamma_2) e^{i\frac{1}{3}\mathbf{q}\mathbf{w} - \mathbf{q}_1 \mathbf{s}}, \quad (107)$$

$$S_3(\mathbf{q}, \mathbf{q}', \mathbf{q}'') = \int d^3 \gamma_1 d^3 \gamma_2 \rho(\gamma_1, \gamma_2) e^{-i\mathbf{q}_2 \mathbf{w} - \mathbf{q}_3 \mathbf{s}}, \quad (108)$$

где  $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$  — многочастичная плотность налетающего ядра;  $\gamma_1, \gamma_2$  — координаты Якоби  $\alpha$ -кластеров налетающего ядра;  $w, s$  — проекции векторов  $\gamma_1, \gamma_2$  на плоскость, перпендикулярную направлению падающего пучка;  $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}/2 - \mathbf{q}'$ ,  $\mathbf{q}_2 = 2\mathbf{q}/3 - \mathbf{q}' - \mathbf{q}''$ ,  $\mathbf{q}_3 = \mathbf{q}' - \mathbf{q}''$ .

В (106)–(108) плотность налетающего ядра  $\rho(\gamma_1, \gamma_2)$  эквивалентна плотности ядра  $^{12}\text{C}$  (9)–(11). Амплитуды упругого  $\alpha$ - $^{12}\text{C}$ - и  $\alpha$ - $^{16}\text{O}$ -рассеяния определяются соотношениями (58)–(61).

На основе такого подхода в [209–211] были рассчитаны дифференциальные сечения  $\sigma/\sigma_{\text{кул}}$  для упругого рассеяния ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  ядрами  $^{12}\text{C}$ . Здесь  $\sigma_{\text{кул}}$  — сечение кулоновского рассеяния. Результаты расчетов представлены на рис. 12.

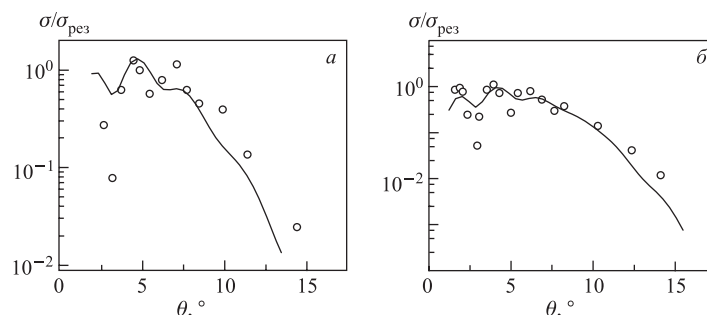


Рис. 12. Отношение  $\sigma/\sigma_{\text{рез}}$  дифференциальных сечений упругого рассеяния  $^{12}\text{C}$  (а) и  $^{16}\text{O}$  (б) ядрами  $^{12}\text{C}$  к резерфордским при энергиях 1016 и 1503 МэВ соответственно. Экспериментальные данные из работ [212, 213]

Дифференциальное сечение упругого  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния (рис. 12, а) было рассчитано с использованием «эффективной»  $\alpha$ - $\alpha$ -амплитуды, параметры которой определялись путем фитирования имеющихся экспериментальных данных. Полученный набор параметров «эффективной»  $\alpha$ - $\alpha$ -амплитуды был использован для описания дифференциального сечения упругого  $^{16}\text{O}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния (рис. 12, б), т. е. это дифференциальное сечение было рассчитано без каких-либо подгоночных параметров. Видно, что рассчитанные величины удовлетворительно согласуются с экспериментально измеренными в обоих случаях.

Имеющиеся различия между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми при углах рассеяния  $\theta \approx 3^\circ$  объясняются тем, что при рассматриваемых энергиях налетающих ядер поведение дифференциальных сечений в области первого дифракционного минимума определяется интерференцией ядерного и кулоновского взаимодействий, последнее из которых в данном подходе не учитывалось.

Из рис. 12 видно, что в области углов рассеяния  $\theta \geq 8^\circ$  имеются различия между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми. Такое поведение дифференциальных сечений, по-видимому, обусловлено тем, что используемая здесь  $\alpha$ -кластерная модель с дисперсией позволяет описать измеренные формфакторы ядер  $^{12}\text{C}$  до значений переданных импульсов  $q \leq 3 \text{ фм}^{-1}$ , т. е. использование данной модели в этой области переданных импульсов недостаточно хорошо обосновано.

Отметим, что попытка сделать параметры плотности налетающих ядер подгоночными не привела к заметным изменениям в поведении рассчитанных дифференциальных сечений, так как в данной модели эффекты деформации налетающих ядер автоматически учитываются в «эффективной»  $\alpha$ - $\alpha$ -амплитуде. Предложенная модель успешно применялась для изучения взаимодействия ядер углерода и кислорода с ядрами  $^{12}\text{C}$  при иных энергиях, а также для взаимодействия других ядер ( $^6\text{He}$  и  $^6\text{Li}$ ) с ядрами углерода.

Подобное согласие (см. рис. 12) между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми для  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния при энергии 2400 МэВ было получено в [198], где дифференциальное сечение упругого рассеяния ядер углерода при данной энергии было рассчитано на основе оптического предела ТМДР и «эффективной» амплитуды рассеяния нуклонов налетающего ядра ядром-мишенью. В этой работе плотность основного состояния ядра  $^{12}\text{C}$  аппроксимировалась суммой гауссовских функций. Однако, по-видимому, использование оптического предела ТМДР в данном случае недостаточно обосновано, поэтому полученная «эффективная» нуклон-ядерная амплитуда может быть недостаточно реалистичной.

В работах [193, 196, 197] упругое и неупругое рассеяние ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$  ядрами  $^{12}\text{C}$  в области промежуточных энергий также изучалось на основе ТМДР. Так, например, в [193] использовался оптический предел ТМДР и «элементарные» нуклон-нуклонные амплитуды рассеяния. Рассчитанные в данной работе дифференциальные сечения в целом согласовывались с имеющимися экспериментальными данными как для упругого, так и для неупругого  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния. При этом рассчитанные на основе ТМДР дифференциальные сечения для упругого рассеяния хуже согласовывались с экспериментальными данными при достаточно высоких энергиях, чем те же величины, полученные при использовании такого же подхода для неупругого рассеяния.

В работах [196, 197] при изучении упругого  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ - и  $^{16}\text{O}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния также использовался оптический предел ТМДР. При этом плотности основного состояния указанных ядер выбирались в виде произведения двух гауссовских функций, в которых феноменологически учитывалась кластерная структура сталкивающихся ядер.

Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что предложенная в [206] модель для изучения упругого рассеяния слабосвязанных частиц (дейтроны, ядра  $^6\text{He}$ ) ядрами  $^{12}\text{C}$  позволяет также удовлетворительно согласовать рас-

считанные и измеренные наблюдаемые для упругого рассеяния «сильносвязанных» легких  $\alpha$ -кластерных ядер ( $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ) ядрами углерода. Согласие между рассчитанными и измеренными дифференциальными сечениями упругого  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$ -рассеяния улучшается с ростом энергии налетающего ядра, так как при более высоких энергиях лучше выполняются условия применимости ТМДР. Результаты проведенных расчетов показывают, что достижение согласия между рассчитанными и измеренными наблюдаемыми при использовании данной модели основывается на использовании реалистических плотностей  $\alpha$ -кластерных ядер и реалистических «эффективных» элементарных амплитуд, которые автоматически учитывают эффекты изменения свойств налетающих ядер вследствие их «поляризуемости». Проведение экспериментальных исследований упругого рассеяния легких  $\alpha$ -кластерных ядер аналогичными ядрами при более высоких энергиях позволит получить более полную информацию как о структуре сталкивающихся ядер, так и о величине и характере взаимодействия структурных компонентов этих ядер внутри ядерной материи.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существование кластеров в легких и средних ядрах в настоящее время является хорошо установленным фактом. Такие кластеры в основном располагаются в поверхностной области ядер. Проблема кластеризации ядер, в частности, связана с проблемой устойчивости ядер, которая в условиях, например, роста поверхности по мере перехода к сверхтяжелым ядрам может повлиять на тенденцию к их стабилизации за счет кластеризации нуклонов на периферии.

Изложенное выше теоретическое рассмотрение  $\alpha$ -кластеризации в легких ядрах на основе  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией позволяет изучать поведение зарядовых формфакторов ядер, дифференциальных сечений и поляризационных наблюдаемых в упругом рассеянии частиц и легких ядер в области промежуточных энергий ядрами  $^9\text{Be}$ ,  $^{12,13}\text{C}$ ,  $^{13}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ , и его можно обобщить для других ядер, в которых проявляется  $\alpha$ -кластерная структура.

На основе такого подхода проанализировано большое количество экспериментального материала по упругому рассеянию частиц с энергиями от 200 до 1000 МэВ/нуклон, выполнено сравнение результатов проведенных расчетов с расчетами других авторов и сделаны выводы о некоторых различиях в поведении поляризационных наблюдаемых, предсказываемых с использованием  $\alpha$ -кластерной модели с дисперсией и на основе моделей без явного учета  $\alpha$ -кластеризации. Показано, что используемая здесь наглядная и физически прозрачная  $\alpha$ -кластерная модель с дисперсией зачастую позволяет лучше описать прецизионные поляризационные характеристики рассеяния, чем это удается сделать в современной многочастичной модели оболочек.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф.* Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М.: Наука, 1969.
2. *Wildermuth K. W., Tang Y. C.* A Unified Theory of the Nucleus. Braunschweig: Vieweg, 1977 (пер. на рус. яз.: *Вильдермут К., Тан Я.* Единая теория ядра. М.: Мир, 1980).
3. *Levin F. S.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 463. P. 487c.
4. *Немец О. Ф. и др.* Нуклонные ассоциации в атомных ядрах и ядерные реакции многонуклонных передач. Киев: Наук. думка, 1988.
5. *Hodgson P. E.* // Contemp. Phys. 1990. V. 31. P. 99.
6. *Horiuchi H.* // Nucl. Phys. A. 1991. V. 522. P. 257.
7. *Hodgson P. E.* // Contemp. Phys. 1994. V. 35. P. 329.
8. *Gridnev K. A. et al.* // Intern. J. Mod. Phys. E. 2005. V. 14. P. 635.
9. *Гриднев К. А., Торилов С. Ю.* // ЯФ. 2006. Т. 69. С. 1235.
10. *Brink D. M., Castro J. J.* // Nucl. Phys. A. 1973. V. 216. P. 109.
11. *Tohsaki-Suzuki A.* // Prog. Theor. Phys. 1989. V. 81. P. 370.
12. *Brink D. M., Boeker E.* // Nucl. Phys. A. 1967. V. 216. P. 109.
13. *Tohsaki A.* // Prog. Theor. Phys. 1992. V. 78. P. 1119.
14. *Kanellopoulos Th., Wildermuth K.* // Nucl. Phys. 1958. V. 7. P. 150.
15. *Kanellopoulos Th., Wildermuth K.* // Nucl. Phys. 1958/1959. V. 9. P. 449.
16. *Sheline R. K., Wildermuth K.* // Nucl. Phys. 1960. V. 21. P. 196.
17. *Brown G. E., Green A. M.* // Nucl. Phys. 1966. V. 75. P. 401.
18. *Arima A., Horiuchi H., Sebe T.* // Phys. Lett. B. 1967. V. 24. P. 129.
19. *Buck B., Dover C. B., Vary J. P.* // Phys. Rev. C. 1975. V. 11. P. 1803.
20. *Buck B., Merchant A. C.* // J. Phys. G. 1989. V. 15. P. 615.
21. *Buck B., Merchant A. C., Perez S. M.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 2247.
22. *Елдышев Ю. Н., Лукьянов В. К., Поль Ю. С.* // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 506.
23. *Burov V. V. et al.* JINR Preprint E4-8029. Dubna, 1972.
24. *Buck B., Merchant A. C., Perez S. M.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 559.
25. *Buck B. et al.* // Ibid. V. 52. P. 1840.
26. *Suzuki Y.* // Prog. Theor. Phys. 1976. V. 55. P. 1751.
27. *Suzuki Y.* // Ibid. V. 56. P. 111.
28. *Wada T., Horiuchi H.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2190.
29. *Fujiwara Y. et al.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1980. V. 68. P. 29.
30. *Kato K., Kazama H., Tanaka H.* // Prog. Theor. Phys. 1986. V. 76. P. 75.

31. *Descouvemont P., Baye D.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 475. P. 219.
32. *Merchant A. C.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 414.
33. *Yamaya T. et al.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 306. P. 1.
34. *Pal K. F., Lovas R. G.* // Phys. Lett. B. 1980. V. 96. P. 19.
35. *Horiuchi H.* // Prog. Theor. Phys. 1985. V. 73. P. 1172.
36. *Michel F., Reidemeister G., Ohkubo S.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 1215.
37. *Michel F., Reidemeister G., Ohkubo S.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 292.
38. *Ohkubo S.* // Ibid. V. 38. P. 2377.
39. *Wada T., Horiuchi H.* // Ibid. V. 38. P. 2063.
40. *Merchant A. C., Pal K. F., Hodgson P. E.* // J. Phys. G. V. 15. P. 601.
41. *Buck B., Merchant A. C., Perez S. M.* // Nucl. Phys. A. 1999. V. 652. P. 211.
42. *Buck B., Merchant A. C., Perez S. M.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 1326.
43. *Buck B. et al.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 2841.
44. *Brink D. M.* // Prog. Intern. School of Phys., Varenna, 1966. N. Y., 1966.
45. *Zamick L., Zheng D. C.* // Z. Phys. A. 1994. V. 349. P. 255.
46. *Marsh S., Rae W. D. M.* // Phys. Lett. B. 1986. V. 180. P. 185.
47. *Wuosmaa A. H. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 1295.
48. *Merchant A. C., Rae W. D. M.* // Nucl. Phys. A. 1994. V. 571. P. 431.
49. *Merchant A. C., Rae W. D. M.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. 2096.
50. *Merchant A. C., Rae W. D. M.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 549. P. 431.
51. *Antonov A. N., Hodgson P. E., Petkov I.* Zh. Nucleon Correlations in Nuclei. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 293 p.
52. *Инопин Е. В., Тищенко Б. И.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 1160.
53. *Hauge P. S., Hilliais S. A., Duffey G. H.* // Phys. Rev. C. 1971. V. 4. P. 1044.
54. *Антонов А. Н., Инопин Е. В.* // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 74.
55. *Ahmad I.* // Phys. Lett. B. 1971. V. 36. P. 301.
56. *Ahmad I., Khan Z. A.* // Nucl. Phys. A. 1976. V. 274. P. 519.
57. *Антонов А. Н., Инопин Е. В.* // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 326.
58. *Germond G. F., Wilkin C.* // Nucl. Phys. A. 1975. V. 237. P. 477.
59. *Berezhnoy Yu. A., Pilipenko V. V., Khomenko G. A.* // J. Phys. G. 1984. V. 10. P. 63.
60. *Brink D. M. et al.* // Phys. Lett. B. 1970. V. 33. P. 143.
61. *Berezhnoy Yu. A., Mikhailuk V. P., Pilipenko V. V.* // J. Phys. G. 1992. V. 18. P. 85.
62. *Бережной Ю. А., Михайлюк В. П., Пилипенко В. В.* // ЯФ. 1992. Т. 55. С. 1885.
63. *Ситенко А. Г., Харченко В. Ф.* // УФН. 1971. Т. 103. С. 469.

64. Hofstadter R. // *Rev. Mod. Phys.* 1956. V. 28. P. 214.
65. McDonald L. J., Uberall H., Numrich S. // *Nucl. Phys. A.* 1970. V. 147, No 3. P. 541–544.
66. Antonov A. N., Garistov V. P. // *Bulg. J. Phys.* 1976. V. III. P. 20.
67. Robson D. // *Phys. Rev. Lett.* 1979. V. 42, No. 14. P. 876–879.
68. Crannel H. // *Phys. Rev.* 1966. V. 148, No. 3. P. 1107–1118.
69. Sick I., McCarthy J. S. // *Nucl. Phys. A.* 1970. V. 150. P. 631.
70. Reuter W. et al. // *Phys. Rev. C.* 1982. V. 26. P. 806.
71. Shutz W. // *Z. Phys. A.* 1975. Bd. 273. S. 69.
72. De Vries H., Jager C. W., de Vries C. // *At. Data & Nucl. Data Tabl.* 1987. V. 36. P. 495.
73. Инопин Е. В., Лукьянов В. К., Полю Ю. С. // *ЯФ.* 1974. Т. 19. С. 987.
74. Инопин Е. В. и др. // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1975. Т. 39. С. 55.
75. Inopin E. V. et al. // *Ann. Phys.* 1979. V. 118. P. 307.
76. Лукьянов В. К. и др. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2000. Т. 64. С. 851.
77. Анагностатос Г. С. и др. // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2001. Т. 65. С. 1537.
78. Buck B. et al. // *Phys. Rev. C.* 2000. V. 61. P. 024314.
79. Dufour M., Descouvemont P., Baye D. // *Phys. Rev. C.* 1994. V. 50. P. 795.
80. Anagnostatos G. S. et al. // *ЯФ.* 2002. Т. 65. С. 615.
81. Abgrall Y., Gabinski P., Labarsoque J. // *Nucl. Phys. A.* 1974. V. 232. P. 235.
82. Zhang J., Rae W. D. M., Merchant A. C. // *Nucl. Phys. A.* 1994. V. 575. P. 61.
83. Freer M., Betts R. R., Wuosma A. H. // *Nucl. Phys. A.* 1995. V. 587. P. 36.
84. Zhang J., Merchant A. C., Rae W. D. M. // *Nucl. Phys. A.* 1997. V. 613. P. 14.
85. Hasegawa M., Tazaki S. // *Nucl. Phys. A.* 1998. V. 633. P. 266.
86. Anagnostatos G. S. // *Phys. Rev. C.* 1998. V. 58. P. 3305.
87. Buck B., Merchant A. C., Perez S. M. // *Nucl. Phys. A.* 1999. V. 634. P. 15.
88. Descouvemont P. // *Nucl. Phys. A.* 2002. V. 709. P. 275.
89. Sakuda T., Ohkubo S. // *Nucl. Phys. A.* 2002. V. 712. P. 59.
90. Merchant A. C. // *Phys. Rev. C.* 1988. V. 37. P. 414.
91. Buck B. et al. // *Phys. Rev. C.* 2000. V. 61. P. 024314.
92. Elliot J. P., Evans J. A., Maqueda E. E. // *Nucl. Phys. A.* 1985. V. 437. P. 208.
93. Germond J. F., Wilkin C. // *Nucl. Phys. A.* 1975. V. 249. P. 457.
94. Dufour M., Descouvemont P. // *Nucl. Phys. A.* 1996. V. 605. P. 160.
95. Sheline R. K., Wildermuth K. // *Nucl. Phys.* 1960. V. 21. P. 196.
96. Berezhnoy Yu. A., Mikhailiuk V. P. // *Intern. J. Mod. Phys. E.* 1999. V. 8. P. 485.

97. Бережной Ю. А., Михайлюк В. П. // ЯФ. 2000. Т. 63. С. 783.
98. Бережной Ю. А., Михайлюк В. П. // Изв. РАН. Сер. физ. 2001. Т. 65. С. 721.
99. Fukushima Y., Kamimura M., Matsuse T. // Prog. Theor. Phys. 1976. V. 55. P. 1310.
100. Fey G. et al. // Z. Phys. A. 1973. Bd. 265. S. 401.
101. Dufour M., Descouvemont P. // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 1831.
102. Heisenberg I., McCarthy J. S., Sick I. // Nucl. Phys. A. 1970. V. 157. P. 435.
103. Lapikas L., Box G., De Vries H. // Nucl. Phys. A. 1975. V. 253. P. 324.
104. Berezhnoy Yu. A., Mikhailuyuk V. P. // Intern. J. Mod. Phys. E. 2004. V. 13. P. 611.
105. Бережной Ю. А., Михайлюк В. П. // ЯФ. 2004. Т. 67. С. 625.
106. Kudryavtsev I. N., Soznik A. P. // J. Phys. G. 1989. V. 15. P. 1377.
107. Lehman D. R., Parke W. C. // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 364.
108. Parke W. C., Lehman D. R. // Phys. Rev. C. 1984. V. 29. P. 2319.
109. Suzuki Y., Wang Jing Ju // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 736.
110. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. // ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 1338.
111. Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. // ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 349.
112. Филиппов Г. Ф., Вербицкий В. П., Поздняков Ю. А. // ЯФ. 1995. Т. 58. С. 1204.
113. Berezhnoy Yu. A., Mikhailuyuk V. P. // J. Phys. Stat. 2004. V. 8. P. 55.
114. Бережной Ю. А., Михайлюк В. П. // ЯФ. 2004. Т. 67. С. 1474.
115. Алхазов Г. Д., Домченков О. А. // ЯФ. 1983. Т. 37. С. 84.
116. Glickman J. P. et al. // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 1740.
117. Berezhnoy Yu. A., Mikhailuyuk V. P. // Eur. Phys. J. A. 2004. V. 22. P. 443.
118. Greiner W., Park J., Scheid W. Nuclear Molecules. Singapore: World Sci., 1995. 456 p.
119. Glauber R. O. High-Energy Collision Theory // Lectures in Theor. Phys. / Ed. by H. E. Brittin, L. G. Dunham. N. Y., 1959. V. 1. P. 315–414.
120. Ситенко А. Г. // УФЖ. 1959. Т. 4. С. 160.
121. Alberi G., Bertocchi L. // Phys. Lett. B. 1968. V. 28. P. 186.
122. Faldt G., Ingemarsson A. // J. Phys. G. 1983. V. 9. P. 261.
123. Arima M., Masutani K., Seki R. // Phys. Rev. C. 1991. V. 44. P. 415.
124. Tan Zhen-Qiang, Gu Yun-Ting // J. Phys. G. 1989. V. 15. P. 1699.
125. Tan Zhen-Qiang, Ma Wei-Hsing // Nuovo Cim. A. 1990. V. 103. P. 185.
126. Lesniak H., Lesniak L. // Nucl. Phys. B. 1972. V. 38. P. 221.
127. Li Qing-Run, Zhou Jin-Li // J. Phys. G. 1991. V. 17. P. 663.
128. Oset E., Strottman D. // Nucl. Phys. A. 1982. V. 377. P. 297.
129. Germond J.-F. // J. Phys. G. 1986. V. 12. P. 609.

130. *Satchler G. R.* Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon Press, 1983. 830 p.
131. *Alkhazov G. D., Belostotsky S. L., Vorobyov A. A.* // Phys. Rep. C. 1978. V. 42. P. 89.
132. *Sitenko A. G.* Theory of Nuclear Reactions. Singapore: World Sci., 1990. 620 p.
133. *Osland P., Glauber R. J.* // Nucl. Phys. A. 1979. V. 326. P. 255.
134. *Moss G. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 1932.
135. *Moss G. A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1983. V. 392. P. 361.
136. *Courant H. et al.* // Phys. Rev. C. 1979. V. 19. P. 104.
137. *Baker S. D. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 839.
138. *Wallace S. G., Alexander Y.* // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. P. 1269.
139. *Поздняков Ю. А.* // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 1877.
140. *Поздняков Ю. А., Теренецкий К. О.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67. С. 1546.
141. *Поздняков Ю. А.* // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 856.
142. *Antonov A. N.* // Bulg. J. Phys. 1975. V. 11. P. 287.
143. *Berezhnoy Yu. A., Mikhailyuk V. P., Pilipenko V. V.* // Z. Phys. A. 1993. V. 344. P. 411.
144. *Blanpied G. S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 1447.
145. *Hoffmann G. W. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 40. P. 1256.
146. *Ferguson R. W. et al.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 33. P. 239.
147. *Пилипенко В. В., Созник А. П.* // ЯФ. 1986. Т. 44. С. 369.
148. *Barlett M. L. et al.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 27. P. 682.
149. *Iron F. et al.* // Ibid. V. 28. P. 2380.
150. *Bystricky J., Lechanoine-Lelue C., Lehar F.* // J. Phys. (Paris). 1987. V. 48. P. 199.
151. *McNeil J. A., Ray L., Wallace S. J.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 27. P. 2123.
152. *Алхазов Г. Д. и др.* // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 561.
153. *Auger J. P., Gillespie J., Lombard R. J.* // Nucl. Phys. A. 1976. V. 262. P. 372.
154. *Бережной Ю. А. и др.* // ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1420.
155. *Бережной Ю. А., Михайлюк В. П., Пилипенко В. В.* // ЯФ. 2005. Т. 68. С. 978.
156. *Бережной Ю. А., Михайлюк В. П., Пилипенко В. В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2004. Т. 68. С. 1561.
157. *Blanpied G. S. et al.* // Phys. Rev. C. 1984. V. 30. P. 1233.
158. *Blanpied G. S. et al.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 38. P. 2180.
159. *Ghosh J., Varma V. S.* // Phys. Rev. C. 1978. V. 18. P. 1781.
160. *Eisenberg J. M., Greiner W.* Nuclear Theory. Amsterdam; London: North-Holland Publ. Comp., 1972. V. 3. 327 p.
161. *Ozawa A., Suzuki T., Tanihata I.* // Nucl. Phys. A. 2001. V. 693. P. 32.
162. *Hoffman G. W. et al.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 1651.

163. *Hoffman G. W. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 3096.
164. *Hoffman G. W. et al.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. 1974.
165. *Seestrom-Morris S. J. et al.* // Phys. Rev. C. 1984. V. 30. P. 270.
166. *Blanpied G. S. et al.* // Phys. Rev. C. 1985. V. 32. P. 2152.
167. *Ray L.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 2816.
168. *Ray L. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2465.
169. *Ray L. et al.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 1169.
170. *Ray L.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 1394.
171. *Ray L.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. P. 2990.
172. *Mefford T. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 1648.
173. *Немец О. Ф., Ясногородский А. М.* Поляризационные исследования в ядерной физике. Киев: Наук. думка, 1980. 350 с.
174. *Ajzenberg-Selov F.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 490. P. 1.
175. *Glover C. W. et al.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 1664.
176. *Roy G. et al.* // Nucl. Phys. A. 1985. V. 442. P. 686.
177. *Hasell D. K. et al.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 34. P. 236.
178. *Dixit S. et al.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 1758.
179. *Жусупов М. А., Ибраева Е. Т.* // ЯФ. 1998. Т. 61. С. 51.
180. *Жусупов М. А., Ибраева Е. Т.* // ЭЧАЯ. 2000. Т. 31. С. 1427.
181. *Алхазов Г. Д. и др.* // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 8.
182. *Вовченко В. Г. и др.* // ЯФ. 1972. Т. 16. С. 1145.
183. *El-Azab Farid M., Mahmoud Z. M. M., Hassan G. S.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 64. P. 014310.
184. *Khoa Dao T.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 034007.
185. *von Oertzen W. et al.* // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 710.
186. *Hyabayashi Y., Ohkubo S.* // ЯФ. 2002. Т. 65. С. 715.
187. *Ахиезер А. И., Бережной Ю. А., Пилипенко В. В.* // ЭЧАЯ. 2000. Т. 31. С. 458.
188. *Abu-Ibrahim B., Suzuki Y.* // Nucl. Phys. A. 2002. V. 706. P. 111.
189. *Brandan M. E., Chehime H., McVoy K. W.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 1353.
190. *Brandan M. E., McVoy K. W.* // Ibid. P. 1362.
191. *Ingemarsson A., Auce A., Johansson R.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 1609.
192. *Khoa Dao T., Satchler G. R., Thuy N. D.* // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 024611.
193. *Lenzi S. M., Vitturi A., Zardi F.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 2114.
194. *Lenzi S. M., Zardi F., Vitturi A.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 42. P. 2079.
195. *Liu Ji-feng et al.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 2509.

196. *El-Gogary M. M. H., Shalaby A. S., Hassan M. Y. M.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 3513.
197. *El-Gogary M. M. H. et al.* // Phys. Rev. C. 2000. V. 61. P. 044604.
198. *Wenying R., Youyan L.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 2056.
199. *Abu-Ibrahim B., Suzuki Y.* // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 034608.
200. *Abu-Ibrahim B., Suzuki Y.* // Ibid. V. 61. P. 051601.
201. *Mikhailyuk V. P.* // Mod. Phys. Lett. A. 1995. V. 10. P. 2915.
202. *Михайлюк В. П.* // Изв. РАН. Сер. физ. 1997. Т. 61. С. 792.
203. *Berezhnoy Yu. A., Mikhailyuk V. P.* // Z. Phys. A. 1996. V. 355. P. 31.
204. *Hussein M. S., Rego R. A., Bertulani C. A.* // Phys. Rep. 1991. V. 201. P. 279.
205. *Carstoiu F., Lombard R. J.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 48. P. 830.
206. *Mikhailyuk V. P.* // Eur. Phys. J. A. 2000. V. 9. P. 473.
207. *Bertey K. et al.* Compte rendu d'activite du Departement de Physique Nucleaire. 1976–1977. Note CEA-N-2026. P. 110.
208. *Chadha R. S., Varma V. S.* // Phys. Rev. C. 1976. V. 13. P. 715.
209. *Berezhnoy Yu. A., Mikhailyuk V. P.* // Intern. J. Mod. Phys. E. 2002. V. 11. P. 281.
210. *Бережной Ю. А., Михайлюк В. П.* // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 702.
211. *Berezhnoy Yu. A., Mikhailyuk V. P.* // J. Phys. G. 2002. V. 6. P. 164.
212. *Buenerd M. et al.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 424. P. 313.
213. *Roussel P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1779.