

# ЭМИССИЯ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОТОНОВ И ПИОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В РАМКАХ НЕРАВНОВЕСНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

*А. Т. Дьяченко*<sup>1,2,\*</sup>, *И. А. Митропольский*<sup>2,3,\*\*</sup>

<sup>1</sup> Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константина  
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,  
Гатчина, Россия

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский научный центр РАН, Санкт-Петербург, Россия

Развит гидродинамический подход с неравновесным уравнением состояния при описании эмиссии протонов и пионов, образующихся в столкновениях тяжелых ионов промежуточных энергий, проведен учет поправки на микроканоническое распределение, и включен вклад процесса фрагментации. Рассмотрены экспериментальные данные ИТЭФ (Москва) по эмиссии протонов в столкновениях ядер  $^{12}\text{C}$  с бериллиевой мишенью при значениях энергии 1–2 ГэВ/нуклон. Показано, что эти данные можно описать в рамках гидродинамической модели для высокоэнергетической кумулятивной области спектра протонов с учетом вклада от фрагментации ионов для мягкой области спектра в рамках статистической модели фрагментации. Вычисленные двойные дифференциальные сечения испускания пионов при этих энергиях согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

A hydrodynamic approach with a nonequilibrium equation of state is developed to describe the emission of protons and pions formed in collisions of heavy ions of intermediate energies, an amendment for the microcanonical distribution is taken into account, and the contribution of the fragmentation process is included. Experimental data of ИТЭФ (Moscow) on collisions of  $^{12}\text{C}$  nuclei with a beryllium target at energies of 1–2 GeV per nucleon for carbon nuclei with proton emission are considered. It is shown that these data can be described within a hydrodynamic model for high-energy cumulative region of the proton spectrum, taking into account the contribution from ion fragmentation for the soft spectral region within the framework of the statistical fragmentation model. The calculated double

---

\* E-mail: dyachenko\_a@mail.ru

\*\* E-mail: mitropolsky\_ia@nrcki.pnpi.spb.ru

differential cross sections for pion emission at these energies agree with the available experimental data.

PACS: 24.10.Nz; 32.30.-r

## ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени техника расчетов столкновений тяжелых ионов достигла весьма высокого уровня. Наряду с молекулярной динамикой и решением динамического уравнения Больцмана эффективным методом описания взаимодействия тяжелых ионов при промежуточных и высоких энергиях является ядерная гидродинамика (см., например, [1–7]). В [1] Х.Штокер и В.Грайнер одними из первых успешно использовали равновесное уравнение состояния (EOS), предполагающее установление в системе локального термодинамического равновесия.

А. С. Хворостухин и В. Д. Тонеев в работах [2, 3] для энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса NICA предложили использовать гибридную модель, которая включает в себя быструю неравновесную кинетическую стадию и последующее описание динамики ядро-ядерного столкновения на основе равновесной релятивистской гидродинамики идеальной жидкости (см. также [4]). Это дополняет описание процесса столкновения тяжелых ионов, проведенное как в рамках одножидкостной [5], так и двухжидкостной [6] и трехжидкостной [7] релятивистских гидродинамических моделей, поскольку существенную роль в процессе столкновения ядер играет его неравновесный характер.

В наших работах [8–15] было показано, что локальное термодинамическое равновесие в процессе столкновений тяжелых ионов устанавливается не сразу, поскольку на стадии сжатия важна неравновесная компонента функции распределения, приводящая к формированию бесстолкновительной ударной волны, аналогично бесстолкновительным ударным волнам в расчетах по зависящему от времени методу Хартри–Фока (TDHF) [16], и было предложено совместно с уравнениями гидродинамики решать кинетическое уравнение.

В процессе развития нашего гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния [8–10] рассмотрены столкновения ядер  $^{12}\text{C}$  с бериллиевой мишенью при энергиях налетающих ядер углерода 0,95–2,0 ГэВ/нуклон с испусканием протонов под углом  $3,5^\circ$ , исследованные на ускорителе ИТЭФ [17].

Спектры протонов содержат высокоэнергетическую кумулятивную часть спектра, которую нам удалось описать в работе [8] в рамках неравновесного гидродинамического подхода с учетом поправки на микроравновесное распределение, а также мягкую часть спектра, которая содержит вклад от фрагментации. Мы дополнили свои расчеты [8] учетом вклада от фрагментации из области перекрывающихся частей сталкивающихся ядер и из области неперекрывающихся частей на осно-

ве статистического механизма фрагментации, предложенного в работах Х. Фешбаха, К. Хуанга и А. С. Гольдхабера [18, 19]. Показано хорошее согласие найденных нами спектров с экспериментальными данными [17] в отличие от монте-карловских расчетов по модели молекулярной динамики и других каскадных моделей в работе [17].

Кроме того, в настоящей работе проведены расчеты двойных дифференциальных сечений испускания протонов и отрицательных пионов, образующихся при промежуточных энергиях в столкновениях средних и тяжелых ядер, которые были рассмотрены в работе [6], чтобы убедиться в том, что наш подход применим и к другим процессам по эмиссии вторичных частиц в согласии с экспериментальными данными.

## 1. ОСОБЕННОСТИ НЕРАВНОВЕСНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Для нахождения нуклонной функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  ( $\mathbf{r}$  — пространственная координата;  $\mathbf{p}$  — импульс;  $t$  — время) при промежуточных энергиях сталкивающихся тяжелых ионов используем кинетическое уравнение [8–13]

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau}, \quad (1)$$

где  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — локально равновесная функция распределения;  $\tau$  — время релаксации.

Уравнение (1) должно решаться совместно с уравнениями гидродинамики, следующими из (1) взятием моментов с весом 1,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}^2$  в импульсном пространстве для нахождения функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , а также плотности  $\rho(\mathbf{r}, t) = g \int f(d^3\mathbf{p})/(2\pi\hbar)^3$ , плотности  $i$ -й компоненты импульса  $mpv_i(\mathbf{r}, t) = g \int p_i f(d^3\mathbf{p})/(2\pi\hbar)^3$  и температуры  $T(\mathbf{r}, t)$ , определяющих локально равновесную функцию распределения  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ . Здесь спин-изоспиновый фактор  $g = 4$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка. Плотность внутренней энергии  $e = e_{\text{kin}} + e_{\text{int}}$  и тензор давления  $P_{ij} = P_{\text{kin},ij} + P_{\text{int}} \delta_{ij}$ , входящие в уравнения гидродинамики, являются суммой кинетических членов и членов взаимодействия.

Входящий в члены взаимодействия самосогласованный потенциал задается так же, как это делается в случае зависящих от плотности эффективных сил типа сил Скирма:

$$W(\rho) = \alpha\rho + \beta\rho^\kappa, \quad (2)$$

где три параметра  $\alpha$  ( $\alpha < 0$ ),  $\beta$  ( $\beta > 0$ ) и  $\kappa$  ( $\kappa > 1$ ) определяются заданием значений равновесной плотности  $\rho_0 = 0,145 \text{ фм}^{-3}$ , энергии связи  $E_b = -16 \text{ МэВ}$  и модуля сжатия  $K = 210 \text{ МэВ}$ . Время релаксации здесь выбрано в традиционной форме  $\tau = \lambda/v_T$  [8–10], где длина свободного пробега нуклонов  $\lambda = 1/\sigma\rho$ ,  $\sigma \approx 40 \text{ мб}$  — элементарное полное нуклон-нуклонное сечение,  $\rho$  — нуклонная плотность,  $v_T$  — средняя скорость

теплового движения нуклонов. При низких энергиях для выбранной формы  $\tau$  его численное значение близко к значению, полученному для ферми-жидкости [20]. При высоких энергиях нужно вместо сечения  $\sigma$ , вообще говоря, подставлять транспортное сечение  $\sigma_T$ , что увеличивает величину  $\tau$ . При больших временах релаксации можно использовать уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики в приближении локальной плотности [14] (см. также [15, 21]).

Решение уравнения (1) можно упростить, если искать функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (3)$$

где функция  $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  соответствует состоянию с деформированной ферми-поверхностью;  $q(\mathbf{r}, t)$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) — релаксационный фактор, находящийся из кинетического уравнения с помощью взятия момента с весом  $p_{\parallel}^2 - p_{\perp}^2$ , определяющего степень анизотропии функции распределения в импульсном пространстве [8–12] ( $p_{\parallel}$  и  $p_{\perp}$  — соответственно продольная и поперечная составляющие импульса). При  $q = 0$  получаем уравнения равновесной гидродинамики, а при  $q = 1$  — уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики. Это приводит к необходимости использовать в качестве кинетической части тензора давления

$$P_{\text{kin},ij} = P_{(\text{kin},1)ij} q + P_{(\text{kin},0)}(1 - q) \delta_{ij}, \quad (4)$$

где  $P_{(\text{kin},1)ij}$  — неравновесный анизотропный тензор давления, соответствующий деформированной ферми-поверхности, которая выбирается в форме ферми-эллипсоида, деформированного с зависящим от плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$  параметром деформации и размытого в продольном направлении с температурным параметром  $T_1(\mathbf{r}, t)$ ;  $P_{(\text{kin},0)} \delta_{ij}$  — изотропный тензор давления, соответствующий локальному термодинамическому равновесию. Кинетические члены  $P_{(\text{kin},1)ij}$  и  $P_{(\text{kin},0)}$ , включенные в давление, и кинетический член  $e_{\text{kin}}$ , входящий в плотность энергии  $e$ , определяются тепловым и ферми-движением нуклонов. В процессе релаксации сохраняются нуклонная плотность  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , плотность импульса  $m\rho(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  и плотность энергии  $e$ , а температуру  $T_1(\mathbf{r}, t)$  можно найти через температуру  $T(\mathbf{r}, t)$  для локально равновесной функции распределения  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , поскольку в процессе релаксации сохраняется плотность энергии. В результате получается замкнутая система уравнений для нахождения плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , поля скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ , поля температур  $T(\mathbf{r}, t)$  и релаксационного фактора  $q(\mathbf{r}, t)$ , позволяющая найти функцию распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ .

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ФРАГМЕНТАЦИИ

Для описания мягкой части спектра испускаемых протонов можно использовать статистическую модель фрагментации сталкивающихся тяжелых ионов, предложенную Х. Фешбахом, К. Хуангом и А. С. Гольд-

хабером [18, 19]. Согласно этой модели вероятность выхода фрагментов из составного ядра пропорциональна  $\exp(-p^2/(2\sigma_K^2))$ , где  $\mathbf{p}$  — импульс фрагмента в системе покоя ядра, а дисперсия

$$\sigma_K^2 = \sigma_0^2 \frac{K(A-K)}{A-1}, \quad (5)$$

где  $A$  — массовое число фрагментирующего ядра, а  $K$  — число нуклонов во фрагменте,

$$\sigma_0^2 = \frac{\langle p^2 \rangle}{3} = \frac{1}{3} \frac{3}{5} p_F^2, \quad (6)$$

$p_F$  — импульс Ферми.

Выражение (5) получено в [18], исходя из того, что в системе покоя полный импульс ядра  $\mathbf{P}_A = \sum_i \mathbf{p}_i = 0$  и

$$\langle \mathbf{P}_A^2 \rangle = A \langle p^2 \rangle + \sum_{i \neq j} \langle \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \rangle = A \langle p^2 \rangle + A(A-1) \langle \langle \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \rangle \rangle = 0. \quad (7)$$

Поэтому

$$\langle \langle \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \rangle \rangle = -\frac{\langle p^2 \rangle}{A-1} \quad (8)$$

и, следовательно, для фрагмента с импульсом  $\mathbf{P}_K$

$$\langle \mathbf{P}_K^2 \rangle = \left\langle \left( \sum_{i=1}^{i=K} \mathbf{p}_i \right)^2 \right\rangle = K \langle p^2 \rangle - \frac{K(K-1) \langle p^2 \rangle}{A-1} = \frac{K(A-K)}{A-1} \langle p^2 \rangle. \quad (9)$$

Выражение (6) получено в приближении ферми-газа, поскольку  $\sigma_0$  соответствует одной декартовой компоненте и  $\sigma_K^2 = \langle p_K^2 \rangle / 3$ . Мы используем для ферми-газа  $p_F = ((3/2)\pi^2 \rho_0)^{1/3} \hbar$  и получаем  $\sigma_0 \approx 100$  МэВ/с, что совпадает с результатом [18]. Однако для описания эксперимента, как отмечено в [18] и подтверждено в нашем случае, следует использовать на 10% меньшее значение. Более точно надо учитывать изменение импульса Ферми с температурой  $T$  для нагретого ядра. Что мы и сделали, выбрав для импульса Ферми выражение  $p_F = \sqrt{2m(E^* - 3/2T)}$ , где  $E^*$  — полная кинетическая энергия, приходящаяся на один нуклон ( $E^* = e_{\text{kin}}/\rho$ );  $m$  — масса протона. Это выражение позволяет в нашем случае воспроизводить экспериментальные данные.

Для нашего случая ограничиваемся испусканием протонов с  $K = 1$ , а нормировочный множитель  $C$  для определения выхода протонов находим из условия [19]

$$C 4\pi \int \frac{p^2 dp}{(2\pi \hbar)^3} \exp\left(-\frac{p^2}{2\sigma_0^2}\right) = \frac{A}{4V}. \quad (10)$$

Откуда  $C = A/4\pi/\sqrt{\pi} (2\pi \hbar)^3 / (2\sigma_0^2)^{3/2} / V$ , где  $V$  — объем системы.

В результате находим нужный нам вклад в сечение для протонов при фрагментации ( $b$  — параметр удара):

$$E \frac{d^2\sigma}{p^2 dp d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int b db \int C d\mathbf{r} \gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) \exp\left(-\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2}{2\sigma_0^2}\right), \quad (11)$$

где  $E$  — полная энергия испускаемого протона;  $\mathbf{p}$  ( $p = \sqrt{E^2 - m^2}$ ) — импульс протона с учетом движущейся со скоростью  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  ( $\mathbf{r}$  — радиус-вектор,  $t$  — момент времени начала фрагментации) системы отсчета,  $\mathbf{p}_0 = \gamma m \mathbf{v}$ , лоренц-фактор  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$ . Это выражение относится к неперекрывающимся частям сталкивающихся тяжелых ионов — периферическая фрагментация. Здесь  $A$  — массовое число ядерной системы, образующейся в результате слияния «спектаторов», которое определяет нормировочный коэффициент  $C$ . Мы также учитываем, что при вылете протоны могут запираются средним полем за счет энергии связи, от которой надо отсчитывать энергию.

Вклад от фрагментации составного ядра, образующегося из перекрывающихся частей, получен похожим образом. Такое рассмотрение есть и в [18]. В этом случае можно использовать формулу (6), где  $\sigma_0^2 = mT$  с температурой  $T$  образующегося составного ядра — горячего пятна (hot spot), временная эволюция которого рассматривается нами в гидродинамическом подходе [8–10]. При этом в данной работе введена поправка на учет ферми-движения путем замены  $mT$  на  $2/3m(E^* - 3/5E_F)$ , где  $E^*$  — приходящаяся на один нуклон полная кинетическая энергия, а  $E_F = p_{F0}^2/2m$  — энергия Ферми при температуре, равной нулю. Эта поправка улучшает описание эксперимента.

### 3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ СТАДИЯ И СЕЧЕНИЕ ИСПУСКАНИЯ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ

После выделения области локального нагрева hot spot — области перекрытия сталкивающихся ядер — анализируются стадии сжатия, расширения и разлета вещества в процессе столкновений тяжелых ионов. На стадии сжатия формируются бесстолкновительные ударные волны с изменяющимся фронтом [12–14], аналогичные ударным волнам по методу TDHF.

На стадии расширения [8–15] по достижении ударной волной границ hot spot происходит расширение первоначально сжатой системы, которое описывается с учетом ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении [8–10].

Расширение hot spot происходит в соответствии с уравнениями гидродинамики, записанными в сферической системе координат. После интегрирования уравнений по объему hot spot [9] получается система обыкновенных интегродифференциальных уравнений, которая решается численно.

В рассматриваемом диапазоне энергий на стадии расширения коэффициент вязкости  $\eta$  достаточно велик (число Рейнольдса  $Re = (m\rho v l)/\eta \leq 1$ ). Это уменьшает скорость разлета hot spot и увеличивает его температуру. По достижении расширяющейся ядерной системой критической плотности (плотности замораживания)  $\rho^*$ , определяемой из условия  $dP_{\text{int}}/d\rho = \rho dW/d\rho = 0$ , происходит формирование вторичных частиц (нуклонов, фрагментов, пионов) и их разлет.

Инвариантное двойное дифференциальное сечение испускания протонов в реакции  $A + B \rightarrow p + X$  имеет вид ( $b$  — параметр удара)

$$E \frac{d^2\sigma}{p^2 dp d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int G(b)b db \int d\mathbf{r} \gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (12)$$

где функция распределения испускаемых протонов в пренебрежении неравновесной компонентой на стадии замораживания

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = g \left[ \exp \left( \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v} - \mu) + T\delta}{T} \right) + 1 \right]^{-1}. \quad (13)$$

Здесь спиновый фактор  $g = 2$ ,  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$  и  $\mathbf{p}$  — соответственно полная энергия, лоренц-фактор и импульс протонов;  $\Omega$  — телесный угол;  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  — поле скоростей;  $G(b)$  — фактор, учитывающий, что сечение образования hot spot всегда больше геометрического ( $G(b) = \sigma_t/\sigma_g$ , где  $\sigma_t = \pi\langle R_b \rangle^2$  — полное сечение образования hot spot;  $\langle R_b \rangle$  — средний радиус взаимодействия перекрывающихся частей сталкивающихся ядер;  $\sigma_g$  — геометрическое сечение перекрывающихся частей);  $\mu$  ( $\mu = \mu_T + m$ ) — химический потенциал, который находится из сохранения в среднем числа частиц для большого канонического ансамбля,  $T$  — температура,  $\delta$  — поправка на микроканоническое распределение, которая для кинетической энергии  $\varepsilon = E - m > E_1$  равна

$$\delta = \left[ -M \ln \left( 1 - \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) - m}{MT} \right) - \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) - m}{T} \right], \quad (14)$$

где  $M = 3N/2$ ,  $N$  — число нуклонов в термостате;  $E_1$  ( $E_1 \gg T$ ) — энергия, которая близка к энергии термостата, т. е. близка к кинематическому пределу для энергии системы. Нами выбиралось также значение энергии  $E_2$  ( $E_2 < E_1$ ), когда функция распределения спадает на порядок по сравнению с ее максимумом. При  $\varepsilon < E_2$  поправка полагалась равной нулю. В промежутке энергий  $E_2 < \varepsilon < E_1$  поправка находилась линейной интерполяцией между нулем и выражением (14). Здесь поправка  $\delta$  найдена для больцмановского предела идеального газа, поскольку отклонения от большого канонического распределения ферми-газа проявляются на «хвостах» энергетических спектров, когда ферми-распределение совпадает с больцмановским пределом [8, 10]. Тем самым на хвостах энергетических распределений находим поправку на микроканоническое распределение (14), которое изменяет привычное распределение Ферми–Дирака,

хорошо описывающее систему вдали от хвостов спектра протонов. При этом в формулах (12)–(14) учтено, что энергия системы пересчитывается в соответствии с преобразованиями Лоренца. Величина энергии в распределении (12) отсчитывается от значения самосогласованного среднего поля с учетом поверхностной энергии, поскольку нуклоны «запираются» средним полем.

Кроме вклада (12) в сечение от испускания протонов из hot spot нами учитывался также вклад от слияния неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер — «спектаторов». В результате было проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

#### 4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ ДЛЯ РЕАКЦИИ $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$

На рис. 1, 2 приведены импульсные спектры протонов, испускаемых в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$  под углом  $3,5^\circ$  при энергии ионов  $^{12}\text{C}$  0,95 ГэВ/нуклон (рис. 1 —  $\langle T_h \rangle \approx 70$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -93$  МэВ и  $\langle R_h \rangle \approx 2$  фм) и 2 ГэВ/нуклон (рис. 2). Экспериментальные данные [17] отмечены точками. Сплошные кривые 1 — наш расчет, штриховые кривые 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение и без учета вклада от фрагментации. Кривые 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [17]. Кривые 3 соответствуют каскадной модели [22], кривые 4 — транспортной модели кварк-глюонных струн [23], кривые 5 — модели квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [24].

Как видно из этих рисунков, в кумулятивной области спектра наш расчет оказался согласующимся с экспериментальными данными [17].

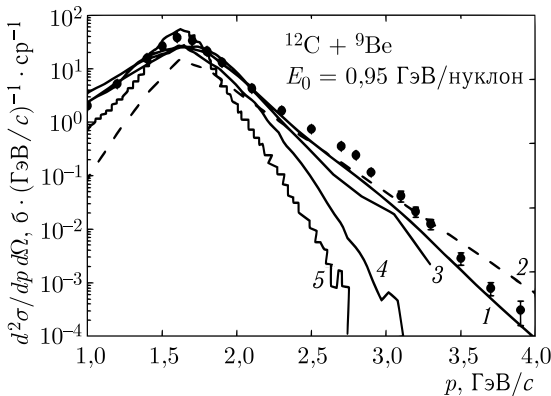


Рис. 1. Распределения протонов по лабораторному импульсу в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ , испускаемых под углом  $3,5^\circ$  при энергии  $^{12}\text{C}$  0,95 ГэВ/нуклон (описания кривых даны в тексте)



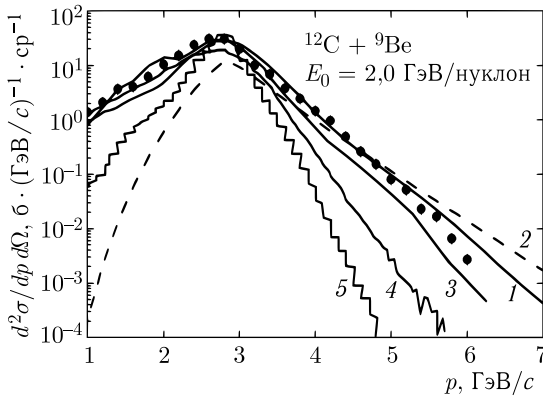


Рис. 2. То же, что на рис. 1, при энергии ионов  $^{12}\text{C}$  2,0 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 92$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -172$  МэВ

Спад сечений на 5 порядков величины воспроизводится в нашем подходе не хуже монте-карловских транспортных кодов. Причем в некоторых каскадных расчетах заметно недооцениваются экспериментальные данные в высокоимпульсной области. В области малых импульсов при всех энергиях наш расчет также воспроизводит экспериментальные данные, что обусловлено вкладом от протонов, образующихся в результате фрагментации согласно формуле (11) для перекрывающихся и неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер. Поправка на микроканоническое распределение проявляется в высокоимпульсной области распределений протонов. Если не учитывать вклад от фрагментации и не вводить поправку на микроканоническое распределение (штриховые кривые 2), то в мягкой области спектра расчетные кривые недооценивают экспериментальные данные, а в кумулятивной области идут выше экспериментальных точек. По сравнению с работой [8] здесь пересчитаны результаты за счет учета вклада протонов от фрагментации согласно формуле (11) и более правильного выбора параметров  $E_1$  и  $E_2$  для поправки (14) в формуле (12). Причем поправка на микроканоническое распределение в формулу (11) также вводилась аналогично (14), но для соответствующей дисперсии (температуры).

## 5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ЖЕСТКИХ ПРОТОНОВ И ПИОНОВ

Для того чтобы убедиться, что наш подход применим не только к вышеописанным реакциям, приводим описание других экспериментальных данных. Например, нам удалось воспроизвести также данные эксперимента [25] по энергетическим спектрам протонов и отрицательных пионов, испускаемых в реакции  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow p(\pi) + X$  при энергии ядер

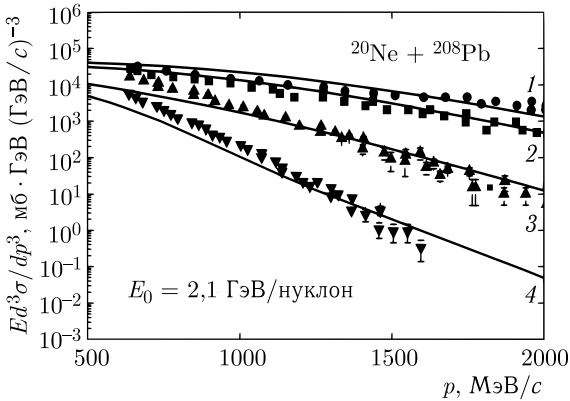


Рис. 3. Вычисленные (сплошные линии) и экспериментальные (точки) [25] инвариантные двойные дифференциальные сечения испускания протонов в реакции  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$  при энергии ионов  $^{20}\text{Ne}$  2,1 ГэВ/нуклон под углами наблюдения  $15^\circ$  (1),  $30^\circ$  (2),  $60^\circ$  (3) и  $95^\circ$  (4). Средняя температура hot spot  $\langle T_h \rangle \approx 101$  МэВ, средний химический потенциал  $\langle \mu_T \rangle \approx -183$  МэВ, средний радиус hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 2$  фм

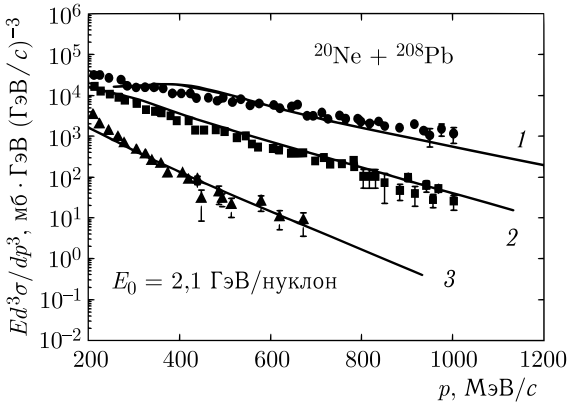


Рис. 4. Вычисленные (сплошные линии) и экспериментальные (точки) [25] инвариантные двойные дифференциальные сечения испускания  $\pi^-$ -мезонов в реакции  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$  при энергии ионов  $^{20}\text{Ne}$  2,1 ГэВ/нуклон под углами наблюдения  $20^\circ$  (1),  $60^\circ$  (2) и  $140^\circ$  (3)

$^{20}\text{Ne}$ , равной 2,1 ГэВ/нуклон (рис. 3, 4), а также в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{40}\text{K} \rightarrow \pi^- + X$  при энергии ядер  $^{40}\text{Ar}$ , равной 1,8 ГэВ/нуклон [26] (рис. 5).

Для описания испускания пионов можно использовать выражения (12) и (13), где в качестве функции распределения пионов применить функцию (13), положив везде массу пионов равной  $m_\pi$ , а химический

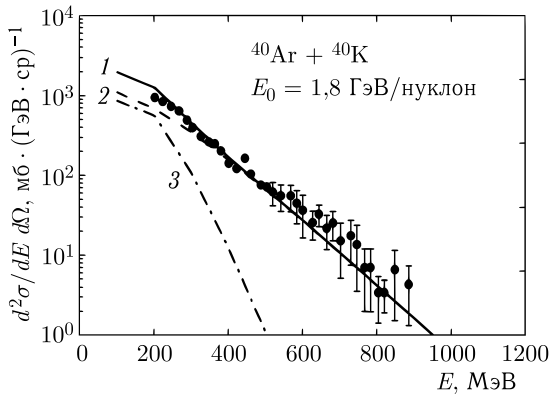


Рис. 5. Вычисленные (сплошная линия) и экспериментальные (точки) [26] двойные дифференциальные сечения испускания  $\pi^-$ -мезонов в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{40}\text{K}$  при энергии ионов  $^{40}\text{Ar}$  1,8 ГэВ/нуклон под углом наблюдения  $90^\circ$  (1), вклад тепловых пионов без учета вклада от распада дельта-изобары (2) и вклад пионов только от распада дельта-изобары (3). Средняя температура hot spot  $\langle T_h \rangle \approx 93$  МэВ

потенциал  $\mu$  равным нулю, поскольку число пионов не задано, для отрицательных пионов  $g = 1$ , а 1 в выражении (13) нужно заменить на  $-1$ , поскольку пионы — бозоны. В сечение рождения  $\pi^-$ -мезонов помимо тепловых вносит также вклад канал от распада  $\Delta \rightarrow N + \pi^-$ , который включен в рассмотрение аналогично [6, 27]. В расчетах выходов протонов учитывался вклад от фрагментации в области как перекрывающихся, так и неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер.

В качестве иллюстрации на рис. 3 приведены инвариантные двойные дифференциальные сечения протонов, испускаемых в реакциях  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow p + X$  при энергии ядер неона 2,1 ГэВ/нуклон. Наши расчеты изображены сплошными линиями, экспериментальные точки взяты из работы [25]. Можно видеть хорошее согласие расчетов с экспериментальными данными при всех углах наблюдения.

На рис. 4 приведены инвариантные двойные дифференциальные сечения отрицательных пионов, образующихся в реакции  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb} \rightarrow \pi^- + X$  при энергии ядер неона 2,1 ГэВ/нуклон под углами  $20^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $140^\circ$ . Здесь сплошные линии — наш расчет. Экспериментальные точки взяты из работы [25].

На рис. 5 приведены двойные дифференциальные сечения — спектр отрицательных пионов, образующихся в реакции  $^{40}\text{Ar} + ^{40}\text{K} \rightarrow \pi^- + X$  при энергии ядер  $^{40}\text{Ar}$ , равной 1,8 ГэВ/нуклон, под углом  $90^\circ$ . Здесь сплошная линия — результат нашего расчета с учетом вклада канала от распада дельта-изобары, штриховая линия — вклад тепловых пионов без учета распада дельта-изобары, штрихпунктирная линия — вклад

пионов только от распада дельта-изобары, точки — экспериментальные данные из работы [26]. Можно видеть, что учет вклада пионов от распада дельта-изобары позволяет воспроизвести экспериментальные данные в нашем подходе во всех рассмотренных случаях. Как видно, наш подход оказался ничем не хуже более детализованного расчета, проведенного ранее в работе [6]. Рассмотренные реакции представляют интерес для экспериментов, проводимых на ускорителе SIS/GSI (Германия), и могут быть перенесены на область энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса NICA.

## 6. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Таким образом, в настоящей работе в рамках простой модели получила дальнейшее развитие идея использования при описании столкновений тяжелых ионов гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния. С теми же фиксированными параметрами уравнения состояния, как и в предыдущих работах [8–15], посвященных описанию дифференциальных сечений образования протонов, пионов и легких фрагментов, описаны высокоимпульсные спектры протонов, выпускаемых в столкновениях тяжелых ионов в диапазоне значений энергии 1–2 ГэВ/нуклон, включая кумулятивную область спектра.

Весьма важным явилось включение в рассмотрение эффектов ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении для кинетического уравнения, а также поправки на микроканоническое распределение, проявляющееся в области высокоэнергетических «хвостов» спектров протонов. При промежуточных энергиях в кумулятивной области импульсных спектров протонов важен учет испускания протонов из образующегося hot spot и их испускания в результате слияния перекрывающихся областей сталкивающихся ядер. Это может объяснить аппроксимацию экспериментальных данных двумя экспонентами со своими температурами, проведенную в [17]. В области малых импульсов протонов определяющий вклад в сечение дает учет фрагментации, проведенный нами в статистической модели фрагментации. Проведенные расчеты воспроизводят экспериментальные данные по выходам протонов и пионов также для средних и тяжелых ядер в широкой области энергий сталкивающихся ядер и могут быть применены к области энергий строящегося в Дубне ускорительного комплекса NICA. Экспериментальные данные, полученные в [17, 25] при более низких энергиях, также воспроизводятся в нашем подходе.

Правомерность использования макроскопических параметров для легких систем можно объяснить. В нашем случае среднее число частиц в hot spot  $N \sim 10$  и дисперсия  $\sim 1/\sqrt{N} \ll 1$  не столь велика. Поправка на микроканоническое распределение улучшает описание эксперимента. «Плечо» в кумулятивной области спектра протонов воспроизводится в нашем подходе, и, как видно, иногда оно воспроизводится в транспортных

каскадных кодах. Возможно, это обусловлено перерасеянием пионов, что было получено ранее в работе [28].

Авторы благодарны В. В. Вечернину, В. Ю. Петрову, М. Б. Жалову, А. В. Ставинскому и В. В. Куликову за полезные обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stoecker H., Greiner W.* High Energy Heavy Ion Collisions — Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter // *Phys. Rept.* 1986. V. 137, No. 5–6. P. 277–392.
2. *Khvorostukhin A. S., Toneev V. D.* Rapidity Distributions of Hadrons within Hybrid Model // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 1. P. 9–17.
3. *Khvorostukhin A. S., Toneev V. D.* Hadron Rapidity Spectra in the HydHSD Hybrid Model // *Phys. At. Nucl.* 2017. V. 80, No. 2. P. 285–298.
4. *Petersen H. et al.* A Fully Integrated Transport Approach to Heavy Ion Reactions with an Intermediate Hydrodynamic Stage // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 78. P. 044901-1–044901-20.
5. *Merdeev A. V., Satarov L. M., Mishustin I. N.* Hydrodynamic Modeling of Deconfinement Phase Transition in Heavy-Ion Collisions at NICA-FAIR Energies // *Phys. Rev. C.* 2011. V. 84. P. 014907.
6. *Mishustin I. N., Russkikh V. N., Satarov L. M.* Fluid Dynamical Model of Relativistic Heavy Ion Collision // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1991. V. 54. P. 260–314.
7. *Ivanov Yu. B., Russkikh V. N., Toneev V. D.* Relativistic Heavy-Ion Collisions within 3-Fluid Hydrodynamics: Hadronic Scenario // *Phys. Rev. C.* 2006. V. 73. P. 044904-1–044904-30.
8. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Emission of High-Energy Protons and Photons in Heavy-Ion Collisions Treated on the Basis of a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // *Phys. At. Nucl.* 2020. V. 83, No. 4. P. 558–566.
9. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Production of Subthreshold Pions in Heavy-Ion Collisions Using a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2020. V. 84, No. 4. P. 391–396.
10. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Emission of High Energy Particles in Heavy Ion Collisions and a Non-Equilibrium Equation of State // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2019. V. 204, No. 3. P. 03018-1–03018-8.
11. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Spectra of Protons and Subthreshold Pions for Collisions of Heavy Ions Using a Hydrodynamic Approach with a Non-Equilibrium Equation of State // *Phys. At. Nucl.* 2019. V. 82, No. 12. P. 1641–1646.
12. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* A Non-Equilibrium Equation of State in Heavy-Ion Collisions at Intermediate Energies // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2016. V. 80, No. 8. P. 916–920.
13. *D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A.* Fragments in Heavy Ion Collisions in a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2017. V. 81, No. 12. P. 1521–1526.
14. *D'yachenko A. T., Gridnev K. A., Greiner W.* Calculation of Heavy Ion Collisions within the Framework of the Modified Hydrodynamic Approach // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2013. V. 40, No. 8. P. 085101-1–085101-9.

15. *D'yachenko A. T.* Spectra of Fast Particles in the Hydrodynamic Model of Heavy-Ion Collisions // *Phys. At. Nucl.* 1994. V. 57, No. 11. P. 1930–1936.
16. *Bonche P., Koonin S., Negele J. W.* One-Dimensional Nuclear Dynamics in the Time-Dependent Hartree–Fock Approximation // *Phys. Rev. C.* 1976. V. 13, No. 11. P. 1226–1258.
17. *Abramov B. M. et al.* Protons from Carbon Ion Fragmentation at 0.3–2.0 GeV/nucleon: Comparison with Models of Ion–Ion Interactions // *Phys. At. Nucl.* 2015. V. 78, No. 3. P. 373–380.
18. *Goldhaber A. S.* Statistical Models of Fragmentation Processes // *Phys. Lett. B.* 1974. V. 53, No. 4. P. 306–308.
19. *Feshbach H., Huang K.* Fragmentation of Relativistic Heavy Ions // *Phys. Lett. B.* 1973. V. 47, No. 4. P. 300–302.
20. *Bertsch G.* The Collision Integral in Nuclear Matter at Zero Temperature // *Z. Phys. A.* 1978. V. 289, No. 1. P. 103–105.
21. *Kolomietz V. M., Tang H. H. K.* Microscopic and Macroscopic Aspects of Nuclear Dynamics in Mean-Field Approximation // *Phys. Scripta.* 1981. V. 24. P. 915–924.
22. *Dementev A. V., Sobolevsky N. M.* SHIELD: Universal Monte Carlo Hadron Transport Code: Scope and Applications // *Nucl. Tracks Radiat. Meas.* 1999. V. 30. P. 553–557.
23. *Mashnik S. G. et al.* CEM03.03 and LAQGSM03.03 Event Generators for the MCNP6, MCNPX, and MARS15 Transport Codes. FERMILAB-CONF-08-322-APC, LA-UR-08-2931. Los Alamos, 2008; arXiv:0805.0751 [nucl-th].
24. *Koi T. et al.* Validation of Hadronic Models in GEANT4 // *AIP Conf. Proc.* 2007. V. 896, No. 1. P. 21–30.
25. *Nagamiya S. et al.* Production of Pions and Light Fragments at Large Angles in High-Energy Nuclear Collisions // *Phys. Rev. C.* 1981. V. 24, No. 3. P. 971–1009.
26. *Brockman R. et al.* Pion and Proton “Temperatures” in Relativistic Heavy Ion Reactions // *Phys. Rev. Lett.* 1984. V. 53, No. 21. P. 2012–2015.
27. *D'yachenko A. T., Baryshnikov V. N.* Spectra of Fast Subthreshold Pions Produced in Nucleus–Nucleus Collisions // *Proc. of Baldin ISHEPP XIX “Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics”* / Ed. by A. N. Sissakian et al. Dubna: JINR, 2008. V. 2. P. 234–238.
28. *Braun M. A., Vechernin V. V.* Contribution of Pion Rescattering to Cumulative Production of Protons in the Deuteron // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1986. V. 43, No. 6. P. 1016–1021.