

ФОРМФАКТОР ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ СЛАБОГО ВЕКТОРНОГО ТОКА В БЕТА-РАСПАДЕ ПИОНА

М. И. Криворученко *

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Московский физико-технический институт (государственный университет),

Долгопрудный, Россия

С помощью обобщенного тождества Уорда найден формфактор f_- продольной компоненты слабого векторного тока в β -распаде пиона. Формфактор определяется разностью масс пионов и среднеквадратичными радиусами пионов в каналах с угловым моментом $J = 1, 0$ и изоспином $T = 1, 2$.

The generalized Ward identity in the pion sector for broken isotopic symmetry is derived and used for the model-independent calculation of the longitudinal form factor of the pion β decay. The on-shell form factor is found to be proportional to the pion mass difference and the difference between the vector isospin $T = 1$ and scalar isospin $T = 2$ pion radii. The results are discussed in the context of the conservation of vector current hypothesis.

PACS: 13.20.Cz; 13.25.Cq

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные исследования распада $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$ мотивированы, в частности, возможностью проверки гипотезы сохранения векторного тока (СВТ) в мезонном секторе. Согласно гипотезе СВТ [1, 2] изовекторная компонента электромагнитного тока и заряженные компоненты слабого векторного тока образуют изоспиновый триплет. В пределе точной изотопической симметрии сохранение электромагнитного тока ведет к сохранению слабого векторного тока $\partial_\mu J_W^{\alpha\mu} = 0$.

*E-mail: mikhail.krivoruchenko@itep.ru

Вне массовой поверхности условие СВТ эквивалентно тождеству Уорда для группы изоспина $SU_f(2)$. Нарушение изотопической симметрии, связанное с малой разностью масс u - и d -кварков, а также электромагнитными и слабыми взаимодействиями, приводит к несохранению слабого векторного тока $\partial_\mu J_W^{\pm\mu} \neq 0$. Для нарушенной изотопической симметрии условие СВТ и тождество Уорда заменяются условием частичного сохранения векторного тока $\partial_\mu J_W^{\alpha\mu} \approx 0$ и обобщенным тождеством Уорда.

Параметризация пионного поля, как известно, может быть выполнена различными способами, что приводит к неоднозначности амплитуд рассеяния вне массовой поверхности. На массовой поверхности амплитуды однозначно определены, что является следствием *теоремы эквивалентности* [3]. На массовой поверхности амплитуды также калибровочно-инвариантны [4], однако вне массовой поверхности они, вообще говоря, зависят от калибровки.

В этом отношении формфактор f_- продольной компоненты слабого векторного тока пионного β -распада является замечательным исключением. Оказывается, что f_- хорошо определен как на массовой поверхности, так и в некоторой ее окрестности. Следовательно, f_- может быть экспериментально исследован на предмет соответствия обобщенному тождеству Уорда.

ПРОДОЛЬНЫЙ ФОРМФАКТОР РАСПАДА $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$

Рассмотрим модификацию пионного пропагатора

$$i\Delta(x', x) = \langle 0 | T \varphi(x') \tilde{\varphi}(x) | 0 \rangle \quad (1)$$

в некоторой схеме с нарушенной $SU_f(2)$ -симметрией. Преобразование $\varphi \rightarrow \varphi' = e^{-i\chi} \varphi$ ведет к изменению $\Delta(x', x)$. Это изменение компенсируется заменой переменных в эффективном лагранжиане. Соответствующее тождество Уорда, полученное сравнением двух преобразований, имеет вид [5]

$$\Delta^{-1}(p') T^a - T^a \Delta^{-1}(p) = q_\mu \Gamma_\mu^a(p', p) - \Theta^a(p', p) - \Omega^a(p', p). \quad (2)$$

Здесь T^a — генераторы изоспина; $\Gamma_\mu^a(p', p)$ — векторная вершина β -распада пиона; $\Theta^a(p', p)$ — скалярная вершина пиона, пропорциональная разности квадратов масс $\Delta m_\pi^2 = m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2$; $\Omega^a(p', p)$ — скалярная вершина пиона, связанная с нарушением изотопической симметрии электромагнитными и слабыми взаимодействиями. На рисунке дано схематичное представление обобщенного тождества Уорда.

На массовой поверхности пионная вершина записывается в виде

$$\langle \pi^0(p') | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u | \pi^+(p) \rangle = \sqrt{2} ((p' + p)_\mu f_+ + q_\mu f_-), \quad (3)$$

где $q_\mu = (p' - p)_\mu$.

$$\begin{aligned}
 & -i \operatorname{Tr}(\mathcal{J}_\mu \partial^\mu \chi) \quad \operatorname{Tr}(\mathcal{J}[m^2, \chi]) \quad \operatorname{Tr}(\mathcal{J}_\mu[eA^\mu, \chi]) \quad \operatorname{Tr}(\mathcal{J}_\mu[B^\mu, \chi]) \\
 -[\Delta^{-1}, \chi] = & \text{ (diagram with red square) } + \text{ (diagram with green square) } + \text{ (diagram with blue square) } + \text{ (diagram with purple square) }
 \end{aligned}$$

Схематичное представление обобщенного тождества Уорда (2) для нарушенной изотопической симметрии. Первый блок — дивергенция векторной вершины β -распада пиона; три других блока — скалярные вершины, входящие в правую часть уравнения (2) из-за нарушения изотопической симметрии разностью масс пионов (блок 2), электромагнитными и слабыми взаимодействиями (блоки 3 и 4)

При выполнении условия СВТ обобщенное тождество Уорда дает

$$f_- = 0. \quad (4)$$

Согласно теореме Адемолло–Гатто поправка к поперечному формфактору f_+ , связанная с нарушением изотопической симметрии, пропорциональна $(\Delta m_\pi^2)^2$. К продольному формфактору эта теорема, как известно, неприменима (см., например, [6]).

Частичное сохранение слабого векторного тока ведет к выражению, отличному от нуля в первом порядке по Δm_π^2 :

$$f_- = \frac{m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2}{6} \left(\langle r^2 \rangle_v^{T=1} - \langle r^2 \rangle_s^{T=2} \right), \quad (5)$$

где $\langle r^2 \rangle_v^{T=1}$ и $\langle r^2 \rangle_s^{T=2}$ — среднеквадратичные векторный (v) и скалярный (s) радиусы пиона в каналах с изоспином $T = 1, 2$. Уравнения (4) и (5) выполняются на массовой поверхности.

В окрестности массовой поверхности в первом порядке по $p'^2 - p^2$ и для точной изотопической симметрии тождество (2) дает

$$f_- = -\frac{p'^2 - p^2}{6} \langle r^2 \rangle_v^{T=1}. \quad (6)$$

Для нарушенной изотопической симметрии в первом порядке по $p'^2 - p^2$ и Δm_π^2 тождество (2) приводит к соотношению

$$f_- = -\frac{p'^2 - p^2}{6} \langle r^2 \rangle_v^{T=1} + \frac{m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^+}^2}{6} \langle r^2 \rangle_s^{T=2}. \quad (7)$$

Уравнения (4)–(7) справедливы для переданного импульса $q^2 \ll m_\pi^2$. Вывод уравнений (4)–(7) и численную оценку f_- можно найти в работе [5].

От поведения f_- вблизи массовой поверхности зависит, например, ширина распада $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \gamma$. Такие распады могут служить проверке предсказаний f_- , полученных на основе обобщенного тождества Уорда.

Формфактор f_- выражается через физические массы и радиусы пиона. Следовательно, он хорошо определен в окрестности массовой поверхности. С математической точки зрения можно говорить об однозначности продольной компоненты векторной вершины и ее первой производной по внешним импульсам в первом порядке по Δm_π^2 на массовой поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получено обобщенное тождество Уорда в пионном секторе для нарушенной изотопической симметрии. С его помощью найден продольный формфактор f_- слабого векторного тока в β -распаде пиона. Аналогично слабому магнетизму изовекторная компонента f_- получается изотопическим поворотом составляющей электромагнитного тока. Тензорная по изоспину компонента f_- не связана с изотопическим вращением, она определяется обобщенным тождеством Уорда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б. // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 698.
2. Feynman R. P., Gell-Mann M. // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 193.
3. Kamefuchi S., O'Raifeartaigh L., Salam A. // Nucl. Phys. 1961. V. 28. P. 529.
4. Bialynicki-Birula I. // Phys. Rev. D. 1970. V. 12. P. 2877.
5. Krivoruchenko M. I. // Adv. High Energy Phys. 2015. V. 2015. P. 656239.
6. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Наука, 1981.