

ПРОБЛЕМА ЛОКАЛЬНОСТИ В КВАНТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

*Д. А. Славнов**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

ВВЕДЕНИЕ	267
ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА	272
ЛОКАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НАБЛЮДАЕМЫХ И СОСТОЯНИЙ РАССЕЯНИЕ НА ДВУХ ЩЕЛЯХ, ЭКСПЕРИМЕНТ С ОТСРОЧЕННЫМ ВЫБОРОМ	282
ЗАПУТАННЫЕ СОСТОЯНИЯ, ПАРАДОКС ЭПР	288
КВАНТОВАЯ ТЕЛЕПОРТАЦИЯ	294
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	301
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	314
	315

*E-mail: slavnov@goa.bog.msu.ru

ПРОБЛЕМА ЛОКАЛЬНОСТИ В КВАНТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

*Д. А. Славнов**

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

В рамках алгебраического подхода рассматривается проблема локальности квантовых измерений. Вопреки широко распространенному сейчас мнению показывается, что можно согласовать математический аппарат квантовой теории с предположением о существовании локальной физической реальности, определяющей результаты локальных измерений. С точки зрения локальности обсуждаются ключевые квантовые эксперименты: рассеяние электрона на двух щелях, эксперимент Уилера с отсроченным выбором, парадокс Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР), квантовая телепортация. Этим экспериментам дается наглядная физическая интерпретация, не противоречащая классическим представлениям.

In the framework of an algebraic approach we consider a locality problem of quantum measurements. Contrary to opinion widely distributed now we demonstrate that it is possible to coordinate the mathematical formalism of the quantum theory to the assumption of existence of a local physical reality which determines results of local measurements. From the point of view of a locality we discuss key quantum experiments: electron scattering by two slits, Wheeler's delayed-choice experiment, Einstein–Podolsky–Rosen paradox, quantum teleportation. We give to these experiments obvious physical interpretation which does not contradict classical conceptualization.

PACS: 03.65.Ud

ВВЕДЕНИЕ

Проблема локальности — одна из основных проблем в квантовой теории. Особенно пристальное внимание она привлекла к себе при построении квантовой теории поля (см., например, [1–4]). В этой теории аксиома локальности играет центральную роль. Существуют различные формулировки этой аксиомы, но если не углубляться в математические тонкости, то она сводится к следующему: в пространственноподобных точках бозонные поля должны коммутировать, а фермионные поля антикоммутировать. В том случае, когда динамика квантовой системы описывается с помощью некоторого лагранжиана, дополнительно требуется, чтобы лагранжиан был локальной функцией полей.

*E-mail: slavnov@goa.bog.msu.ru

В качестве физического обоснования аксиомы локальности приводятся рассуждения о том, что результаты измерения в ограниченной области пространства Минковского (локальные измерения) определяются значениями бозонных полей и билинейными комбинациями фермионных полей в этой области.

Такое требование локальности является чисто математическим. Оно может быть сформулировано только в рамках определенного математического формализма и само является его частью. При общем обсуждении локальности желательно исходить из требований, которые сформулированы в физических терминах и которые могут быть непосредственно проверены на опыте. В общем, такая формулировка лежит на поверхности.

Результаты измерения в некоторой ограниченной области \mathcal{O}_1 пространства Минковского не зависят от каких-либо манипуляций в области \mathcal{O}_2 , если области \mathcal{O}_1 и \mathcal{O}_2 пространственноподобны.

Здесь только надо сделать одно предупреждение. Сформулированное требование нельзя понимать в том смысле, что результаты измерений в областях \mathcal{O}_1 и \mathcal{O}_2 не могут быть связанными между собой. Это, конечно, неверно. Подобные результаты могут иметь общую причину, и поэтому между ними возможна корреляция.

Против приведенной формулировки практически никто не возражает. Однако ситуация коренным образом меняется при попытке дополнить приведенное требование еще одним. Существует некоторая локальная физическая реальность, которая определяет результаты локального измерения.

Против такого расширения требования локальности возражают очень многие. Спор по этому поводу начался давно. Достаточно вспомнить знаменитые дебаты между Эйнштейном и Бором. Эйнштейн (см. [5–7]) был сторонником подобного расширения, а Бор (см. [8, 9]) противником.

В дальнейшем мнение большинства научного физического сообщества склонилось в сторону Бора. Результаты большого числа современных экспериментов, посвященных этой проблеме, рассматриваются сейчас как доказательство того, что упомянутой физической реальности не существует. По крайней мере, предположение о существовании такой реальности противоречит принятому математическому формализму квантовой теории.

Однако при отказе от сформулированного расширения мы практически полностью лишаемся физического обоснования аксиомы локальности, принятой в квантовой теории поля. При таком отказе мы вынуждены считать, что ни локальные поля, ни их какие-либо комбинации не описывают локальную реальность (таковая не существует). Тогда непонятно, почему эти комбинации должны коммутировать в пространственноподобных областях.

Таким образом возникает тупиковая ситуация. Предположение о существовании локальной физической реальности противоречит математическому аппарату квантовой теории. Отказ от такого предположения лишает физи-

ческого обоснования одну из основных аксиом математического формализма квантовой теории поля. Конечно, можно отказаться от какого-либо физического обоснования аксиомы локальности. При этом математико-логическая структура квантовой теории нарушена не будет. Однако, с физической точки зрения, такой способ выхода из создавшейся ситуации крайне нежелателен.

В предлагаемой статье будет осуществлена попытка показать, что принятый в квантовой теории математический аппарат вполне совместим с предположением о существовании физической реальности, определяющей результаты локальных измерений. Обычно приводимые доказательства несовместимости имеют два изъяна. Во-первых, в этих доказательствах часто указывается на противоречие экспериментальных данных некоторым математическим предположениям, которые используются при построении математического аппарата. При этом обычно не исследуется вопрос, насколько эти предположения физически обоснованы и насколько они необходимы. Во-вторых, далеко не всегда полученным экспериментальным данным дается адекватная интерпретация.

В качестве одного из наиболее ярких примеров рассмотрим так называемые волны де Бройля [10]. Практически в начале любого учебника по квантовой механике говорится, что с каждой квантовой частицей, имеющей импульс k , связана волна де Бройля, длина волны которой равна

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{k}. \quad (1)$$

В качестве примеров, подтверждающих это утверждение, приводятся результаты опытов по дифракции электронов [11,12] или более поздние результаты по интерференции электронов [13]. В последнем эксперименте наблюдалась отчетливая интерференционная картина, согласующаяся с формулой (1).

Формула (1) явилась основой дальнейших рассуждений о том, что отличительной особенностью квантовых частиц является то, что они помимо корпускулярных свойств имеют еще и волновые свойства. Подобные рассуждения кажутся хорошо экспериментально подтвержденными. Но так ли это на самом деле?

Обратимся к результатам более современных опытов Тономуры [14,15]. В этих опытах исследовалось рассеяние пучка электронов в бипризме, которая по своим физическим свойствам аналогична экрану с двумя щелями. Интенсивность пучка была настолько мала, что одновременно в установке в среднем находилось менее одного электрона. Это позволяло пренебречь влиянием взаимодействия электронов между собой на результаты эксперимента. Кроме того, в опыте можно было фиксировать результат прохождения небольшого числа электронов.

Результаты эксперимента приведены на рис.1, взятом из обзора [15]. Отдельные фотографии соответствуют различным временам экспозиции. На

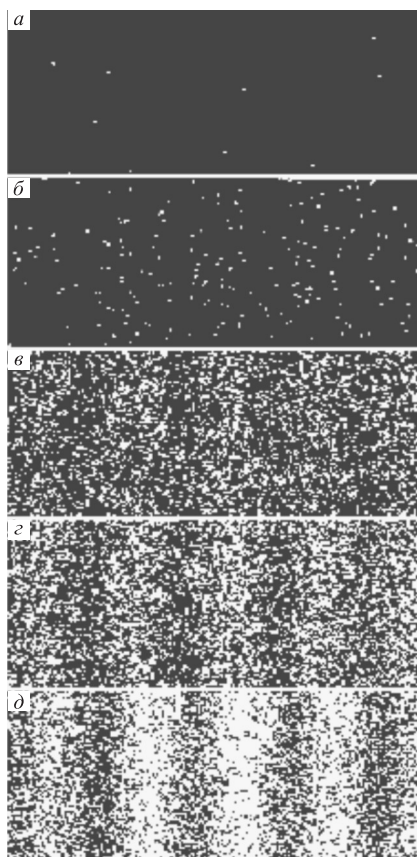


Рис. 1. Интерференционная картина при рассеянии электронов

фотографии *a* зарегистрированы следы от 10 электронов, на фотографии *б* от 200 электронов, на фотографии *в* от 6000 электронов, на фотографии *г* от 40 000 электронов, на фотографии *д* от 140 000 электронов.

Видно, что при регистрации небольшого числа электронов (фотографии *a* и *б*) никакая интерференционная картина не просматривается. Такая картина проявляется только в случае регистрации очень большого числа электронов (фотографии *г* и *д*). Если с помощью фотографий *a* и *б* мы попытаемся определить длину волны электрона, то ничего общего с формулой (1) не получим.

Данный опыт говорит в пользу того, что в отдельном электроне волновые свойства не проявляются. Они проявляются только в ансамбле электронов,

сформированном специальным образом. В рассматриваемом случае все электроны имели приблизительно одинаковый импульс.

Теперь мы по-новому можем взглянуть на формулу (1). Мы можем считать, что она относится не к отдельному электрону, а к специально подготовленному ансамблю электронов. Здесь уместно сказать, что горячим сторонником того, что большинство формул квантовой механики относится не к отдельным квантовым частицам, а к ансамблям этих частиц, был Блохинцев [16–19]. Этот новый взгляд на связь импульсных и пространственных характеристик квантовых объектов может оказаться очень существенным при обсуждении свойств локальности. Одно дело область локализации отдельного объекта и совсем другое — область локализации ансамбля таких объектов. В дальнейшем мы вернемся к обсуждению этого вопроса.

Обычно используемая в учебниках формулировка математического аппарата квантовой теории, базовыми элементами которого являются волновые функции или векторы состояния, не очень хорошо подходит для обсуждения проблем локальности, так как эти элементы заведомо не локальны. Гораздо лучше для этих целей подходит так называемый алгебраический подход [20–22]. В отличие от традиционного, в этом подходе гильбертово пространство векторов состояния не является первичным элементом теории, а наблюдаемые не определяются как операторы в гильбертовом пространстве.

Наблюдаемые, точнее локальные наблюдаемые, рассматриваются как первичные элементы теории. Эвристически наблюдаемые определяются как такой атрибут исследуемой физической системы, для которого с помощью определенной измерительной процедуры можно получить некоторое численное значение. Соответственно, для локальных наблюдаемых можно получить численные значения с помощью локальных измерений. Обычно предполагается, что зафиксирована некоторая система единиц, и поэтому все наблюдаемые можно считать безразмерными.

Изначально наблюдаемые никак не связываются с операторами в гильбертовом пространстве. Само гильбертово пространство строится с помощью наблюдаемых как некоторый вторичный продукт. После этого находится связь между наблюдаемыми и операторами в этом пространстве.

Дальнейшее рассмотрение мы проведем в рамках специального варианта алгебраического подхода, который подробно описан в статье [23], более краткое описание можно найти в статьях [24, 25]. В статьях [23, 24] использован индуктивный способ построения теории. Сначала подмечаются физические закономерности, затем они закрепляются в виде математических аксиом. В настоящей статье мы будем использовать дедуктивный метод. С самого начала будут сформулированы основные аксиомы. Желающих ознакомиться с их физическим обоснованием отсылаем к статье [23]. В этой же статье можно найти основные определения и утверждения из теории алгебр.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Начнем с фиксирования основных свойств наблюдаемых. Главным таким свойством является следующее. Наблюдаемые можно умножать на действительные числа, складывать и перемножать между собой. Это свойство закрепляется в виде постулата.

Постулат 1. Наблюдаемые \hat{A} физической системы являются эрмитовыми элементами некоторой C^* -алгебры.

Постулат 1 (и все последующие) справедлив и для классических систем. Напомним, что алгеброй называется множество, которое, во-первых, является линейным пространством, во-вторых, в нем определена операция умножения элементов. Т. е. двум элементам из этого множества $\hat{U}, \hat{V} \in \mathfrak{A}$ ставится в соответствие третий элемент $\hat{W} \in \mathfrak{A}$ этого же множества $\hat{W} = \hat{U}\hat{V}$. Это соответствие удовлетворяет ряду соотношений, обычных для операции умножения. Алгебра \mathfrak{A} является C^* -алгеброй (см., например, [26]), если в \mathfrak{A} определена операция сопряжения (инволюция) $\hat{U} \rightarrow \hat{U}^*$ ($\hat{U} \in \mathfrak{A}, \hat{U}^* \in \mathfrak{A}$) и норма любого элемента \hat{U} удовлетворяет условию $\|\hat{U}\hat{U}^*\| = \|\hat{U}\|^2$. Обоснование, почему алгебра \mathfrak{A} должна быть именно C^* -алгеброй, можно найти в [23]. Элемент \hat{U} является эрмитовым, если $\hat{U}^* = \hat{U}$. Множество наблюдаемых далее будем обозначать \mathfrak{A}_+ ($\mathfrak{A}_+ \subset \mathfrak{A}$). Для классической системы все наблюдаемые совместимы (одновременно измеримы), для квантовой системы они могут быть как совместимыми, так и несовместимыми.

Постулат 2. Множество совместимых между собой наблюдаемых является максимальной действительной ассоциативной коммутативной подалгеброй \mathfrak{Q}_ξ алгебры \mathfrak{A} ($\mathfrak{Q}_\xi \subset \mathfrak{A}_+$).

Индекс ξ , который пробегает множество Ξ , отличает одну такую подалгебру от другой. Для классической системы множество Ξ состоит из одного элемента, для квантовой системы Ξ содержит бесконечно много элементов.

Конечно, ограниченные наблюдаемые традиционного подхода к квантовой теории удовлетворяют постулатам 1 и 2. Но в традиционном подходе дополнительно требуется, чтобы наблюдаемые описывались самосопряженными операторами в гильбертовом пространстве. Это требование позволяет построить очень эффективный математический аппарат, но наглядного физического обоснования не имеет. Кроме того, не ясна необходимость этого дополнительного требования.

Множество наблюдаемых \mathfrak{A}_+ можно рассматривать в качестве математического образа квантовой системы. Соответственно, подмножество \mathfrak{Q}_ξ можно

рассматривать в качестве наблюдаемых некоторой классической подсистемы. Эта подсистема будет открытой, так как степени свободы квантовой системы, которым соответствуют наблюдаемые, принадлежащие различным подмножествам Ω_ξ , могут взаимодействовать между собой.

Кроме того, эти классические подсистемы могут не иметь собственной динамики, так как обобщенные координаты и обобщенные импульсы, соответствующие одной степени свободы, могут принадлежать различным подмножествам Ω_ξ . В связи с этим для таких подсистем не подходит традиционный способ задания состояния с помощью точки в фазовом пространстве. Но задание точки в фазовом пространстве — это задание начальных условий в уравнениях движения. Это позволяет зафиксировать значение всех наблюдаемых рассматриваемой системы. Однако можно обойтись без уравнений движения и начальных условий и непосредственно произвести такую фиксацию. Этот способ пригоден и для открытых систем.

Для каждой конкретной классической системы сумме наблюдаемых при измерении соответствует сумма значений этих наблюдаемых, а произведению наблюдаемых — произведение их значений. Иными словами, задание значений всех наблюдаемых — это задание некоторого гомоморфного отображения алгебры наблюдаемых в множество действительных чисел. Для коммутативной ассоциативной алгебры такое отображение называется характером (см., например, [26]). Поэтому принимается следующий постулат.

Постулат 3. Состояние классической подсистемы, наблюдаемые которой являются элементами подалгебры Ω_ξ , описывается характером этой подалгебры.

Такой способ задания состояния классической системы имеет то преимущество, что он допускает обобщение на квантовый случай. Каждая квантовая наблюдаемая, принадлежащая \mathfrak{A}_+ , одновременно принадлежит какой-нибудь подалгебре Ω_ξ . Это позволяет рассматривать квантовую систему как совокупность классических подсистем. Если бы нам были известны состояния всех этих подсистем, мы могли бы предсказать результат измерения любой наблюдаемой квантовой системы. Это дает основание принять следующий постулат.

Постулат 4. Результат измерения любой наблюдаемой квантовой системы определяется ее элементарным состоянием φ .

φ — это совокупность $\varphi = [\varphi_\xi]$ характеров φ_ξ всех подалгебр Ω_ξ . Каждая из подалгебр Ω_ξ в совокупности представлена одним характером.

Может показаться, что этот постулат противоречит факту, что для квантовой системы нельзя предсказать результаты измерения всех наблюдаемых.

Однако никакого противоречия нет. Дело в том, что одновременно (точнее совместимым образом) мы можем измерить только совместимые наблюдаемые. Эти наблюдаемые принадлежат какой-то одной подалгебре Ω_ξ . Пусть, например, подалгебре с индексом $\xi = \eta$. Поэтому из всей совокупности $[\varphi_\xi]$ мы можем определить только один характер φ_η . С такой информацией мы сможем предсказать только результаты измерений наблюдаемых, принадлежащих Ω_η .

О других наблюдаемых ничего определенного мы предсказать не сможем. Дополнительные измерения, если они несовместимы с предыдущими, положения не улучшат. Они дадут новую информацию о квантовой системе, но одновременно возмутят ее и обесценят информацию, полученную ранее.

Образно говоря, элементарное состояние — это голографический образ исследуемой системы. С помощью классических приборов мы можем посмотреть на нее только с одной стороны и получить плоское изображение. При этом измерение возмутит систему и изменит ее исходный голографический образ. Поэтому если мы впоследствии посмотрим на исследуемую систему с другой стороны, то увидим плоскую часть нового голографического образа. Таким образом, цельного голографического образа мы никогда увидеть не сможем.

Используя понятие элементарного состояния, можно по-новому взглянуть на идею Эверетта [27] о существовании многих параллельных миров. Оригинальная идея заключалась в том, что квантовые системы одновременно находятся во многих параллельных мирах, а классический наблюдатель по воле случая оказывается в одном из этих миров. Поэтому он видит тот вариант квантовой системы, который представлен в его мире. В таком виде идея выглядит фантастической.

В противоположность этому представлению о том, что элементарное состояние аналогично голографической картине, выглядит вполне правдоподобно. С другой стороны, идея об элементарном состоянии приводит примерно к тем же следствиям, что и идея о существовании многих миров. Однако имеется одно существенное различие. В картине Эверетта случайность, присущая квантовому измерению, связывается со случайностью попадания наблюдателя в тот или иной мир. На языке теории вероятностей в данном случае мы имеем дело с ансамблем наблюдателей. В случае, когда мы описываем квантовую систему с помощью элементарного состояния, мы получаем неполное описание системы. Поэтому мы фактически даем описание не индивидуальной системы, а некоторых характеристик, общих для целого ансамбля квантовых систем.

В связи с этим полезно ввести понятие φ_η -эквивалентности. Два элементарных состояния $\varphi = [\varphi_\xi]$ и $\varphi' = [\varphi'_\xi]$ назовем φ_η -эквивалентными, если в них $\varphi_\eta = \varphi'_\eta$. Остальные φ_ξ и φ'_ξ могут находиться в любых соотношениях. Для класса φ_η -эквивалентных элементарных состояний введем обозначение

$\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$. Самое большее, что можно узнать об элементарном состоянии φ — это то, что оно принадлежит некоторому классу эквивалентности $\varphi \in \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$.

На пути однозначного предсказания результата измерения имеется еще одно препятствие. Одна и та же наблюдаемая \hat{A} может одновременно принадлежать нескольким подалгебрам Ω_ξ : $\hat{A} \in \Omega_\xi \cap \Omega_{\xi'}$ ($\xi \neq \xi'$). Поэтому не ясно, какой из функционалов (характеров) φ_ξ или $\varphi_{\xi'}$ будет описывать результат конкретного измерения.

На первый взгляд кажется, что эта неопределенность легко устраняется с помощью дополнительного условия

$$\varphi_\xi(\hat{A}) = \varphi_{\xi'}(\hat{A}), \text{ если } \hat{A} \in \Omega_\xi \cap \Omega_{\xi'}. \quad (2)$$

Однако это условие ведет к многочисленным противоречиям. По этому поводу смотрите статью [23]. С другой стороны, как показано в той же статье [23], условие (2) не является обязательным. Дело в том, что результат измерения может зависеть не только от исследуемой системы, но и от характеристик измерительного прибора. С точки зрения исследователя, последнее является крайне нежелательным фактом, и исследователь старается свести к минимуму такую зависимость.

Мы привыкли к тому, что если прибор «хороший», то зависимостью результатов измерения от его характеристик можно пренебречь. Однако для этого, как минимум, необходимо, чтобы все приборы, используемые для измерения интересующей нас наблюдаемой, были откалиброваны согласованным образом. Однако, как показано в [23], в квантовом случае из-за наличия несовместимых измерений такая калибровка далеко не всегда возможна. В частности, если каждой подалгебре Ω_ξ мы сопоставим определенный тип приборов (ξ -тип), то окажется, что приборы, относящиеся к разным типам, единым образом откалибровать нельзя. Поэтому нельзя избавиться от возможной зависимости результата измерения от типа прибора (от индекса ξ).

Приведенное утверждение не исключает, что для некоторых элементарных состояний φ равенство (2) будет справедливым для всех Ω_ξ , $\Omega_{\xi'}$, содержащих наблюдаемую \hat{A} . В этом случае будем говорить, что элементарное состояние φ стабильно на наблюдаемой \hat{A} .

Вернемся к обсуждению класса эквивалентности элементарных состояний. С помощью измерений мы можем установить, что элементарное состояние φ исследуемой системы принадлежит некоторому классу эквивалентности $\varphi \in \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$. После этого мы можем сделать следующие предсказания. Если используются приборы η -типа, то для наблюдаемой $\hat{A} \in \Omega_\eta$ получится результат $A = \varphi_\eta(\hat{A})$. Здесь и далее результат измерения обозначается тем же символом, что и наблюдаемая, но без «крышки». Если элементарное состояние φ стабильно на наблюдаемых $\hat{A} \in \Omega_\eta$, то такой результат будет получаться при использовании приборов любых типов ξ . Конечно, ξ должно

быть таким, чтобы $\hat{A} \in \Omega_\xi$. В противном случае прибор просто не будет предназначен для измерения этой наблюдаемой. О результатах измерения наблюдаемых $\hat{A} \notin \Omega_\eta$ ничего определенного сказать нельзя, так как для разных элементарных состояний $\varphi \in \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$ эти результаты будут разными. Самое большее, на что мы можем надеяться, это то, что удастся предсказать вероятность получения того или иного результата.

Перечисленными физическими свойствами в стандартном математическом аппарате квантовой механики обладает квантовое состояние, фиксируемое определенными значениями полного набора взаимно коммутирующих наблюдаемых. Это позволяет дать следующее определение квантового состояния в предлагаемом подходе.

Определение. Квантовым состоянием Ψ_{φ_η} назовем класс $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$ φ_η -эквивалентных элементарных состояний, стабильных на наблюдаемых $\hat{A} \in \Omega_\eta$.

Обычно считается, что квантовое состояние Ψ_{φ_η} возникает при измерении наблюдаемых $\hat{A} \in \Omega_\eta$, при котором для каждой из наблюдаемых \hat{A} регистрируются фиксированные значения. Конечно, это не всегда верно, хотя бы потому, что в результате измерения некоторые частицы исследуемой системы могут поглотиться прибором. Для того чтобы измерение одновременно было и приготовлением квантового состояния, это измерение должно быть воспроизводимым. Под воспроизводимым будем понимать такое измерение наблюдаемой \hat{A} , после которого повторное измерение этой наблюдаемой дает тот же результат. При этом повторное измерение не обязательно должно выполняться измерительным прибором того же типа.

В статье [23] показано, что квантовое состояние, фигурирующее в приведенном определении, является чистым. В стандартном математическом аппарате квантовой механики чистое состояние определяется как вектор $|\Phi\rangle$ некоторого гильбертова пространства \mathfrak{H} . Среднее значение наблюдаемой в таком квантовом состоянии вычисляется с помощью этих векторов. Для прикладных целей такое определение работает очень хорошо, но наглядной физической интерпретации не имеет. В предлагаемом подходе среднее значение наблюдаемой естественным образом связывается с вероятностным распределением элементарных состояний φ внутри класса эквивалентности $\varphi \in \{\varphi\}_\eta$.

При этом надо учесть, что элементарные состояния удовлетворяют требованиям, которые в классической колмогоровской теории вероятностей [28] предъявляются к элементарным событиям. Именно, в каждом испытании реализуется одно и только одно элементарное событие, различные элементарные события являются взаимоисключающими. Заметим, что в стандартном подходе к квантовой механике такого ингредиента нет. Это явилось непреодолимым препятствием для использования классической теории вероятностей

в квантовой механике. В используемом подходе такое препятствие отсутствует. Поэтому нет необходимости создавать какую-то искусственную квантовую теорию вероятностей, а можно воспользоваться хорошо разработанной классической теорией вероятностей. В связи с этим представляется вполне естественным следующий постулат.

Постулат 5. Класс эквивалентности $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$, соответствующий квантовому состоянию Ψ_{φ_η} , можно оснастить структурой (Ω, \mathcal{F}, P) вероятностного пространства.

Вероятностное пространство (Ω, \mathcal{F}, P) является основным понятием колмогоровской теории вероятностей. Напомним смысл его составляющих. Ω — множество (пространство) элементарных событий. В нашем случае в качестве Ω выступает класс эквивалентности $\{\varphi\}_{\varphi_\eta}$, а роли элементарных событий играют элементарные состояния φ .

Помимо элементарных событий в колмогоровской теории вероятностей используются так называемые вероятностные события F . Чаще их называют просто событиями. F — это некоторое подмножество множества Ω . Считается, что в испытании реализовалось событие F , если произошло одно из элементарных событий, принадлежащих этому подмножеству. \mathcal{F} — это булева σ -алгебра подмножеств F . Т.е. \mathcal{F} — это множество, элементами которого являются подмножества F . Множество \mathcal{F} оснащается тремя алгебраическими операциями: объединение подмножеств F , пересечение этих подмножеств, а также дополнение каждого подмножества до общего множества Ω . При этом \mathcal{F} должно обязательно включать в себя само множество Ω и пустое множество \emptyset . Кроме того, множество \mathcal{F} должно быть замкнуто относительно операции дополнения и счетного числа объединений и пересечений. Замкнутость означает, что в результате соответствующей операции получается элемент того же множества.

Наконец, P — вероятностная мера. Это значит, что каждому событию $F \in \mathcal{F}$ поставлено в соответствие число $P(F)$, удовлетворяющее условиям: а) $0 \leq P(F) \leq 1$ для всех $F \in \mathcal{F}$, $P(\Omega) = 1$; б) $P\left(\sum_j F_j\right) = \sum_j P(F_j)$ для любой счетной совокупности непересекающихся подмножеств $F_j \in \mathcal{F}$.

Обратим внимание, что $P(F)$ определены только для $F \in \mathcal{F}$. Если же $F \notin \mathcal{F}$, то для такого F вероятность в общем случае может не существовать. Это относится и к элементарным событиям.

Физически выбор определенной σ -алгебры \mathcal{F} определяется выбором измерительной аппаратуры, которая используется в исследовании. Эта аппаратура должна отличать одно из событий, принадлежащих \mathcal{F} , от другого. Здесь квантовые системы существенным образом отличаются от классических. Из-

за наличия в квантовом случае несовместимых наблюдаемых используемые приборы могут разделять только события, которые отличаются друг от друга значениями наблюдаемых \hat{A} , принадлежащих какой-то одной подалгебре Ω_ξ .

Таким образом, каждой подалгебре Ω_ξ соответствует своя σ -алгебра \mathcal{F}_ξ и своя система вероятностных мер $\{P(F)\}_\xi$, в которой $F \in \mathcal{F}_\xi$. Очень важно, что в случае квантовой системы не существует σ -алгебра \mathcal{F}_0 , обладающая следующими свойствами. Для каждого события $F \in \mathcal{F}_0$ существует вероятностная мера $P(F)$, а алгебры \mathcal{F}_ξ являются подалгебрами алгебры \mathcal{F}_0 . Иными словами, вероятностные распределения, соответствующие различным σ -алгебрам \mathcal{F}_ξ , не являются маргинальными распределениями для некоторого общего вероятностного распределения. Если не учитывать этой особенности квантовых систем, то, используя для них классическую теорию вероятностей (см., например, [29]), легко получить неравенства Белла [30, 31], которые противоречат экспериментальным данным. По этому поводу смотрите [23].

Опишем теперь, как в используемом подходе строится среднее значение наблюдаемой \hat{A} в квантовом состоянии $\Psi_{\varphi_\eta} = \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$. Пусть рассматриваемая физическая система находится в элементарном состоянии $\varphi \in \{\varphi\}_{\varphi_\eta}$. Если для измерения наблюдаемой \hat{A} мы используем прибор ξ -типа ($\hat{A} \in \Omega_\xi$), то результат будет $A_\xi = \varphi_\xi(\hat{A})$ ($\varphi_\xi \in \varphi = [\varphi_\xi]$).

В качестве события F_A рассмотрим множество элементарных событий φ , для которых $\varphi_\xi(\hat{A}) \leq A$ ($\varphi_\xi \in \varphi$). Вероятностную меру, соответствующую событию F_A , обозначим $P(\varphi : \varphi_\xi(\hat{A}) \leq A)$. Введем также обозначение

$$P_{\hat{A}}(d\varphi) = P(\varphi : \varphi_\xi(\hat{A}) \leq A + dA) - P(\varphi : \varphi_\xi(\hat{A}) \leq A).$$

Физический смысл $P_{\hat{A}}(d\varphi)$ — вероятность при измерении наблюдаемой \hat{A} обнаружить ее значение A_ξ , удовлетворяющее условию $A < A_\xi \leq A + dA$. Тогда среднее значение наблюдаемой \hat{A} в квантовом состоянии Ψ_{φ_η} будет задаваться формулой

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A}) = \int_{\varphi \in \Psi_{\varphi_\eta}} P_{\hat{A}}(d\varphi) \varphi_\xi(\hat{A}). \quad (3)$$

Так определенное среднее значение наблюдаемой \hat{A} может зависеть от типа прибора, который используется для его нахождения (в случае, когда \hat{A} одновременно принадлежит нескольким Ω_ξ). Однако опыт показывает, что такой зависимости нет. Поэтому необходимо принять следующий постулат.

Постулат 6. Если $\hat{A} \in \Omega_\xi \cap \Omega_{\xi'}$ и $\varphi \in \Psi_{\varphi_\eta}$, то для $\varphi_\xi \in \varphi$ и $\varphi_{\xi'} \in \varphi$ справедливо

$$P(\varphi : \varphi_\xi \leq A) = P(\varphi : \varphi_{\xi'}(\hat{A}) \leq A).$$

Поэтому формулу (3) можно переписать в виде

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A}) = \int_{\varphi \in \Psi_{\varphi_\eta}} P_{\hat{A}}(d\varphi) \varphi(\hat{A}) = \int_{\varphi \in \Psi_{\varphi_\eta}} P_{\hat{A}}(d\varphi) A(\varphi). \quad (4)$$

Здесь, во-первых, $A_\xi(\varphi) \equiv \varphi_\xi(\hat{A})$, во-вторых, считается, что в качестве φ можно подставить любое φ_ξ , а вместо $A(\varphi)$ — любое $A_\xi(\varphi)$.

Чтобы формула (4) правильно описывала средние значения квантовых наблюдаемых, следует принять еще один постулат.

Постулат 7. Вероятностное распределение, соответствующее квантовому состоянию, таково, что для любых \hat{A} и \hat{B} , принадлежащих \mathfrak{A}_+ ,

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A} + \hat{B}) = \Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A}) + \Psi_{\varphi_\eta}(\hat{B}).$$

В работе [23] показано, что такое распределение существует.

По линейности определенный формулой (4) функционал $\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A})$ однозначно расширяется на всю алгебру \mathfrak{A} :

$$\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{D}) = \Psi_{\varphi_\eta}(\hat{A}) + i\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{B}),$$

где $\hat{D} = \hat{A} + i\hat{B}$, $\hat{A} \in \mathfrak{A}_+$, $\hat{B} \in \mathfrak{A}_+$. Так как $\varphi_\xi(\hat{A})$ является характером коммутативной ассоциативной алгебры, то функционал Ψ_{φ_η} будет положительным и нормированным условием $\Psi_{\varphi_\eta}(\hat{I}) = 1$, где \hat{I} — единичный элемент алгебры \mathfrak{A} .

Иными словами, задаваемый формулой (4) функционал является квантовым состоянием, как это понятие определяется в алгебраическом подходе. Заметим, что часто используемые определения квантового состояния как вектора в некотором гильбертовом пространстве или матрицы плотности являются частными случаями алгебраического определения.

Имея C^* -алгебру \mathfrak{A} и линейный положительный нормированный функционал на ней, можно с помощью канонической конструкции (см., например, [20, 32]) Гельфанда–Наймарка–Сигала (ГНС) построить представление этой алгебры в гильбертовом пространстве. Вкратце, конструкция (ГНС) состоит в следующем.

Пусть заданы некоторая C^* -алгебра \mathfrak{A} и функционал Ψ , обладающий перечисленными свойствами. Два элемента \hat{U} и \hat{U}' алгебры \mathfrak{A} называются эквивалентными, если для любого $\hat{W} \in \mathfrak{A}$ справедливо равенство $\Psi(\hat{W}^*(\hat{U} - \hat{U}')) = 0$. Обозначим через $\Psi(\hat{U})$ класс эквивалентности элемента \hat{U} , а через $\mathfrak{A}(\Psi)$ множество всех классов эквивалентности в \mathfrak{A} . Превратим множество $\mathfrak{A}(\Psi)$ в линейное пространство, определив в нем линейные операции формулой $a\Phi(\hat{U}) + b\Phi(\hat{V}) = \Phi(a\hat{U} + b\hat{V})$. Скалярное произведение определим

формулой

$$\left(\Phi(\hat{U}), \Phi(\hat{V})\right) = \Psi(\hat{U}^* \hat{V}). \quad (5)$$

Пополнение пространства $\mathfrak{A}(\Psi)$ по норме $\|\Phi(\hat{U})\| = [\Psi(\hat{U}^* \hat{U})]^{1/2}$ превращает $\mathfrak{A}(\Psi)$ в гильбертово пространство \mathfrak{H} . Обратим внимание на то, что, в отличие от \mathfrak{H} , множество элементарных состояний не является линейным пространством. В частности, понятие «сумма двух элементарных состояний» не имеет физического смысла.

Каждый элемент \hat{V} алгебры \mathfrak{A} однозначно представляется в пространстве \mathfrak{H} линейным ограниченным оператором $\Pi(\hat{V})$, действующим по правилу

$$\Pi(\hat{V})\Phi(\hat{U}) = \Phi(\hat{V}\hat{U}). \quad (6)$$

Согласно формулам (5) и (6)

$$\left(\Phi(\hat{I}), \Pi(\hat{U})\Phi(\hat{I})\right) = \Psi(\hat{U}).$$

Таким образом, возможны два пути, которые приводят к одному и тому же результату. Можно зафиксировать алгебру наблюдаемых, построить на ней множество элементарных состояний, соответствующее некоторому квантовому состоянию, далее, снабдить это множество структурой вероятностного пространства и, наконец, вычислить вероятностное среднее.

Альтернативный путь такой. Фиксируется гильбертово пространство, наблюдаемые определяются как линейные операторы в этом пространстве, а квантовые состояния либо как векторы этого пространства, либо как матрицы плотности. В качестве средних значений наблюдаемых объявляются математические ожидания соответствующих операторов по векторам гильбертова пространства либо по матрицам плотности.

С программатической точки зрения второй путь обычно оказывается значительно более удобным. Однако первый путь физически более обоснован и нагляден. Поэтому он легче поддается физическому моделированию. Кроме того, надо иметь в виду, что указанные два пути эквивалентны только при рассмотрении ансамблей, которые соответствуют описанным выше классам эквивалентности элементарных состояний или линейной смеси таких ансамблей. В дальнейшем такие ансамбли будут называться квантовыми. Это очень важный вид ансамблей, но далеко не самый общий. В него, в частности, не попадают ансамбли, состоящие из одного элементарного состояния. Поэтому правомочность применения стандартного математического аппарата квантовой механики к индивидуальным физическим системам весьма сомнительна. Далее мы еще вернемся к этой проблеме.

При сравнении упомянутых двух путей может показаться, что, по крайней мере, в одном случае второй путь имеет более широкую область применения. Используемая в случае первого пути C^* -алгебра — это банахова алгебра, т. е.

все ее элементы имеют ограниченную норму. Поэтому эта алгебра описывает только ограниченные наблюдаемые, в то время как линейные операторы в гильбертовом пространстве могут быть как ограниченными, так и неограниченными. Это позволяет с их помощью описывать не только ограниченные наблюдаемые, но и неограниченные. Последние в квантовой механике широко используются.

Однако наблюдаемые описываются самосопряженными операторами, а любой самосопряженный оператор \mathcal{A} (ограниченный или неограниченный) однозначно задается своим спектральным разложением

$$\mathcal{A} = \int_{\sigma(\mathcal{A})} \lambda P(d\lambda). \quad (7)$$

Здесь численный параметр λ пробегает некоторое подмножество действительной оси (спектр $\sigma(\mathcal{A})$ оператора \mathcal{A}), $P(d\lambda)$ — проектнозначная мера на спектре $\sigma(\mathcal{A})$. Последнее означает, что каждому подмножеству $d\lambda$ спектра $\sigma(\mathcal{A})$ ставится в соответствие оператор проектирования $P(d\lambda)$. Но любой оператор проектирования имеет ограниченную норму. Таким образом, любой оператор, описывающий наблюдаемую, может быть задан с помощью ограниченных операторов.

Соответствующая процедура может быть осуществлена и в рамках абстрактной C^* -алгебры. В этом случае вместо термина «оператор проектирования» используется термин «проектор», а получающийся элемент называется элементом, присоединенным к C^* -алгебре.

Специального обсуждения заслуживает описание единичного наблюдения. Схематически соответствующий эксперимент выглядит следующим образом. Подходящий измерительный прибор приводится в контакт с исследуемой системой. В результате такого контакта «стрелка» прибора либо попадает в некоторый выделенный интервал шкалы прибора, либо не попадает. Такое испытание называется «да-нет экспериментом». С помощью совокупности таких испытаний мы определяем значение интересующей нас наблюдаемой с доступной нам точностью.

С каждым да-нет экспериментом мы можем связать специальную наблюдаемую, которая принимает значение 1, если стрелка прибора попадает в выбранный интервал шкалы, и значение 0, если не попадает. Такая наблюдаемая обладает свойствами проектора \hat{p} , т. е. эрмитова элемента C^* -алгебры, удовлетворяющего условию $\hat{p}^2 = \hat{p}$. Таким образом, измерение значения любой наблюдаемой сводится к совокупности измерений наблюдаемых, описываемых проекторами \hat{p} . Эту процедуру можно рассматривать как физическую реализацию формулы (7).

2. ЛОКАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА НАБЛЮДАЕМЫХ И СОСТОЯНИЙ

Теперь попытаемся приложить общие рассуждения разд. 1 к решению проблемы локальности. Под локальностью мы будем подразумевать сосредоточенность в четырехмерном пространстве Минковского, объединяющем время и три пространственные координаты. Начнем с обсуждения локальности наблюдаемых.

Будем считать, что наблюдаемая \hat{A} локализована в области \mathcal{O} пространства Минковского, если ее значение может быть определено с помощью измерительных приборов, сосредоточенных в этой области.

Зададимся вопросом, является ли в нерелятивистской квантовой механике координата локальной наблюдаемой. На первый взгляд, ответ кажется тривиальным. Да. Но это не так. В той же нерелятивистской квантовой механике утверждается, что время не является квантовой наблюдаемой. Поэтому в релятивистской квантовой механике мы должны считать, что координата также не является локальной квантовой наблюдаемой. Но резкой границы между релятивистской и нерелятивистской квантовой механикой нет. В отличие от этого никакого переходного утверждения между утверждениями, координата является квантовой наблюдаемой или не является квантовой наблюдаемой, нет. Чтобы быть последовательными, мы не должны признавать координату квантовой наблюдаемой и в нерелятивистской квантовой механике.

Чем же можно заменить наблюдаемую, обычно называемую координатой? Для ответа на этот вопрос надо обратиться к рассуждениям в конце предыдущего раздела. В качестве прибора, измеряющего пространственные характеристики объекта, выступает линейка. При измерении пространственной координаты объекта (для простоты, точечного) мы констатируем, что объект находится между определенными делениями линейки. Тем самым мы определяем, что значение соответствующего проектора равно 1. Именно этот проектор является той квантовой наблюдаемой, значение которой характеризует пространственную координату объекта. Эта наблюдаемая локальная. Область ее локализации в трехмерном координатном пространстве мажорируется соответствующим интервалом между соседними делениями на линейке.

Какова же роль координаты в пространстве Минковского (классической координаты)? Она отличает один интервал на линейке от другого. Иными словами, отличает одну квантовую наблюдаемую (проектор) от другой. Тем не менее, может показаться, что классическая координата все же характеризует локализацию квантового состояния. Действительно, построим ансамбль физических объектов (в дальнейшем будем его называть квантовым ансамблем), соответствующий интересующему нас квантовому состоянию следующим образом. Будем включать в него частицы, которые в момент измерения обнаружены, например, в интервале с номером 3. Вроде бы, таким образом

мы построили квантовое состояние, сосредоточенное около определенной классической координаты.

Однако, в действительности, мы построили только некоторую выборку из ансамбля, соответствующего квантовому состоянию. Ничто не мешает нам, наряду с первой линейкой, использовать вторую линейку, расположенную совсем в другой области пространства Минковского. Построенный с помощью первой линейки ансамбль мы можем дополнить частицами, которые попали в интервал с номером 3 на второй линейке. По своим квантово-статистическим характеристикам новый ансамбль будет отличаться от первоначального только в лучшую сторону. Он будет более представительной выборкой, соответствующей тому же квантовому состоянию. Вместе с тем, новая выборка будет локализована уже в двух областях пространства Минковского. Ясно, что процесс наращивания числа используемых линеек можно продолжать сколь угодно долго.

Таким образом, мы видим, что связь классической координаты с квантовой наблюдаемой, которую обычно называют координатой, очень опосредованная. Классические координаты, во-первых, характеризуют локализацию используемых классических приборов. Во-вторых, они выделяют интересные нас наблюдаемые из большого числа наблюдаемых, ассоциированных с каждым таким прибором. Например, выделенный интервал на каждой из используемых линеек. Такое положение объясняется тем, что построение квантового состояния связано не с определенным классическим прибором, а с определенной измерительной процедурой. Эта процедура может осуществляться многими классическими приборами.

Здесь уместно вернуться к упомянутому во введении опыту Тономуры. Получающаяся интерференционная картина, вроде бы, характеризует распределение рассеянных электронов в пространстве. Но если учесть, что за время, требуемое для формирования этой картины, экспериментальная установка вместе с Землей переместилась на огромное расстояние, то в системе координат, связанной с неподвижными звездами, в распределении электронов никакой интерференционной картины увидеть не удастся.

Аналогичный результат можно продемонстрировать, не обращаясь к неподвижным звездам. Для этого достаточно изготовить большое количество копий установки Тономуры и разнести их по разным местам. На каждой из установок произвести регистрацию небольшого числа рассеянных электронов. На мониторе каждой из установок интерференционная картина просматриваться не будет. Однако если сделать снимки с каждого монитора и совместить их, то при достаточно большом количестве таких установок интерференционная картина отчетливо проявится. Это демонстрирует, что квантовое состояние, ассоциированное с определенной интерференционной картиной, существует вне времени и пространства.

Скажем несколько слов о пространственном размере квантового объекта. Часто можно услышать, что квантовый объект имеет размеры порядка длины волны де Бройля, которая связана с этим объектом. Но как уже упоминалось во введении, согласно принятому здесь мнению, длина волны де Бройля является характеристикой ансамбля квантовых объектов, а не отдельного объекта. Кроме того, связывая размеры квантового объекта с длиной волны де Бройля, мы приходим к парадоксальному результату типа: размер покоящегося электрона бесконечен. Конечно, можно пытаться объяснить этот парадокс с помощью туманных рассуждений о том, что благодаря принципу неопределенности наши представления о размере физического объекта, основанные на классическом опыте, неприменимы к квантовым объектам.

Однако можно пойти по другому пути. Рассмотрим три наблюдаемые \hat{p}_1 , \hat{p}_2 , \hat{p}_3 , ассоциированные с тремя последовательными интервалами линейки. Эти наблюдаемые совместимы. Поэтому они могут быть одновременно измерены. Если при таком измерении мы получим результат $p_1 = 0$, $p_2 = 1$, $p_3 = 0$, то сможем сделать вывод, что размер изучаемого объекта не больше шага линейки. Такая процедура измерения, в принципе, возможна для каждого отдельного объекта. Она не противоречит нашим классическим представлениям.

Теперь обратимся к обсуждению свойств локальности элементарного состояния. Элементарное состояние является атрибутом индивидуальной физической системы. Последняя существует во времени и пространстве. Поэтому можно ожидать, что, в отличие от квантового состояния, элементарное состояние свойством локализуемости обладает.

Элементарное состояние является математическим образом материальных причин, которые обуславливают тот или иной результат измерения наблюдаемых изучаемой физической системы. Поэтому естественно считать, что элементарное состояние локализовано в области, в которой эти измерения могут быть произведены. Однако дело обстоит несколько сложнее.

Чтобы проиллюстрировать проблемы, которые здесь возникают, рассмотрим процесс упругого рассеяния электрона на ядре. Этот процесс хорошо изучен как теоретически, так и экспериментально. Поскольку электрон значительно легче ядра, то процесс хорошо аппроксимируется рассеянием электрона на классическом силовом центре (см., например, [33]).

Чтобы вычислить сечение упругого рассеяния электрона на силовом центре в низшем порядке теории возмущений, надо учесть вклад от диаграммы Фейнмана, приведенной на рис. 2, *a*. На этом рисунке прямые линии изображают электрон, волнистые — фотоны, кружок с крестиком — классический силовой центр. Диаграмма *a* ни к каким трудностям не приводит. Для учета следующего порядка теории возмущений надо учесть вклады от диаграмм *b* и *в*. Здесь появляются проблемы. Во-первых, возникают ультрафиолетовые расходимости. Эта проблема решается с помощью стандартной процедуры

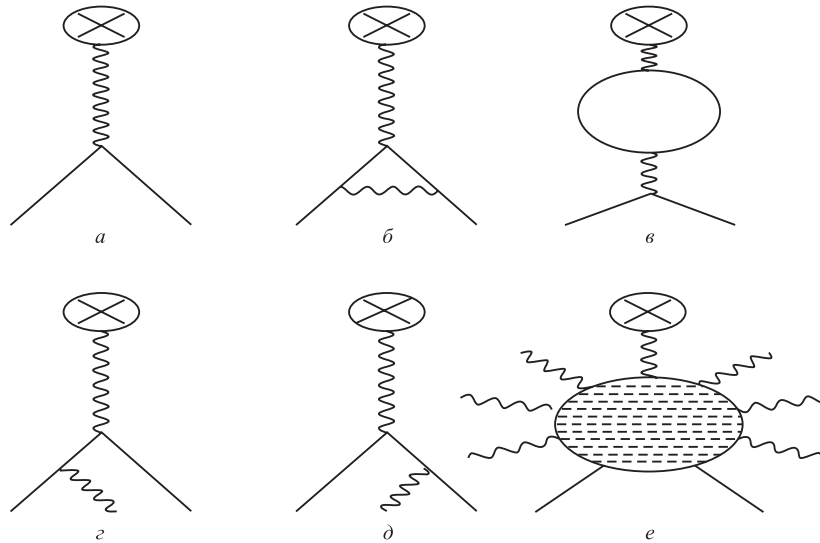


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана, описывающие упругое рассеяние электрона (a – $в$) и тормозное излучение ($г$ – $е$)

перенормировок. Во-вторых, диаграмма $в$ приводит к инфракрасным расходимостям, которые характерны для процессов, в которых участвуют безмассовые частицы. В данном случае — фотоны.

Чтобы преодолеть эту трудность, надо учесть, что процесс упругого рассеяния экспериментально неотделим от процесса тормозного излучения, в котором рождаются тормозные фотоны с энергией ниже порога чувствительности измерительного прибора. Диаграммы Фейнмана $г$, $д$ и $е$ рис. 2 соответствуют этому процессу. В эксперименте мы всегда измеряем суммарное сечение упругого рассеяния и рассеяния с испусканием тормозных фотонов с энергией меньше некоторой E_{\min} . В это суммарное сечение диаграммы $б$, $в$, $г$ и $д$ дают вклады одного порядка теории возмущений.

В суммарном сечении инфракрасные расходимости компенсируются, а сечение оказывается зависящим от E_{\min} . Само по себе это физически оправдано. Однако зависимость от E_{\min} оказывается сингулярной, и при $E_{\min} \rightarrow 0$ сечение стремится к $-\infty$. Этот феномен в настоящее время рассматривается как артефакт, связанный с использованием теории возмущений. Действительно, при суммировании старших порядков теории возмущений, в которых учитываются процессы с испусканием многих тормозных фотонов (диаграммы типа $е$), зависимость от E_{\min} становится регулярной и при $E_{\min} \rightarrow 0$ сечение процесса, который мы интерпретируем как упругий, также стремится к нулю.

Из этого примера видно, что в зависимости от характеристик классического измерительного прибора (в частности, от его чувствительности) мы можем интерпретировать один и тот же физический процесс по-разному. В рассматриваемом случае либо как чисто упругое рассеяние электрона, либо как рассеяние электрона, сопровождающееся тормозным излучением. Одновременно с этим у нас сложатся различные представления о локализации физической системы после рассеяния.

Если прибор позволяет зарегистрировать только электрон, то естественно считать областью локализации физической системы ту область, в которой этот электрон регистрируется. Если для той же исследуемой системы прибор позволяет зарегистрировать и часть тормозных фотонов, то в область локализации физической системы следует включить и область, где регистрируются тормозные фотоны. Таким образом, у нас возникает неоднозначность в том, что мы понимаем под термином «область локализации физической системы».

Желательно эту неоднозначность явно отразить в терминологии, а не прятать под ковер. Это можно сделать, введя понятия «кern» физической системы и «темное поле». Kern — это та часть исследуемой физической системы, на которую реагирует измерительный прибор. Таким образом, локализация kern совпадает с локализацией регистрируемых наблюдаемых. Темное поле — это та часть исследуемой системы, которую измерительный прибор не замечает. Разделение исследуемой системы на kern и темное поле неоднозначно. Оно зависит от характеристик измерительной аппаратуры. Но в любом случае физическая система имеет как kern, так и сопровождающее его темное поле.

Вернемся к рассматриваемому нами конкретному примеру. В нем E_{\min} — это параметр, который характеризует границу между kernом и темным полем. С другой стороны, как уже отмечалось, от E_{\min} зависит величина сечения упругого рассеяния электрона, т. е. той части физической системы, которую мы отнесли к kernу. В свою очередь, ранее мы считали, что элементарное состояние определяет результаты измерений, которые можно произвести над системой. Поскольку E_{\min} определяется энергией всех фотонов тормозного излучения (энергией темного поля), то в область локализации элементарного состояния следует включить и область локализации темного поля.

Заметим, что как рассеянный электрон, так и тормозные фотоны распространяются в будущем световом конусе относительно области рассеяния. Поэтому включение в область локализации элементарного состояния электрона области локализации темного поля не противоречит условиям локальности, принятым в квантовой теории поля.

На приведенные рассуждения можно возразить следующим образом. Перед последним актом рассеяния электрон принимал участие в каких-то других взаимодействиях. В каждом из таких взаимодействий также рождались тормозные фотоны, которые распространяются в другом световом конусе. Их

вроде бы также надо учитывать при определении локализации элементарного состояния электрона. Продолжая этот процесс углубления в историю, мы можем прийти к заключению, что в область локализации элементарного состояния электрона надо включить всю Вселенную. Такого парадоксального вывода можно избежать, если считать, что в каждом акте взаимодействия происходит не только рождение нового темного поля, но и забывание предыдущей истории. Для реализации такого сценария можно предложить следующий механизм.

Пусть результаты измерений зависят только от структуры ядра и части темного поля, когерентной ядру. Тогда элементарное состояние будет определяться только этими двумя структурами. При каждом акте взаимодействия происходит перестройка структуры системы. Как правило, но не всегда, вновь возникшая структура оказывается некогерентной предыдущей структуре. Соответственно, новое элементарное состояние оказывается не связанным с прежней структурой.

Таким образом, для изучаемой системы в новом элементарном состоянии прежняя структура как бы перестает существовать. Так происходит процесс забывания. Конечно, это не значит, что обязательно прежняя структура полностью исчезает. Часть темного поля, не принявшая участия во взаимодействии, продолжает свое прежнее существование. Но теперь эта часть темного поля оказывается не когерентной никакому ядру. Поэтому она не может проявиться ни в каком квантовом эксперименте. Такое темное поле оказывается хорошим кандидатом на роль ингредиента темной материи.

Вместе с тем, такое самостоятельно существующее темное поле может проявиться как некоторое классическое поле. Так в обсуждавшемся процессе рассеяния электрона на силовом центре, чтобы избежать появления инфракрасных сингулярностей, нужно учитывать возможность испускания бесконечного числа фотонов с конечной суммарной энергией. Такая совокупность фотонов будет иметь все признаки классического электромагнитного поля. Это означает, что возможно существование классического поля, которое не является аппроксимацией квантового поля.

В случае электромагнитного поля такое классическое поле является классическим хвостом безмассового квантового поля. В принципе, можно допустить существование хвоста без квантового аналога. На роль такого самостоятельного классического хвоста может претендовать гравитационное поле.

Подводя итог этому разделу, констатируем следующее. Квантовое состояние никакой локализации не имеет. Элементарное состояние имеет конечную область локализации. Элементарное состояние несколько условно можно разделить на две части: ядро и темное поле. Условность деления обусловлена тем, что любой физический объект имеет бесконечное число характеристик, которые можно было бы рассматривать как наблюдаемые. Но в каждом реальном измерении, в зависимости от чувствительности измерительного при-

бора, мы считаем наблюдаемыми лишь некоторую часть этих характеристик. Именно с этими наблюдаемыми ассоциируется керн. Таким образом, локализация керна совпадает с локализацией учитываемых наблюдаемых. Неучитываемые наблюдаемые обобщенно учитываются темным полем. Это темное поле также имеет конечную область локализации, но большую, чем керн.

3. РАССЕЙЯНИЕ НА ДВУХ ЩЕЛЯХ, ЭКСПЕРИМЕНТ С ОТСРОЧЕННЫМ ВЫБОРОМ

Представление о керне и темном поле позволяет дать очень наглядную интерпретацию эксперименту, в котором изучается рассеяние квантовой частицы (например, электрона) на двух щелях. По словам Фейнмана [34], это «... такое явление, которое невозможно, совершенно, абсолютно невозможно объяснить классическим образом. В этом явлении таится самая суть квантовой механики».

Несмотря на такое категорическое высказывание Фейнмана, мы попытаемся дать, если не вполне классическое, то полностью укладывающееся в рамки классической логики, объяснение этому явлению.

При рассеянии пучка электронов на двух щелях наблюдается отчетливая интерференционная картина. Опыт Тономуры доказывает, что эта картина полностью определяется взаимодействиями отдельных электронов с щелями, точнее с экраном, в котором эти щели прорезаны, или с бипризмой, как непосредственно в опыте Тономуры. Этот опыт также доказывает, что интерференционная картина — чисто статистический эффект. Интерференционная картина возникает только тогда, когда зарегистрировано достаточно большое количество электронов.

По классическим представлениям каждый отдельный электрон проходит либо через одну, либо через другую щель. В таком случае, если в опыте Тономуры мы будем попеременно закрывать то одну, то другую щель, мы просто замедлим набор статистики и нам придется дольше ждать проявления интерференционной картины. Однако этого не происходит, интерференционная картина не проявляется. Это значит, что каждый электрон при прохождении одной из щелей чувствует, открыта или закрыта другая щель. С другой стороны, если электрон проходит через одну щель, то естественно считать, что в момент прохождения экрана он локализован в области этой щели. Тогда в этот момент он находится в области, пространственноподобной второй щели. Однако он ощущает ее состояние. Вроде бы имеет место нарушение условия локальности.

Такого нарушения можно избежать, если учесть, что рассеивающаяся на щелях физическая система состоит из керна и темного поля. Экспериментально именно керн мы интерпретируем в данном случае как электрон. Т. е. в

одной из щелей локализован керн. Сопровождающее его темное поле локализовано в более широкой области, охватывающей обе щели. При попадании на экран, в котором прорезаны щели, темное поле возбуждает в нем коллективные колебания. Колебания очень слабые, но они когерентны темному полю и керну. Поэтому эти колебания могут резонансно взаимодействовать с керном. Т. е. они могут играть роль случайной силы, которая формирует импульсное распределение рассеянных электронов. Так как колебания коллективные, то их структура зависит от структуры экрана, которая, в свою очередь, зависит от того, открыта одна щель или обе.

Придадим теперь нашим физическим рассуждениям математическую форму. Для простоты будем считать, что на экран с двумя одинаковыми щелями a и b перпендикулярно падает однородный поток электронов. Ясно, что в формировании интерференционной картины примут участие электроны, прошедшие либо через щель a , либо через щель b . Сама интерференционная картина определяется вероятностным распределением импульсов электронов, рассеянных на щелях. Таким образом, для описания процесса существенны три события. Событие F_a — факт прохождения электрона через щель a , событие F_b — факт прохождения электрона через щель b , событие F_k — факт попадания импульса рассеянного электрона в фиксированный малый телесный угол $d\omega$ вокруг направления \mathbf{k} .

Стоящую перед нами задачу мы можем сформулировать как типичную задачу нахождения условной вероятности реализации события F_k при условии реализации события F_a или F_b . Обозначим через $P(F)$ вероятность реализации события F . Согласно стандартным формулам теории вероятностей (см., например, [35]), получаем

$$P(F_k) = \frac{P(F_k \cap (F_a + F_b))}{P(F_a + F_b)}. \quad (8)$$

Здесь $F_1 \cap F_2$ означает одновременную реализацию событий F_1 и F_2 . Так как поток однородный и щели одинаковые, то $P(F_a + F_b) = P(F_a) + P(F_b) = 2P(F_a) = 2P(F_b)$. Учитывая это, формулу (8) преобразуем к виду

$$P(F_k) = \frac{1}{2} \frac{P(F_k \cap F_a)}{P(F_a)} + \frac{1}{2} \frac{P(F_k \cap F_b)}{P(F_b)}. \quad (9)$$

Слагаемые в правой части равенства (9) описывают вероятность попадания электрона в телесный угол $d\omega$ при рассеянии на щели a и отдельно при рассеянии на щели b . Это соответствует отсутствию интерференции.

При получении такого результата мы совершили типичную ошибку, которая допускается при применении стандартных формул теории вероятностей для описания квантовых процессов. При написании формулы (8) мы молчаливо считали, что вероятностная мера $P(F_k \cap (F_a + F_b))$ существует. Однако

благодаря несовместимости наблюдаемых, соответствующих импульсу и координате, событие F_k , с одной стороны, и события (F_a и F_b), с другой, несовместимы. Поэтому одновременной реализации этих событий нельзя приписать никакой вероятностной меры. Т. е. в самом начале нашего вывода мы допустили ошибку. Следует отметить, что подобная ошибка очень распространена. Она допускается при выводе неравенства Белла (см., например, [29]), при доказательстве запрещающей («no-go») теоремы Кочена–Шпекера [36], при доказательстве противоречия квантово-механических предсказаний локальному реализму [37].

Таким образом, для описания рассеяния электрона на двух щелях прямолинейное использование формулы (8) недопустимо. Вместе с тем, можно предложить обходной путь. Следует рассматривать этот процесс как двухступенчатый. Первый этап, попадание электрона (точнее ядра электрона) в щель a или b , нужно трактовать как процедуру приготовления нового квантового состояния. На втором этапе нужно использовать это квантовое состояние в качестве нового множества элементарных событий. В таком случае событие F_k можно уже считать безусловным.

Сопоставим событию F_a наблюдаемую \hat{p}_a , которая принимает значение $p_a = 1$, если электрон попал в щель a , и значение $p_a = 0$, если не попал. Такая наблюдаемая обладает свойствами проектора. Аналогично введем наблюдаемую \hat{p}_b . Экран с двумя щелями отбирает те элементарные события, для которых наблюдаемая $\hat{p}_a + \hat{p}_b$ имеет значение, равное 1. Обозначим класс эквивалентности таких элементарных состояний через Ψ_{a+b} . Этому классу эквивалентности соответствует квантовое состояние, которое мы обозначим тем же символом Ψ_{a+b} . Вообще говоря, это состояние может быть смешанным, но и в этом случае функционал $\Psi_{a+b}(\cdot)$, соответствующий этому квантовому состоянию, должен быть линейным. Для $\varphi \in \Psi_{a+b}$ выполняются равенства

$$\varphi_\xi(\hat{I}) = 1, \quad \varphi_\xi(\hat{p}_a + \hat{p}_b) = 1 \quad \text{для} \quad \varphi_\xi \in \varphi. \quad (10)$$

Воспользуемся теперь формулой (3) для вычисления средних значений наблюдаемых \hat{I} и $\hat{p}_a + \hat{p}_b$. Тогда, благодаря (10), получим

$$\Psi_{a+b}(\hat{I}) = \Psi_{a+b}(\hat{p}_a + \hat{p}_b) = 1. \quad (11)$$

Так как характеры являются положительными функционалами, то функционал $\Psi_{a+b}(\cdot)$ также будет положительным. Поэтому для него справедливо неравенство Коши–Буняковского–Шварца

$$\left| \Psi_{a+b} \left(\hat{A}(\hat{I} - \hat{p}_a - \hat{p}_b) \right) \right|^2 \leq \Psi_{a+b}(\hat{A}^* \hat{A}) \Psi_{a+b}(\hat{I} - \hat{p}_a - \hat{p}_b). \quad (12)$$

В силу равенств (11) правая часть неравенства (12) равна 0. Поэтому

$$\Psi_{a+b}(\hat{A}) = \Psi_{a+b} \left(\hat{A}(\hat{p}_a + \hat{p}_b) \right). \quad (13)$$

Аналогично

$$\Psi_{a+b}(\hat{A}) = \Psi_{a+b} \left((\hat{p}_a + \hat{p}_b) \hat{A} \right). \quad (14)$$

Заменяя в (13) \hat{A} на $(\hat{p}_a + \hat{p}_b) \hat{A}$ и учитывая (14), получаем

$$\Psi_{a+b}(\hat{A}) = \Psi_{a+b} \left((\hat{p}_a + \hat{p}_b) \hat{A} (\hat{p}_a + \hat{p}_b) \right). \quad (15)$$

Сопоставим событию F_k наблюдаемую \hat{K} и воспользуемся для нее равенством (15). Для среднего значения этой наблюдаемой получим

$$\langle \hat{K} \rangle = \Psi_{a+b}(\hat{K}) = \Psi_{a+b}(\hat{p}_a \hat{K} \hat{p}_a) + \Psi_{a+b}(\hat{p}_b \hat{K} \hat{p}_b) + \Psi_{a+b}(\hat{p}_a \hat{K} \hat{p}_b + \hat{p}_b \hat{K} \hat{p}_a). \quad (16)$$

В правой части (16) первые два слагаемых описывают результат рассеяния электронов отдельно на каждой из щелей a и b , третье слагаемое описывает интерференцию.

Обратим внимание на то, что при выводе формулы (16) мы считали, что электрон (кern электрона) прошел либо через щель a , либо через щель b , а не каким-то таинственным образом через обе щели разом. Вместе с тем функционал $\Psi_{a+b}(\cdot)$, который описывает рассеянные электроны, зависит от того, открыта одна щель или обе. Как уже говорилось, это можно объяснить тем, что в рассеянии электронов принимают участие коллективные колебания, структура которых зависит от обеих щелей.

Для получения формулы (16) существенны два факта. Во-первых, то что функционал $\Psi_{a+b}(\cdot)$ линеен, во-вторых, то что наблюдаемая \hat{K} не совместима ни с наблюдаемой \hat{p}_a , ни с наблюдаемой \hat{p}_b . Если последнее не справедливо, то третье слагаемое в правой части (16), ответственное за интерференцию, обращается в нуль.

Линейность функционала $\Psi_{a+b}(\cdot)$ обосновывалась тем, что щели являются классическим прибором, приготавливающим квантовый ансамбль. К этому факту надо относиться как к специфическому граничному условию, заменяющему микроскопическое описание взаимодействия электрона со щелями. Количественного микроскопического описания мы дать не можем, поэтому ограничились качественным описанием того, как электрон, проходя через одну щель, может чувствовать наличие другой щели.

Следует сказать, что в традиционном квантово-механическом подходе микроскопического описания взаимодействия с щелями также не дается, а наличие щелей учитывается как граничное условие на волновую функцию. Сверх того, считается, что качественного наглядного объяснения этому эксперименту дать нельзя.

Кроме того, остается непонятным, почему после нелокального взаимодействия с щелями электрон оставляет точечный след на мониторе. Конечно,

говорятся слова о коллапсе волновой функции отдельного электрона при взаимодействии с монитором. Но как этот коллапс можно согласовать с теорией относительности, убедительно не объясняется. Если же считать, что монитор реагирует только на хорошо локализованный kern электрона, то объяснение становится тривиальным.

В традиционном подходе обычно двойственное поведение квантовой системы объясняется влиянием окружающей среды. Так говорится, что при взаимодействии со щелями электрон ведет себя как волна, а при взаимодействии с монитором — как частица. Для испытания такого способа объяснения тридцать лет тому назад Уилером [38] был предложен мысленный эксперимент, который совсем недавно удалось реализовать почти в идеальном виде [39].

Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 3. В варианте, предложенном Уилером, вместо светоделителей BS_{in} и BS_{out} фигурировали полупрозрачные зеркала. Установка представляет собой интерферометр Маха–Цендера с длинными плечами. В реальном эксперименте они имели длину 48 м. На классическом уровне принцип действия установки выглядит очень просто.

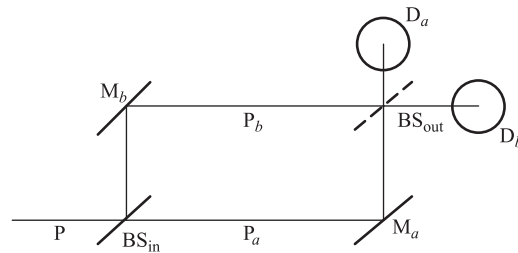


Рис. 3. Принципиальная схема эксперимента с отсроченным выбором

На входное полупрозрачное зеркало (светоделитель BS_{in}) подается пучок фотонов (P). В этом зеркале этот пучок разделяется на две когерентные части P_a и P_b , которые следуют путями a и b , по пути отражаясь от зеркал M_a и M_b . Далее возможны два состояния установки. Первое, когда выходное зеркало (светоделитель BS_{out}) отсутствует. Говорят, что интерферометр разомкнут. В этом случае каждая часть попадает в соответствующий детектор (D_a или D_b). Второе состояние — выходное зеркало присутствует (замкнутый интерферометр). В этом случае в выходном зеркале происходит когерентное сложение обеих частей пучка. Результат такого сложения определяется тем, что при отражении от зеркала фаза меняется на $\pi/2$, а при прохождении сквозь зеркало фаза не меняется. Учитывая это, элементарно установить, что после сложения в выходном зеркале весь пучок попадет в детектор D_b .

На квантовом уровне картина оказывается значительно более интересной. Чтобы получить эту картину в чистом виде, интенсивность пучка резко уменьшают так, чтобы одновременно в установке мог находиться не более чем один фотон. Каждый из этих фотонов может обладать как корпускулярными, так и волновыми свойствами. Будем считать, что в зависимости от окружающей обстановки (от состояния экспериментальной установки) он проявляет либо корпускулярные свойства, либо волновые. Если корпускулярные, то в результате взаимодействия с входным зеркалом фотон случайным образом выбирает один из путей. Если волновые, то во входном зеркале волна разделяется на две части и распространяется по обоим путям.

Пусть состояние установки таково, что выходное зеркало отсутствует. Тогда при корпускулярном поведении фотона будет срабатывать один из детекторов. Фиксируя, какой из детекторов сработал, мы можем установить, какой из путей выбрал фотон во входном зеркале. При волновом поведении должны одновременно сработать оба детектора. Теперь пусть состояние установки таково, что выходное зеркало присутствует. Тогда при корпускулярном поведении фотона опять-таки случайным образом будет срабатывать один из детекторов. При волновом поведении всегда будет срабатывать детектор D_b .

Таким образом, чтобы квантовая картина соответствовала классической, при отсутствии выходного зеркала фотон должен вести себя как частица, т. е. выбирать один из путей. Если же выходное зеркало присутствует, то фотон должен вести себя как волна и после входного зеркала распространяться по обоим путям.

Выбор отдельного пути или обоих сразу фотон, вроде бы, должен сделать в момент прохождения входного зеркала. Чтобы «сбить с толку» фотон, Уилер предложил принимать решение, вставлять или не вставлять выходное зеркало после того, как фотон прошел входное зеркало, а осуществлять это решение до того, как фотон достигнет места расположения выходного зеркала. Таким образом, при прохождении входного зеркала для фотона «еще будет не ясна окружающая обстановка». Тем не менее, чтобы воспроизвести классическую картину, фотон каждый раз должен делать правильный выбор, т. е. он должен заранее угадывать прихоть экспериментатора.

Реально осуществить предложенную Уилером манипуляцию с зеркалом оказалось очень трудно. Нужно было уложиться в 160 нс, которые тратит фотон на прохождение базы (48 м) интерферометра. Экспериментаторам удалось осуществить все требуемые манипуляции за 40 нс. Конечно, с полупрозрачным зеркалом этого сделать нельзя. Поэтому вместо зеркала использовался светоделитель, который включался и выключался электрооптическим модулятором. При этом решение включать или выключать светоделитель принимал генератор случайных чисел. Геометрия установки была такова, что никакой сигнал, распространяющийся со скоростью, не большей скорости света, не

мог перенести информацию о принятом решении к входному зеркалу до момента прохождения через него исследуемого фотона.

Несмотря на все эти меры предосторожности, фотон прекрасно предугадывал решения генератора случайных чисел. Это означает, что в интервале времени между моментами прохождения входного и выходного зеркала у фотона нет альтернативы, быть локализованным в одном из плечей интерферометра или в обоих сразу. Каким-то таинственным образом одновременно реализуются обе эти возможности. Формально это не противоречит стандартному математическому аппарату квантовой механики. Но сколько-нибудь наглядную физическую картину этого явления составить не удастся.

В противоположность этому в терминах элементарного состояния, ядра и темного поля физическая картина явления выглядит очень просто. Фотон, попадая во входное зеркало, взаимодействует с ним. В зависимости от элементарного состояния фотона его ядро либо отражается от зеркала, либо проходит сквозь него. Одновременно в результате взаимодействия рождается темное поле, когерентное ядру. Это темное поле разделяется на две части, одна из которых распространяется по одному пути, другая по другому. Таким образом, в упомянутом в предыдущем абзаце интервале времени ядро электрона и одна из частей темного поля локализованы в одном плече интерферометра, вторая часть темного поля — в другом плече. Все части фотона сохраняют между собой когерентность.

В выходном зеркале обе части темного поля когерентно складываются, порождая малые вторичные колебания зеркала, когерентные ядру. Эти вторичные колебания резонансно взаимодействуют с ядром. С учетом сдвига фаз при взаимодействии составных частей фотона с зеркалами результирующее темное поле и ядро после выходного зеркала распространяются в сторону детектора D_b . При попадании ядра в детектор последний регистрирует этот факт.

При отсутствии выходного зеркала ядро продолжает выбранный во входном зеркале путь и попадает в один из детекторов, где происходит его регистрация. Распространяющаяся по другому пути часть темного поля попадает в другой детектор. Но на темное поле детектор не реагирует. В этом случае картина выглядит так, как будто фотон обладает только корпускулярными свойствами. Таким образом, общая картина представляется весьма наглядной и полностью согласующейся с принципами локальности и причинности.

4. ЗАПУТАННЫЕ СОСТОЯНИЯ, ПАРАДОКС ЭПР

При обсуждении проблем локальности наиболее интересными и загадочными представляются так называемые запутанные состояния. Термин в свое время был введен Шредингером [40] и в оригинале выглядел так: «Ver-

schränkung». Более точным был бы перевод «переплетенные состояния», но в русскоязычной литературе укоренился термин запутанные состояния, хотя он звучит несколько двусмысленно. Для системы, состоящей из двух частиц, каждая из которых может находиться в двух ортогональных между собой квантовых состояниях $|+\rangle$ и $|-\rangle$, примером типичных запутанных состояний являются

$$\begin{aligned} |\Psi^{(-)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_1 |-\rangle_2 - |-\rangle_1 |+\rangle_2], \\ |\Psi^{(+)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_1 |-\rangle_2 + |-\rangle_1 |+\rangle_2], \\ |\Phi^{(-)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_1 |+\rangle_2 - |-\rangle_1 |-\rangle_2], \\ |\Phi^{(+)}\rangle_{12} &= \frac{1}{\sqrt{2}} [|+\rangle_1 |+\rangle_2 + |-\rangle_1 |-\rangle_2]. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $|\cdot\rangle_{12}$ изображают векторы состояния в гильбертовом пространстве двух-частичной системы, а $|\cdot\rangle_1$ и $|\cdot\rangle_2$ — векторы состояния 1-й и 2-й частиц в гильбертовом пространстве одночастичных систем, $|\cdot\rangle_1 |\cdot\rangle_2$ — прямое произведение соответствующих векторов. Квантовые состояния, изображенные в формулах (17), часто называют состояниями Белла.

Отличительной особенностью запутанных состояний является то, что с помощью классических приборов можно приготовить соответствующие чистые состояния многочастичной (в случае формул (17) двухчастичной) системы. Однако и после этого нельзя сказать, в каком чистом квантовом состоянии находится каждая из частиц, составляющих систему. С другой стороны, если в дальнейшем произвести измерение над одной частицей, то можно установить не только чистое состояние этой частицы, но и чистое квантовое состояние ее партнера, который измерению не подвергался.

Например, если известно, что двухчастичная система находится в квантовом состоянии $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$, то в каком из двух возможных состояний, $|+\rangle$ или $|-\rangle$, находится каждая из частиц, ничего сказать нельзя. Однако если в результате последующего измерения над 1-й частицей будет установлено, что она находится в состоянии $|+\rangle_1$, то с вероятностью единица можно предсказать, что при измерении над 2-й частицей мы ее обнаружим в состоянии $|-\rangle_2$.

Такое положение вещей в стандартном подходе к квантовой механике закреплено в виде так называемого проекционного принципа [41]. Согласно этому принципу измерение, проведенное над частью исследуемой физической системы, приводит к изменению (редукции) квантового состояния всей системы. При этом могут меняться характеристики не только той части системы, которая подверглась воздействию измерительного прибора, но и другой части, которая такому воздействию не подвергалась. Так в рассмотренном

выше случае в результате измерения характеристик 1-й частицы состояние $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$ редуцируется (коллапсирует) в состояние $|+\rangle_1|-\rangle_2$.

В качестве рецепта математического описания воздействия измерительного прибора на квантовый объект проекционный принцип, как правило, работает очень хорошо. Но дать этому принципу сколько-нибудь наглядное физическое толкование, согласующееся с теорией относительности, в стандартном подходе не удается.

В своей знаменитой книге [41] фон Нейман вводит представление о двух типах воздействия на физическую систему. В результате воздействия, которое фон Нейман отнес ко второму типу, квантовое состояние меняется согласно уравнению Шредингера. Это изменение подчиняется принципу причинности и однозначно предсказуемо. Так происходит изменение квантового состояния системы при ее взаимодействии с другой квантовой системой или внешним классическим полем.

К первому типу фон Нейман отнес воздействие на физическую систему измерительного прибора. При таком воздействии квантовое состояние меняется случайным образом и, по мнению фон Неймана, является беспричинным. Выглядит это очень странно, так как любой измерительный прибор может рассматриваться либо как некоторая квантовая система, либо как внешнее классическое поле. Единственной отличительной особенностью взаимодействия измерительного прибора с исследуемой физической системой является то, что в результате этого взаимодействия мы получаем некоторую информацию о системе. В связи с этим фон Нейман ввел понятие психофизического параллелизма. Согласно этому принципу в описании воздействия первого типа принципиальную роль играет внутреннее «Я» исследователя. Этим фон Нейман пытался объяснить необычные свойства воздействия этого типа.

В отличие от других рассуждений фон Неймана, это рассуждение не представляется сколько-нибудь убедительным. В последующем предпринимались многочисленные попытки обосновать проекционный принцип, но все они, мягко говоря, с физической точки зрения представляются спорными.

Далее мы не будем проводить общее обсуждение проекционного принципа (по этому поводу см. [24]), а сосредоточим свое внимание на проблемах, возникающих при применении этого принципа в одном конкретном случае. Именно, в так называемом парадоксе Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР).

В оригинальном варианте [5] авторы рассматривали парадоксальные явления, которые возникают в системе двух скоррелированных частиц при измерении их координат и импульсов. Позже Бом [42] предложил другую физическую модель для демонстрации тех же парадоксальных явлений. С принципиальной точки зрения предложенная Бомом модель вполне идентична модели, рассмотренной в работе [5]. Вместе с тем для обсуждения модель Боба значительно более удобна. Поэтому мы проведем обсуждение парадокса ЭПР в варианте, предложенном Бомом.

Бом предложил рассмотреть систему, состоящую из двух частиц со спином $1/2$, находящуюся в синглетном состоянии. В этом состоянии суммарный спин равен нулю. Такое состояние может возникнуть при распаде позитрония на электрон и позитрон. В терминах гильбертова пространства это состояние описывается вектором $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$ (см. формулу (17)). В таком случае $|+\rangle_1$ означает квантовое состояние первой частицы с проекцией спина на выделенную ось (ось z), равной $+1/2$, а $|-\rangle_1$ — с проекцией, равной $-1/2$. Аналогично для второй частицы.

В нерелятивистском случае проекция спина на выделенную ось является хорошим квантовым числом и сохраняется во время свободного движения. Обозначим наблюдаемую, соответствующую спину первой частицы, через \hat{S}_1 . Для наблюдаемых, соответствующих проекциям спина на ось z и направление \mathbf{n} , будем использовать обозначения \hat{S}_{1z} и \hat{S}_{1n} . Аналогично для второй частицы. Для соответствующих полных величин используем те же обозначения, но без номеров 1 или 2. Как и в общем случае, значения наблюдаемых будем обозначать теми же символами, что и сами наблюдаемые, но без крышки.

Итак, рассмотрим позитроний, находящийся в синглетном состоянии, который распался на две частицы со спинами $1/2$. Подождем, пока частицы разлетятся на большое расстояние, и после этого измерим у первой частицы проекцию спина на ось z . Согласно стандартным правилам квантовой механики до измерения эта частица не имела определенного значения S_{1z} . С равными вероятностями в эксперименте мы можем получить либо значение $+1/2$, либо значение $-1/2$. Пусть мы получили значение $S_{1z} = +1/2$. Говорят, что в результате измерения первая частица приобрела определенное значение $(+1/2)$ проекции спина на ось z . Так как первая частица подвергалась воздействию измерительного прибора, то это высказывание выглядит вполне правдоподобным.

Однако если после этого мы измерим у второй частицы проекцию спина на ту же ось, то получим $S_{1z} = -1/2$. Объяснение этого факта оказывается гораздо более трудной задачей. Будем считать, что второе измерение мы произвели настолько скоро после первого, что никакой сигнал не успел прийти от места первого измерения до места второго. Если мы верим в принцип локальности, то должны сделать вывод, что первое измерение не могло повлиять на результат второго измерения. Тем не менее между результатами этих измерений обнаруживается жесткая корреляция.

Наличие такой корреляции мы можем объяснить тем, что при распаде позитрония электрон и позитрон приобрели определенные значения проекций спина на ось z . Какие значения, мы не знаем, но мы знаем, что сумма этих значений равна нулю. Такое объяснение дает вполне наглядную интерпретацию полученных результатов. Однако оно противоречит представлениям, которые приняты в стандартной квантовой механике. Дело в том, что вместо того, чтобы измерять проекции спина на ось z , мы могли бы измерить проек-

ции спина на ось x . Результат был бы аналогичным: сумма проекций спина обеих частиц на ось x равна нулю.

Поэтому чтобы приведенное объяснение оставалось в силе, мы должны считать, что при распаде позитрония электрон и позитрон приобрели определенные значения проекций спина не только на ось z , но и на ось x . Но для каждой из частиц проекции спина на оси z и x являются несовместимыми наблюдаемыми. Поэтому, по принятым в стандартной механике представлениям, они не могут одновременно иметь определенные значения.

Наличие такого противоречия составляет суть парадокса ЭПР. Противники наличия парадокса ЭПР утверждают следующее. Парадокс ЭПР возникает потому, что мы пытаемся дать наглядную картину того, как возникают корреляции между различными частями сложной системы. При этом наши наглядные представления основываются на опыте, приобретенном в работе с макроскопическими объектами, а в мире микроскопических объектов эти представления могут оказаться несостоятельными.

Формально такая точка зрения допустима. Мы можем считать, что в сложной системе существуют корреляции между удаленными друг от друга частями системы. Эти корреляции имеют недоступное нашему пониманию происхождение. Возможно, вообще не имеют никакого происхождения (отсутствие причинности в микромире). Мы можем только констатировать, что такие корреляции существуют и описываются соответствующим квантовым состоянием.

На определенном этапе развития науки такая точка зрения может оказаться очень продуктивной. Мы подмечаем некоторые закономерности в природе, не тратим силы и время на попытки объяснить эти закономерности, а начинаем их интенсивно эксплуатировать. Но рано или поздно возникает потребность в установлении этих более фундаментальных закономерностей. Похоже, что в квантовой теории как раз наступило такое время.

Признание наличия необъяснимых корреляций между удаленными частями физической системы ставит под сомнение принцип локальности, принятый в квантовой теории поля. В свою очередь, это порождает надежды на возможность новых способов передачи информации, не ограниченных жесткими требованиями теории относительности. При этом часто делаются ссылки на якобы доказанную нелокальность квантовых измерений. Точнее, на отсутствие локальной реальности, определяющей результаты локальных измерений.

Принятая в настоящей статье концепция элементарного состояния позволяет дать наглядную интерпретацию парадокса ЭПР, оставаясь в рамках локальности квантовых измерений. Согласно этой концепции любое квантовое состояние, в том числе и синглетное состояние $\Psi_{12}^{(-)}$, описывает класс эквивалентности элементарных состояний. Иными словами, описывает не от-

дельную физическую систему, а ансамбль таких систем. Этот ансамбль не имеет локализации в пространстве Минковского. Поэтому требовать выполнения свойства локальности от синглетного квантового состояния физически ничем не мотивировано.

Определяющим признаком синглетного состояния является то, что при любом направлении \mathbf{n} измерение проекции \hat{S}_n суммарного спина на это направление приводит к результату $S_n = 0$. Поэтому если мы проводим измерения наблюдаемых \hat{S}_{1n} и \hat{S}_{2n} совместимым образом, то всегда должны получить

$$S_{1n} + S_{2n} = 0. \quad (18)$$

Справедливость этого равенства не зависит от области локализации наблюдаемых \hat{S}_{1n} и \hat{S}_{2n} . Важно только, чтобы эти измерения были совместимыми. При наличии свойств локальности последнее будет заведомо выполняться, если области измерений этих наблюдаемых пространственноподобны друг другу.

Поскольку равенство (18) выполняется для каждого отдельного измерения, то синглетное состояние — это класс эквивалентности элементарных состояний, для каждого из которых справедливо (18). Это не противоречит тому, что каждая из частиц рассматриваемой двухчастичной системы находится в некотором индивидуальном элементарном состоянии. Это состояние является математическим образом локальной реальности, которая определяет результаты локальных измерений для этой частицы. Элементарные состояния отдельных частиц, входящих в состав синглетных пар, вовсе не обязаны образовывать класс эквивалентности, соответствующий некоторому чистому квантовому состоянию одночастичной системы.

В работе [23] описаны все элементарные состояния частицы со спином $1/2$. Наглядно каждое такое состояние можно представить в виде сферы единичного радиуса, раскрашенной поточечно в черный и белый цвета. При этом на концах каждого диаметра должны быть расположены точки разного цвета. Каждая такая сфера СЭС (сфера элементарного состояния) определяет результат измерения проекции спина следующим образом. Чтобы узнать, какое значение проекции спина на направление \mathbf{n} будет обнаружено у частицы в некотором элементарном состоянии, нужно в соответствующей СЭС провести радиус в направлении \mathbf{n} . Если радиус упрется в черную точку, то значение будет $+1/2$, если в белую, то значение $-1/2$. Соответственно, синглетное состояние двухчастичной системы можно изобразить в виде двух СЭС, которые являются негативными копиями друг друга.

В каждом акте измерения классический прибор может измерить проекцию спина в любом, но только в одном, направлении \mathbf{n} . При этом в результате взаимодействия с измерительным прибором окраска СЭС неконтролируемым образом меняется. Поэтому с помощью измерений мы никогда не сможем

получить полное сведение о раскраске СЭС, т. е. полное сведение об элементарном состоянии частицы.

Вместе с тем если нам известно, что двухчастичная система находится в синглетном состоянии, то, произведя измерение проекции спина на направление \mathbf{n} у одной частицы, мы можем получить информацию о проекции спина на то же направление у второй частицы. Это происходит потому, что СЭС этих частиц жестко скоррелированы благодаря равенству (18). Такое измерение проекции спина второй частицы называется косвенным. Оно возможно при любой локализации второй частицы. При этом элементарное состояние второй частицы не меняется. Хотя при косвенном измерении мы получаем некоторую информацию об элементарном состоянии удаленного объекта, это ни в коей мере не нарушает принцип локальности взаимодействия.

Так как синглетное состояние $\Psi_{12}^{(-)}$ обычно используется при обсуждении парадокса ЭПР, то в современной литературе это квантовое состояние часто называют ЭПР-состоянием, а соответствующую двухчастичную систему ЭПР-парой.

Для теоретического обсуждения парадокса ЭПР электрон-позитронная пара очень удобна. Однако экспериментальная реализация такой физической системы сопряжена с большими трудностями. Значительно проще реализовать такую синглетную пару оптическими средствами. В этом случае ЭПР-пара состоит из двух фотонов, поляризованных в двух взаимно ортогональных направлениях: горизонтальном (вектор состояния $|H\rangle \equiv |+\rangle$) и вертикальном (вектор состояния $|V\rangle \equiv |-\rangle$). Процесс, в котором получается оптическая ЭПР-пара, называется параметрическим преобразованием частоты вниз второго типа (см., например, [43]). В русскоязычной литературе чаще используется термин «спонтанное параметрическое рассеяние» (СПР).

Основой источника СПР является нелинейный кристалл, который облучается ультрафиолетовым лазером. Благодаря коллективным процессам лазерные фотоны рассеиваются в кристалле. При этом, как правило, один падающий фотон порождает один выходящий фотон. Однако иногда, с гораздо меньшей вероятностью, при рассеянии одного фотона рождаются два фотона. В этом случае энергия падающего фотона делится примерно поровну между двумя порожденными фотонами. Можно подобрать такие условия, чтобы эти два фотона образовывали ЭПР-пару.

Именно, с использованием методики СПР удалось в натуре реализовать эксперимент [44], демонстрирующий парадокс ЭПР. Поскольку результаты эксперимента полностью соответствуют предсказаниям стандартной квантовой механики, то считается, что эти результаты свидетельствуют в пользу отсутствия локальной реальности, определяющей поведение локально выделенной части квантовой системы. Как показано выше, такой вывод совершенно не обязателен. Существование локальной реальности, описываемой

элементарным состоянием соответствующей части квантовой системы, также приводит к выводам, согласующимся с результатами выполненного эксперимента.

5. КВАНТОВАЯ ТЕЛЕПОРТАЦИЯ

Представление о нелокальном характере квантовых измерений породило большие надежды на возможность принципиально нового способа передачи информации (см., например, [45]). В научной литературе этот способ получил название квантовая телепортация. Уже проведены многочисленные эксперименты, которые, вроде бы, подтверждают эти надежды. При этом элемент таинственности, присущий понятию «телепортация», сохраняется и в научной литературе. Далее мы попытаемся снять этот покров таинственности. По этому поводу смотрите также [46].

Суть явления телепортации можно понять, рассматривая мысленный эксперимент, схема которого изображена на рис. 4.

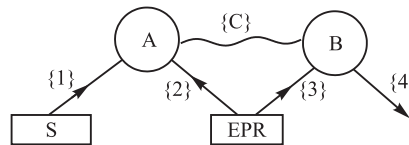


Рис. 4. Схема квантовой телепортации

Здесь S — источник начального состояния; EPR — источник ЭПР-пар; A — анализатор состояний Белла (Алиса); B — унитарный преобразователь (Боб); {C} — канал классической связи; {1} — носитель начального телепортируемого состояния; {2}, {3} — ЭПР-пара; {4} — носитель конечного телепортируемого состояния.

В стандартном виде описание явления телепортации выглядит следующим образом (см., например, [47]). Источник S испускает частицу {1} в квантовом состоянии $|\Psi\rangle_1 = \alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$, где α и β — комплексные числа, удовлетворяющие условию $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Частица {1} направляется к Алисе. Источник EPR испускает ЭПР-пару {2} и {3} в синглетном состоянии $\Psi_{23}^{(-)}$ (вектор $|\Psi^{(-)}\rangle_{23}$, см. формулу (17)). Одна из частиц ({2}) пары направляется к Алисе, другая частица ({3}) направляется к Бобу.

По стандартным правилам квантовой механики состояние трехчастичной системы (частицы {1}, {2}, {3}) описывается вектором квантового состояния $|\Psi\rangle_{123} = |\Psi\rangle_1|\Psi^{(-)}\rangle_{23}$. Этот вектор может быть представлен в виде

разложения по состояниям Белла частиц $\{1\}$ и $\{2\}$ (см. формулу (17)).

$$|\Psi\rangle_{123} = \frac{1}{2} \left\{ |\Psi^{(-)}\rangle_{12} \left(-\alpha|+\rangle_3 - \beta|-\rangle_3 \right) + |\Psi^{(+)}\rangle_{12} \left(-\alpha|+\rangle_3 + \beta|-\rangle_3 \right) + |\Phi^{(-)}\rangle_{12} \left(\alpha|-\rangle_3 + \beta|+\rangle_3 \right) + |\Phi^{(+)}\rangle_{12} \left(\alpha|-\rangle_3 - \beta|+\rangle_3 \right) \right\}. \quad (19)$$

Алиса, используя анализатор А, определяет, в каком из четырех возможных состояний Белла находятся попавшие к ней частицы $\{1\}$ и $\{2\}$. Пусть, например, в состоянии $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$. После такого измерения согласно проекционному принципу стандартной квантовой механики трехчастичное состояние редуцируется следующим образом:

$$|\Psi\rangle_{123} \rightarrow |\Psi^{(-)}\rangle_{12} \left(-\alpha|+\rangle_3 - \beta|-\rangle_3 \right). \quad (20)$$

По классическому каналу связи Алиса сообщает результат своего наблюдения Бобу. Получив сообщение, что Алиса зарегистрировала состояние $|\Psi^{(-)}\rangle_{12}$, Боб, ничего не делая, пропускает частицу $\{3\}$ далее. Эта частица согласно правой части формулы (20) будет находиться в состоянии $|\Psi\rangle_4 = (-\alpha|+\rangle_3 - \beta|-\rangle_3)$.

Квантовые состояния, описываемые векторами $|\Psi\rangle_1$ и $|\Psi\rangle_4$, совпадают. Первоначально между квантовыми состояниями частиц $\{1\}$ и $\{3\}$ не было никакой корреляции. Алиса манипулировала только с частицами $\{1\}$ и $\{2\}$. В момент этих манипуляций частица $\{3\}$ могла находиться в области пространства Минковского, пространственноподобной области манипуляций Алисы. Тем не менее частица $\{3\}$ каким-то таинственным образом оказалась в квантовом состоянии, в котором находилась частица $\{1\}$. При этом ни Алиса, ни Боб могли не знать, в каком квантовом состоянии находилась частица $\{1\}$.

Если Алиса для $\{1\}$ и $\{2\}$ получит другой результат и по классическому каналу связи сообщит его Бобу, то Бобу придется немного поработать. Если результат будет $|\Psi^{(+)}\rangle_{12}$, то Бобу следует над частицей $\{3\}$ провести унитарную операцию, которая сводится к преобразованию $-|+\rangle \rightarrow |+\rangle$. Если результат будет $|\Phi^{(-)}\rangle_{12}$, то необходимо преобразование $|+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$. Если результат $|\Phi^{(+)}\rangle_{12}$, то преобразование $-|+\rangle \rightarrow |+\rangle \leftrightarrow |-\rangle$. После таких операций частица $\{3\}$ окажется в состоянии $|\Psi\rangle_4$, совпадающем с квантовым состоянием $|\Psi\rangle_1$. В этих случаях из-за наличия дополнительных операций парадоксальность ситуации оказывается завуалированной. Однако с обычной точки зрения она выглядит такой же абсурдной, как и в первом случае.

Стандартные слова, которые в такой ситуации произносятся, звучат примерно так: «Многое, что абсурдно с обычной точки зрения, является нормой в квантовом мире». Однако можно обойтись без такого слабого утешения, если для интерпретации результатов эксперимента воспользоваться понятием элементарного состояния.

При такой интерпретации тот факт, что источник S испускает частицы в определенном квантовом состоянии, означает следующее. Источник испускает пучок частиц, элементарные состояния которых различны, но все они принадлежат одному определенному классу эквивалентности. Пучок не обязан быть локализованным ни во времени, ни в пространстве. Класс эквивалентности может быть никому не известен. Последнее означает, что числа α и β , фигурирующие в разложении $|\Psi\rangle_1$ по базису $|+\rangle$, $|-\rangle$, могут быть неизвестны, но для всех частиц пучка они одни и те же (с точностью до общего фазового множителя). Поэтому существует такая система координат в трехмерном пространстве, в которой все частицы пучка будут иметь проекцию спина на ось z , равную $+1/2$. В этой системе координат вектору состояния $\alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$ соответствует $S_z = +1/2$, вектору $-\alpha|+\rangle + \beta|-\rangle$ соответствует $S_z = -1/2$. Ось x можно направить так, чтобы вектору $\alpha|-\rangle + \beta|+\rangle$ соответствовало $S_x = +1/2$, а вектору $\alpha|-\rangle - \beta|+\rangle$ соответствовало $S_x = -1/2$.

Каждая частица пучка, испущенная источником S , анализируется Алисой совместно с частицей ЭПР-пары, испущенной источником EPR. Разные ЭПР-пары находятся в различных элементарных состояниях, но в каждой паре элементарное состояние одной частицы является негативной копией элементарного состояния другой частицы. Физическую систему, состоящую из анализатора и частицы $\{1\}$, можно рассматривать как сложный измерительный прибор. С помощью этого прибора Алиса сортирует частицы $\{2\}$ по четырем группам. В каждую группу попадают частицы $\{2\}$, которые совместно с частицей $\{1\}$ находятся в двухчастичном элементарном состоянии, принадлежащем одному из четырех квантовых состояний Белла.

Так как каждая из частиц $\{2\}$ имеет партнера по ЭПР-паре, то эту сортировку можно рассматривать как разделение пучка частиц $\{3\}$ на четыре подпучка. Согласно формуле (19) в каждый такой подпучок попадут частицы $\{3\}$, имеющие определенное значение проекции спина либо на ось z , либо на ось x . Это происходит потому, что элементарное состояние каждой частицы $\{3\}$ жестко скоррелировано с элементарным состоянием частицы-партнера $\{2\}$.

Поскольку Алиса определяет, в какую группу попала каждая из частиц $\{2\}$, то она получает информацию, в какую группу попала соответствующая частица $\{3\}$. Эту информацию Алиса по классическому каналу связи сообщает Бобу. Ему этой информации достаточно, чтобы выбрать нужное унитарное преобразование. С помощью этого преобразования он так изменяет элементарное состояние частицы $\{3\}$, что оно оказывается в квантовом состоянии Ψ_1 .

Своим измерением Алиса никак не повлияла на элементарное состояние частицы $\{3\}$, она только с помощью косвенного измерения получила некоторую информацию об этом элементарном состоянии, которой поделилась с

Бобом. После этого Боб произвел некоторые манипуляции с частицей $\{3\}$. В результате этих манипуляций элементарное состояние частицы $\{3\}$ не стало точной копией элементарного состояния частицы $\{1\}$. Поэтому термин «телепортация» в данном случае не представляется особенно удачным. Бобу удалось только загнать частицу $\{3\}$ в тот же класс эквивалентности, в котором находилась частица $\{1\}$.

Далее мы обсудим реальный эксперимент, в котором наблюдалась квантовая телепортация. Эксперимент проводился с фотонами. Соответственно, использовались оптические приборы. Прежде чем приступить к обсуждению эксперимента, коротко опишем принцип действия двух использовавшихся приборов.

Первый оптический прибор — это поляризационный светоделитель PBS. Он служит для разделения пучка фотонов на два подпучка, поляризованных в двух взаимно ортогональных направлениях. Геометрия прибора определяет три ортогональные направления (ортогональный поляризационный базис): \mathbf{I} — направление падающего пучка, \mathbf{H} — горизонтальное направление, \mathbf{V} — вертикальное направление. Если падающий пучок фотонов поляризован горизонтально, то после прохождения PBS фотоны распространяются по направлению \mathbf{H} , если поляризован вертикально, то по направлению \mathbf{V} . Если падающий пучок поляризован под некоторым углом ϑ ($\vartheta \neq \pi n/2$), то часть проходящих через PBS фотонов распространяется по направлению \mathbf{H} и приобретает горизонтальную поляризацию, а другая по направлению \mathbf{V} и приобретает вертикальную поляризацию.

Применительно к отдельному фотону пучка это физическое явление имеет существенно различные толкования в стандартном квантово-механическом подходе и в подходе, описанном в разд. 1.

В стандартном подходе о поляризации отдельного фотона предпочитают вообще не говорить. Если известно, что фотон принадлежит поляризованному пучку, то говорят, что он имеет соответствующую поляризацию. Если же о предыстории фотона нет никакой информации, то говорят, что он не имеет никакой поляризации. Говорят, что он приобрел определенную поляризацию (горизонтальную или вертикальную) только после прохождения PBS. Процесс этот случайный и не обусловлен никакой физической реальностью.

В предложенном подходе трактовка существенно иная. Каждый фотон находится в определенном элементарном состоянии. Это элементарное состояние описывает физическую реальность, которая предопределяет результат взаимодействия фотона с PBS при любой ориентации горизонтального и вертикального направлений, т. е. в любом поляризационном базисе. Таким образом, заранее предопределено, по какому из двух возможных направлений будет распространяться фотон после прохождения PBS при заданной ориентации поляризационного базиса. Однако если заранее не известно, что в этом базисе фотон имеет определенную поляризацию (принадлежит пучку, имею-

щему вертикальную или горизонтальную поляризацию), то соответствующего предсказания мы сделать не можем.

В результате наблюдения за фотоном, прошедшим PBS, мы некоторую информацию приобретаем. Именно, мы узнаем, какую поляризацию имел фотон в поляризационном базисе, связанном с PBS. При прохождении PBS поляризация фотона, в общем случае, меняется неконтролируемым образом. Однако если PBS реализует воспроизводимое измерение, то по направлениям поляризационного базиса PBS поляризация не меняется. По другим направлениям она меняется. Таким образом, мы можем приобрести информацию о поляризации фотона по любому направлению, но только по одному.

Второй прибор — это (простой) светоделитель BS, который служит для смешивания двух пучков фотонов. Наглядно этот прибор можно представить в виде полупрозрачной пластины (см. рис. 5), на которую с двух сторон в одной плоскости, перпендикулярной пластине, и под одинаковыми углами падают пучки поляризованных фотонов.

В этом случае геометрия прибора также определяет поляризационный базис. Будем считать, что горизонтальное направление лежит в плоскости пучков, вертикальное — перпендикулярно этой плоскости.

Если фотоны из двух пучков падают на пластину не одновременно, то каждый из них без изменения поляризации либо проходит сквозь пластину, либо отражается. Эти два варианта случайны и имеют одинаковую вероятность. Если же два фотона из разных пучков падают на пластину одновременно, то они интерферируют согласно правилу

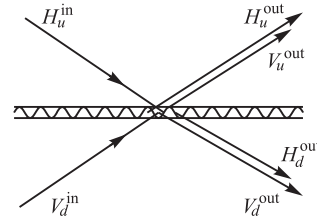


Рис. 5. Простой светоделитель

$$\begin{aligned} |H, V\rangle_u^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H, V\rangle_u^{\text{out}} + |H, V\rangle_d^{\text{out}}], \\ |H, V\rangle_d^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H, V\rangle_u^{\text{out}} - |H, V\rangle_d^{\text{out}}]. \end{aligned} \tag{21}$$

В формулах (21) $|H, V\rangle$ означает, что фотон имеет либо горизонтальную поляризацию, т. е. находится в квантовом состоянии $|H\rangle$, либо вертикальную, т. е. находится в квантовом состоянии $|V\rangle$. В каждой строке (21) поляризация слева и справа одна и та же, в разных строках поляризации могут быть разными. Индекс $u(d)$ обозначает, что фотон принадлежит верхнему (нижнему) пучку, а индекс in(out) обозначает, что фотон принадлежит входящему (выходящему) пучку.

Интересный результат получается, когда входящие фотоны находятся в одном из состояний Белла (формулы (17)). Воспользовавшись форму-

лами (21), получим, что при прохождении простого светоделителя BS состояния Белла преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned}
|\Psi^{(-)}\rangle_{ud}^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_u^{\text{out}} |V\rangle_d^{\text{out}} - |V\rangle_u^{\text{out}} |H\rangle_d^{\text{out}}] \equiv -|\Psi^{(-)}\rangle_{ud}^{\text{out}}, \\
|\Psi^{(+)}\rangle_{ud}^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_u^{\text{out}} |V\rangle_u^{\text{out}} - |H\rangle_d^{\text{out}} |V\rangle_d^{\text{out}}], \\
|\Phi^{(-)}\rangle_{ud}^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_u^{\text{out}} |H\rangle_u^{\text{out}} - |V\rangle_u^{\text{out}} |V\rangle_u^{\text{out}} - |H\rangle_d^{\text{out}} |H\rangle_d^{\text{out}} + |V\rangle_d^{\text{out}} |V\rangle_d^{\text{out}}], \\
|\Phi^{(+)}\rangle_{ud}^{\text{in}} &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} [|H\rangle_u^{\text{out}} |H\rangle_u^{\text{out}} + |V\rangle_u^{\text{out}} |V\rangle_u^{\text{out}} - |H\rangle_d^{\text{out}} |H\rangle_d^{\text{out}} - |V\rangle_d^{\text{out}} |V\rangle_d^{\text{out}}].
\end{aligned}
\tag{22}$$

Из формул (22) видно, что если входящий фотон находится в синглетном состоянии $|\Psi^{(-)}\rangle_{ud}^{\text{in}}$, то выходящие фотоны оказываются по разные стороны от пластины BS. Если же входящий фотон находится в одном из триплетных состояний Белла $|\Psi^{(+)}\rangle_{ud}^{\text{in}}$, $|\Phi^{(-)}\rangle_{ud}^{\text{in}}$, $|\Phi^{(+)}\rangle_{ud}^{\text{in}}$, то оба фотона оказываются по одну сторону от пластины.

Формулы (21) и (22) дают краткое и простое математическое описание воздействия светоделителя BS на пучки поляризованных фотонов. Однако в дальнейшем нам потребуется описание воздействия светоделителя BS на отдельные пары фотонов. В этом случае для математического описания отдельных фотонов придется иметь дело с элементарными состояниями этих фотонов. Тогда квантовое состояние фотонов придется описывать с помощью классов эквивалентности элементарных состояний.

Между квантовыми состояниями, определенными как классы эквивалентности элементарных состояний, с одной стороны, и как векторы гильбертова пространства, с другой, имеется одно тонкое различие. Хотя оба определения приводят к чистому состоянию (см. [23]). Дело в том, что усреднение наблюдаемых по разным классам эквивалентности $\Psi' = \{\varphi\}_{\varphi_{\eta'}}$ и $\Psi'' = \{\varphi\}_{\varphi_{\eta''}}$ иногда может приводить к одинаковым результатам для средних значений наблюдаемых. Т.е. для всех наблюдаемых \hat{A} оказывается справедливым $\Psi'(\hat{A}) = \Psi''(\hat{A})$.

Посмотрим, к каким следствиям это может привести для физической системы, состоящей из двух частиц со спинами $1/2$. Алгебра \mathfrak{A} спиновых наблюдаемых этой системы, среди многих других, имеет две максимальные коммутативные подалгебры \mathfrak{Q}' и \mathfrak{Q}'' . Генераторами подалгебры \mathfrak{Q}' являются наблюдаемые \hat{S}_{1z} , \hat{S}_{2z} , а генераторами подалгебры \mathfrak{Q}'' — наблюдаемые $\hat{S}_z = \hat{S}_{1z} + \hat{S}_{2z}$, \hat{S}^2 . Так как \hat{S}^2 не коммутирует с \hat{S}_{1z} и \hat{S}_{2z} , то подалгебры \mathfrak{Q}' и \mathfrak{Q}'' разные. Однако они имеют общие элементы. Одним из таких элементов является одномерный проектор $\hat{p} = (1 + 2\hat{S}_{1z})(1 + 2\hat{S}_{2z})/4$. Очевидно, что $\hat{p}^* = \hat{p}$ и $\hat{p}^2 = \hat{p}$, т.е. \hat{p} действительно является проектором. Обычно исполь-

зуемое представление спиновых наблюдаемых в виде операторов в гильбертовом пространстве является точным, т. е. разным наблюдаемым соответствуют разные операторы. В этом представлении наблюдаемой \hat{p} соответствует оператор проектирования на одномерное гильбертово подпространство. Поэтому проектор \hat{p} одномерный. Очевидным образом проектор \hat{p} коммутирует с наблюдаемыми $\hat{S}_{1z}, \hat{S}_{2z}, \hat{S}_z$. Легко проверить, что \hat{p} коммутирует с \hat{S}^2 . Поэтому $\hat{p} \in \Omega' \cap \Omega''$.

Как показано в [23], каждому одномерному проектору \hat{p} , принадлежащему некоторой коммутативной подалгебре Ω , соответствует линейный функционал $\Psi(\cdot)$ на алгебре \mathfrak{A} , определяемый формулой

$$\hat{p}\hat{A}\hat{p} = \Psi(\hat{A})\hat{p}. \quad (23)$$

Этот функционал описывает средние значения наблюдаемых по чистому квантовому состоянию, фиксируемому определенными значениями полного набора взаимно коммутирующих наблюдаемых. Подставляя в формулу (23) в качестве \hat{A} наблюдаемые $\hat{S}_{1z}, \hat{S}_{2z}, \hat{S}_z, \hat{S}^2$, получим

$$\Psi(\hat{S}_{1z}) = \Psi(\hat{S}_{2z}) = \frac{1}{2}, \quad \Psi(\hat{S}_z) = 1, \quad \Psi(\hat{S}^2) = 2. \quad (24)$$

Образуем два класса эквивалентности Ψ' и Ψ'' . Класс эквивалентности Ψ' фиксируется значениями наблюдаемых \hat{S}_{1z} и \hat{S}_{2z} : $S_{1z} = S_{2z} = 1/2$. Это значит, что все элементарные состояния, входящие в класс Ψ' , стабильны на наблюдаемых из подалгебры Ω' и имеют соответствующие значения на этих наблюдаемых. Аналогичным образом класс Ψ'' фиксируется значениями наблюдаемых \hat{S}_z, \hat{S}^2 : $S_z = 1, S^2 = 2$. Элементарные состояния, входящие в класс Ψ'' , стабильны на наблюдаемых из подалгебры Ω'' .

Из соотношений (24) видно, что функционал $\Psi(\cdot)$, определяемый формулой (23), может играть роль статистического среднего как для класса Ψ' , так и для класса Ψ'' . Если теперь с помощью функционала $\Psi(\cdot)$ мы по канонической конструкции ГНС построим представление алгебры \mathfrak{A} в гильбертовом пространстве \mathfrak{H} , то в этом пространстве классам эквивалентности Ψ' и Ψ'' будет соответствовать один и тот же вектор состояния.

С другой стороны, если мы определим квантовые состояния Ψ' и Ψ'' как соответствующие классы эквивалентности, то такие квантовые состояния будут физически различными. В квантовом состоянии Ψ' в каждом индивидуальном измерении должно получаться $S_{1z} = S_{2z} = 1/2$, а значения $S^2 = 2$ и $S_z = 1$ получаются только в среднем, правда, с нулевой дисперсией. Наоборот, в квантовом состоянии Ψ'' в каждом индивидуальном измерении должно получаться $S^2 = 2$ и $S_z = 1$, а значения $S_{1z} = S_{2z} = 1/2$ — только в среднем, опять-таки с нулевой дисперсией. Разница эта очень тонкая, однако, как мы увидим далее, она может проявиться в эксперименте.

Вернемся к обсуждению простого светоделителя BS. Будем его рассматривать как составную часть классического измерительного прибора. В общем случае измерительный прибор состоит из двух частей: анализатора и детектора. Иногда эти части могут быть совмещены. Анализатор — это прибор с одним входным каналом и несколькими выходными. Через входной канал исследуемая физическая система попадает в анализатор. В зависимости от ее элементарного состояния анализатор направляет систему в один из выходных каналов. Детектор фиксирует, через какой канал вышла система. Так экспериментатор получает интересующие его сведения об элементарном состоянии исследуемой системы.

Светоделитель BS можно рассматривать как анализатор с двумя выходными каналами. Один канал (канал 0) соответствует вылету фотонов после прохождения BS по разные стороны от пластины, другой канал (канал 1) — вылету фотонов по одну сторону от пластины.

Как уже упоминалось в разд. 1, каждый измерительный прибор калибруется по значениям наблюдаемых, принадлежащих некоторой максимальной коммутативной подалгебре Ω_ξ . Применительно к анализатору это означает, что каждый выходной канал соответствует определенным значениям (интервалам значений) наблюдаемых из подалгебры Ω_ξ . Поэтому реакция анализатора определяется не всеми характеристиками, составляющими элементарное состояние исследуемой системы, а только характером φ_ξ . Соответственно с помощью анализатора можно получить не полную информацию об элементарном состоянии, а только информацию о φ_ξ .

Для фотона каждый характер, описывающий поляризацию, может принимать два значения H и V . Каждому поляризационному базису (ориентации BS) соответствует определенный характер. Таким образом, реакция конкретного светоделителя BS определяется характером, привязанным к поляризационному базису этого светоделителя.

Рассмотрим случай, когда оба фотона, падающие на светоделитель BS, имеют в базисе светоделителя одинаковую поляризацию, например вертикальную. Тогда входящее квантовое состояние этих фотонов можно описать с помощью вектора $|V\rangle_u^{\text{in}}|V\rangle_d^{\text{in}}$. Согласно формуле (21) светоделитель преобразует этот вектор следующим образом:

$$|V\rangle_u^{\text{in}}|V\rangle_d^{\text{in}} \longrightarrow \frac{1}{2} [|V\rangle_u^{\text{out}}|V\rangle_u^{\text{out}} - |V\rangle_d^{\text{out}}|V\rangle_d^{\text{out}}]. \quad (25)$$

Векторы гильбертова пространства описывают физическую систему статистически. Поэтому непосредственно формулу (25) можно проинтерпретировать следующим образом. Если входящие фотоны имели в базисе светоделителя одинаковую (вертикальную) поляризацию, то после прохождения светоделителя они с вероятностью единица попадут в выходной канал 1.

Следуя нашей общей логике, будем считать, что можно сделать более сильное утверждение. Пусть элементарные состояния входящих фотонов таковы, что оба фотона в базисе светоделителя BS имеют одинаковую (вертикальную или горизонтальную) поляризацию. Тогда после прохождения светоделителя эти фотоны попадут в выходной канал 1. Здесь речь уже идет не о вероятностях, а считается, что утверждение справедливо для каждой пары фотонов.

Исходя из формулы (21), можно получить формулу

$$|\vartheta\rangle_u^{\text{in}} |\vartheta\rangle_d^{\text{in}} \longrightarrow \frac{1}{2} [|\vartheta\rangle_u^{\text{out}} |\vartheta\rangle_u^{\text{out}} - |\vartheta\rangle_d^{\text{out}} |\vartheta\rangle_d^{\text{out}}], \quad (26)$$

аналогичную формуле (25), и в том случае, когда вертикальная поляризация заменена на поляризацию под некоторым углом ϑ ($\vartheta \neq n\pi/2$). В формуле (26) $|\vartheta\rangle = |V\rangle \sin \vartheta + |H\rangle \cos \vartheta$.

В этом случае более сильное утверждение, которое мы сделали в предыдущем абзаце, уже недопустимо. Действительно, что оба входящих фотона имеют одинаковую поляризацию по направлению, задаваемому углом ϑ , на языке элементарных состояний означает следующее. У этих фотонов совпадают характеры φ_ϑ , описывающие поляризацию по направлению угла ϑ . Однако, в общем случае, характеры $\varphi_{n\pi/2}$, соответствующие тому же элементарному состоянию, для этих фотонов будут разными. Противное означало бы, что нам удалось создать квантовое состояние, имеющее определенные поляризации по двум направлениям, которым соответствуют несовместимые наблюдаемые. Но, по ранее сделанному утверждению, именно характеры $\varphi_{n\pi/2}$ определяют поведение выходящих фотонов.

Поэтому в данном случае возможна только вероятностная интерпретация формулы (26). Такая интерпретация согласуется с постулатом 6.

Теперь мы подготовлены к обсуждению реального эксперимента [48]. Принципиальная схема экспериментальной установки изображена на рис. 6.

UF — ультрафиолетовый лазер (источник фотонов); EPR — источник ЭПР-пар; M, M₁, M₂ — зеркала; зеркало M подвижное; BS — простой светоделитель; PBS — поляризационный светоделитель; S — кодировщик начального состояния фотона {1}; D₀, D₁, D₂, D₊₃, D₋₃ — одночастичные (реагирующие на отдельный фотон) детекторы; {C} — схема совпадений для сигналов от детекторов (классический канал связи).

Детекторы D₁ и D₂ принадлежат зоне А (Алиса), детекторы D₊₃ и D₋₃ принадлежат зоне В (Боб). Для простоты рассуждений будем считать, что все фотоны распространяются в плоскости рисунка. В этой же плоскости лежит горизонтальное направление поляризационного базиса светоделителя BS и горизонтальное направление исходного поляризационного базиса светоделителя PBS. По ходу эксперимента базиса светоделителя PBS изменяется.

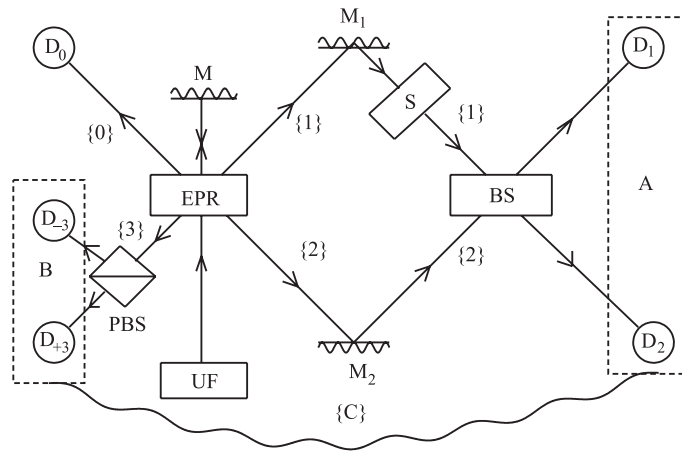


Рис. 6. Принципиальная схема эксперимента по квантовой телепортации

Установка работает следующим образом. Ультрафиолетовый лазер UF испускает импульс фотонов. Этот импульс попадает в нелинейный кристалл EPR, где рождается ЭПР-пара, состоящая из фотонов $\{0\}$ – $\{1\}$. Импульс проходит EPR и падает на зеркало M, от которого отражается, и повторно попадает в EPR, где рождает вторую ЭПР-пару, состоящую из фотонов $\{2\}$ – $\{3\}$.

Фотон $\{0\}$ играет вспомогательную роль и сразу же направляется в детектор D_0 . Его партнер по ЭПР-паре фотон $\{1\}$, отражаясь от зеркала M_1 , попадает в кодировщик S, где он приобретает определенную поляризацию. После этого фотон $\{1\}$ попадает в светоделитель BS. Фотон $\{2\}$, принадлежащий второй ЭПР-паре, после отражения от зеркала M_2 попадает в тот же светоделитель BS, но с другой стороны.

Передвигая зеркало M, можно реализовать два режима работы BS: либо фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$ попадали в светоделитель BS одновременно, либо в разное время. После светоделителя BS рассеянные фотоны попадают в детекторы D_1 и D_2 . Здесь возможны три варианта: либо оба попадают в детектор D_1 , либо оба — в детектор D_2 , либо один из них попадает в детектор D_1 , а другой — в детектор D_2 .

Напарник фотона $\{2\}$ по ЭПР-паре фотон $\{3\}$ направляется в поляризационный светоделитель PBS. Если в базисе этого светоделителя фотон $\{3\}$ имеет горизонтальную поляризацию, то после светоделителя он направляется в детектор D_{+3} , если вертикальную, то в детектор D_{-3} .

Схема совпадений $\{C\}$ отрегулирована так, что она регистрирует события, в которых одновременно срабатывают либо детекторы D_0 , D_1 , D_2 , D_{+3} ,

либо детекторы D_0, D_1, D_2, D_{-3} . Наличие сигнала от D_0 свидетельствует о том, что в регистрируемом процессе участвует напарник фотона $\{0\}$ фотон $\{1\}$, состояние которого подверглось кодировке. Это необходимо, чтобы отсеять события случайного совпадения сигналов от D_1, D_2, D_{+3} либо от детекторов D_1, D_2, D_{-3} . Источником таких случайных регистраций может быть, например, событие, в котором два фотона $\{2\}$ почти одновременно попадают в светоделитель BS.

Одновременное срабатывание детекторов D_1 и D_2 авторами эксперимента трактовалось как наблюдение состояния $\Psi_{12}^{(-)}$ для фотонов $\{1\}$ и $\{2\}$. Отсюда, согласно стандартному описанию явления телепортации, фотон $\{3\}$ должен приобрести ту же поляризацию, что и фотон $\{1\}$ после прохождения кодировщика S. Для проверки этого факта поляризационный светоделитель PBS ориентировался так, что если поляризация фотона $\{3\}$ совпадает с поляризацией фотона $\{1\}$, то после прохождения светоделителя PBS фотон $\{3\}$ должен попасть в детектор D_{+3} . Поэтому наличие телепортации должно соответствовать совпадению сигналов от детекторов $D_0-D_1-D_2-D_{+3}$ и отсутствию совпадения $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$.

Реально в эксперименте мерилась частота такого типа совпадений в зависимости от положения зеркала M. Когда положение таково, что фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$ одновременно попадают в светоделитель BS, то частота совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$ должна упасть до нуля. В противном случае число совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{+3}$ и $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$ должно становиться одинаковым. Действительно, в графике зависимости числа совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$ от положения зеркала M наблюдался отчетливый провал, примерно на один порядок. Этот факт рассматривался как доказательство наличия телепортации.

С физической точки зрения объяснить это очень трудно. Ведь изначально фотоны $\{1\}$ и $\{3\}$ были независимы. В последующих действиях, связанных с кодировщиком S, светоделителем BS и детекторами D_1 и D_2 , фотон $\{3\}$ никакого участия не принимал. Совершенно непонятно, как он смог приобрести такую же поляризацию, какая стала у фотона $\{1\}$ после кодировки.

Еще более удивительные факты были выявлены в последующих экспериментах [49]. В целом, результаты этих экспериментов подтвердили результаты предыдущих экспериментов, но было обнаружено еще одно труднообъяснимое явление. В экспериментах [49] с помощью изменения длин путей различных фотонов удалось добиться следующего. Факт наличия телепортации (поступление сигнала от детектора D_{+3} и отсутствие сигнала от D_{-3}) удалось получить раньше, чем были созданы условия для этой телепортации (срабатывание детекторов D_1 и D_2). Напомним, что по стандартной версии телепортация является следствием измерения, которое производилось детекторами D_1 и D_2 . Более того, в принципе можно добиться того, что

сигналы от детекторов D_3 и D_{-3} поступят раньше, чем фотон $\{1\}$ достигнет кодировщика S . Т. е. фотон $\{3\}$ должен обладать даром предвидения, какую поляризацию приобретет фотон $\{1\}$. Таким образом, в данном случае мы имеем дело с нелокальностью не только в пространстве, но и во времени.

Строго говоря, все это не противоречит выводам стандартной квантовой механики, поскольку в ней квантовое состояние (в картине Гейзенберга) дает информацию о поведении физической системы во все моменты времени. Но с точки зрения привычной логики все это выглядит совершенно абсурдно. Вместе с тем в рамках используемого в данной статье подхода результаты эксперимента по квантовой телепортации легко согласуются с выводами стандартной (классической) формальной логики.

В экспериментах [48] реально исследовалось явление квантовой телепортации при двух вариантах поляризации фотона $\{1\}$: при 90° и 45° в исходном базисе.

Сначала рассмотрим случай, когда фотон $\{1\}$ поляризован под углом 90° . В этом случае поляризационный светоделитель PBS также поворачивается на 90° . Соответственно если фотон $\{3\}$ в исходном базисе поляризован вертикально, то сигнал поступит от детектора D_{+3} , а если горизонтально, то от детектора D_{-3} . Пусть сигнал поступил от детектора D_{-3} . Это означает, что фотон $\{2\}$, который составляет ЭПР-пару с фотоном $\{3\}$, поляризован вертикально. В этом случае фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$, падающие на светоделитель BS, будут иметь одинаковую поляризацию и попадут в выходной канал 1. Т. е. оба попадут в один детектор: либо в детектор D_1 , либо в детектор D_2 . В результате схема совпадений зарегистрирует, что совпадения $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$ нет. При этом совершенно безразлично, какой из фотонов $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$ попал раньше в предназначенный ему детектор. Важно только, чтобы фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$ попали одновременно в светоделитель BS. Конечно, схема совпадений должна учитывать время, которое необходимо каждому из фотонов для достижения соответствующего детектора. Все это вполне укладывается в классическую логику и не требует какой-либо специфической квантовой нелокальности процедуры измерения ни во времени, ни в пространстве.

Рассмотрим теперь случай, когда кодировщик S поляризует фотон $\{1\}$ под углом 45° в исходном базисе. Соответственно, будем считать, что поляризационный светоделитель PBS также повернут на -45° относительно исходного базиса. Повторяя рассуждения предыдущего случая, получим, что фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$, падающие на светоделитель BS, будут иметь одинаковую поляризацию под углом 45° в базисе этого светоделителя. Поэтому, вроде бы, они, как и в предыдущем случае, должны попасть в выходной канал 1 светоделителя BS. Однако светоделитель BS сортирует выходные фотоны по каналам в зависимости от того, имеют ли они *горизонтальную* или *вертикальную* поляризацию в базисе BS. Для фотонов, поляризованных под углом 45° , у каждой пары возможны различные сочетания горизонтальных

и вертикальных поляризаций. Следовательно, возможны случаи, когда после светоделителя BS фотоны $\{1\}$ и $\{2\}$ попадут как в выходной канал 1, так и в выходной канал 0. Поэтому возможны совпадения $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$. Т.е. в таких случаях телепортация наблюдаться не будет.

При описании квантовой телепортации используется специальный параметр — качество телепортации. Этот параметр характеризует относительное число случаев успешной телепортации. Таким образом, качество телепортации в случае поляризации под углом 45° должно быть меньше, чем при поляризации под углом 90° . Однако и в этом случае качество телепортации должно быть близким к единице.

Действительно, случай поляризации под углом 45° попадает в область действия формулы (25) и ее вероятностной интерпретации. Это значит, что с вероятностью единица выходящие из светоделителя BS фотоны должны попасть в выходной канал 1. Поэтому при идеальных условиях с ростом числа испытаний среднее значение качества телепортации должно стремиться к единице.

Однако в реальном эксперименте число случаев, когда регистрируется наличие совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{+3}$ и отсутствие совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$, или наоборот, очень невелико. Поэтому зарегистрированное в этих событиях качество телепортации может заметно отличаться от теоретического среднего значения.

Надо сказать, что в экспериментах [49] было установлено, что качество телепортации достигает максимума при углах поляризации 0 и 90° , а при 45° достигает минимума. Это согласуется с предыдущими рассуждениями. Однако авторы эксперимента склонны трактовать этот факт как ошибку измерения. Было бы очень желательно экспериментально более детально исследовать этот эффект.

При улучшении статистики разница между качеством телепортации при 90° и при 45° должна уменьшаться. Однако отсюда не следует, что улучшение статистики бесполезно при попытке обнаружить в данном явлении отклонения от предсказаний стандартной квантовой механики. Нужно только относиться к этим отклонениям не как к ошибкам измерения, а как к изучаемому эффекту. Можно, например, изучать величину

$$\rho = \frac{N_-(45)}{N_-(90)} \quad \text{при} \quad N_-(45) + N_+(45) = N_-(90) + N_+(90),$$

где $N_-(45)$ — число совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$ в отсутствие совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{+3}$ при поляризации фотона $\{1\}$ под углом в 45° , $N_+(45)$ — число совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{+3}$ в отсутствие совпадений $D_0-D_1-D_2-D_{-3}$, а $N_-(90)$ и $N_+(90)$ — то же самое при поляризации под углом в 90° .

По правилам стандартной квантовой механики при улучшении статистики величина ρ должна стремиться к единице. В рамках предлагаемого в данной статье подхода величина ρ всегда будет оставаться больше единицы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог, вспомним слова замечательного физика Ричарда Фейнмана [50]: «Но, мне кажется, я смело могу сказать, что квантовой механики никто не понимает. . . не думайте, что вам действительно необходимо понять ее содержание и построить какую-то мысленную модель. Передохните и попытайтесь просто развлечься.

. . . Если сможете, не мучайте себя вопросом: «Но как же так может быть?», ибо в противном случае вы зайдете в тупик, из которого еще никто не выбрался. Никто не знает, как же так может быть».

Сам Фейнман не очень-то следовал этим своим благим пожеланиям. Настоящая статья также идет вразрез с его советами. В статье представлена модель, основанная на новом для квантовой механики понятии «элементарное состояние». Это понятие является атрибутом индивидуальной физической системы и призвано устранить отмеченную Эйнштейном неполноту квантовой механики.

Представленная модель не находится в таком резком противоречии с классическими представлениями, как традиционно используемая модель квантовой механики. Это позволяет дать более или менее наглядную картину квантового мира. В частности, это позволяет наглядно интерпретировать квантовые явления, традиционное истолкование которых с точки зрения классической физики выглядит совершенно абсурдным. К таким явлениям относятся рассеяние квантовой частицы на двух щелях, парадокс Эйнштейна–Подольского–Розена, эксперимент с отсроченным выбором, квантовая телепортация.

В традиционном подходе все эти явления интерпретировались с помощью представления о нелокальности, якобы присущей квантовым измерениям. В рамках предложенной модели удастся показать, что эти явления не противоречат ни принципу причинности, ни принципу локальности в наиболее жесткой форме. Именно, показано, что эти явления согласуются с представлением о существовании локальной физической реальности, определяющей поведение физической системы в ограниченной области пространства Минковского.

С другой стороны, рассматриваемая модель не противоречит традиционному математическому аппарату квантовой механики. Она только дополняет его и указывает границы области применения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
2. Струтер Р., Вайтман А. С. РСТ, спин и статистика и все такое. М.: Наука, 1966.
3. Araki H. // Progr. Theor. Phys. 1964. V. 32, No. 5. P. 844.
4. Haag R., Kastler D. // J. Math. Phys. 1964. V. 5, No. 7. P. 848.
5. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н. // УФН. 1936. Т. 16, вып. 4. С. 440.
6. Эйнштейн А. Физика и реальность // Физика и реальность: Сб. М., 1965. С. 38.
7. Эйнштейн А. Основы теоретической физики // Там же. С. 67.
8. Бор Н. // УФН. 1936. Т. 16, вып. 4. С. 446.
9. Бор Н. Дискуссия с Эйнштейном по проблемам теории познания в атомной физике // Избр. науч. тр.: В 2 т. М., 1971. Т. 2. С. 399.
10. де Бройль Л. Революция в физике. М.: Атомиздат, 1965.
11. Davison C., Germer L. H. // Nature. 1927. V. 119. P. 560.
12. Thomson G. R., Reid A. // Ibid. P. 890.
13. Marton L., Simpson J. A., Suddeth J. A. // Phys. Rev. 1953. V. 90. P. 490.
14. Tonomura A. et al. // Am. J. Phys. 1989. V. 57. P. 117.
15. Tonomura A. // PNAS. 2005. V. 102, No. 42. P. 14952.
16. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. М.: Наука, 1976.
17. Блохинцев Д. И. Принципиальные вопросы квантовой механики. М.: Наука, 1987.
18. Блохинцев Д. И. Квантовая механика. Лекции по избранным вопросам. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1988.
19. Блохинцев Д. И. Труды по методологическим проблемам физики. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1993.
20. Эмх Ж. Алгебраический подход в статистической механике и квантовой теории поля. М.: Мир, 1976.
21. Хоружий С. С. Введение в алгебраическую квантовую теорию поля. М.: Наука, 1986.
22. Боголюбов Н. Н. и др. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987.
23. Славнов Д. А. // ЭЧАЯ. 2007. Т. 38, № 2. С. 295.
24. Славнов Д. А. // ТМФ. 2006. Т. 149, № 3. С. 457.
25. Славнов Д. А. // ТМФ. 2005. Т. 142, № 3. С. 510.
26. Диксмье Ж. C^* -алгебры и их представления. М.: Наука, 1974.
27. Everett H. // Rev. Mod. Phys. 1957. V. 29. P. 454.
28. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.

29. Clauser J. F. et al. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23 P. 880.
30. Bell J. S. // Physics. 1965. V. 1. P. 195.
31. Bell J. S. On the Einstein–Podolsky–Rosen Paradox // Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics: Collected Paper on Quantum Philosophy. Cambridge, 1993. P. 139.
32. Наймарк М. А. Нормированные кольца. М.: Наука, 1968.
33. Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
34. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 1, вып. 3. М.: Мир, 1976.
35. Неве Ж. Математические основы теории вероятностей. М.: Мир, 1969.
36. Kochen S., Specker E. P. // J. Math. Mech. 1967. V. 17. P. 59.
37. Greenberger D. M., Horne M. A., Zeilinger A. // Am. J. Phys. 1990. V. 58. P. 1131.
38. Wheeler J. A. Mathematical Foundation of Quantum Theory. N. Y.: Acad. Press, 1978.
39. Jacques V. et al. // Science. 2007. V. 315. P. 966; quant-ph/0610241.
40. Schrödinger E. // Naturwissenschaften. 1935. Bd. 23. S. 807.
41. Фон Нейман И. Математические основы квантовой механики. М.: Наука, 1964.
42. Бом Д. Квантовая теория. М.: Наука, 1965.
43. Жизан Н., Рэрити Дж., Вайкс Г. Источники перепутанных фотонов // Физика квантовой информации / Под общ. ред. Боумейстера Д., Эжерта А., Цайлингера А. М., 2002. С. 79.
44. Aspect A., Dalibard J., Roger G. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1804.
45. Физика квантовой информации / Под общ. ред. Боумейстера Д., Эжерта А., Цайлингера А. М.: Постмаркет, 2002.
46. Славнов Д. А. // ТМФ. 2008. Т. 157, № 1. С. 79.
47. Боумейстер Д., Вайнфуртер Х., Цайлингер А. Протокол квантовой телепортации // Физика квантовой информации / Под общ. ред. Боумейстера Д., Эжерта А., Цайлингера А. М., 2002. С. 76.
48. Боумейстер Д. и др. Эксперименты по квантовой телепортации кубитов // Там же. С. 95.
49. Jennewein T. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, No. 1. P. 17903.
50. Фейнман Р. Характер физических законов. М.: Мир, 1968.