

## ЦИКЛОТРОН И ЕГО МОДЕЛИРОВАНИЕ

*В. Л. Смирнов* \*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обзор посвящен установкам циклотронного типа. Приведены их систематизация и описание основных структурных узлов, а также даны теоретические основы циклотронной физики. Описаны способы численного моделирования, применяемые при проектировании циклотронов, содержащие методы анализа динамики пучка и алгоритмы, используемые для их программной реализации. Дан обзор существующих программных кодов, предназначенных для анализа динамики частиц в циклотронных установках.

The review article is devoted to accelerators of a cyclotron type. Systematization of cyclotrons and description of their basic structural units are presented. Theoretical basics of cyclotron physics are given. Major part of the review presents methods of numerical modelling used for design of cyclotrons and concentrates on methods of beam dynamics analysis and algorithms, which can be used for software development. A survey of wide known program codes aimed at beam dynamics calculations in cyclotron-like accelerators is presented.

PACS: 29.20.dg

### ВВЕДЕНИЕ

Ускорители заряженных частиц применяются в различных областях. Они являются основным инструментом для решения задач фундаментальной физики, где продвижение ведется в направлении все большего увеличения энергии ускоряемых частиц. Создаются огромные дорогостоящие установки, в разработке которых принимают участие интернациональные коллаборации из ученых ведущих мировых научных центров. Наряду с введением в эксплуатацию мегасайенс-установок, нацеленных на раскрытие тайн природы, создаются ускорители для прикладных целей. И если количество проектируемых установок для фундаментальных исследований исчисляется единицами, то количество последних, находящихся в стадии проектирования и ввода в эксплуатацию, на порядок больше. Большинство таких ускорителей принадлежит к циклотронному типу, что обусловлено их относительной простотой в

---

\*E-mail: vsmirnov@jinr.ru

производстве и эксплуатации, экономичностью и надежностью в работе, высокой интенсивностью выходного пучка ускоренных частиц. Но с технической точки зрения любая ускорительная установка, в том числе и циклотронная, является сложным физическим прибором, цена создания которого велика. Поэтому требуется умение проектирования таких ускорителей. Основным и практически единственным инструментом на данном этапе является компьютерное моделирование. И если во времена зарождения физики и техники ускорителей большое внимание уделялось разработке теории ускорительной физики, то сейчас подавляющая часть материала, публикуемая в специальной литературе и обсуждаемая на тематических конференциях, посвящена разработке и совершенствованию численных методов моделирования ускорительных установок, а также результатам, полученным расчетным путем для конкретных ускорителей. С ростом количества проектируемых циклотронных установок растет потребность в быстрых и максимально точных методах численного моделирования. Развитие современной вычислительной техники, доступной среднестатистическому исследователю, позволяет добиться результатов расчетов с высокой степенью точности, что дает возможность минимизировать время, которое тратится на этапе ввода установки в эксплуатацию.

Несмотря на обширное количество материала на тему численного моделирования циклотронных установок, расчеты, проводимые в различных научных центрах и фирмах, специализирующихся на создании ускорителей, базируются на различных методах и алгоритмах. Количество и качество упрощений моделируемой системы, которое неотъемлемо присутствует при проведении расчетов, значительно различается. Результаты получаемых оценок обладают разной степенью реалистичности. Публикуемая информация об используемых методах и алгоритмах крайне скудна. Для многих начинающих исследователей представляется трудностью определиться с выбором тех или иных методов расчетов. Количество существующих программных комплексов, предназначенных для расчета динамики заряженных частиц, невелико, и лишь малая их часть находится в открытом доступе. Большинство научных центров пользуется собственными программами и не предоставляет их третьим лицам. Иногда распространение кода является условно свободным, и требуется организация рабочего контакта с авторами и правообладателями. Теория циклотронной физики является хорошо устоявшимся разделом ускорительной науки и в настоящее время претерпевает лишь незначительные редкие изменения. Весь основной материал разработан десятки лет назад и содержится в основном в устаревших монографиях. Значительная часть материала имеет лишь методическую ценность, и требуется выделение тех разделов, на которые опираются методы, применяемые в численных расчетах, и которые необходимы для изучения как дающие понимание проводимых расчетных оценок.

В данной работе автором сделана попытка систематизировать материал, касающийся обозначенных выше проблем. Основное внимание уделено методам численного моделирования ускорительных установок циклотронного типа. Выделены аналитические модели и выражения, которые не потеряли свою актуальность в эпоху развития вычислительной техники и численных расчетов и являются удобным и продуктивным инструментом для получения оценок параметров систем ускорительной установки. В работе можно найти краткий экскурс в историю развития ускорителей и описание их основных систем. Приведена сжатая теория циклотронной физики, и дан обзор существующих программных кодов, предназначенных для анализа динамики частиц в циклотронных установках, с описанием их основных характеристик и возможностей.

Автор выражает благодарность С. Б. Ворожцову за помощь в систематизации изложенного материала и обсуждение его содержательной части.

## **1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УСКОРИТЕЛЯХ ЦИКЛОТРОННОГО ТИПА**

**1.1. Область применения ускорителей.** Ускоритель заряженных частиц, как следует из названия, является устройством, увеличивающим скорость заряженных частиц, которыми могут быть электроны, протоны или ионы. Существуют проекты по созданию ускорителей короткоживущих элементарных частиц, таких как мюоны. По всему миру созданы и успешно функционируют тысячи ускорительных установок, каждая из которых является сложным техническим устройством. Образовался целый раздел науки — физика и техника ускорителей. Конструктивно ускорители делятся на две группы: линейные и циклические. В первом случае пучок частиц однократно проходит каждый из имеющихся ускоряющих промежутков, и траектория центра масс пучка прямолинейная. В циклических машинах, к которым относятся циклотрон, синхроциклотрон (фазотрон), синхрофазотрон, синхротрон, микротрон и бетатрон, траектория пучка криволинейная. В таких ускорителях, за исключением бетатрона, каждый ускоряющий промежуток пересекается пучком многократно, а магнитное поле используется для отклонения частиц для повторного пересечения ускоряющих зазоров. В бетатроне ускорение производится непрерывно по всей орбите.

Ускорительные установки направлены на решение целого спектра задач в науке и промышленности, основными из которых являются фундаментальная физика, медицинские применения, исследование материалов и изменение их физических и химических свойств. Отдельно можно выделить крайне полезную цель, которая прямо не преследуется в процессе создания ускорителей, но непременно из него следует. Этим следствием является развитие техники, различных методик и технологий производства и разработка нового иссле-

довательского оборудования. Для решения фундаментальных задач в физике зачастую требуется высокая энергия ускоренного пучка частиц. Поэтому это область в основном синхротронов, синхрофазотронов и линейных ускорителей, имеющих большие размеры.

Для того чтобы исследовать строение атома и процессы образования частиц, гораздо эффективнее сталкивать ускоренные пучки частиц друг с другом, нежели облучать неподвижную мишень. С этой целью создаются коллайдеры, в которых пучки движутся навстречу друг другу и сталкиваются в месте расположения специальной аппаратуры, регистрирующей частицы. Из прикладного использования ускорителей наиболее известным является их применение в ядерной и радиационной медицине. В первом случае пучок ускоренных ионов используется для производства изотопов, которые применяются для диагностики раковых опухолей. Во втором случае пучок частиц непосредственно облучает область в теле человека. Возможна также комбинация методов, когда произведенный в результате взаимодействия пучка частиц с мишенью радиоактивный изотоп вводится в тело человека и, излучая частицы, воздействует на опухоль. Такими радионуклидами могут быть, например, изотопы астата и актиния, которые излучают альфа-частицы.

В промышленности ускорители используются для таможенного контроля в качестве детекторов взрывчатых веществ, ядерно-физического анализа состава веществ, обработки материалов с целью повышения их эксплуатационных характеристик, сварки, неразрушающего контроля (дефектоскопии, радиографии, радиационной интроскопии), рентгеновского исследования, стерилизации пищевых продуктов, радиационной полимеризации, радиационной селекции растений, обработки отходов и экологического мониторинга [1]. Основные особенности использования любого оборудования в прикладных целях — это его доступность, стабильность в работе, безопасность и относительно малая стоимость. Все эти качества в той или иной мере присущи ускорителям циклотронного типа, к которым в первую очередь можно отнести циклотрон и синхроциклотрон. Этот тип ускорителей частиц широко распространен в мире, и существует постоянная потребность в новых установках.

Без малого вековой промежуток времени отделяет нас от того момента, когда был создан первый циклотрон [2]. Теория циклотронной физики досконально проработана. Имеется множество работ, посвященных разработке и созданию циклотронов [3–6]. Но самые фундаментальные из них детально раскрывают теорию движения частиц в циклотронных установках и содержат описания технических решений, многие из которых устарели, так как техника ускорителей стремительно развивается. Методы, приведенные в имеющихся трудах, во многом базируются на использовании аналитических способов проектирования ускорительных установок. В настоящее время благодаря быстрому развитию вычислительной техники исследователь получил

возможность широко использовать персональный компьютер. Методы и алгоритмы, которые были ранее недоступны для реализации, сейчас активно используются. Актуальна потребность в наличии работы, описывающей методы моделирования циклотронных установок. Поэтому данный труд — это попытка создания единой работы, содержащей основную теорию циклотронной физики, краткое описание физико-технических методов и технологий, применяемых при создании циклотронов, а также полноценный свод способов и алгоритмов, которые используются при анализе динамики пучка в циклотронной установке. Автор не ставит перед собой задачу подробно изложить теорию циклотронной физики, а лишь приводит основные понятия и аналитические выражения, качественно объясняющие физический смысл явлений, знание которых необходимо при моделировании динамики пучка в установках циклотронного типа.

Постоянство во времени основного магнитного поля ускорителя является в данной работе критерием того, что его можно отнести к установкам циклотронного типа, описанию которых посвящена работа. Траектория пучка в таких ускорителях имеет форму раскручивающейся спирали. Основной объем информации посвящен циклотронам и синхроциклотронам. Микротроны в настоящее время редко используются, и потребность в их создании мала, но ознакомительная информация о данном типе ускорителя содержится в работе, так как может быть полезна с методической точки зрения. В одном из разделов описываются циклотронные ускорители типа FFA (Fixed-Field Accelerator), которые базируются на использовании магнитной системы с разделенными секторами, что обеспечивает большую величину вариации магнитного поля, периодически меняющего знак с азимутом, что является основным критерием при выделении их в отдельный класс, хотя некоторые из них имеют и другие существенные отличия от прочих типов циклотронных установок с точки зрения динамических свойств поля.

**1.2. История развития ускорителей циклотронного типа.** Первый циклотрон был разработан Эрнестом Лоуренсом в 1929 г. Именно ему принадлежит идея многократного прохождения пучком частиц каждого ускоряющего промежутка. Это позволяет ускорить ионы до энергии, которая во много раз превышает разность потенциалов, приложенную к ускоряющей системе. Собственно, конечная энергия равна произведению энергии, приобретаемой частицей за одно прохождение зазора, на количество таких прохождений. Для того чтобы такая схема функционировала, необходимо искривлять траекторию частицы так, чтобы она раз за разом возвращалась к области расположения ускоряющего промежутка. Для этого используется магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости движения ионов. Очевидно также, что потенциал, приложенный к ускоряющему электроду, не может быть постоянным с течением времени, так как электростатическое устройство не может изменять энергию частицы независимо от формы ее траектории. Не-

обходимо, чтобы потенциал на электроде в моменты времени, когда частица входит в область расположения электрода и выходит из него, менял свой знак на противоположный. Этого возможно добиться, например, имея синусоидальную зависимость напряжения от времени. Частота изменения напряжения должна быть кратна частоте обращения частиц в магнитном поле, чтобы каждый раз при пересечении ионом ускоряющего промежутка электрическое поле ускоряло его. С соблюдением описанных принципов был сконструирован и введен в эксплуатацию в начале 1931 г. в Калифорнийском университете (Беркли, США) прототип первого циклотрона, ускоряющий протоны до энергии 80 кэВ [7]. Данное устройство содержало практически все основные узлы, присущие современным циклотронам. Диаметр установки был около 13 см (рис. 1). Использовалось магнитное поле напряженностью  $\sim 13$  кГс. Ионы водорода производились в результате ионизации газа в вакуумной камере с помощью электронов, вырывааемых из проволочки-катода, изготовленной из вольфрама и расположенной в центре ускорителя.

Ускоряющая система базировалась на использовании одного 180-градусного электрода, форма которого напоминала букву «D». Это определило устоявшееся название «дуант» для ускоряющих электродов, используемых в циклотронах. Амплитуда ускоряющего напряжения составляла 1 кВ. Частицы совершали около 40 оборотов в магнитном поле и, достигнув конечного радиуса, выводились из вакуумной камеры с помощью электростатического поля. Интенсивность выведенного пучка составляла  $\sim 1$  нА. Вакуумная камера была изготовлена из латуни и меди. В три ближайших года были введены в эксплуатацию более десяти циклотронов, ускоряющих протоны,  ${}^2\text{H}^+$ -ионы и  $\text{D}^+$ -ионы до энергии в несколько мегаэлектронвольт. Интенсивность пучка ионов на мишени достигала нескольких десятков наноампер.

Для обеспечения устойчивости движения частиц в циклотроне необходимо наличие фокусирующих сил в радиальном и аксиальном направлениях. Подробнее об этом будет сказано в соответствующих разделах данной работы. Здесь ограничимся лишь общими положениями. Так, известно, что спадающее по радиусу по определенному закону среднее магнитное поле обеспечивает устойчивость движения в обоих направлениях. При этом азимутальная вариация магнитного поля отсутствует. В первых циклотронах использовались такие магнитные структуры, такой тип ускорителей называют классическими



Рис. 1. Циклотрон, созданный в 1931 г. и считающийся первым работающим циклотроном в мире

циклотронами. Но из теории относительности известно, что масса частицы зависит от ее скорости и увеличивается с увеличением энергии иона, ускоряемого в циклотроне. Частота обращения частицы в магнитном поле обратно пропорциональна массе иона. Соответственно, частота обращения падает с ростом энергии. Поэтому частота генератора ускоряющей системы, настроенная на начальную энергию частиц, не может совпадать с частотой обращения частиц с большей энергией. Ионы постепенно выходят из синхронизма до тех пор, пока не начинают проходить ускоряющие зазоры дуантов при замедляющем электрическом поле. Поэтому циклотроны со спадающим полем имеют ограничение на конечную энергию пучка, которую можно в них получить. Для того чтобы обеспечить синхронизм между частотой генератора и орбитальной частотой ионов, необходимо использовать растущее вдоль радиуса среднее магнитное поле. Но в таком случае аксиальное движение становится неустойчивым. Чтобы обеспечить фокусировку в аксиальном направлении, необходимо использовать магнитные поля с азимутальной вариацией. Такие циклотроны называются изохронными. Другой метод состоит в понижении частоты генератора ускоряющей системы с течением времени так, чтобы она всегда совпадала с частотой обращения ионов. Устройства, созданные по такому принципу, называются синхроциклотронами или фазотронами. Ключевым моментом на пути развития синхроциклотронов стало открытие в 1944 г. В.И.Векслером принципа автофазировки, который позволяет обеспечить устойчивость фазового движения частиц [8]. Вследствие ограничения на конечную энергию классические циклотроны сейчас используются крайне редко. Подавляющая часть проектируемых циклотронных установок — это изохронные циклотроны и синхроциклотроны.

К концу 1940-х гг. размеры циклотронов выросли до размеров небольшого здания [9]. Конечная энергия превышала 100 МэВ. Существуют и настоящие рекордсмены среди циклотронных установок. Можно привести самые выдающиеся из них. Самым большим в мире изохронным циклотроном, введенным в эксплуатацию в 1976 г., является ускоритель TRIUMF (Канада). Он предназначен для получения пучков протонов с энергией до 520 МэВ. Диаметр циклотрона 18 м и масса 4000 т. Фазотрон ОИЯИ (Дубна) изначально был создан и запущен в 1949 г. как синхроциклотрон со спадающим полем, а затем реконструирован в фазотрон с пространственной вариацией поля. В настоящее время он активно используется и ускоряет протоны до энергии 680 МэВ. Масса установки 6400 т. Самым большим синхроциклотроном, когда-либо созданным в мире, является ускоритель Петербургского института ядерной физики (Гатчина, Россия). Установка предназначена для ускорения протонов до энергии 1 ГэВ. Диаметр магнита 6,85 м. Масса ускорителя 7600 т. Современные технологии позволяют использовать гораздо более высокие магнитные поля, более высокие уровни вакуума и т. д. Поэтому размеры и масса циклотронов постоянно снижаются.

**1.3. Инжекционные системы.** Физика и техника источников ионов — это большой самостоятельный раздел ускорительной физики, содержащий огромный материал. Поэтому здесь мы ограничимся лишь кратким описанием основных видов источников, которые наиболее часто используются в циклотронных установках.

По типу инъекции циклотроны можно разделить на ускорители с внутренней и внешней инъекцией. Первый тип является более простым с точки зрения технической реализации, поэтому именно такие источники использовались на первых циклотронных установках. Но в силу удобства в использовании они применяются на большинстве циклотронов и в настоящее время. Как следует из названия, внутренние источники во время работы ускорителя располагаются внутри циклотрона, а внешние — снаружи. Основными составляющими любого источника являются эмиттер ионов и устройство их экстракции. В случае внутреннего источника экстракция ионов производится с помощью электрического поля ускоряющей системы циклотрона. Во внешних источниках для извлечения ионов используется электростатическая система, которая одновременно ускоряет ионы и формирует из них направленный поток. Использование электростатического поля для ускорения является возможным вследствие того, что ионы образуются внутри источника, находящегося под потенциалом, а вытягивающий электрод обладает потенциалом земли. В зависимости от физической природы эмиттера различают несколько типов ионных источников: 1) ионный источник с поверхностной ионизацией, где эмиттером ионов служит поверхность накаливаемого материала, работа выхода которого превышает потенциал ионизации падающих на него атомов; 2) плазменные, в которых ионы отбираются с поверхности плазмы, образуемой в большинстве случаев с помощью газового разряда; 3) «полевые», в которых ионы образуются благодаря действию сильного электрического поля на поверхности твердого тела за счет полевого испарения вещества и полевой ионизации атомов окружающей газовой среды. Источником электронов является катод прямого или косвенного накала. Для того чтобы получить положительно заряженные ионы, необходимо удалить электроны из атома. Для этого требуется энергия, которая может быть получена с помощью нагрева, использования высокого электрического поля или бомбардировки электронами [10]. Для генерации пучков отрицательных ионов разработаны два метода: метод двойной перезарядки положительных ионов и метод непосредственного извлечения отрицательных ионов из плазмы. В широко распространенном источнике  $H^-$ -ионов в качестве инжектируемого газа используется водород. Требуемые ионы образуются в результате диссоциации возбужденных молекул газа и низкоэнергетических электронов плазмы.

Для внутренней инъекции наибольшее распространение получили плазменные источники типа PIG (Penning Ion Gauge), в которых образование ионов происходит в плазменном разряде за счет ионизации нейтрального газа



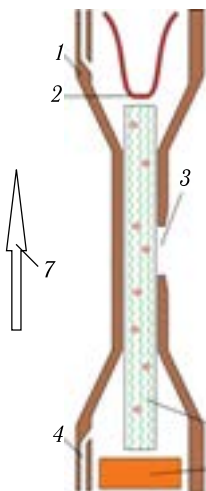


Рис. 2. Схематическое представление конструкции источника ионов типа PIG с подогреваемым катодом: 1 — анод, находящийся под потенциалом земли; 2 — подогреваемый катод; 3 — щель, через которую внешним электрическим полем вытягиваются ионы; 4 — подвод газа; 5 — область, в которой находится плазма, движутся электроны и образуются ионы; 6 — антикатод; 7 — направление магнитного поля

электронами [11, 12]. Конструктивно источник состоит из цилиндрической трубки — анода, на противоположных концах которого расположены катоды (рис. 2). Анод находится под потенциалом земли, а к катодам подведен высокий потенциал. Различают источники с «холодным» и «подогреваемым» катодами. В последнем случае один из катодов подогревается, а второй, расположенный напротив него, именуется антикатодом или отражателем.

Источник располагается вблизи центра циклотрона так, что магнитное поле направлено вдоль трубки источника. Электроны, вырывающиеся из катодов, движутся внутри источника по спиралям вдоль линий магнитного поля, ионизируя газ, который подается внутрь источника через специальные трубки. В непосредственной близости к источнику расположена ускоряющая система циклотрона (дуанты). Электрическое поле вытягивает ионы, образовавшиеся внутри источника, через щель в его трубке. Можно говорить о том, что ионы, обладая малыми скоростями, образуют границу плазмы в щели источника. Способность иона быть эмитированным в каждый момент времени зависит от величины внешнего электрического поля (поля дуантов). Если поле равно нулю или имеет знак, совпадающий со знаком заряда иона, то ни один ион не может быть вытянут из источника. Сосредоточение ионов на границе плазмы приводит к появлению сил пространственного заряда частиц. Электрическое самосогласованное поле ионов уменьшает величину внешнего электрического поля. При этом уменьшается количество ионов, эмитирующих с границы плазмы. Интенсивность пучка, вытягиваемого из источника, подчиняется закону Чайлда–Ленгмюра [13]:

$$J \sim \frac{U^{3/2}}{d^2}, \quad (1.1)$$

где  $U$  — напряжение в зазоре между щелью источника и вытягивающим электродом;  $d$  — величина зазора. Этот же закон применим к количеству электронов, покидающих поверхность катода.

Для внешней инжекции наиболее часто используются источники с электронно-циклотронным резонансом (ЭЦР) [14,15] и источники типа Multiscusp [16]. ЭЦР-источники наиболее востребованы для производства многозарядных ионов и относительно высоких интенсивностей пучка. Они отличаются стабильностью, долговечностью и позволяют достаточно легко менять рабочее вещество. Многозарядные ионы могут образоваться как путем однократных электрон-атомных столкновений, так и в результате ряда последовательных столкновений. Ступенчатый механизм образования многозарядных ионов более эффективен. Для его реализации необходимы высокие энергии электронов и высокие плотности электронных потоков. Для достижения высокой плотности ионизации необходимо как можно дольше удерживать ион в области интенсивной ионизации, для чего в ЭЦР-источниках многозарядных ионов используется магнитное поле специальной формы. В простейшем случае магнитная система состоит из двух соленоидов и мультиполя (рис. 3). Такая структура позволяет сформировать магнитное поле, способное удержать плазму во внутренней области источника. Электроны инжектируются в камеру источника и вращаются вокруг линий магнитного поля, многократно проходя через плазму.

Для того чтобы достичь эффективной ионизации плазмы, необходимо использовать высокоэнергетичные электроны. Известно, что электрон, помещенный в однородное магнитное поле, будет двигаться по круговой орбите с частотой, именуемой электронной циклотронной частотой:

$$\omega = \frac{e \cdot B}{m}, \quad (1.2)$$

где  $e$ ,  $m$  — заряд и масса электрона;  $B$  — величина внешнего магнитного поля. Используя осциллирующее электрическое поле, можно возбуждать циклотронное движение электронов. Если осциллирующее электрическое поле входит в резонанс с электронной циклотронной частотой и сообщается с движением электронов, то электроны получают энергию. Ускорившись, электроны сталкиваются с газом, ионизируя его. В результате образуется плазма и новые электроны, которые, в свою очередь, участ-

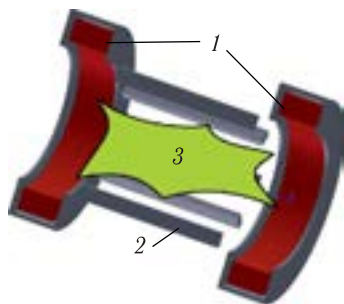


Рис. 3. Магнитная ловушка в ЭЦР-источнике. Она реализуется за счет использования двух соленоидов (1) и октуполя (2). Плазма (3) удерживается внутри системы

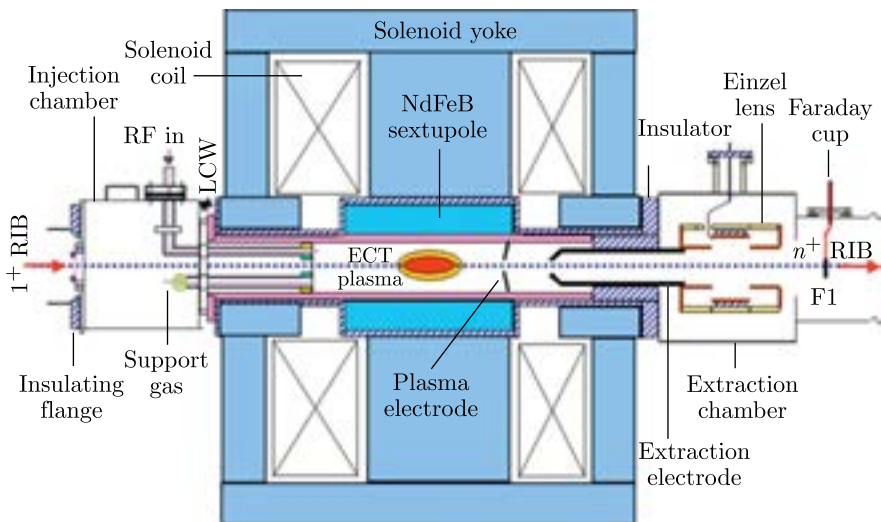


Рис. 4. Схематическое представление конструкции ЭЦР-источника [17]

вуют в ионизации газа. Процесс повторяется до тех пор, пока не наступит равновесие. Образовавшиеся ионы выводятся из источника через специальное отверстие под действием внешнего электростатического поля. Далее устанавливается система, формирующая направленный пучок (рис. 4).

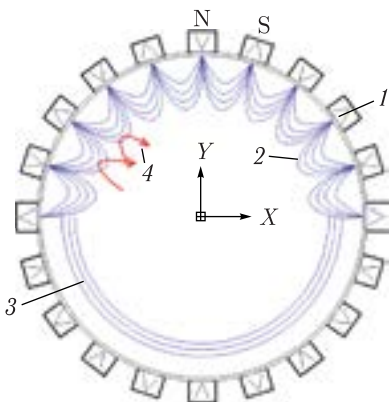


Рис. 5. Форма магнитного поля в источнике типа Multi-Cusp: 1 — магнитная пластина; 2 — линии магнитного поля; 3 — контуры постоянной величины напряженности магнитного поля; 4 — траектории ионов [18]

Источник типа Multi-Cusp базируется на использовании магнитной системы, состоящей из большого количества перманентных магнитных пластин, образующих кольцо (рис. 5). За счет чередующейся полярности образуется такое магнитное поле, в котором ионы движутся по винтовым траекториям и удерживаются во внутренней области источника [18].

Внутри источника через специальные вводы инжектируется газ. Существует несколько способов получения электронов, которые необходимы для ионизации газа. Наиболее часто применяемым подходом является использование нити накала (рис. 6). Электроны, образовавшиеся после нагрева нити, которая является катодом, ускоряются электростатическим полем в сторону анода, проходя через газ.

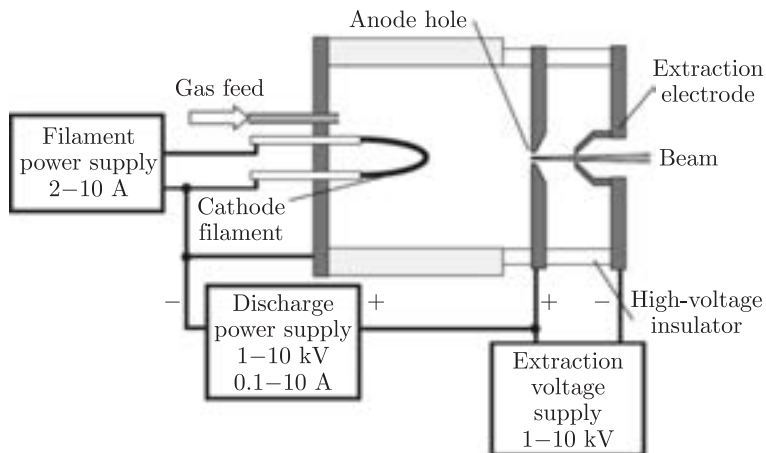


Рис. 6. Блок-схема источника типа Multi-Cusp, в котором в качестве источника электронов используется нить накала [18]

Для ионизации кислорода необходима энергия электронов  $\sim 12$  эВ, гелия — 25 эВ, атомов водорода — 14 эВ. Величина ионизации достигает максимума, когда энергия электронов в три раза превышает энергию ионизации. Поэтому достаточно разности потенциалов между катодом и анодом в 50–100 В, чтобы эффективно ионизировать большинство газов. В стенке источника имеется щель, через которую выводятся образовавшиеся ионы с помощью электростатической системы с напряжением 1–15 кВ.

Существуют также конструкции источников Multi-Cusp, в которых отсутствует нить накала. Для ионизации газа в них используются электроны, образовавшиеся в результате столкновения атомов. Электроны ускоряются высокочастотным (ВЧ) полем. ВЧ-антенна может быть как введена во внутреннюю область источника, так и располагаться с его внешней стороны. Такие источники обладают рядом преимуществ, например с точки зрения величины тока пучка [19].

Возможны два варианта организации внешней инжекции в циклотрон: аксиальный и радиальный [20, 21]. Первый обычно используется в компактных циклотронах, второй — в циклотронах с разделенными секторами. Разница в разделении циклотронов на эти две группы состоит в том, что в случае компактных машин их магнитная система базируется на использовании общих токовых обмоток для полюса (секторов), а в циклотронах с разделенными секторами каждый сектор имеет свою собственную токовую обмотку (рис. 7).

При использовании аксиальной инжекции пучок ионов направляется вдоль аксиальной оси циклотрона в его центр. В зависимости от параметров магнитной системы и требований, предъявляемых к линии инжекции, выбирается

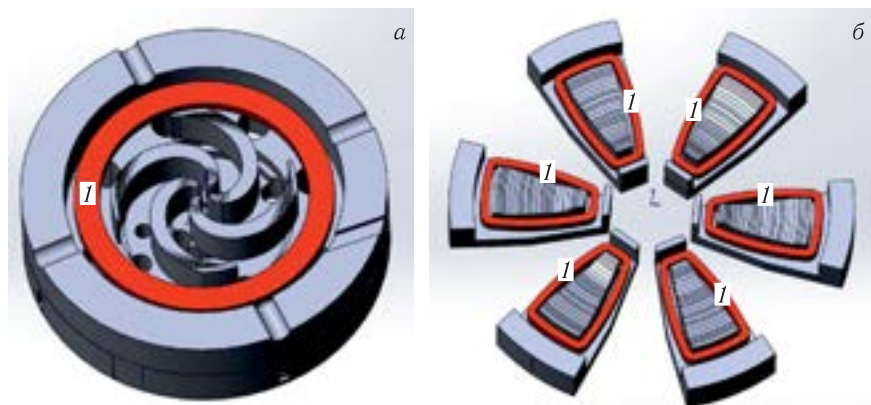


Рис. 7. Магнитные системы компактного циклотрона (а) и циклотрона с разделенными секторами (б): 1 — токовые обмотки

место расположения источника ионов. Как правило, он находится на заметном расстоянии от возвратного ярма магнита. Для того чтобы пучок частиц достиг центра циклотрона без больших потерь, в аксиальной линии инжекции необходимо использовать дополнительные элементы фокусировки пучка, такие как квадруполь и соленоиды [22]. Если есть необходимость в горизонтальном расположении источника ионов (при горизонтально расположенном циклотроне), например в случае использования нескольких источников, то в линии инжекции устанавливают поворотные диполи. Для корректировки положения пучка могут быть использованы специальные корректоры сдвига пучка. Формирование пучка в продольном направлении осуществляется с помощью банчеров и чопперов. Также возможно присутствие устройств диагностики пучка, например устройства измерения интенсивности — цилиндра Фарадея (рис. 8).

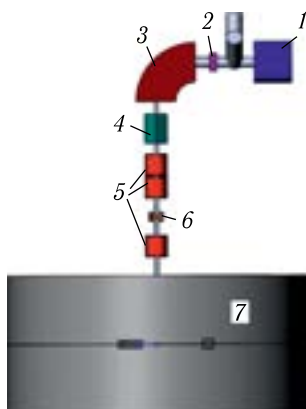


Рис. 8. Аксиальная линия инжекции компактного циклотрона: 1 — ионный источник; 2 — корректор положения пучка; 3 — поворотный магнит; 4 — цилиндр Фарадея; 5 — соленоиды; 6 — банчер; 7 — циклотрон

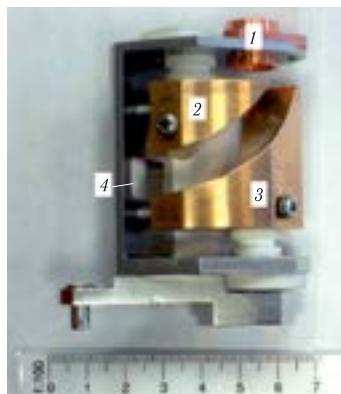


Рис. 9. Спиральный инфлектор циклотрона ДЦ-60 Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ (Дубна): 1 — место входа пучка, движущегося аксиально; 2 — первый электрод инфлектора; 3 — второй электрод инфлектора; 4 — место выхода пучка в радиальную плоскость циклотрона

Когда пучок достигает медианной плоскости циклотрона (плоскости симметрии верхней и нижней частей магнита), его необходимо перевести из аксиального направления в радиальное. Для этого в современных циклотронах используется спиральный электростатический инфлектор. Устройство представляет собой два электрода, между которыми создается разность потенциалов и форма которых повторяет форму траектории пучка, движущегося в суперпозиции магнитного поля циклотрона и электростатического поля инфлектора. Магнитное поле направлено аксиально, электрическое, дабы не изменять энергию частиц, всегда нормально к траектории пучка. Поэтому электроды инфлектора имеют спиральную форму (рис. 9).

Зная разницу потенциалов между электродами инфлектора и величину магнитного поля, можно получить аналитические формулы, описывающие движение частицы [23, 24]:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{A}{2} \left\{ \frac{2}{1 - 4K^2} + \frac{\cos(2K - 1)b}{2K - 1} - \frac{\cos(2K + 1)b}{2K + 1} \right\}, \\
 y &= \frac{A}{2} \left\{ \frac{\sin(2K + 1)b}{2K + 1} - \frac{\sin(2K - 1)b}{2K - 1} \right\}, \\
 z &= -A \sin b, \\
 b &= \frac{vt}{A}, \quad A = \frac{mv^2}{qE}, \quad K = \frac{A}{2\rho} + \frac{k'}{2},
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

где  $v$ ,  $m$ ,  $q$  — скорость, масса и заряд частицы;  $E$  — напряженность электрического поля инфлектора. Величина  $A$  характеризует электрический радиус инфлектора. Магнитный радиус инфлектора  $\rho = (mv)/(qB)$ , где  $B$  — величина индукции магнитного поля. Угол  $b$  может изменяться в диапазоне  $(0; \pi/2)$ . Параметр  $k'$  характеризует величину тангенса угла между направлением магнитного и электрического полей на выходе из инфлектора

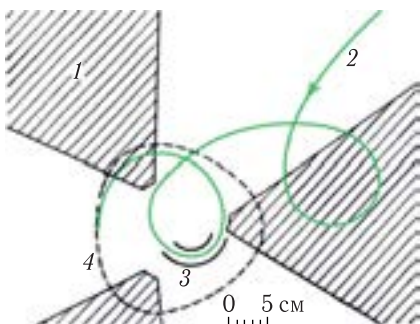


Рис. 10. Схема радиальной инъекции пучка в компактный циклотрон [26]: 1 — сектор; 2 — инжектируемая траектория; 3 — дефлектор; 4 — орбита, на которую требуется инжектировать пучок

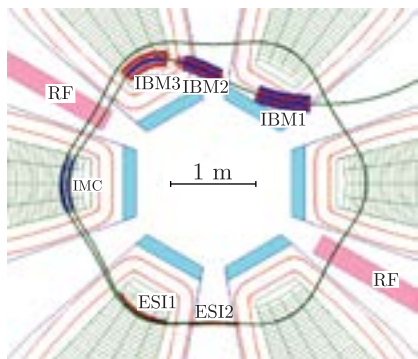


Рис. 11. Инжекционная система циклотрона с разделенными секторами: IBM1, IBM2, IBM3 — магнитные диполи; IMC — пассивный магнитный канал; ESI1, ESI2 — электростатические инфлекторы

(наклон электродов инфлектора на его выходе относительно медианной плоскости циклотрона) [25].

Принцип радиальной инъекции заключается в том, что инжектируемый из источника или ускорителя-инжектора пучок направляется радиально с внешней стороны циклотрона в его центр. В компактном циклотроне начальная энергия пучка мала, и его траектория представляет собой сложное трохоидальное движение (рис. 10). Когда пучок попадает в центральную область, он наводится на центрированную орбиту с помощью электростатического инфлектора. Такой метод инъекции имеет крайне низкую эффективность и в настоящее время не используется в компактных машинах.

Но этот метод нашел активное применение в циклотронах с разделенными секторами. В таких установках величина магнитного поля между секторами может быть сколь угодно мала и присутствует большое количество свободного пространства для установки элементов отклонения и фокусировки пучка. Зачастую траектория инжектируемого пучка через область долины (пространства между секторами) направляется в центр, где расположены магнитные диполи и электростатические дефлекторы, используемые для направления пучка на центрированную орбиту (рис. 11).

**1.4. Ускоряющая система.** Принцип работы ускоряющей системы циклотрона основан на том, что энергия электрического поля передается частицам, циркулирующим в магнитном поле, увеличивая их кинетическую энергию. Для этого электрическое поле должно быть переменным во времени, и частота его изменения должна быть кратна частоте обращения частицы в магнитном поле. В этом случае соблюдается главное условие приращения энергии —



Рис. 12. Часть ускоряющей системы циклотрона, в которой используются один дуант (1) и противодуантная рамка (2). В этом случае имеются два ускоряющих зазора (3 и 4)

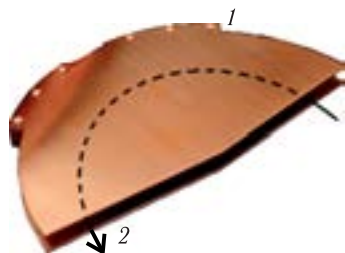


Рис. 13. Дуант (1) и схематическое представление траектории частицы (2)

ион пересекает ускоряющий промежуток в моменты времени, когда электрическое поле в нем является ускоряющим. Техническая реализация в простейшем случае основана на использовании дуанта и противодуантной рамки (рис. 12). Дуант состоит из двух частей, расположенных симметрично относительно медианной плоскости циклотрона. Таким образом, нет структурных элементов дуанта, пересекающих медианную плоскость в рабочей области, и пучок ионов может беспрепятственно циркулировать в его внутренней части (рис. 13). В силу конструкции электрическое поле присутствует лишь в зазоре между дуантом и рамкой. Система синхронизирована таким образом, что между двумя последовательными прохождениями частицей ускоряющих зазоров знак ускоряющего поля меняется на противоположный. Напряжение имеет нулевое значение, когда частица пересекает центральную линию дуанта.

В большинстве случаев амплитуда ускоряющего напряжения имеет синусоидальную зависимость от времени. Частота ускоряющего поля либо совпадает с частотой обращения частицы, либо больше ее в  $h$  раз, где  $h$  — натуральное число, называемое кратностью или гармоникой высокочастотного поля. С точки зрения набора частицей энергии важна величина, именуемая ВЧ-размером дуанта, равная произведению геометрической угловой протяженности дуанта на кратность ВЧ. По сути это набег фазы ВЧ между двумя последовательными прохождениями ускоряющих зазоров одного дуанта. В этом случае можно аналитически оценить максимальный энергетический набор частицей за один оборот для данной конфигурации дуантов:

$$\Delta E = 2NqU \sin\left(\frac{h\Delta\varphi}{2}\right), \quad (1.4)$$

где  $N$  — количество дуантов;  $q$  — заряд иона;  $U$  — амплитуда ускоряющего напряжения;  $h$  — кратность ВЧ;  $\Delta\varphi$  — угловая протяженность дуанта. Поделить требуемую величину конечной энергии частицы на величину, полученную



по формуле (1.4), можно оценить минимальное количество оборотов, которые потребуются совершить частице до достижения конечной энергии. Величина прироста энергии за оборот влияет на величину разделения соседних орбит, которая является важной характеристикой, влияющей на эффективность работы циклотрона. Для того чтобы увеличить набор энергии за оборот, необходимо увеличивать амплитуду ускоряющего напряжения. При заданной амплитуде максимальный энергетический прирост соответствует системе, в которой ВЧ-размер дуанта близок к  $180^\circ$  или кратен  $180^\circ$  с коэффициентами 3, 5, 7...

Ускоряемый пучок частиц имеет некоторый продольный размер, который можно выразить в терминах ВЧ-длины и измерить в градусах ВЧ. Обычно этот размер составляет десятки градусов ВЧ. Поэтому при прохождении пучком ускоряющего зазора частицы, имеющие разные фазы, пересекают зазор в различные моменты времени, которые соответствуют различной величине ускоряющего напряжения на дуанте. В результате каждая частица получает различный энергетический прирост. Разница в суммарном приросте энергии каждой частицей растет с количеством оборотов, и на конечном радиусе в пучке присутствует заметный энергетический разброс. Уменьшить разброс по энергии, очевидно, можно за счет создания таких условий ускорения пучка, при которых частицы при прохождении зазоров будут получать максимально равные приросты энергии. Для этого используются так называемые Flat top [27] и Sharp top [28] методы, суть которых заключается в изменении результирующей формы ускоряющей волны ВЧ-напряжения специальным образом. Это осуществляется с помощью добавления к основной гармонике ускоряющего поля (синусоидальной) высших гармоник с определенными амплитудами и фазами. Техническая реализация возможна либо с изменением формы ускоряющей волны основной системы, либо с использованием нескольких ускоряющих систем, работающих с разными частотами, амплитудами и фазами.

В зависимости от конструкции циклотрона и от наличия свободного пространства между полюсами магнита дуанты могут размещаться либо в аксиальном зазоре между полюсами (секторами), либо в долинах. В первом случае каждый из дуантов с присоединенным к нему штоком располагается внутри металлической камеры с откачанным воздухом таким образом, что система образует резонансную четвертьволновую передающую линию (рис. 14). Частота колебаний контура регулируется закорачивающими пластинами, соединяющими шток с кожухом резонансной линии. Более точная настройка частоты может осуществляться при помощи перемещаемых триммеров, которые приближаются или удаляются от боковых стенок дуантов.

В случае расположения дуантов в долинах между секторами обычно применяется аксиальное расположение резонансной линии. В этом случае штоки аксиально присоединяются к дуантам. Если свободного пространства в долине

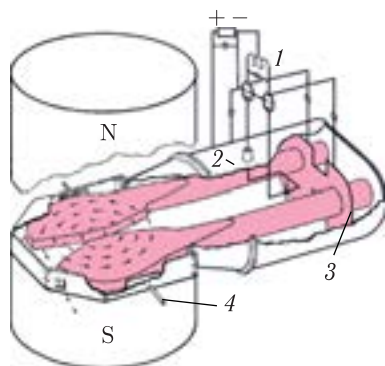


Рис. 14. Схематический разрез ускоряющей системы компактного циклотрона [4]: 1 — генератор; 2 — вакуумная камера; 3 — закорачивающая пластина; 4 — триммер

достаточно для организации колебательного контура требуемой частоты, то резонатор может быть полностью расположен в ней [29]. В противном случае часть ускоряющей системы располагается снаружи циклотрона (рис. 15). Для этого продельваются аксиальные вырезы в долинах, предназначенные для согласования внутренних и внешних частей резонатора [30]. Система образует резонансную полуволновую передающую линию. В редких случаях длина линии может отличаться от полуволны. Дуант может быть как радиальным, так

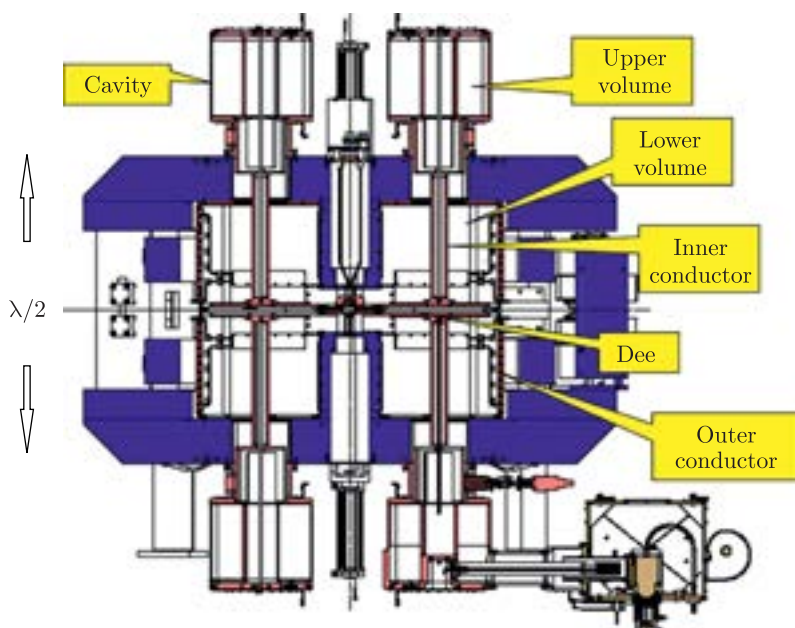


Рис. 15. Конструкция с аксиальным расположением резонансной линии ускоряющей системы [30]

и спиральным. Количество штоков, приходящихся на каждый из дуантов, может быть различным, вплоть до четырех [31]. Количество штоков, их форма и место расположения выбираются исходя из требований к параметрам системы, таким как частота и зависимость амплитуды ускоряющего напряжения от радиуса.

Возможны конструкции, в которых вся ускоряющая система полностью расположена в ускорительной камере [32]. Передача мощности от генератора к резонатору осуществляется с помощью емкостной или индуктивной связи (каплера). В синхроциклотронах длина передающей линии равна полуволне. На одном конце линии находится дуант, на другом — емкостное устройство, которое представляет собой многолопастную роторную конструкцию, вращающуюся в вакууме. Таким образом, емкость системы варьируется за счет вращения одних пластин относительно других [33]. Требуемая форма и частота ускоряющей волны формируется подбором формы пластин и частоты их вращения.

Ускоряющая система циклотронов с разделенными секторами в значительной степени отличается от систем, используемых в компактных машинах, и может быть однопролетной, когда один резонатор имеет всего один ускоряющий промежуток. Такие системы отличаются большими размерами и возможностью работы с большими амплитудами ускоряющего напряжения [34].

**1.5. Система вывода пучка.** После того как частицы инжектированы и ускорены, их необходимо вывести из вакуумной камеры циклотрона. Для этого предназначена выводная система, являющаяся важнейшим узлом ускорителя. Ее значение объясняется тем, что она задействована в работе с уже ускоренным пучком, достигшим максимальной энергии. Любое рассогласование системы вывода с выводимым пучком ведет к наличию потерь частиц на поверхностях структурных элементов. Негативный момент здесь не столько в уменьшении интенсивности конечного пучка, сколько в наличии остаточной активности и в радиационных эффектах от соударения высокоэнергетичного пучка с элементами установки и их интенсивном нагреве. Поэтому всегда существуют довольно жесткие требования к эффективности работы выводной системы. Стремление повысить потребительские качества циклотронов ведет к неминуемому усложнению систем вывода, которые на современных установках все чаще состоят из большого числа элементов. Большая часть работ на этапе проектирования циклотронных установок посвящена моделированию таких систем.

Выводная система как таковая может отсутствовать, если используется внутренняя мишень. В этом случае циркулирующий пучок вблизи конечного радиуса взаимодействует с веществом мишени, введенной внутрь вакуумной камеры. Затем мишень выводится, и изотопы, образовавшиеся в ее теле, используются по назначению. Но в большинстве случаев требуется вывести

пучок за пределы циклотрона и облучать внешнюю мишень. В этом случае все методы вывода пучка из вакуумной камеры можно разделить на две группы. К первой группе относятся способы, основанные на изменении заряда ускоряемой частицы в процессе вывода, что ведет к смене величины или знака кривизны ее траектории в магнитном поле. Вторая группа содержит подходы, предусматривающие использование дополнительных электрических и магнитных элементов, изменяющих траекторию частицы без изменения характеристик иона.

Метод вывода частицы, основанный на увеличении ее заряда, является наиболее простым с точки зрения расчетов и технической реализации. По сути вся выводная система состоит из обдирочной фольги, расположенной вблизи конечного радиуса. Ион, пересекая фольгу, теряет один или несколько электронов, тем самым увеличивая свой заряд. Так как кривизна траектории иона в магнитном поле определяется его соотношением заряда к массе, то при увеличении заряда радиус кривизны значительно уменьшается. Если знак заряда сменился с отрицательного на положительный (например для случая перезарядки  $H^-$ -ионов в протоны), то частица начинает вращаться в противоположную сторону (рис. 16). Таким образом, кроме фольги нет никаких дополнительных элементов, на которых могли бы быть потери частиц, и эффективность вывода пучка максимальна. Несомненное преимущество такого способа вывода состоит также в том, что энергия выведенного пучка может варьироваться за счет радиального перемещения фольги.

К сожалению, для большинства ионов описанный метод вывода пучка непригоден, и для отклонения частиц приходится использовать дополнительные электрические и магнитные элементы. В обоих типах этих элементов исполь-

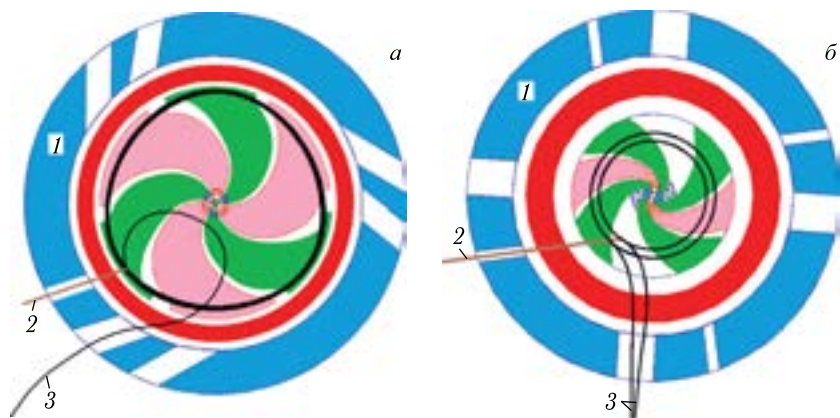


Рис. 16. Вывод пучка из циклотрона с помощью перезарядки на фольге для случая увеличения заряда (а) и изменения знака заряда иона (б): 1 — ярмо магнита; 2 — шток, управляющий положением фольги; 3 — траектория пучка

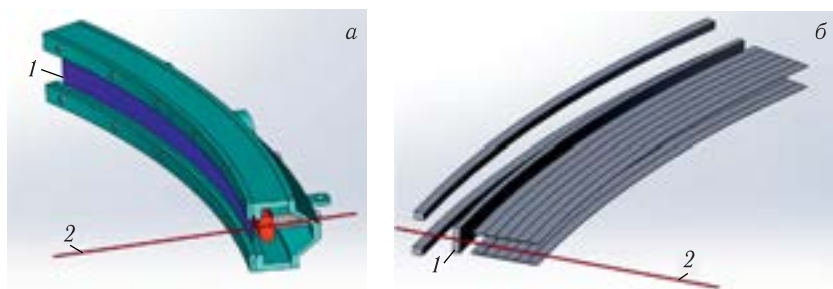


Рис. 17. Электростатический дефлектор (а) и магнитный канал (б): 1 — септум; 2 — медианная плоскость циклотрона

зуется поле (электростатическое или магнитное), локализованное в относительно малой области, в которую направляется пучок, достигший конечной энергии. Область поля не должна накладываться на область циркулирующего пучка. Для этого в конструкции дефлекторов имеется так называемый септум, представляющий собой пластину, которая пересекает медианную плоскость циклотрона (рис. 17). Септум локализует поле с его внешней стороны. Если элемент, например магнитный канал, расположен вдали от циркулирующего пучка, то септум может отсутствовать. Для фокусировки пучка при прохождении им краевого поля магнита могут быть использованы дополнительные градиент-корректоры и магнитные или электростатические квадрупольи.

Процесс вывода пучка обычно не заканчивается его экстракцией из ускорителя, и продолжением является линия транспортировки пучка от ускорителя до облучаемой мишени. Структура линии зависит от предназначения ускорителя и требований к параметрам конечного пучка и значительно варьируется от установки к установке. Транспортировочные каналы включают системы формирования и диагностики пучка, порой очень развитые. Описание таких систем выходит за пределы данной работы. Наиболее развитые и прецизионные линии транспортировки создаются для медицинских установок [35]. Самой сложной и дорогостоящей частью является система гантри, которая предназначена для распределения направления пучка к облучаемой мишени.

**1.6. Вакуумная система.** Длина пути частиц в циклотронных установках составляет от сотен метров до нескольких километров. На всем протяжении своего пути частицы взаимодействуют с газовой смесью, присутствующей внутри ускорителя. Без откачки газа транспортировка частиц невозможна из-за эффектов перезарядки ускоряемых ионов на ионах газа, их рассеивания и т.д., поэтому необходимо создание специальных объемов, охватывающих область транспортировки пучка, из которых ведется откачка газа. Такая система имеется в каждой ускорительной установке и называется вакуумной

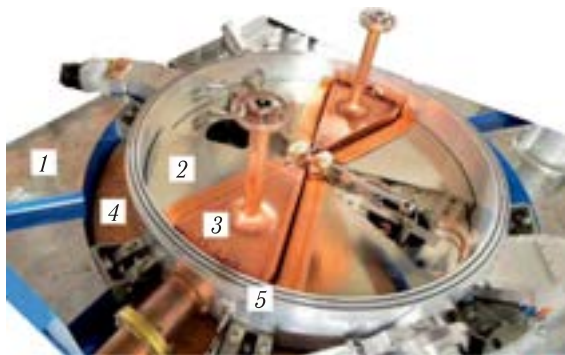


Рис. 18. Компактный циклотрон: 1 — возвратное ярмо магнита; 2 — сектор; 3 — ускоряющий дуант; 4 — обмотка; 5 — вакуумная камера

системой. Второе ее назначение заключается в обеспечении стабильности работы электрических узлов ускорителя (ускоряющей системы, электростатических дефлекторов, инфлекторов) за счет увеличения величины пробивного напряжения. В современных циклотронных установках практически достижимо давление  $\sim 10^{-7}$  Торр.

Вакуумная система включает участки инъекции пучка, основной объем, в котором происходит ускорение частиц (рис. 18), и систему каналов вывода пучка. Камеры изготавливаются из немагнитных материалов, чтобы не взаимодействовать с магнитной системой ускорителя. Обычно используется нержавеющая сталь. Иногда торцевые стенки камеры, ограничивающей зону ускорения, изготавливаются из магнитной стали с целью формирования поля вблизи конечного радиуса. Крышками камеры могут служить полюсы магнита.

Общий газовый поток в вакуумную камеру может быть представлен в виде суммы потоков через утечки в уплотнениях камеры, газоотделение с поверхности вакуумного объема и поступление газов от системы инъекции пучка. Выбор конструкционных материалов и технологий при изготовлении узлов вакуумной камеры должен соответствовать множеству критериев, основными из которых являются:

- минимальный уровень газоотделения с поверхности;
- высокая механическая прочность;
- обеспечение возможности проведения обслуживания узлов внутри камеры;
- применение уплотнений, допускающих многократный монтаж деталей камеры с высокой степенью надежности герметичности сборки.

Обычно для откачки используется комбинация, состоящая из турбонасосов и крионасосов. Первые применяются на начальном этапе создания ваку-

ума и при поиске течей, а вторые — для обеспечения более высокого уровня вакуума.

Система вакуумной откачки должна не только обеспечивать требуемый уровень давления, но и отвечать дополнительным требованиям, основные из которых [36]:

- высокая скорость откачки;
- обеспечение запуска при высоком уровне давления;
- устойчивость к газовым нагрузкам в случае срыва вакуума;
- обеспечение возможности поиска течей;
- возможность дистанционного управления.

Зачастую в ускорительных установках присутствует система вакуумных блокировок, представляющая собой набор специальных шиберов и клапанов, которые призваны отсекать участки объема с плохим вакуумом от остальных участков. Предусматриваются также блокировки крионасосов в случае критического повышения рабочей температуры и блокировки вышедшего из строя оборудования.

**1.7. Использование сверхпроводимости.** Размер и масса ускорителя напрямую зависят от величины ведущего магнитного поля. Поэтому актуально и практически целесообразно повышать уровень поля и минимизировать размеры установок. Электрический ток, проходя через материал токовых обмоток ускорительной установки, приводит к выделению тепла в проводнике,



Рис. 19. Внешний вид полых медных проводников, используемых для изготовления токовых обмоток узлов ускорителей [37]

которое пропорционально квадрату тока и сопротивлению материала. Поэтому невозможно сколь угодно увеличивать ток в обмотке. В современных циклотронах в качестве материала проводника используется в основном медь, охлаждаемая циркулирующей водой. Сечение проводника может иметь произвольную форму с внутренним вырезом для потока охлаждающей воды (рис. 19). Чем меньше температура воды и чем выше ее скорость, тем больший ток можно подвести. Практически достижимой инженерной плотностью тока (отношением величины ампер-витков в обмотке к площади сечения проводника) является величина порядка  $5 \text{ А/мм}^2$ . Величина магнитного потока определяется значением полного тока, окружающего данный магнитный поток. Поэтому для повышения уровня магнитного поля необходимо увеличивать размеры обмотки. Последнее приводит не только к увеличению размеров установки, но и к росту потребляемой мощности, что является важнейшей характеристикой потребительского качества.

Практически достижимой инженерной плотностью тока (отношением величины ампер-витков в обмотке к площади сечения проводника) является величина порядка  $5 \text{ А/мм}^2$ . Величина магнитного потока определяется значением полного тока, окружающего данный магнитный поток. Поэтому для повышения уровня магнитного поля необходимо увеличивать размеры обмотки. Последнее приводит не только к увеличению размеров установки, но и к росту потребляемой мощности, что является важнейшей характеристикой потребительского качества.

Свойство некоторых материалов обладать нулевым сопротивлением при низких температурах [38] позволяет многократно поднимать плотность тока в проводнике. Технология сверхпроводимости в настоящее время является стабильно работающей и часто применяется при производстве токовых обмоток ускорительных установок. Открыто и исследовано множество типов сверхпроводников [39], свойства которых различаются рабочей температурой, прочностными характеристиками, стоимостью и т. д. (рис. 20).



Рис. 20. Проводники на основе сверхпроводящих материалов, выпускаемые промышленно

В подавляющем большинстве случаев используется сплав ниобия и титана ( $\text{NbTi}$ ). Его рабочая температура  $\sim 4,2$  К. Для охлаждения используется жидкий гелий. Допустимая плотность тока непосредственно в сверхпроводнике очень велика и достигает нескольких тысяч  $\text{А/мм}^2$ . Но обмотка помимо сверхпроводника состоит еще из изоляции и меди [40]. Инженерная плотность тока в основной сверхпроводящей обмотке циклотрона может достигать  $120\text{--}150$   $\text{А/мм}^2$  и сильно зависит от качества изготовления, используемой технологии и величины магнитного поля в области расположения обмотки. Другой потенциально интересный и иногда используемый материал — это ниобий–олово ( $\text{Nb}_3\text{Sn}$ ). Он позволяет достигнуть больших плотностей тока и допускает работу при больших температурах, но он более дорогой и более прихотливый с точки зрения механических воздействий. В последнее время проявляется интерес к использованию высокотемпературных сверхпроводников, но исследование данных материалов применительно к циклотронным установкам находится на начальном этапе [41].

Сверхпроводящая обмотка помещается в криостат. Используются различные схемы охлаждения, основные из которых заключаются в помещении обмотки в кипящий гелий (погружной метод) и применение технологии охлаждения с использованием криокулеров, при которой организуется замкнутый гелиевый контур, не требующий доливки. Криокулеры работают на основе цикла Гиффорда–Макмагона [42]. Тепло от обмотки отводится за счет теплопередачи.

**1.8. Защита от облучения.** Различаются несколько видов излучений, опасных для здоровья человека, которые возникают в результате взаимодействия ускоренного пучка частиц с веществом окружающих предметов. Во-первых, происходят ядерные реакции, приводящие к эмиссии нейтронов и гамма-частиц. Во-вторых, могут образовываться радиоактивные ядра, которые впоследствии излучают бета-лучи и гамма-частицы. Ускорительная уста-



новка должна иметь специальную инфраструктуру, защищающую человека от опасных видов облучения.

Предельно допустимая величина потока нейтронов для человеческого тела зависит от энергии частиц [43]. При взаимодействии ускоренного пучка с веществом возникают в основном быстрые нейтроны, и допустимая величина потока составляет  $30\text{--}60 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . Вероятность того, что ускоренный ион вызовет ядерную реакцию [44], можно оценить с помощью следующей формулы:

$$P = \int_0^{E_B} \sigma \frac{dR}{dE} dE, \quad (1.5)$$

где  $\sigma$  — сечение реакции, величину которого можно найти в соответствующих справочных материалах, например для легких частиц в [45]. Для больших энергий сечение становится равным геометрическому поперечному сечению  $\pi r_0^2 A^{2/3}$ , где  $A$  — это атомный вес материала мишени, а  $r_0$  можно принять равным  $1,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ ;  $dR/dE$  — это пробег, который можно получить из кривых зависимости пробега от энергии, измеряемый в формуле (1.5) в единицах [атом/см<sup>2</sup>]. Обычно кривые пробегов в справочниках приводятся в единицах [г/см<sup>2</sup>]. Перевод единиц осуществляется за счет умножения на число Авогадро и деления на атомный вес. Интегрирование в (1.5) проводится от нуля до энергии бомбардирующей частицы  $E_B$ . Для примера величина  $P$  при бомбардировке мишени из легких элементов пучком протонов или дейтронов с энергией 8, 20, 90 и 400 МэВ равна соответственно  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  и 0,5. Если мишень состоит из тяжелых элементов, то для энергии пучка 8, 15, 35, 70 и 300 МэВ величина  $P$  равна соответственно  $10^{-6}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  и 0,5.

Число нейтронов, приходящихся на одну падающую частицу, можно получить как произведение числа нейтронов на ядерную реакцию и вероятности, вычисляемой по формуле (1.5). Количество испускаемых нейтронов зависит от типа падающей частицы и ее энергии. Для легких частиц, в частности протонов, при малых значениях энергии (до 50–60 МэВ) преобладают реакции на сложных ядрах, в которых один нейтрон испускается на каждые 10–15 МэВ энергии налетающего иона. При высоких значениях энергии преобладают другие механизмы ядерных реакций, и для образования нейтрона требуется большая часть энергии частицы. Поэтому рост количества нейтронов на реакцию замедляется. При энергии протонов 300–400 МэВ выход нейтронов составляет около 10 на частицу. При больших значениях энергии он снижается до 8–5. При облучении пучком протонов и дейтронов с токами до 1 мА мишени, состоящей из легких частиц, нейтронов образуется в среднем  $10^{12}\text{--}10^{14} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . При прохождении через воздух количество нейтронов падает. На расстоянии 10 м от мишени оно уменьшается в  $10^7$  раз.

Расчет количества гамма-квантов, испускаемых возбужденными атомами, — задача более сложная и зависит от величины остаточной энергии возбуждения атомов, которая уносится в виде гамма-квантов. Для оценочных расчетов можно указать диапазон потока гамма-квантов при облучении мишени легкими частицами, который составляет  $5 \cdot 10^{12} - 2 \cdot 10^{14}$  гамма-частиц/с, что после прохождения расстояния в открытом воздухе 10 м составляет мощность дозы 1,5–60 Р/ч. Допустимая мощность дозы для человека составляет  $3 \cdot 10^{-3}$  Р/ч.

Таким образом, для создания безопасных условий работы человека нужно уменьшить поток нейтронов примерно в  $10^3 - 10^5$  раз, а гамма-квантов в  $10^4$  раз. Это приводит к необходимости создания защитных сооружений, наиболее часто используемым материалом для которых является бетон. При энергии в несколько мегаэлектронвольт, которая присуща нейтронам, образуемым на циклотронах малой и средней энергии, длина релаксации (толщина материала, при прохождении которой поток частиц уменьшается в  $e$  раз) для обычного бетона равна 16 см, для тяжелого бетона — 13 см, для железа — 6,5 см, для грунта — 22 см [46]. Длина релаксации для гамма-излучения для обычного бетона равна 15 см, а для тяжелого бетона — 7 см. Обычно для организации защиты, удовлетворяющей требованиям, достаточно бетонных стенок толщиной 1–2 м.

Детальный расчет параметров защиты — задача далеко не тривиальная, учитывающая различные параметры материалов, характеристики пучков излучений и экономические соображения [47].

## 2. КЛАССИФИКАЦИЯ УСКОРИТЕЛЕЙ ЦИКЛОТРОННОГО ТИПА

Принцип работы всех циклических ускорительных установок основан на обеспечении условия увеличения частицами их кинетической энергии за счет использования ускоряющего электрического поля и создания магнитного поля, в котором движение заряженных частиц устойчиво как в радиальном, так и в аксиальном направлениях. Частица испытывает такое влияние магнитного поля, при котором, отклонившись от положения равновесия, она подвергается действию возвращающей силы. При этом возникают колебания частицы в радиальном и аксиальном направлениях. Точки кривой, относительно которой происходят эти колебания, называются равновесной орбитой. Если рассматривается движение равновесной частицы без ускорения, т. е. с фиксированной энергией, то такая частица, совершив полный оборот в магнитном поле, пересечет стартовый азимут с координатами и направлением вектора скорости, точно совпадающими с начальными значениями. Такая траектория носит название замкнутой равновесной орбиты. Если имеет место набор энергии, то траектория называется равновесной ускоренной орбитой.

Колебательные движения относительно равновесной орбиты называются свободными, так как их параметры (амплитуда и фаза) определяются начальными данными частицы (величиной начального отклонения радиуса и угла от равновесной орбиты), а не характеристиками магнитного поля. Так, частица, начавшая движение с координатами и скоростями, совпадающими с параметрами равновесной орбиты, в идеальном случае не будет иметь свободных колебаний. Существует также общепринятое название данного вида колебаний — бетатронные. Анализ параметров бетатронных колебаний и контроль над ними — одна из основных задач циклотронной физики. Величины частот их свободных колебаний напрямую определяются формой магнитного поля циклотрона (за исключением центральной зоны, где аксиальная фокусировка во многом определяется ускоряющим полем). Другой вид колебаний — вынужденных — определяет форму равновесной орбиты и зависит в основном от формы управляющего магнитного поля.

Все многообразие магнитных систем циклотронных установок по форме магнитного поля можно разделить на два класса: ускорители с азимутально симметричным магнитным полем и установки с азимутальной и пространственной вариацией поля. Первая группа, иногда именуемая ускорителями со слабой фокусировкой, содержит классический циклотрон, синхроциклотрон и микротрон. Ко второму классу относятся изохронный циклотрон, разрезной микротрон и ускорители типа FFA. Форма управляющего поля в каждом из названных типов установок и теория орбитальной устойчивости, применяемая к ним, во многом отличны друг от друга.

**2.1. Классический циклотрон.** Так называемые классические циклотроны — циклотроны со слабой фокусировкой и постоянной во времени величиной ускоряющей частоты — это первые ускорители циклотронного типа, созданные в мире и успешно работающие. Примечательно, что они появились раньше, чем теория орбитальной устойчивости. Основной движущей силой при их создании была интуиция, а не предварительные расчеты. Отличительной чертой циклотронов такого типа является то, что их среднее магнитное поле спадает с радиусом и отсутствует азимутальная вариация поля. Простейшим примером такой структуры может быть система, состоящая из двух параллельных полюсных накладок.

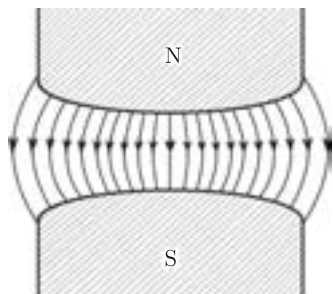


Рис. 21. Схематическое представление электромагнита, обеспечивающего спадающее по радиусу магнитное поле. Силовые линии магнитного поля выгнуты наружу

Рассмотрение теории орбитальной устойчивости сводится к анализу формы магнитного поля, необходимой для обеспечения аксиальной и радиальной фокусировок ча-

стиц. Аксиальное движение ионов в магнитной структуре, не имеющей азимутальной вариации, устойчиво лишь при спадающем среднем магнитном поле. Этот факт может быть доказан рассмотрением суперпозиции сил, действующих на частицу. Представим себе магнит, в котором зазор между полюсами растет с увеличением радиуса (рис. 21). Напряженность магнитного поля в такой структуре падает с радиусом, а силовые линии поля искривлены и выгнуты наружу.

*2.1.1. Орбитальная устойчивость.* Для доказательства аксиальной устойчивости предположим, что частица вращается в магнитном поле с постоянной энергией, постоянной азимутальной скоростью и не смещается в радиальном направлении. В медианной плоскости циклотрона направление магнитного поля строго аксиально. При смещении в аксиальном направлении появляется радиальная составляющая магнитного поля, возрастающая с увеличением величины смещения (рис. 22, *а*). Рассмотрим случай с вращением частицы, смещенной аксиально на некоторую величину (рис. 22, *б*). Предположим, что взаимодействие частицы с остаточным газом в вакуумной камере отсутствует, а сила тяжести пренебрежимо мала, и на частицу действуют лишь центробежная сила  $P_C$  и сила Лоренца  $P_H$ . Центробежная сила направлена горизонтально. Сила Лоренца всегда действует в направлении нормали к силовым линиям магнитного поля. Кривизна силовых линий поля в реальной циклотронной установке крайне мала. Поэтому с большой степенью точности можно считать, что центр кривизны линий  $C$  совпадает с центром магнита [48]. Аксиальная составляющая силы Лоренца  $P_{Hz}$  в этом случае всегда направлена противоположно аксиальному смещению частицы от медианной плоскости. Таким образом, имеет место фокусировка частицы в аксиальном направлении. Такая зависимость ведет к гармоническим колебаниям частицы, выведенной из положения равновесия.

Зависимость величины магнитного поля от радиуса орбиты частицы описывается следующим законом:

$$B(r) = B_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^n, \quad (2.1)$$

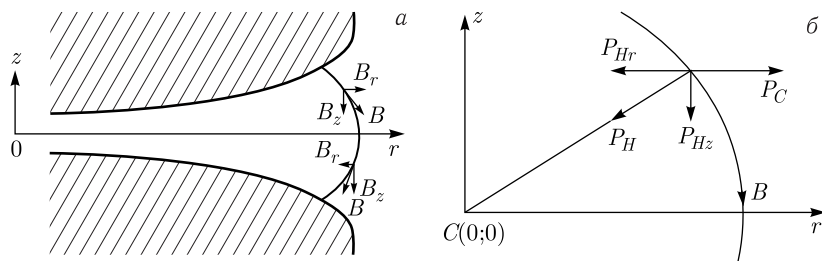


Рис. 22. Компоненты магнитного поля (*а*) и силы, действующие на частицу, смещенную аксиально (*б*)

где  $B_0$  — величина магнитного поля на радиусе  $r_0$ ;  $n$  — так называемый показатель спада магнитного поля, определяемый как отношение относительного изменения магнитного поля к относительному изменению радиуса:

$$n = -\frac{d \ln B}{d \ln r} = -\frac{dB}{dr} \frac{r}{B}. \quad (2.2)$$

Формула (2.1) справедлива в предположении, что поле  $B(r)$  вычисляется на радиусе  $r$ , достаточно близком к  $r_0$ , и показатель спада в этой области можно считать постоянным. Поэтому формулу (2.1) можно представить как

$$B(r) = \frac{K}{r^n}, \quad (2.3)$$

где  $K = B_0(r_0)^n$  — постоянная величина.

Для частицы, движущейся по равновесной замкнутой орбите (окружности), имеет место равенство силы Лоренца и центробежной силы:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB, \quad (2.4)$$

где  $m$ ,  $q$ ,  $v$  — масса, заряд и скорость частицы;  $r$  — радиус орбиты;  $B$  — величина индукции магнитного поля на радиусе  $r$ . Подставляя (2.3) в (2.4), получаем

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{qvK}{r^n}. \quad (2.5)$$

Левая часть формулы (2.5) представляет собой гиперболическую зависимость от радиуса орбиты. Правая часть зависит от показателя спада магнитного поля и имеет также гиперболическую зависимость при  $n = 1$ . В этом случае гиперболы, представляющие  $P_H$  и  $P_C$ , не имеют точки пересечения и радиальная фокусировка отсутствует. Рассмотрим два случая, имеющих место при положительных значениях  $n$ , когда  $0 < n < 1$  и  $n > 1$ . При этих значениях показателя спада магнитного поля кривые  $P_H$  и  $P_C$  имеют одну точку пересечения, соответствующую радиусу равновесной орбиты  $r_0$ .

В первом случае (рис. 23, а) при отклонении частицы в сторону больших радиусов сила Лоренца становится больше центростремительной силы, и их равнодействующая направлена в сторону равновесной орбиты, т. е. действует фокусирующим образом. При смещении частицы в сторону меньших радиусов имеет место превышение центростремительной силы над силой Лоренца, и действие их результирующей силы также направлено в сторону равновесной орбиты. Таким образом, при любом радиальном смещении частицы имеет место радиальная фокусировка.

В случае  $n > 1$  (рис. 23, б) центробежная сила спадает медленнее, чем сила Лоренца. При отклонении частицы от положения равновесия в сторону больших радиусов преобладает центростремительная сила, а при уменьшении радиуса — центробежная. Радиальное движение является неустойчивым.

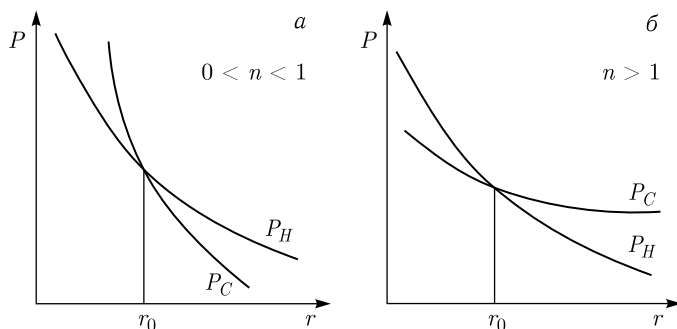


Рис. 23. Схематическое представление зависимостей силы Лоренца  $P_H$  и центробежной силы  $P_C$  от радиуса орбиты частицы для случая  $0 < n < 1$  (а) и  $n > 1$  (б)

Аксиальная фокусировка, как было показано выше, имеет место при любых положительных значениях показателя спада поля. Поэтому орбитальная устойчивость в обоих направлениях имеет место лишь при  $0 < n < 1$ .

**2.1.2. Бетатронные колебания.** Частица с подавляющей долей вероятности не может быть инжектирована так, чтобы ее параметры точно совпадали с равновесной орбитой. Более того, инжектируется не одна частица, а пучок. Начальные координаты всех частиц пучка размещены аксиально и радиально вблизи начальных параметров равновесной орбиты. Имеется также конечный разброс углов между векторами их скоростей и касательной к равновесной орбите. Эти начальные отклонения и вызывают бетатронные (свободные) колебания частиц.

Оценка частоты аксиальных бетатронных колебаний может быть проведена в ходе следующих рассуждений. На частицу, отклонившуюся в аксиальном направлении на некоторое расстояние  $z$ , действует аксиальная сила  $qvB_r$ , и уравнение аксиального движения выглядит как

$$m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = qvB_r. \quad (2.6)$$

Зависимость радиальной компоненты поля от аксиальной координаты в полярной системе координат можно выразить следующим образом [49]:

$$B_r = z \frac{\partial B}{\partial r} - \frac{z^3}{6} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2} \right) + \dots \quad (2.7)$$

Коэффициенты данного степенного ряда вычисляются в медианной плоскости циклотрона, т. е. при  $z = 0$ . Используя формулу (2.2), можем получить

$$\frac{\partial B}{\partial r} = -n \frac{B}{r}. \quad (2.8)$$

Отбрасывая в формуле (2.7) все члены кроме первого и подставляя в нее (2.8), имеем

$$B_r = -nB \frac{z}{r}. \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.6), получаем уравнение аксиального движения частицы:

$$m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -qvnB \frac{z}{r}. \quad (2.10)$$

Масса частицы  $m$  считается постоянной, так как рассуждения основаны на том, что скорость неизменна. Исключаем из уравнения линейную скорость при помощи соотношения  $v = \omega r$ , где  $\omega$  — это угловая частота обращения в постоянном магнитном поле:

$$\omega = \frac{q \cdot B}{m}. \quad (2.11)$$

Уравнение (2.10) трансформируется в известное уравнение аксиального бетатронного движения Керста–Сербера [50]

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \omega^2 n z = 0. \quad (2.12)$$

Его решением при положительных значениях  $n$  является гармоническое движение

$$z = A_z \sin \sqrt{n}\omega t, \quad (2.13)$$

которое описывает колебательное движение частицы относительно медианной плоскости с амплитудой  $A_z$  и с частотой аксиальных колебаний

$$\omega_z = \sqrt{n}\omega. \quad (2.14)$$

Частота аксиальных бетатронных колебаний  $Q_z$  по определению — это количество аксиальных колебаний частицы, совершаемых за один полный оборот в магнитном поле, т. е.

$$Q_z = \frac{\omega_z}{\omega} = \sqrt{n}. \quad (2.15)$$

Уравнение радиального движения можно записать как

$$ma_r = -qvB_z, \quad (2.16)$$

где знак минус указывает на то, что приложенная сила действует в сторону уменьшения радиуса. Ускорение  $a_r$  в полярной системе координат можно вычислить по следующей формуле:

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2. \quad (2.17)$$

В слабо спадающем магнитном поле можно пренебречь отклонением радиуса-вектора траектории от ее нормали и считать, что  $r d\theta/dt = r\omega = v$ . Таким образом, формула (2.17) трансформируется в формулу

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - \frac{v^2}{r}. \quad (2.18)$$

Подставляя (2.18) в (2.16) и учитывая, что в медианной плоскости  $B_z = B$ , получаем

$$m \frac{d^2r}{dt^2} - \frac{mv^2}{r} = -qvB. \quad (2.19)$$

В случае круговой равновесной орбиты, т. е. при  $r = r_0$ , уравнение (2.19) трансформируется в известный закон

$$\frac{mv^2}{r} = qvB. \quad (2.20)$$

Для того чтобы получить уравнение движения частицы, не совпадающего с равновесной орбитой, представим радиальную координату в виде  $r = r_0 + \Delta r$ , где отклонение  $\Delta r$  много меньше радиуса равновесной орбиты. Тогда уравнение (2.19) можно записать следующим образом:

$$m \frac{d^2(r_0 + \Delta r)}{dt^2} - \frac{mv^2}{r_0 + \Delta r} + qvB_{\Delta r} = 0, \quad (2.21)$$

где  $B_{\Delta r}$  — величина магнитного поля на радиусе  $r_0 + \Delta r$ . Так как  $\Delta r \ll r_0$ , можно использовать следующее преобразование:

$$\frac{1}{r_0 + \Delta r} = \frac{1}{r_0 \left(1 + \frac{\Delta r}{r_0}\right)} \approx \frac{1}{r_0} \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right). \quad (2.22)$$

Так как величина  $r_0$  постоянна, то с учетом (2.22) уравнение (2.21) можно переписать как

$$m \frac{d^2 \Delta r}{dt^2} - \frac{mv^2}{r_0} \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right) + qvB_{\Delta r} = 0. \quad (2.23)$$

Принимая во внимание, что  $mv^2/r_0 = qvB_0$ , где  $B_0$  — магнитное поле на равновесной орбите, получаем

$$m \frac{d^2 \Delta r}{dt^2} + qv(B_{\Delta r} - B_0) + qvB_0 \frac{\Delta r}{r_0} = 0. \quad (2.24)$$

Для малых смещений частицы зависимость магнитного поля от радиуса можно представить в виде ряда Тейлора:  $B_{\Delta r} = B_0 + \Delta r dB/dr + \dots$ , поэтому



$B_{\Delta r} - B_0 \approx \Delta r dB/dr$ . Разделим (2.24) на массу и, принимая во внимание, что линейная скорость частицы  $v \approx \omega r_0$  и  $q/m = \omega/B_0$ , получим

$$\frac{d^2 \Delta r}{dt^2} + \frac{r}{B_0} \frac{dB}{dr} \omega^2 \Delta r + \omega^2 \Delta r = 0. \quad (2.25)$$

После подстановки (2.2) в (2.25) получаем уравнение Керста–Сербера для радиального движения:

$$\frac{d^2 \Delta r}{dt^2} + \omega^2 (1 - n) \Delta r = 0. \quad (2.26)$$

Его решение при  $\Delta r = 0$  соответствует равновесной орбите. Другое решение для случая  $0 < n < 1$ , что обеспечивает радиальную и аксиальную фокусировку, описывает гармоническое движение с отклонением  $\Delta r$ :

$$\Delta r = A_r \sin \sqrt{1 - n} \omega t, \quad (2.27)$$

где  $A_r$  — амплитуда радиальных колебаний, а круговая частота

$$\omega_r = \omega \sqrt{1 - n}. \quad (2.28)$$

Таким образом, число колебаний за один оборот в магнитном поле, т. е. частоту радиальных бетатронных колебаний, выраженную в единицах частоты обращения в магнитном поле, можно вычислить как

$$Q_r = \frac{\omega_r}{\omega} = \sqrt{1 - n}. \quad (2.29)$$

Если магнитное поле увеличивается с ростом радиуса, т. е.  $n < 0$ , то имеет место устойчивость радиального движения частиц. Используя закон сохранения энергии, можно заключить, что при максимальном отклонении частицы от равновесной орбиты, т. е. при отклонении на величину амплитуды, кинетическая энергия частицы полностью переходит в потенциальную. Из этого факта, приравнивая максимальные значения кинетической и потенциальной энергии для двух видов колебаний и решая уравнения относительно амплитуд, можно получить

$$A_r = \frac{v_r}{\omega} \frac{1}{Q_r}, \quad A_z = \frac{v_z}{\omega} \frac{1}{Q_z}. \quad (2.30)$$

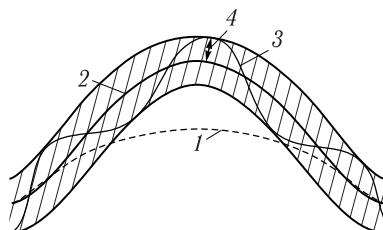
Формулы (2.30) являются неудобными для использования в численных расчетах, так как в процессе трассировки требуется определять точку максимального отклонения. Однако они дают представление о параметрах, влияющих на амплитуду колебаний. Методы, которые удобны в практическом применении, описаны в разд. 5.

*2.1.3. Вынужденные колебания.* Кроме свободных колебаний частиц, амплитуда и фаза которых определяются начальными параметрами, существуют также вынужденные колебания. Последние связаны с искажением равновесной орбиты и зависят от возмущений магнитного поля или действия ускоряющего поля циклотрона. В случае рассмотрения движения пучка частиц описание вынужденных колебаний тождественно рассмотрению когерентных колебаний пучка. В первом приближении все частицы, совершающие вынужденные колебательные движения, имеют одинаковую фазу колебаний. Схематически оба типа колебаний представлены на рис. 24. Здесь искажение орбиты вследствие вынужденных колебаний показано утрированно большим, а частота свободных колебаний частицы, траектория которой также представлена, взята много больше частоты вращения частицы в магнитном поле. Заштрихованная область — это зона, занимаемая частицами пучка, совершающими свободные колебания.

В классическом циклотроне отсутствует азимутальная вариация магнитного поля, поэтому искажение орбит под его действием может быть связано лишь с наличием низших гармоник поля, причиной которых может быть, например, неточность сборки частей магнита. Часто используется термин центрирование пучка, являющийся характеристикой отклонения центра масс пучка от замкнутой равновесной орбиты. В случае азимутально-симметричного магнитного поля величина децентрирования пучка эквивалентна величине максимального отклонения орбиты, искаженной в результате вынужденных колебаний, от замкнутой равновесной орбиты. Другим примером может быть случай инжекции пучка так, что его центр масс не совпадает с равновесной орбитой. Тогда также имеют место когерентные колебания пучка. В общем случае, если когерентные колебания пучка относительно равновесной орбиты отсутствуют, то говорят, что центрирование идеально (величина децентрирования равна нулю).

В общем случае приходится рассматривать ускоренную равновесную орбиту, так как имеет место увеличение энергии частиц. Ускоренная орбита не является замкнутой, поэтому всегда имеет место некоторое децентрирование пучка, затухающее с ростом радиуса. Зачастую уменьшение децентрирования пучка ведет к некоторому уменьшению амплитуд бетатронных колебаний. Размер пучка на конечном радиусе ускорения напрямую зависит от величины

Рис. 24. Схематическое представление вынужденных и свободных колебаний частиц: 1 — равновесная орбита в отсутствие вынужденных колебаний; 2 — равновесная орбита при наличии вынужденных колебаний; 3 — свободные колебания одной из частиц относительно равновесной орбиты; 4 — амплитуда свободных колебаний



амплитуд свободных колебаний. С точки зрения повышения эффективности вывода пучка из циклотрона важно контролировать размер пучка на входе в выводную систему. Конфигурация ускоряющей системы определяющим образом влияет на величину центрирования в области начальных оборотов, где энергия частиц меньше или сравнима с набором энергии за оборот. Поэтому первоочередная задача при проектировании центральной зоны любого циклотрона заключается в обеспечении требуемой величины центрирования пучка.

*2.1.4. Фазовое движение частиц.* Орбитальная частота обращения частицы в магнитном поле, вычисляемая по формуле (2.11), пропорциональна величине среднего магнитного поля на орбите и обратно пропорциональна массе. Снижение величины поля с ростом радиуса невелико и составляет единицы и доли процента. Соответственно частота обращения частицы вследствие уменьшения поля падает в такое же количество раз. Гораздо большее влияние оказывает эффект увеличения массы частицы с ростом ее энергии. Для того чтобы имело место ускорение частицы, необходимо обеспечить условия работы, при которых в моменты времени, когда частица пересекает ускоряющие промежутки, электрическое поле было ускоряющим, а не тормозящим. Ключевое понятие в ускорительной физике — фаза частицы. Классическим ее определением является разность набегов фазы ускоряющего напряжения и фазы частицы:

$$\varphi = 2\pi\Delta t(f_{\text{гф}} - f), \quad (2.31)$$

где  $f_{\text{гф}}$  — частота ускоряющей системы;  $f$  — частота обращения частицы;  $\Delta t$  — временной интервал.

Ускорение частицы будет иметь место тогда, когда ее фаза находится в диапазоне  $(-90; +90) + 360 \times n^\circ$ , где  $n$  — целое число (рис. 25).

Рост массы частицы с ростом ее энергии приводит к падению частоты обращения частицы в магнитном поле. Поэтому частота генератора ускоряющей системы, настроенная на начальную энергию частиц, не может совпадать с частотой обращения частиц с увеличенной энергией. Период обращения частицы оказывается больше, чем период переменного напряжения ускоря-

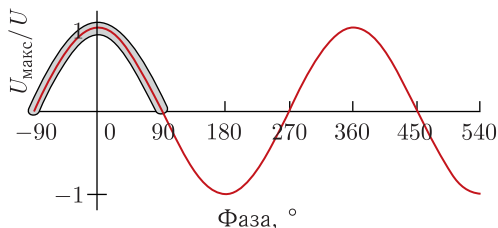


Рис. 25. Зависимость ускоряющего напряжения от фазы частицы. Заштрихованная область указывает диапазон фаз, в котором имеет место ускорение частиц

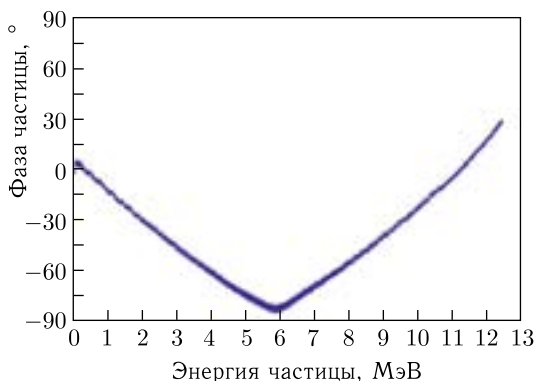


Рис. 26. Измерение фазы частицы в процессе ускорения в классическом циклотроне на конечную энергию 12,5 МэВ

ющей системы, и частица, совершив оборот в магнитном поле, пересекает ускоряющий промежуток позже, т. е. с большим значением фазы. Фаза частицы неуклонно растет в процессе ускорения и в конечном счете выходит из диапазона фаз  $(-90; +90)^\circ$ . Частица начинает проходить ускоряющие зазоры дуантов при замедляющем электрическом поле. Таким образом, в классическом циклотроне существует жесткое ограничение на конечную энергию частиц, которую можно в нем получить.

Очевидный и повсеместно используемый способ повышения конечной энергии состоит в такой настройке системы, когда частота генератора задается ниже, чем частота обращения частицы в начале ускорения. В этом случае на начальных оборотах период обращения частицы будет меньше, чем период переменного ускоряющего поля, и фаза частицы будет «скользить» по косинусоиде в отрицательном направлении. Через некоторое время фаза частицы начнет расти вследствие релятивистского роста ее массы. Подбором частоты генератора можно добиться того, чтобы точка изменения направления движения фазы находилась вблизи  $-90^\circ$  (рис. 26).

Скорость смещения фазы частицы зависит от величины набора энергии частицей за оборот. Чем больше амплитуда ускоряющего напряжения на дуантах, тем большую конечную энергию можно получить. При практически реализуемом энергетическом наборе на сегодня конечная энергия ограничена 10–15 МэВ для протонов при использовании одного-двух ускоряющих дуантов. Тем не менее классические циклотроны разрабатываются и создаются в настоящее время, хотя и крайне редко [51].

**2.2. Изохронный циклотрон.** Ограничение на величину конечной энергии, присущее циклотрону со спадающим полем и являющееся следствием релятивистского роста массы частицы с ростом ее энергии, может быть снято с помощью двух методов. Первый из них основывается на использовании

генератора высокочастотного поля, частота которого падает в соответствии с ростом периода обращения частиц в магнитном поле. Ускорители, работающие в таком режиме, называются синхротронами. Второй способ состоит в использовании такой магнитной системы, которая обеспечивает среднее магнитное поле, растущее с радиусом. Циклотроны такого типа носят название изохронных, и о них пойдет речь в данном разделе.

Для обеспечения изохронности частоты обращения частиц с частотой генератора ускоряющего поля на всех радиусах необходимо, чтобы среднее магнитное поле на орбите росло в соответствии со следующим законом:

$$B(r) = B_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = B_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r\omega}{c}\right)^2}}. \quad (2.32)$$

Здесь  $B_0$  — величина магнитного поля в центре циклотрона;  $v$  — линейная скорость частицы;  $\omega$  — угловая частота обращения частицы;  $c$  — скорость света;  $r$  — характеристический радиус орбиты.

*2.2.1. Фокусировка Томаса.* Согласно (2.15) использование растущего с увеличением радиуса магнитного поля ведет к отсутствию аксиальной фокусировки частиц. Но оказывается, что с помощью введения азимутальной вариации поля возможно обеспечить аксиальную фокусировку частиц в условиях растущего среднего поля. Первые упоминания о применении азимутальной вариации поля в циклотроне появились в работах Л. Х. Томаса в 1938 г. [52, 53]. Суть метода состоит в использовании радиальных секторов вместо плоского полюса (рис. 27). Сектор представляет собой накладку из магнитного материала, расположенную в зазоре между полюсами. Таким образом, аксиальный зазор вдоль азимута изменяется от минимальной величины в области сектора до максимального значения между секторами. Область с меньшим зазором называется холмом, область с большим — долиной. Ускорители с такой конструкцией магнитной системы принято называть циклотронами с азимутальной вариацией поля.

Так как величина индукции магнитного поля вдоль азимута периодически изменяется, то и радиус кривизны орбиты частицы будет периодически меняться, уменьшаясь в области холма и увеличиваясь в долине. Орбита будет совершать колебания вокруг окружности. Поэтому при пересечении границ «холм–долина» и «долина–холм» появляется радиальная составляющая вектора скорости частицы. Рассмотрение картины силовых линий в развертке аксиального разреза циклотрона (рис. 28) констатирует наличие азимутальной составляющей магнитного поля вне медианной плоскости вблизи раздела границ с разной величиной поля. Наличие радиальной составляющей скорости частицы и азимутальной составляющей поля приводит к появлению аксиальной фокусирующей силы, действующей на частицу. Идеи Томаса были развиты в 1950-х гг. независимо несколькими группами ученых [54, 55]. Тогда же

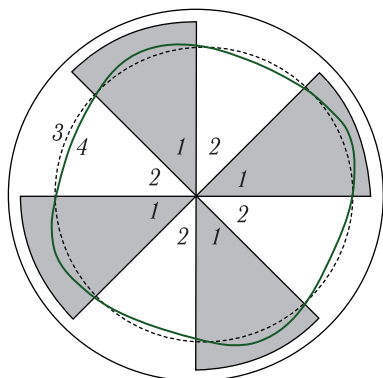


Рис. 27. Схематическое представление четырехсекторного изохронного циклотрона: 1 — сектор (холм); 2 — долина; 3 — окружность, вокруг которой колеблется частица; 4 — замкнутая равновесная орбита частицы

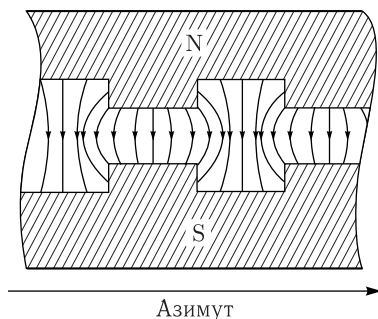


Рис. 28. Схематическое представление силовых линий магнитного поля в азимутальной развертке аксиального сечения циклотрона



Рис. 29. Электронная модель первого циклотрона Томаса

были созданы и введены в эксплуатацию первые опытные образцы (рис. 29). Таким образом, Томаса можно считать родоначальником идей использования краевой фокусировки в циклотроне.

**2.2.2. Фокусировка Керста.** Фокусировка Томаса позволяет использовать магнитные поля, растущие с увеличением радиуса, и снять ограничение на величину конечной энергии, присущую классическим циклотронам. Однако величина фокусирующей силы недостаточно велика из-за малости радиальной составляющей скорости и азимутальной составляющей поля при переходе из долины в холм и обратно. Это не позволяет использовать высокие магнитные поля по причине недостаточности аксиальной фокусировки. Новаторские идеи об использовании знакопеременной жесткой фокусировки в циклотроне,

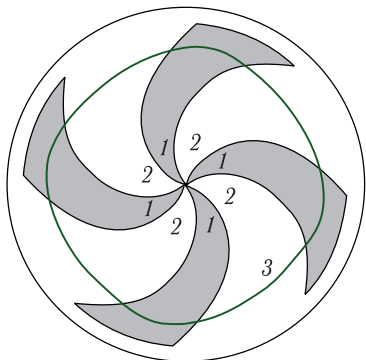


Рис. 30. Схематическое представление четырехсекторного изохронного циклотрона со спиральными секторами: 1 — сектор (холм); 2 — долина; 3 — замкнутая равновесная орбита частицы

ного поля, аксиально фокусирует частицы на одной границе сектора и дефокусирует на второй. Так как величина силы зависит от аксиальной координаты частицы, то фокусирующая сила направляет частицу в область более слабой дефокусирующей силы, а дефокусирующая сила — в зону более сильной фокусировки. Суммарный эффект от пересечения двух границ одного сектора оказывается фокусирующим. Такой принцип называется «жесткой знакопеременной фокусировкой». Величина азимутальной составляющей скорости частицы гораздо больше ее радиальной составляющей, а радиальную составляющую поля можно значительно увеличить за счет увеличения угла спиральности. Поэтому фокусировка Керста гораздо более сильная, чем фокусировка Томаса.

Использование краевой и жесткой знакопеременной фокусировок в циклотроне позволяет снять ограничение на величину конечной энергии, связанную с релятивистским ростом массы частицы. Но существуют ограничения на конечную энергию другого рода, а именно отсутствие орбитальной устойчивости вследствие действия резонансов. Так, частота радиальных бетатронных колебаний не может расти бесконечно, и ограничением является достижение величины  $Q_r = N/2$ . То есть в циклотроне с тремя секторами  $Q_r$  не может быть больше 1,5, в ускорителе с четырьмя секторами — больше 2. Соответственно предельная конечная энергия может быть около  $\sim 450$  МэВ при  $N = 3$  и  $\sim 900$  МэВ при  $N = 4$ .

В настоящее время практически все проектируемые циклотроны являются изохронными. Важной характеристикой конечной энергии, которая может

высказанные К. Р. Керстом [56], позволили значительно увеличить аксиальную фокусировку. Суть метода состоит в использовании секторов, боковая поверхность которых является спиральной (рис. 30). К циклотронам такого типа может быть применено название «циклотроны с пространственной вариацией поля».

В такой магнитной системе боковая поверхность сектора образует угол с радиусом-вектором (величина спиральности), что приводит к появлению радиальной составляющей магнитного поля  $B_r$  на границах «холм–долина» и «долина–холм». В одном случае знак  $B_r$  положителен, в другом — отрицателен. Сила Лоренца, действующая на частицу, которая движется с ненулевой азимутальной скоростью в присутствии радиальной составляющей магнитного поля,

быть достигнута в конкретном циклотроне, является следующая величина, выражаемая в единицах энергии:

$$K = E_k \left( \frac{A}{q} \right)^2, \quad (2.33)$$

где  $E_k$  — максимальная кинетическая энергия, приходящаяся на один нуклон;  $A$  — массовое число;  $q$  — заряд частицы. Таким образом, циклотрон, ускоряющий протоны до энергии 100 МэВ, характеризуется числом  $K = 100$  МэВ. Для циклотрона, предназначенного для ускорения углерода  $^{12}\text{C}^{6+}$  до 100 МэВ/нуклон, число  $K = 400$  МэВ, что означает, что такой ускоритель потенциально пригоден для ускорения протонов до энергии 400 МэВ.

**2.2.3. Бетатронные частоты.** Основной характеристикой магнитного поля изохронного циклотрона является вариация магнитного поля или флаттер. Данная величина определяется как частное от деления разности среднего квадрата поля и квадрата среднего поля на квадрат среднего поля:

$$F(r) = \frac{\langle B(r)^2 \rangle - \langle B(r) \rangle^2}{\langle B(r) \rangle^2}. \quad (2.34)$$

Для проведения аналитических расчетов магнитной системы иногда удобно использовать альтернативный метод вычисления флаттера:

$$F(r) = \sum_m \frac{1}{2} \left( \frac{H_{mN}}{\langle B(r) \rangle} \right)^2, \quad (2.35)$$

где  $H_{mN}$  — амплитуда вариации магнитного поля, которую можно аналитически оценить как [57]

$$H_{mN}(r) = \frac{8M}{m} \sin \left( mN \frac{\alpha}{2} \right) \times \\ \times \left[ \exp \left( -m \frac{h_1}{\lambda_{\text{eff}}(r)} \right) - \exp \left( -m \frac{h_2}{\lambda_{\text{eff}}(r)} \right) \right]. \quad (2.36)$$

Здесь  $4\pi M$  — намагниченность железа в состоянии полного насыщения;  $N$  — число элементов периодичности магнитной структуры;  $h_1$  и  $h_2$  — аксиальный зазор в холме и долине;  $\alpha$  — азимутальная протяженность спиральной шиммы (угол между боковыми образующими);  $\lambda_{\text{eff}}(r) = \lambda(r) / \sqrt{1 + (N\lambda(r)/r)^2}$ ,  $\lambda(r) = r / (N \operatorname{tg}(\xi))$ ,  $\xi$  — величина спиральности,  $m = 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, флаттер характеризует величину относительного изменения магнитного поля на орбите. В случае, если зависимость величины поля



вдоль орбиты можно представить синусоидой, флаттер равен половине от квадрата отношения амплитуды вариации к среднему значению поля на орбите.

Теория бетатронных колебаний в циклотроне с пространственной вариацией поля довольно сложна и выходит за рамки данной работы. Полные выражения для частот [58, 59] представляются трудоемкими для практического применения. Поэтому в подавляющем большинстве случаев используются приближенные выражения для вычисления частот [60]:

$$\begin{aligned} Q_z &\approx \sqrt{n + F(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha) \frac{N^2}{N^2 - 1}}, \\ Q_r &\approx \sqrt{1 - n + F(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \frac{3N^2}{(N^2 - 1)(N^2 - 4)}} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Здесь  $\alpha$  — магнитная спиральность, которая, вообще говоря, отличается от геометрической спиральности  $\xi$ , определяемой геометрической структурой секторов и равной углу между радиусом-вектором и касательной к боковой поверхности сектора;  $N$  — периодичность системы (количество секторов). Искомая величина спиральности может быть вычислена при помощи гармонического анализа распределения магнитного поля. Показатель спада среднего магнитного поля  $n$  определяется по формуле (2.2). Из формул (2.37) следует вывод, что величина фокусировки в обоих направлениях падает с ростом числа секторов. Качественное представление об этом дает оптическая аналогия, где уменьшение расстояния между линзами (увеличение количества секторов) ведет к уменьшению суммарной фокусировки. Величина флаттера магнитного поля также падает с увеличением величины периодичности структуры. Таким образом, целесообразно для увеличения фокусировки использовать структуры с минимально возможным количеством секторов. В следующих разделах, однако, будет показано, что не всегда уменьшение количества секторов ведет к положительному эффекту, что связано с ограничениями, накладываемыми резонансами.

Формулы (2.37) обеспечивают хорошую точность оценок для циклотронов, величина флаттера в которых не очень велика (отличие замкнутых равновесных орбит от круговых мало), что составляет основную массу компактных циклотронов. Для остальных случаев необходимо использовать алгоритмы вычислений, основанные на проведении трассировки частиц в магнитном поле, например с помощью широко известной программы *Suclors* [61]. Для секторных циклотронов с очень большой величиной флаттера необходимо использовать специально разработанные численные методы вычисления частот, подробнее речь о которых пойдет в следующих разделах.

**2.2.4. Общая картина движения частиц.** Уравнения движения (2.12) и (2.26), выведенные для классического циклотрона со спадающим полем, являются линейными дифференциальными уравнениями второго порядка.

В структуре с пространственной вариацией поля линеаризованные уравнения движения выглядят аналогичным образом с той лишь разницей, что переменные, стоящие перед членом первого порядка, непостоянны и зависят от времени. Поэтому в общем виде уравнения движения можно записать как

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + g_r(t)r = 0, \quad \frac{d^2 z}{dt^2} + g_z(t)z = 0. \quad (2.38)$$

Абстрагируясь от направления движения, запишем уравнение движения в виде

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + g(t)y = 0. \quad (2.39)$$

Магнитная система циклотронной установки представляет собой периодическую систему, поэтому теория орбитальной устойчивости базируется на предположении движения частиц в периодической структуре. В ходе дальнейших рассуждений будем считать также, что энергия частицы постоянна. Коэффициент  $g(t)$  зависит от времени периодическим образом с некоторым периодом  $t_0$ , т. е.

$$g(t + t_0) = g(t). \quad (2.40)$$

Уравнение (2.39) при условии (2.40) называют уравнением Хилла, для которого существуют два линейно-независимых решения [62]

$$y_1(t) = f(t) \exp\left(i\frac{\mu}{t_0}t\right), \quad y_2(t) = f^*(t) \exp\left(-i\frac{\mu}{t_0}t\right). \quad (2.41)$$

Каждое из этих решений при прохождении периода  $t_0$  умножается на постоянное число, соответственно  $\tau_1 = e^{i\mu}$  и  $\tau_2 = e^{-i\mu}$ . Функция  $f(t)$  (и ее комплексно-сопряженная функция  $f^*(t)$ ) является периодической с периодом  $t_0$  и называется функцией Флоке. Действительное число  $\mu$  обозначает набег фазы колебаний за один период структуры.

Общее решение уравнения (2.39) согласно (2.41) можно представить как

$$y(t) = af(t) \exp\left(i\frac{\mu}{\tau}t\right) + \left(af(t) \exp\left(i\frac{\mu}{\tau}t\right)\right)^*, \quad (2.42)$$

где символ  $*$  означает комплексную сопряженность, а параметр  $a$  представляет начальные условия.

Если представить, что  $f(t) = |f(t)|e^{i\sigma(t)}$  и  $a = |a|e^{i\delta}$ , и учесть способ перехода от экспоненциальной формы записи к гармонической  $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$ , то уравнение (2.42) преобразуется к виду

$$y(t) = 2|a||f(t)| \cos\left(\frac{\mu}{t_0}t + \sigma(t) + \delta\right). \quad (2.43)$$

Таким образом, движение частицы описывается произведением гармонической функции, имеющей частоту  $\mu/t_0$ , и функции Флоке, которая имеет частоту  $(2\pi)/t_0$ . Физический смысл последней заключается в том, что ее модуль  $|f(t)|$  является огибающей бетатронных колебаний. За каждый период значение функции Флоке проходит через минимум и максимум. Величину, равную квадрату функции Флоке, принято называть бета-функцией и обозначать  $\beta(t)$ . Она полностью описывает параметры бетатронных колебаний (амплитуду, фазу и частоту).

Движение частицы на каждом обороте представляет собой косинусоиду с изменяющейся амплитудой, равной в каждый момент времени  $2|a|\sqrt{\beta(t)}$ . Так как бета-функция не постоянна с течением времени, то и отклонение частицы от равновесной орбиты, которое и есть  $2|a|\sqrt{\beta(t)}$ , также не постоянно. Радиальное отклонение траектории частицы от равновесной орбиты в процессе совершения одного оборота в магнитном поле для случая четырехсекторного циклотрона показано на рис. 31. В данном примере частота  $Q_r = 1,3$ , т. е. частица за один оборот совершает больше одного бетатронного колебания. Мы можем продолжать накладывать участки траектории той же самой частицы друг на друга на одном и том же интервале, соответствующем периодичности структуры. Если частота бетатронных колебаний не равна единице, то по завершении некоторого количества оборотов траектория частицы полностью заполнит двумерное пространство, заключенное в огибающих, описываемых функциями  $2|a|\sqrt{\beta(t)}$  и  $-2|a|\sqrt{\beta(t)}$ . Если мы имеем дело с пучком частиц, то огибающая отклонений получится точно такой же, как и в случае движения одной частицы за большое количество оборотов (рис. 32).

Значение амплитуды бетатронных колебаний, знание которого крайне важно при проектировании циклотронной установки, так как определяет размер пучка, может быть определено как  $2|a|\sqrt{\beta_{\max}}$ . То есть за амплитуду колебаний можно принимать величину, определяемую максимальным значением бета-функции. Аналитически можно доказать [62], что амплитуды бетатрон-

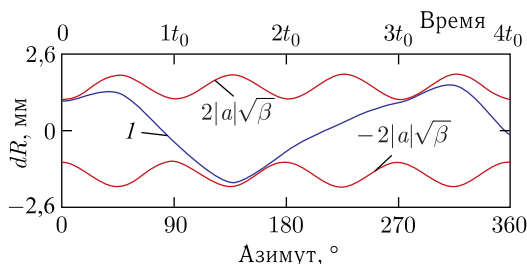


Рис. 31. Радиальное отклонение частицы от равновесной орбиты ( $I$ ) за оборот в зависимости от времени и азимутального положения в четырехсекторном циклотроне

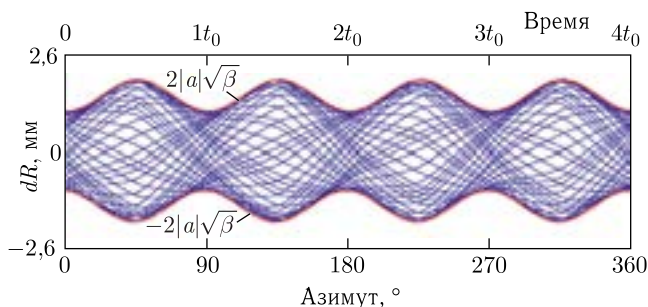


Рис. 32. Радиальное отклонение частицы от равновесной орбиты за некоторое количество оборотов в зависимости от времени и азимутального положения в четырехсекторном циклотроне

ных колебаний адиабатически затухают в процессе ускорения частицы, так как обратно пропорциональны корню квадратному из величины управляющего магнитного поля на орбите, которое растет с ростом энергии. Но на практике необходимо иметь многократное увеличение магнитного поля для получения заметного эффекта уменьшения амплитуд, что достигается лишь в синхротронах, которые не относятся к теме данной работы.

*2.2.5. Эмиттанс. Аксептанс.* Для описания движения частицы достаточно интегрирования уравнений движения (уравнения Ньютона–Лоренца). Если частица совершает много оборотов, то, в принципе, ничто не мешает использовать данный метод для описания ее параметров в любой момент времени. Если мы имеем дело с пучком частиц, то необходимо описывать движение каждой частицы. Можно рассмотреть набор характеристик, отвечающих за движение частиц в каждый момент времени. Такими параметрами являются координаты, модуль и направление вектора скорости. Последний принято характеризовать набором углов отклонения, вычисляемых в пространстве  $(r; z)$  как

$$p_r = \frac{v_r}{|v|}, \quad p_z = \frac{v_z}{|v|}. \quad (2.44)$$

Здесь  $v_r$  и  $v_z$  — радиальная и аксиальная составляющие вектора скорости;  $v$  — полная скорость. Хотя отклонения и не являются непосредственно углами между направлением скорости и осями, но измеряются в единицах угла. Таким образом, в каждый момент времени мы имеем дело с фазовым объемом, характеризующимся координатами частиц и их отклонениями. В общем случае имеется шестимерный фазовый объем  $(x; p_x; y; p_y; z; p_z)$  [63], который по теореме Лиувилля [64] сохраняется на протяжении всего времени движения пучка в любых внешних полях, если внутренние силы (силы пространственного заряда пучка, например) отсутствуют. При рассмотрении проекции шестимерного фазового объема на плоскость  $(r; z)$  мы получаем два

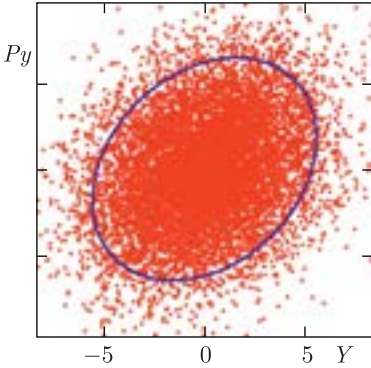


Рис. 33. Распределение частиц на фазовой плоскости и описание этого распределения с помощью эллипса

фазовых объема, полностью характеризующие поперечное движение пучка частиц. Полученные распределения на каждом из фазовых пространств  $(r; p_r)$  и  $(z; p_z)$  принято фитировать эллипсом, а его площадь характеризовать эмиттансом пучка (рис. 33).

Очевидно, что можно по-разному восстанавливать эллипс по имеющемуся распределению частиц, и это лишь вопрос определения. Чаще всего используется так называемый RMS-эмиттанс, название которого происходит от способа вычисления (Root Mean Square). Статистически эмиттанс может быть вычислен как

$$\varepsilon_{\text{rms}} = 4\sqrt{\langle(y - \langle y \rangle)^2\rangle\langle(y' - \langle y' \rangle)^2\rangle - \langle(y - \langle y \rangle)(y' - \langle y' \rangle)\rangle^2}. \quad (2.45)$$

Внутри эллипса, площадь которого вычислена по формуле (2.45), содержится около 90 % частиц, если распределение близко к распределению Гаусса, что наиболее часто соответствует измеренным данным. Если частицы распределены равномерно, то внутри такого эллипса будет содержаться 100 % частиц. Длина полуосей эллипса в данном случае равна  $2\sigma$ , где  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение. Если необходимо работать, например, в формализме  $1\sigma$ , то нужно разделить (2.45) на четыре. Единицы измерения эмиттанса [длина · угол], но более часто используются  $[\pi \cdot \text{длина} \cdot \text{угол}]$ , чтобы отождествить величину эмиттанса с площадью эллипса, которая в  $\pi$  раз больше него.

Форма эллипса может быть полностью описана с помощью трех величин  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , которые носят название твисс-параметров и вычисляются следующим образом:

$$\alpha = -\frac{\langle y \cdot y' \rangle}{\varepsilon_{\text{rms}}}, \quad \beta = \frac{\langle y^2 \rangle}{\varepsilon_{\text{rms}}}, \quad \gamma = \frac{\langle y'^2 \rangle}{\varepsilon_{\text{rms}}} = \frac{1 + \alpha^2}{\beta}. \quad (2.46)$$

Любой из необходимых геометрических параметров эллипса может быть получен из комбинаций твисс-параметров и значения эмиттанса (рис. 34).

Если  $\alpha$ -параметр эллипса положительный, то пучок является сходящимся, т. е. через некоторый малый промежуток времени размер пучка уменьшится. Равенство  $\alpha$ -параметра нулю указывает точку перефокусировки пучка.  $\beta$ -параметр характеризует размер пучка в каждый момент времени, и его зависимость от времени и есть бета-функция, равная квадрату функции Флоке (см. (2.43) и рис. 32).

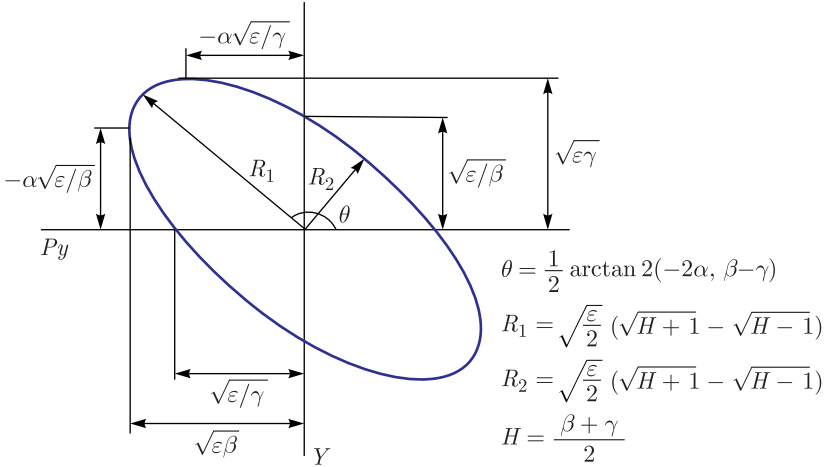


Рис. 34. Определение геометрических параметров эллипса через твисс-параметры

В процессе движения пучка в ускорителе эллипс, представляющий распределение частиц в каждый момент времени, вращается (рис. 35), совершая полный оборот за один период. Таким образом,  $\alpha$ -параметр за один период дважды равен нулю (вблизи центральных линий холма и долины).

Теорема Лиувилля говорит о сохранении площади шестимерного фазового эллипса. Во время движения пучка частиц в циклотроне имеет место

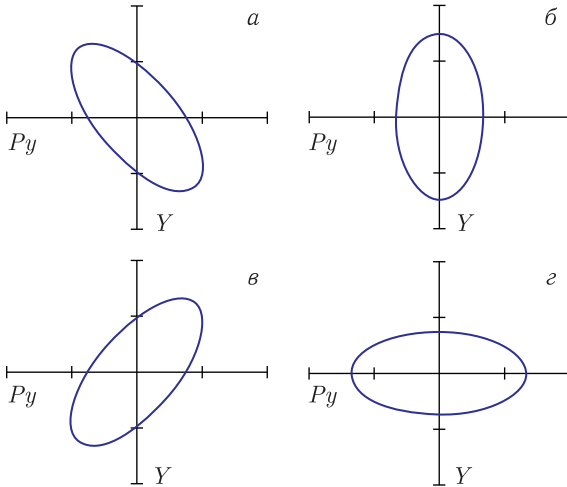


Рис. 35. Вращение фазового эллипса в процессе движения пучка: *а, в* — азимут, расположенный между холмом и долиной; *б, г* — азимут центральных линий холма и долины

связь радиального, аксиального и продольного движений, поэтому эмиттансы распределений на двумерных фазовых плоскостях в общем случае не сохраняются. Но если рассматривать проекции пучка в локальной системе координат, сопровождающей пучок, то можно говорить о сохранении двумерных эмиттансов пучка.

Эмиттанс, вычисляемый по формуле (2.45), носит название геометрического, так как геометрически описывает распределение частиц на фазовой плоскости. Если имеет место изменение энергии частицами за счет действия ускоряющего (тормозящего) поля, то геометрический эмиттанс не сохраняется. В этом случае используется понятие нормализованного эмиттанса  $\varepsilon_n$ , который сохраняется и связан с геометрическим эмиттансом  $\varepsilon$  соотношением

$$\varepsilon_n = \varepsilon \beta \gamma, \quad (2.47)$$

где  $\beta = v/c$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ ,  $v$  — скорость частицы;  $c$  — скорость света.

Любая ускорительная установка имеет пространственную апертуру, доступную для проводки пучка. Если пучок инжектируется в ускоритель, то в зависимости от начального распределения пучка одни частицы будут беспрепятственно проходить рабочую область, другие — «гибнуть» на пространственной конфигурации установки. Начальное распределение частиц характеризуется величиной эмиттанса. При увеличении начального эмиттанса растет число потерь частиц. Максимальный эмиттанс, при котором потери полностью отсутствуют, характеризует пропускную способность рассматриваемой части установки и называется акцептансом. При одной и той же абсолютной величине инжектируемого эмиттанса пучка и акцептанса установки можно наблюдать значительные потери частиц, если ориентация эллипсов, представляющих эмиттанс и акцептанс, не совпадает. Поэтому важной задачей всей ускорительной физики и, в частности, циклотронной является согласование инжектируемого пучка с акцептансом установки, в которую он впускается.

**2.2.6. Ускорение на гармониках.** Основное требование работы циклотрона, состоящее в равенстве частоты обращения частицы с частотой задающего генератора, можно расширить и переформулировать следующим образом. Частота обращения частицы должна быть кратна частоте ускоряющей системы согласно соотношению

$$f_{\text{rf}} = hf. \quad (2.48)$$

Здесь  $f$  — частота обращения частицы;  $f_{\text{rf}}$  — частота ускоряющей системы;  $h$  — натуральное число, называемое гармоникой или кратностью. В простейшем случае при  $h = 1$  частоты совпадают. При величине гармоники больше единицы на каждом обороте внутри циклотрона одновременно будет вращаться количество банчей, равное значению гармоники. Работа на гармониках позволяет значительно расширить диапазон доступных режимов

ускорения. При одинаковой частоте задающего генератора и фиксированной величине магнитного поля можно ускорять частицы, которые имеют разные частоты обращения. Так, в одном циклотроне можно организовать ускорение ионов с разным отношением заряда к массе, сохраняя величину центрального магнитного поля, которая определяет частоту обращения. Необходимо лишь изменить форму магнитного поля в зоне ускорения для обеспечения его изохронности. Однако структура ускоряющих дуантов накладывает ограничения на допустимый набор гармоник. Набег фазы между двумя последовательными прохождениями ускоряющих зазоров одного дуанта должен быть такой, чтобы имело место устойчивое ускорение. Это легко объяснить на простом примере установки, у которой имеется один дуант  $180^\circ$ . При работе на первой кратности набег фазы между зазорами дуанта будет  $180^\circ$  ВЧ. При работе на второй кратности набег фазы будет  $360^\circ$  ВЧ. В первом случае знак ускоряющего напряжения на зазорах будет противоположным, во втором случае — одинаковым. Таким образом, при работе на второй кратности частица будет ускоряться на одном из зазоров и тормозиться на втором. При этом работа такой системы на третьей кратности возможна, так как обеспечивает набег фазы между зазорами  $540^\circ$  ВЧ. Следующим примером может быть циклотрон с тремя дуантами  $120^\circ$ . При работе на первой и третьей кратностях нет проблем с набегом фазы, и частица ускоряется при прохождении зазоров всех дуантов. Но при работе на второй кратности набег фазы между зазорами одного дуанта будет  $120^\circ$  ВЧ, и частица, пройдя первый дуант с ускорением, достигнет первого зазора второго дуанта в момент времени, когда напряжение равно нулю (рис. 36). Проблему можно решить введением сдвига фазы ускоряющего напряжения между соседними дуантами на  $120^\circ$ , но в этом случае ускоряющая система будет более сложной.

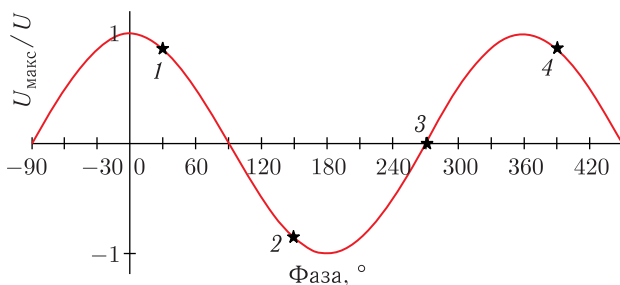


Рис. 36. Иллюстрация режима работы циклотрона с тремя дуантами  $60^\circ$  на второй кратности. Показаны моменты пересечения частицей ускоряющих зазоров: 1 — пересечение первого зазора первого дуанта; 2 — пересечение второго зазора первого дуанта; 3 — пересечение первого зазора второго дуанта; 4 — пересечение второго зазора второго дуанта



**2.3. Синхроциклотрон.** В предыдущих разделах описан метод создания условий синхронизма между частотой обращения частиц и частотой ускоряющей системы при наборе частицами энергии, который заключается в применении магнитных систем, среднее магнитное поле в которых растет с увеличением радиуса. Недостатком изохронных циклотронов является то, что требуется создавать сложные магнитные структуры с пространственной вариацией магнитного поля, чтобы обеспечить аксиальную фокусировку частиц. Альтернативным решением, приводящим к синхронности частоты обращения и частоты задающего генератора ускоряющей системы, является использование непостоянной ускоряющей частоты. Зависимость ее от времени должна совпадать с законом, согласно которому изменяется частота обращения частицы в процессе ускорения. Такие установки принято называть синхроциклотронами или фазотронами. Магнитная система в большинстве случаев не имеет пространственной вариации, и среднее магнитное поле спадает с ростом радиуса, что обеспечивает слабые радиальную и аксиальную фокусировки пучка. В единичных случаях используется растущее поле и система с секторами [65,66]. Относительная простота магнитной системы является несомненным преимуществом синхроциклотронов и позволяет создавать ускорители с высоким уровнем магнитного поля [67]. Существенным недостатком такого типа машин можно считать сложность ускоряющей системы, изменение частоты в которой достигается либо при помощи вращающегося многопластинчатого конденсатора [68], либо при помощи подмагничивания ферритов [69, 70].

*2.3.1. Принцип автофазировки.* Ключевым законом, согласно которому работают все синхроциклотроны, является принцип автофазировки [8], разработанный в 1944 г. В. И. Векслером и позже независимо Э. М. Макмилланом. Так как инжектируемый пучок имеет ненулевой фазовый размер, то лишь ничтожная часть частиц имеет фазу, совпадающую с синхронной (фазой, под которую подстроен закон изменения ускоряющей частоты). Данный метод направлен на решение проблемы увеличения количества ионов, захваченных в режим ускорения. Рассмотрим суть метода на примере классического синхроциклотрона со спадающим полем. Для простоты рассуждений допустим, что имеется такая ускоряющая система, при которой набег фазы синхронной частицы  $\varphi_s$  за один оборот равен  $360^\circ$ . Например, имеется всего лишь один ускоряющий промежуток или система состоит из одного дуанта  $180^\circ$ , работающего на первой кратности. Для осуществления принципа автофазировки необходимо соблюсти несколько требований, основные из которых: синхронная частица должна пересекать ускоряющие промежутки в моменты времени, когда напряжение является спадающим, изменение частоты генератора должно происходить медленно. Первое условие означает, что при косинусоидальной зависимости напряжения на дуантах  $\varphi_s$  должна быть в диапазоне  $(0; 90)^\circ$  (рис. 37). Второе требование можно переформулировать так:

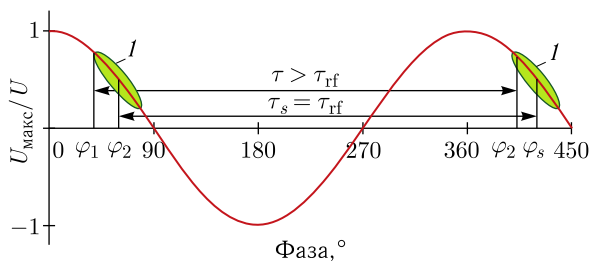


Рис. 37. Пересечение пучком двух соседних ускоряющих промежутков. Показаны фазы синхронной частицы  $\varphi_s$  и одной из частиц пучка  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и сравнение периодов обращения синхронной частицы  $\tau_s$  и частицы пучка  $\tau$  с периодом ускоряющей системы  $\tau_{rf}$ . Изображен также пучок ( $I$ ), имеющий некоторый фазовый размер

частота изменения частоты генератора (частота повторений) должна быть много меньше частоты обращения частиц.

Синхронная частица будет пересекать все ускоряющие промежутки с одинаковой фазой, и ее период обращения будет совпадать с периодом ускоряющей системы:  $\tau_s = \tau_{rf}$ . Изменением периода ускоряющей системы за время совершения частицей одного оборота можно пренебречь, поскольку выше мы определили, что ускоряющая частота изменяется медленно. Частица пучка, фаза  $\varphi_1$  которой при пересечении ускоряющего зазора меньше синхронной фазы, получит больший прирост энергии. Если считать, что начальная энергия обеих частиц была одинакова, то несинхронная частица совершит оборот за время, большее, чем синхронное, и ее период обращения, соответственно, будет больше периода ускоряющей системы:  $\tau > \tau_{rf}$ . Поэтому рассмотренная частица через один оборот пересечет ускоряющий зазор с фазой  $\varphi_2$ , которая ближе к синхронной фазе  $\varphi_s$ . Частица вновь получит больший прирост энергии, и после совершения следующего оборота ее фаза еще приблизится к синхронной. Такой процесс повторяется до тех пор, пока фаза частицы при пересечении зазора не станет больше синхронной фазы. С этого момента она начнет получать меньший прирост энергии, но ее энергия все еще больше энергии синхронной частицы. Поэтому с каждым оборотом отклонение ее фазы от синхронной будет расти, но прирост этот будет уменьшаться до тех пор, пока энергия частицы не будет равна энергии синхронной частицы. В этот момент частица будет иметь фазу, большую, чем синхронная фаза, и описанный выше процесс начнет повторяться в обратную сторону. За следующий оборот частица получит меньший прирост энергии, и ее энергия будет меньше энергии синхронной частицы. Она совершит оборот с периодом, меньшим периода ускоряющей системы:  $\tau < \tau_{rf}$ , и пересечет ускоряющий зазор с фазой, меньшей, чем фаза пересечения на предыдущем обороте. Через некоторое количество оборотов энергия частицы станет равной энергии синхронной частицы, а фаза будет меньше синхронной фазы. Таким образом, мы

вернулись к началу наших рассуждений. Следовательно, имеют место колебания фазы частиц, которые носят названия синхротронных. Наряду с ними происходят также колебания частоты обращения частицы, энергии и радиуса орбиты. Частота этих колебаний во много раз меньше частот обращения и частот бетатронных колебаний. Благодаря принципу автофазировки в режим ускорения захватываются все частицы, имеющие фазы в диапазоне  $(0; 90)^\circ$ . Все остальные частицы не ускоряются.

Устройства изменения частоты ускоряющей системы могут устойчиво работать лишь при низких напряжениях, но этого вполне достаточно, так как ускоряющее напряжение в синхроциклотроне может быть значительно меньше, чем в изохронном циклотроне, благодаря устойчивости продольного движения вследствие действия механизма автофазировки.

2.3.2. *Фазовое движение частиц. Сепаратриса.* Качественное рассмотрение принципа автофазировки, приведенное в предыдущем пункте, не позволяет сформулировать требования на начальные характеристики пучка (фазовый и энергетический разброс), которые в общем случае и определяют количество частиц, захваченных в режим ускорения. Приведение процесса вывода уравнений синхротронных колебаний выходит за рамки данной работы. Подробную информацию можно найти в работах [4–6]. Здесь можно ограничиться описанием фазового движения частиц в процессе ускорения. Выше было доказано, что частицы будут совершать синхротронные колебания, если их фаза содержится в диапазоне  $(0; 90)^\circ$ . В общем случае механизм автофазировки работает для гораздо более широкого диапазона. Крайнее левое значение фазы противоположно синхронной фазе  $\varphi_1 = -\varphi_s$ . Второе крайнее значение фазы определяется из выражения

$$\sin \varphi_2 - \varphi_2 \cos \varphi_s = \varphi_s \cos \varphi_s - \sin \varphi_s. \quad (2.49)$$

Обычно в качестве синхронной фазы выбирают значение  $\sim 60^\circ$  (при косинусоидальной зависимости ускоряющего напряжения от времени). Устойчивость фазовых колебаний можно графически описать с помощью диаграммы  $(\varphi; \Delta E)$ , где ось абсцисс представляет собой фазы, а по оси ординат отложено отклонение энергии частицы от энергии синхронной частицы (рис. 38). Данная диаграмма носит название сепаратрисы.

Уравнение сепаратрисы выглядит следующим образом:

$$\Delta E = \pm \sqrt{\frac{2 [\sin \varphi_s + \sin \varphi - (\varphi - \varphi_s) \cos \varphi_s] qU (E + E_0) [(E + E_0)^2 - E_0^2]}{\pi h [\alpha (E + E_0)^2 - E_0^2]}}, \quad (2.50)$$

где  $q$  — заряд иона;  $U$  — ускоряющее напряжение;  $h$  — кратность ускорения;  $E$  — энергия покоя иона;  $\alpha$  — коэффициент пространственного уплотнения

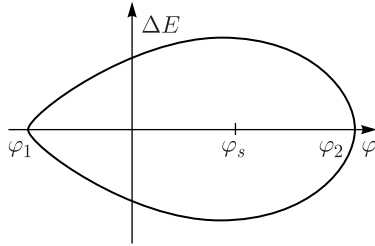


Рис. 38. Сепаратриса, представляющая область устойчивых фазовых колебаний частиц

орбит. Коэффициент  $\alpha$  для синхроциклотрона со спадающим средним магнитным полем может быть вычислен как

$$\alpha = 1 - n. \quad (2.51)$$

Для жесткофокусирующих ускорителей можно использовать выражение

$$\alpha = \frac{4N}{\pi\sqrt{n^3} \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \left(\operatorname{cth} \frac{\pi\sqrt{n}}{2N} - \operatorname{ctg} \frac{\pi\sqrt{n}}{2N} + \frac{l_1}{l_2} \frac{\pi\sqrt{n}}{N}\right)}, \quad (2.52)$$

где  $l_1$  — азимутальная протяженность сектора;  $l_2$  — азимутальная протяженность долины;  $N$  — число элементов периодичности структуры;  $n$  — показатель спада поля, вычисляемый по формуле (2.2).

Зная коэффициент пространственного уплотнения орбит, можно оценить зависимость периода обращения частицы от импульса:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\gamma^2}\right) \frac{dp}{p}. \quad (2.53)$$

Здесь  $\gamma$  — лоренц-фактор.

Таким образом, для слабофокусирующих машин, где коэффициент  $\alpha$  меньше единицы, период обращения будет расти с ростом энергии. Для ускорителей с жесткой фокусировкой, где  $\alpha$  больше единицы, вплоть до некоторой энергии (некоторого значения  $\gamma$ ) член формулы (2.53)  $(1/\alpha - 1/\gamma^2)$  отрицателен, что приводит к уменьшению периода обращения частицы с ростом ее энергии. Но при достижении некоторой энергии  $(1/\alpha - 1/\gamma^2)$  становится положительным и ситуация меняется на противоположную. Энергия, при которой имеет место переход, называется критической. Режим ускорения нужно организовывать таким образом, чтобы до достижения критической энергии пересечение ускоряющих зазоров происходило при растущем напряжении, после критической энергии — при спадающем.

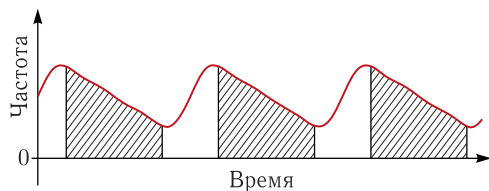


Рис. 39. Пример зависимости ускоряющей частоты от времени в синхроциклотроне. Штриховкой показана область нахождения пакета ускоряемых пучков во время его движения от начального радиуса к конечному

Будет частица захвачена в режим ускорения или нет, зависит от ее фазы и энергии инжекции (отклонении ее энергии от энергии синхронной частицы). Все частицы, оказавшиеся внутри сепаратрисы, будут захвачены в режим ускорения и будут совершать устойчивые синхротронные колебания. Границы сепаратрисы определяют допустимые максимальные энергетический и фазовый разбросы в инжектируемом пучке, т. е. фазово-энергетический акцептанс ускорителя. В реальности энергетический разброс ионных источников многократно меньше высоты сепаратрисы, поэтому захват частиц при инжекции ведется в определяющей зависимости от фазы. После того как банч захвачен в режим ускорения, его энергия начинает расти и его положение на сепаратрисе изменяется. В это время в площади сепаратрисы занимает место следующий инжектируемый банч. Так как частота повторения циклов много меньше частоты обращения, то заполнение сепаратрисы происходит за большое количество периодов ВЧ. Процесс заполнения заканчивается тогда, когда величина ускоряющей частоты изменяется настолько, что новые частицы не могут быть захвачены в режим ускорения. Образовавшийся пакет банчей ускоряется до конечного радиуса. Зависимость ускоряющей частоты от времени представляет собой периодическую кривую (рис. 39). Одна из частей этой кривой сформирована таким образом, чтобы соответствовать закону изменения частоты обращения синхронной частицы в процессе набора энергии. На этом участке происходит ускорение пакета банчей от начального радиуса до конечного. За это время ускоряются лишь частицы, попавшие в область сепаратрисы. Следующий пакет пучков начнет захватываться в режим ускорения лишь тогда, когда первый достигнет конечной энергии и когда минует следующий участок частотной кривой, соответствующий росту ускоряющей частоты, когда захвата частиц в режим ускорения не происходит. Следовательно, синхроциклотрон работает в импульсном режиме. Поэтому средняя интенсивность пучка в ускорителях такого типа гораздо меньше, чем в изохронных циклотронах.

**2.4. Секторный циклотрон. FFA-ускорители.** Установки циклотронного типа, описанные в предыдущих разделах, относятся к классу компактных. Под определением компактный здесь имеется в виду не размер ускорителя, а

распространенный термин, обозначающий циклотронную установку, в которой используется одна общая токовая обмотка для всех секторов (см. рис. 7). Если каждый из секторов имеет собственную токовую обмотку, то он носит название секторный (иногда кольцевой). Магнитное поле обмоток между секторами в этом случае имеет противоположное направление по отношению к полю в области сектора, и обычно имеет место ситуация, когда в азимутальном направлении чередуются поля с разными знаками. В таком случае имеет место жесткая знакопеременная фокусировка. По последней ускорительной терминологии такие ускорители называются FFA-ускорителями, что является сокращением от Fixed Field alternating gradient Accelerator [71], т. е. ускоритель, в котором фокусировка пучка осуществляется постоянными знакопеременными полями. В русскоязычной литературе можно встретить название кольцевой фазотрон. Можно выделить FFA-циклотроны в случае изохронно растущего среднего поля и FFA-синхроциклотроны, если ускоряющая частота непостоянная.

Первые идеи об использовании такого типа ускорителей были высказаны в 50–60 гг. прошлого столетия [72, 73]. Однако в то время работы по его созданию не продвинулись дальше модельных исследований. Начиная с 2000-х гг. вновь возник интерес к этому типу ускорителей. В настоящее время введены в эксплуатацию несколько FFA-ускорителей [74–76]. Еще ряд находится в стадии разработки [77–79].

Существует класс FFA-установок, отличающихся от изохронных циклотронов и синхроциклотронов с точки зрения организации режима работы. Это секторные ускорители с растущим средним полем вдоль радиуса, и их особенностью является то, что величины частот бетатронных колебаний, как аксиальных, так и радиальных, квазипостоянны в процессе ускорения. Рабо-

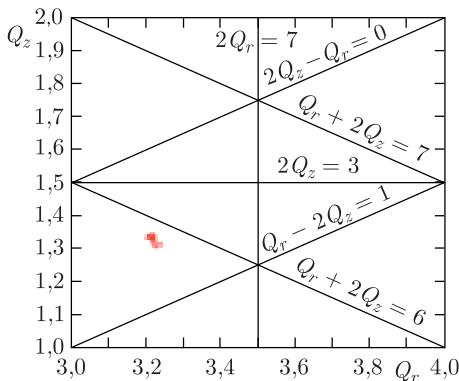


Рис. 40. Положение рабочей точки в процессе полного цикла ускорения для ускорителя типа FFA [79]

чая точка на частотной диаграмме практически не движется (рис. 40) в отличие от изохронных машин и синхроциклотронов. Такое преимущество дает возможность использовать малые амплитуды ускоряющего напряжения, так как отсутствуют пересечения опасных резонансов.

Постоянство частот бетатронных колебаний достигается за счет специальной формы магнитного поля. Основные принципы проектирования магнитной системы [80, 81] можно описать следующим образом:

— на первом шаге структура секторов подбирается таким образом, чтобы обеспечить постоянство показателя спада поля  $n$ , вычисляемого по формуле (2.2). Значения частот радиальных бетатронных колебаний  $Q_r$  вычисляются согласно (2.37), в основном определяются величиной  $n$  и мало зависят от других параметров. Таким образом, можно считать, что постоянство  $n$  означает постоянство  $Q_r$ ;

— вторая стадия заключается в модификации магнитов таким образом, чтобы обеспечить постоянство частоты аксиальных бетатронных колебаний  $Q_z$  без изменения  $Q_r$ . Это может быть реализовано за счет малого изменения флаттера магнитного поля и коррекции величины спиральности, если используются спиральные секторы;

Для удовлетворения требованиям постоянства показателя спада поля можно использовать аксиальное профилирование поверхности полюса. Аксиальный профиль сектора должен обеспечить растущее магнитное поле в соответствии с законом

$$B(r) = B_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-n}. \quad (2.54)$$

Это может быть достигнуто, если аксиальный зазор между секторами изменяется как

$$g(r) = g_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{-n}. \quad (2.55)$$

Вариация величины спиральности боковой поверхности секторов для обеспечения требуемой частоты  $Q_z$  практически не влияет на частоту  $Q_r$ . Тонкая настройка аксиальной частоты ведется за счет малого изменения флаттера. Для этого удобно изменять азимутальный размер холмов и долин с помощью вариации положения и толщины стенок, обрамляющих обмотку и изготовленных из магнитного материала (рис. 41).

Магнитное поле в таких FFA-установках не является изохронным, поэтому требуется вариация ускоряющей частоты. Ускорители с магнитным полем, обеспечивающим постоянный коэффициент спада поля, носят название скалируемых FFA. Значение индекса  $n$  можно выбирать довольно большим, чтобы обеспечить минимальную радиальную апертуру ускорителя, с теми требованиями, что рабочая точка должна находиться вдали от линий опасных резонансов и должна быть обеспечена аксиальная фокусировка пучка. В существующих проектах абсолютная величина спада поля варьируется от 5 до 38.

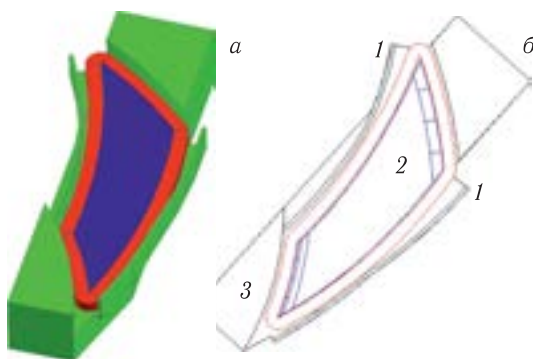


Рис. 41. Трехмерный (*а*) и двумерный (*б*) вид сектора скалируемого FFA: 1 — стенки обмотки; 2 — полюс; 3 — возвратное ярмо

Если среднее магнитное поле растет по закону, не обеспечивающему постоянство  $n$ , то такой FFA называется нескалируемым.

В последнее время появляются проекты FFA-установок, носящих название «вертикальные», что подчеркивает то, что расширение орбит частиц происходит не в радиальном (развертывание по спирали), а в аксиальном направлении [82, 83]. Магнитная система в них значительно отличается от всех рассмотренных выше модификаций ускорителей (рис. 42) и обеспечивает не только движение частиц в аксиальном направлении с ростом энергии, но и фокусировку частиц в обоих направлениях.

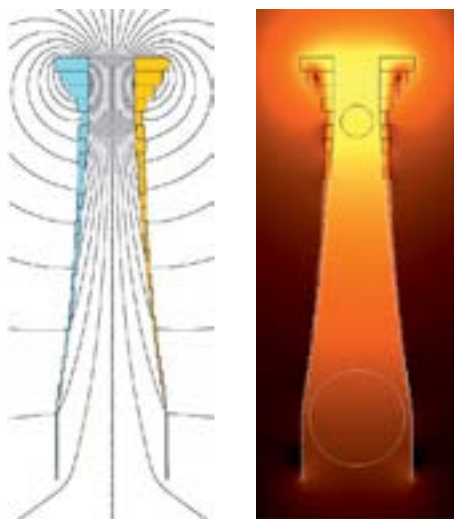


Рис. 42. Поперечное сечение сектора вертикального FFA [83]



**2.5. Микротрон.** Все описанные выше типы ускорителей работают в таком режиме, когда ускоряющая частота в каждый момент времени кратна частоте обращения частицы согласно (2.38). Кратность является изначально заданной величиной при проектировании установки и не изменяется в процессе работы ускорителя. Но существует уникальный тип циклотронных ускорителей, называемый циклотроном с переменной кратностью или микротроном [84–86]. В таких ускорителях реализован оригинальный метод синхронизации частоты обращения частицы и частоты задающего генератора

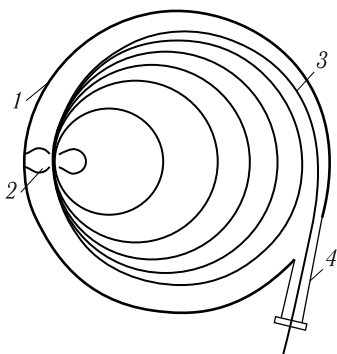


Рис. 43. Схема микротрона: 1 — граница магнита; 2 — ускоряющий резонатор; 3 — траектория частицы; 4 — выводное окно

ускоряющей системы. Период обращения частиц в микротроне, так же как и в изохронном циклотроне и синхроциклотроне, растет с ростом энергии, но в микротроне прирост периода обращения за оборот является величиной постоянной. Величина прироста периода за оборот равна целому числу периодов генератора, работающего на фиксированной частоте. В этом случае на каждом обороте частица при прохождении ускоряющего зазора попадает в резонанс с ускоряющей системой и ускоряется. Необходимо иметь строго определенное по абсолютной величине значение разности потенциалов на ускоряющем зазоре, которое должно быть ровно таким, чтобы период обращения после каждого оборота увеличился на одну и ту же величину. Магнитное поле создается в зазоре между полюсами. В качестве ускоряющего элемента может быть использован однопролетный резонатор, который располагается вблизи края полюсов. Траектории всех частиц на всех оборотах проходят через зазор резонатора (рис. 43). Инжекция частиц осуществляется вблизи расположения резонатора.

Связь периода обращения частицы в магнитном поле с ее энергией выражается следующим уравнением:

$$\tau = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi E}{qBc^2}. \quad (2.56)$$

Здесь  $q$  и  $m$  — заряд и масса частицы;  $E$  — энергия частицы;  $B$  — магнитное поле;  $c$  — скорость света. Будем считать, что магнитное поле постоянно и однородно в пространстве. Тогда изменение периода обращения линейно пропорционально изменению энергии:

$$\Delta\tau = \frac{2\pi\Delta E}{qBc^2}. \quad (2.57)$$

Соотношение (2.57) позволяет реализовать работу микротрона [4]. Если выразить приращение энергии за оборот как часть  $\eta$  от энергии покоя, т. е.  $\Delta E = \eta E$ , то после совершения первого оборота энергия частицы будет  $E_1 = E_0 + \eta E_0$ . Выражение (2.57) преобразуется к виду

$$\tau_1 = \frac{2\pi E_0}{qBc^2}(1 + \eta). \quad (2.58)$$

Для выполнения основного принципа работы микротрона необходимо, чтобы период обращения частицы был равен целому числу периодов задающего генератора, т. е.  $\tau_1 = \mu\tau_{\text{rf}}$ , и (2.58) преобразуется к виду

$$\frac{2\pi E_0}{qBc^2}(1 + \eta) = \mu\tau_{\text{rf}}. \quad (2.59)$$

После второго оборота частица получит тот же прирост энергии, т. е.

$$\tau_2 = \frac{2\pi E_0}{qBc^2}(1 + 2\eta). \quad (2.60)$$

Вычитая (2.58) из (2.60), получаем выражение, определяющее величину изменения периода обращения за оборот:

$$\tau_2 - \tau_1 = \frac{2\pi E_0}{qBc^2}\eta. \quad (2.61)$$

Приравняем теперь разницу между периодами обращения некоторой целочисленной величине  $\nu$ , кратной периоду ускоряющей системы. Имеем

$$\tau_2 - \tau_1 = \nu\tau_{\text{rf}} = \frac{2\pi E_0}{qBc^2}\eta. \quad (2.62)$$

Исключая из (2.59) и (2.62)  $\tau_{\text{rf}}$ , находим основное соотношение для микротрона:

$$\eta = \frac{\nu}{\mu - \nu}. \quad (2.63)$$

Подставляя (2.63) в (2.58), получаем

$$\tau_{\text{rf}} = \frac{2\pi E_0}{qBc^2} \frac{1}{\mu - \nu}. \quad (2.64)$$

Формула (2.64) задает рабочие параметры микротрона. Прирост энергии за оборот определяется выбором целочисленных значений  $\mu$  и  $\nu$ . Так как минимальное значение  $\nu$  может быть 1, то, очевидно, что  $\mu$  должно быть больше 1, чтобы прирост энергии был положительным.

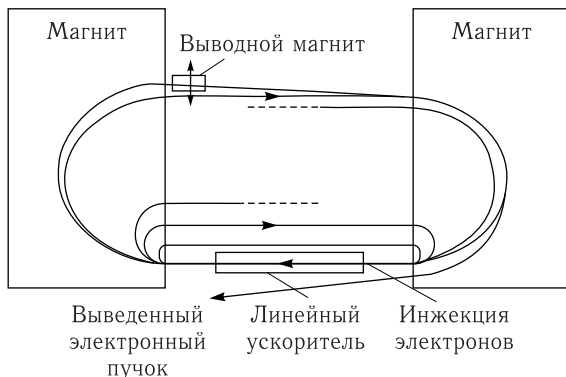


Рис. 44. Схематическое представление конструкции разрезного микроотрона [86]

Орбитальная устойчивость в микроотроне осуществляется за счет слабой фокусировки в спадающем поле (аналогично синхроциклотрону). Но в последних из введенных в эксплуатацию микроотронов используется крайняя фокусировка, возможная за счет применения разрезного магнита [86, 87] (рис. 44). Благодаря освободившемуся пространству между частями магнитной системы можно использовать линейный ускоритель в качестве ускоряющего элемента.

С помощью использования дополнительной фокусировки удается создать сильноточные установки [88] и микроотроны на большую энергию [89]. Основным недостатком микроотрона — масса магнитной системы — может быть снят за счет использования специальных схем, таких как бициклотроны, гексаотроны и гексациклотроны [90, 91].

Если вычислить требуемую величину ускоряющего напряжения при минимальном значении  $\eta$ , то окажется, что уже для самой легкой частицы — электрона — необходимо иметь значение в сотни киловольт. Для других частиц, например протонов, требуемая величина ускоряющего напряжения практически нереализуема. Это явилось причиной того, что все созданные микроотроны предназначены для ускорения электронов. Но в последнее время появляются новые разработки, ориентированные на ускорение протонов [92]. Они совмещают принципы работы микроотрона (переменная кратность) и синхроциклотрона (переменная частота).

### 3. РЕЗОНАНСЫ

Резонансом в циклотронной физике называется явление, заключающееся в значительном изменении амплитуды бетатронных колебаний частицы вследствие наступления определенных условий. Таким условием является наличие связи между величиной частоты свободных колебаний и гармониками управ-

ляющего магнитного поля или производными гармоник поля. Связь между частотами бетатронных колебаний и характеристиками магнитного поля может быть задана алгебраически в виде

$$n_r Q_r + n_z Q_z = k. \quad (3.1)$$

Здесь  $n_r$  и  $n_z$  — целые числа,  $k = 0, 1, 2 \dots$

Физический смысл (3.1) заключается в трех частных трактованиях [6]:

— на одном обороте укладывается целое число волн одного вида колебаний;

— на одном обороте укладывается число волн, равное  $k/n_r$  ( $k/n_z$ );

— сумма или разность чисел волн радиальных и аксиальных колебаний за один оборот равна целому числу.

Резонансные явления, относящиеся к первой группе, называются целочисленными, ко второй при условии  $n_r = 2$  ( $n_z = 2$ ) — параметрическими, к третьей — резонансами связи. Резонансы, описываемые (3.1) при  $n_r \neq 0$ ,  $n_z \neq 0$ ,  $|n_r| + |n_z| \leq 2$ , принято называть линейными резонансами и нелинейными, если  $|n_r| + |n_z| > 2$ . Параметр  $k$  в (3.1) характеризует управляющую силу резонанса (амплитуду гармоники магнитного поля или ее производные). В зависимости от природы управляющей силы резонансы разделяют на структурные и резонансы ошибок. К группе структурных относятся те, управляющая гармоника которых генерируется самой структурой магнита. Например, для четырехсекторного циклотрона структурными гармониками будут 0, 4, 8, 12, 16... Если гармоника не является структурной, то она появляется в магнитном поле в результате ошибок изготовления или сборки, поэтому резонанс, управляемый такой силой, именуется резонансом ошибок. Величина  $|n_r| + |n_z|$  называется порядком резонанса. С ростом порядка резонанса его влияние падает. Поэтому, как правило, рассматриваются резонансы с порядком не выше третьего.

Факт прохождения частицей области резонанса удобно анализировать с помощью так называемой частотной диаграммы, которая представляет собой двумерную область ( $Q_r; Q_z$ ). Точка на диаграмме, определяемая в каждый момент времени значениями бетатронных частот, носит название рабочей точки. На диаграмму также наносятся прямые линии, представляющие резонансы. Частоты свободных колебаний изменяются в процессе движения частицы в вакуумной камере ускорителя (если речь не идет о специализированных ФФА-установках с постоянными частотами), и траектория рабочей точки сопоставляется с линиями резонансов (рис. 45).

Возмущение магнитного поля резонансным образом воздействует на бетатронные колебания, приводя к увеличению их амплитуды и в некоторых случаях неустойчивости. Поэтому в подавляющем случае эффект от прохождения пучком области резонанса негативный, и при проектировании ускорителя необходимо проводить анализ опасности резонансов, которые пересекает

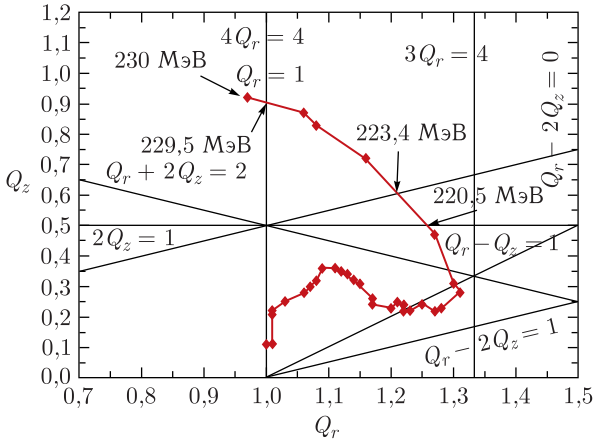


Рис. 45. Пример частотной диаграммы компактного изохронного циклотрона с указанием значений энергии, с которыми рабочая точка пересекает некоторые из резонансов

рабочая точка в процессе ускорения. Требуется по возможности избегать пересечения опасных резонансов, что достигается за счет изменения параметров магнитной системы, например флаттера или спиральности, в результате чего изменяются значения частот бетатронных колебаний и рабочая точка смещается. В реальности каждый резонанс представляет собой не линию, а полосу, внутри которой проявляется его действие.

В настоящее время можно найти монографии, посвященные теории резонансов в циклотронных установках. Достаточно подробно материал изложен в работах [5,6]. Но наиболее часто в литературе встречаются лишь результаты исследований эффектов некоторых резонансов для конкретных проектируемых установок. Для проведения анализа влияния того или иного резонанса на качественные характеристики пучка необходимо знание об управляющей силе резонанса (гармонике магнитного поля). Данная гармоника поля с привязкой к определенной компоненте магнитной индукции добавляется к основному полю. Варьируя характеристики вводимого возмущения поля (амплитуду и пространственную зависимость), исследователь анализирует поведение пучка частиц и делает выводы о степени опасности наличия заданных возмущений.

Помимо описанных выше резонансов, которые, по сути, определяются характеристиками магнитного поля, существуют также резонансные явления, связанные с действием электрического ускоряющего поля. Они проявляются гораздо реже, поэтому им уделяется меньше внимания, но в некоторых циклотронах эффект от их воздействия является ключевым. Их описание также приведено в соответствующем разделе ниже.

**3.1. Целочисленные резонансы.** Резонансы, называемые целочисленными и представляющие случай, когда на одном обороте укладывается целое число бетатронных колебаний ( $Q_r = k$ ,  $Q_z = k$ ,  $k = 1, 2, 3 \dots$ ), являются наиболее опасными с точки зрения негативного влияния на пучок. По сути, любой из целочисленных резонансов оказывает фатальное воздействие на пучок, если в системе присутствует управляющая сила и пучок совершает достаточное количество оборотов в полосе резонанса. Если рассматривать радиальное движение, то резонанс  $Q_r = 1$  практически всегда пересекается в центральной области циклотрона, и его прохождение без заметных потерь частиц становится возможным лишь за счет того, что пучок пересекает его за 1–3 оборота и первая гармоника магнитного поля с большой амплитудой отсутствует. В синхроциклотроне со спадающим средним магнитным полем частота радиальных бетатронных колебаний в процессе ускорения уменьшается с единицы, поэтому целочисленные радиальные резонансы в дальнейшем не пересекаются. В изохронном циклотроне с ростом энергии частота  $Q_r$  растет и возможно достижение резонансов, управляемых более высокими гармониками. Из соображений целесообразности зачастую изохронные компактные циклотроны проектируются на конечную энергию пучка, не превышающую нескольких сотен МэВ/нуклон. Резонанс  $Q_r = 2$ , являющийся непроходимым, достигается при энергии частиц  $\sim 900$  МэВ/нуклон, поэтому в подавляющем большинстве случаев этот и последующие целочисленные резонансы не достигаются. Существуют лишь единичные проекты изохронных машин с пересечением радиальных целочисленных резонансов, управляемых второй и третьей гармониками [93, 94], в которых указывается на опасность таких режимов работы, высказывается требование большого набора энергии за оборот, чтобы быстро пересечь область резонанса. В FFA-синхроциклотронах возможно достижение любых значений энергии без пересечения опасных резонансов, так как такие установки предполагают квазипостоянство частот бетатронных колебаний.

Целочисленные резонансы, связанные с аксиальным движением, представляют не меньшую опасность, но их пересечения зачастую удается избежать за счет оптимизации магнитной системы ускорителя.

Механизм действия целочисленного резонанса заключается в том, что появляется дополнительная сила Лоренца, обусловленная имеющейся гармоникой магнитного поля (управляющей силой резонанса). Эта сила Лоренца действует на частицу с периодом, равным  $2\pi/k$ . За счет того, что на одном обороте укладывается также  $k$  бетатронных колебаний, внешняя сила действует всегда в фазе с бетатронными колебаниями и резонансно искажает орбиту частицы. В случае простого резонанса ( $Q_r = 1$ ) описанное воздействие приводит к смещению орбиты [95]. Под действием резонанса  $Q_r = 2$  орбита искажается (рис. 46).

Действие резонанса  $Q_r = 1$  часто применяется в положительном аспекте для организации заброса пучка на вход элементов выводной системы ускорителя.

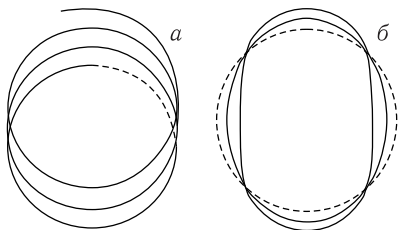


Рис. 46. Схематическое представление искажения замкнутой орбиты (показана штриховой линией) под действием целочисленных резонансов  $Q_r = 1$  (а) и  $Q_r = 2$  (б)

теля. В этом случае используется управляемое увеличение разделения между соседними орбитами за счет введения первой гармоники магнитного поля. Подробнее эти методы описаны далее в разделе, посвященном моделированию вывода пучка из циклотрона.

**3.2. Параметрические резонансы.** Параметрическим резонансом (другое название «получелым») считается условие, при котором  $Q_r = k/2$  ( $Q_z = k/2$ ), т. е. бетатронная частота в два раза больше частоты гармоники, управляющей резонансом. Аналогом может служить маятник, собственная частота колебаний которого модулирована сигналом, имеющим в два раза большую частоту. Примером является механический маятник, длина которого гармонически изменяется с двойной частотой колебаний маятника. В этом случае происходит резонансное возрастание амплитуды колебаний маятника. В ускорителе частиц собственной частотой маятника выступает бетатронное колебание, а управляющая гармоника выступает в роли модулированного сигнала. При соблюдении условия резонанса (двойного отношения частот) амплитуды бетатронных колебаний резонансно возрастают. При этом искажения орбиты не происходит. Таким образом, результатом является увеличение поперечного размера пучка.

Мощность, получаемая осцилятором в параметрическом резонансе, пропорциональна квадрату его амплитуды, т. е. амплитуда экспоненциально возрастает. Если частицы в пучке изначально имеют малые амплитуды бетатронных колебаний, то и эффект резонанса мал. Параметрическим резонансом управляет градиент гармоники в отличие от целочисленного резонанса, где управляющей силой является амплитуда гармоники. Таким образом, причиной раскачки колебаний являются искажения показателя спада среднего магнитного поля, которые связывают бетатронные колебания с продольным движением. Причина возрастания амплитуд бетатронных колебаний — перекачка энергии из продольного движения. На характеристики радиальных бетатронных колебаний влияет производная гармоники аксиальной компоненты поля, и наоборот, аксиальными бетатронными колебаниями управляет градиент гармоники радиальной компоненты поля.

**3.3. Резонансы связи.** Резонансы связи проявляются при соблюдении условия, описываемого соотношением (3.1). Линейные резонансы могут быть

разностными резонансами и резонансами суммы:

$$Q_r - Q_z = k, \quad Q_r + Q_z = k. \quad (3.2)$$

В соответствии с названием данного вида резонансов здесь происходит одновременное изменение характеристик как радиальных, так и аксиальных колебаний (амплитуды и фазы). Это становится возможным в любой системе, в которой поперечные колебания не являются независимыми. В случае разностного резонанса осуществляется лишь обмен энергиями между поперечными видами колебаний и их сумма остается постоянной, что может привести лишь к биениям амплитуд бетатронных колебаний, но не к их неограниченному росту. Здесь раскачка одного вида колебаний ведет к затуханию второго. Тем не менее и рост амплитуд, имеющий конечное значение, может быть опасен. Например, в большинстве компактных установок  $Q_r > Q_z$ , что означает то, что перекачка энергии будет вестись в сторону роста амплитуд аксиальных колебаний. Аксиальная апертура, доступная для проводки пучка, имеет ограниченную величину, и могут наблюдаться потери частиц. Поэтому важно проводить оценки влияния разностных резонансов. Для исследования эффекта на аксиальное движение вводится соответствующая гармоника радиальной компоненты магнитного поля, для анализа радиального движения — аксиальной компоненты индукции.

В случае резонанса суммы поперечные колебания оказываются связанными с продольным движением. За счет энергии последнего может происходить сколь угодно большой рост амплитуд бетатронных колебаний. Из этих соображений суммарный резонанс кажется более опасным, чем разностный.

Нелинейные резонансы связи пересекаются рабочей точкой гораздо чаще линейных, целочисленных и параметрических, но в большинстве случаев они не так опасны, так как их порядок выше. Тем не менее анализу влияния некоторых из них уделяется особое внимание. Один из таких резонансов — резонанс Уолкиншоу (Walkinshaw)  $Q_r - 2Q_z = k$  [96, 97]. Особенно опасен резонанс  $Q_r - 2Q_z = 0$ , управляемый нелинейностью среднего магнитного поля. Пересечение данного резонанса довольно часто встречается в компактных циклотронах в области последних оборотов, где градиент спада среднего поля велик. При перекачке энергии радиальных бетатронных колебаний в аксиальные колебания амплитуда последних оказывается в два раза больше амплитуды радиальных колебаний [98]. Единственным способом уменьшения негативного эффекта действия резонанса может быть улучшение качества ускоренного пучка.

**3.4. Резонансы, связанные с действием ускоряющего поля.** Механизм действия любого резонанса обусловлен тем, что на движущуюся частицу воздействует сила Лоренца, порождаемая формой магнитного поля и находящаяся в строго определенной зависимости от величины бетатронных колебаний частицы. Результатом является искажение орбиты частицы. Но на



частицу также воздействует электрическое поле ускоряющей системы. Сила, порожденная действием электрического поля  $F_{\text{elec}}$ , превышает силу, обусловленную магнитным полем  $F_{\text{magn}}$ , лишь в центральной области ускорителя, и отношение сил быстро уменьшается с ростом энергии частицы, так как величина напряженности электрического поля ограничена (обычно несколькими десятками или единицами сотен киловольт):

$$F_{\text{elec}} = E, \quad F_{\text{magn}} = vB. \quad (3.3)$$

Здесь  $v$  — это скорость частицы;  $E$  — напряженность электрического поля;  $B$  — индукция магнитного поля.

Поэтому основной эффект от воздействия электрического поля сводится к увеличению энергии частиц. Но в общем случае пучок пересекает ускоряющие зазоры несколько раз за оборот, и отличие в наборе энергии на каждом из них равносильно действию гармоник магнитного поля. Например, в системе, состоящей из двух ускоряющих зазоров (одного дуанта), превышение прироста энергии на одном из них по сравнению с другим равносильно действию первой гармоники магнитного поля. В подавляющем большинстве случаев величина набора энергии на всех ускоряющих зазорах примерно одинакова, так как созданы условия изохронности магнитного поля и заметного смещения фазы ВЧ от зазора к зазору не происходит. Но если орбита оказывается сильно децентрированной, то систематическая разница в приросте энергий на зазорах становится возможной. Существуют такие системы, в которых малое децентрирование частиц, всегда присутствующее в ускорителях, неограниченно растет под действием электрического поля ускоряющей системы. Такое резонансное явление в литературе носит название

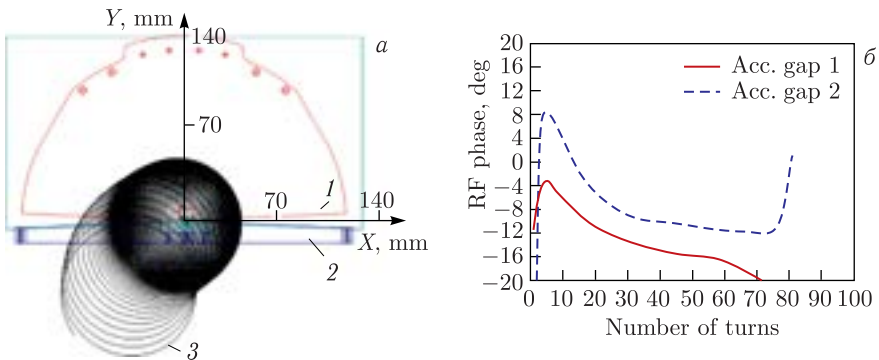


Рис. 47. Радиальное смещение орбиты под действием electric gap-crossing резонанса (а) и разница в значении фазы ВЧ частицы во время пересечения соседних ускоряющих зазоров (б): 1 — ускоряющий дуант; 2 — противодуантная рамка; 3 — траектория частицы

electric gap-crossing резонанса [99, 100]. Наиболее сильно этот резонанс проявляется в установках, в которых не совпадают периодичности магнитной и электрической систем, например в циклотроне с тремя секторами и двумя ускоряющими дуантами [101]. В таком циклотроне при неоптимизированной структуре орбита сильно смещается радиально (рис. 47).

Теория таких резонансных явлений еще не разработана. Влияние на пучок определяется не только периодичностями электрической и магнитной систем, но и их взаимным пространственным расположением. Малые изменения начальных условий приводят к большим изменениям траектории частицы. Действие резонанса в некоторой степени нивелируется подбором взаимного расположения источника ионов, секторов и дуантов. Компенсация может быть также за счет введения дополнительных гармоник магнитного поля. Поскольку начальные условия для каждой из частиц пучка индивидуальны, то и действие резонанса на них проявляется по-разному. Единственный способ проектирования и оптимизации таких систем заключается в использовании численных методов анализа динамики частиц.

#### 4. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ЗАРЯД ПУЧКА

Эффекты пространственного заряда пучка проявляются в действии сил, обусловленных его собственными электрическим и магнитным полями. Магнитные силы действуют лишь в поперечном направлении и полностью компенсируют электрические силы при достижении частицей скорости света. При малых энергиях частиц можно ограничиться лишь рассмотрением электростатического поля пучка, представляющего собой силы Кулона, обусловленные взаимодействием зарядов частиц друг с другом и действующие в направлении расталкивания. Основной эффект от действия сил пространственного заряда пучка заключается в увеличении его размера и снижении эффективности трансмиссии пучка через узлы ускорительной установки. С пользовательской точки зрения выгодно повышать интенсивность производимого пучка, что требует ускорения пучков больших токов. Но падение эффективности трансмиссии пучка с ростом интенсивности приводит к росту энергетических потерь на элементах структуры и не позволяет увеличить конечный ток пучка. Оптимизация системы проводится при анализе зависимости конечной интенсивности пучка от начального тока. Необходимо максимально точное знание величины и мест локализации потерь частиц на поверхностях структурных элементов. Важным проявлением действия собственного поля пучка является также смещение значений частот бетатронных колебаний, в результате чего рабочая точка на частотной диаграмме может быть сдвинута в область нахождения опасных резонансов. Учет эффектов пространственного заряда пучка является неотъемлемой частью работ по проектированию циклотронной установки, работающей с интенсивными пучками. Нет четкого определения, какое

значение интенсивности считать высоким и требующим учета сил пространственного заряда. Эффекты проявляются по-разному в каждом из ускорителей и зависят от многих факторов, таких как эмиттансы пучка, энергия частиц, структура установки, величина набора энергии, апертура, доступная для проводки пучка, и т. п. Чаще всего границу перехода к высоким интенсивностям определяют на уровне нескольких сотен микроампер. Но анализ действия сил проводится индивидуально для каждой из установок. Помимо сил кулоновского отталкивания  $F_e$  существуют еще силы притяжения частиц друг к другу  $F_m$ , обусловленные взаимодействием магнитных полей движущихся зарядов, представляющих собой параллельные токи. Но абсолютное значение последних становится сравнимым с электрическими силами лишь при скоростях частиц, близких к скорости света, согласно соотношению

$$F_m = \frac{v^2}{c^2} F_e. \quad (4.1)$$

Поэтому в большинстве циклотронных установок, за исключением электронных на большие энергии, магнитные силы притяжения можно не учитывать.

**4.1. Влияние на поперечные размеры пучка.** Основным проявлением действия сил пространственного заряда в циклотронных установках является увеличение размеров пучка. В условиях действия сил Кулона теорема Лиувилля не действует и эмиттанс пучка не сохраняется. Для исследования влияния поля пучка применяются в основном численные методы, которые основаны либо на непосредственном расчете сил частиц, действующих друг на друга (метод «частица на частицу»), либо специально разработанные методы расчета, использующие формализм близкогодействия и решение уравнений поля для потенциала (методы «частицы в ячейках», Particle in Cell, PIC). Последние используются в подавляющем большинстве случаев, так как позволяют значительно сократить количество вычислительных операций. Подробная информация о численных методах анализа сил пространственного заряда пучка приведена в следующем разделе. Аналитические методы расчета [102, 103] сил используются редко, так как применимы лишь к пучкам, имеющим определенную форму, например эллипсоида или сферы.

Мерой значимости сил пространственного заряда пучка является дебаевская длина [104], вычисляемая как

$$\lambda_D = \frac{c\varepsilon_n}{2} \sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0 m \beta \gamma}{qI}}, \quad (4.2)$$

где  $q, m$  — заряд и масса частицы;  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная;  $c$  — скорость света;  $\varepsilon_n$  — нормализованный эмиттанс;  $I$  — ток пучка;  $\beta, \gamma$  — лоренц-факторы.

Поперечный размер пучка можно характеризовать его радиусом  $a$ . Если  $\lambda_D \ll a$ , то говорят о доминации сил пространственного заряда пучка (space charge dominated beam). Случай  $\lambda_D \gg a$  носит название доминации размера пучка (emittance dominated beam). Во втором случае можно ограничиться рассмотрением движения пучка без учета сил пространственного заряда.

В линейном приближении силы пространственного заряда могут быть рассчитаны аналитически, что было впервые предложено И. М. Капчинским и В. В. Владимирским [105]. Если допустить, что пучок имеет круглое сечение радиусом  $a$  с равномерным распределением частиц, то в уравнениях движения появляется добавочный член:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} + \left( g_r(t) - \frac{K}{a^2} \right) r &= 0, \\ \frac{d^2 z}{dt^2} + \left( g_z(t) - \frac{K}{a^2} \right) z &= 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь  $K = (I/I_0)(2/\beta^3\gamma^3)$  — первеанс;  $I$  — ток пучка;  $I_0$  — характеристический ток пучка, вычисляемый как  $I_0 = (4\pi\epsilon_0 m_0 c^3)/q \approx (1/30)(m_0 c^2/q)$ . Для электронов и ионов  $I_0$  равен, соответственно, 17 кА и 31 (A/Z) МА.

Уравнение огибающей пучка в случае линейного учета эффекта пространственного заряда выглядит следующим образом [106]:

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + ka - \frac{\epsilon^2}{a^3} - \frac{K}{a} = 0. \quad (4.4)$$

Добавочные члены в уравнения движения и эволюционные уравнения огибающих пучка могут отличаться для разных типов распределений частиц [107].

Рассматривая бесконечный в продольном направлении пучок цилиндрической формы с равномерным распределением частиц, движущийся с ультрарелятивистской скоростью (чтобы ограничиться рассмотрением лишь поперечных эффектов пространственного заряда) [108], и применяя закон Гаусса для потока, имеем

$$\oint_s E dS = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad E_r = \frac{\lambda(r)}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.5)$$

Здесь линейная плотность заряда  $\lambda(r) = \lambda_0(r/a)^2$ .

По закону Ампера

$$\oint_l B dl = \mu_0 I, \quad 2\pi r B_\varphi = \mu_0 \beta c \lambda(r), \quad B_\varphi = \frac{\lambda(r)\beta}{2\pi\epsilon_0 c r}. \quad (4.6)$$

Сравнивая (4.5) и (4.6), можно заключить, что

$$B_\varphi = \frac{\beta}{c} E_r. \quad (4.7)$$

Значения компонент электрического и магнитного полей записаны в цилиндрической системе координат. Учитывая (4.7), вычисляем силу, действующую на частицу в поперечном направлении, которая задается уравнением Ньютона–Лоренца

$$F_r(r) = q(E_r - \beta c B_\varphi) = q(1 - \beta^2) E_r = \frac{q}{\gamma^2} \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{r}{a^2}. \quad (4.8)$$

Вычисляя силу, действующую на частицы пучка с гауссовым распределением, будем считать, что плотность заряда задается следующим соотношением:

$$\rho(r, z) = \frac{Q}{(\sqrt{2\pi})^3 \sigma_r^2 \sigma_z} e^{-r^2/2\sigma_r^2} e^{-z^2/2\sigma_z^2}, \quad (4.9)$$

где  $Q$  — заряд пучка.

Напряженность электрического поля в радиальном направлении равна

$$\begin{aligned} E_r(r, z) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_r^2\sigma_z} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \int_0^r e^{-r'^2/2\sigma_r^2} r' dr' = \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \left( \frac{1 - e^{-r^2/2\sigma_r^2}}{r} \right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Для вычисления силы можно применять (4.5) и (4.6). Тогда имеем

$$F_r(r, z) = q(1 - \beta^2) E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{Q}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \left( \frac{1 - e^{-r^2/2\sigma_r^2}}{r} \right). \quad (4.11)$$

Графическое представление сил, описываемых уравнениями (4.8) и (4.11), приведено на рис. 48.

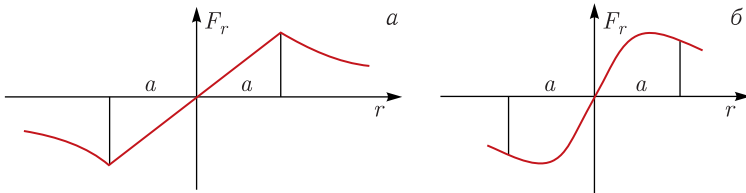


Рис. 48. Зависимость силы пространственного заряда от радиального положения частицы в пучке в случае равномерного распределения (а) и распределения Гаусса (б)

**4.2. Сдвиг частот бетатронных колебаний.** Уравнение движения частицы с учетом сил, действующих внутри пучка, может быть записано как

$$\frac{d(m_0\gamma\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{F}^{\text{SC}}, \quad (4.12)$$

где  $\mathbf{F}^{\text{ext}}$  — результирующая сила внешних полей;  $\mathbf{F}^{\text{SC}}$  — сила пространственного заряда.

Если принять, что энергия не изменяется ( $\gamma$  постоянна), то уравнение (4.12) преобразуется к виду

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{F}^{\text{SC}}}{m_0\gamma}. \quad (4.13)$$

Рассматривая радиальное движение и вводя переменную, отвечающую за частоту вращения, имеем

$$\frac{d^2\Delta r}{dt^2} - \omega_0(r + \Delta r) = \frac{F_r^{\text{ext}} + F_r^{\text{SC}}}{m_0\gamma}. \quad (4.14)$$

Перейдем от интегрирования по времени к использованию пройденного пути в качестве независимой переменной:

$$\frac{d^2\Delta r}{dt^2} = \frac{d^2\Delta r}{d\left(\frac{s}{v_s}\right)^2} = v_s^2 \frac{d^2\Delta r}{ds^2} = \omega_0^2(r + \Delta r)^2 \frac{d^2\Delta r}{ds^2}. \quad (4.15)$$

Здесь ось  $s$  направлена вдоль азимутального движения частицы. С учетом (4.15) уравнение (4.14) трансформируется к виду

$$\omega_0^2(r + \Delta r)^2 \frac{d^2\Delta r}{ds^2} - \omega_0^2(r + \Delta r) = \frac{F_r^{\text{ext}} + F_r^{\text{SC}}}{m_0\gamma}. \quad (4.16)$$

И, учитывая, что  $\omega_0^2(r + \Delta r)^2 = v_s^2$ , имеем

$$v_s^2 \left[ \frac{d^2\Delta r}{ds^2} - \frac{1}{(r + \Delta r)} \right] = \frac{F_r^{\text{ext}} + F_r^{\text{SC}}}{m_0\gamma}, \quad (4.17)$$

$$\frac{d^2\Delta r}{ds^2} - \frac{1}{(r + \Delta r)} = \frac{F_r^{\text{ext}} + F_r^{\text{SC}}}{v_s^2 m_0\gamma}.$$

Будем считать, что радиальное отклонение  $\Delta r$  много меньше радиуса орбиты. Тогда (4.17) можно записать в виде

$$\frac{d^2\Delta r}{ds^2} - \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2}\Delta r = \frac{F_r^{\text{ext}} + F_r^{\text{SC}}}{v_s^2 m_0\gamma}. \quad (4.18)$$

Раскладывая внешнюю силу в ряд Тейлора и ограничиваясь лишь дипольной и квадрупольной составляющими, получаем

$$F_r^{\text{ext}} = -qv_s B_z = -qv_s B_{z0} - qv_s \left( \frac{\partial B_z}{\partial \Delta r} \right)_0 \Delta r - \dots \quad (4.19)$$

Учитывая, что  $qv_s B_{z0} = (m_0 \gamma v_s^2)/r$ , и делая упрощающие преобразования, имеем

$$\frac{d^2 \Delta r}{ds^2} + \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{q}{m_0 v_s \gamma} \left( \frac{\partial B_z}{\partial \Delta r} \right) \right] \Delta r = \frac{F_r^{\text{SC}}}{m_0 v_s^2 \gamma}. \quad (4.20)$$

Вводя переменную  $K_r = 1/r^2 + q/(m_0 v_s \gamma)(\partial B_z/\partial \Delta r)$ , преобразуем уравнение движения (4.20) в

$$\frac{d^2 \Delta r}{ds^2} + K_r \Delta r = \frac{F_r^{\text{SC}}}{m_0 v_s^2 \gamma}. \quad (4.21)$$

Переменная  $K_r$  отвечает за фокусирующие свойства системы и может быть выражена через частоту бетатронных колебаний:

$$K_r = \left( \frac{Q_r}{r} \right)^2. \quad (4.22)$$

Подставляя (4.22) в (4.21), получаем

$$\frac{d^2 \Delta r}{ds^2} + \left( \frac{Q_r}{r} \right)^2 \Delta r = \frac{F_r^{\text{SC}}}{m_0 v_s^2 \gamma}. \quad (4.23)$$

Ограничимся линейным представлением силы пространственного заряда, т. е.

$$F_r^{\text{SC}} = \left( \frac{\partial F_r^{\text{SC}}}{\partial \Delta r} \right)_{\Delta r=0} \Delta r. \quad (4.24)$$

В этом случае уравнение (4.23) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 \Delta r}{ds^2} + \left( \frac{Q_r}{r} \right)^2 \Delta r = \frac{1}{m_0 v_s^2 \gamma} \left( \frac{\partial F_r^{\text{SC}}}{\partial \Delta r} \right) \Delta r. \quad (4.25)$$

Принимая во внимание, что  $m_0 v_s^2 = \beta^2 E_0$  ( $E_0$  — энергия покоя частицы), имеем

$$\frac{d^2 \Delta r}{ds^2} + \left[ \left( \frac{Q_r}{r} \right)^2 - \frac{1}{\beta^2 E_0 \gamma} \left( \frac{\partial F_r^{\text{SC}}}{\partial \Delta r} \right) \right] \Delta r = 0. \quad (4.26)$$

Выражение, стоящее перед линейным членом, характеризует суммарную бетатронную частоту и, соответственно, может быть представлено как  $(Q_r + \Delta Q_r)^2/r^2$ . Если предположить, что изменение частоты  $\Delta Q_r$ , обусловленное действием сил пространственного заряда, мало по сравнению с  $Q_r$ , то можем записать следующее соотношение:

$$\left[ \left( \frac{Q_r}{r} \right)^2 - \frac{1}{\beta^2 E_0 \gamma} \left( \frac{\partial F_r^{\text{SC}}}{\partial \Delta r} \right) \right] = \frac{(Q_r + \Delta Q_r)^2}{r^2} \cong \frac{Q_r + 2Q_r \Delta Q_r}{r^2}. \quad (4.27)$$

Из (4.27) следует, что изменение частоты равно

$$\Delta Q_r = - \frac{r^2}{2\beta^2 E_0 \gamma Q_r} \left( \frac{\partial F_r^{\text{SC}}}{\partial \Delta r} \right). \quad (4.28)$$

Знак «-» в (4.28) указывает на то, что силы пространственного заряда оказывают дефокусирующее действие на пучок. Для цилиндрического пучка длиной  $l_0$  и радиусом  $a$  с равномерным распределением частиц, количество которых  $N_p$ , сила пространственного заряда, действующая на частицу, равна

$$F_r^{\text{SC}} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{q^2 N_p}{2\pi \epsilon_0 l_0} \frac{r}{a^2}. \quad (4.29)$$

Вычисляя производную от (4.29) и подставляя результат в (4.28), получаем

$$\Delta Q_r = - \frac{r^2 q^2 N_p}{4\pi \epsilon_0 a^2 l_0 \beta^2 \gamma^3 E_0 Q_r}. \quad (4.30)$$

Можно упростить выражение (4.30), переписав его с использованием переменной, обозначающей классический радиус иона, равный

$$r_0 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q^2}{E_0}. \quad (4.31)$$

В этом случае для смещения частоты бетатронных колебаний имеем

$$\Delta Q_r = - \frac{r^2 r_0 N_p}{a^2 l_0 \beta^2 \gamma^3 Q_r}. \quad (4.32)$$

Через эмиттанс и ток пучка смещение частоты может быть выражено как

$$\Delta Q_r = - \frac{r_0 a I}{q \beta^3 \gamma^3 c \epsilon_r}. \quad (4.33)$$

Для аксиального движения сдвиг частот описывается формулами, аналогичными (4.32) и (4.33), которые характеризуют смещение частоты независимо для каждой из частиц пучка. Эти сдвиги частот являются некогерентными.



Можно также рассмотреть эффект смещения частот за счет эффекта отражения от стенок апертуры, доступной для проводки пучка. Если считать, что стенки, отстоящие друг от друга на расстояние  $h$ , идеально проводящие и находятся на близком расстоянии от циркулирующего пучка, то соответствующее смещение частот для пучка круглого сечения с равномерным распределением частиц будет следующим [106]:

$$\begin{aligned}\Delta Q_r &= \frac{ar_0 I \pi^2}{qc\beta^3 \gamma 24h^2}, \\ \Delta Q_z &= -\frac{ar_0 I \pi^2}{qc\beta^3 \gamma 24h^2}.\end{aligned}\quad (4.34)$$

Из формул (4.34) видно, что эффект положителен для радиального движения и отрицателен для аксиального. Сдвиг частот обратно пропорционален  $\gamma$  и квадрату расстояния между стенками  $h$ .

Можно также вычислить когерентные сдвиги частот, если предположить, что центр масс пучка сдвинут на расстояние  $x$ , малое по сравнению с радиусом орбиты  $r$ :

$$\Delta Q_{r,z} = -\frac{r_0 a I}{q\beta^3 \gamma cr^2}.\quad (4.35)$$

**4.3. Продольные эффекты пространственного заряда.** В сильноточных циклотронных установках, где силы пространственного заряда пучка доминируют, помимо поперечных эффектов, описанных выше, проявляются и продольные эффекты, основным из которых является формирование особой формы пучка в процессе его ускорения. Пучок в азимутально-радиальной плоскости стремится стать круглым [109, 110]. Эффект может быть объяснен путем рассмотрения механизма действия сил, приложенных к частицам пучка. Допустим, что пучок, имеющий форму эллипса, вращается в изохронном циклотроне против часовой стрелки (рис. 49, а).

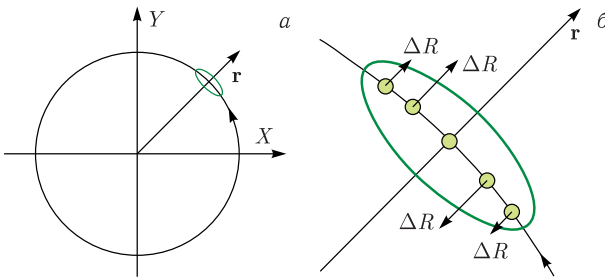


Рис. 49. Радиальное смещение частиц под действием сил пространственного заряда в пучке, вращающемся в циклотроне

Пучок, совершая обороты в магнитном поле, ускоряется. Допустим, что все частицы получают аналогичные наборы энергии за оборот под действием ускоряющего поля ускорителя. Силы пространственного заряда пучка также изменяют энергию частиц. Причем, если частица находится в начале пучка, то направление действия силы пространственного заряда совпадает с направлением скорости пучка (направлением ускоряющего поля ускорителя), т. е. энергия начальных частиц увеличивается по сравнению с энергией центральных частиц. Для частиц, находящихся в конце пучка, ситуация противоположна, и их энергия становится меньше средней энергии. Радиальное положение частицы, вращающейся в магнитном поле, зависит от ее энергии. Частицы с большой энергией располагаются на орбитах большего радиуса. Соответственно, частицы, находящиеся в начале пучка, перемещаются на большие радиусы, а частицы, располагающиеся в конце, переходят на орбиты меньшего радиуса. Такой процесс приводит к трансформации пучка в целом. Если исходить из наиболее вероятного предположения, что частицы в пучке распределены в соответствии с законом Гаусса, то можно заключить, что силы пространственного заряда растут с нулевого значения в центре в направлении периферии, но ближе к концу распределения вновь уменьшаются (см. рис. 48, б). Таким образом, радиальное смещение частиц растет по мере удаления от центра пучка, но, не доходя до его конца, вновь уменьшается. Направление смещения положительно для начальных частиц и отрицательно для конечных (рис. 49, б). В результате пучок начинает трансформироваться, как показано на рис. 50.

Если ускоряется сильноточный пучок и силы пространственного заряда велики, то трансформация пучка продолжается до тех пор, пока он не приобретет круглую форму, которая является устойчивой на протяжении всего дальнейшего ускорения.

Для получения количественной оценки рассматриваемого смещения частиц разложим силу действия пространственного заряда пучка на компоненту  $E_r$ , действующую в радиальном направлении, и компоненту  $E_\theta$ , действующую в азимутальном направлении движения пучка [111]. Смещение частицы после одного вращения в радиальном направлении определяется как

$$\Delta R = \frac{R}{Q_r^2} \frac{\Delta p}{p} = \frac{R}{Q_r^2} \frac{q E_\theta \frac{2\pi}{\omega}}{m R \omega} = \frac{2\pi q E_\theta}{m \omega^2 Q_r^2} = \frac{E_\theta}{Q_r^2 f \langle B \rangle}, \quad (4.36)$$

где  $p$  — импульс частицы;  $\Delta p$  — изменение импульса, определяемое силой  $E_\theta$ ,  $R$  — радиус орбиты;  $Q_r$  — частота радиальных бетатронных колебаний;

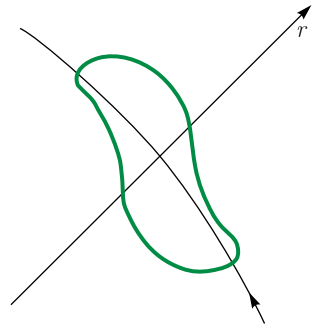


Рис. 50. Трансформированный под действием сил пространственного заряда пучок

$\langle B \rangle$  — среднее магнитное поле;  $m$  и  $q$  — масса и заряд частицы;  $f$  — частота обращения частицы;  $\omega$  — угловая частота обращения.

Из уравнения (4.36) видно, что азимутальная (продольная) компонента силы пространственного заряда заставляет частицы двигаться в радиальном направлении. Отстающие по фазе частицы движутся внутрь, опережающие — наружу. Смещения частиц пропорциональны величине пространственного заряда пучка.

С другой стороны, среднее смещение равновесной орбиты  $\langle x \rangle$  вызывается радиальной компонентой силы  $E_r$  и определяется как

$$\frac{d^2 x}{d\theta^2} + Q_r^2 x = \frac{qE_r}{m\omega^2}, \quad \langle x \rangle = \frac{qE_r}{m\omega^2 Q_r^2}. \quad (4.37)$$

Смещение частицы в продольном направлении за один оборот есть

$$\Delta s = -2\pi \langle x \rangle = -\frac{2\pi q E_r}{m\omega^2 Q_r^2} = -\frac{E_r}{Q_r^2 f \langle B \rangle}. \quad (4.38)$$

Уравнение (4.38) показывает, что радиальная компонента силы пространственного заряда пучка приводит к азимутальному (продольному) смещению частицы. Ближе к «хвосту» пучка смещаются частицы, имеющие больший радиус, к «голове» пучка — частицы, находящиеся на меньших радиусах.

Следуя формулам (4.36) и (4.38), можно выразить смещение частицы, определяемое силой пространственного заряда пучка, следующим образом:

$$\Delta X = \frac{E}{Q_r^2 f \langle B \rangle}. \quad (4.39)$$

Такое выражение для смещения частицы может быть воспринято как движение, перпендикулярное направлению силы пространственного заряда пучка и пропорциональное ей.

## 5. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛОТРОНОВ

Любая ускорительная установка, в частности циклотронная, представляет собой сложную систему. Стоимость создания циклотрона на современном уровне оценивается десятками и сотнями миллионов долларов, а на его проектирование уходят годы. Во времена зарождения и начального развития циклотронов этап их проектирования сводился к практически 100 %-му применению аналитических методов расчета. Затем часто следовало создание натуральных моделей и прототипов, на которых велась проверка работоспособности и эффективности систем. Окончательным этапом было создание установки и длительный этап ее настройки, во время которого, по сути, устранялись

ошибки расчетов и проводилась модификация структуры, иногда радикальная. Со времени появления персональных компьютеров достаточной вычислительной мощности и повсеместного их распространения методы проектирования ускорителей кардинально изменились. Практически ушли в прошлое натурные модели и тестовые установки, и их место заняло компьютерное моделирование, которое прочно обосновалось в ускорительной физике на этапах проектирования и модернизации ускорительных установок. На сегодня численное моделирование является надежным, эффективным и зачастую единственным способом анализа и оптимизации различных систем ускорителей. Аналитические методы расчета по-прежнему используются, но гораздо реже. Сейчас доступно множество программных пакетов, позволяющих проводить расчеты электромагнитных полей любых конфигураций и анализировать динамику частиц с высочайшей точностью, что позволяет получать максимально реалистичные оценки. Поэтому следующим шагом зачастую идет непосредственное создание ускорительной установки.

Следование такой концепции позволяет проектировать ускорительную установку коллективу из небольшого числа участников с высокой степенью эффективности. Сама постановка вопроса о математическом моделировании какого-либо объекта порождает четкий план действий. Его можно условно разбить на три этапа: модель – алгоритм – программа [112].

На первом этапе строится «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства — законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям.

Второй этап — выбор (или разработка) алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов, определяется последовательностью вычислительных и логических операций, которые нужно провести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. Вычислительные алгоритмы не должны искажать основные свойства модели и, следовательно, исходного объекта, быть экономичными и адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых компьютеров.

На третьем этапе создаются программы, «переводящие» модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. К ним также предъявляются требования экономичности и адаптивности. Их можно назвать «электронным» эквивалентом изучаемого объекта, уже пригодным для непосредственного испытания на «экспериментальной установке» — компьютере.

Создав триаду модель – алгоритм – программа, исследователь получает в руки универсальный, гибкий и недорогой инструмент, который вначале отлаживается, тестируется в «пробных» вычислительных экспериментах. После того как адекватность (достаточное соответствие) триады исходному объекту удостоверена, с моделью проводятся разнообразные и подробные «опыты», дающие все требуемые качественные и количественные свойства и харак-

теристики объекта. Процесс моделирования сопровождается улучшением и уточнением (по мере необходимости) всех звеньев триады.

Используемые численные методы и алгоритмы значительно различаются в разных научных центрах. И хотя законы движения заряженных частиц в электромагнитных полях, что, по сути, и представляет собой ускорительная установка, неизменны, разница используемых подходов заключается в количестве упрощений компьютерной модели и в используемых алгоритмах и их адаптациях в виде исполняемых кодов.

Неабсолютная точность численных расчетов на этапе проектирования ускорителя компенсируется работами на этапе ввода установки в эксплуатацию. Поэтому зачастую второй этап требует временных затрат, сравнимых со временем, потраченным на расчеты. С экономической точки зрения целесообразно проводить максимально реалистичные расчеты при проектировании циклотронной установки и минимизировать период, требуемый для шиммирования магнитного поля, получения пучка и вывода его на проектные мощности. Таким образом, востребованы разработка и реализация прецизионных методов моделирования циклотронной установки, базирующихся на проведении анализа динамики частиц с учетом максимально возможного количества особенностей движения ионов, детальном представлении ускорительной установки и проведении таких расчетов не только наиболее точно, но и за приемлемые временные сроки. В данном разделе автором сделана попытка сбора методов и алгоритмов, позволяющих проводить наиболее быстрое и эффективное численное моделирование циклотронных установок.

**5.1. Расчет электромагнитных полей.** Для достижения максимальной реалистичности проводимых расчетов динамики частиц они должны быть проведены с использованием трехмерных распределений электрических и магнитных полей структурных элементов ускорительной установки. Возможно использование измеренных карт полей, если таковые имеются. Однако самый вероятный и распространенный вариант предусматривает проведение расчета электромагнитных полей с помощью одной из множества имеющихся для этих целей профессиональных программ, таких как Opera [113], ANSYS [114], Mermaid [115], КОМПОТ [116], Poisson-Superfish [117], которые позволяют проводить расчет электромагнитных полей в статическом приближении. При расчете высокочастотного поля ускоряющих дуантов нужно принять во внимание тот факт, что амплитуда напряжения в ускоряющем зазоре может иметь определенную зависимость от радиуса, учет которой требуется в некоторых случаях при моделировании зоны ускорения и вывода. Для моделирования высокочастотных ускоряющих систем можно воспользоваться одной из специализированных программ, таких как CST Studio Suite [118], Soprano [119].

Первым этапом работы при расчете электромагнитных полей с помощью названных программ является разработка трехмерной механической модели системы. Эта задача решается за счет детального описания геометрической

формы элементов конструкции. Следующий этап заключается в выборе шага сетки, отдаленности границ области для выставления соответствующих граничных условий, разбиении основной области на подобласти, где наиболее часто будут вноситься изменения в геометрию задачи, и тому подобные операции. При разбиении области расчета следует уменьшать шаг сетки в местах со сложной конфигурацией и малыми размерами механической структуры. Так, при расчете магнитного поля основного магнита следует особое внимание уделять зонам с большими градиентами поля на границе областей «долина–холм» и в области конечного радиуса. При создании модели ускоряющих дуантов целесообразно создать две отдельные модели для центральной зоны, содержащей наконечники, и для зоны ускорения. В первом случае наиболее мелкий шаг конечноэлементной сетки задается в области расположения первых ускоряющих зазоров. Если ведется расчет центральной области, содержащей внутренний источник ионов, то отдельно выделяется область между щелью источника и вытягивающим электродом. Следует обратить внимание на то, что внешняя поверхность плазмы, заполняющей источник ионов, находится под потенциалом источника, поэтому при создании модели источника в программе расчета электрического поля следует ввести «мнимое» заполнение внутренней его части с заданным потенциалом источника [120]. В модели для расчета электрического поля в зоне ускорения целесообразно увеличить количество элементов в области ускоряющих зазоров и уменьшить их количество внутри дуанта. При расчете магнитоэстатических задач использование линейных и квадратичных элементов для расчета поля дает отличные друг от друга результаты. При использовании квадратичных элементов полученное поле является более сглаженным, хотя при этом время, требуемое на один расчет, значительно увеличивается. На сегодня расчеты электромагнитных полей на ЭВМ достигли такой точности, что зачастую не требуется сооружение натурных моделей. При этом с большой точностью можно считать результаты анализа динамики пучка, проведенного в расчетных полях, достоверными.

**5.2. Интегрирование уравнений движения.** Так как в состав ускорительной установки помимо самого циклотрона входят аксиальная (радиальная) линия инжекции и линия транспортировки выведенного пучка, то целесообразно для универсальности проводимых расчетов интегрировать уравнения движения в декартовой системе координат. Движение частицы с зарядом  $q$  в электрическом поле с напряженностью  $\mathbf{E}$  и наложенным на него магнитном поле с индукцией  $\mathbf{B}$  описывается уравнением Ньютона–Лоренца [121]

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \quad (5.1)$$

в котором правая часть представляет собой силу Лоренца. Здесь  $m$  — масса,  $q$  — заряд и  $\mathbf{v}$  — скорость частицы.

Дифференцируя уравнение (5.1), получаем уравнения движения в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned}x'' &= \frac{q}{m} \sqrt{1 - \beta^2} \left[ + \left( 1 - \frac{v_x^2}{c^2} \right) Fx - \frac{v_x v_y}{c^2} Fy - \frac{v_x v_z}{c^2} Fz \right], \\y'' &= \frac{q}{m} \sqrt{1 - \beta^2} \left[ - \frac{v_x v_y}{c^2} Fx + \left( 1 - \frac{v_y^2}{c^2} \right) Fy - \frac{v_y v_z}{c^2} Fz \right], \\z'' &= \frac{q}{m} \sqrt{1 - \beta^2} \left[ - \frac{v_x v_z}{c^2} Fx - \frac{v_y v_z}{c^2} Fy + \left( 1 - \frac{v_z^2}{c^2} \right) Fz \right],\end{aligned}\quad (5.2)$$

где

$$\begin{aligned}Fx &= v_y B_z - v_z B_y + Ex, \\Fy &= v_z B_x - v_x B_z + Ey, \\Fz &= v_x B_y - v_y B_x + Ez,\end{aligned}\quad (5.3)$$

$v_x, v_y, v_z, E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$  — компоненты скорости частицы, напряженности электрического и индукции магнитного полей в декартовой системе координат.

При выводе этих уравнений не было сделано никаких упрощающих предположений, поэтому универсальная программа анализа динамики заряженной частицы может быть основана на их использовании. Методом интегрирования может быть выбран метод Рунге–Кутты 4-го или 5-го порядка точности. В случае использования модельных частиц одного типа (с одинаковым отношением заряда к массе) можно выбрать время в качестве независимой переменной в методе интегрирования. Если же пучок состоит из ионов разного типа, то для удержания в процессе трассировки таких частиц в одном месте пространства, что необходимо для учета сил пространственного заряда пучка, временной шаг должен варьироваться для каждого иона так, чтобы расстояния, пройденные ими за один временной шаг, были равны.

**5.3. Создание модели расчетного пучка.** Для оценки интенсивности пучка и других основных качественных характеристик установки одночастичного приближения недостаточно, и требуется расчет трассировки набора макрочастиц. Вопрос генерации пучка модельных ионов с характеристиками, наиболее приближенными к реальным значениям, требует отдельного рассмотрения. При использовании внешнего источника ионов обычно имеются данные об измерениях поперечных эмиттансов вытягиваемого пучка и энергии ионов. В таком случае достаточно лишь выбрать способ заполнения 6-мерного объема пучка, заданного величиной эмиттансов на его проекциях. Помимо равномерного заполнения распространены две основные модели распределения пучка: гауссово и распределение Капчинского–Владимирского (КВ).

В первом случае заполнение объема пучка ведется отдельно в каждой из двумерных плоскостей — проекциях 6-мерного пространства с плотностью

$$I(x, x') = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{x'^2}{\sigma_{x'}^2}\right)\right], \quad (5.4)$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_{x'}$  — стандартные отклонения распределения в направлениях  $x$  и  $x'$ .

Распределение КВ имеет постоянную зависимость плотности частиц внутри фазового эллипса и задается следующим образом:

$$I(x, x') = \begin{cases} \frac{1}{\pi\varepsilon}, & \text{если } \gamma x^2 + 2\alpha x x' + \beta x'^2 \leq \varepsilon, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (5.5)$$

где  $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$  — твисс-параметры эллипса.

Из анализа плотностей следует, что в 4 среднеквадратичных отклонениях содержится 100 % пучка, распределенного по закону КВ, и 86 % частиц для случая гауссова распределения. При генерации продольного распределения в случае отсутствия зависимости продольной плотности пучка от времени (DC beam) достаточно создать пучок размером в  $360^\circ$  ВЧ и выставить граничные условия равенства нулю сил пространственного заряда пучка в продольном направлении. Если зависимость потока движущихся частиц от времени непостоянна (CW beam), то для более точного расчета сил собственного поля пучка можно сгенерировать пучок длиной в 3 банча ( $3 \times 360^\circ$  ВЧ) и использовать такой пучок при трассировке, а для анализа выбирать средний банч.

При создании начального распределения пучка, инжектируемого из внутреннего источника, следует учитывать зависимость вытягиваемой интенсивности от амплитуды вытягивающего напряжения, которая подчиняется закону Чайлда–Ленгмюра [122]

$$I(\theta) = \text{const} \sqrt{\frac{q}{m}} \frac{U^{3/2} \cos^{3/2}(\theta)}{d^2}, \quad (5.6)$$

где  $q$  — заряд иона;  $m$  — масса иона;  $U$  — амплитуда вытягивающего напряжения;  $\theta$  — фаза ВЧ;  $d$  — эффективное расстояние между щелью источника и вытягивающим электродом, в котором учитывается и электрическое поле, распространяющееся внутрь аксиального зазора электрода. Использование данной зависимости позволяет в некоторой степени учесть действие сил пространственного заряда частиц, распределенных в поверхностном слое плазмы в щели источника. Силы собственного поля пучка оказывают непосредственное влияние на возможность той или иной частицей быть вытянутой



из плазмы. Экспериментальным путем установлено, что зависимость количества инжектируемых частиц от напряжения на вытягивающем электроде подчиняется закону (5.6).

Таким образом, модельное начальное распределение пучка на щели внутреннего источника в простом случае может выглядеть следующим образом (рис. 51):

— области внутри заданных эллипсов на фазовых плоскостях  $(R, P_r)$ ,  $(Z, P_z)$  и в конфигурационном пространстве  $(R, Z)$  заполнены с равномерным распределением;

— в продольном направлении задана зависимость количества модельных частиц от фазы ВЧ вытягивающего напряжения;

— частицы пучка начинают движение в момент времени, соответствующий своей начальной фазе ВЧ.

При анализе распределения пучка в различных точках ускорителя для вычисления его характеристик используется процедура восстановления фа-

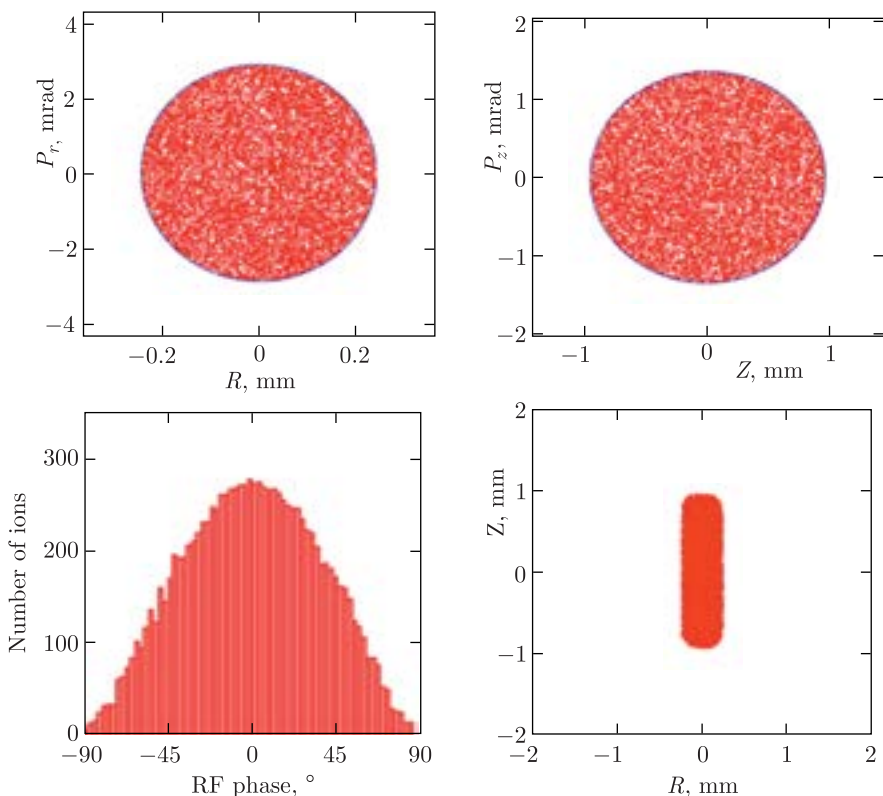


Рис. 51. Начальное распределение частиц на щели внутреннего источника

зового эллипса по известному распределению частиц [123], следуя которой эмиттанс пучка можно вычислить по формуле

$$\varepsilon = 4\sqrt{\langle(x - \langle x \rangle)^2\rangle\langle(x' - \langle x' \rangle)^2\rangle - \langle(x - \langle x \rangle)(x' - \langle x' \rangle)\rangle^2}, \quad (5.7)$$

где  $x$  и  $x'$  — координаты частицы в фазовой плоскости  $(x, x')$ .

Твисс-параметры пучка вычисляются из эмиттанса:

$$\alpha = -\frac{\langle x \cdot x' \rangle}{\varepsilon}, \quad \beta = \frac{\langle x^2 \rangle}{\varepsilon}, \quad \gamma = \frac{\langle x'^2 \rangle}{\varepsilon}. \quad (5.8)$$

**5.4. Формирование магнитного поля. Фазовое движение.** Процесс проектирования циклотрона целесообразно начать с выбора уровня основного магнитного поля. Для современных ускорителей, как правило, исходят из требования минимизации размеров и массы ускорителя. Поэтому при выборе уровня и формы магнитного поля стараются максимально приблизиться либо к границе технических возможностей, либо к физическому пределу устойчивости движения частиц. Так, при создании «теплых» (работающих при комнатной температуре) машин поле выбирается максимально высоким с точки зрения достижимой плотности тока в токопроводе, размеры которого ограничены экономическими соображениями. В сверхпроводящих ускорителях доминируют другого рода ограничители. На первое место здесь при работе в высоких магнитных полях ( $> 3-4$  Тл) выходит ограничение, связанное с трудностью создания ускорителя с растущим по радиусу магнитным полем и обеспечением при этом устойчивого аксиального движения частиц. Такое ограничение связано с тем, что величина магнитного флаттера оказывается недостаточной для компенсации показателя роста среднего магнитного поля. Частично проблему удается решить, используя для создания пространственной вариации магнитного поля спиральные шиммы с большим углом спирали (больше  $60^\circ$ ). Практически реализуемыми оказываются компактные изохронные циклотроны с уровнем поля в центре до 4,5 Тл при использовании спиральных шимм со спиральностью до  $75-80^\circ$ . Как правило, в качестве зависимости угла спирали от радиуса выбирается спираль Архимеда, при использовании которой спиральность растет от центра к конечному радиусу. Существуют, однако, случаи, когда критическим фактором становится малость либо отсутствие аксиальной фокусировки на начальных радиусах. В таких случаях целесообразно использовать логарифмическую зависимость угла спирали от радиуса. Общим ограничением на максимальный уровень магнитного поля в установках, предназначенных для ускорения отрицательных ионов ( $H^-$ ,  $D^-$ ), является величина потерь ионов в процессе ускорения вследствие электромагнитной обдирки, интенсивность которой пропорциональна величине магнитного поля.

При выборе периодичности магнитной структуры руководствуются правилом, при котором величина магнитного флаттера падает с ростом числа

периодов структуры. Так, при небольших конечных энергиях частиц при использовании высокого магнитного поля чаще применяется формирование поля с помощью трех секторных шимм. При создании циклотрона на большие энергии на первый план выходят ограничения, связанные с пересечением опасных резонансов, в основном структурного резонанса  $2Q_r = N$ , где  $N$  — число периода структуры. При этом увеличение номера периода позволяет продвинуться в область больших энергий.

Использование внешней аксиальной инжекции пучка — дополнительное ограничение, накладываемое на верхнюю границу величины магнитного поля в центре, которое связано с трудностью инжекции частиц в ускоритель с помощью спирального электростатического инфлектора. В случае наличия слишком высокого магнитного поля не представляется возможным совершить первый оборот в магнитном поле, не потеряв полностью пучок. При использовании экзотических способов инжекции пучка с помощью спирального инфлектора [124] доступными становятся поля в 4–4,5 Тл.

На начальном этапе выбора магнитной структуры целесообразно использовать методiku, основанную на применении аналитических выражений. По этой методике вычисляется флаттер магнитного поля по формуле (2.36). Затем оцениваются частоты бетатронных колебаний согласно (2.37). Подбором параметров зазоров в холме и долине, а также величины спиральности и азимутального размера секторов добиваются аксиальной фокусировки частиц. В выражениях (2.37) необходимо использовать значение величины спада магнитного поля. Для этого находится радиальная зависимость среднего поля с использованием (2.32) и вычисляется искомый коэффициент спада поля.

Форма магнитного поля выбирается такой, чтобы обеспечить минимальные отклонения фазы ВЧ частицы от требуемого значения, что достигается за счет приближения среднего магнитного поля к изохронному. Чаще всего изохронное поле рассчитывается по процедуре Гордона [61, 125–127], которой достаточно для большинства циклотронных установок. Исключение составляют ускорители с большой величиной вариации магнитного поля, например секторные циклотроны. Для формирования требуемого изохронного поля в таких установках можно использовать следующий алгоритм. На начальном этапе вычисляется радиальная зависимость среднего поля, которая необходима для удовлетворения релятивистского роста массы иона без учета азимутальной вариации магнитного поля с использованием (2.32). Затем проводится оценка начальных параметров магнитной системы (азимутального размера сектора, спиральности, аксиального зазора в холме и долине) по методу, описанному выше. По имеющимся данным создается трехмерная конфигурация и проводится трехмерный расчет магнитного поля. Аксиальный зазор между секторами может быть постоянным. Если стоит задача получения среднего поля со значением коэффициента спада поля  $n$ , близкого к

постоянному на всех радиусах, то аксиальный зазор  $g$  может варьироваться в соответствии с выражением

$$g(r) = g_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{-n}, \quad (5.9)$$

где  $g_0$  — базовый зазор на радиусе  $r_0$ .

После того как проведен расчет поля трехмерной конфигурации, исследователь получает информацию о флаттере и спиральности магнитного поля. Далее для следующего приближения можно использовать процедуру Гордона. Трехмерная структура модифицируется, и делается очередной расчет магнитного поля. Дальнейшие расчеты ведутся в полученном пространственном распределении поля. Вводится разбиение по энергии частиц с некоторым шагом, и с помощью одной из программ трассировки проводится расчет замкнутых орбит для каждого значения энергии иона. После того как замкнутая орбита получена, может быть рассчитана частота обращения частицы на данной орбите, которая равна:

$$f = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{s}. \quad (5.10)$$

Здесь  $f$  — частота обращения иона;  $\tau$  — период обращения;  $v$  — скорость частицы;  $s$  — длина замкнутой равновесной орбиты. Если частота обращения оказывается больше (меньше) изохронной частоты, то магнитное поле умножается на масштабирующий коэффициент меньше (больше) единицы и вновь проводится расчет замкнутой равновесной орбиты. Коэффициент подбирается таким образом, чтобы частота обращения частицы совпала с изохронной. После вычисления величины масштабирования поля рассчитывается характеристический радиус полученной замкнутой орбиты, равный отношению длины орбиты к  $2\pi$ . Алгоритм повторяется для всех энергий. В результате получается набор величин масштабирования магнитного поля на каждом из радиусов (характеристических радиусов, вычисленных на предыдущем шаге). Проводится модификация магнитной системы соответствующим образом. Далее цикл повторяется для достижения случая, когда частота обращения для всех энергий мало отличается от изохронной частоты.

Требуемая величина отклонения среднего поля, полученного расчетным путем, от изохронной кривой зависит от частоты ускоряющей системы, энергетического набора за оборот, ВЧ-размера дуантов и других факторов. Как правило, приходится формировать поле с отклонением от нескольких до 10–20 Гс.

Формирование магнитного поля ведется либо за счет изменения азимутального размера шимм, либо с помощью профилирования аксиального зазора между секторами или полюсами. В циклотронах с несколькими режимами ускорения для формирования изохронного поля предусматриваются корректирующие обмотки. Стандартным исполнением являются концентрические

кольцевые обмотки, расположенные между секторами или полюсами. Иногда обмотки устанавливаются вокруг секторов. В проектах циклотронов для ускорения только одного типа ионов на фиксированную энергию корректирующие обмотки обычно не используются.

При моделировании уже существующей циклотронной установки, предназначенной для ускорения различных типов ионов, используется следующий алгоритм создания расчетной модели. Для выбранного режима работы вычисляются требуемые изохронные поля, в соответствии с которыми проводится перестройка ведущего магнитного поля установки. Формирование требуемого магнитного поля ведется с помощью токов основной и корректирующих обмоток. Поэтому при построении компьютерной модели циклотрона необходимо вычислять наряду с основной картой поля (имеется в виду расчет магнитного поля с включенной только основной обмоткой) и вклады корректирующих обмоток для различных уровней основного магнитного поля. После того как распределения полей получены, проводится сравнение расчетных данных с измеренными значениями, если таковые имеются. Неполное соответствие компьютерной модели циклотрона реально существующей установке, недостаточность данных, неопределенность в кривых намагниченности элементов приводят к тому, что существует несоответствие расчетных полей измеренным данным. Для того чтобы минимизировать эту разницу, вводятся так называемые калибровочные коэффициенты к уровню поля, создаваемого обмотками, которые, как правило, невелики и составляют  $\sim 1-2\%$  от величины тока. После того как калибровка уровня полей от обмоток проведена и получено достаточное соответствие между измеренными и расчетными картами полей, для моделирования конкретного режима ускорения можно использовать значения токов, взятых непосредственно из эксперимента. В таком случае расчет динамики частиц ведется в магнитном поле, соответствующем полю в эксперименте с достаточно хорошей точностью.

При проектировании многоцелевого изохронного циклотрона решаются две основные задачи. Первая состоит в обеспечении необходимого уровня магнитного поля для всех режимов работы. Основной вклад в уровень поля вносит магнитопровод и основная обмотка. Вклад обоих зависит от величины тока в обмотке. Поэтому основная обмотка должна обеспечивать достижимость всех требуемых уровней магнитного поля. На втором этапе выбираются форма и положение корректирующих обмоток. Для обеспечения изохронности магнитного поля на всех радиусах вклады соседних корректирующих обмоток должны накладываться друг на друга. Величина вкладов должна быть достаточна, чтобы обеспечить требуемый градиент суммарного среднего магнитного поля.

Показателем изохронности магнитного поля может служить зависимость фазы ВЧ от радиуса. С вычислительной точки зрения удобно определить

фазу частицы как разность между значением фазы ускоряющего напряжения в момент прохождения частицей ускоряющего промежутка  $\varphi_c$  и оптимальным (требуемым) значением фазы напряжения  $\varphi_0$ . Последняя определяется структурой ускоряющей системы и может быть различной для разных систем. Но общим остается требование на прохождение частицей центральной линии ускоряющего дуанта со значением фазы, близким к  $90^\circ$  (в случае косинусоидальной зависимости ускоряющего поля дуантов от времени). Поэтому разницу фаз ускоряющего напряжения можно вычислять при условии пересечения центральной линии дуанта. Эта разница в первом приближении будет такой же и при пересечении ускоряющего промежутка. Определим набег фазы частицы как  $2\pi f_{rf} t$ , где  $f_{rf}$  — частота ускоряющего напряжения;  $t$  — время, по истечении которого частица достигла рассматриваемой точки (пересекла центральную линию дуанта). В качестве фазы  $\varphi_c$  можно определить дробную часть набег фазы при делении его на  $2\pi$ . В этом случае мы получаем значение фазы, находящееся в диапазоне  $(0; 360)^\circ$ , которое сравнивается с требуемым значением фазы ускоряющего напряжения  $\varphi_0$ . Полученная разница и есть фаза частицы.

Как на практике, так (в общем случае) и в расчетах невозможно добиться точного совпадения реального поля с изохронным. Поэтому имеет место отклонение фаз от заданной величины. Так, например, для типичного «теплого» протонного компактного циклотрона на энергию 30 МэВ [128], если поле сформировано таким образом, что отклонение от изохронного поля на всех рабочих радиусах не более 5 Гс, то это соответствует отклонению фазы ВЧ пучка не более чем на  $5^\circ$  (рис. 52).

Отсутствие флаттера в центральной части циклотрона компенсируется созданием в этой части всплеска магнитного поля, что приводит к двум основным положительным эффектам. Во-первых, среднее магнитное поле становится спадающим по радиусу, что приводит к дополнительной аксиальной фокусировке частиц. Во-вторых, магнитное поле, превышающее изохронное,

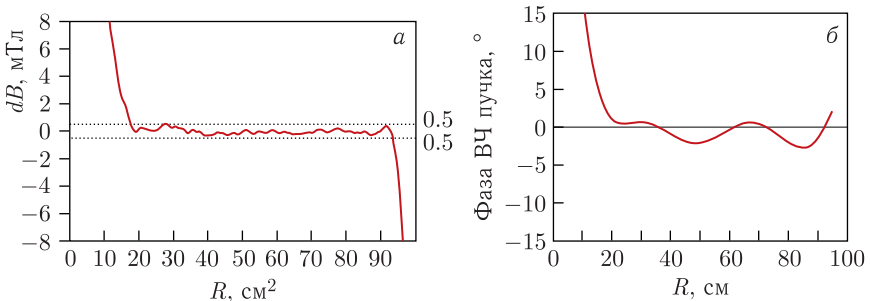


Рис. 52. Отклонение среднего поля от изохронного (а) и фазовое движение центральной частицы пучка в таком поле (б)

приводит к смещению фазы ВЧ пучка в отрицательную сторону. В случае, когда в системе предполагается ускорение на вершине ускоряющей волны, частицы «проходят» первые ускоряющие зазоры при спадающем ускоряющем поле. Затем происходит смещение фазы ВЧ к значениям, при которых частицы пересекают ускоряющие зазоры с оптимальной фазой. Таким образом, создаются условия для дополнительной фокусировки частиц в аксиальном направлении на первых оборотах высокочастотным электрическим полем. В зависимости от конфигурации центральной области циклотрона уровень магнитного поля в центре поднимают на величину от нескольких десятков до нескольких сотен гаусс.

В случае проектирования изохронного циклотрона на небольшую энергию возможно формирование спадающего по радиусу среднего магнитного поля, не имеющего пространственной вариации. Так как конечная энергия мала, то фаза ВЧ пучка не успевает уйти за пределы области, в которой еще осуществляется ускорение. В первую очередь максимальная энергия, которую можно получить в таком ускорителе, зависит от набора энергии частицей за оборот. Так, при наличии одного ускоряющего дуанта и напряжении в 60–70 кВ можно ускорить протоны в спадающем магнитном поле до энергии 9–10 МэВ [129]. При ускорении в сильных магнитных полях, где существует недостаток величины вариации магнитного поля для аксиальной фокусировки частиц, возможно создание растущего среднего магнитного поля с показателем роста поля меньше изохронного. Величина роста поля выбирается такой, чтобы обеспечить аксиальную фокусировку и не допустить при этом ухода фазы ВЧ пучка за пределы области ускорения.

Фазу ВЧ частицы в процессе ускорения можно рассчитать аналитически, используя следующее выражение [61]:

$$\sin \phi(E) = \sin \phi_i + \frac{2\pi h}{qV} \int \left( \frac{\omega_i}{\omega} - 1 \right) dE, \quad (5.11)$$

где  $\phi_i$  — стартовая фаза;  $h$  — гармоника ускоряющего поля;  $q$  — заряд частицы;  $V$  — амплитуда ускоряющего напряжения;  $\omega$  — частота обращения частицы в магнитном поле.

Для вычисления частоты обращения частицы можно в линейном приближении вычислить средний радиус равновесной орбиты [130]:

$$r = R - \frac{\varepsilon^2 R}{2(N^2 - 1 + n)(1 - n)} \left( 2 - \frac{N^2}{2(N^2 - 1 + n)} - n + R \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right), \quad (5.12)$$

где  $R = (m \cdot v)/(q \cdot B)$  — энергетический радиус частицы;  $n = -(dB)/(dR) \times (R)/(B)$  — показатель спада магнитного поля;  $\varepsilon$  — глубина вариации маг-

нитного поля, т. е. отношение амплитуды  $N$ -й гармоники магнитного поля к среднему значению поля на заданном радиусе.

Период обращения частицы на замкнутой орбите определяется выражением

$$T = 2\pi r + \frac{R_a}{N} [\sin(N(2\pi - \text{tg}(\alpha))) + \sin(N \text{tg}(\alpha))], \quad (5.13)$$

$$R_a(r) = \frac{r\varepsilon}{N^2 - 1 + n}.$$

Здесь  $\alpha$  — магнитная спиральность.

**5.5. Проектирование центральной зоны циклотрона.** Центральная зона циклотрона является ключевой с точки зрения формирования пучка частиц, захваченных в режим ускорения. Ее структура определяет поперечные эмиттансы и продольное распределение частиц в пучке. Оптимизация структуры центральной области позволяет получать ускоренные пучки частиц повышенного качества, что в некоторых случаях является определяющим фактором. Примером таких случаев служат установки для медицинских применений. Структурой центра во многом определяется величина амплитуд радиальных бетатронных колебаний частиц. Обеспечение хорошего центрирования пучка за счет грамотного дизайна центральной зоны — одна из важнейших задач при проектировании центральной области. Интенсивность конечного пучка напрямую зависит от эффективности его проводки через центр циклотрона.

Моделирование центра является неотъемлемой частью процесса проектирования циклотрона. На сегодня спроектировано и введено в эксплуатацию множество компактных циклотронов для различных применений. Накопленный при этом богатый опыт позволяет выделить общие приемы по разработке и оптимизации формы, положения и параметров первых ускоряющих зазоров, внутреннего источника ионов и спирального инфлектора и элементов формирования пучка на первых оборотах [131].

На начальном этапе расчетов можно использовать однородное распределение магнитного поля. Такой подход оправдан для области нескольких первых оборотов частиц в циклотроне, где по определению отсутствует заметная пространственная вариация магнитного поля. На следующем шаге расчетов для более корректного анализа динамики частиц, особенно для исследования аксиального движения, необходимо задавать пространственное распределение магнитного поля. Для его расчета достаточно корректно задать граничные условия в подготовленной модели и создать качественную расчетную сетку в методе конечных элементов. В этом случае возможная незначительная неточность задания магнитной структуры приведет лишь к малому отклонению уровня и формы поля, что некритично при проектировании центра и не влияет на общую картину движения частиц.



С другой стороны, подготовка реалистичной модели расчета электрического поля ускоряющей системы чрезвычайно важна, поскольку именно электрическое поле в центре в основном определяет характеристики пучка частиц. В случае использования внутреннего источника ионов необходимо помнить о существовании границы плазмы внутри источника, которая особым образом сформирована в щели источника и имеет потенциал источника. На это нужно обратить пристальное внимание при создании расчетной модели электрического поля, включающей источник. Пучок изначально формируется при прохождении первого ускоряющего зазора, когда энергия частиц мала и любое изменение линий электрического поля приводит к заметному изменению траекторий ионов. Граница плазмы в щели источника может быть трех основных видов: вогнутая, прямолинейная и выпуклая (рис. 53). Невозможно с уверенностью говорить о преимуществе одной из них перед другими. Но очевидно, что в каждом из этих случаев распределение электрического поля в зазоре будет различным и частицы пучка будут по-разному фокусироваться силовыми линиями ускоряющего поля.

Расчетные и экспериментальные данные [120] показывают, что наиболее вероятно такое распределение электрического поля вблизи щели источника, при котором частицы пучка фокусируются непосредственно после выхода из щели (рис. 54). При этом место расположения второго фокуса находится примерно на расстоянии в половину оборота от первого.

При расчете поля данного эффекта можно добиться путем введения в расчетную модель «мнимого» электрода, расположенного во внутренней области источника. Его диаметр может быть меньше внутреннего диаметра источника. При этом потенциал поверхности электрода может варьироваться для достижения нужного эффекта, который оценивается либо по анализу формы эквипотенциальных линий, либо по результатам трассировки частиц. Часто задача решается путем заполнения внутренней области источника неким материалом, на внешней поверхности которого задан потенциал источника (рис. 55). Начальное положение пучка частиц (место начала их движения) при этом задается на некотором расстоянии от поверхности мнимого электрода.

Наиболее часто используемой формой щели источника является случай, когда ее аксиальный размер в несколько раз превышает радиальный. С точки

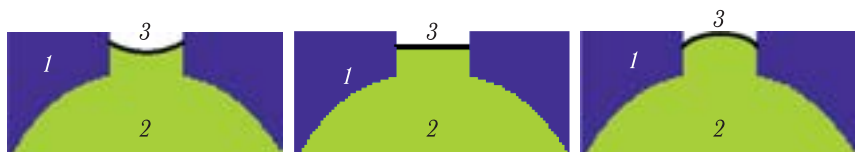


Рис. 53. Возможные формы границы плазмы в щели источника: 1 — источник; 2 — плазма внутри источника; 3 — граница плазмы

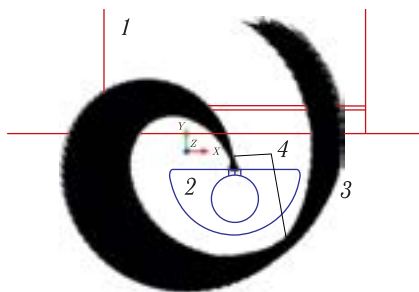


Рис. 54. Траектории частиц пучка на первом обороте: 1 — пуллер; 2 — внутренний ионный источник; 3 — траектории частиц; 4 — положение фокусов пучка

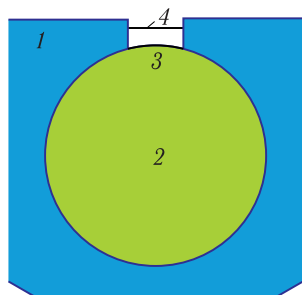


Рис. 55. Задание начальных условий для расчета ускоряющего электрического поля в области внутреннего источника: 1 — источник; 2 — внутренняя область источника, заполненная плазмой; 3 — граница мнимого электрода, на которой задан потенциал источника; 4 — место, с которого начинают движение частицы в расчете

зрения формы электрического поля важны не только размеры щели источника, но и форма фасок. Их оптимизация ведется по величине наклона фаски, которая обычно составляет  $40\text{--}60^\circ$ . При анализе расчетной модели следует обратить внимание на распределение силовых линий вблизи краев щели. В большинстве программных комплексов для расчета поля на границе элемента с острым углом, например на краю щели, вычисленное поле будет иметь всплески, обусловленные вычислительными погрешностями. Поэтому необходимо либо сглаживать края электродов, либо генерировать начальное распределение частиц на некотором расстоянии от такой области. Радиальный и аксиальный размеры щели источника и угол наклона ее фасок непосредственно влияют на величину тока пучка, вытягиваемого из источника, что подтверждается многочисленными расчетами [132] и результатами измерений (рис. 56).

При использовании внешнего источника ионов с аксиальной линией инжекции и спиральным электростатическим инфлектором необходимо предусмотреть построение достаточно подробной конечно-элементной сетки в расчетной модели в основном для области краевых полей инфлектора. Ионы, проходящие через инфлектор, обладают достаточной энергией, и проблема с малыми неопределенностями в распределении электрического поля остро не стоит.

Первоочередной задачей при проектировании циклотронного центра является обеспечение эффективного энергетического набора ионами на первых оборотах. Опубликован ряд работ, посвященных решению данной зада-

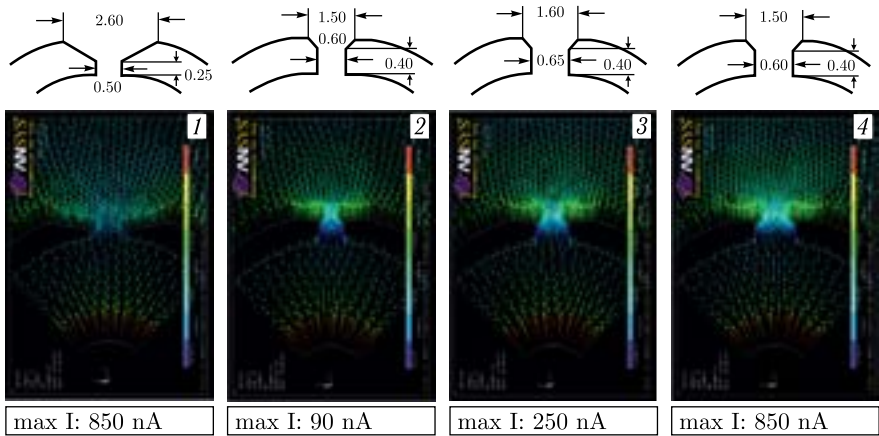


Рис. 56. Результаты расчетов по анализу формы щели внутреннего источника ионов [132], из которых следует, что для вариантов 1 и 4 обеспечивается наилучшая интенсивность вытягиваемого пучка

чи [133–135]. Можно выделить общий способ выбора геометрической структуры центральной зоны, который может быть полезен на начальном этапе моделирования. Алгоритм сводится к выбору положения ускоряющих зазоров дуантов вдоль траектории частицы на основании анализа ее фазового движения. Для примера рассмотрим циклотрон, который предназначен для работы в таком режиме, когда набег фазы ВЧ между двумя последовательными прохождениями ускоряющих зазоров равен  $180^\circ$ . Допустим, что начальная структура выбрана так, что ион соударяется с аксиальным постом на первом обороте по причине недостаточного набора энергии (рис. 57). Задача сводится к изменению структуры ускоряющей системы таким образом, чтобы частица пересекала ускоряющие зазоры в моменты времени, соответствующие максимальному напряжению на дуантах. Для этого необходимо провести анализ фазового движения иона. В данном случае частица достигает

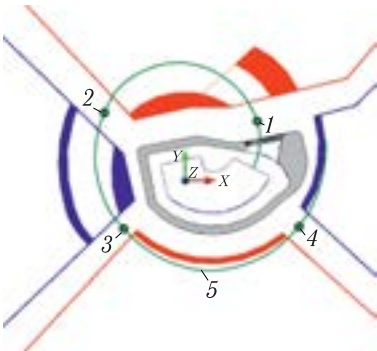


Рис. 57. Конфигурация центральной зоны, в которой ион вследствие недобора энергии соударяется со стенкой структуры: 1/2/3/4 — пересечение ионом первого/второго/третьего/четвертого ускоряющих зазоров; 5 — траектория иона

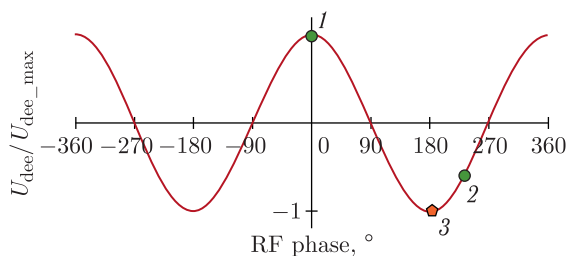


Рис. 58. Зависимость ускоряющего напряжения от фазы ВЧ: 1 — момент пересечения частицей первого ускоряющего зазора; 2 — частица пересекает второй зазор; 3 — желаемое место пересечения частицей второго ускоряющего зазора

второго зазора, имея фазу ВЧ, соответствующую спаду ускоряющего напряжения (рис. 58).

Аналогично вычисляются места положения иона, соответствующие желаемой фазе ВЧ, для каждого из ускоряющих зазоров (рис. 59, *а*). Геометрическая структура модифицируется таким образом, что центры ускоряющих зазоров совмещаются с вычисленными ранее оптимальными положениями частицы (рис. 59, *б*). Следует учесть то, что при изменении структуры одного зазора траектория иона изменяется и ранее вычисленное положение следующего зазора становится неоптимальным. Поэтому требуется проведение итерационного процесса, включающего пересчет распределения электрического поля и динамики частиц. Желательно располагать ускоряющие зазоры так, чтобы они были перпендикулярны траектории частицы, если это возможно.

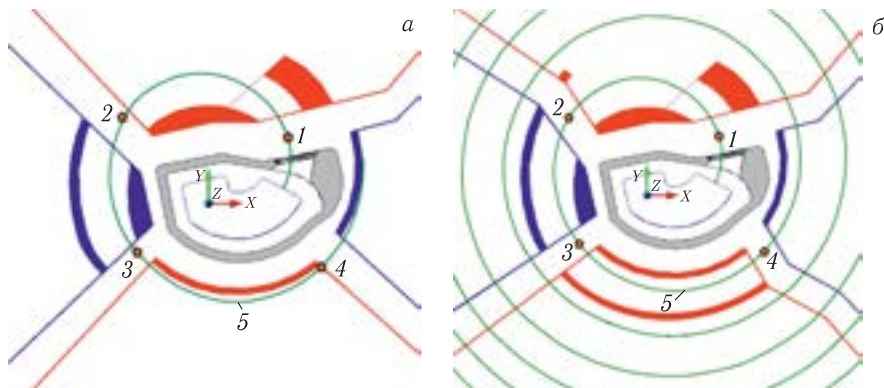


Рис. 59. Указание оптимальных положений частицы на фоне начальной геометрической структуры (*а*) и модифицированная конфигурация ускоряющей системы (*б*): 1/2/3/4 — оптимальные положения иона при пересечении первого/второго/третьего/четвертого ускоряющих зазоров; 5 — траектория иона

Эффективным является также введение в модель дополнительных вертикальных постов, расположенных на границах зазоров и формирующих электрическое поле в них.

Обеспечение максимально возможного коэффициента проводки пучка (эффективности трансмиссии) через центральную зону является одной из основных задач при проектировании циклотронной установки. Следует учитывать различные факторы, влияющие на движение частиц. Радиальные потери пучка в основном определяются недостаточным набором энергии при прохождении ускоряющих зазоров. Аксиальное поведение частиц зависит от фокусировки как электрическим, так и магнитным полями. Конструкция центральной зоны, как правило, требует наличия различных постов, соединяющих верхнюю и нижнюю части ускоряющей системы и пересекающих медианную плоскость ускорителя. Решение задачи оптимизации положения и формы этих постов направлено на уменьшение количества потерь полезной части пучка (ионов, предназначенных для дальнейшего ускорения) и определенной локализации мест, где ионы, получившие недостаточный энергетический набор, соударяются с элементами системы. При этом следует понимать, что модификация геометрической структуры в области первых ускоряющих зазоров ведет к изменению распределения электрического поля, что требует его пересчета после внесения изменений в структуру. Эффект особенно заметен при оптимизации формы пуллера, который задает начальные параметры траекторий частиц на первых оборотах [136]. На стенках пуллера обычно «гибнет» большая часть частиц. Изменение радиального и аксиального зазоров пуллера ведет к изменению как энергетического набора, так и направления движения частиц. Аксиальная апертура пуллера влияет также на аксиальную фокусировку ионов. При этом эффективным может быть как уменьшение, так и увеличение величины зазора, которая должна подбираться индивидуально для каждой конкретной центральной зоны.

На аксиальное движение частиц в области первых оборотов большое влияние оказывает ускоряющее электрическое поле. Оно может как фокусировать частицы, пересекающие ускоряющий зазор при спадающем напряжении на ускоряющих дуантах, так и расфокусировать ионы в случае растущего напряжения. Поэтому необходимо так проектировать центральную зону, чтобы пучок максимальное количество раз пересекал ускоряющие зазоры при спадающем ускоряющем напряжении [137].

В случае использования внешней инжекции ионов и спирального инфлектора амплитуды аксиальных колебаний частиц во многом зависят от уровня оптимизации структуры инфлектора, который должен обеспечивать оптимальный вход центральной частицы в медианную плоскость. Траектория иона должна пересекать медианную плоскость под минимальным углом. При соблюдении данного критерия имеет место совпадение траектории центральной частицы с теоретической центральной линией инфлектора. Наличие

краевого электрического поля на входе и выходе инфлектора увеличивает его эффективную длину. При этом траектория иона отклоняется от центральной линии инфлектора, что приводит к росту амплитуд аксиальных колебаний частиц в процессе ускорения. Проблема решается методом укорачивания электродов инфлектора. Обычно величина обреза составляет несколько миллиметров на входе и несколько градусов в системе координат инфлектора на выходе (рис. 60). Выбор величины обреза электродов производится на основе трассировки ионов через трехмерное поле инфлектора и представляет собой итерационный процесс расчета поля и динамики частиц. Важно, что данная процедура должна проводиться в присутствии электрического поля ускоряющих дуантов, так как их поле кардинальным образом влияет на движение частицы на выходе из инфлектора. Также на искомую величину оказывает влияние геометрическая структура частей, окружающих инфлектор и изменяющих распределение электрического поля в области движения частиц. Поэтому оптимизация инфлектора должна осуществляться при наличии всех основных окружающих его частей. Окончательная корректировка аксиальных колебаний частиц может быть проведена с помощью малого аксиального перемещения инфлектора.

Радиальные потери частиц в установках со спиральным инфлектором во многом зависят от энергии инжекции пучка. Увеличение начальной энергии иона ведет к увеличению радиуса его орбиты. Однако при этом растут радиальные размеры спирального инфлектора и, как следствие, размеры инфраструктуры, которую иону требуется обогнуть на первом обороте. При уменьшении энергии инжекции ситуация противоположная. Расчетным путем можно убедиться в том, что оптимальным случаем с точки зрения минимизации радиальных потерь пучка является такой режим работы, при котором энергия инжекции меньше амплитуды ускоряющего напряжения на дуантах.

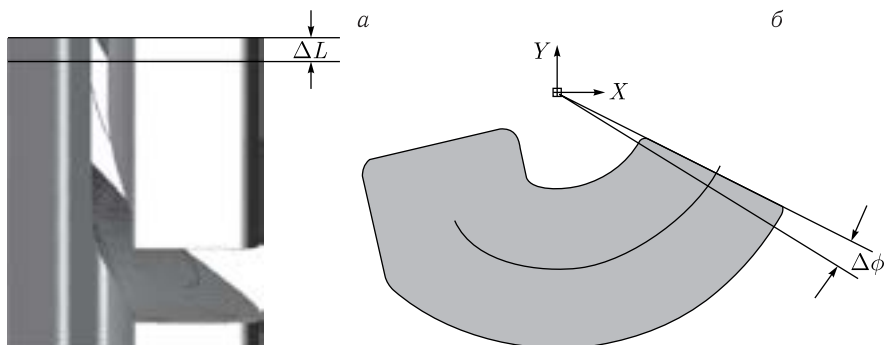


Рис. 60. Направления укорачивания электродов спирального электростатического инфлектора на входе (а) и выходе (б) для согласования его эффективной длины с величиной, рассчитанной аналитическим методом

В таком случае размеры структуры центра минимальны, а частица, проходя первые ускоряющие промежутки, значительно увеличивает радиус своей орбиты. Поэтому в условиях ограниченного ускоряющего напряжения целесообразно уменьшать энергию инжекции.

Назначение значительной части циклотронов диктует особые требования к качеству пучка после прохождения центральной области. Система селекции пучка на первых оборотах обычно состоит из набора фазовых щелей, устройств модуляции интенсивности, элементов фокусировки пучка и различных коллиматоров. Количество фазовых щелей, образуемых несколькими аксиальными постами, может варьироваться от одной до трех-четырех. Они предназначены для выделения определенного радиального размера пучка, который непосредственно связан с его фазовым размером. В оптимальном случае система фазовых щелей должна обеспечивать возможность выборки фазового диапазона от нескольких градусов ВЧ до максимально возможного размера, определяемого аксептансом центральной области ускорителя. Выбор формы и мест расположения элементов определяет их функциональность и удобство использования. Можно выделить несколько простых рекомендаций, которые могут быть полезны при проектировании параметров фазовых щелей:

- щель наиболее функциональна, если установлена в месте наибольшего радиального размера пучка;
- чем ближе к центру установлено устройство, тем оно эффективнее и тем меньше радиационные потери на нем;
- если щелей несколько, то целесообразно располагать их на разных оборотах и азимутально с разницей в половину периода системы, например в холме и долине;

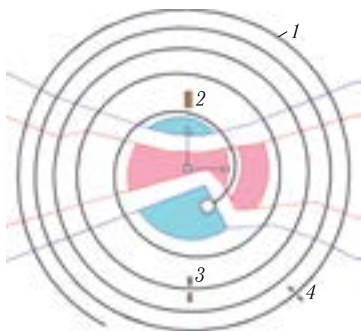


Рис. 61. Возможное расположение фазовых щелей в центральной области циклотрона: 1 — траектория центрального иона; 2, 3, 4 — первая/вторая/третья фазовые щели

- элементы должны быть установлены вдали от ускоряющих зазоров, например вдоль центральных линий пространства между дуантами (рис. 61).

Эффект от использования фазовой щели можно оценить, анализируя фазовый аксептанс центральной зоны (диапазон начальных фаз ВЧ частиц, захваченных в режим ускорения). Допустим, что исследуется циклотрон с внутренним источником. В этом случае фазовый аксептанс центра, как правило, состоит из частиц, начальные фазы ВЧ которых не выходят за рамки диапазона  $(-90; 20)^\circ$ , если мы говорим о случае, когда максимальное вытягивающее напряжение приходится на фазу  $0^\circ$  (косинусо-

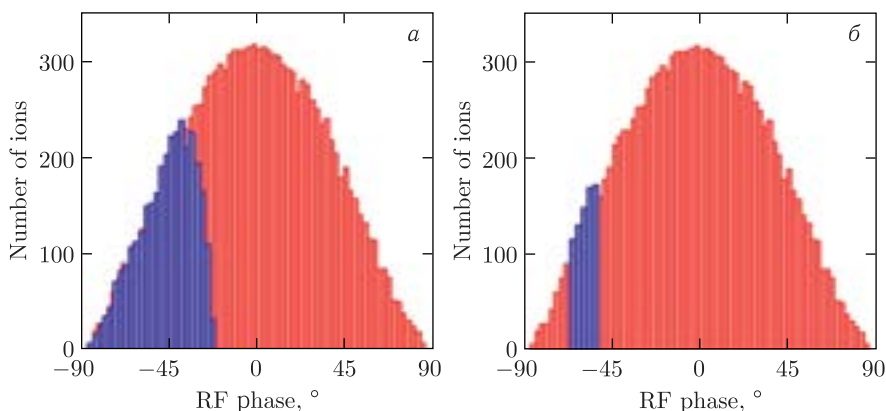


Рис. 62 (цветной в электронной версии). Фазовый акцептанс центральной зоны (показан голубым на фоне распределения, вытягиваемого из источника) без использования фазовых щелей (*а*) и в случае, когда набором фазовых щелей выделяется 15-градусный банч (*б*)

идальная зависимость от времени) (рис. 62). Тогда, установив щели и варьируя их размер (радиальное расстояние между вертикальными постами), можно изменять фазовый акцептанс центра и выделять необходимый фазовый размер пучка.

Более тщательная оптимизация положения и размеров щелей может быть проведена согласно следующему алгоритму. Генерируются два начальных распределения частиц. Первый пучок содержит ионы, имеющие стартовые фазы из фазового диапазона, который требуется выделить фазовыми щелями. Второй пучок содержит частицы, имеющие все фазы, за исключением тех, которые содержатся в первом пучке. С помощью программы анализа динамики частиц проводится трассировка последовательно обоих пучков через центральную зону, которая еще не содержит фазовых щелей. Анализируется распределение частиц при пересечении возможного азимута расположения первой щели. Критерием оптимальности радиального расположения щели на выбранном азимуте является случай, когда имеет место минимальное перекрытие между частицами, которые необходимо выделить, и оставшейся частью пучка (рис. 63). Аналогичная процедура повторяется для всех оставшихся щелей при условии, что пучки пропускаются через структуру, уже содержащую предыдущие фазовые щели, и частицы, соударяющиеся с их стенками, выпадают из дальнейшего движения.

Поскольку траектория частицы на первых оборотах определяется геометрической структурой центральной области, то важно на начальном этапе проектирования оценить минимально возможные размеры ускоряющих зазоров. Последующая техническая проработка концептуального проекта и изме-



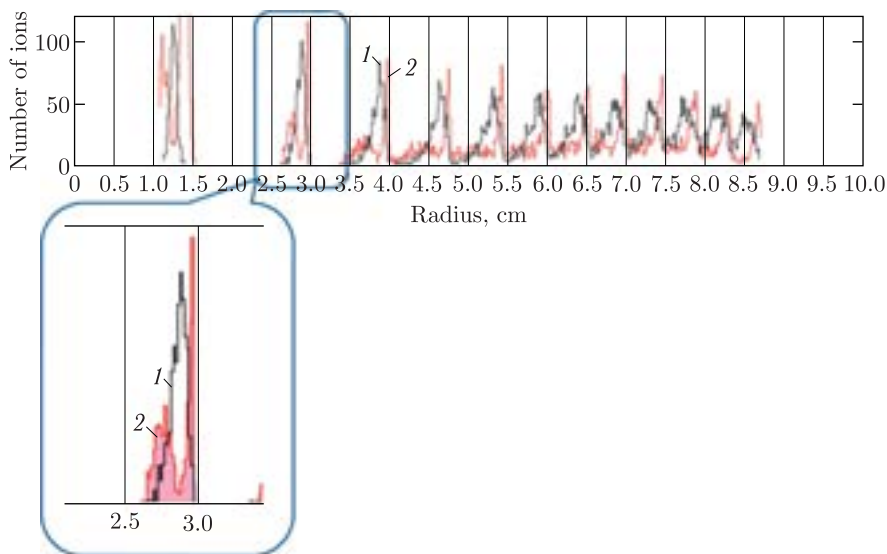


Рис. 63 (цветной в электронной версии). Распределения частиц в азимутальной плоскости расположения фазовой щели. Выделен оптимальный диапазон радиусов для установки щели. Часть ионов, которые необходимо выделить, показана черным (1), а распределение частиц, которые необходимо отсечь, показано красным цветом (2)

рения на прототипах выявят проблемные места с точки зрения пробоев, если величины зазоров выбраны неверно. В этом случае последует модификация структуры центральной зоны. Многие годы исследователи руководствовались полуэмпирической формулой, именуемой критерием Килпатрика [138]:

$$f(\text{МГц}) = 1,64 E(\text{МВ/м})^2 e^{-8,5/E(\text{МВ/м})}. \quad (5.14)$$

Расчет по данной формуле дает зависимость частоты, с которой работает ускоряющая система, от напряженности электрического поля в зазоре. Однако с развитием техники обработки поверхностей, характеристик рабочего вакуума и других техник, влияющих на величину пробойной прочности, практически во всех современных ускорительных установках осуществляются режимы работы с превышением напряженности электрического поля, получаемой из базовой формулы. Электрическая прочность вакуумного зазора постоянно изучается, в основном экспериментальным путем. Значения, полученные на различных установках, имеют достаточно большой разброс и зависят от конкретных условий проведения эксперимента. Существуют примеры достижения напряженностей электрического поля, в десятки раз превышающих критерий Килпатрика. Тем не менее требование надежности работы циклотрона приводит к тому, что прослеживается общая граница максималь-

ной напряженности в ускоряющих зазорах в центральной области ускорителя, в 1,3–1,4 раза превышающая критерий Килпатрика.

**5.6. Орбитальная устойчивость. Центрирование.** Частоты бетатронных колебаний можно рассчитать, используя приближенные аналитические выражения (2.37). Другой способ оценки частот, основанный на трассировке частиц, может быть реализован, например, с помощью известного алгоритма программы *Suclors* [61]. Использование описанных способов дает схожие результаты расчета частот вплоть до конечных радиусов, где имеет место некоторое различие. Это обусловлено тем, что орбиты ионов частично попадают в зону краевого магнитного поля установки, что приводит к изменению эффективного градиента поля на орбитах и, соответственно, изменению динамических характеристик орбит.

Альтернативным способом расчета частот бетатронных колебаний является метод, следующий классическому определению как количеству колебаний относительно равновесной орбиты за один оборот, совершенный частицей в магнитном поле. Следуя сказанному, достаточно с помощью любой из программ трассировки частиц найти равновесную орбиту. Затем от стартовых координат равновесной орбиты задается малое отклонение по радиусу (аксиальной координате) или радиальному (аксиальному) углу и путем трассировки частицы вычисляется дополнительная траектория. После этого для расчета, скажем, радиальной бетатронной частоты достаточно вычесть из координат орбиты с начальным отклонением по радиусу координаты равновесной орбиты и вычислить количество полученных колебаний. Аналогично вычисляется частота  $Q_z$ . Для того чтобы уменьшить погрешности в вычислении частот данным методом, желательно при вычислении орбит совершить несколько десятков оборотов в магнитном поле, на количество которых нужно поделить полученное количество бетатронных колебаний. Такой способ хорош тем, что при его использовании автоматически учитываются нелинейности магнитного поля.

Конечной целью расчета частот бетатронных колебаний является анализ движения рабочей точки на операционной диаграмме. Магнитная система конструируется таким образом, чтобы рабочая точка находилась вдали от линий опасных резонансов.

Существуют несколько способов вычисления амплитуд радиальных колебаний частицы в процессе ускорения. Так, численно величину амплитуд можно вычислить следующим образом [139]. В процессе ускорения при пересечении модельной частицей выбранного азимута в массив памяти заносятся координаты точки пересечения и скорости частицы. Затем каждый такой отсчет становится стартовыми данными для расчета траектории частицы. При этом ускоряющее напряжение не учитывается, и частица, стартуя с ускоренной орбиты, совершает обороты в магнитном поле, не увеличивая при этом свою энергию. При совершении оборотов частица описывает эллипс в про-

странстве ( $r; pr$ ) (Eigen ellipse [136]). Максимальное значение радиальных положений на полученном эллипсе характеризует бета-функцию (см. рис. 31) и равно величине огибающей бетатронных колебаний на данном азимуте. Теоретически для того, чтобы радиальный размер эллипса совпадал с амплитудой бетатронных колебаний, азимут его вычисления должен быть распложен в месте максимума бета-функции. В этом случае эллипс будет каноническим, и его  $r$ -полуось точно определяет значение амплитуды. В численных расчетах можно ограничиться тем, что построение фазового эллипса проводится на нескольких азимутах, отстоящих друг от друга, например, на четверть периода магнитной системы. Среди них выбирается эллипс, отклонение радиальных координат на котором максимально. Это значение принимается за величину амплитуды. Такое приближение достаточно точно, так как азимутальная вариация огибающей бетатронных колебаний в большинстве циклотронных установок относительно мала.

Альтернативным является метод, который основан на вычислении в процессе ускорения в каждой точке ускоренной орбиты мгновенных окружностей, касательной к которым является траектория [140]. Центры таких окружностей в зависимости от кривизны орбиты осциллируют относительно геометрического центра ускорителя. Очевидно, что в ускорителе без азимутальной вариации поля, где орбиты частиц представляют собой окружности, положение центров мгновенных окружностей для идеально центрированной орбиты совпадают с центром системы. В циклотронах с пространственной вариацией магнитного поля центры мгновенных окружностей будут вырисовывать  $2N$ -конечную фигуру (рис. 64), где  $N$  — это периодичность магнитной системы (количество секторов). Форма фигуры объясняется тем, что радиус кривизны орбиты дважды за период проходит через экстремумы (минимум в холме и максимум в долине). Если траектория центрирована, то центр масс полученной фигуры совпадает с геометрическим центром магнитной системы. Данный метод направлен на вычисление именно отклонений центров мгновенных орбит от геометрического центра системы, а не амплитуды колебаний частиц относительно замкнутой равновесной орбиты. Для большинства случаев эти величины эквивалентны. Но возможны структуры, где это не так, например, магнитное поле, в котором присутствует первая гармоника, и для иона можно найти равновесную замкнутую орбиту. В этом случае магнитный центр системы не совпадает с геометрическим. Но в алгоритме используется именно вычисление отклонений центров мгновенных окружностей относительно геометрического центра. Поэтому в таком поле центр фигуры будет смещен за счет смещения магнитного центра системы, но не за счет наличия бетатронных колебаний. Поэтому необходимо использование дополнительного алгоритма учета смещения замкнутой равновесной орбиты. Описанный же выше метод анализа фазового эллипса позволяет избежать этих трудностей, так как автоматически учитывает смещение магнитного центра системы.

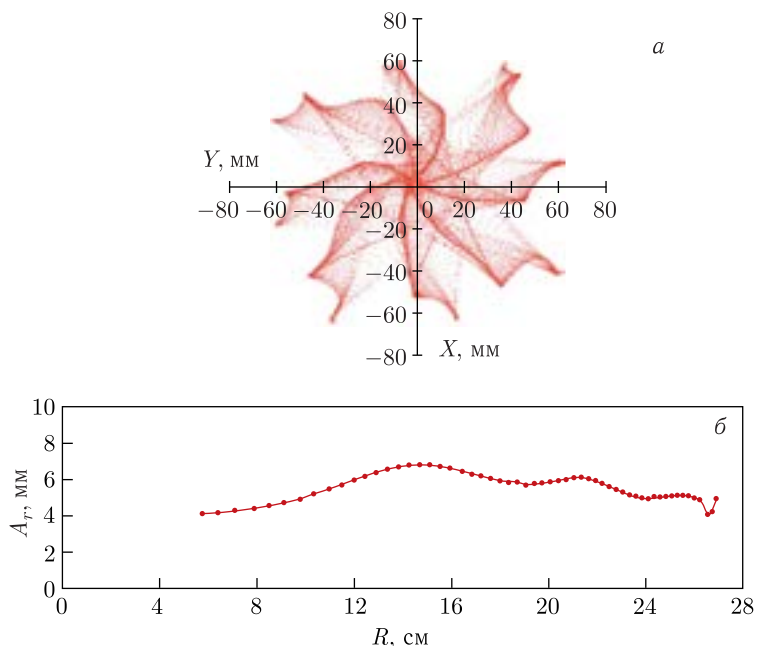


Рис. 64. Результат численного расчета амплитуд радиальных бетатронных колебаний с использованием метода анализа центров масс мгновенных окружностей (а) и способа анализа фазового эллипса (б). Расчеты проведены для ускоренной орбиты на всех радиусах для четырехсекторного циклотрона

Центрирование пучка является наиважнейшей характеристикой процесса ускорения в циклотроне. Амплитуды радиальных бетатронных колебаний частиц на конечном радиусе непосредственно влияют на эффективность вывода пучка из вакуумной камеры ускорителя. Коррекция радиальных амплитуд может быть проведена с помощью введения искажений магнитного поля, например первой гармоники на начальных радиусах. Но определяющий вклад в величину центрирования вносит конфигурация центральной области циклотрона. Изменение положения и формы ускоряющих зазоров ведет к изменению траектории частицы, а следовательно, и величины ее центрирования. При этом достаточно проводить оптимизацию структуры центра, анализируя лишь поведение центральной частицы пучка. Минимизация колебания центрального иона относительно ускоренной равновесной орбиты (когерентных колебаний пучка) ведет как к уменьшению бетатронных радиальных колебаний частиц, так и к некоторому уменьшению некогерентных колебаний частиц в пучке. В случае использования внутреннего источника ионов на величину центрирования орбиты, кроме положения источника, влияют также положения первых ускоряющих зазоров и напряжение на ускоряющих элек-

тродах. При использовании внешней инъекции ионов в циклотрон электростатический спиральный инфлектор, который переводит пучок частиц из аксиальной (в ряде случаев горизонтальной) плоскости в горизонтальную (аксиальную), определяет параметры траектории инжектируемой частицы. Именно конструкция инфлектора на начальном этапе во многом влияет на величину отклонения траектории частицы от централизованной орбиты. Соответствующим подбором геометрии инфлектора и величины напряжения на его пластинах можно изменять величину центрирования. Значение фазы ВЧ, при которой частица проходит первые ускоряющие зазоры, также непосредственно влияет на величину амплитуд ее свободных колебаний. Основным определяющим фактором здесь является геометрия центральной части ускоряющих электродов.

Для того чтобы определить оптимальную структуру центральной области, иногда используется так называемый backward tracking [141]. Суть метода состоит в следующем. Вычисляется замкнутая равновесная орбита вблизи конечного радиуса. На больших радиусах она практически совпадает с равновесной ускоренной орбитой. С координат найденной орбиты начинается движение частица, энергия которой определяется в соответствии с ее энергетическим радиусом. Для определенности можно в качестве стартового положения использовать азимут, на котором известна фаза ВЧ частицы, например, с центральной линии ускоряющего дуанта. Направление магнитного поля и напряжение на ускоряющих электродах меняют знак, и частица с уменьшением энергии приходит в центральную зону ускорителя. Таким образом, моделируется процесс замедления частицы, имеющей хорошо центрированную ускоренную орбиту. Исследователь получает искомую траекторию вплоть до первых оборотов в центральной зоне циклотрона, которая может служить визуальным ориентиром при оптимизации структуры. Замкнутую равновесную орбиту для моделируемого иона можно вычислить, зная распределение магнитного поля [142]. Существуют работы, посвященные автоматическому подбору параметров центральной зоны с целью получения хорошего центрирования пучка [143]. Входными параметрами в данных алгоритмах являются характеристики ускоряемого иона и заданное распределение магнитного поля.

Амплитуды свободных радиальных колебаний частиц находятся в определенной зависимости от соотношения энергии и радиуса инъекции ионов. Радиус орбиты частицы на первом обороте должен располагаться как можно ближе к ее энергетическому радиусу  $R = (m \cdot v)/(q \cdot B)$ .

Эффективным способом управления величиной когерентных колебаний пучка в процессе ускорения является вариация напряжений на ускоряющих дуантах. Вводя малую асимметрию амплитуд напряжений на дуантах, возможно в разы уменьшить величину амплитуд радиальных бетатронных колебаний частиц. В циклотронах с внутренним источником ионов для улучшения центрирования также можно варьировать радиальное положение источника.

Гармонические обмотки, расположенные в центральной области циклотрона, могут быть использованы в качестве инструмента для улучшения центрирования. Вводя гармоники магнитного поля (обычно первую) в центре ускорителя, влияют на величину когерентных амплитуд радиальных колебаний частиц в процессе ускорения.

**5.7. Расчет пространственного заряда пучка.** Электромагнитное поле в ускоряющей системе можно представить как суперпозицию внешних полей и поля собственного заряда ускоряемых частиц. При расчете динамики пучка в современных сильноточных ускорителях недостаточно одночастичного приближения, при котором учитывают только внешние поля. Необходим учет эффектов пространственного заряда ускоряемого пучка.

Силы пространственного заряда в циклотроне можно разделить на силы поперечного и продольного действий в соответствии с направлением движения частиц. Поперечные силы пространственного заряда доминируют на низких энергиях в центре установки и в основном ослабляют аксиальную и радиальную фокусировки частиц. Продольные силы увеличивают энергетический разброс в пучке, который препятствует разделению орбит, необходимому для эффективного вывода пучка из камеры ускорителя [144, 145]. В изохронных циклотронах с высокой интенсивностью эффекты увеличения размера пучка, вызванные продольной компонентой пространственного заряда, явно превосходят эффекты поперечной компоненты.

Так как учет сил пространственного заряда способом непосредственного вычисления сил, действующих на частицы (метод Particle to Particle), требует слишком много вычислительных затрат, появился целый ряд моделей, используемых для численных расчетов собственного поля пучка. Каждая из таких моделей имеет свои недостатки, и точность вычислений ограничена требованием приемлемого времени расчета эффекта. Наиболее распространенной численной моделью является модель Particle in Cell (частица в ячейке) [146]. В данном методе используется формализм близкодействия и уравнения поля для потенциала. В результате сила вычисляется гораздо быстрее, но обычно менее точно, чем при использовании метода Particle to Particle. Полевые величины, определенные во всем пространстве физической системы, приближенно представляются значениями в регулярно расположенных узлах сетки, которая охватывает область, занимаемую частицами. Дифференциальные операторы, такие как лапласиан  $\nabla^2$ , заменяются конечно-разностными аппроксимациями на этой сетке. Потенциалы и силы в месте расположения частицы вычисляются посредством интерполяции по массиву сеточных значений. Сеточные плотности рассчитываются с помощью обратной процедуры раздачи характеристик частицы (например заряда) в ближайшие узлы сетки для того, чтобы получить сеточные значения (например плотность заряда). Расчет силы в методе состоит из трех этапов:

- 1) раздача заряда на сетку;
- 2) решение на этой сетке уравнения Пуассона;
- 3) вычисление сил по сеточному потенциалу и интерполяция сил в точке расположения частиц.

Методы Particle in Cell характеризуются тем, что эволюция системы частиц на каждом временном шаге разбивается на два этапа. На одном из них при фиксированном положении частиц предварительно вычисляется результат их взаимодействия. Расчет ведется на неподвижной («эйлеровой») сетке. Поэтому этот этап называется эйлеровым. На другом, лагранжевом, этапе выполняется интегрирование на очередной временной шаг динамической системы, правая часть которой вычисляется на эйлеровом этапе.

Если заданы потенциалы на границах и распределение плотности заряда внутри расчетной области (области пространства, охватываемой вычислительной моделью), то уравнение Пуассона полностью определяет потенциал

$$\nabla^2 \varphi = -\rho/\varepsilon_0, \quad (5.15)$$

где  $\varphi$  — потенциал;  $\rho$  — плотность заряда.

Для того чтобы представить уравнение (5.15) в удобной для численного решения форме, необходимо воспользоваться конечными разностями. Производная в одномерном случае определяется выражением

$$\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x + h/2) - f(x - h/2)}{h} \right\}. \quad (5.16)$$

В конечно-разностной аппроксимации шаг сетки  $h$  не устремляется к нулю, а принимает некоторое конечное значение, которое выбирается из соображений достаточной точности и приемлемых вычислительных затрат. Плотность заряда, потенциал и электрические поля представляются набором значений, расположенных с постоянным шагом  $h$  во всей расчетной области. Точки, в которых записываются величины, являются узлами сетки.

В результате конечно-разностные уравнения для поля и напряженности приобретают вид

$$\frac{\varphi_{p+1} - 2\varphi_p + \varphi_{p-1}}{h^2} = -\frac{\rho_p}{\varepsilon_0}, \quad E_p = \frac{\varphi_{p-1} - \varphi_{p+1}}{2h}. \quad (5.17)$$

Пусть одномерный аналог плотности заряда имеет вид

$$\rho(x) = \sum_{j=1}^{N_p} q_j R(x - x_j), \quad (5.18)$$

где  $q$  — заряд частицы, суммирование ведется по всем частицам, находящимся в расчетной области.

Простой пример одномерного ядра:

$$R(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta}, & |x| \leq \Delta, \\ 0, & |x| > \Delta. \end{cases} \quad (5.19)$$

Ядро в формуле (5.19) описывает частицу шириной  $2\Delta$  с равномерным распределением плотности. Плотность, полученная по формуле (5.18), будет в этом случае кусочно-постоянной функцией. При  $\Delta = \hbar/2$  это ядро соответствует одномерной модели PIC.

Значения  $\rho_\alpha$  в узлах сетки определяются с помощью формулы

$$\rho_\alpha = \sum_{j=1}^{N_p} q_j \bar{R}(x_\alpha - x_j), \quad (5.20)$$

где сеточное ядро есть

$$\bar{R}(x_\alpha - x_j) = \frac{1}{h} \int_{x_\alpha - h/2}^{x_\alpha + h/2} R(x - x_j) dx. \quad (5.21)$$

Для точечной частицы с сингулярным ядром  $R(x - x_p) = \delta(x - x_p)$ , где  $x_p$  — положение частицы, получаем

$$\begin{aligned} \bar{R}(x_\alpha - x_p) &= \frac{1}{h} \int_{x_\alpha - h/2}^{x_\alpha + h/2} \delta(x - x_p) dx = \\ &= \frac{1}{h} \int_{x_\alpha - x_p - h/2}^{x_\alpha - x_p + h/2} \delta(y) dy = \begin{cases} \frac{1}{h}, & |x_\alpha - x_p| \leq \frac{h}{2}, \\ 0, & |x_\alpha - x_p| > \frac{h}{2}. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Это ядро представляет одномерную NGP-модель (Nearest Grid Point Model).

В формуле (5.20) суммирование проводится по всем частицам. Однако вклад в сеточную плотность в узле дают только частицы, находящиеся в некоторой окрестности этого узла. В модели PIC вклад в данный узел дают частицы, отстоящие от него меньше, чем на  $h$ , т.е. каждая частица может дать вклад в два ближайших узла.

В двумерном случае частица в модели PIC имеет форму прямоугольника со сторонами  $h_x$ ,  $h_y$ , параллельными осям координат  $(x, y)$  (рис. 65). Ее



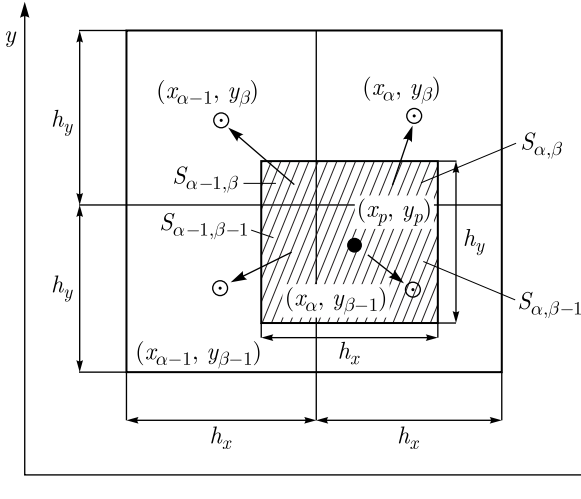


Рис. 65. Исходное ядро двумерной модели PIC. Схема интерполяции заряда на эйлерову сетку

лебегова мера — площадь  $s_p = h_x h_y$ , на которой заряд частицы распределен равномерно с плотностью  $\rho_p = q_p/s_p$ . Соответствующее сеточное ядро, аналогичное сеточному ядру (5.22), имеет вид

$$\bar{R}(x_{\alpha} - x_p, y_{\beta} - y_p) = \begin{cases} \frac{1}{h_x h_y} \left(1 - \frac{|x_{\alpha} - x_p|}{h_x}\right) \left(1 - \frac{|y_{\beta} - y_p|}{h_y}\right), \\ |x_{\alpha} - x_p| \leq h_x \quad |y_{\beta} - y_p| \leq h_y, \\ 0, \quad |x_{\alpha} - x_p| > h_x \quad |y_{\beta} - y_p| > h_y. \end{cases} \quad (5.23)$$

В двумерной модели PIC плотность каждой частицы распределяется с помощью обратной билинейной интерполяции между четырьмя ближайшими узлами сетки.

Решение уравнения Пуассона потенциала на эйлеровом этапе можно осуществить при помощи быстрого преобразования Фурье [147]. Алгоритм решения следующий: вначале выполняется быстрый анализ Фурье правой части уравнения Пуассона, затем с помощью аналитического выражения осуществляется переход от коэффициентов Фурье правой части к коэффициентам левой части и, наконец, выполняется быстрый синтез Фурье левой части. Данный способ решения накладывает ограничения на возможное количество узлов сетки, которое должно быть равно  $2n$ , где  $n$  — натуральное число.

При необходимости моделирования в областях со сложной геометрией границ или с большими локальными градиентами обобщенных полей, где потеря точности из-за негибкой топологии сетки может привести к глобаль-

ным искажениям всей картины моделируемого процесса, следует использовать структурированные неоднородные и неструктурированные сетки, обозначаемые общей аббревиатурой BFC (Boundary-Fitted Coordinates). Поэтому в последние десятилетия получили развитие различные варианты метода частиц для численного моделирования процессов в областях сложной формы, основанные на использовании сеток, адекватно описывающих границы моделируемой области. При использовании подхода, основанного на неструктурированных сетках, не возникает никаких ограничений на характер геометрии границ и связность расчетной области. Генерация таких сеток легко автоматизируется, что позволяет их динамически адаптировать под локальные особенности решения. В последние годы вопросам построения алгоритмов метода частиц в ячейках на неструктурированных сетках посвящен ряд публикаций [148, 149].

Основными структурными элементами являются в плоском случае треугольные элементы, полученные с помощью некоторой триангуляции расчетной области, а в трехмерном — тетраэдры. При этом узлами сетки служат вершины треугольников или тетраэдров. Каждый конечный элемент определяется множеством базисных функций (функций формы), количество которых равно числу узлов (вершин) данного элемента.

В случае трех пространственных переменных для произвольного тетраэдрального конечного элемента (рис. 66) объема  $V_i$  с локальной нумерацией узлов  $k = 1, 2, 3, 4$  линейные базисные функции определяются соотношениями

$$N_k^i(r) = \alpha_k^i + \beta_k^i x + \gamma_k^i y + \delta_k^i z, \quad N_k^i(\mathbf{r}_m^i) = \delta_{km}. \quad (5.24)$$

Здесь  $\delta_{km}$  — символ Кронекера.

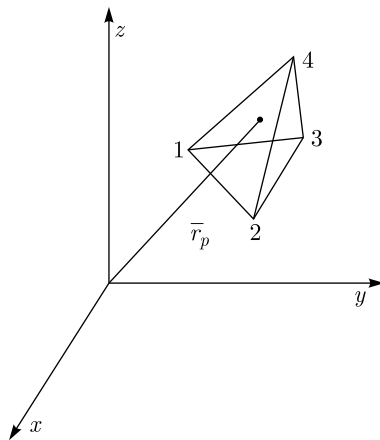


Рис. 66. Тетраэдрический элемент в глобальной системе координат

Коэффициенты в (5.24) вычисляются как решения систем линейных алгебраических уравнений, определитель которых имеет вид

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} 1 & x_1^i & y_1^i & z_1^i \\ 1 & x_2^i & y_2^i & z_2^i \\ 1 & x_3^i & y_3^i & z_3^i \\ 1 & x_4^i & y_4^i & z_4^i \end{vmatrix}. \quad (5.25)$$

При этом  $|\Delta_i| = 6V_i$ , и для невырожденных конечных элементов, имеющих ненулевой объем, базисные функции определяются однозначно. Например, для  $N_1^i(r)$  коэффициенты рассчитываются как

$$\alpha_1^i = \frac{\begin{vmatrix} x_2^i & y_2^i & z_2^i \\ x_3^i & y_3^i & z_3^i \\ x_4^i & y_4^i & z_4^i \end{vmatrix}}{\Delta_i}, \quad \beta_1^i = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & y_2^i & z_2^i \\ 1 & y_3^i & z_3^i \\ 1 & y_4^i & z_4^i \end{vmatrix}}{\Delta_i}, \quad (5.26)$$

$$\gamma_1^i = -\frac{\begin{vmatrix} x_2^i & 1 & z_2^i \\ x_3^i & 1 & z_3^i \\ x_4^i & 1 & z_4^i \end{vmatrix}}{\Delta_i}, \quad \delta_1^i = -\frac{\begin{vmatrix} x_2^i & y_2^i & 1 \\ x_3^i & y_3^i & 1 \\ x_4^i & y_4^i & 1 \end{vmatrix}}{\Delta_i}.$$

Локальные естественные координаты  $L_1^i, L_2^i, L_3^i, L_4^i$  на  $i$ -м элементе выражаются через текущие декартовы координаты с помощью системы линейных уравнений

$$\begin{aligned} L_1^i x_1^i + L_2^i x_2^i + L_3^i x_3^i + L_4^i x_4^i &= x, \\ L_1^i y_1^i + L_2^i y_2^i + L_3^i y_3^i + L_4^i y_4^i &= y, \\ L_1^i z_1^i + L_2^i z_2^i + L_3^i z_3^i + L_4^i z_4^i &= z, \\ L_1^i + L_2^i + L_3^i + L_4^i &= 1. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Естественные координаты, введенные таким образом для тетраэдрального конечного элемента, совпадают с определенными на нем линейными базисными функциями:

$$L_k^i(x, y, z) = N_k^i(x, y, z), \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (5.28)$$

Отмеченная эквивалентность естественных координат и линейных базисов на конечных элементах позволяет использовать линейные функции формы не только в процедурах интерполяции, что вполне естественно, но и в алгоритмах поиска положения частиц на сетке, где они выступают в роли локальных координат.

При переходе к неструктурированным сеткам общая схема метода частиц остается неизменной, но основные процедуры имеют существенные отличия от изложенных выше для ортогональных сеток.

Для выполнения процедур интерполяции необходимо установить адреса эйлеровых ячеек, в которые попадают центры модельных частиц. В процедурах для локализации на неструктурированной сетке реализуется идея последовательного поиска положения частицы в ближайших соседних ячейках (successive neighbour searches) после смещения на очередном временном шаге.

Рассмотрим модельную частицу с фазовыми координатами  $(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j)$ , которая находится в элементе  $C_i$  неструктурированной сетки, определенном с помощью процедуры локализации. Очевидно, что прямое перенесение модели РС на неструктурированные сетки невозможно из-за хаотического характера размеров и ориентации элементов. Один из вариантов решения проблемы, уже апробированный в расчетах [150], состоит в том, чтобы совместить сглаживание с операцией проектирования на сетку. Для этого в операторе проектирования используем локальные базисные функции  $N_k^i(r)$ , определенные на каждом элементе  $C_i$  неструктурированной сетки. Сеточную функцию плотности заряда определяем формулой

$$\rho_k = \frac{1}{V_k} \sum_{(a)} \sum_{(j)} q_j N_k^a(\mathbf{r}_j), \quad (5.29)$$

где  $V_k$  — ассоциированный с узлом  $k$   $(d+1)$ -мерный гиперобъем, индексом  $a$  обозначены элементы, окружающие  $k$ -й узел. Суммирование ведется по всем элементам, имеющим общий узел  $k$ , и по всем частицам, центры которых  $\mathbf{r}_j$  находятся в этих элементах. Общее выражение для  $V_k$  имеет вид

$$V_k = \sum_{(a)} \frac{|\omega_a|}{d+1}. \quad (5.30)$$

При выполнении интерполяции «сетка–частицы» необходимо интерполировать значения обобщенных полей  $F_k$ , рассчитанных на эйлеровой сетке, в местоположение частиц. В простейшем случае силу, действующую на частицу с фазовыми координатами  $(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j)$ , можно определить по формулам

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j) = \mathbf{F}(\mathbf{r}_k^{i'}), \quad (5.31)$$

где  $\mathbf{r}_k^{i'}$  — координаты узла неструктурированной сетки, ближайшей к данной частице.

Другой способ интерполяции обобщенной силы заключается в использовании линейных базисных функций по их прямому назначению:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_j, \mathbf{p}_j) = \sum_{k=1}^{d+1} N_k^i(\mathbf{r}_j) \mathbf{F}(\mathbf{r}_k^i). \quad (5.32)$$

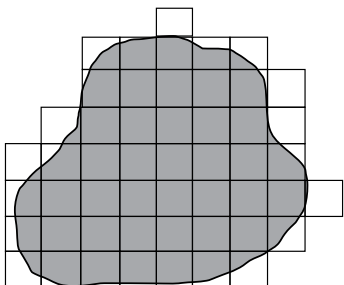


Рис. 67. Криволинейная область и способ задания на ней эйлеровой сетки

Здесь  $\mathbf{F}(\mathbf{r}_k^i)$  — значения силы, заданные в вершинах элемента  $C_i$ , к которому принадлежит данная частица.

Существует промежуточный между использованием ортогональных и неструктурированных тетраэдральных сеток вариант. Он заключается в том, что на область «накидывается» ортогональная, но учитывающая границы области сетка. Для двумерного случая пример такой сетки приведен на рис. 67.

В зависимости от области, в которой ведутся расчеты, необходим выбор способа расчета сил пространственного заряда и, естественно, сопоставление трудоемкости расчетов и желаемой точности учета эффекта.

**5.8. Моделирование выводной системы.** Краткое описание возможных способов вывода пучка из циклотронной установки дано в разд. 1. Ускоренный пучок может быть либо направлен на внутреннюю мишень или обдирочную фольгу, расположенную в вакуумной камере ускорителя, либо выведен на внешнюю мишень.

Численное моделирование процесса сброса пучка на внутреннюю мишень крайне просто и сводится к указанию в программе расчета линии или области расположения тела мишени и вычислению основных параметров ионов (координат, скоростей, фаз, энергий) в момент времени, когда они пересекают указанную область.

При использовании вывода частиц перезарядкой на обдирочной фольге указывается область расположения фольги и задается количество электронов, которое будет «ободрано» при взаимодействии иона с фольгой. В программе численного расчета анализируется траектория ионов и сопоставляется с локализацией фольги, которая, как правило, задается в виде двумерной плоскости, что хорошо согласуется с реальной структурой большинства используемых фольг. Если ион пересекает фольгу, то его заряд увеличивается кратно количеству ободранных электронов. При этом масса иона уменьшается на количество масс электронов. В большинстве случаев расчет ведется в предположении 100%-й эффективности фольги, т. е. подразумевается, что ионы пересекают ее без изменения траектории за счет соударений с атомами фольги, без изменения энергии и без поглощения части ионов фольгой. Учесть эффект взаимодействия ионов с материалом фольги довольно сложно, и он зачастую минимален. Но если есть данные о величине энергетических потерь ионами при пересечении фольги, то можно ввести в программный код масштабирующий коэффициент уменьшения энергии частиц.

При использовании систем вывода пучка, базирующихся на применении электромагнитных элементов, задача численного моделирования процесса вывода и проектирования выводной системы выглядит наиболее трудоемкой. Задача состоит в уменьшении количества соударений частиц с элементами выводной системы. Для этого нужно либо организовать разделение между пучками на соседних орбитах, либо увеличить радиальный размер пучка на конечном радиусе. В первом случае септум выводного элемента помещается в области между соседними орбитами, где мало частиц. Во втором — количество потерь уменьшается за счет того, что плотность ионов в радиальном направлении мала, и благодаря тому, что радиальный размер септума гораздо меньше радиального размера пучка, количество потерь на септуме мало.

Разделение между соседними орбитами, определяемое энергетическим набором, с хорошей точностью описывается как

$$dR = R \frac{dW}{W} \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Q_r^2}. \quad (5.33)$$

Здесь  $R$  — радиус орбиты;  $W$  — энергия иона на данной орбите;  $dW$  — набор энергии за один оборот;  $\gamma$  — лоренц-фактор;  $Q_r$  — частота радиальных бетатронных колебаний.

Если разделение между орбитами недостаточно для установки элементов выводной системы, то существуют несколько способов для организации достаточного заброса пучка на вход элементов структуры [26]. В части из них используется метод создания когерентных колебаний частиц вблизи конечного радиуса. В случае большого отличия частоты  $Q_r$  от единицы на конечном радиусе используют введение первой гармоники магнитного поля в центральной области ускорителя. При этом вводятся когерентные радиальные колебания пучка с достаточной амплитудой для того, чтобы в место расположения первого выводного элемента попадала область разрежения орбит. Более тонкая настройка ведется с помощью введения возмущений поля непосредственно в области конечного радиуса.

Можно использовать так называемый метод грубой силы, когда в области вывода пучка вводится первая гармоника с достаточно большой амплитудой. В таком случае дополнительное к энергетическому разделение между соседними орбитами определяется соотношением

$$dR' = \pi R \frac{b_N}{NB_0}, \quad (5.34)$$

где  $R$  — радиус орбиты;  $b_N$  — амплитуда  $N$ -й гармоники;  $B_0$  — величина среднего магнитного поля на радиусе  $R$ .

Неустойчивость, вызванную первой гармоникой, можно объяснить графически на следующем примере [44]. Допустим, что имеется магнитное поле,

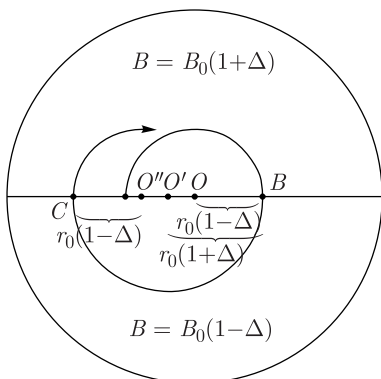


Рис. 68. Схематическое представление движения иона в магнитном поле с присутствием первой гармоники

зом, орбита постепенно смещается влево, т. е. в направлении азимута, отстоящего на  $90^\circ$  от азимута фазы первой гармоники. Вторым эффектом заключается в том, что координаты точек орбиты имеют больший радиус в области меньшего поля, т. е. имеет место радиальный заброс орбиты в направлении азимута, который повернут на  $180^\circ$  по отношению к фазе гармоники. Первый эффект — смещение на  $90^\circ$  — проявляется, когда частота радиальных бетатронных колебаний близка к единице. Именно в этом случае орбита будет испытывать на каждом обороте аналогичные направления смещения. Если частота  $Q_r$  далека от единицы, то превалирует второй эффект — заброс орбиты на  $180^\circ$ . В обоих случаях имеет место постепенное увеличение разделения между соседними орбитами. Объяснено это может быть тем, что с каждым оборотом растет энергия и радиус орбит, а величина первой гармоники имеет положительный радиальный градиент. Частицы с каждым новым оборотом попадают во все более сильное поле на азимуте фазы гармоники и все более низкое — на противоположном азимуте.

Прецессионный метод является более элегантным способом использования первой гармоники магнитного поля для увеличения разделения орбит. Первая гармоника добавляется непосредственно в области пересечения резонанса  $Q_r = 1$ , за счет чего достигается увеличение амплитуд радиальных бетатронных колебаний частиц. Наличие резонанса позволяет использовать первую гармонику поля с малой величиной амплитуды (обычно несколько гаусс) для получения значительного прироста радиальных амплитуд. После прохождения области резонанса частица еще продолжает ускоряться, двигаясь в краевом магнитном поле, где имеет место резкий спад частоты  $Q_r$ . За малое количество оборотов частота бетатронных колебаний падает на значительную величину (обычно до 0,7–0,8). Вследствие этого набег бетатронной

подобное показанному на рис. 68, относительная величина которого в верхней половине на  $2\Delta$  больше, чем в нижней.

Увеличение магнитного поля вызывает уменьшение радиуса кривизны орбиты в том же отношении. Ион, начавший движение в точке  $A$ , будет двигаться по окружности, имеющей радиус  $r_0(1 - \Delta)$  с центром в точке  $O$ . После прохождения точки  $B$  радиус кривизны орбиты будет  $r_0(1 + \Delta)$ . Центр орбиты переместится в точку  $O'$ , т. е. смещение центра орбиты равно  $2r_0\Delta$ . В точке  $C$  радиус орбиты снова становится равным  $r_0(1 - \Delta)$ , а центр орбиты попадает в точку  $O''$ , смещаясь влево на длину  $2r_0\Delta$ . Таким обра-

фазы между двумя соседними оборотами заметно отличен от нуля. Траектория частицы в этой области колеблется (прецессирует) относительно равновесной орбиты с увеличенной величиной радиальных амплитуд бетатронных колебаний. Набег бетатронной фазы между соседними оборотами приводит к увеличению разделения между орбитами, которое пропорционально  $Q_r - 1$ . Частица при этом должна совершать небольшое количество оборотов в краевом поле, чтобы избежать значительного ухудшения качества пучка. Вариацией значения фазы первой гармоники определяется направление смещения орбит, а ее амплитуды — величина радиального разделения между орбитами. Пересечение резонанса  $Q_r = 1$  приводит к появлению когерентных колебаний частиц с амплитудой

$$x_c = \pi R \frac{b_1}{B_0} n_{\text{eff}}, \quad (5.35)$$

где  $n_{\text{eff}}$  — эффективная ширина резонанса, которая может быть определена как

$$n_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{|dQ_r/dn|}}. \quad (5.36)$$

Дополнительная раскачка равна

$$dR' = 2x_c \sin[\pi(1 - Q_r)]. \quad (5.37)$$

Регенеративный метод раскачки орбиты [151] основывается на возбуждении одного из параметрических резонансов, например  $2Q_r = 2$ . Таким резонансом управляет градиент второй гармоники магнитного поля. В области вывода пучка магнитное поле изменяется таким образом, что появляется рост амплитуд некогерентных радиальных колебаний с сохранением устойчивости аксиальных колебаний. Параметрический резонанс возбуждается за счет введения локальных вариаций показателя спада магнитного поля. Действие метода основано на изменении фокусирующих свойств магнитной системы с помощью радиального градиента введенной гармоники поля. Так, в области с некоторой угловой шириной создается поле, спадающее по радиусу (возбудитель), в другой области — поле, растущее по радиусу (регенератор). Ослабление и увеличение поля в обоих случаях может быть линейным. Пройдя возбудитель, ион отклоняется на больший радиус, начиная раскачку радиального колебания, максимум которого достигается через  $90^\circ$ . Регенератор отклоняет частицу в сторону меньшего радиуса, вызывая добавочную раскачку радиального колебания с максимумом через  $270^\circ$  от входа в регенератор. Если азимутальное расстояние между возбудителем и регенератором составляет  $90^\circ$ , то эти два колебания находятся в противофазе и должны затухнуть. Но частица проходит регенератор на большем радиусе, так как он установлен в месте максимума первого возбуждаемого колебания, и величина



возмущения регенератором больше, а следовательно, больше и амплитуда радиального колебания. В максимуме этого колебания частица вновь проходит через возбудитель на еще большем радиусе, что вновь вызывает рост амплитуды радиальных колебаний. Таким образом, при каждом последующем прохождении выводных элементов фаза колебаний меняет знак, а амплитуда бетатронных колебаний возрастает. В результате амплитуда экспоненциально растет, а разделение между орбитами соответствующим образом увеличивается. С учетом того, что эффект действия выводной системы многократно превышает величину бетатронных колебаний частиц, последние после взаимодействия с выводной системой становятся когерентными. Если рассмотреть описанный механизм для пучка частиц, то эффектом будет снижение плотности пучка в радиальном направлении в определенном диапазоне азимутов. Соответственно, подойдя ко входу в следующий элемент выводной системы, например электростатический дефлектор или септумный магнитный канал, количество частиц, приходящихся на площадь септума, уменьшается, а эффективность вывода пучка растет. Главная задача при использовании данного метода состоит в контроле аксиального размера пучка. Кроме основного действия возбудителя, заключающегося в раскачке радиальных колебаний, проявляется сильная аксиальная перефокусировка пучка из-за его движения в спадающем магнитном поле и, как следствие, рост аксиального размера пучка. Снижение силы аксиальной фокусировки производится за счет использования регенератора. Дополнительная функция регенератора — компенсация нежелательной прецессии центров орбит. Применяются также схемы, в которых используется лишь регенератор, а роль возбудителя играет спадающее по радиусу краевое магнитное поле. В практической реализации возбудитель и регенератор представляют собой набор магнитных масс. Регенеративный метод является довольно сложным по сравнению с описанными выше и не находит широкого распространения в компактных циклотронах, но повсеместно применяется в синхроциклотронах, где набор энергии за оборот мал и не удастся обеспечить удовлетворительную эффективность вывода с помощью других методов.

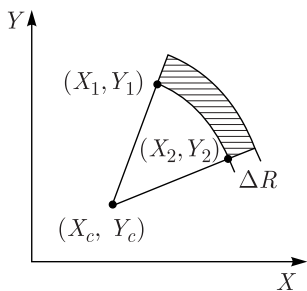


Рис. 69. Аналитическое задание области поля элемента выводной системы

На начальном этапе моделирования процесса вывода целесообразно использовать аналитический способ задания полей элементов выводной системы. Так как траектория частицы в малом азимутальном размере близка к дуге, то возможно для задания области локализации электромагнитного поля использовать область, содержащуюся в сегменте кольца (рис. 69). Угловой размер такой области соответствует азимутальному размеру выводного элемента, а разница внутреннего и внешнего радиусов соответствует ра-

диальному размеру элемента. Такой способ задания области поля удобен тем, что он может быть определен заданием координат всего трех точек, определяющих внутреннюю дугу, и радиального расстояния между дугами. Электромагнитные свойства поля можно описать заданием всего двух величин: в случае электростатического дефлектора — напряженности на центральной линии и градиента электрического поля в зависимости от радиуса, в случае магнитного канала — величины магнитного поля на центральной линии и величины градиента поля вдоль радиуса.

Для проведения реалистичных расчетов в программе анализа динамики частиц должна быть предусмотрена возможность использования трехмерных полей элементов выводной системы. Выбор геометрической структуры элемента основывается на требуемых характеристиках электромагнитных полей, полученных на этапе расчета с использованием аналитики. На начальном этапе выбора структуры магнитных элементов можно использовать методику, основанную на описании поля с помощью бесконечной системы прямолинейных шимм. Алгоритм может быть описан следующим образом. Пусть мы имеем прямолинейный двумерный кусок магнитного материала, поле от которого требуется вычислить (рис. 70).

Исходя из предположения, что материал намагничен равномерно, можно вычислить его магнитное поле, используя следующий ряд аналитических выражений:

$$B(r) = M_0 \int_{h_1}^{h_2} (B_{\text{loop}}(r, r_2, h) - B_{\text{loop}}(r, r_1, h)) dh,$$

$$B_{\text{loop}}(r, R, h) = \frac{sc}{\sqrt{(r+R)^2 + h^2}} \left( K(r, R, h) + \frac{R^2 - r^2 - h^2}{(R-r)^2 + h^2} E(r, R, h) \right),$$

$$sc = \frac{\mu_0}{2\pi}, \quad (5.38)$$

$$K(r, R, h) = \frac{\pi}{2} \text{FNHYPER} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, k(r, R, h) \right),$$

$$E(r, R, h) = \frac{\pi}{2} \text{FNHYPER} \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, k(r, R, h) \right),$$

$$k(r, R, h) = \frac{4rR}{(r+R)^2 + h^2}.$$

Здесь  $r_1, r_2, h_1, h_2$  — величины, задающие радиальный и аксиальный размеры пластины;  $M_0$  — напряженность магнитного поля внутри материала, для стали 10 можно использовать значение  $M_0 = 1697724,55 \text{ A/m}$ . FNHYPER —

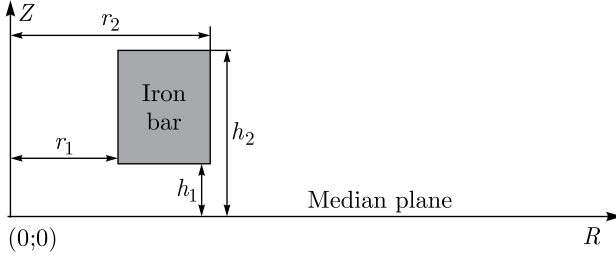


Рис. 70. Двумерная площадь, заполненная магнитным материалом

гипергеометрическая функция, вычисляемая как

$$\begin{aligned} \text{FHYPHER}(a, b, c, z) &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \prod_{l=0}^{k-1} \frac{(a+l)(b+l)}{(1+l)(c+l)} \right] z^k = \\ &= 1 + \frac{ab}{c} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots \quad (5.39) \end{aligned}$$

Таким образом, поле магнитного элемента вычисляется путем замены его эквивалентным током. Аналитические модели происходят из формул для оценки магнитного поля токовой обмотки:

$$\begin{aligned} B_{\text{coil}}(r) &= \frac{sc}{\sqrt{(r+r_c)^2 + h_c^2}} \left( K(r, r_c, h_c) + \frac{r_c^2 - r^2 - h_c^2}{(r_c - r)^2 + h_c^2} E(r, r_c, h_c) \right), \\ sc &= 2 \frac{\mu_0}{2\pi} I, \\ I &\text{ — ампер-витки (ток в обмотке, [A]),} \\ r_c &= \frac{r_2 + r_1}{2}, \quad h_c = \frac{h_2 + h_1}{2}, \quad (5.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K(r, R, h) &= \frac{\pi}{2} \text{FHYPHER} \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, k(r, R, h) \right), \\ E(r, R, h) &= \frac{\pi}{2} \text{FHYPHER} \left( \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, k(r, R, h) \right), \\ k(r, R, h) &= \frac{4rR}{(r+R)^2 + h^2}. \end{aligned}$$

Последующие трехмерные расчеты магнитного поля выводных элементов обычно показывают хорошее согласование результатов с оценками, полученными с помощью описанных алгоритмов. Чем больше величина внешнего

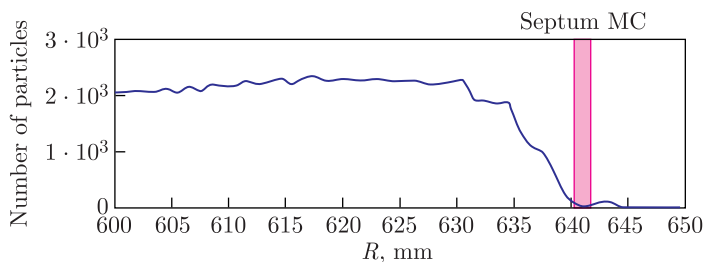


Рис. 71. Выбор положения септума магнитного канала, основанный на показаниях дифференциального пробника

магнитного поля, которая, собственно, и будет намагничивать пассивный элемент, расчет для которого ведется, тем равномернее намагнитится железо и тем меньше будет отличие аналитических расчетов от трехмерных.

Полученные распределения электромагнитных полей выводной системы экспортируются в программу расчета динамики. В программе расчета динамики должны присутствовать инструменты управления местом расположения и ориентацией выводного элемента, представленного распределением трехмерного (иногда двумерного) поля.

При выборе места локализации выводных элементов можно отталкиваться от координат траектории центральной частицы, которая заранее определена и вокруг которой группируется основная масса частиц пучка. Иногда удобно использовать данные, полученные при моделировании дифференциального пробника, который в реальной ускорительной установке представляет собой детектор прямоугольного сечения с размерами в несколько миллиметров. Такой пробник движется по радиусу с шагом, сопоставимым с его размерами, и регистрирует величину интенсивности циркулирующего пучка. Со стороны внешних радиусов он может быть ограничен толстой пластиной, на которой гибнут ускоряемые ионы. При моделировании такого пробника можно видеть распределение интенсивности циркулирующего пучка вдоль радиуса на выбранном азимуте. Руководствуясь этими данными, можно определить положение установки септума выводного элемента. При этом очевидно, что радиусы, на которых присутствует наибольшее разрежение орбит, характеризуются меньшими значениями показаний пробника. Так, например, на азимуте входа в пассивный магнитный канал, расположенный за электростатическим дефлектором, отклоненный пучок оставляет выделенный «след» на кривой зависимости интенсивности от радиуса, что позволяет определить место установки септума канала (рис. 71).

### 5.9. Оценка потерь частиц на поверхностях структурных элементов.

Для того чтобы определить качественные и количественные характеристики пучка наряду с вычислением сил пространственного заряда пучка, необхо-

димо уметь проводить оценку потерь частиц на поверхностях структурных элементов, входящих в состав ускорительной установки. Оценка полной эффективности трансмиссии пучка через ускоритель — ключевой вопрос при проектировании установки. Под трансмиссией пучка через структурный узел установки обычно понимается отношение интенсивности пучка на выходе из узла к интенсивности на входе. Перемножая локальную трансмиссию через отдельные структурные узлы ускорителя, можно получить оценку полной эффективности трансмиссии пучка через установку. С расчетной точки зрения эффективность трансмиссии есть величина, определяемая количеством потерь макрочастиц, участвующих в моделировании динамики, на поверхностях структурных элементов.

В расчетах считается, что частица потеряна, если имеет место пересечение ее траектории с поверхностью структурного элемента. Компьютерная модель ускорителя подготовлена таким образом, что в ней имеется описание всех частей, составляющих систему. Самым распространенным и простым с вычислительной точки зрения способом определения пересечения частицей элемента структуры является замена его набором поверхностей, описываемых аналитическими зависимостями, например окружностями, цилиндрами, секторами, параллелепипедами и т. д. С заданием таких поверхностей легко определить, имеет ли место пересечение их траекторией макрочастицы. Такому описанию поддаются, например, соленоиды, вакуумная камера циклотрона, электростатические дефлекторы и т. п.

В случае, если геометрия элемента имеет сложную структуру, то весьма проблематично или же вовсе невозможно представить его набором аналитических поверхностей. Существует способ, позволяющий решить данную проблему. Для этого поверхность трехмерного тела представляется в виде набора треугольников, количество которых выбирается достаточным, чтобы описать особенности геометрии элемента. Далее ведется проверка пересечения траектории частицы с площадью каждого из треугольников поверхности. На каждом итерационном шаге интегрирования уравнений движения имеются данные о координатах частицы в двух последовательных моментах времени. Траектория частицы между этими двумя моментами представляет собой прямую линию, заданную координатами двух точек в пространстве. Задача сводится к определению пересечения прямой и площади треугольника, заданных своими координатами в пространстве. Такая задача имеет несколько вариантов решения, из которых выбирается менее затратный с вычислительной точки зрения.

В частности, могут быть использованы следующие численные алгоритмы. Первый шаг — это проверка пересечения прямой с плоскостью, в которой лежит треугольник. Для этого вычисляется уравнение плоскости каждого треугольника в виде

$$Ax + By + Cz + D = 0. \quad (5.41)$$

Если координаты двух соседних положений частицы  $P_1(x_1; y_1; z_1)$  и  $P_2(x_2; y_2; z_2)$ , то условие пересечения отрезка, соединяющего эти две точки, с плоскостью выглядит как

$$(Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D)(Ax_2 + By_2 + Cz_2 + D) < 0. \quad (5.42)$$

Когда пересечение имеет место, можно определять точку пересечения, используя следующие выражения:

$$t = \frac{D + Ax_1 + By_1 + Cz_1}{A(x_1 - x_2) + B(y_1 - y_2) + C(z_1 - z_2)}, \quad (5.43)$$

$$x = t(x_2 - x_1) + x_1, \quad y = t(y_2 - y_1) + y_1, \quad z = t(z_2 - z_1) + z_1.$$

После определения точки пересечения отрезка траектории с плоскостью необходимо вычислить, находится ли эта точка внутри треугольника. Для этого используется правило, по которому для точки, находящейся внутри треугольника, сумма углов, образуемых ею с вершинами треугольника (рис. 72), равна  $2\pi$ , т. е. в программном коде это может быть реализовано так:

$$\alpha + \beta + \gamma \geq 2\pi. \quad (5.44)$$

Искомые углы определяются классическим способом через определение косинуса угла между двумя прямыми:

$$\alpha = \arccos \left[ \left( \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{ab} \right) \right],$$

$$\beta = \arccos \left[ \left( \frac{a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z}{ac} \right) \right],$$

$$\gamma = \arccos \left[ \left( \frac{c_x b_x + c_y b_y + c_z b_z}{cb} \right) \right],$$

$$a_x = x_{1'} - x, \quad a_y = y_{1'} - y, \quad a_z = z_{1'} - z, \quad (5.45)$$

$$b_x = x_{2'} - x, \quad b_y = y_{2'} - y, \quad b_z = z_{2'} - z,$$

$$c_x = x_{3'} - x, \quad c_y = y_{3'} - y, \quad c_z = z_{3'} - z,$$

$$a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2 + (a_z)^2},$$

$$b = \sqrt{(b_x)^2 + (b_y)^2 + (b_z)^2},$$

$$c = \sqrt{(c_x)^2 + (c_y)^2 + (c_z)^2}.$$

Описанный способ учета потерь частиц на поверхностях структурных элементов удобен не только тем, что дает возможность оценить эффективность трансмиссии пучка. Если представить потерянными макрочастицы, скажем, сферами, то можно графически наглядно изобразить области потерь

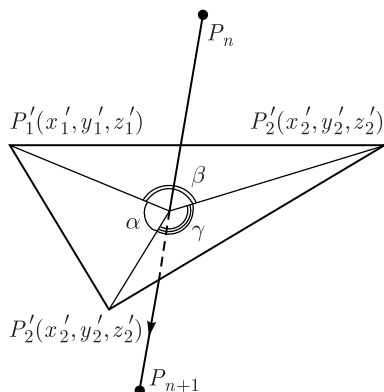


Рис. 72. Иллюстрация, поясняющая метод определения пересечения траектории частицы с площадью треугольника:  $P_n$  и  $P_{n+1}$  — положения частицы на двух соседних итерационных шагах;  $P_1, P_2, P_3$  — вершины треугольника;  $\alpha, \beta, \gamma$  — углы, образуемые точкой пересечения луча с плоскостью треугольника и вершинами треугольника

пучка на поверхностях структурных элементов. Для этого достаточно в одной из программ, предназначенных для построения трехмерных тел, построить элементы структуры ускорителя и сферы, отвечающие за потерянные частицы (рис. 73). Это позволяет наглядно отслеживать и оптимизировать «проблемные» зоны ускорителя.

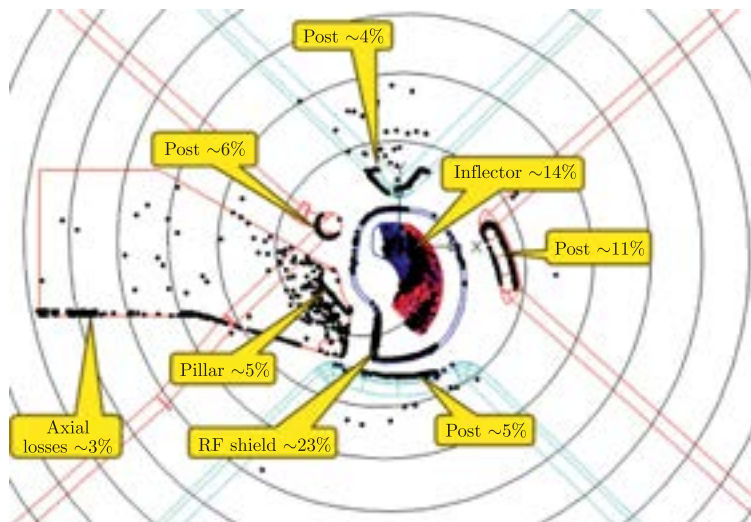


Рис. 73. Графическое представление распределения потерянных частиц в центральной области компактного циклотрона. Черные сферы — потерянные частицы

Представить поверхность трехмерного тела набором треугольников довольно просто с помощью коммерческих программ для построения трехмерных тел, таких как AutoCAD, Solid Edge, SolidWorks и т.п. Элементы структуры преобразуются в известные форматы представления поверхностей трехмерных тел \*.3ds или \*.stl, которые являются набором треугольников, описывающих поверхность. Следует помнить, что от степени подробности описания поверхности тела (от количества треугольников) зависит точность оценки количества потерянных частиц на поверхности реального элемента. При создании файла геометрии формата \*.3ds или \*.stl необходимо находить компромисс между количеством треугольников, необходимым для точного описания структурного элемента, и временем, которое потребуется для определения возможного пересечения траекторией частицы каждого из них.

Информация о количестве потерянных во время транспортировки и ускорения макрочастиц определяет эффективность трансмиссии пучка через ускорительную установку. В случае представления структурных элементов в виде достаточного количества поверхностных треугольников эффективность трансмиссии может быть вычислена с большой степенью точности. Проведение сравнения результатов, полученных расчетным путем, с экспериментальными данными об интенсивности пучка в узловых точках системы позволяет получить информацию о соответствии созданной компьютерной модели реально существующему ускорителю. В некоторых случаях лишь описанный метод может помочь максимально корректно учесть потери частиц. Например, при транспортировке пучка через часто используемый в компактном циклотроне элемент — спиральный электростатический инфлектор. Крайне сложно описать его поверхность аналитическими функциями, а триангуляционный метод позволяет сделать это с большой точностью благодаря использованию сотен и тысяч поверхностных треугольников (рис. 74).



Рис. 74. Поверхность спирального инфлектора, представленная в виде  $\sim 4000$  поверхностных треугольников

**5.10. Перезарядка частиц на остаточном газе и вследствие электромагнитной обдирки.** При расчете коэффициента проводки пучка через зону ускорения необходим анализ величины потерь частиц вследствие перезарядки при взаимодействии с молекулами остаточного газа в вакуумной камере и электромагнитной обдирки. Перезарядка на остаточном газе выходит на первый план при ускорении отрицательно заряженных ионов, таких как  $H^-$  и  $D^-$ . Особенно актуально это для циклотронных установок с внутренним источником, так как в вакуумной камере такого ускорителя более пробле-



матично создать вакуум достаточного уровня. Количество ионов, которые теряются вследствие взаимодействия с газом, зависит от атомной плотности газа, сечения взаимодействия иона с газом, давления в камере и от длины пути, пройденного частицей. Входными параметрами в аналитической модели газовых потерь [152] служат сорт газа, зависимость давления от пространственной координаты в вакуумной камере и информация о траектории движения ускоряемой частицы (координаты и скорости). Количество теряемых частиц  $dN$  на каждом временном шаге  $dt$  можно оценить по формуле

$$dN = \sigma n N v dt, \quad (5.46)$$

где  $N$  — количество ионов на входе;  $\sigma$  — сечение взаимодействия иона с газом;  $n$  — атомная плотность газа;  $v$  — скорость движения иона.

Для проведения наиболее реалистичной оценки потерь необходимы знания о подробном компонентном составе газа в вакуумной камере и зависимости давления от пространственной координаты. В том случае, когда такие данные отсутствуют, в качестве сорта газа можно использовать кислород как газ, имеющий наибольшее сечение взаимодействия с ионами и дающий оценку сверху, а также азот или водород как газы, очевидно, присутствующие в вакуумной камере циклотрона. Сечения взаимодействия ионов с газом известны, и зависимость их величины от энергии частицы можно найти в источнике [153]. Атомная плотность газа вычисляется из выражения

$$P = nkT, \quad (5.47)$$

где  $P$  — давление газа;  $n$  — атомная плотность;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — константа Больцмана;  $T$  — температура. Плотность при температуре 300 К [154] можно вычислить по формуле

$$n[\text{м}^{-3}] = 3,3 \cdot 10^{22} P[\text{Торр}]. \quad (5.48)$$

Для вычисления траектории иона используется одна из программ трассировки частиц. Для вычисленных координат частицы можно определить давление газа, которое в общем случае имеет зависимость от пространственной координаты. Известные скорости иона позволяют получить его энергию, а следовательно, определить сечение взаимодействия с остаточным газом. Количество потерь ионов определяется по формуле (5.46) вдоль траектории частицы пошагово, где на каждом следующем шаге входным параметром является количество частиц на предыдущем шаге, с последующим интегрированием всех потерь.

Существуют установки, в которых ускорение тяжелых ионов может сопровождаться значительным количеством потерь на перезарядку на остаточном газе. В этом случае расчеты ведутся также по полуэмпирическим формулам с доступными данными о сечениях взаимодействия ускоряемых частиц с молекулами газа, заполняющего вакуумную камеру [155–157].

При ускорении  $H^-$ -ионов, имеющих слабосвязанный электрон, часто ограничивающим фактором выступает электромагнитная перезарядка (обдирка Лоренца). Энергия связи внешнего электрона для них всего 0,75 эВ. При достаточно высоких энергиях частицы магнитное поле ускорителя индуцирует электрическое поле в области оболочки иона, которое достаточно для отрыва электрона [158, 159]. Количество отрываемых ионов может быть вычислено как

$$f = \exp\left(-\frac{L}{\beta\gamma c\tau}\right), \quad (5.49)$$

где  $L$  — длина пробега иона в магнитном поле;  $\beta = v/c$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ;  $c$  — скорость света;  $v$  — скорость иона;  $\tau$  — время жизни иона до отрыва электрона.

Время жизни иона в его начальном состоянии может быть вычислено по полуэмпирической формуле

$$\tau = \frac{A1}{E} \exp\left(\frac{A2}{E}\right), \quad (5.50)$$

где  $A1 = 2,47 \cdot 10^{-6}$  В · с/м,  $A2 = 4,49 \cdot 10^9$  В/м;  $E$  — электрическое поле, возбуждаемое в области иона, определяемое как

$$E = \beta\gamma cB. \quad (5.51)$$

Здесь  $B$  — величина магнитной индукции в области движения иона.

Для корректного анализа искомых потерь пучка необходимо вычислить траекторию ионов в магнитном поле, которая дает информацию о величине пробега частиц в (5.49). Очевидно, что суммарная длина траектории тем меньше, чем больший энергетический набор за оборот имеет место в ускорителе. Главным лимитирующим фактором является величина магнитного поля, что не позволяет создавать установки с высоким магнитным полем (больше 3 Тл) для ускорения  $H^-$ -ионов до энергий, больших 20–40 МэВ.

Для других типов ионов электромагнитная обдирка не является ограничивающим фактором, так как энергия связи электронов для них велика. Так, например, для  $H_2^+$ -ионов энергия связи электрона 2,8 эВ, а для  $D^-$ -ионов — 2,24 эВ, что позволяет избежать заметных потерь пучка вплоть до энергий 800 МэВ/нуклон и магнитных полей до 6 Тл [160].

**5.11. Оценка влияния резонансов.** По теории движения частиц в полях с возмущениями эффект прохождения пучком области резонанса в большинстве случаев является негативным. При некоторых значениях возмущения качество пучка может быть ухудшено настолько, что эффективность трансмиссии снижается до нуля. Очевидно, что величина возмущений и их пространственные характеристики зависят от качества изготовления и позиционирования частей установки. Изготовление и сборку можно осуществлять,

применяя различные методы и технологии, критериями при выборе которых являются требуемая точность и приемлемая цена, между которыми требуется найти компромисс. Поэтому неотъемлемой частью любого проекта ускорительной установки является задание на допуски, которые требуется выдержать при производстве и сборке. В основном это величины отклонения абсолютного размера деталей, зазоров между деталями, наклонов и т. п. Каждое из возможных отклонений системы от ее идеальной структуры вносит определенное искажение поля, которое влияет на характеристики пучка. В области присутствия резонанса это влияние резонансным образом усиливается. Поэтому на этапе проектирования ускорительной установки необходимо указать, какие из возмущений опасны с точки зрения динамики пучка, и сформулировать требования на допуски при изготовлении и сборке. Схема проведения численных расчетов заключается во введении в идеальную систему возмущений, величина и форма которых варьируется, и в исследовании их влияния на характеристики пучка. Так как наибольший негативный эффект имеет влияние резонансов, то и анализ проводится с нацеливанием на выявление действия резонансов.

В первую очередь строится частотная диаграмма ускорителя и на ней отмечаются линии резонансов. Так как при учете всех возможных порядков резонансов вся частотная диаграмма будет полностью иссечена резонансными линиями и провести исследование каждого из них невозможно, то выбираются только те, которые считаются потенциально опасными. По теории резонансов к ним относятся резонансы с порядком ниже четвертого. Далее выборка ведется по управляющей силе резонанса (см. разд. 3). Если имеются основания полагать, что рассматриваемой гармонике поля заведомо не может быть, то влияние такого резонанса не исследуется. Например, если имеется пересечение резонанса связи  $Q_r + Q_z = 2$  и утверждается, что второй гармонике магнитного поля быть не может, то данный резонанс убирают из рассмотрения. В общем случае анализируются все резонансы до третьего порядка. Исключение следует сделать для резонансов более высокого порядка, если порядок совпадает с периодичностью системы. Например, заметно может проявиться действие резонанса  $4Q_r = 4$  в случае использования магнитной системы с четырьмя секторами. Несмотря на высокий порядок резонанса, такое исследование обосновано, так как управляющей резонансом силой является основная гармоника поля, которая заведомо присутствует, и ее амплитуда велика.

Алгоритм исследования может быть следующим.

— Выясняется резонанс, который подлежит исследованию.

— Определяется природа управляющей силы резонанса (номер гармонике поля, радиальная или аксиальная компонента поля управляет резонансом, величина, градиент или нелинейность гармонике являются управляющими).

— Вычисляется радиус, на котором происходит пересечение резонанса пучком. Радиус может быть определен при анализе пересечения линии резонанса рабочей точкой на графике зависимости частоты бетатронных колебаний от радиуса орбиты.

— В области радиуса пересечения резонанса вводится искажение поля, соответствующее управляющей силе резонанса.

— Параметры искажения поля (величина, радиальная (иногда азимутальная) зависимость, фаза) варьируются, и вычисляется эффект на ускоряемый пучок.

— Определяются опасные искажения поля, где критерием является заметное ухудшение качественных или количественных характеристик пучка.

— Каждому отмеченному искажению поля ставится в соответствие рассогласование структуры установки, которое может привести к появлению данного искажения поля.

— Формулируется список допусков на изготовление и позиционирование структурных частей ускорителя. Величина неточностей производства и сборки должна быть меньше, чем определенные в предыдущем пункте. Иногда формулируются два набора допусков, одни из которых позволяют создать систему, в которой нет заметного влияния рассогласований на пучок, а вторые предполагают заметное, но не тотальное искажение характеристик пучка. Второй случай характеризует критическое состояние системы, в которой любой малый дефект может привести к полной потере пучка.

Если с вычислением порядка резонанса не может быть проблем, то с определением природы управляющей силы у начинающих исследователей иногда возникают проблемы. Поэтому таблица содержит наиболее часто встречающиеся в циклотронных установках резонансы и указание их управляющих сил. На основании этого списка можно интуитивно определиться с природой управляющей силы других резонансов.

После того как мы определились с управляющей силой резонанса, можно переходить к введению искажений поля. В подавляющем большинстве случаев в качестве азимутального распределения добавки поля достаточно использовать функцию синуса, в аргументе которого стоит гармоника, соответствующая управляющей силе. Так, для первой и второй гармоник управляющих сил (аксиальной компоненты) зависимость от азимута выглядит как  $B_z = A \sin(\theta)$  и  $B_z = A \sin(2\theta)$  соответственно. Здесь  $A$  — амплитуда возмущения, а  $\theta$  — азимутальный угол или фаза гармоники, которая для получения более реалистичных оценок может изменяться в зависимости от радиуса. Для большинства исследуемых эффектов важна зависимость возмущения от радиуса, поэтому нежелательно использовать аналитически задаваемую добавку поля с резко спадающими краями. Исследование радиальных зависимостей гармоник магнитного поля, которые индуцируются в результате рассогласований магнитной системы, позволяет подобрать аналитические выражения,

## Управляющие силы резонансов

Резонанс	Управляющая сила
$Q_r = 1$	Амплитуда первой гармоники аксиальной компоненты магнитного поля
$4Q_r = 4$	Амплитуда четвертой гармоники аксиальной компоненты магнитного поля
$2Q_z = 2$	Радиальный градиент аксиальной компоненты поля
$Q_z = 1$	Амплитуда первой гармоники радиальной компоненты магнитного поля
$2Q_z = 3$	Амплитуда и градиент третьей гармоники радиальной компоненты магнитного поля
$2Q_z = 1$	Радиальный градиент радиальной компоненты магнитного поля. Азимутальная зависимость аксиальной компоненты поля также оказывает влияние, так как искажает орбиту, заставляя частицу двигаться в измененных с точки зрения аксиальной фокусировки условиях
$Q_r - Q_z = 1$	Амплитуда первой гармоники аксиальной компоненты магнитного поля и амплитуда первой гармоники радиальной компоненты магнитного поля. Исследование с присутствием второй из них более предпочтительно, так как приводит к раскачке аксиальных колебаний, фокусировка которых слабее, а аксиальная апертура для проводки пучка, как правило, мала
$Q_r + Q_z = 2$	Амплитуда второй гармоники аксиальной компоненты магнитного поля и амплитуда второй гармоники радиальной компоненты магнитного поля
$2Q_r - Q_z = 2$	Амплитуда, градиент и нелинейности второй гармоники радиальной и аксиальной компонент магнитного поля
$Q_r - 2Q_z = 0$	Среднее магнитное поле

которые в какой-то степени описывают реалистичное поведение гармоник. Такими выражениями могут быть

$$B(r) = a r^b \exp(cr),$$

$$a = \frac{B_1}{R_1^b \exp(cR_1)}, \quad b = \frac{R_1^2}{(R_2 - R_1)^2}, \quad c = -\frac{R_1}{(R_2 - R_1)^2}, \quad (5.52)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиус, на котором функция имеет максимальное значение, и радиус, характеризующий радиальный размер всплеска;  $B_1$  — величина поля на радиусе  $R_1$ . Радиальная зависимость, описываемая (5.52), выглядит так, как показано на рис. 75.

Если существует необходимость в задании всплеска поля малой радиальной протяженности, то формулы (5.52) приводят к сингулярности вычисле-

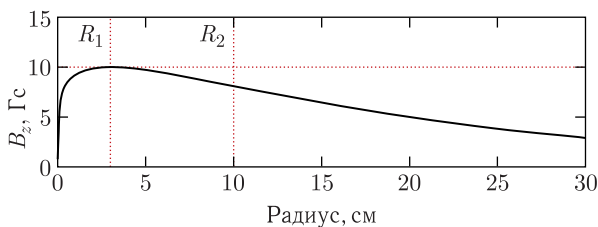


Рис. 75. Возможная форма радиальной зависимости возмущения поля

ний. В этом случае лучше использовать нормальное распределение

$$B(r) = B \cdot 2,5066281 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(r-R)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.53)$$

Здесь  $R$  — радиус максимума распределения;  $B$  — величина поля на радиусе  $R$ ;  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение.

**5.12. Программы для расчета динамики частиц в циклотроне.** Несмотря на то, что ускоритель циклотронного типа остается наиболее популярным и распространенным типом ускорительной установки и для разработки каждого из них применяются соответствующие программные комплексы, позволяющие анализировать движение заряженных частиц. Программ, находящихся в открытом доступе, крайне мало. В большинстве своем все разработанные коды используются теми людьми, которыми они созданы. Лишь некоторые из них вышли за пределы научного центра, в котором они были разработаны, и успешно применяются при разработке новых и модернизации уже существующих ускорителей по всему миру [161]. Чтобы ими воспользоваться, часто требуется организовать контакт с разработчиками и получить соответствующие коды или исполняемые файлы, что не всегда является простой задачей. Дополнительной трудностью является то, что из общедоступных публикаций зачастую невозможно установить круг задач, которые возможно решить с помощью данных кодов. Исследователь вынужден не только находить возможность доступа к программе, но и потратить некоторое время на изучение ее возможностей. Поэтому видится актуальным привести краткое описание известных программ, с помощью которых возможно в той или иной степени проводить анализ динамики пучка в циклотронных установках. Представленное описание составлено на основе общедоступных публикаций, обсуждений с авторами и опубликованных результатов моделирования существующих и проектируемых установок, для которых применялось рассматриваемое программное обеспечение. Приведено описание структуры программ, методов и алгоритмов, используемых в них, и их основных возможностей. Указаны ограничения и границы применимости к установкам циклотронного типа.

*5.12.1. CYCLOPS.* Эта программа [162], возможно, является самой известной и наиболее часто используемой на сегодня для анализа динамических характеристик магнитного поля циклотронных установок в мире. Изначально код был разработан в Окриджской национальной лаборатории [142] и Мичиганском государственном университете [61]. С помощью программы можно анализировать все основные динамические свойства равновесных замкнутых орбит и радиальные и аксиальные бетатронные колебания частиц с достаточной эффективностью. В качестве входных данных CYCLOPS использует двумерную карту магнитного поля медианной плоскости ускорителя, что делает доступным анализ как расчетных данных, так и измеренных магнитных полей. Формат входного поля предполагает использование полярной системы координат. В программе используется численное интегрирование канонических уравнений движения и находятся матрицы перехода, применяемые для расчета частот свободных колебаний. Независимой переменной интегрирования является азимутальный шаг, совпадающий с шагом сетки входного магнитного поля. В радиальном направлении используется лагранжева интерполяция. Результатами расчетов являются данные о равновесных орбитах, бетатронных частотах и орбитальных частотах частиц. Данная программа не может помочь пользователю в случае расчета трассировки частиц в центральной области, исследованию процесса ускорения, оценке центрирования и анализе процесса вывода пучка. Но исследователь получает возможность решить основную задачу, стоящую на этапе проектирования циклотронной установки, — анализ управляющего магнитного поля на предмет изохронности и обеспечения орбитальной устойчивости. CYCLOPS и коды, базирующиеся на его методах, использовались для моделирования подавляющей части существующих циклотронных установок, в том числе и рекордных, таких как TRIUMF, где требовался анализ магнитного поля с высокой точностью [163].

Программа CYCLOPS может быть использована для анализа магнитных полей с большими градиентами, но она крайне чувствительна к качеству входного магнитного поля. Поэтому часто пользователям в таких случаях приходится использовать различные техники сглаживания поля.

*5.12.2. COSY INFINITY.* Это программа [164] анализа динамики пучка, которая может быть применима к циклотронам, синхротронам, FFA-ускорителям, а также линейным ускорителям, линиям транспортировки и радиочастотным квадрупольям. На сегодня на веб-сайте разработчиков программы зарегистрированы более 2500 пользователей, и результаты расчетов, полученные с помощью COSY, многократно сверялись с результатами других программ и измерений. Программа находится в свободном доступе и может быть скачана с сайта Мичиганского государственного университета [165]. Доступные версии кода, написанного на языках Fortran и C++, могут быть установлены на платформах Windows и Linux.

В алгоритмах трассировки частиц используются симплектические методы (сохранение площади в фазовом пространстве) с минимальными изменениями в гамильтониане. Они позволяют проводить максимально точные оценки динамической апертуры ускорителя. Программа может использовать очень высокие порядки для восстановления трехмерных полей из плоскостей и нелинейные члены гамильтониана. Также имеются инструменты для анализа нелинейных эффектов, включая смещение бетатронных частот и эффекты резонансов. Реализованы различные способы задания электромагнитных полей структурных элементов: двумерными полями в плоскостях симметрии, распределением потенциала вдоль оси для прямолинейных элементов, таких как соленоиды и мультиполи, трехмерными полями. Существует возможность использования расчетных трехмерных полей, полученных в программе Tosca. Но в большинстве случаев используется представление полей сложными эмпирико-аналитическими формулами. Программа неоднократно была использована для моделирования FFA-ускорителей [166], и проведены тестовые расчеты для компактного циклотрона, хотя ее применение в случае анализа динамики пучка в процессе инжекции в циклотрон и выводе пучка довольно проблематично.

Создано отдельное приложение, именуемое FACT и предоставляющее пользователю возможность использования COSY INFINITY через специальный пользовательский интерфейс.

*5.12.3. OPAL.* Эта программа [167] представляет собой инструмент для анализа движения заряженных частиц, базирующийся на открытых кодах и созданный с использованием языка MAD9. Есть возможность проведения параллельных расчетов. Применение программы нацелено на расчеты для ускорителей с высокой интенсивностью пучка. Возможно, это самый эффективный пакет для изучения эффектов пространственного заряда пучка в циклических ускорителях. Программа имеет специальную версию OPAL-cucl, в которой используются трехмерные поля и которая предназначена для расчетов сильноточных пучков в циклотронах и FFA-ускорителях. Для интегрирования уравнений движения используется метод Рунге–Кутты 4-го порядка и схема второго порядка Leap-Frog. В программе имеются три основные моды расчетов. Первая предусматривает трассировку одиночной частицы и предназначена для начального выбора параметров установки. Следующий блок отвечает за расчет частот бетатронных колебаний. Также можно использовать опцию расчета движения большого количества макрочастиц и анализировать эффекты пространственного заряда пучка.

Магнитные поля могут быть заданы в качестве текстовых файлов в цилиндрической системе координат. Могут быть использованы как расчетные поля, так и результаты измерений. В случае задания двумерного поля в медианной плоскости используется процедура восстановления трехмерного поля.



В процессе расчета характеристик бетатронных колебаний проводится трассировка двух частиц, одна из которых соответствует равновесной орбите, другая начинает движение с одновременным смещением относительно равновесных условий как в аксиальном, так и в радиальном направлениях. В процессе трассировки частиц в память заносятся координаты пересечения частицей фиксированного азимута и вычисляется эллипс на фазовой плоскости. Анализируя параметры этого эллипса, можно оценить не только частоты бетатронных колебаний, но и их амплитуды.

Существенным недостатком программы OPAL является то, что электрическое ускоряющее поле может быть имплементировано лишь как набор прямых линий с заданным времяпролетным фактором. В существующей версии кода нет возможности использования спиральных резонаторов.

Результаты расчетов траектории заносятся в текстовые файлы, которые могут быть визуализированы пользователем. По завершении трассировки банча частиц создается файл специального формата (H5hut), где содержится информация о времени, огибающих, эмиттансах, полях и др. Для чтения файла и прорисовки графиков может быть использована специальная утилита H5PartRoot [168].

OPAL использовался для детального анализа движения высокоинтенсивного пучка в циклотроне PSI с учетом взаимодействия соседних банчей друг с другом [169], а также для расчетов динамики пучка в других циклотронах с высоким током пучка [170].

**5.12.4. ZGOUBI.** Компьютерный код ZGOUBI [171] рассчитывает трассировку частиц в магнитных и электрических полях. Для интегрирования уравнений движения используются алгоритмы 6-го порядка точности. Основным методом задания электромагнитных полей заключается в использовании сложных аналитических формул для представления распределений основных элементов, таких как квадруполь, диполь, соленоиды и т. д. С помощью вариации параметров можно изменять форму краевых полей элементов. Также существует ограниченная возможность использования расчетных и измеренных карт полей. Изначально код был разработан для моделирования движения пучка в линиях транспортировки, но может быть также использован для анализа динамики в периодических структурах, таких как секторные циклотроны и FFA-ускорители. Основные возможности, которые предоставляет программа, — это численные методы интегрирования уравнений Лоренца, основанные на разложении в ряд Тейлора, что позволяет уменьшать расчетное время и обеспечивает полную симплектичность, анализ вращения спина, учет стохастической эмиссии фотонов и ее влияние на движение частиц, исследование радиационных эффектов, использование ускоряющей частоты, изменяющейся во времени. ZGOUBI предоставляет ряд готовых решений для пользователя, таких как поиск равновесных орбит, возможность оптимизации параметров оптических элементов, расчет частот бетатронных колеба-

ний и динамической апертуры. В настоящее время активно разрабатывается графический интерфейс программы (ZPOP). Есть возможность использования двумерного поля медианной плоскости с последующим восстановлением трехмерного распределения. Программа имеет встроенную функцию представления ускоряющего элемента установки, но его возможности во многом ограничены. Это может быть ускоряющий промежуток нулевой длины, при прохождении которого частицы получают прирост энергии скачком без учета времяпролетного фактора.

Для учета сил пространственного заряда пучка разработана специальная утилита, имеющая название PyZGOUBI. В ней используется язык программирования Python и имеется возможность написания скриптов, читаемых программой ZGOUBI. Все версии программы с описаниями и примерами находятся в свободном доступе [172].

Программа многократно использовалась для анализа динамических свойств магнитных полей FFA-ускорителей и тестировалась при вычислении бетатронных частот для изохронного циклотрона DAEDALUS [173].

**5.12.5. CYCLONE.** Программа была разработана в 1960-х гг. в Мичиганском государственном университете [174] и ориентирована на моделирование динамики пучка в центральной зоне циклотронов. Она стала довольно популярна среди разработчиков, и исторически образовались две команды, занимающиеся ее эволюционированием в институтах TRIUMF [175] и Мичиганском университете [176].

В настоящее время CYCLONE — это код, предназначенный для моделирования движения заряженных частиц в центральной области и зоне ускорения циклотрона. Имеется возможность использования трехмерных карт полей, в том числе для спиральных дуантов. Для интегрирования уравнений движения используется метод Рунге–Кутты. Программа имеет три блока с различными схемами интегрирования. Первая часть предназначена для проведения расчетов в самом начале ускорения в центре циклотрона. В качестве независимой переменной интегрирования здесь используется время. Вторая часть программы ориентирована на расчет движения пучка на первых оборотах с независимой переменной интегрирования — азимутом. В третьей части также азимут используется как независимая переменная интегрирования, но нет возможности использовать трехмерные поля, представляющие ускоряющее поле. Доступно лишь аналитическое представление для обеспечения набора энергии. Расчеты с помощью третьего блока проводятся за минимальное время и предназначены для трассировки через зону ускорения. В программе проводится расчет как радиального, так и аксиального движения. В третьей части программы аксиальное движение рассчитывается в линейном приближении. Карты магнитного поля должны быть подготовлены в формате программы RELAX3D. Для электрического поля используется декартова система координат, для магнитного — полярная.

В программе имеются встроенные инструменты для расчета равновесных орбит, данные о которых заносятся в текстовые файлы. При использовании CYCLONE нет возможности проводить расчеты с учетом сил пространственного заряда пучка. Управление программой и ее параметрами возможно лишь из командной строки. Код многократно использовался для анализа динамики пучка в центральных зонах циклотронов, расчета бетатронных частот и оценки центрирования пучка [177].

*5.12.6. Программы, базирующиеся на использовании пакета Matlab.* Matlab [178] является высокоуровневым пакетом для проведения математических расчетов и может предоставить пользователю широкий спектр вычислительных инструментов и готовых процедур, в том числе для исследований в ускорительной физике, например, процедуры интегрирования уравнений движения и расчета сил пространственного заряда пучка. К тому же в пакете Matlab имеются возможности создания графического интерфейса. Поэтому логично, что Matlab был использован некоторыми исследователями для подготовки программ, предназначенных для изучения динамики пучка в циклотронных установках.

Одна из программ разработана в ОИЯИ (Дубна) [179]. В ней имеется возможность использования трех различных систем дифференциальных уравнений. Одна из них предполагает интегрирование уравнений движения в декартовой системе координат и может быть использована при расчете линии инжекции. Другая, использующая цилиндрическую систему координат, предназначена для расчета трассировки пучка в процессе ускорения. При проведении расчетов с учетом сил пространственного заряда пучка можно использовать время как независимую переменную интегрирования, в противном случае — азимут. Программа предназначена для анализа движения пучка частиц через линию инжекции, инфлектор, центральную область, зону ускорения и выводную систему. Имеется также возможность учета потерь частиц вследствие перезарядки на остаточном газе в вакуумной камере циклотрона.

Электрические и магнитные поля, полученные расчетным путем, могут быть импортированы в программу в качестве карт полей. Измеренное магнитное поле также может быть использовано. Доступно введение заданной аналитически зависимости амплитуды ускоряющего напряжения вдоль радиуса.

Программа неоднократно использовалась для изучения динамики пучка в компактных циклотронах, таких как CYTRACK и SC200 [180].

Другая разработка [181], основанная на использовании пакета Matlab, принадлежит Национальному институту ядерной физики Италии и применялась для анализа динамики пучка в циклотроне SCENT [182]. Программа предназначена для расчетов трассировки пучка через центральную зону. Используется интегрирование уравнений движения в декартовой системе координат с возможностью выбора в качестве независимой переменной интегриро-

вания времени или азимута. Может быть проведен расчет движения пучка, для генерации которого существуют специальные инструменты. Электрические и магнитные поля могут быть импортированы в программу.

5.12.7. *Advanced Orbit Code (AOC)*. Этот код [183] разработан компанией ИВА и предназначен для исследования динамики пучка в циклотронах и синхроциклотронах. В программе имеются следующие возможности: проведение расчетов для линий транспортировки, центральной области, зоны ускорения и выводной системы, учет пространственного заряда пучка, изучение влияния пересечения резонансов, вычисление твисс-параметров пучка и фазовых колебаний в пучке в синхроциклотронах. Для интегрирования уравнений движения используется метод Рунге–Кутты 5-го порядка точности с временем в качестве независимой переменной интегрирования и возможностью контроля величины шага. Силы пространственного заряда пучка рассчитываются напрямую при учете воздействия сил Кулона частиц друг на друга. Имеется возможность проведения параллельных расчетов для уменьшения времени, требуемого для анализа.

Магнитное поле может быть импортировано в качестве двумерного распределения в медианной плоскости. Для восстановления трехмерного поля используются схемы с высокими порядками. Также могут быть проведены расчеты с трехмерными картами полей с последующей лагранжевой интерполяцией поля из узлов сетки в место расположения частиц. Шаг в трехмерной карте поля может быть непостоянным. Для расчета ускорения могут быть использованы как трехмерные электрические поля, так и аналитическое представление ускоряющих промежутков.

В программе АОС имеется возможность проведения расчетов для синхроциклотронов, в которых количество оборотов частицы в магнитном поле велико. Для этого применяется специальный метод трассировки с анализом только значимых параметров в процессе ускорения: фазы ВЧ, энергии и центров орбит. Программа позволяет изучать процесс заполнения сепаратрисы, как это было сделано для синхроциклотрона S2C2 [184].

5.12.8. *CBDA*. Программа CBDA (Cyclotron Beam Dynamics Analysis) [185] разработана в ОИЯИ (Дубна) и следует новаторской идее создания пакета проведения расчетов, ориентированного специально на компактные циклотроны. Комплекс имеет развитый графический интерфейс, топология которого такова, что присутствуют отдельные блоки, отвечающие за основные системные узлы компактного циклотрона: аксиальную линию инжекции, инфлектор, зону ускорения и систему вывода пучка. С помощью данного разделения пользователю удобно управлять импортированием внешних электромагнитных полей структурных элементов и их параметрами. Нет необходимости редактирования текстовых файлов и обращения к командной строке. Для интегрирования уравнений движения используется метод Рунге–Кутты 4-го порядка точности. CBDA предоставляет возможность проведения расче-

тов с использованием трехмерных полей и с учетом сил пространственного заряда пучка. Внешние поля могут быть импортированы из программ расчета полей, например Tosca/Orega3D. Для облегчения процесса оптимизации параметров установки разработаны инструменты аналитического представления некоторых элементов системы, например выводной системы. В программе имеется уникальная возможность реалистичного учета потерь частиц на поверхностях структурных элементов. Использование встроенных инструментов, создающих текстовые скрипты, позволяет анализировать и визуализировать данные расчетов в других пакетах анализа, таких как MathCAD и AutoCAD.

Для уменьшения времени, требуемого для проведения расчетов, подготовлена специальная версия программы, предназначенная для проведения параллельных расчетов с использованием графических процессоров [186]. Это позволяет на порядки увеличить скорость расчетов и, следовательно, использовать большее количество модельных частиц с целью получения более реалистичных оценок.

5.12.9. *SNOP*. Программа SNOP [187] разработана в ОИЯИ и является качественным развитием кода CBDA. Программа имеет современный и удобный интерфейс, позволяющий проводить настройку параметров режимов работы ускорителя без ручного изменения данных в файлах. Каждая ускорительная установка представляется так называемым SNOP-проектом, который состоит из набора папок, содержащих информацию о структуре системы: карт электромагнитных полей, положениях структурных элементов, распределениях модельных частиц и прочих параметрах. При внесении изменений в режим работы установки с помощью окон программы автоматически происходит изменение файлов проекта. При закрытии окон программы вся информация полностью сохраняется в проекте. Изначально программа SNOP планировалась для расчета динамики пучка в компактных циклотронах. Поэтому ее интерфейс и структура рабочих папок соответствуют основным составным частям такого типа установок (рис. 76). Циклотронная установка условно делится на четыре основные части, которым соответствуют папки в проекте SNOP: линия инжекции (INJ), область инфлектора (INF), зона ускорения (CYC), зона вывода (EXT). Существуют вспомогательные папки для хранения информации об основных параметрах установки, таких как рабочая частота, характеристики ускоряемого иона, параметры расчета сил пространственного заряда пучка (папка SLV) и для файлов, участвующих в процессе обработки результатов расчетов (CAD).

Характеристики ускоряемой частицы и параметры расчета сил пространственного заряда пучка задаются в разделе «Particle». Отдельный блок (RF system) содержит описание частотных характеристик ускоряющей системы. В нем можно задать форму волны ускоряющего напряжения с использованием возможности добавления гармоник к основной волне. Все основные расчеты



Рис. 76. Основное окно программы SNOP

ведутся в декартовой системе координат, что позволяет их унифицировать и использовать быстрые алгоритмы расчета сил пространственного заряда.

Каждый из структурных узлов установки содержит блок, описывающий ее механическую структуру, и набор элементов управления пучком. Элементы представлены в проекте своими электромагнитными полями, которые либо задаются аналитическими зависимостями, либо используются данные из программ расчета электромагнитных полей. Расчетное поле каждого элемента содержится в отдельном текстовом файле, формат которого в большинстве случаев совпадает с форматом карт полей, получаемых из программы Tosca/Opera3D. При использовании других пакетов расчета полей пользователь легко может создать файл с картой поля нужного формата. Для минимизации времени расчета и экономии дискового пространства там, где возможно, используется симметрия полей. К примеру, линия инжекции состоит из четырех соленоидов, четырех магнитных квадрупольей и высокочастотного банчера. При работе с программой существует возможность, используя окно

программы, менять параметры элементов (напряжения, коэффициенты масштабирования, положения и т. д.).

Философия программы такова, что имеется возможность начать расчет (определить место начала движения пучка) в каждой из четырех частей. Для этого в каждой из них присутствуют блок, отвечающий за параметры начального положения центральной частицы (Track) и за параметры начального распределения пучка (Bunch). Так, в случае использования в качестве начального блока (Entrance point), например, области ускорения (Cyclotron), блоки, которые следуют в иерархии до него (Injection line, Inflector), будут автоматически пропущены, карты полей, представляющие их, не будут использованы. Зона расположения инфлектора выведена в отдельный блок, что необходимо для более корректного расчета сил собственного поля пучка, а также открывает дополнительные возможности для анализа пучка в этой области.

При расчете движения пучка в ускоряющей зоне существует возможность работы с ускоряющими дуантами, имеющими как радиальную, так и спиральную формы. При этом допускаются изменения в процессе расчета напряжения и фазы независимо на каждом из дуантов. Для этого не требуется каждый раз пересчитывать электрическое поле, которое должно быть получено единожды в программе расчета поля в статическом приближении. Есть блок, отвечающий за ввод информации о зависимости амплитуды ускоряющего напряжения от радиуса. Существует модификация программы, в которой возможно использовать три карты, представляющие ускоряющее поле, что позволяет максимально корректно проводить расчеты в случае системы с различными параметрами каждого из ускоряющих дуантов.

Программа предлагает широкие возможности по моделированию выводной системы. Исследуемая область может включать два электростатических дефлектора и до восьми магнитных каналов. Если пользователю необходимо включить в расчет большее количество магнитных каналов, то их поля можно добавить к полю основного магнита. Опция задания электромагнитных полей элементов в виде аналитических распределений удобна при начальной настройке системы. При этом область, в которой задается аналитическое распределение поля выводного элемента, имеет форму радиального сегмента, что близко к форме реального объекта, такого как электростатический дефлектор или магнитный канал. Для вывода пучка можно использовать до двух перезарядных фольг.

При интегрировании уравнений движения используется метод Рунге–Кутты 4-го порядка точности с временным шагом в качестве независимой переменной интегрирования. Также предусмотрена возможность изменения величины временного шага в процессе расчета движения частиц.

Для подготовки расчетных данных для последующего анализа существует отдельный блок (Post-Processor), с помощью которого можно подготовить результаты расчетов в специальных форматах для последующего их исполь-

зования в программе AutoCAD. Авторы рекомендуют использовать математический пакет MathCAD для подготовки начальных данных и анализа полученных результатов. Для этого SNOP располагает встроенными функциями связи с файлами в формате MathCAD, хотя эта опция является необязательной, и пользователь может применять любые другие программы для этих целей.

Для расчета потерь частиц на поверхностях структурных элементов в программе SNOP используется метод, описанный в п. 5.9. Поверхность трехмерного тела представляется в виде набора треугольников, и при трассировке частиц проверяется пересечение траекторией частицы каждого из треугольников поверхности элемента структуры. На каждом итерационном шаге интегрирования уравнений движения имеются данные о координатах частицы в двух последовательных моментах времени. Траектория частицы между этими двумя моментами представляет собой прямую линию, заданную координатами двух точек в пространстве. Задача сводится к определению пересечения прямой и треугольника, заданных своими координатами в пространстве. В программе SNOP используются максимально эффективные алгоритмы анализа пересечения. Для представления структурного элемента набором поверхностных треугольников используется конвертация трехмерного тела в файлы формата \*.3ds или \*.stl.

Для расчета сил пространственного заряда пучка возможно использование метода «Particle to Particle», который представляет собой непосредственное вычисление сил Кулона, действующих на каждую макрочастицу, и метода «Particle In Cell» (PIC). При использовании метода PIC существует возможность вариации параметров вычисления в различных частях установки. Алгоритмы, применяемые в программе SNOP, основаны на использовании быстрых методов расчетов.

В программе возможно использование визуальных эффектов, что является очень удобным при выборе оптимальных параметров работы ускорителя на первом этапе расчетов и наглядно отображает физические процессы, происходящие при работе установки. Опция, использующая специальные графические библиотеки, позволяет во время проводимого расчета динамики пучка отображать на экране компьютера физические процессы, происходящие в описываемой модели. При этом можно видеть одновременное движение множества модельных частиц на фоне выбранной геометрии установки (рис. 77) и наблюдать влияние выбранных параметров режима ускорения на поведение частиц, потери частиц на структурных элементах и т.д. Пользователь может также визуализировать полученные данные по окончании расчета для наглядного представления результатов.

Разработана специальная версия программы, использующая параллельные методы расчета с применением библиотек OpenMP. Такая опция позволяет максимально полно задействовать ресурсы центрального процессора и дает возможность увеличить точность оценок эффектов пространственного заряда



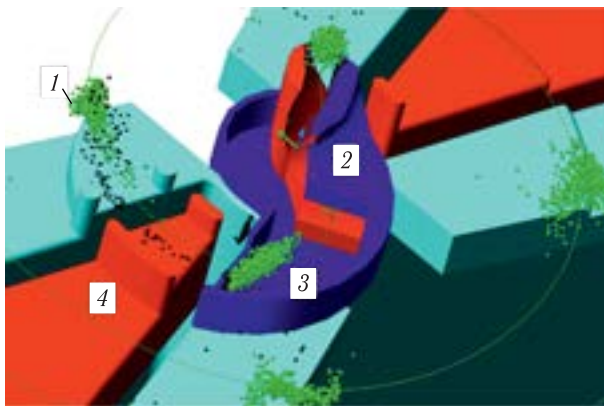


Рис. 77. Визуализация ускорения пучка ионов во время счета программы: 1 — пучок; 2 — спиральный инфлектор; 3 — корпус инфлектора; 4 — ускоряющий дуант

пучка благодаря использованию значительного количества модельных частиц. Глубокая интегрируемость кода позволяет проводить моделирование циклотронной установки, включая все ее структурные узлы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на то, что циклотрон был первым изобретенным циклическим ускорителем заряженных частиц и что он является наиболее простым по конструкции и обслуживанию среди них, установки циклотронного типа на сегодня все еще являются самыми распространенными. Ежегодно проектируются и вводятся в эксплуатацию десятки циклотронов и синхроциклотронов. Поэтому задача моделирования таких машин остается актуальной. Исследователи, решающие такие задачи, и программные пакеты, являющиеся инструментом в этих исследованиях, востребованы. Организация процесса проектирования практически полностью опирается на численное компьютерное моделирование. Аналитические методы расчета используются лишь в редких случаях для получения быстрых оценок параметров систем установки. Но тем не менее некоторые аналитические выражения, например для вычисления частот бетатронных колебаний или оценки вклада магнитных масс, являются крайне полезными и экономят значительную часть времени.

Существующая часть программных кодов, находящихся в открытом доступе, часто по тем или иным причинам не может покрыть всех задач, стоящих перед проектировщиком. Поэтому большинство исследователей вынуждены разрабатывать собственные программы численного расчета. С одной

стороны, это позволяет создать инструмент, идеально подходящий под имеющуюся задачу, учитывая, что каждая ускорительная установка уникальна, и получать максимально полный набор вычисляемых характеристик. Но процедура создания программы расчета требует определенных знаний основ ускорительной физики, которые переводятся в компьютерные алгоритмы. Поэтому изучение циклотронной теории должно быть неотъемлемой частью процесса моделирования. Не стоит пренебрегать изучением основ ускорительной физики даже при условии наличия распространенной и зарекомендовавшей себя программы расчета. Без умения анализировать полученные данные крайне сложно убедиться в достоверности получаемых оценок и правильно их интерпретировать.

Развитие ускорительной физики и техники не стоит на месте, и постоянно появляются не только новые технико-технологические решения, но и инновационные предложения по созданию новых типов ускорителей заряженных частиц. Но преимущества ускорителей циклотронного типа для использования их в прикладных целях не дают оснований полагать, что в обозримом будущем пропадет востребованность в умении их компьютерного моделирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Забаяев В. Н.* Применение ускорителей в науке и промышленности. Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2008.
2. *Lawrence E. O., Livingston M. L.* // *Phys. Rev.* 1931. V. 37. P. 1707.
3. *Mann W. B.* *The Cyclotron.* Methuen & Co., 1953.
4. *Ливингуд Дж.* Принципы работы циклических ускорителей. М.: Изд-во иностр. лит., 1963;  
*Livingood J. J.* *Principles of Cyclic Particle Accelerators.* London: D. Van Nostrand Co., 1961.
5. *Брук Г.* Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970;  
*Bruck H.* *Circular Particle Accelerators.* Los Alamos, N. M.: Los Alamos Sci. Lab., 1972.
6. *Коломенский А. А., Лебедев А. Н.* Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
7. *Livingston M. S.* Part I. History of the Cyclotron // *Physics Today.* 1959. V. 10, 12, 18.
8. *Векслер В. И.* О новом методе ускорения релятивистских частиц // Докл. АН СССР. 1944. Т. 44, № 9. С. 393–396.
9. *Онищенко Л. М.* Циклотроны // ЭЧАЯ. 2008. Т. 39, № 6.
10. *Clark D. J.* Ion Sources for Cyclotrons // *Proc. of the 9th Intern. Conf. on Cyclotrons and Their Applications.* Caen, France, 1981.
11. *Braun I.* *Physics and Technology of Ion Sources.* М.: Mir, 2004. Wiley-VCH, Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.

12. *Scrivens R.* Electron and Ion Sources for Particle Accelerators // CAS–CERN Accelerator School: Intermediate Course on Accelerator Physics, Zeuthen, Germany, Sept. 15–26, 2003. CERN-2006-002. P. 495–504.
13. *Forrester T.A., Alton G.D.* Large Ion Beams: Fundamentals of Generation and Propagation // *Physics Today*. 1989. V. 42, Iss. 6.
14. *Geller R.* Electron Cyclotron Resonance Sources: Historical Review and Future Prospects // *Rev. Sci. Instrum.* 1998. V. 69. P. 1302–1310.
15. *Lyneis C.M.* ECR Ion Sources for Accelerators // *Proc. of the 13th Intern. Conf. on Cyclotrons and Their Applications*, Vancouver, British Columbia, Canada, 1992. P. 301.
16. *Anger N.* Ion Sources. GSI, Darmstadt; [https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/\\_Public/26/001/26001458.pdf](https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/26/001/26001458.pdf).
17. *Naik D. et al.* Design of a «Two-Ion Source» Charge Breeder Using ECR Ion Source in Two Frequency Mode // *Nucl. Instr. Meth. A*. 2005. V. 547. P. 270–278.
18. *Leitner D., Todd D., Winklehner D.* Fundamentals of Ion Sources. Multicusp Ion Sources I. USPAS, Univ. of Texas, 2016.
19. *Welton R.F. et al.* H-Ion Source Developments at the SNS // *Rev. Sci. Instrum.* 2008. V. 79, No. 2. Pt. 2. P. 02C721.
20. *Seidel M.* Injection and Extraction in Cyclotrons // CERN Accelerator School–Specialized Course, Erice, 12 March 2017.
21. *Kleeven W.* Injection and Extraction for Cyclotrons // CERN Accelerator School and KVI: Specialized CAS Course on Small Accelerators, Zeegse, The Netherlands, May 24 – July 2, 2005. P. 271–296.
22. *Kuo T., Baartman R., Root L., Milton B., Laxadal R., Yuan D., Jayamanna K., Schmor P., Dutto G., Dehnel M., Erdman K.* A Comparison of Two Injection Line Matching Sections for Compact Cyclotrons // *IEEE*. 1995. V. 3. P. 1858.
23. *Belmot J.L., Pabot J.L.* Study of Axial Injection for the Grenoble Cyclotron // *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 1966. V. NS-13, No. 4. P. 191–193.
24. *Kim J.H., Lee D.H., Chun K.S., Oh B.H.* Design Study for a Spiral Inflector in a Cyclotron // *J. Kor. Phys. Soc.* 2005. V. 46, No. 5. P. 1102–1108.
25. *Baartman R., Kleeven W.* A Canonical Treatment of the Spiral Inflector for Cyclotrons // *Part. Accel.* 1993. V. 41. P. 41–53.
26. *Heikkinen P.* Injection and Extraction for Cyclotrons: CAS. CERN 94-01. 1994. V. II. P. 819.
27. *Piazza L.A.C. et al.* Design of the Flat-Top Acceleration Cavity for the LNS Superconducting Cyclotron // *Proc. of EPAC2006*, Edinburgh, Scotland, 2006.
28. *Vorozhtsov S.B., Smirnov V.L., Goto A.* Modification of the Central Region in the RIKEN AVF Cyclotron for Acceleration at the  $h = 1$  RF Harmonic // *Proc. of CYCLOTRONS'10*, Lanzhou, China, 2010.
29. *Chen G. et al.* Research and Development of RF System for SC200 Cyclotron // *Proc. of IPAC2018*, Vancouver, BC, Canada, 2018.
30. *Kleeven W. et al.* Recent Development and Progress of IBA Cyclotrons // *Nucl. Instr. Meth. B*. 2011. V. 269, Iss. 24. P. 2857–2862.
31. *Jongen Y. et al.* Radio Frequency System of the Cyclotron C400 for Hadron Therapy // *Proc. of CYCLOTRONS'2007*, Giardini Naxos, Messina, Italy, 2007.

32. *Богданов П. В. и др.* Создание компактных циклотронов СС-18/9, СС-12 и МСС-30/15 для производства медицинских изотопов // ЖТФ. 2011. Т. 81, вып. 10.
33. *Pearson E., Kleeven W., Van de Walle J., Zaremba S.* The New IBA Superconducting Synchrocyclotron (S2C2): From Modeling to Reality // Proc. of Eleventh Intern. Topical Meeting or Nuclear Applications of Accelerators, Bruges, Belgium, 2013.
34. *Fitze H.R. et al.* Development of a New High Power Cavity for the 590 MeV Cyclotron // Proc. of PAC, New York, 1999.
35. *Сыресин Е. М.* Протонная и ионная терапия. Дубна: ОИЯИ, 2015. 156 с.
36. *Гикал Б. Н., Тихомиров А. В., Хабаров М. В., Чернышев О. А.* Вакуумная система циклотронного комплекса тяжелых ионов DC-60 // Письма в ЭЧАЯ. 2008. Т. 5, №4(146). С. 655–674.
37. Полые проводники из меди. Luvata corp. [www.Luvata.com](http://www.Luvata.com).
38. *Шмидт В. В.* Введение в физику сверхпроводников. 2-е изд. М.: МЦНМО, 2000.
39. *Sabbi G.L.* Future of High Field Superconducting Magnets // Proc. of CYCLOTRONS'19, Cape Town, South Africa, 2019.
40. *Wilson M.* Superconductivity for Accelerators. JUAS Lectures. Feb. 2015.
41. *Godeke A. et al.* Research at Varian on Applied Superconductivity for Proton Therapy // Supercond. Sci. Technol. 2020. V. 33. P. 064001.
42. *Кравченко М. Б.* Системный анализ работы криорефрижератора Гиффорда–Макмагона // Техн. газы. 2015. № 5.
43. *Бак М. А., Романов Ю. Ф.* Нейтрон. М.: Атомиздат, 1960. 84 с.
44. Ускорители: Сб. ст. / Ред. Яблоков Б. Н. М.: Госатомиздат, 1962.
45. *Blatt J. M., Weisskopf V. F.* Theoretical Nuclear Physics. New York: Springer-Verlag, Inc., 1979.
46. *Машкович В. П., Кудрявцева А. В.* Защита от ионизирующих излучений: Справ. М.: Энергоатомиздат, 1995. 496 с.
47. *Бродер Д. Л., Зайцев Л. Н., Комочков М. М., Мальков В. В., Сычен В. С.* Бетон в защите ядерных установок. М.: Атомиздат, 1960.
48. *Комар Е. Г.* Основы ускорительной техники. М.: Атомиздат, 1975. С. 368.
49. *Hart T. L., Summers D. J., Paul K.* Magnetic Field Expansion out of a Plane: Application to Cyclotron Development // Proc. of PAC'11, New York, USA, 2011.
50. *Kerst D. W., Serber R.* Electronic Orbits in the Induction Accelerator // Phys. Rev. 1941. V. 60. P. 53.
51. *Munilla J.* Compact Accelerators for Radioisotope Production: The AMIT Project. Academia-Industry Matching Event on Superconductivity for Accelerators for Medical Applications. Madrid: CIEMAT, 2016.
52. *Thomas L. H.* // Phys. Rev. 1938. V. 54. P. 580.
53. *Craddock M. K.* AG Focusing in the Thomas Cyclotron of 1938 // Proc. of PAC09, Vancouver, BC, Canada, 2009.
54. *Коломенский А. А., Петухов В. А., Рабинович М. С.* Новый ускоритель — кольцевой фазотрон: Отчет ФИАН. СССР, 1953.
55. *Kelly E. L., Pyle R. V., Thornton R. L., Richardson J. R., Wright B. T.* // Rev. Sci. Instrum. 1956. V. 27. P. 492.
56. *Symon K. R., Kerst D. W. et al.* // Phys. Rev. 1956. V. 103. P. 1837.
57. *Дмитриевский В. П. и др.* Препринт ОИЯИ 1431. Дубна, 1963.

58. *Schulte W.M.* The Theory of Accelerated Particles in AVF Cyclotrons // Part. Accel. (E1600). Netherlands, 1978. 188 p. INIS-MF-4849.
59. *Teng L. C.* Linear Theory of Betatron Oscillations in Sectorial Cyclotrons // Rev. Sci. Instr. 1956. V. 27. P. 1051.
60. *Hagedorn H. L., Verster N. F.* Orbits in an AVF Cyclotron // Nucl. Instr. Meth. 1962. V. 18, 19. P. 2001–228.
61. *Gordon M.M.* Computation of Closed Orbits and Basic Focusing Properties for Sector-Focused Cyclotrons and the Design of “CYCLOPS” // Part. Accel. 1984. V. 16. P. 3962.
62. *Коломенский А. А.* Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. 302 с.
63. *Li R.* Discussion of Phase Space and Emittances // Proc. of NAPAC’16, Chicago, IL, USA, 2016.
64. *Bradt H., Olbert S.* Liouville’s Theorem // Suppl. to Ch. 3 of Astrophysical Processes. Cambridge Univ. Press, 2008.
65. *Джеленов В. П., Дмитриевский В. П.* Фазотрон и принцип автофазировки // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26, № 5.
66. *Onischenko L. M.* JINR Phasotron // Proc. of PAC1987. P. 878–882.
67. *Kleeven W., Abs M., Forton E., Henrotin S., Jongen Y., Nuttens V., Paradis Y., Pearson E., Quets S., Van de Walle J., Verbruggen P., Zaremba S., Conjat M., Mandrillon J., Mandrillon P.* The IBA Superconducting Synchrocyclotron Project S2C2 // Proc. of 20th Intern. Conf. on Cycl. and Their Appl., Vancouver, BC, Canada, 2013.
68. *Kleewen W.* The Superconducting Synchrocyclotron Project S2C2 // Joint Universities Accelerator School, CERN, Switzerland, 2014.
69. *Lundstrom B., Holmgren B.* The RF System of the Gustaf Werner Cyclotron/Synchrocyclotron // Proc. of the 13th Intern. Conf. on Cyclotrons and Their Applications, Vancouver, BC, Canada, 1992.
70. *Ohmori Ch., Meot F., Pasternak J.* RF System for RACCAM FFAG // Proc. of PAC09, Vancouver, BC, Canada, 2009.
71. *Lagrange J.-B., Kelliher D., Machida S., Prior C., Rogers C.* Status of FFAs (Modelling and Existing/Planned Machines) // Proc. of CYCLOTRONS’19, Cape Town, South Africa, 2019.
72. *Kolomensky A. A., Petukhov V. A., Rabinovich M. S., Lebedev A. A.* Phys. Inst. Rep. RF-54. M., 1953.
73. *Ohkawa T.* // Rev. Sci. Instr. 1958. V. 29. P. 108.
74. *Cole F. T., Haxby R. O., Jones L. W., Pruett C. H., Terwilliger K. M.* Electron Model Fixed Field Alternating Gradient Accelerator // Rev. Sci. Instr. 1957. V. 28, No. 6. P. 403–420.
75. *Adachi T. et al.* A 150 MeV FFAG Synchrotron with “Return-Yoke Free” Magnet // Proc. of the 2001 PAC, Chicago, 2001.
76. *Sato Y. et al.* // Proc. of the EPAC 2000. P. 581.
77. *Antoine S. et al.* Principle Design of a Proton Therapy, Rapid-Cycling, Variable Energy Spiral FFAG // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 602. P. 293–305.
78. *Yokoi T.* Status of Pamela: An UK Particle Therapy Facility Project Using NS-FFAG // Intern. J. Mod. Phys. A. 2011. V. 26, Nos. 10 & 11. P. 1887–1902.

79. *Smirnov V. L., Azaryan N. S., Vorozhtsov S. B.* Preliminary Parameter Assessments of a Spiral FFAG Accelerator for Proton Therapy. JINR Commun. E9-2013-99. Dubna, 2013. P. 13.
80. *Planche T. et al.* Design of a Prototype Gap Shaping Spiral Dipole for a Variable Energy Proton Therapy FFAG // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 604. P. 435–442.
81. *Qin B. et al.* Design of High-Energy Hadron FFAGs for ADSR and Other Applications // Proc. of CYCLOTRONS 2010, Lanzhou, China, 2010.
82. *Brooks S. J.* Vertical Orbit Excursion FFAG Accelerators with Edge Focusing // Proc. of IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA, 2012.
83. *Brooks S. J.* Vertical Orbit Excursion FFAGs and Other Things // Proc. of FFAG'11 Workshop, Oxford, 2011.
84. *Векслер В. И.* Новый метод ускорения релятивистских частиц // Докл. АН СССР. 1944. Т. 43, № 8. С. 346–348.
85. *Гринберг А. П.* Микротрон // УФН. 1961. Т. 75, вып. 3.
86. *Ципенюк Ю. М.* Фундаментальные и прикладные исследования на микротроне. М.: Наука/Интерпериодика, 2009.
87. *Алимов А. С., Чепурнов А. С., Чубаров О. В. и др.* Препринт ИЯФ МГУ-93-9/301. М., 1993.
88. *Shvedunov V. I., Barday R. A., Frolov D. A. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 2004. V. 511. P. 346.
89. *Herminghaus H., Euteneuer H.* // Nucl. Instr. Meth. 1979. V. 163. P. 299.
90. *Kaiser K. H.* // Proc. Conf. on Future Possibilities for Electron Accelerators, Charlottesville, 1979.
91. *Беловицев К. А. и др.* Препринт ФИАН им. П. И. Лебедева № 88. М., 1984.
92. *Нае Т., Аоки Т., Хори С., Накашима Х., Нода Ф., Секи Т., Хирамото К.* Compact Cotangential Orbit Accelerator for Proton Therapy // Proc. of CYCLOTRONS'19, Cape Town, South Africa, 2019.
93. *Саркисян Л. А.* Возможность ускорения в изохронном циклотроне протонов на энергию свыше  $E_0$  // АЭ. 1971. Т. 30, вып. 5. С. 466.
94. *Zhang T. J., An S., Bian T. J., Guan F. P., Li M., Pei S., Wang C., Wang F., Yin Z. G.* A New Solution for Cost Effective, High Average Power (2 GeV, 6 MW) Proton Accelerator and Its R&D Activities // Proc. of CYCLOTRONS'19, Cape Town, South Africa, 2019.
95. *Joho W.* Cyclotron Specials // Accelerator Talks. PSI, Switzerland, 2014.
96. *King N. M., Walkinshaw W.* Spiral Ridge Cyclotron Particle Dynamics Applied to Conversion of the HARWELL Synchrocyclotron // Nucl. Instr. Meth. 1958. P. 287–298.
97. *Chao Hung-Chun.* Emittance Evolution in Crossing Walkinshaw Resonance and Envelope Dynamics Simulations. PhD Thesis. 2015.
98. *Schoch A.* Theory of Linear and Nonlinear Perturbations of Betatron Oscillations in Alternating-Gradient Synchrotrons: CERN Yellow Reports: monographs 10.5170/CERN-1957-021, CERN-57-21. 1958. 153 p.
99. *Gordon M. M.* The Electric Gap-Crossing Resonance in a Three-Sector Cyclotron // Nucl. Instr. Meth. V. 1962. V. 18, 19. P. 268–280.
100. *Yao H., Baartman R., Rao Y.-N., Zhang T., Lin Y.* Gap-Crossing Resonance in Cysciae-100 Cyclotron // Proc. of CYCLOTRONS 2007, Giardini Naxos, Italy, 2007.

101. *Smirnov V., Vorozhtsov S., Vincent J.* Design Study of an Ultra-Compact Superconducting Cyclotron for Isotope Production // Nucl. Instr. Meth. A. 2014. V. 763. P. 6–12.
102. *Allen Ch. K., Pattengale N. D.* Theory and Technique of Beam Envelope Simulation. Los Alamos Nat. Lab. Report LA-UR-02-4979. 2004.
103. *Перепелкин Е. Е., Репникова Н. П., Иноземцева Н. Г.* Точное решение задачи пространственного заряда для движения сферически симметричного пучка в однородном электрическом поле // Матем. заметки. 2015. Т. 98. С. 386–392.
104. *Pandit V. S.* Transport & Acceleration of Space Charge Dominated Beam with Cyclotron // Joint Accel. School-08, Indore, 2008.
105. *Kapchinsky I. M., Vladimirovsky V. V.* Limitations of Proton Beam Current in a Strong Focusing Linear Accelerator Associated with the Beam Space Charge // Proc. of Intern. Conf. on High-Energy Accelerators and Instrumentation. CERN, 1959. P. 274–288.
106. *Prior Ch.* Beam Dynamics with Space Charge // CERN Accel. School “High Power Hadron Machines”, Bilbao, Spain, 2011.
107. *Sacherer F. J.* RMS Envelope Equations with Space Charge // IEEE. 1971. CERN Internal Report SI/DL/70-12.
108. *Ferrario M., Migliorati M., Palumbo L.* Space Charge Effects // Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School: Advanced Accelerator Physics. Trondheim, Norway, Aug. 19–29, 2013. CERN-2014-009. CERN, Geneva, 2014.
109. *Adam S.* Space Charge Effects in Cyclotrons — from Simulations to Insights // Proc. of CYCLOTRONS’95, Cape Town, South Africa, 1995.
110. *Yang J. J., Adelmann A., Humbel M., Seidel M., Zhang T. J.* Beam Dynamics in High Intensity Cyclotrons Including Neighboring Bunch Effects: Model, Implementation, and Application // Phys. Rev. Spec. Topics Accel. Beams. 2010. V. 13. P. 064201.
111. *Goto A.* Mechanism of Formation of a Round Beam by Space-Charge Forces in Cyclotrons // RIKEN Accel. Prog. Rep. 2011. V. 44.
112. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. М.: Физматлит, 2001.
113. [www.operafea.com](http://www.operafea.com)
114. <http://www.ansys.com>
115. *Dubrovin A. N.* User’s Guide MERMAID: Magnet Design in Two and Three Dimensions. Novosibirsk: SIM Limited, 1994. P. 3–60.
116. *Sytchevsky S. et al.* Numerical Technology for Design, Development and Measurements of Magnet System in Cyclotrons // Proc. of XXXV Eur. Cyclotron Progress Meeting (ECPM 2006), November 2–4, 2006.
117. *Halbach K., Holsinger R. F.* SUPERFISH — A Computer Program for Evaluation of RF Cavities with Cylindrical Symmetry // Part. Accel. 1976. V. 7. P. 213–222.
118. <https://www.cst.com>
119. <https://www.3ds.com>
120. *Forringer E. R.* Phase Space Characterization of an Internal Ion Source for Cyclotrons. PhD Thesis. Michigan State Univ., 2004.
121. *Овсянников Д. А.* Моделирование и оптимизация динамики пучков заряженных частиц. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1990.

122. *Batygin Y.* Low Energy Beam Transport for Intense Beams, High Intensity RF Linear Accelerators // U. S. Part. Accel. School, Albuquerque, New Mexico, June 23–27, 2014.
123. *Humphries S., Jr.* Charged Particle Beams. Univ. of New Mexico, 2002.
124. *Smirnov V. L., Vorozhtsov S. B.* Axial Injection to a Compact Cyclotron with High Magnetic Field // Proc. of the XXIV Russ. Part. Accel. Conf. RUPAC 2014, Obninsk, Russia, 2014.
125. *Вальков А. Е., Зайченко А. К.* Метод расчета изохронного поля циклотрона У-240 // Ядерная физика та енергетика. 2012. Т. 13, № 1. С. 101–107.
126. *Kazarinov N., Kazacha V., Borisov O.* Determination of Isochronous Field Using Calculated Map of Magnetic Field in Cyclotron Median Plane // Proc. of CYCLOTRONS 2010, Lanzhou, China, 2010.
127. *Ristic-Djurovic J. L., Vujovic V.* Comparative Analysis of Methods for Isochronous Magnetic-Field Calculation // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2008. V. 55, No. 6. P. 3531–3538.
128. *Smirnov V., Vorozhtsov S., Goto A., Hojo S., Honma T., Katagiri K.* Quantitative Simulation of NIRS Cyclotron // Proc. IPAC'12, New Orleans, USA, 2012.
129. *Podadera I. et al.* Beam Diagnostics for Commissioning and Operation of a Novel Compact Cyclotron for Radioisotope Production // Proc. of IBIC2013, Oxford, UK, 2013.
130. *Замолодчиков В. И.* Циклотрон и фазотрон с вариацией магнитного поля на энергию до 1 ГэВ. Дис. . . д-ра физ.-мат. наук. Дубна: ОИЯИ, 1971.
131. *Смирнов В. Л.* Проектирование центральной зоны компактного циклотрона // Письма в ЭЧАЯ. 2019. Т. 16, № 1(220). С. 40–55.
132. *Wouters C., Baumgarten C., Forss S., Vrankovic V., Zhang H., Schippers M.* Central Region Studies of the 250 MeV SC Cyclotron for Proton Therapy // Proc. of ECPM, 2009.
133. *Blosser H. G.* Optimization of the Cyclotron Central Region for the Nuclear Physics User // Proc. of the Fifth Intern. Cyclotron Conf. Oxford, England, 1969.
134. *Bellomo G.* The Central Region for Compact Cyclotrons // Proc. of CYCLOTRONS'89, Berlin, 1989. P. 325–334.
135. *Belmont J.-L.* Ion Transport from the Source to First Cyclotron Orbit // Nukleonika. 2003. V. 48 (Suppl. 2). P. S13–S20.
136. *van Nieuwland J. M., Hazewindus N.* Some Aspects of the Design of a Cyclotron Central Region // Philips Res. Rep. 1974. V. 29. P. 528–559.
137. *Kleeven W., Zaremba S.* Cyclotrons: Magnetic Design and Beam Dynamics. arXiv.org 2018.
138. *Kilpatrick W. D.* Criterion for Vacuum Sparking Designed to Include Both RF and DC // Rev. Sci. Instr. 1957. V. 28. P. 824.
139. *Vorozhtsov S. B.* Computer Simulation of the Magnetic System and Beam Dynamics in Accelerators with Spatial Variation of the Magnetic Field. Doctor of Science Thesis. Dubna, 1986.
140. *Milinkovic Lj. S., Subotic K. M., Fabrici E.* Properties of Centered Accelerated Equilibrium Orbits // Nucl. Instr. Meth. A. 1988. V. 273. P. 87–96.
141. *Chautard F.* Beam Dynamics for Cyclotrons // CAS Proc. 2005. V. 12. P. 209.



142. *Gordon M. M., Welton T. A.* Computation Methods for AVF Cyclotron Design Studies. Oak Ridge Nat. Lab. Report ORNL-2765. 1959.
143. *Zhidkov E. P., Perepelkin E. E., Vorozhtsov S. B.* Modeling of the Spiral Inflector and the Orbit Centering in a Compact Cyclotron // *Math. Models Comp. Simulations*. 2009. V. 1, No. 6. P. 704–711.
144. *Welton T. A.* Nucl. Sci. Ser. Rep. 26. NAS-NRC-656. Washington, 1959. P. 192.
145. *Gordon M.* Longitudinal Space Charge Effect and Energy Resolution // *Proc. of the 5th Intern. Cycl. Conf., Oxford, 1969*.
146. *Григорьев Ю. Н., Вишков В. А., Федорук М. П.* Численное моделирование методами частиц в ячейках. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. 360 с.
147. *Роушаль А. С.* Быстрое преобразование Фурье в вычислительной физике // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1976. Т. XIX, № 10. С. 1425–1454.
148. *Assous F., Degond P., Segre J.* A Particle-Tracking Method for 3D Electromagnetic PIC Codes on Unstructured Meshes // *Comput. Phys. Commun.* 1992. V. 72. P. 105–114.
149. *Sonnendrucker E., Ambrosiano J. J., Branon S. T.* A Finite Element Formulation of the Darwin PIC Model on Unstructured Grids // *J. Comput. Phys.* 1995. V. 121. P. 281–297.
150. *Дудникова Г. И., Романов Д. В., Федорук М. П.* О моделях частиц на неструктурированных сетках // *Вычисл. технологии*. 1998. Т. 3. С. 30–46.
151. *Лембра Ю. Я.* Методы вывода пучка из фазотрона // *УФН*. 1963. Т. LXXIX, вып. 2.
152. *Nuttens V., Abs M., Delvaux J.-L., Jongen Y., Kleeven W., Mehaudens M., Medeiros Romao L., Servais T., Vanderlinden T., Verbruggen P.* Cyclotron Vacuum Model and H-Gas Stripping Losses // *Proc. of CYCLOTRONS 2010, Lanzhou, China, 2010*. P. 200–202.
153. *Nakai Y. et al.* Cross Sections for Charge Transfer of Hydrogen Atoms and Ions Colliding with Gaseous Atoms and Molecules // *Atom. Data Nucl. Data Tables*. 1987. V. 37. P. 69–101.
154. *Poncet A.* // *Proc. of CERN Accelerator School: Vacuum Technology, Snekersten, Denmark, 1999*. P. 165–176.
155. *El-Shazly M. N. et al.* Beam Loss Due to the Charge Exchange with the Residual Gas in the FLNR Heavy Ion Cyclotrons // *Proc. of VI EPAC*. 1998. P. 2199.
156. *Tikhomirov A. et al.* Computer Modeling of the Beam Transmission Efficiency Dependent on the Charge Exchange with the Residual Gas for the CI-100 Cyclotron // *Proc. of the 6th Intern. Comput. Accel. Physics Conf. (ICAP), Darmstadt, Germany, 2000*.
157. *Карамышев О. В., Карамышева Г. А., Скрипка Г. М.* Потери ионов вследствие перезарядки на остаточном газе в камере циклотрона. Препринт ОИЯИ Р9-2011-34. Дубна, 2011.
158. *Zhang T. et al.* Beam Loss by Lorentz Stripping and Vacuum Dissociation in a 100 MeV Compact H-Cyclotron // *Proc. of PAC09, Vancouver, BC, Canada, 2009*.
159. *Stinson G. M.* Electric Dissociation of H Ions by Magnetic Fields // *Nucl. Instr. Meth.* 1969. V. 74. P. 333–341.
160. *Alonso J. R.* High Power, High Energy Cyclotrons for Decay-At-Rest Neutrino Sources: The DAEδALUS Project // *Proc. of the DPF-2011 Conf., Providence, RI, Aug. 8–13, 2011*.

161. *Smirnov V.L.* Computer Codes for Beam Dynamics Analysis of Cyclotron-Like Accelerators // *Phys. Rev. Accel. Beams*. 2017. V. 20. P. 124801.
162. *Rao Y.-N., Baartman R.* 50 Years of Cyclotrons Designed Using CYCLOPS // *Proc. of FFAG'13*, Sept. 21–24, 2013.
163. *Richardson J.R., Blackmore E.W., Dutto G., Kost C.J., Mackenzie G.H., Craddock M.K.* TRIUMF, Production of Simultaneous, Variable Energy Beams from the TRIUMF Cyclotron // *Proc. of PAC 1975*.
164. *Makino K., Berz M.* COSY INFINITY. Version 9 // *Nucl. Instr. Meth. A*. 2006. V. 558. P. 346–350.
165. [http://bt.pa.msu.edu/index\\_cosy.htm](http://bt.pa.msu.edu/index_cosy.htm)
166. *Johnstone C., Berz M., Makino K., Koscielniak S., Snopok P.* Advances in Nonlinear Non-Scaling FFAGs // *Intern. J. Mod. Phys. A*. 2011. V. 26, Nos. 10 & 11. P. 1690–1712.
167. *Adelmann A., Gsell A., Kraus C., Ineichen Y., Russell S., Bi Y., Wang C., Yang J., Zha H., Sheehy S., Rogers C., Mayes C.* The OPAL Framework. Version 1.1.9. User's Reference Manual. PSI Report PSIPR-08-02. 2013.
168. <http://h5part.web.psi.ch/>
169. *Yang J. J., Adelmann A., Humbel M., Seidel M., Zhang T. J.* Beam Dynamics in High Intensity Cyclotrons Including Neighboring Bunch Effects: Model, Implementation and Application // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2010. V. 13. P. 064201.
170. *Zhang T., Yao H., Yang J., Zhong J., An S.* The Beam Dynamics Study for the CYCIAE-100 Cyclotron // *Nucl. Instr. Meth. A*. 2012. V. 676. P. 90–95.
171. *Meot F.* ZGOUBI User's Guide. Brookhaven National Laboratory. C-AD/AP/470. 2012.
172. Sourceforge.net
173. *Calanna A., Alonso J.R., Calabretta L., Conrad J.M., Meot F., Haj Tahar M., Shaevitz M.* Injection and Extraction from the Superconducting Ring Cyclotron for DAEδALUS Experiment. LNL Report. 2014.
174. *Arnette T.I.* Program CYCLONE. Michigan State University Internal Report. 1966.
175. *Milton B.F.* CYCLONE VERS. 8.4. TRI-DN-99-4. 1999.
176. *MSU NSCL Accelerator Group.* Z3CYCLONE Instruction Manual. Version 4.1. 1996.
177. *Kim H.W., Lee Y.S., Jung S.Y., Lee J.C., Chai J.S.* Design Study of a 250 MeV Isochronous Cyclotron for Proton Therapy // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 2016. V. 26, No. 4.
178. mathworks.com
179. *Glazov A.A., Kalinichenko V.V., Karamysheva G.A., Lisenkova O.E.* Program Complex for Cyclotron Beam Dynamic Simulations // *Proc. of the 19th Russ. Part. Accel. Conf.*, 2004. P. 165–167.
180. *Karamysheva G., Gurskiy S., Karamyshev O., Morozov N., Popov D., Samsonov E., Shirkov G., Shirkov S., Trubnikov G., Bi Y., Chen G., Chen Y., Ding K., Feng H., Li J., Song Y., Xie Y., Yang Q., Zheng J.* Compact Superconducting Cyclotron SC200 for Proton Therapy // *Proc. of the 21st Intern. Conf on Cycl. and Their Appl.*, Zurich, Switzerland, 2016.
181. *Battaglia D., Calabretta L., Campo D., Maggiore M., Piazza L., Rifuggiato D.* New Design Tools for a Cyclotron Central Region // *Proc. of EPAC 2006*. Edinburgh, Scotland, 2006. P. 2215–2217.

182. *Piazza L. A. C.* SCENT 300 Project Status Review // Proc. of ECPM'09, Groningen, The Netherlands, Oct. 28–31, 2009.
183. *Kleeven W., Abs M., Forton E., Nuttens V., Pearson E., Van de Walle J., Zaremba S.* AOC, a Beam Dynamics Design Code for Medical and Industrial Accelerators at IBA // Proc. of IPAC2016. Busan, Korea, 2016. P. 1902–1904.
184. *Van de Walle J., Abs M., Conjat M., Forton E., Henrotin S., Jongen Y., Kleeven W., Mandrillon J., Mandrillon P., Verbruggen P.* The S2C2: From Source to Extraction // Proc. of the 21st Intern. Conf. on Cycl. and Their Appl., Zurich, Switzerland, 2016.
185. *Perepelkin E. E., Vorozhtsov S. B.* CBDA — Cyclotron Beam Dynamics Analysis Code // Proc. of the 21st Russ. Particle Accel. Conf., 2008. P. 40–42.
186. *Перепелкин Е. Е., Смирнов В. Л., Ворожцов С. Б.* Использование технологии NVIDIA CUDA при моделировании динамики пучка в ускорителях заряженных частиц // Вестн. Рос. ун-та дружбы народов. Сер. «Математика. Информатика. Физика». 2010. № 1. С. 76–82.
187. *Smirnov V. L., Vorozhtsov S. B.* SNOP — Beam Dynamics Analysis Code for Compact Cyclotrons // Proc. of the XXIII Russ. Accel. Conf. “RuPAC’2012”, St. Petersburg, Russia, 2012. P. 325–327.