

ATLAS И ТОТЕМ: ТРЕВОЖНОЕ РАСХОЖДЕНИЕ

В. А. Петров *, *Н. П. Ткаченко* **

Институт физики высоких энергий им. А. А. Логунова
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,
Протвино, Россия

Исследуется извлечение параметров ρ^{pp} , σ_{tot}^{pp} и B^{pp} кулон-ядерной интерференции (КЯИ) из экспериментальных данных ATLAS и TOTEM, полученных при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, на основе общего выражения для амплитуды КЯИ. Приведены результаты как совместного анализа этих данных, так и по отдельности в каждом эксперименте по причине большой разницы в этих измерениях. Показана существенная несовместимость значений параметров КЯИ в экспериментах ATLAS и TOTEM. Так, с σ_{tot} повторяется ситуация, как на тэватроне: центральное значение $\sigma_{\text{tot}}^{\text{ATLAS}}$ отстоит от $\sigma_{\text{tot}}^{\text{TOTEM}}$ более чем на восемь (!) стандартных ошибок в эксперименте ATLAS.

With the use of a new C + N amplitude which correctly accounts for CNI to all orders in α the values of the parameters ρ^{pp} , σ_{tot}^{pp} and B^{pp} are analysed on the basis of data published by the TOTEM and ATLAS collaborations at energy $\sqrt{s} = 13$ TeV. The result of both joint and separate analyses of these data confirmed, in particular, a noticeable difference between the central values of σ_{tot}^{pp} , as measured by the TOTEM and by the ATLAS-ALFA, reaching up to 8 standard deviations in the ATLAS experiment.

PACS: 25.40.Cm; 25.40.Ep

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] нами исследовалось извлечение параметров ρ^{pp} , σ_{tot}^{pp} и B^{pp} из экспериментальных данных TOTEM [2], полученных при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, на основе амплитуды кулон-ядерной интерференции во втором порядке малости по постоянной тонкой структуре α . Исследование во втором порядке малости проводилось по причине того, что нам не удалось в то время найти общую формулу для амплитуды кулон-ядерной интерференции. Позднее появились экспериментальные данные по дифракционному рассеянию из эксперимента ATLAS, которые в полном

* E-mail: Vladimir.Petrov@ihep.ru

** E-mail: Nikolai.Tkachenko@ihep.ru

объеме выложены на HEPData [3], и нам удалось получить выражение для амплитуды в общем виде. На основе этого мы и представляем новые результаты.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ATLAS И TOTEM

На рис. 1 приведены значения $d\sigma/dt_{pp}$, измеренные на установках ATLAS и TOTEM при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Хорошо видно, что они существенно разнятся между собой даже с учетом больших ошибок на установке TOTEM: экспериментальные данные ATLAS систематически лежат ниже экспериментальных данных TOTEM. Априори непонятно, насколько корректной будет операция совместного фитирования этих экспериментальных данных. Тем не менее мы проведем эту операцию и посмотрим, какие будут результаты. При этом заранее понятно, что к полученным результатам надо относиться как к оценочным.

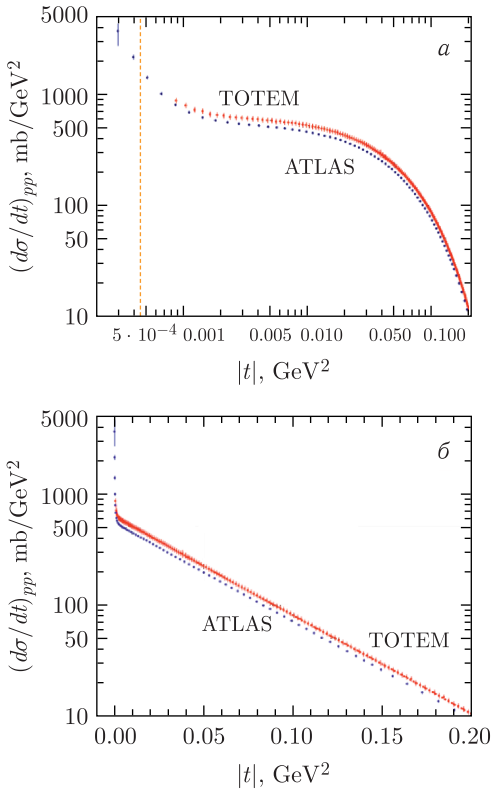


Рис. 1. Дифференциальные сечения pp , измеренные в ATLAS и TOTEM при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, в двойном логарифмическом (а) и полулогарифмическом масштабах (б)

Согласно рекомендациям авторов ATLAS мы не используем при анализе две экспериментальные точки с минимальными значениями $|t|$. Далее это везде подразумевается, хотя на графиках мы эти две точки приводим. Таким образом, в фитировании используются только экспериментальные точки, у которых $|t| > 0,00045 \text{ ГэВ}^2$ (пунктирная вертикальная линия на рис. 1, а).

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Мы следуем модели, описанной в работе [1]. Здесь приведем соотношения применительно к общему случаю вычисления амплитуды, а не во втором приближении, как это было сделано ранее. Основные соотношения следующие:

$$T_N(q^2) = T_N(0, s) e^{-Bq^2/2} = \frac{s(i + \rho)\sigma_{\text{tot}}}{(\hbar c)^2} e^{-Bq^2/2}, \quad (1)$$

где $(\hbar c)^2 = 0,389379 \text{ мб} \cdot \text{ГэВ}^2$,

$$\begin{aligned} \bar{T}_N(q'^2, q^2) &= T_N(q^2) e^{-Bq'^2/2} I_0(Bq'q) = \\ &= \frac{s(i + \rho)\sigma_{\text{tot}}}{(\hbar c)^2} \exp \frac{-B(q'^2 + q^2)}{2} I_0(Bq'q), \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода (функция Инфельда) [5]. Модель, как и в работе [1], написана для дипольного формфактора:

$$F(q^2) = (1 + q^2/\Lambda)^{-2},$$

где $\Lambda = \sqrt{0,71} \text{ ГэВ}$.

Формула для кулон-ядерной амплитуды записывается в виде

$$T_{C+N} = -2is\Xi(q^2) + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dq'^2 \Xi(q'^2) \bar{T}_N(q'^2, q^2), \quad (3)$$

где *

$$\Xi(q) = 2\pi \int_0^\infty db b J_0(qb) e^{2i\delta_C(b)}, \quad (4)$$

причем $\delta_C(b)$ выражается через G-функцию Мейера**

* J_0 — функция Бесселя первого рода [5].

** Meijer G-function — обобщенная гипергеометрическая функция [5], определяемая через интеграл Меллина–Барнса, а интеграл в выражении (5) вычисляется через преобразование Меллина.

$$\delta_C(b) = \alpha \int_0^\infty (dk/k) F^2(k^2) [1 - J_0(kb)] = \frac{\alpha}{12} G \left[\left\{ \{1, 1\}, \{ \} \right\}, \left\{ \{1, 4\}, \{0, 0\} \right\}, \left(\frac{b\Lambda}{2} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где α — постоянная тонкой структуры.

Прямой подстановкой (5) в (4) интеграл не вычисляется аналитически. Но функция $\delta_C(b)$ допускает хорошую аппроксимацию

$$\delta_C^{\text{appr}}(b) = \frac{1}{2 \cdot 137} \ln \left[1 + \left(\frac{3\Lambda b}{10} \right)^2 \right] \cong \frac{\alpha}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{3\Lambda b}{10} \right)^2 \right], \quad (6)$$

график которой приводится на рис. 2.

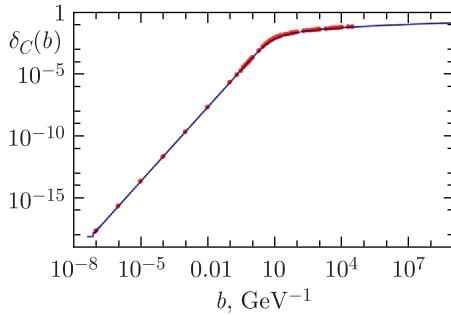


Рис. 2. Аппроксимационная кривая (линия) и точно вычисленные значения функции $\delta_C(b)$ (точки)

С такой аппроксимацией интеграл в выражении (4) вычисляется аналитически, и функция $\Xi(q)$ приобретает вид*:

$$\Xi(q) = \frac{40\pi}{3\Gamma\left(-\frac{i}{137}\right)} \frac{K_{1+\frac{i}{137}}\left(\frac{10\sqrt{|t|}}{3\Lambda}\right)}{\Lambda\sqrt{|t|} \left(\frac{1}{2} \frac{10\sqrt{|t|}}{3\Lambda}\right)^{\frac{i}{137}}}, \quad (7)$$

* Для справок: $\int_0^\infty \Xi(q') dq' = 4\pi$, т.е. интеграл сходится, из чего вытекает сходимость интеграла в окончательном выражении для полной амплитуды (3).

где $K_\mu(\nu)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода (функция Макдональда) [5]. Эта функция имеет размерность ГэВ^{-2} . Полная амплитуда T_{C+N} при этом получается безразмерной.

Подстановка этого выражения в формулу (3) опять приводит к интегралу, который не берется аналитически. Однако если разложить функцию $I_0(z)$ в ряд Тейлора в окрестности нуля, то интеграл почленно вычисляется аналитически. Вопрос только в том, сколько членов ряда надо брать для сохранения точности. Чем больше значение аргумента, тем больше членов ряда нужно брать для сохранения точности. У нас в вычислениях не используются данные, у которых $|t| > 0,2$. При таком ограничении прямые вычисления показывают, что шесть значащих цифр в этом интеграле вполне обеспечиваются первыми восемью членами разложения в ряд.

После этого дифференциальное сечение вычисляется по стандартной формуле:

$$\frac{d\sigma}{dt} = (\hbar c)^2 \frac{|T_{C+N}|^2}{16\pi s^2} \left[\text{мб/ГэВ}^2 \right]. \quad (8)$$

Далее везде суммарное выражение для χ^2 составляется с использованием именно этого выражения для дифференциального сечения с помощью весовых матриц. Весовые матрицы статистических и систематических ошибок эксперимента ATLAS указаны в HEPData [3]. Эксперимент ТОТЕМ результаты своих измерений в HEPData не поместил, поэтому матрица систематических ошибок в этом эксперименте вычисляется по источникам систематических ошибок, приведенным в работе [2]. Матрицу статистических ошибок эксперимент ТОТЕМ тоже не указывает, поэтому она взята из полных статистических ошибок в диагональном виде, приведенных там же [2].

3. ИЗВЛЕЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ATLAS И ТОТЕМ

3.1. Общие замечания по методике обработки. При извлечении параметров ρ^{pp} , σ_{tot}^{pp} и B мы старались, чтобы как можно точнее выполнить условие $|t| \rightarrow 0$, которое является необходимым для наиболее точного извлечения этих параметров. Поэтому мы выполняли фитирование с постепенным отсечением экспериментальных точек с большими значениями $|t|$. Параметры извлекались только из таких наборов экспериментальных данных, для которых фитирование давало значение $P\text{Value} > 0,9$ (высокий уровень достоверности)*.

В большинстве случаев по мере отсеечения данных с большим $|t|$ извлекаемые параметры начинали проявлять крайнюю нестабильность

* $P\text{Value}$ определяется как $2 \min(P_{\text{left}}, P_{\text{right}})$, где аргументы в скобках — тесты на проверку левосторонней и правосторонней альтернативы соответственно.

в своих значениях. Поэтому мы отбрасывали данные с малыми значениями $|t|$, на которых наблюдалась нестабильность поведения параметров, и фитирование проводилось на наборе данных, в которых значения передаваемого импульса были ограничены как снизу, так и сверху. Во всех случаях мы всегда указываем область $|t|$, в которой получены извлекаемые значения параметров.

Фитирование по приведенной модели строилось на основе вычисления функции χ^2 с помощью весовых матриц, которые получались из соответствующих матриц ковариаций.

Матрицы ковариаций систематических и статистических ошибок эксперимента ATLAS брались из базы данных HEPData [3].

Эксперимент TOTEM результаты в HEPData не выложил. Однако в статье [2] они привели источники систематических ошибок, по которым мы построили матрицу ковариаций систематических ошибок в этом эксперименте. Данные по источникам статистических ошибок не приведены экспериментаторами, показаны только полные статистические ошибки. Поэтому не оставалось ничего другого, как выписать матрицу ковариаций статистических ошибок в диагональном виде.

3.2. Совместное фитирование двух экспериментов. Полные матрицы ковариаций определялись как сумма матриц ковариаций статистических и систематических ошибок, затем вычислялись весовые матрицы.

При совместном фитировании матрица ковариаций составлялась как блочная матрица из матриц ковариаций двух экспериментов. Остальные элементы полагались равными нулю, что соответствует отсутствию корреляций между данными измерений двух экспериментов. Такое предположение вряд ли допустимо, так как установки находятся на одних и тех же пучках. И это, безусловно, является слабым местом такого подхода, что лишний раз говорит о том, что к результатам совместного рассмотрения нужно относиться как к оценочным величинам.

На рис. 3 показаны результаты совместного фитирования результатов экспериментов ATLAS и TOTEM методом постепенного отсеечения экспериментальных данных с большими значениями $|t|$. Имеются всего лишь три точки, у которых $PValue > 0,9$, и расположены они рядом в интервале $0,06 \lesssim t_0 \lesssim 0,08$ ГэВ². При больших значениях t_0 уровень достоверности вообще нулевой. В табл. 1 приводятся соответствующие этому отсечению значения параметров.

Исходя из данных рис. 3 мы не видим никаких оснований для того, чтобы отсекать какие-либо точки с малыми значениями $|t|$, так как с учетом ошибок значения параметров при $t_0 \lesssim 0,08$ ГэВ² лежат на одном плато. Тем не менее имеет смысл отбросить небольшое количество таких точек, чтобы посмотреть, как они влияют на устойчивость значений извлекаемых параметров. Мы волевым образом отбросили экспериментальные точки, для которых $|t| < 0,004$ ГэВ², а также точки, соответствующие условию $|t| > 0,014$ ГэВ². Таким образом, мы рас-

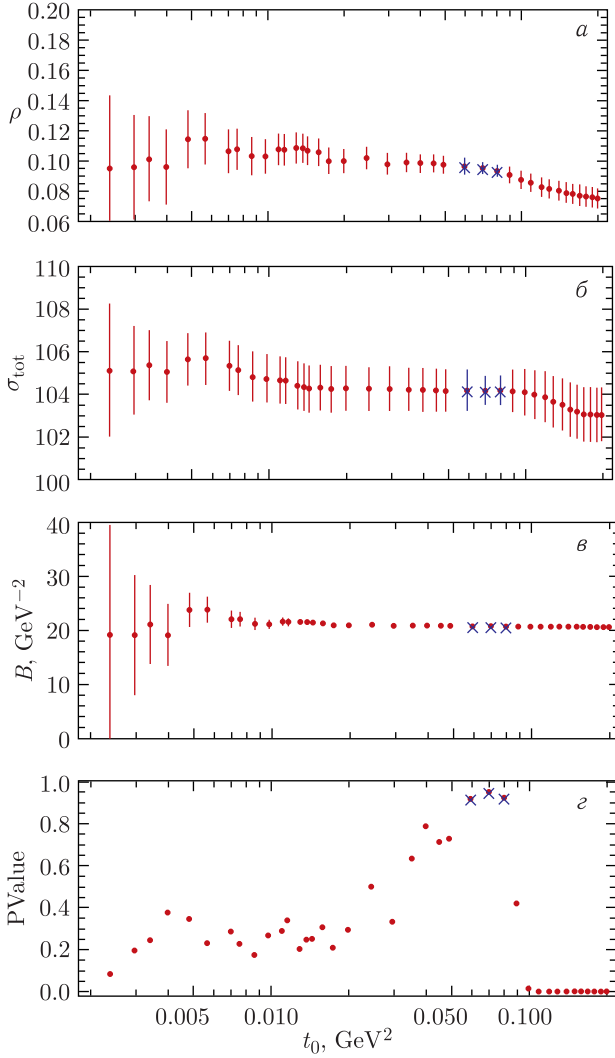


Рис. 3. Поведение параметров модели при постепенном отбрасывании экспериментальных данных с большими значениями $|t|$, больше некоторого значения t_0 . Крестиками обозначены результаты, уровень достоверности которых выше 90%

смотрим экспериментальные точки, которые удовлетворяют условию $0,004 < |t| < 0,014$ ГэВ², что соответствует примерно интервалам, которые мы использовали для извлечения параметров в работе [1]. При этом сохраняется высокий уровень достоверности. Результаты приведены в табл. 2.

Таблица 1

$\rho =$	0.0935262	\pm	0.0037266	[]	$ t _{\max} \equiv t_0^{\max} =$	0.079905	[GeV ²]	
$\sigma_{\text{tot}} =$	104.2	\pm	0.676403	[mb]	$ t _{\min} \equiv t_0^{\min} =$	0.000515	[GeV ²]	
B =	20.747	\pm	0.0251808	[GeV ⁻²]			$\chi^2_{\Sigma} =$	123.851
DoP =	129	$\chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} =$	0.960087		NoF =	126	$\chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} =$	0.982946
							PValue =	0.925055
$(d\sigma/dt)_{pp}^{\text{(TOTEM)}}$	at	$\sqrt{s} =$	13	[TeV]				$F(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}$

$$\text{Correlation matrix [\%]} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & \mathbf{B} \\ \rho & 1. & -0.56713 & 0.507556 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & -0.14746 \\ \mathbf{B} & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter **B**: 2 ;

Таблица 2

$\rho =$	0.154936	\pm	0.0531287	[]	$ t _{\max} \equiv t_0^{\max} =$	0.01369	[GeV ²]	
$\sigma_{\text{tot}} =$	105.663	\pm	1.14859	[mb]	$ t _{\min} \equiv t_0^{\min} =$	0.004738	[GeV ²]	
B =	22.198	\pm	0.981294	[GeV ⁻²]			$\chi^2_{\Sigma} =$	24.8939
DoP =	26	$\chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} =$	0.957459		NoF =	23	$\chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} =$	1.08235
							PValue =	0.711553
$(d\sigma/dt)_{pp}^{\text{(TOTEM)}}$	at	$\sqrt{s} =$	13	[TeV]				$F(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}$

$$\text{Correlation matrix [\%]} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & \mathbf{B} \\ \rho & 1. & -0.0179883 & 0.936463 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & 0.0344706 \\ \mathbf{B} & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 2

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 2 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter **B**: 1 ;

Наблюдается резкое изменение центральных значений параметров и резкое возрастание ошибок.

На рис.4 приведены графики теоретических кривых, соответствующие этим двум случаям. Кривые однозначным образом тяготеют к экспериментальным данным ATLAS, что, вообще говоря, неудивительно, ибо экспериментальные ошибки ATLAS лежат существенно ниже экспериментальных ошибок TOTEM.

Однако, как мы говорили выше, к этим результатам нужно относиться исключительно как к оценочным величинам в силу существенно разных экспериментальных измерений одного и того же процесса.

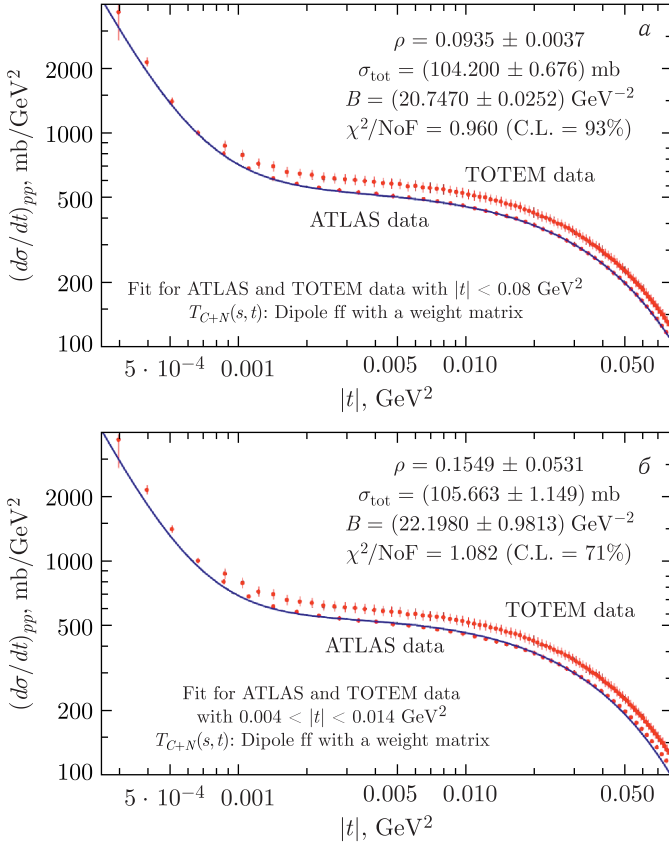


Рис. 4. Экспериментальные данные ATLAS и TOTEM и теоретические кривые дифференциального сечения, соответствующие данным из табл. 1 и 2

3.3. Извлечение параметров в каждом эксперименте по отдельности. 3.3.1. *TOTEM.* В табл. 3 и 4 представлены параметры, извлекаемые из фитирования при разных отсечениях экспериментальных точек, у которых $|t|$ больше некоторого значения $t_{0 \max}$, указанного в таблицах.

Графики кривых приведены на рис. 5.

В увеличенном масштабе видно, что теоретические кривые систематически проходят ниже экспериментальных точек. Такой эффект уже наблюдался нами в работе [1] при описании экспериментальных точек TOTEM во втором порядке малости по постоянной тонкой структуры. Этот эффект получил название эффекта PPP (Peele's pertinent puzzle), связан он с переопределенностью (или недоопределенностью) систематических ошибок и описан в работе [4]. По этой причине к извлеченным параметрам нужно относиться исключительно как к оценочным вели-

Таблица 3

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.0875302 \quad \pm \quad 0.00693576 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.02946 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 110.485 \quad \pm \quad 1.71791 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.000879 \quad \chi^2_{\text{dof}} = 44.1859 \\
 \text{B} = 20.78 \quad \pm \quad 0.0909749 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.903003 \\
 \text{DoP} = 49 \quad \chi^2_{\text{dof}}/\text{DoP} = 0.901754 \quad \text{NoF} = 46 \quad \chi^2_{\text{dof}}/\text{NoF} = 0.960564 \\
 (\text{d}\sigma/\text{d}t)_{\text{pp}}^{\text{TOTEM}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad \text{F}(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & \text{B} \\ \rho & 1. & -0.73017 & 0.699492 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & -0.336099 \\ \text{B} & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter B: 2 ;

Таблица 4

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.0901134 \quad \pm \quad 0.0103489 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.013594 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 110.104 \quad \pm \quad 1.84207 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.000879 \quad \chi^2_{\text{dof}} = 27.0905 \\
 \text{B} = 20.7759 \quad \pm \quad 0.345346 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.973357 \\
 \text{DoP} = 31 \quad \chi^2_{\text{dof}}/\text{DoP} = 0.873888 \quad \text{NoF} = 28 \quad \chi^2_{\text{dof}}/\text{NoF} = 0.967519 \\
 (\text{d}\sigma/\text{d}t)_{\text{pp}}^{\text{TOTEM}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad \text{F}(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & \text{B} \\ \rho & 1. & -0.719863 & 0.816384 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & -0.396166 \\ \text{B} & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 2

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter B: 1 ;

чинам. Мы приводим увеличенный масштаб рис. 5, а для демонстрации этого эффекта (рис. 6).

В дальнейшем нам еще придется говорить о таком сдвиге, для краткости не будем каждый раз приводить увеличенный масштаб таких графиков.

В работе [1] по мере постепенного отбрасывания экспериментальных точек с большими значениями $|t|$, больше некоторого значения t_0 , при некотором, как правило, очень малом его значении наблюдалась область неустойчивости в значениях параметров. По этой причине мы отбрасывали экспериментальные точки в области очень малых $|t|$. Удивительным образом это позволило избавиться от систематического сдвига при одновременном сохранении достаточно высокого уровня достоверности.

И в этом случае мы отбросили такие точки в приведенных выше массивах и получили результаты, приведенные в табл. 5 и 6.

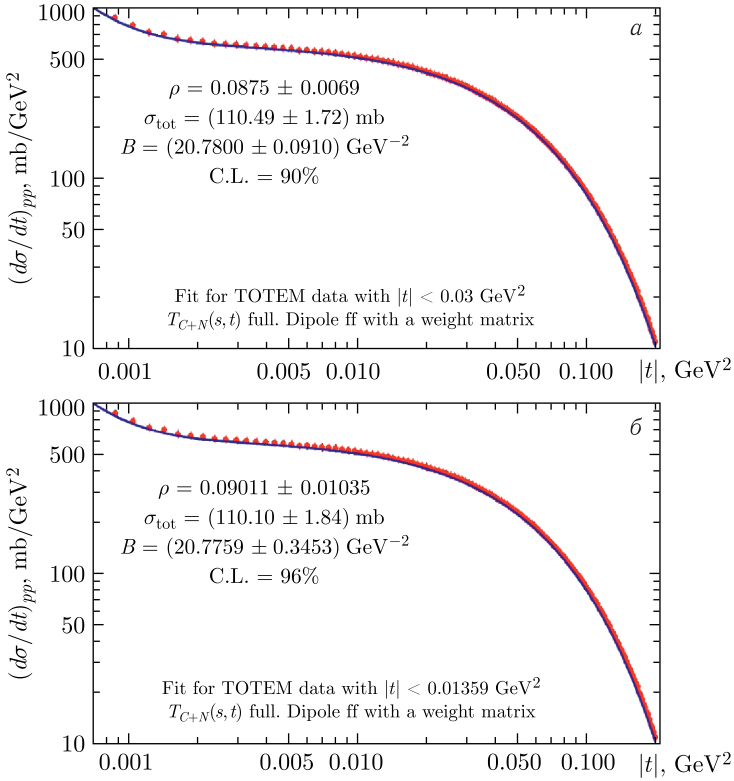


Рис. 5. Экспериментальные данные ТОТЕМ и теоретические кривые дифференциального сечения, соответствующие данным из табл. 3 и 4

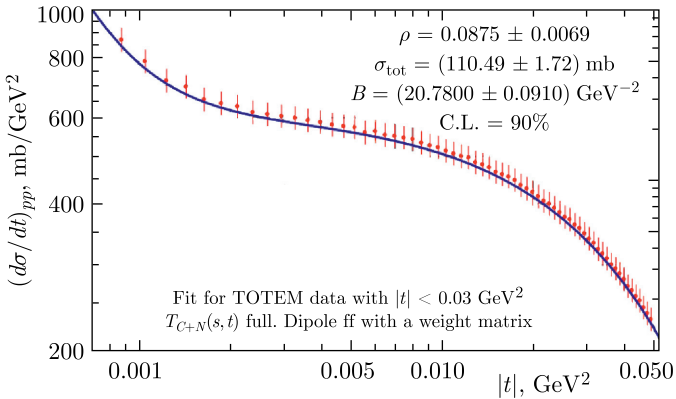


Рис. 6. Систематический сдвиг теоретической кривой относительно экспериментальных точек — демонстрация эффекта PPP

Таблица 5

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.0818237 \quad \pm \quad 0.0137782 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.02946 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 111.849 \quad \pm \quad 2.17436 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.003972 \quad \chi^2_{\Sigma} = 33.6545 \\
 B = 20.7516 \quad \pm \quad 0.120837 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.968902 \\
 \text{DoP} = 37 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} = 0.909581 \quad \text{NoF} = 34 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} = 0.989839 \\
 (d\sigma/dt)_{\text{pp}}^{\text{TOTEM}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad F(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & B \\ \rho & 1. & -0.114785 & 0.831975 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & 0.0115306 \\ B & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter B: 2 ;

Таблица 6

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.11039 \quad \pm \quad 0.047472 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.013594 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 111.941 \quad \pm \quad 3.12173 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.003972 \quad \chi^2_{\Sigma} = 16.4028 \\
 B = 21.2263 \quad \pm \quad 0.990554 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.850434 \\
 \text{DoP} = 19 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} = 0.863307 \quad \text{NoF} = 16 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} = 1.02518 \\
 (d\sigma/dt)_{\text{pp}}^{\text{TOTEM}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad F(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & B \\ \rho & 1. & -0.00638899 & 0.942631 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & 0.0489155 \\ B & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 2

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 2 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter B: 1 ;

Графики, соответствующие данным из табл. 5 и 6, приведены на рис. 7.

Обратим внимание на то, что в этом случае отсутствуют эффект РРР систематического смещения теоретической кривой вниз от экспериментальных точек и сохраняется высокий уровень достоверности.

Вероятнее всего, нужно ориентироваться на значения параметров из рис. 7, б, так как на нем существенно лучше выполнено условие $|t| \rightarrow 0$. При этом параметр ρ существенно меняет свое значение, в то время как параметры σ_{tot} и B меняются совсем незначительно. Конечно, при этом ошибки становятся значительно больше, но тут ничего не поделаешь — надо увеличивать число точек на интервале фитирования.

3.3.2. ATLAS. В этом эксперименте наблюдается аналогичная предыдущему рассмотрению картина, правда, в существенно более жестком варианте, нежели в случае эксперимента TOTEM, в силу того, что ошибки эксперимента ATLAS намного меньше ошибок эксперимента TOTEM.

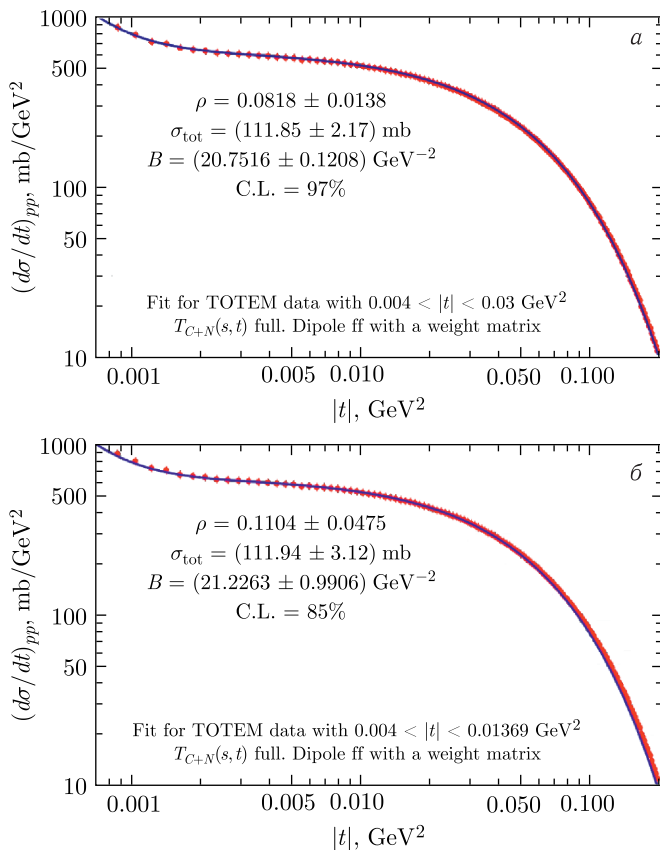


Рис. 7. Экспериментальные данные ТОТЕМ и теоретические кривые дифференциального сечения, соответствующие данным из табл. 5 и 6

Так же как и в предыдущем пункте, выберем два варианта отсечения данных с большими $|t|$, у которых наблюдаются уровни достоверности выше 90% (табл. 7 и 8).

Графики, соответствующие данным из табл. 7 и 8, приведены на рис. 8.

В более крупном масштабе видно, что эти кривые систематически проходят ниже центральных значений экспериментальных точек*, так же как и в случае с данными ТОТЕМ, описанными нами в работе [1], хотя визуально этот эффект не столь заметен. Тем не менее отметим, что значения параметров сильно меняются по мере выполнения условия $|t| \rightarrow$

* Так называемый «загадочный эффект» Peele's (PPP) [4].

Таблица 7

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.0772503 \quad \pm \quad 0.011391 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.069275 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 103.902 \quad \pm \quad 0.825709 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.0028 \quad \chi^2_{\Sigma} = 26.9181 \\
 \mathbf{B} = 20.6944 \quad \pm \quad 0.0459045 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.556689 \\
 \text{DoP} = 35 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} = 0.769088 \quad \text{NoF} = 32 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} = 0.84119 \\
 (\text{d}\sigma/\text{d}t)_{\text{pp}}^{\text{ATLAS}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad \mathbf{F}(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix}
 \rho & \sigma_{\text{tot}} & \mathbf{B} \\
 \rho & 1. & -0.113039 & 0.799646 \\
 \sigma_{\text{tot}} & & 1. & -0.0224594 \\
 \mathbf{B} & & & 1.
 \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter \mathbf{B} : 2 ;

Таблица 8

$$\left(\begin{array}{l}
 \rho = 0.0913147 \quad \pm \quad 0.0179188 \quad [] \quad |t|_{\max} \equiv t_{0 \max} = 0.01369 \quad [\text{GeV}^2] \\
 \sigma_{\text{tot}} = 104.871 \quad \pm \quad 0.861389 \quad [\text{mb}] \quad |t|_{\min} \equiv t_{0 \min} = 0.0028 \quad \chi^2_{\Sigma} = 6.50018 \\
 \mathbf{B} = 21.8454 \quad \pm \quad 0.591009 \quad [\text{GeV}^{-2}] \quad \text{PValue} = 0.621998 \\
 \text{DoP} = 12 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{DoP} = 0.541681 \quad \text{NoF} = 9 \quad \chi^2_{\Sigma}/\text{NoF} = 0.722242 \\
 (\text{d}\sigma/\text{d}t)_{\text{pp}}^{\text{ATLAS}} \quad \sqrt{s} = 13 \quad [\text{TeV}] \quad \mathbf{F}(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}
 \end{array} \right)$$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix}
 \rho & \sigma_{\text{tot}} & \mathbf{B} \\
 \rho & 1. & 0.119797 & 0.785524 \\
 \sigma_{\text{tot}} & & 1. & 0.25702 \\
 \mathbf{B} & & & 1.
 \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 2 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter \mathbf{B} : 1 ;

$\rightarrow 0$, что хорошо видно при сравнении параметров на рис. 8, а и рис. 8, б (либо из табл. 7 и 8).

Эффект смещения теоретической кривой в случае данных ТОТЕМ исчезал, когда из рассмотрения по объективным причинам выбрасывалось небольшое количество точек с самыми малыми значениями $|t|$. В случае ATLAS тоже имеются причины, чтобы отбросить все экспериментальные точки, у которых $|t| < 0,0025 \text{ ГэВ}^2$, так как для них наблюдается зона нестабильности значений параметров. Это приводит к следующим результатам (табл. 9 и 10).

Графики кривых приведены на рис. 9.

Так же как и в эксперименте ТОТЕМ, в этих случаях теоретические кривые не смещены относительно центральных значений экспериментальных точек (отсутствует эффект PPP [4]) и сохраняется довольно высокий уровень достоверности.

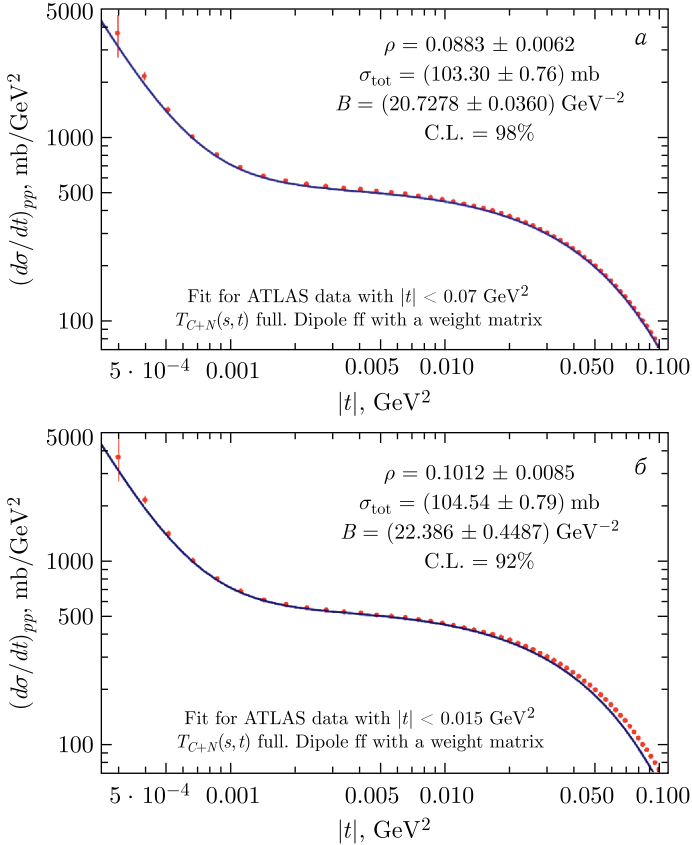


Рис. 8. Экспериментальные данные ATLAS и теоретические кривые дифференциального сечения, соответствующие данным из табл. 7 и 8

Таблица 9

$\rho =$	0.0772503	\pm	0.011391	[]	$ t _{\max} \equiv t_{0\max} =$	0.069275	[GeV ²]	
$\sigma_{\text{tot}} =$	103.902	\pm	0.825709	[mb]	$ t _{\min} \equiv t_{0\min} =$	0.0028	$\chi^2_{\text{red}} =$	26.9181
B =	20.6944	\pm	0.0459045	[GeV ⁻²]			PValue =	0.556689
DoP =	35	$\chi^2_{\text{red}}/\text{DoP} =$	0.769088		NoF =	32	$\chi^2_{\text{red}}/\text{NoF} =$	0.84119
$(d\sigma/dt)_{\text{pp}}^{\text{ATLAS}}$				$\sqrt{s} =$	13	[TeV]	F(t) \equiv	$(1-t/\Lambda^2)^{-2}$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & \mathbf{B} \\ \rho & 1. & -0.113039 & 0.799646 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & -0.0224594 \\ \mathbf{B} & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 3 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter **B**: 2 ;

Таблица 10

$\rho =$	0.0913147	\pm	0.0179188	[]	$ t _{\max} \equiv t_{0\max} =$	0.01369	[GeV ²]
$\sigma_{\text{tot}} =$	104.871	\pm	0.861389	[mb]	$ t _{\min} \equiv t_{0\min} =$	0.0028	$\chi^2_{\text{red}} =$ 6.50018
$B =$	21.8454	\pm	0.591009	[GeV ⁻²]			PValue = 0.621998
DoP =	12	$\chi^2_{\text{red}}/\text{DoP} =$	0.541681		NoF =	9	$\chi^2_{\text{red}}/\text{NoF} =$ 0.722242
$(d\sigma/dt)_{pp}^{\text{ATLAS}}$		$\sqrt{s} =$	13	[TeV]			$F(t) \equiv (1-t/\Lambda^2)^{-2}$

$$\text{Correlation matrix} = \begin{pmatrix} \rho & \sigma_{\text{tot}} & B \\ \rho & 1. & 0.785524 \\ \sigma_{\text{tot}} & & 1. & 0.25702 \\ B & & & 1. \end{pmatrix}$$

Minimum number of decimal places in correlation matrix: 1

Minimum number of decimal places for parameter ρ : 2 ;

Minimum number of decimal places for parameter σ_{tot} : 1 ;

Minimum number of decimal places for parameter B: 1 ;

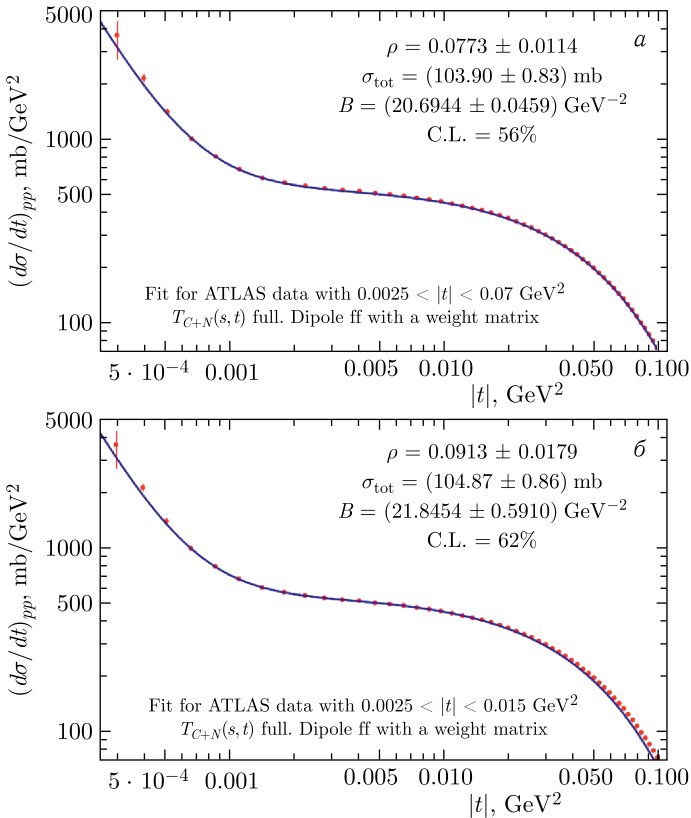


Рис. 9. Экспериментальные данные ATLAS и теоретические кривые дифференциального сечения ATLAS, соответствующие отсечению экспериментальных данных как сверху, так и снизу

Нет оснований для того, чтобы отбросить любой из этих двух вариантов. Конечно, можно склониться в пользу варианта, в котором задействованы экспериментальные данные с меньшими значениями $|t|$, но не факт, что с появлением новых экспериментальных данных и эти значения окажутся неприемлемыми. Тем не менее значения параметров из имеющихся экспериментальных данных, приведенные на рис. 9, б, нужно считать наиболее достоверными в силу того, что в этом случае выполняется важное условие $|t| \rightarrow 0$.

ВЫВОДЫ

1. Из рассмотренных результатов извлечения параметров из экспериментальных данных ATLAS и TOTEM мы имеем фактически два набора этих параметров (табл. 11).

Таблица 11

Параметр	TOTEM	ATLAS
ρ	$0,1104 \pm 0,0475$	$0,0913 \pm 0,0179$
σ_{tot} , мб	$111,94 \pm 3,12$	$104,87 \pm 0,86$
B , ГэВ ⁻²	$21,2263 \pm 0,9906$	$21,8454 \pm 0,5910$
$ t $, ГэВ ²	$0,004 \lesssim t \lesssim 0,014$	$0,003 \lesssim t \lesssim 0,014$

- С полными сечениями повторяется ситуация, как на тэватроне, где крайние значения расходятся более чем на три стандартных ошибки. В нашем случае центральное значение полного сечения ATLAS отстоит от центрального значения полного сечения TOTEM более чем на восемь (!) стандартных ошибок ATLAS.

- Значения параметра ρ с учетом ошибок значительно перекрываются, но ошибка этого параметра в TOTEM огромная и составляет более 40%. В эксперименте ATLAS эта ошибка составляет около 20%.

- И только значения параметра B близки друг к другу и не вызывают противоречивости.

Все это позволяет сделать однозначные выводы о том, что значения полного сечения в этих двух экспериментах недопустимо разнятся между собой. Значение параметра ρ измерено недостаточно точно и сильно расходится в двух экспериментах, что не позволяет отдать предпочтение какому-либо значению с точностью не хуже 10% (как это заявляют авторы TOTEM).

2. Подробная обработка результатов экспериментов приводит к выводу о том, что значения дифференциального сечения в обоих экспериментах измерены недостаточно точно, особенно при малых значениях передачи импульса, что, в свою очередь, приводит к систематическому сдвигу теоретических результатов (эффекту PPP). В обоих экспериментах вызывают подозрения экспериментальные данные, у которых $|t| \lesssim 0,003$ ГэВ².

3. Для надежного извлечения параметров кулон-ядерной интерференции не представляют интереса экспериментальные данные, у которых $|t| \gtrsim 0,07 \text{ ГэВ}^2$.

4. В целом оба эксперимента (ATLAS и TOTEM) в совокупности не дают надежных оснований для точных теоретических оценок полного сечения рассеяния и параметра ρ .

Авторы приносят благодарность П. Графстрёму, Х. Стенцелю и К. Эстербергу за разъяснительную корреспонденцию, а также В. Б. Аникееву и А. К. Лиходеду за стимулирующие дискуссии на раннем этапе работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Petrov V. A., Tkachenko N. P.* // Phys. Rev. D. 2022. V. 106, No. 5. P. 054003; arXiv:2204.08815.
2. *Antchev G. et al. (TOTEM Collab.)* // Eur. Phys. J. C. 2019. V. 79, No. 9. P. 785; arXiv:1812.04732; CERN-EP-2017-335-v3.
3. *ATLAS Collab.* Measurement of the Total Cross Section and ρ -Parameter from Elastic Scattering in Collisions at TeV with the ATLAS Detector. CERN-EP-2022-129. 2022; <https://www.hepdata.net/record/ins2122408>.
4. *Frühwirth R., Neudecker D., Leeb H.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2012. V. 27. P. 00008.
5. *Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M.* Table of Integrals, Series, and Products. Seventh ed. / Eds. A. Jeffrey, D. Zwillinger. Academic Press as an imprint of Elsevier, 2007.