

## ПЕРЕСУММИРОВАНИЕ В ДРОБНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ КХД

А. П. Бакулев\*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Кратко изложен аналитический подход в теории возмущений КХД, инициированный работами Джонса, Соловцова и Ширкова. Также кратко представлены основные положения дробно-аналитической теории возмущений (ДАТВ) при фиксированном числе кварковых ароматов, а также с учетом порогов тяжелых кварков в глобальной версии ДАТВ. Рассмотрено пересуммирование пертурбативных рядов в (Д)АТВ. Описано приложение развитой глобальной версии ДАТВ к расчету ширины распада хиггсовского бозона  $H \rightarrow b\bar{b}$ .

PACS: 11.10.Ni; 11.15.Bt; 12.38.Bx; 12.38.Cy

### 1. АТВ И ДАТВ В КХД

В стандартной теории возмущений (ТВ) КХД у нас имеется ренорм-групповое (РГ) уравнение  $da_s[L]/dL = -a_s^2 - \dots$  для эффективного заряда  $\alpha_s(Q^2) = a_s[L]/\beta_f$ , где  $L = \ln(Q^2/\Lambda^2)$ ,  $\beta_f = b_0(N_f)/(4\pi) = (11 - 2N_f/3)/(4\pi)^{**}$ . Тогда однопетлевое решение обладает сингулярностью в виде полюса Ландау,  $a_s[L] = 1/L$ .

Строго говоря, аналитическая теория возмущений (АТВ) была инициирована работой Н. Н. Боголюбова с соавторами 1959 г. [1], где был построен эффективный заряд КЭД, свободный от призрачных полюсов. Затем в 1982 г. Радюшкин [2] и Красников и Пивоваров [3], используя ту же самую дисперсионную технику, предложили регулярный эффективный заряд в КХД (для  $s \geq \Lambda^2$ ) в области Минковского — знаменитый  $\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{L}$ . А в 1995 г. Джонс и Соловцов открыли представление для этого эффективного заряда, которое оказывалось регулярным для всех  $s$  и совпадало с арктангенсом Радюшкина при  $s \geq \Lambda^2$ : именно,  $\mathfrak{A}_1[L]$  в (1.2б). Примерно в это же время

---

\*E-mail: bakulev@theor.jinr.ru

\*\*Мы используем обозначения  $f(Q^2)$  и  $f[L]$  для того, чтобы различать аргументы функций, которые мы используем — квадрат переданного импульса  $Q^2$  или его логарифм  $L = \ln(Q^2/\Lambda^2)$ , т. е.  $f[L] = f(\Lambda^2 \cdot e^L)$  и  $\Lambda^2$  обычно относится к области  $N_f = 3$ .

Бенеке с соавторами [4,5], используя ренормалонные аргументы, и Ширков и Соловцов [6], используя тот же самый дисперсионный подход [1], построили аналитический эффективный заряд в евклидовой области,  $\mathcal{A}_1[L]$ , см. (1.2а).

Однако подход Ширкова–Соловцова, называемый теперь АТВ, был мощнее: в евклидовой области,  $-q^2 = Q^2$ ,  $L = \ln Q^2/\Lambda^2$ , он давал следующий набор аналитических образов эффективного заряда и его  $n$ -х степеней:  $\{\mathcal{A}_n[L]\}_{n \in \mathbb{N}}$ , в то время как в минковской области,  $q^2 = s$ ,  $L_s = \ln s/\Lambda^2$ , — другой набор,  $\{\mathfrak{A}_n[L_s]\}_{n \in \mathbb{N}}$  (см. также в [7]). АТВ основана на РГ и причинности, что гарантирует стандартную пертурбативную УФ асимптотику эффективных зарядов, а также задает их правильные спектральные свойства. Степенные ряды обычной ТВ  $\sum_m d_m a_s^m[L]$  преобразуются в АТВ в нестепенные ряды  $\sum_m d_m \mathcal{A}_m[L]$ .

Под анализацией в АТВ для наблюдаемой  $f(Q^2)$  мы понимаем спектральное представление типа Челлена–Лемана

$$[f(Q^2)]_{\text{an}} = \int_0^\infty \frac{\rho_f(\sigma)}{\sigma + Q^2 - i\epsilon} d\sigma, \tag{1.1}$$

причем  $\rho_f(\sigma) = \frac{1}{\pi} \text{Im} [f(-\sigma)]$ . Тогда в однопетлевом приближении  $\rho_1(\sigma) = 1/\sqrt{L_\sigma^2 + \pi^2}$  и

$$\mathcal{A}_1[L] = \int_0^\infty \frac{\rho_1(\sigma)}{\sigma + Q^2} d\sigma = \frac{1}{L} - \frac{1}{e^L - 1}, \tag{1.2а}$$

$$\mathfrak{A}_1[L_s] = \int_s^\infty \frac{\rho_1(\sigma)}{\sigma} d\sigma = \frac{1}{\pi} \arccos \frac{L_s}{\sqrt{\pi^2 + L_s^2}}, \tag{1.2б}$$

в то время как аналитические образы высших степеней ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ) таковы:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}_n[L] \\ \mathfrak{A}_n[L_s] \end{pmatrix} = \frac{1}{(n-1)!} \left(-\frac{d}{dL}\right)^{n-1} \begin{pmatrix} \mathcal{A}_1[L] \\ \mathfrak{A}_1[L_s] \end{pmatrix}. \tag{1.3}$$

На первый взгляд АТВ является законченной теорией, способной построить аналитический образ для любого пертурбативного ряда в КХД. Однако в 2001 г. Караникас и Стефанис [8] указали на появление в высших порядках теории возмущений логарифмических вкладов и предложили для адронных наблюдаемых в  $Q^2$ -плоскости, рассчитываемых пертурбативно, принцип анализации «в целом». Более точно, они предложили такой рецепт анализации для вкладов типа  $\int_0^1 dx \int_0^1 dy \alpha_s(Q^2 xy) f(x) f(y)$ , которые могут трактоваться как возникающие в результате эффективного учета логарифмических

вкладов в следующем за ведущим порядке теории возмущений КХД. Такой принцип анализации существенно уточнял АТВ, применявшуюся в [9] не в полной мере. В самом деле, в стандартной теории возмущений КХД мы имеем

(1) факторизационную КХД-процедуру, которая приводит к появлению логарифмических вкладов типа  $a_s^\nu[L] L$ ;

(2) РГ-эволюцию, которая генерирует эволюционные факторы типа  $B(Q^2) = [Z(Q^2)/Z(\mu^2)] B(\mu^2)$ , сводящиеся в однопетлевом приближении к  $Z(Q^2) \sim a_s^\nu[L]$ , где  $\nu = \gamma_0/(2b_0)$  — дробная (нецелая) величина.

Все это означает, что для обобщения АТВ в направлении «анализации в целом» необходимо построить аналитические образы новых функций:  $a_s^\nu$ ,  $a_s^\nu L^m$ , ... Эта задача была решена в рамках так называемой ДАТВ, предложенной в работах [10, 11]. Сейчас мы кратко опишем этот подход.

В однопетлевом приближении, используя рекуррентное соотношение (1.3), мы получили явные выражения для  $\mathcal{A}_\nu[L]$  и  $\mathcal{A}_\nu[L]$ :

$$\mathcal{A}_\nu[L] = \frac{1}{L^\nu} - \frac{F(e^{-L}, 1 - \nu)}{\Gamma(\nu)}, \quad (1.4 \text{ a})$$

$$\mathcal{A}_\nu[L] = \frac{\sin \left[ (\nu - 1) \arccos \left( \frac{L}{\sqrt{\pi^2 + L^2}} \right) \right]}{\pi(\nu - 1) (\pi^2 + L^2)^{(\nu-1)/2}}. \quad (1.4 \text{ б})$$

Здесь  $F(z, \nu)$  — редуцированная трансцендентная функция Лерха, которая является аналитической функцией аргумента  $\nu$ . Построенные выражения для  $\mathcal{A}_\nu[L]$  и  $\mathcal{A}_\nu[L]$  имеют очень интересные свойства, которые мы детально обсудили в предыдущих работах [10–13].

Построение ДАТВ с заданным числом активных кварковых ароматов,  $N_f$ , является двухступенчатой процедурой: мы стартуем с пертурбативного выражения  $[a_s(Q^2)]^\nu$ , строим отвечающую ему спектральную плотность  $\rho_\nu(\sigma)$  с помощью уравнения (1.1), а затем получаем аналитические заряды  $\mathcal{A}_\nu[L]$  и  $\mathcal{A}_\nu[L]$  из уравнений (1.2). Здесь  $N_f$  задано всюду одним и тем же и отфакторизовано. Мы можем повторить эту двушаговую процедуру для  $N_f$ -зависимых величин:  $[\alpha_s(Q^2; N_f)]^\nu \Rightarrow \bar{\rho}_\nu(\sigma; N_f) = \bar{\rho}_\nu[L\sigma; N_f] \equiv \rho_\nu(\sigma)/\beta_f^\nu \Rightarrow \bar{\mathcal{A}}_\nu[L; N_f]$  и  $\bar{\mathcal{A}}_\nu[L; N_f]$  — здесь  $N_f$  задано, но не отфакторизовано.

Глобальная версия ДАТВ [12], в которой учитываются пороги тяжелых кварков, строится по той же самой схеме, но в качестве начального объекта берется глобальный пертурбативный заряд  $[\alpha_s^{\text{glob}}(Q^2)]^\nu$ , который является непрерывной функцией  $Q^2$  за счет подбора различных значений КХД-масштабов  $\Lambda_f$ , отвечающих различным значениям  $N_f$ . Мы проиллюстрируем эту схему на примере наличия только одного порога при  $s = m_4^2$ , отвечающего переходу  $N_f = 3 \rightarrow N_f = 4$ . В результате мы получаем кусочно-

непрерывную спектральную плотность

$$\rho_n^{\text{glob}}(\sigma) = \theta(L_\sigma < L_4) \bar{\rho}_n[L_\sigma; 3] + \theta(L_4 \leq L_\sigma) \bar{\rho}_n[L_\sigma + \lambda_4; 4], \quad (1.5)$$

где  $L_\sigma \equiv \ln(\sigma/\Lambda_3^2)$ ,  $L_f \equiv \ln(m_f^2/\Lambda_3^2)$  и  $\lambda_f \equiv \ln(\Lambda_3^2/\Lambda_f^2)$  для  $f = 4$ . Она выражается через спектральные плотности с заданным числом (3 и 4) ароматов,  $\bar{\rho}_n[L; 3]$  и  $\bar{\rho}_n[L + \lambda_4; 4]$ . Тем не менее в области Минковского мы получаем непрерывные по  $s$  заряды

$$\mathfrak{A}_\nu^{\text{glob}}[L] = \theta(L < L_4) (\bar{\mathfrak{A}}_\nu[L; 3] + \Delta_{43} \bar{\mathfrak{A}}_\nu) + \theta(L_4 \leq L) \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L + \lambda_4; 4], \quad (1.6 \text{ а})$$

где  $\Delta_{43} \bar{\mathfrak{A}}_\nu = \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L_4 + \lambda_4; 4] - \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L_4; 3]$ , и аналитические по  $Q^2$  евклидовы заряды

$$\mathcal{A}_\nu^{\text{glob}}[L] = \bar{\mathcal{A}}_\nu[L + \lambda_4; 4] + \int_{-\infty}^{L_4} \frac{\bar{\rho}_\nu[L_\sigma; 3] - \bar{\rho}_\nu[L_\sigma + \lambda_4; 4]}{1 + e^{L-L_\sigma}} dL_\sigma \quad (1.6 \text{ б})$$

(детали см. в [12]).

## 2. ПЕРЕСУММИРОВАНИЕ В ОДНОПЕТЛЕВЫХ АТВ И ДАТВ

Рассмотрим теперь пертурбативное разложение типичной физической величины типа функции Адлера или  $R$ -отношения в однопетлевой АТВ. Из-за ограничений объема доклада мы приводим здесь формулы только для области Минковского:

$$\mathcal{R}[L] = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \mathfrak{A}_n[L]. \quad (2.1)$$

Предположим, что нормированные коэффициенты пертурбативного ряда  $\tilde{d}_n = d_n/d_1$  генерируются производящей функцией  $P(t)$  по следующему правилу:

$$\tilde{d}_n = \int_0^{\infty} P(t) t^{n-1} dt \quad \text{с} \quad \int_0^{\infty} P(t) dt = 1. \quad (2.2)$$

С целью укорачивания последующих формул введем для интеграла  $\int_0^{\infty} f(t) P(t) dt$  следующее обозначение:  $\langle\langle f(t) \rangle\rangle_{P(t)}$ . Тогда коэффициенты  $d_n = d_1 \langle\langle t^{n-1} \rangle\rangle_{P(t)}$ , и, как было показано в [14], мы можем точно просуммировать в (2.1)

$$\mathcal{R}[L] = d_1 \langle\langle \mathfrak{A}_1[L - t] \rangle\rangle_{P(t)}. \quad (2.3)$$

Интегрирование по переменной  $t$  здесь проводится совершенно строго, благодаря конечности заряда  $\mathfrak{A}_1[t] \leq 1$  и быстрому спаду производящей функции  $P(t)$  при больших  $t$ .

В наших предыдущих публикациях [12, 15] мы построили обобщения этой конструкции сперва для случая глобальной АТВ, когда учитываются пороги тяжелых кварков. В этом случае нас интересует ряд типа (2.1), где все  $\mathfrak{A}_n[L]$  заменены своими глобальными аналогами  $\mathfrak{A}_n^{\text{glob}}[L]$  (заметим, что из-за другой нормировки глобальных зарядов,  $\mathfrak{A}_n^{\text{glob}}[L] \simeq \mathfrak{A}_n[L]/\beta_f$ , коэффициенты  $d_n$  должны быть также изменены). Тогда

$$\begin{aligned} \mathcal{R}^{\text{glob}}[L] = & d_1 \theta(L < L_4) \left\langle \left\langle \Delta_4 \bar{\mathfrak{A}}_1[t] + \bar{\mathfrak{A}}_1 \left[ L - \frac{t}{\beta_3}; 3 \right] \right\rangle \right\rangle_{P(t)} + \\ & + d_1 \theta(L \geq L_4) \left\langle \left\langle \bar{\mathfrak{A}}_1 \left[ L + \lambda_4 - \frac{t}{\beta_4}; 4 \right] \right\rangle \right\rangle_{P(t)}, \quad (2.4) \end{aligned}$$

где  $\Delta_4 \bar{\mathfrak{A}}_\nu[t] \equiv \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L_4 + \lambda_4 - t/\beta_4; 4] - \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L_3 - t/\beta_3; 3]$ .

Второе обобщение было получено для случая глобальной ДАТВ. В этом случае начальный ряд имеет вид  $\sum_{n=0}^{\infty} d_n \mathfrak{A}_{n+\nu}^{\text{glob}}[L]$  и результат пересуммирования есть полный аналог формулы (2.4) с подстановками

$$P(t) \Rightarrow P_\nu(t) = \int_0^1 P\left(\frac{t}{1-x}\right) \frac{\nu x^{\nu-1} dx}{1-x}, \quad (2.5)$$

$d_0 \Rightarrow d_0 \bar{\mathfrak{A}}_\nu[L]$ ,  $\bar{\mathfrak{A}}_1[L-t] \Rightarrow \bar{\mathfrak{A}}_{1+\nu}[L-t]$  и  $\Delta_4 \bar{\mathfrak{A}}_1[t] \Rightarrow \Delta_4 \bar{\mathfrak{A}}_{1+\nu}[t]$ . Все формулы, необходимые для пересуммирования нестепенных рядов в евклидовой области, также были получены.

### 3. ПРИЛОЖЕНИЯ К РАСПАДУ БОЗОНА ХИГГСА

Проанализируем распад бозона Хиггса в пару  $\bar{b}b$ . Для его ширины имеется следующая формула:

$$\Gamma(\text{H} \rightarrow \bar{b}b) = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi} M_H \tilde{R}_S(M_H^2), \quad (3.1)$$

где  $\tilde{R}_S(M_H^2) \equiv m_b^2(M_H^2) R_S(M_H^2)$  и  $R_S(s)$  есть  $R$ -отношение для коррелятора двух скалярных  $b$ -кварковых токов, детали см. в [10, 16]. В однопетлевой

ДАТВ для этой величины получается следующее нестепенное разложение\*:

$$\tilde{\mathcal{R}}_S[L] = 3 \hat{m}_{(1)}^2 \left\{ \mathfrak{A}_{\nu_0}^{\text{glob}}[L] + d_1^S \sum_{n \geq 1} \frac{\tilde{d}_n^S}{\pi^n} \mathfrak{A}_{n+\nu_0}^{\text{glob}}[L] \right\}, \quad (3.2)$$

где  $\hat{m}_{(1)}^2 = (9,05 \pm 0,09) \text{ ГэВ}^2$  есть РГ-инвариант однопетлевой эволюции массы:  $m_b^2(Q^2) = \hat{m}_{(1)}^2 \alpha_s^{\nu_0}(Q^2)$ , где  $\nu_0 = 2\gamma_0/b_0(5) = 1,04$ , а  $\gamma_0$  есть однопетлевая аномальная размерность кварковой массы. Это значение  $\hat{m}_{(1)}^2$  было получено с помощью однопетлевого соотношения [17] между полюсной массой  $b$ -кварка из [18] и массой  $m_b(m_b)$ .

Для производящей функции  $P(t)$  мы построили модель с липатовской асимптотикой [15]

$$\tilde{d}_n^S = c^{n-1} \frac{\Gamma(n+1) + \beta \Gamma(n)}{1 + \beta}, \quad P_S(t) = \frac{(t/c) + \beta}{c(1 + \beta)} e^{-t/c} \quad (3.3)$$

с параметрами  $\{c = 2,4, \beta = -0,52\}$ . Она дает достаточно хорошее описание пертурбативных коэффициентов  $\tilde{d}_n^S$  при  $n = 2, 3, 4$ : 7,50, 61,1 и 625, что следует сравнить с результатами прямых расчетов [16]: 7,42, 62,3 и 620. После этого мы можем применить формулу пересуммирования глобальной ДАТВ и оценить, насколько хорошо частичная сумма ДАТВ описывает результат полного суммирования  $\tilde{\mathcal{R}}_S[L]$  в области  $L \in [12,6, 13,7]$ , отвечающей массе бозона Хиггса  $M_H \in [100, 180] \text{ ГэВ}$  при  $\Lambda_{\text{QCD}}^{N_f=3} = 189 \text{ МэВ}$  и  $\mathfrak{A}_1^{\text{glob}}(m_Z^2) = 0,122$ . В этой области ( $L_6 = \ln(m_t^2/\Lambda_3^2)$ )

$$\frac{\tilde{\mathcal{R}}_S[L]}{3 \hat{m}_{(1)}^2} = \mathfrak{A}_{\nu_0}^{\text{glob}}[L] + \frac{d_1^S}{\pi} \left\langle \left\langle \bar{\mathfrak{A}}_{1+\nu_0} \left[ L + \lambda_5 - \frac{t}{\pi \beta_5}; 5 \right] + \Delta_6 \bar{\mathfrak{A}}_{1+\nu_0} \left[ \frac{t}{\pi} \right] \right\rangle \right\rangle_{P_{\nu_0}^S}, \quad (3.4)$$

где  $P_{\nu_0}^S(t)$  определена в (3.3) и (2.5).

Оценим теперь точность, которую дает обрывание ряда на  $N$ -м вкладе:

$$\tilde{\mathcal{R}}_S[L; N] = 3 \hat{m}_{(1)}^2 \left[ \mathfrak{A}_{\nu_0}^{\text{glob}}[L] + d_1^S \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{d}_n^S}{\pi^n} \mathfrak{A}_{n+\nu_0}^{\text{glob}}[L] \right], \quad (3.5)$$

и сравним со значением всей суммы  $\tilde{\mathcal{R}}_S[L]$  в (3.4) с помощью относительных ошибок  $\Delta_N[L] = 1 - \tilde{\mathcal{R}}_S[L; N]/\tilde{\mathcal{R}}_S[L]$ . На рис. 1 эти ошибки показаны для

---

\*Появление знаменателей  $\pi^n$  при коэффициентах  $\tilde{d}_n^S$  связано с нормировкой коэффициентов  $d_n^S$ .

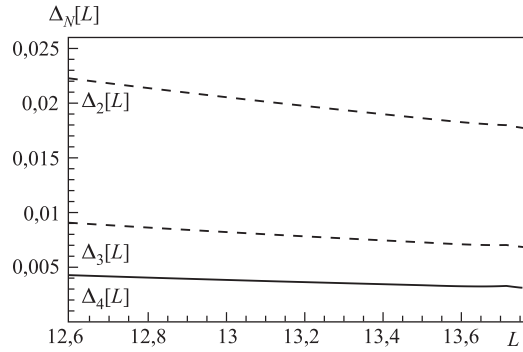


Рис. 1. Относительные ошибки обрыва ряда ДАТВ,  $\Delta_N[L]$ ,  $N = 2, 3$  и  $4$

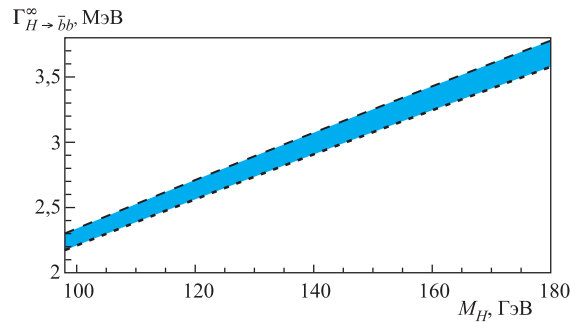


Рис. 2. Ширина  $\Gamma_{H \rightarrow b\bar{b}}$  как функция массы бозона Хиггса  $M_H$  в пересуммированной ДАТВ. Ширина серой полосы отражает полную неопределенность предсказаний, индуцированную как неопределенностями процедуры пересуммирования, так и ошибками определения РГ-инвариантной массы  $\hat{m}_{(1)}$

$N = 2$ ,  $N = 3$  и  $N = 4$  в интервале значений  $L \in [12,6, 13,7]$ . Хорошо видно, что уже  $\tilde{\mathcal{R}}_S[L; 2]$  дает точность порядка 2,5 %, в то время как  $\tilde{\mathcal{R}}_S[L; 3]$  достигает точности порядка 1 %. Изучение рис. 1 говорит нам, что только в случае, когда мы хотим иметь точность лучше 0,5 %, нам надо учитывать четвертую поправку. Мы также показали, что неопределенность моделирования производящей функции  $P(t)$  мала,  $\lesssim 0,6\%$ , в то время как неопределенность нашего знания РГ-инвариантной массы порядка 2 %. Таким образом, суммарная неопределенность оказывается порядка 3 % (рис. 2).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этом докладе мы описали подход пересуммирования в глобальных версиях однопетлевых АТВ и ДАТВ и показали, что он дает конечные ответы, если только производящая функция  $P(t)$  коэффициентов  $d_n$  хорошо известна.

Основной вывод таков: для достижения точности предсказаний порядка 1% достаточно учитывать все вклады вплоть до третьей поправки, что хорошо согласуется с результатами Катаева–Кима [17]. Коэффициент  $d_4$  нужен при этом для лучшего моделирования производящей функции  $P(t)$ .

**Благодарности.** Автор благодарен своим друзьям и соавторам С. Михайлову и Н. Стефанису за понимание и поддержку. Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №07-02-91557 и 08-01-00686), программы сотрудничества БРФФИ–ОИЯИ (контракт №F06D-002), программы Гейзенберг–Ландау (гранты 2009–2010 гг.).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bogolyubov N. N., Logunov A. A., Shirkov D. V. // Sov. Phys. JETP. 1960. V. 10. P. 574.
2. Radyushkin A. V. // JINR Rapid Commun. 1996. No. 4[78]. P. 96; JINR Preprint, E2-82-159. 1982; hep-ph/9907228.
3. Krasnikov N. V., Pivovarov A. A. // Phys. Lett. B. 1982. V. 116. P. 168.
4. Beneke M., Braun V. M. // Phys. Lett. B. 1995. V. 348. P. 513.
5. Ball P., Beneke M., Braun V. M. // Nucl. Phys. B. 1995. V. 452. P. 563.
6. Shirkov D. V., Solovtsov I. L. // JINR Rapid Commun. 1996. No. 2[76]. P. 5; Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 1209; Theor. Math. Phys. 2007. V. 150. P. 132.
7. Simonov Y. A. // Phys. At. Nucl. 2002. V. 65. P. 135.
8. Karanikas A. I., Stefanis N. G. // Phys. Lett. B. 2001. V. 504. P. 225; 2006. V. 636. P. 330.
9. Stefanis N. G., Schroers W., Kim H.-C. // Phys. Lett. B. 1999. V. 449. P. 299; Eur. Phys. J. C. 2000. V. 18. P. 137.
10. Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G. // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 074014; 119908(E); 2007. V. 75. P. 056005; 2008. V. 77. P. 079901(E).
11. Bakulev A. P., Karanikas A. I., Stefanis N. G. // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 074015.
12. Bakulev A. P. // Phys. Nucl. 2009. V. 40. P. 715.
13. Stefanis N. G. hep-ph/0902.4805.
14. Mikhailov S. V. // JHEP. 2007. V. 06. P. 009.
15. Bakulev A. P., Mikhailov S. V. // Proc. of the Intern. Seminar on Contemp. Problems of Part. Phys., dedicated to the memory of I. L. Solovtsov, Dubna, Jan. 17–18, 2008 / Eds. A. P. Bakulev et al. Dubna, 2008. P. 119–133; arXiv:0803.3013.
16. Baikov P. A., Chetyrkin K. G., Kühn J. H. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 012003.
17. Kataev A. L., Kim V. T. // Proc. of the Intern. Seminar on Contemp. Problems of Part. Phys., dedicated to the memory of I. L. Solovtsov, Dubna, Jan. 17–18, 2003 / Eds. A. P. Bakulev et al. Dubna, 2008. P. 167–182; arXiv:0804.3992; Plenary talk, presented by A. L. Kataev at XII Intern. Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research, Erice, Sicily, Italy, Nov. 3–7, 2008; arXiv:0902.1442.
18. Kuhn J. H., Steinhäuser M. // Nucl. Phys. B. 2001. V. 619. P. 588.