

# INTERPLAY BETWEEN APPROXIMATION THEORY AND RENORMALIZATION GROUP

V. I. Yukalov

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna

Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil

The review presents general methods for treating complicated problems that cannot be solved exactly and whose solution encounters two major difficulties. First, there are no small parameters allowing for the safe use of perturbation theory in powers of these parameters, and even when small parameters exist, the related perturbative series are strongly divergent. Second, such perturbative series in powers of these parameters are rather short, so that the standard resummation techniques either yield bad approximations or are not applicable at all. The emphasis in the review is on the methods advanced and developed by the author. One of the general methods is *Optimized Perturbation Theory* now widely employed in various branches of physics, chemistry, and applied mathematics. The other powerful method is *Self-Similar Approximation Theory* allowing for quite simple and accurate summation of divergent series. These theories share many common features with the method of renormalization group, which is briefly sketched in order to stress the similarities in their ideas and their mutual interconnection.

Данный обзор представляет общие методы описания сложных проблем, не имеющих точных решений, при анализе которых возникают два основных препятствия. Во-первых, отсутствуют малые параметры, позволяющие использовать теорию возмущений по степеням этих параметров, и, даже когда малые параметры существуют, пертурбативные последовательности расходятся. Во-вторых, пертурбативные ряды по степеням некоторых параметров содержат малое число слагаемых, вследствие чего стандартные техники пересуммирования дают либо плохие приближения, либо совсем неприменимы. Особое внимание в обзоре уделяется методам, развитым автором. Одним из таких методов является *оптимизированная теория возмущений*, широко используемая в различных областях физики, химии и прикладной математики. Другой эффективный метод — *автомодельная теория приближений*, позволяющая несложное и аккуратное суммирование расходящихся рядов. Эти теории имеют много общего с методом ренормализационной группы, главные идеи которого также кратко изложены для того, чтобы подчеркнуть общие основания подходов и их взаимосвязь.

PACS: 05.10.Cc; 11.10.Gh; 11.10.Ni