

РАСПАДЫ $\tau \rightarrow K^* \pi \nu$ И $\tau \rightarrow [\phi, \omega] K \nu$ В РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ НАМБУ–ИОНА-ЛАЗИНИО

М. К. Волков^{1,*}, *А. Б. Арбузов*^{1,2,**}, *К. Нурлан*^{1,***},
*А. А. Пивоваров*¹

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

Обсуждается возможность применения модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) к описанию полуплептонных распадов тау-лептона. Рассмотрены моды распада тау-лептона на нейтрино и пару из векторного и псевдоскалярного мезонов. Для описания этих процессов использована расширенная версия модели НИЛ, позволяющая учитывать как основные, так и первые радиально-возбужденные состояния мезонов.

The possibility of using the Nambu–Jona-Lasinio (NJL) model for the description of semileptonic decays of tau leptons is discussed. The decay modes of the tau lepton into neutrinos and a pair of vector and pseudoscalar mesons are considered. To describe these processes, an extended version of the NJL model is used, which allows one to take into account both the ground and first radially excited states of the mesons.

PACS: 12.39.Fe; 13.35.Dx; 14.40.Be

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе представлены результаты, доложенные на международной конференции «Проблемы современной теоретической и математической физики», посвященной 110-летию со дня рождения Н. Н. Боголюбова. Эти результаты получены с использованием модели Намбу–Иона-Лазинио (НИЛ) [1, 2], предложенной еще в 1961 г. для объяснения происхождения массы нуклона за счет спонтанного нарушения киральной симметрии. Полезно отметить, что в это время Н. Н. Боголюбов со своими учениками активно занимался проблемой теоретического объяснения явлений сверхпроводимости и сверхтекучести, используя и развивая при этом аналогичные методы. В частности, в 1961 г. в работе [3] представители группы Н. Н. Боголю-

*E-mail: volkov@theor.jinr.ru

**E-mail: arbuzov@theor.jinr.ru

***E-mail: nurlan.qanat@mail.ru

бова также рассматривали возможность генерации массы фермиона в кирально-инвариантной модели квантовой теории поля. Современная версия модели НИЛ с учетом кварковых степеней свободы развивалась с конца 1970-х – начала 1980-х гг. [4–9]. В рамках Стандартной модели НИЛ было успешно описано большое множество процессов с участием четырех нонетов мезонов: скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного (см. обзор [10] и ссылки в нем).

Однако во многих экспериментально изучаемых ситуациях оказывается недостаточно учесть основные состояния мезонов и требуется включить как минимум первые радиально-возбужденные состояния. Расширение модели НИЛ с целью включения возбужденных состояний мезонов было предложено в работах [11–13]. В этой модели радиально-возбужденные состояния мезонов вводятся с помощью формфактора полиномиального типа, квадратичного по поперечному импульсу кварка. При этом сохраняются киральная симметрия и механизм ее спонтанного нарушения. При условии того, что величины кваркового конденсата и массы составляющих кварков остаются такими же, как и в Стандартной модели НИЛ, возникает существенное ограничение числа дополнительных параметров модели. С использованием расширенной модели НИЛ ранее было вычислено множество мезонных распадов τ -лептона и процессов e^+e^- -аннигиляции в мезоны (см. обзор [14]).

Рассматриваемые в настоящей работе распады $\tau \rightarrow \bar{K}^{*0}(892)\pi^- \nu_\tau$, $\tau \rightarrow \omega(782)K^- \nu_\tau$ и $\tau \rightarrow \phi(1020)K^- \nu_\tau$ интересны тем, что включают в себя все возможные каналы: контактный канал (когда W -бозон непосредственно переходит в конечные мезонные состояния) и каналы с промежуточными аксиально-векторными, векторными и псевдоскалярными мезонами. При этом промежуточные мезоны следует учитывать как в основном, так и как минимум в первом радиально-возбужденном состоянии.

Важной особенностью проводимых здесь вычислений является учет расщепления промежуточного основного аксиально-векторного мезона на два физических состояния: $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$. Такое расщепление является следствием смешивания аксиально-векторных состояний K_{1A} и K_{1B} , принадлежащих нонетам 3P_1 ($J^{PC} = 1^{++}$) и 1P_1 ($J^{PC} = 1^{+-}$) соответственно. Это смешивание возникает в результате нарушения киральной симметрии, обусловленного тем, что массы u - и s -кварков существенно различаются. Состояния K_{1A} и K_{1B} выражаются через экспериментально наблюдаемые мезоны [8, 15] следующим образом:

$$\begin{aligned} K_{1A} &= K_1(1270) \sin \alpha + K_1(1400) \cos \alpha, \\ K_{1B} &= K_1(1270) \cos \alpha - K_1(1400) \sin \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

В работе [15] приводятся варианты угла $\alpha = 57^\circ$ и 33° . В обзоре Particle Data Group (PDG) [16] приводится значение $\alpha = 45^\circ$. В данной работе при численном анализе мы рассматриваем варианты $\alpha = 57^\circ$ и 45° .

Нонет 3P_1 естественным образом описывается моделью НИЛ, в то время как нонет 1P_1 не укладывается в стандартную версию данной модели. Поэтому в рассматриваемой работе мезон K_{1B} , не относящийся к нонетам модели НИЛ, не учитывался напрямую. Однако мы учтем его вклад, приводящий к возникновению двух физических состояний.

1. ЛАГРАНЖИАН РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ НИЛ

Фрагмент кварк-мезонного лагранжиана взаимодействия, содержащий нужные нам вершины, имеет следующий вид [14]:

$$\begin{aligned} \Delta L_{\text{int}} = \bar{q} & \left[\frac{1}{2} \gamma^\mu \gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^K (A_{K_1} K_{1\mu}^j + B_{K_1} K_{1\mu}^{j'}) + \right. \\ & + \frac{1}{2} \gamma^\mu \sum_{j=\pm,0} \lambda_j^K (A_{K^*} K_\mu^{*j} + B_{K^*} K_\mu^{*j'}) + i\gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^K (A_K K^j + B_K K'^j) + \\ & \left. + i\gamma^5 \sum_{j=\pm} \lambda_j^\pi A_\pi \pi^j + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\omega A_\omega \omega_\mu + \frac{1}{2} \gamma^\mu \lambda^\phi A_\phi \phi_\mu \right] q, \quad (2) \end{aligned}$$

где q и \bar{q} — поля u -, d - и s -кварков с составляющими массами $m_u \approx m_d = 280$ МэВ и $m_s = 420$ МэВ, возбужденные состояния мезонов отмечены штрихами, а

$$\begin{aligned} A_M &= \frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} [g_M \sin(\theta_M + \theta_M^0) + g'_M f_M(k_\perp^2) \sin(\theta_M - \theta_M^0)], \\ B_M &= -\frac{1}{\sin(2\theta_M^0)} [g_M \cos(\theta_M + \theta_M^0) + g'_M f_M(k_\perp^2) \cos(\theta_M - \theta_M^0)], \end{aligned} \quad (3)$$

где индекс M обозначает соответствующий мезон.

Формфактор $f(k_\perp^2) = (1 + dk_\perp^2) \Theta(\Lambda^2 - k_\perp^2)$ вводится для описания первых радиально-возбужденных состояний мезонов. Параметр наклона формфактора d однозначно фиксируется из требования того, чтобы включение радиально-возбужденных состояний не меняло кварковый конденсат. Этот параметр зависит только от кваркового состава соответствующего мезона:

$$\begin{aligned} d_{uu} &= -1,784 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}, \\ d_{us} &= -1,761 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}, \\ d_{ss} &= -1,737 \cdot 10^{-6} \text{ МэВ}^{-2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Параметры θ_M задают углы смешивания основных и возбужденных состояний мезонов, фиксируемые в результате диагонализации свободного ла-

гранжиана [14]:

$$\begin{aligned}\theta_{K_1} &= 85,97^\circ, & \theta_{K^*} &= 84,74^\circ, & \theta_K &= 58,11^\circ, \\ \theta_\omega &= 81,8^\circ, & \theta_\phi &= 68,4^\circ, & \theta_\pi &= 59,48^\circ.\end{aligned}\quad (5)$$

Вспомогательные величины θ_M^0 вводятся для удобства, их происхождение связано с конечными перенормировками при выводе лагранжиана расширенной модели НИЛ:

$$\begin{aligned}\theta_{K_1}^0 &= \theta_{K^*}^0 = 59,56^\circ, & \theta_K^0 &= 55,52^\circ, \\ \theta_\omega^0 &= 61,5^\circ, & \theta_\phi^0 &= 57,13^\circ, & \theta_\pi^0 &= 59,12^\circ.\end{aligned}\quad (6)$$

Матрицы λ — линейные комбинации матриц Гелл-Манна, задающие проекции на кварк-антикварковые состояния с заданными квантовыми числами и флейворным составом.

Константы связи выражаются через интегралы (10) по кварковой петле:

$$\begin{aligned}g_{K_1} &= g_{K^*} = \left(\frac{2}{3}I_{11}\right)^{-1/2}, & g'_{K_1} &= g'_{K^*} = \left(\frac{2}{3}I_{11}^{f^2}\right)^{-1/2}, \\ g_K &= \left(\frac{4}{Z_K}I_{11}\right)^{-1/2}, & g'_K &= \left(4I_{11}^{f^2}\right)^{-1/2}, \\ g_\pi &= \left(\frac{4}{Z_\pi}I_{20}\right)^{-1/2}, & g'_\pi &= \left(4I_{20}^{f^2}\right)^{-1/2}, \\ g_\omega &= \left(\frac{2}{3}I_{20}\right)^{-1/2}, & g'_\omega &= \left(\frac{2}{3}I_{20}^{f^2}\right)^{-1/2}, \\ g_\phi &= \left(\frac{2}{3}I_{02}\right)^{-1/2}, & g'_\phi &= \left(\frac{2}{3}I_{02}^{f^2}\right)^{-1/2}.\end{aligned}\quad (7)$$

В приведенном лагранжиане под полем K_1 подразумевается состояние K_{1A} , относящееся к нонету 3P_1 и расщепляющееся на два физических состояния — $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ (1).

2. ПРОЦЕСС $\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$

Диаграммы процесса $\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ представлены на рис. 1 и 2.

Амплитуда процесса $\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau$ в расширенной модели НИЛ принимает следующий вид [17]:

$$\begin{aligned}M &= i\sqrt{2}G_F V_{us}g_\pi L_\mu \{ \mathcal{M}_c + \mathcal{M}_{AV(1270)} + \mathcal{M}_{AV(1400)} + \\ &\quad + \mathcal{M}_V + \mathcal{M}_{PS} + \mathcal{M}_{AV'} + \mathcal{M}_{V'} + \mathcal{M}_{PS'} \}^{\mu\nu} e_\nu^*(p_{K^*}),\end{aligned}\quad (8)$$

где G_F — константа Ферми; V_{us} — элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы; L_μ — лептонный ток; $e_\nu^*(p_{K^*})$ — поляризационный вектор мезона

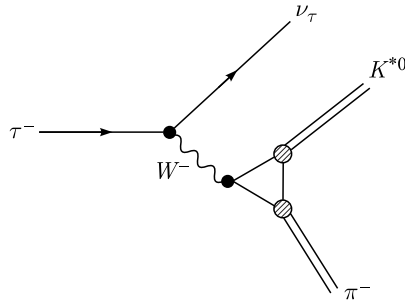


Рис. 1. Контактная диаграмма процесса $\tau \rightarrow \bar{K}^{*0}(892)\pi^- \nu_\tau$

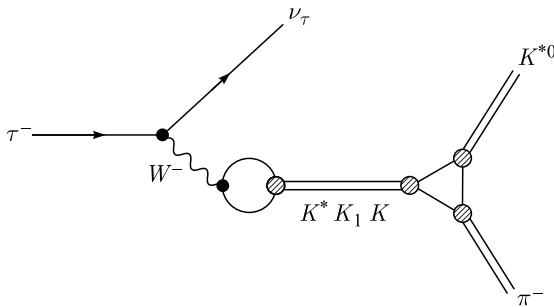


Рис. 2. Диаграмма процесса $\tau \rightarrow \bar{K}^{*0}(892)\pi^- \nu_\tau$ с промежуточными мезонами

$K^*(892)$. Члены в скобках описывают вклады от контактной диаграммы и от диаграмм с различными промежуточными мезонами в основном и первом радиально-возбужденном состояниях. Явный вид вкладов $\mathcal{M}_i^{\mu\nu}$ можно найти в работе [17].

Промежуточные мезоны описываются пропагаторами Брейта–Вигнера:

$$BW_M = \frac{1}{M_M^2 - q^2 - i\sqrt{q^2}\Gamma_M}. \quad (9)$$

Интегралы по кварковым петлям определены следующим образом:

$$I_{n_1 n_2}^{M, \dots, M', \dots} = -i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{A_M \dots B_M \dots}{(m_u^2 - k^2)^{n_1} (m_s^2 - k^2)^{n_2}} \Theta(\Lambda^2 - \mathbf{k}^2) d^4 k, \quad (10)$$

где $A_M B_M$ взяты из (3).

Для угла $\alpha = 57^\circ$ получаем парциальную ширину рассматриваемого распада

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \bar{K}^{*0}(892)\pi^- \nu_\tau) \Big|_{\alpha=57^\circ} = 2,02 \cdot 10^{-3}. \quad (11)$$

Экспериментальное значение для парциальной ширины данного процесса [16]:

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau)_{\text{exp}} = (2,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}. \quad (12)$$

При $\alpha = 45^\circ$ получаем худшее согласие с экспериментом:

$$\text{Br}(\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_\tau)|_{\alpha=45^\circ} = 1,68 \cdot 10^{-3}. \quad (13)$$

3. ПРОЦЕССЫ $\tau \rightarrow [\omega(782), \phi(1020)]K^-\nu_\tau$

Диаграммы рассматриваемых процессов показаны на рис. 3 и 4.

Амплитуда процесса $\tau \rightarrow \omega(782)K^-\nu_\tau$ в расширенной модели НИЛ принимает вид суммы вкладов различных каналов:

$$\mathcal{M} = -iG_F V_{us} L_\mu \{ \mathcal{M}_c + \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_V + \mathcal{M}_P + \mathcal{M}_{A'} + \mathcal{M}_{V'} + \mathcal{M}_{P'} \}^{\mu\nu} e_\nu^*(p_\omega). \quad (14)$$

Явный вид вкладов $\mathcal{M}_i^{\mu\nu}$ можно найти в работе [18].

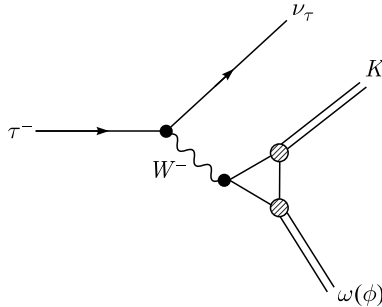


Рис. 3. Контактная диаграмма процессов $\tau \rightarrow [\omega(782), \phi(1020)]K^-\nu_\tau$

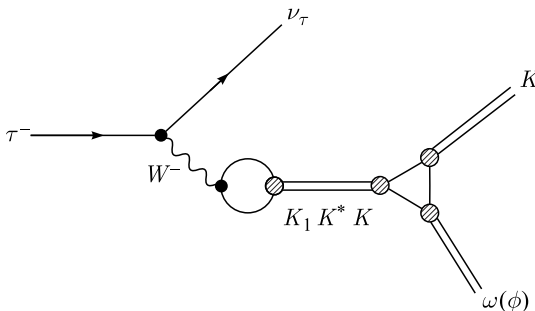


Рис. 4. Диаграмма процессов $\tau \rightarrow [\omega(782), \phi(1020)]K^-\nu_\tau$ с промежуточными мезонами

Амплитуда процесса $\tau \rightarrow \phi(1020) K^- \nu_\tau$ отличается от данной амплитуды множителем 2, а также заменой местами масс u - и s -кварков в векторном канале и в векторной части контактного канала.

Для двух рассматриваемых значений угла смешивания $\alpha = 57^\circ$ и 45° получаем

$$\begin{aligned} \text{Br}(\tau \rightarrow \omega(782) K \nu_\tau)|_{\alpha=57^\circ} &= 3,79 \cdot 10^{-4}, \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \omega(782) K \nu_\tau)|_{\alpha=45^\circ} &= 3,95 \cdot 10^{-4}, \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \phi(1020) K \nu_\tau)|_{\alpha=57^\circ} &= 3,15 \cdot 10^{-5}, \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \phi(1020) K \nu_\tau)|_{\alpha=45^\circ} &= 4,04 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

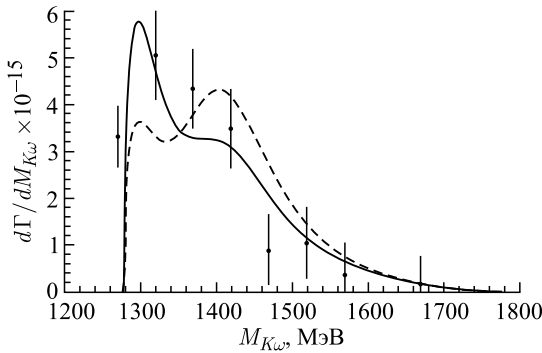


Рис. 5. Зависимость дифференциальной ширины процесса $\tau \rightarrow \omega(782) K \nu_\tau$ от инвариантной массы конечных мезонов. Сплошная линия соответствует случаю $\alpha = 57^\circ$, штриховая — случаю $\alpha = 45^\circ$. Экспериментальные точки взяты из работы [21]

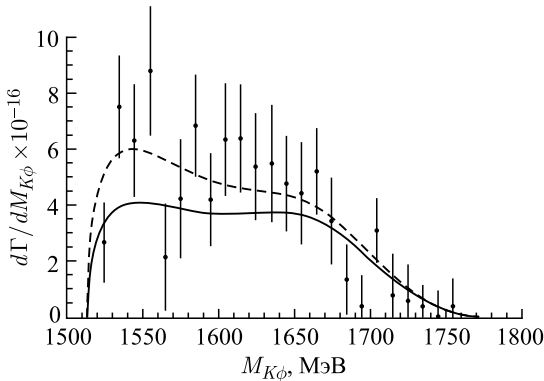


Рис. 6. Зависимость дифференциальной ширины процесса $\tau \rightarrow \phi(1020) K \nu_\tau$ от инвариантной массы конечных мезонов. Сплошная линия соответствует случаю $\alpha = 57^\circ$, штриховая — случаю $\alpha = 45^\circ$. Экспериментальные точки взяты из работы [19]

Экспериментальные значения парциальных ширин:

$$\begin{aligned} \text{Br}(\tau \rightarrow \omega(782)K\nu_\tau)_{\text{exp}} &= (4,1 \pm 0,9) \cdot 10^{-4} & [16], \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \phi(1020)K\nu_\tau)_{\text{exp}} &= (4,4 \pm 1,6) \cdot 10^{-5} & [16], \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \phi(1020)K\nu_\tau)_{\text{exp}} &= (4,05 \pm 0,51) \cdot 10^{-5} & [19], \\ \text{Br}(\tau \rightarrow \phi(1020)K\nu_\tau)_{\text{exp}} &= (3,39 \pm 0,48) \cdot 10^{-5} & [20]. \end{aligned} \quad (15)$$

Графики дифференциальных ширин этих процессов представлены на рис. 5 и 6.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В очередной раз показано, что расширенная модель НИЛ успешно работает для теоретического описания процессов низкоэнергетических взаимодействий мезонов. С помощью этой модели ранее были описаны целые классы процессов распадов мезонов, электрон-позитронной аннигиляции (при энергии до 2 ГэВ) и распадов τ -лептонов при одних и тех же значениях параметров. Распады τ -лептонов с рождением странных частиц представляют особый интерес из-за того, что они чувствительны к разнице масс u - и s -кварков. Рассмотренные здесь процессы интересны также тем, что в них участвуют все четыре возможных канала (по квантовым числам промежуточной частицы). При этом аксиально-векторный канал оказался доминирующим. Показано, что при описании этих распадов важную роль играет смешивание двух аксиально-векторных состояний $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$. Это важно как при определении дополнительной перенормировки каонного поля [22,23], так и при учете аксиально-векторных каналов в промежуточном состоянии. Таким образом, в очередной раз продемонстрирована высокая предсказательная сила модели НИЛ, основанной на механизме спонтанного нарушения киральной симметрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I // *Phys. Rev.* 1961. V. 122. P. 345.
2. *Nambu Y., Jona-Lasinio G.* Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. II // *Ibid.* V. 124. P. 246.
3. *Арбузов А. Б., Тахелидзе А. Н., Фаустов Р. Н.* К вопросу о массе фермиона в γ^5 -инвариантной модели квантовой теории поля // *Докл. АН СССР.* 1961. Т. 139. С. 345–347.
4. *Eguchi T.* A New Approach to Collective Phenomena in Superconductivity Models // *Phys. Rev. D.* 1976. V. 14. P. 2755.
5. *Volkov M. K., Ebert D.* Four-Quark Interactions as a Common Source of the Vector Meson Dominance and Sigma Model // *Yad. Fiz.* 1982. V. 36. P. 1265–1277.

6. *Ebert D., Volkov M. K.* Composite Meson Model with Vector Dominance Based on $U(2)$ Invariant Four-Quark Interactions // *Z. Phys. C.* 1983. V. 16. P. 205.
7. *Volkov M. K.* Meson Lagrangians in a Superconductor Quark Model // *Ann. Phys.* 1984. V. 157. P. 282.
8. *Волков М. К.* Низкоэнергетическая физика мезонов в кварковой модели сверхпроводящего типа // *ЭЧАЯ.* 1986. Т. 17. С. 433.
9. *Ebert D., Reinhardt H.* Effective Chiral Hadron Lagrangian with Anomalies and Skyrme Terms from Quark Flavor Dynamics // *Nucl. Phys. B.* 1986. V. 271. P. 188.
10. *Volkov M. K., Radzhabov A. E.* The Nambu–Jona-Lasinio Model and Its Development // *Phys. Usp.* 2006. V. 49. P. 551.
11. *Volkov M. K., Weiss C.* A Chiral Lagrangian for Excited Pions // *Phys. Rev. D.* 1997. V. 56. P. 221.
12. *Volkov M. K.* The Pseudoscalar and Vector Excited Mesons in the $U(3) \times U(3)$ Chiral Model // *Phys. Atom. Nucl.* 1997. V. 60. P. 1920.
13. *Volkov M. K., Ebert D., Nagy M.* Excited Pions, ρ and ω Mesons and Their Decays in a Chiral $SU(2) \times SU(2)$ Lagrangian // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 1998. V. 13. P. 5443.
14. *Volkov M. K., Arbuзов A. B.* Meson Production Processes in Electron–Positron Collisions and τ -Lepton Decays within the Extended Nambu–Jona-Lasinio Model // *Phys. Usp.* 2017. V. 60, No. 7. P. 643–666.
15. *Suzuki M.* Strange Axial-Vector Mesons // *Phys. Rev. D.* 1993. V. 47. P. 1252–1255.
16. *Tanabashi M. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Phys. Rev. D.* 2018. V. 98. P. 030001.
17. *Volkov M. K., Pivovarov A. A.* The $\tau \rightarrow \bar{K}^{0*}(892)\pi^- \nu_\tau$ Decay Taking into Account the Splitting of an Intermediate Ground-State Axial-Vector Meson K_{1A} into Two Physical States $K_1(1270)$ and $K_1(1400)$ // *JETP Lett.* 2019. V. 110, No. 4. P. 237–241.
18. *Volkov M. K., Pivovarov A. A., Nurlan K.* The Decays $\tau \rightarrow [\omega(782), \phi(1020)]K^- \nu_\tau$ in the Extended NJL Model // *Eur. Phys. J. A.* 2019. V. 55, No. 9. P. 165.
19. *Inami K. et al. (Belle Collab.).* First Observation of the Decay $\tau^- \rightarrow \phi K^- \nu_\tau$ // *Phys. Lett. B.* 2006. V. 643. P. 5–10.
20. *Aubert B. et al. (BaBar Collab.).* Exclusive Branching Fraction Measurements of Semileptonic τ Decays into Three Charged Hadrons, $\tau^- \rightarrow \phi \pi^- \nu_\tau$ and $\tau^- \rightarrow \phi K^- \nu_\tau$ // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. P. 011801.
21. *Arms K. E. et al. (CLEO Collab.).* Study of τ Decays to Four-Hadron Final States with Kaons // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 241802.
22. *Volkov M. K., Nurlan K., Pivovarov A. A.* The Decays $\tau \rightarrow (K, K(1460))\nu_\tau$ and the Value of the Weak Decay Constants F_K and $F_{K'}$ in the Extended NJL Model // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2019. V. 34, No. 24. P. 1950137.
23. *Volkov M. K., Pivovarov A. A.* Effects of K – K_1 Transitions on Kaon-Field Renormalization in the NJL Model Framework // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2019. V. 16, No. 6. P. 565.